



**ΤΕΙ ΗΠΕΙΡΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ Τ.Ε.**

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΜΕΛΕΤΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΑΣΥΡΜΑΤΗΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΠΟΛΛΑΠΛΩΝ ΕΙΣΟΔΩΝ -ΕΞΟΔΩΝ

ΚΑΠΟΤΗΣ ΧΡΗΣΤΟΣ

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Βότης

ΑΡΤΑ ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2018

**STUDIES ON MULTIPLE INPUT MULTIPLE OUTPUT WIRELESS
COMMUNICATION SYSTEMS**

© ΚΑΠΟΤΗΣ, ΧΡΗΣΤΟΣ, 2018.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved

Δήλωση μη λογοκλοπής

Δηλώνω υπεύθυνα και γνωρίζοντας τις κυρώσεις του Ν. 2121/1993 περί Πνευματικής Ιδιοκτησίας, ότι η παρούσα πτυχιακή εργασία είναι εξ ολοκλήρου αποτέλεσμα δικής μου ερευνητικής εργασίας, δεν αποτελεί προϊόν αντιγραφής ούτε προέρχεται από ανάθεση σε τρίτους. Όλες οι πηγές που χρησιμοποιήθηκαν (κάθε είδους, μορφής και προέλευσης) για τη συγγραφή της περιλαμβάνονται στη βιβλιογραφία.

ΚΑΠΟΤΗΣ, ΧΡΗΣΤΟΣ

Υπογραφή

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω, όλους όσους με βοήθησαν να φέρω εις πέρας την παρούσα εργασία. Αρχικά, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή μου κ. Βότη Κωνσταντίνο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε, τον χρόνο που διέθεσε και την πολύτιμη βοήθεια που μου πρόσφερε όλο το διάστημα εκπόνησης της πτυχιακής μου εργασίας. Ακόμα θέλω να απευθύνω τις ευχαριστίες μου στους γονείς μου για την αμέριστη υποστήριξή τους καθ' όλη την διάρκεια των σπουδών μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία γίνεται μελέτη των συστημάτων πολλαπλών εισόδων πολλαπλών εξόδων (MIMO). Αρχικά, περιγράφεται ένα τέτοιο σύστημα και εν συνεχεία γίνεται μία εκτενής παρουσίαση του τρόπου με τον οποίο εκτιμάται η χωρητικότητα σε ένα MIMO κανάλι. Περιγράφονται οι κατηγορίες των MIMO συστημάτων (SISO, SIMO, MISO και MIMO) και αποτυπώνονται τα οφέλη που προσφέρει η εν' λόγω τεχνολογία όπως το κέρδος συστοιχίας, η μείωση και απόρριψη παρεμβολών. Ακόμα γίνεται αναφορά στους δέκτες που χρησιμοποιούνται στα συστήματα MIMO καθώς και στις τεχνικές εκτίμησης της κατάστασης του καναλιού. Τέλος, δίνεται μία εικόνα της εξέλιξης των συστημάτων ασύρματης επικοινωνίας ξεκινώντας από τα κυψελωτά συστήματα πρώτης γενιάς και τα αναλογικά συστήματα μέχρι την ψηφιακή εποχή και την 4G τεχνολογία.

ABSTRACT

In this work theoretical aspects on Multi-Input-Multi-Output systems (MIMO) are studied and investigated. That thesis includes a detailed description of MIMO systems (SISO, SIMO, MISO and MIMO) as well as how that technology offers channel capacity enhancement. It also presents the benefits of using multiple antennas at transmitter and /or receiver such as array gain, reduction and rejection of interference. Detailed presentation on MIMO receivers as well as on methods that are used in order to estimate channel state information are also included. Finally, there is a description on the dramatic evolution of wireless communication systems starting from first-generation cellular systems and analogue systems up to the digital age and 4G technology.

Keywords : MIMO, Channel Estimation, Channel Capacity, Water-filling

Πίνακας Περιεχομένων

Κεφάλαιο 1 Η Εξέλιξη των Ασύρματων Συστημάτων Επικοινωνίας.....	10
1.1 Εισαγωγή.....	10
1.2 Κυψελωτά Συστήματα Πρώτης Γενιάς.....	10
1.3 Μετάβαση από Αναλογικά σε Ψηφιακά Κυψελωτά Συστήματα.....	11
1.3.1 Πλεονεκτήματα Ψηφιακών Κυψελωτών Συστημάτων.....	11
1.3.2 Μειονεκτήματα Ψηφιακών Κυψελωτών Συστημάτων.....	11
1.4 Κυψελωτά Συστήματα Δεύτερης Γενιάς.....	11
1.4.1 GSM (Global System for Mobile Communication).....	11
1.4.2 PDC (Personal Digital Cellular).....	12
1.5 Κυψελωτά Συστήματα 2.5 Γενιάς.....	12
1.5.1 GPRS (General Packet Radio Service).....	12
1.5.2 IS-95b.....	12
1.5.3 EDGE (Enhanced Data for Global Revolution).....	13
1.6 Κυψελωτά Συστήματα Τρίτης Γενιάς (3G)	13
1.7 Κυψελωτά Συστήματα Τέταρτης Γενιάς (4G)	13
1.8 Δορυφορικά Συστήματα.....	14
Κεφάλαιο 2 Η Αρχιτεκτονική των MIMO Συστημάτων.....	15
2.1 Σύστημα SISO (Single-Input-Single-Output).....	15
2.2 Σύστημα SIMO (Single-Input-Multiple-Output).....	15
2.3 Σύστημα MISO (Multiple -Input-Single-Output).....	16
2.4 Σύστημα MIMO (Multiple-Input-Single-Output).....	17
Κεφάλαιο 3 SINGULAR VALUE DECOMPOSITION.....	20
3.1 Η τεχνική SVD στα συστήματα MIMO	20
3.2 Αριθμητικό παράδειγμα για την τεχνική SVD στα συστήματα MIMO.....	21
Κεφάλαιο 4 Συστήματα MIMO	26
4.1 Υπολογισμός Χωρητικότητας MIMO Καναλιού (MIMO Channel Capacity).....	26
4.2 Τεχνικές MIMO - Οφέλη MIMO Τεχνολογίας.....	33
4.2.1 Χωρική Πολυπλεξία (Spatial Multiplexing).....	33
4.2.2 Κέρδος Συστοιχίας (Array Gain).....	33
4.2.3 Κέρδος Χωρικής Ποικιλομορφίας (Spatial Diversity Gain).....	33
4.2.4 Κέρδος Χωρικής Πολυπλεξίας (Spatial Multiplexing Gain).....	33
4.2.5 Μείωση και Απόρριψη Παρεμβολών (Interference Reduction and Avoidance).....	34
4.4 Δέκτες για Συστήματα MIMO.....	34
4.4.1 Δέκτης Μέγιστης Πιθανοφάνειας (ML).....	34
4.4.2 Γραμμικοί Δέκτες - Δέκτης Zero Forcing (ZF).....	34
4.4.3 Δέκτης Διατεταγμένης Διαδοχικής Ακύρωσης παρεμβολής (OSIC)	35
Κεφάλαιο 5 ΕΚΤΙΜΗΣΗ MIMO ΚΑΝΑΛΙΟΥ.....	36
5.1 Perfect Channel Estimation.....	37
5.2 Least Square Channel Estimation (LS).....	37
5.2.1 Αριθμητικό παράδειγμα για εκτίμηση καναλιού με τεχνική (LS).....	37
5.3 LMMSE/MMSE	38
5.3.1 Αριθμητικό παράδειγμα για εκτίμηση καναλιού με τεχνική LMMSE/MMSE	38
Κεφάλαιο 6 Προσομοίωση.....	40
Βιβλιογραφία.....	42

Κατάλογος σχημάτων

Σχήμα 1. Κάθε πολύγωνο και μία κυψέλη.....	10
Σχήμα 2. SISO σύστημα.....	15
Σχήμα 3. SIMO σύστημα.....	15
Σχήμα 4. MISO σύστημα.....	16
Σχήμα 5. MIMO σύστημα.....	17
Σχήμα 6. Μεταβολή της χωρητικότητας για $n=2$ για τα συστήματα MIMO,SISO,SIMO,MISO....	31
Σχήμα 7. Μεταβολή της χωρητικότητας για $n=4$ για τα συστήματα MIMO,SISO,SIMO,MISO.....	31
Σχήμα 8. Μεταβολή της χωρητικότητας για $n=8$ για τα συστήματα MIMO,SISO,SIMO,MISO....	31
Σχήμα 9. Μεταβολή της χωρητικότητας στο συστήματα SIMO για $n=2, n=4, n=8$	32
Σχήμα 10. Μεταβολή της χωρητικότητας στο συστήματα MIMO για $n=2, n=4, n=8$	32
Σχήμα 11. MIMO σύστημα.....	40

Κεφάλαιο 1.

Η Εξέλιξη των Ασύρματων Συστημάτων Επικοινωνίας

1.1 Εισαγωγή

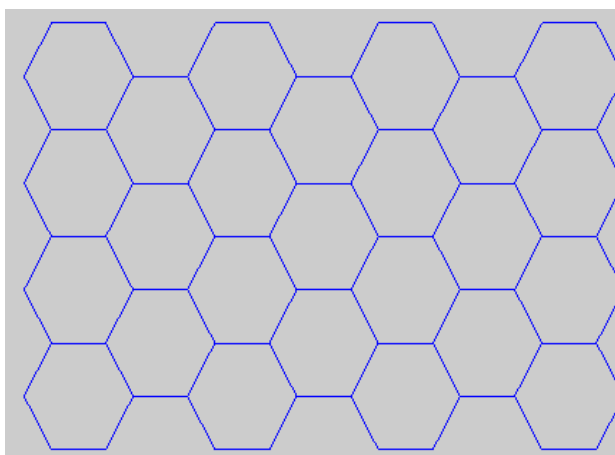
Αρχικά, τα πρώτα συστήματα επικοινωνιών χρησιμοποιήθηκαν στα αστυνομικά τμήματα της Αμερικής για τη δημόσια ασφάλεια [1]. Συγκεκριμένα, το 1934 έγινε η εγκατάσταση σε 252 αστυνομικά τμήματα των πρώτων αναλογικών συστημάτων κινητών επικοινωνιών που χρησιμοποιούσαν αναλογική διαμόρφωση πλάτους (AM). Κάπου στις 5000 ανέρχεται ο αριθμός των συσκευών που εγκαταστάθηκαν στα αυτοκίνητα της αστυνομίας ώστε να επικοινωνούν με τα αστυνομικά τμήματα. Το 1935 κάνει την εμφάνιση της στα ασύρματα συστήματα επικοινωνιών η διαμόρφωση της συχνότητας (FM) με πρωτεργάτη τον EDWIN ARMSTRONG. Έτσι, όλα τα συστήματα κινητών επικοινωνιών υιοθέτησαν την διαμόρφωση συχνότητας. Λίγο αργότερα, το 1946 τα συστήματα κινητών επικοινωνιών εκτός από τα αστυνομικά τμήματα εγκαταστάθηκαν για πρώτη φορά και σε 25 πόλεις της Αμερικής. Ένας πομπός τοποθετημένος σε ένα πολύ ψηλό σημείο, έκανε εκπομπή του σήματος και κάλυπτε αποστάσεις έως και 50 km.

Στη συγκεκριμένη σηματοδοσία φωνής το εύρος ζώνης ήταν 120 KHz με half-duplex επικοινωνία. Αργότερα, την δεκαετία του 1950 το εύρος ζώνης μειώθηκε στα 60 KHz και την δεκαετία του 1960 στα 30 KHz. Καθώς η τεχνολογία εξελισσόταν γεννήθηκε η ανάγκη για εξυπηρέτηση περισσότερων χρηστών. Έτσι, στην δεκαετία του 1960 η AT&T BELL LABS καθώς και άλλες εταιρίες τηλεπικοινωνιών ανέπτυξαν τις βασικές αρχές των κυψελωτών συστημάτων.

Η βασική ιδέα ήταν ο χωρισμός μια μεγάλης περιοχής κάλυψης σε μικρές κυψέλες έτσι ώστε να αυξηθεί η χωρητικότητα των διαύλων.

Το 1976 το WARC (WORLD ADMINISTRATIVE RADIO CONHERENCE) ενέκρινε την απόδοση των συχνοτήτων για κυψελωτά συστήματα κινητών επικοινωνιών στη περιοχή των 800/900 MHz, θέτοντας έτσι τη βάση για την ανάπτυξη των εμπορικών συστημάτων [1].

1.2 Κυψελωτά Συστήματα Πρώτης Γενιάς



Σχήμα 1. Κάθε πολύγωνο και μία κυψέλη

Το 1972 η εταιρεία NTT έστησε το πρώτο παγκοσμίως κυψελωτό σύστημα στην Ιαπωνία. Στην Ευρώπη και στην Αμερική το πρώτο κυψελωτό σύστημα στήθηκε το 1981 και το 1983, αντίστοιχα [1].

Κάποια βασικά συστήματα πρώτης γενιάς είναι τα NTT, NMT450, NMT900, AMPS, NAMPS, ETACS, JTACS και C-450. Τα συστήματα πρώτης γενιάς είχαν ως βασικά τους χαρακτηριστικά την διαμόρφωση συχνότητας (FM) την τεχνική πολλαπλής πρόσβασης FDMA και την τεχνική FDD [1].

1.3 Μετάβαση από Αναλογικά σε Ψηφιακά Κυψελωτά Συστήματα

Αφού προηγήθηκε η εξέλιξη της μικροηλεκτρονικής, οι ψηφιακές τεχνικές υιοθετήθηκαν από τα ασύρματα συστήματα πολύ γρήγορα [1].

1.3.1 Πλεονεκτήματα Ψηφιακών Κυψελωτών Συστημάτων

Τα ψηφιακά συστήματα υιοθετήθηκαν από τα ασύρματα συστήματα διότι υπερτερούσαν έναντι των αναλογικών. Τα ψηφιακά συστήματα έχουν αυξημένη ανοσία στον θόρυβο, δίνουν ευελιξία στην ανάπτυξη και την επέκταση των δικτύων, έχουν χαμηλότερη κατανάλωση ισχύος, παρέχουν την δυνατότητα επιπλέον τεχνικών πολλαπλής πρόσβασης (TDMA/CDMA/SDMA) και παρέχουν ασφάλεια στη μετάδοση. Πρακτικά, παρέχουν περισσότερο αποδοτικές τεχνικές μετάδοσης και καλύτερη ποιότητα υπηρεσιών και σαφώς χαμηλότερο κόστος.

1.3.2 Μειονεκτήματα Ψηφιακών Κυψελωτών Συστημάτων

Βέβαια υπάρχουν και κάποια μειονεκτήματα σε σχέση με τα αναλογικά συστήματα. Τέτοια είναι η συχνά υποβαθμισμένη ποιότητα φωνής, η ανάγκη για συγχρονισμό, η αυξημένη πολυπλοκότητα των αλγορίθμων και φυσικά το κόστος για την αντικατάσταση των αναλογικών συστημάτων που ήδη υπάρχουν. Τα πλεονεκτήματα υπερτερούσαν έναντι των μειονεκτημάτων και έτσι οι ψηφιακές τεχνικές εδραιώθηκαν στα ασύρματα συστήματα. Για αυτό το λόγο τα κυψελωτά συστήματα δεύτερης γενιάς βασίζονται σε ψηφιακές τεχνικές [1].

1.4 Κυψελωτά Συστήματα Δεύτερης Γενιάς

Τα κυψελωτά συστήματα δεύτερης γενιάς είναι αυτά που κατά κύριο λόγο χρησιμοποιούνται σήμερα [1]. Τέτοια συστήματα είναι το GSM για Ευρώπη, το PDC για Ιαπωνία και το IS-54/IS 136/IS-95 για Αμερική.

1.4.1 GSM (Global System for Mobile Communication)

Βασικά χαρακτηριστικά του GSM είναι ότι στηρίζεται στην τεχνική FDMA με 200 KHz απόσταση φέροντος σήματος και συνδυάζει και την τεχνική TDMA με την τεχνική FDD. Κάθε φέρον έχει 8 χρονοθυρίδες (timeslots) με περίοδο 0,577 msec η κάθε μια και χρησιμοποιεί τεχνική ψηφιακής διαμόρφωσης GMSK παρέχοντας 270,8 Kbps. Υποστηρίζει υπηρεσίες φωνής 6,5 Kbps και δεδομένων μέχρι και 9,6 Kbps. Το συγκεκριμένο σύστημα είναι το πιο πετυχημένο παγκοσμίως.

Η σχεδίαση του ξεκίνησε το 1982 και τελείωσε το 1988 από τον ευρωπαϊκό οργανισμό προτυποποίησης (ETSI). Τελικά, σε λειτουργία τέθηκε το 1992 στην Ευρώπη και ήταν το πρώτο ευρωπαϊκό κυψελωτό σύστημα.

Μέχρι και σήμερα χρησιμοποιούνταν τα ήδη υπάρχοντα GSM δίκτυα κινητών επικοινωνιών κατά πλειοψηφία. Βέβαια με την πάροδο του χρόνου και την τρομακτική εξέλιξη της τεχνολογίας αυτά τα συστήματα τείνουν να αντικατασταθούν σε πρώτη φάση από τα τρίτης και εν συνεχεία από τα τέταρτης γενιάς συστήματα, για τα οποία θα γίνει αναφορά παρακάτω [1].

1.4.2 PDC (Personal Digital Cellular)

Το συγκεκριμένο σύστημα αναπτύχθηκε στην Ιαπωνία το 1989 και βασίζεται πάνω στα χαρακτηριστικά του IS-54 [1]. Σημαντικό χαρακτηριστικό του PDC είναι η διαφορισμότητα (diversity) στην κεραία του κινητού σταθμού. Οι συχνότητες λειτουργίας του συστήματος είναι στα 810-826 MHz / 940-956 MHz / 1429-1453 MHz και 1477-1501 MHz [1].

1.5 Κυψελωτά Συστήματα 2.5 Γενιάς

Τα κυψελωτά συστήματα 2,5 γενιάς είναι ουσιαστικά η εξέλιξη των συστημάτων 2G που ήδη υπάρχουν και είναι ένα βήμα πριν από την μετάβαση στα συστήματα τρίτης γενιάς (3G). Τα 2,5G συστήματα εκτός από τις υπηρεσίες φωνής τις οποίες προσφέρουν και τα 2G συστήματα, προσφέρουν υποστήριξη υπηρεσιών δεδομένων, παρέχουν υπηρεσίες με υψηλούς ρυθμούς μετάδοσης ώστε να μεταδίδονται εικόνες υψηλής ποιότητας και βίντεο πραγματικού χρόνου, παρέχοντας ταυτόχρονα πρόσβαση στο διαδίκτυο με σχετικά υψηλές ταχύτητες.

Τέλος, όπως προαναφέρθηκε τα 2,5G συστήματα βασίζονται στα συστήματα 2G όπως το GSM και το IS-95 με την μόνη διαφορά ότι προσφέρουν και υπηρεσίες δεδομένων υψηλότερης ταχύτητας υποστηρίζοντας τεχνολογίες μεταγωγής πακέτου [1].

1.5.1 GPRS (General Packet Radio Service)

Λόγω της μεγάλης απαίτησης για μεταφορά δεδομένων, έγινε προσπάθεια βελτίωσης του ρυθμού μετάδοσης που υπήρχε μέχρι τότε (GSM 9.6 Kbps) στα 14 Kbps με κάποια βελτίωση στην κωδικοποίηση. Εν συνεχεία, οι πολλοί δίαυλοι μεταφοράς δεδομένων έδωσαν την δυνατότητα αύξησης του ρυθμού δεδομένων ακόμα περισσότερο στα 40-50 Kbps. Αυτή η τεχνική ονομάστηκε HSCSD (High Speed Circuit Switch Data) χωρίς όμως να είναι φασματικά αποδοτική αφού δεν έλυνε το πρόβλημα της ασυμμετρίας της κίνησης.

Η υποστήριξη υπηρεσιών δεδομένων με τεχνολογία μεταγωγής πακέτων, οδήγησε στο GPRS (αναβάθμιση του GSM). Το GPRS προσφέρει καλύτερη εκμετάλλευση ραδιοπόρων ενός συστήματος GSM που ήδη υπάρχει και είναι σε λειτουργία.

Γενικά στο όλο σύστημα μπορούν να υποστηριχτούν ρυθμοί μετάδοσης έως και 112 Kbps, αλλά και για κάθε χρήστη ξεχωριστά δηλαδή για μια χρονοθυρίδα ο ρυθμός μετάδοσης αγγίζει τα 21.4 Kbps, για τους 4 τύπους κωδικοποίησης που έχουν προβλεφθεί.

Βέβαια το GPRS δεν μπορεί να εγγυηθεί κάποιο συγκεκριμένο ρυθμό μετάδοσης διότι δεν είναι γνωστό πόση διαθεσιμότητα υπάρχει στους πόρους του συστήματος. Αυτό συμβαίνει επειδή σε τηλεπικοινωνιακή κίνηση το GPRS λειτουργεί στην σκιά του GSM (σε δεύτερο επίπεδο) και χρησιμοποιεί τους πόρους που έχουν περισσέψει από το GSM.

Τέλος, για να ενταχθεί το GPRS στο ήδη υπάρχον GSM δίκτυο θα πρέπει να τροποποιηθεί το δίκτυο με κυριότερη τροποποίηση αυτή της πρόσθεσης δυο επιπλέον κόμβων, οι οποίοι καλούνται GGSN (Gateway GPRS Support Node) και SGSN (Serving GPRS Support Node) [1].

1.5.2 IS-95b

Το IS-95b δεν είναι τόσο διαδεδομένο και έχει εγκατασταθεί σε μικρό αριθμό δικτύων σε Αμερική και Ανατολική Ασία. Είναι εξέλιξη του IS-95 και υποστηρίζει εφαρμογές δεδομένων με τεχνική μεταγωγής πακέτου, με ρυθμό μετάδοσης έως και 64 Kbps.

1.5.3 EDGE (Enhanced Data for Global Revolution)

Το EDGE είναι αποτέλεσμα της προσπάθειας να αυξηθεί ο ρυθμός μετάδοσης πάνω από την ραδιοεπαφή του GSM και είναι η εξέλιξη του GPRS. Η διαφορά του EDGE από το GPRS είναι ότι χρησιμοποιεί (8-PSK) τρόπο διαμόρφωσης και διαφορετικούς τύπους κωδικοποίησης διαύλου.

Στο EDGE η κάθε χρονοθυρίδα μπορεί να υποστηρίξει ρυθμό μετάδοσης 59,2 Kbps ενώ συνολικά το δίκτυο έως και 384 Kbps. Η κάθε χρονοθυρίδα μπορεί να χρησιμοποιείται από πολλούς χρήστες και έτσι επιτυγχάνεται αύξηση χωρητικότητας του διαύλου.

Το EDGE δεν μπορεί να χρησιμοποιηθεί αυτοτελώς διότι είναι μια προσθήκη στο GPRS, έτσι πρέπει να γίνουν κάποιες άπλες τροποποιήσεις ώστε να ενσωματωθεί. Τέτοιες τροποποιήσεις συνήθως λαμβάνουν χώρα στην πλευρά του ραδιοδιαύλου [1].

1.6 Κυψελωτά Συστήματα Τρίτης Γενιάς (3G)

Η εξέλιξη της τεχνολογίας γέννησε ακόμα μεγαλύτερες απαιτήσεις από τα κυψελωτά συστήματα [1]. Βασική απαίτηση ήταν ο υψηλός ρυθμός μετάδοσης των εφαρμογών πολυμέσων και η δυνατότητα πρόσβασης σε πληροφορίες και υπηρεσίες από δημόσια ή ιδιωτικά δίκτυα. Στα 3G συστήματα οι ρυθμοί μετάδοσης ξεκινούν από τα 144 Kbps και φθάνουν ακόμα σε ρυθμούς της τάξης των Mbps. Ακόμα, τα 3G συστήματα παρέχουν την δυνατότητα σε ένα χρήστη να μπορεί να μετακινείται όπου θέλει ακόμα και σε σημεία όπου δεν υπάρχει κάλυψη 3G και να μπορεί να εξυπηρετείται από άλλου είδους ασύρματα συστήματα, όπως από άλλα κυψελωτά κινητά δίκτυα καθώς και από δορυφορικά δίκτυα που θα αναφερθούμε παρακάτω.

Την προτυποποίηση των 3G συστημάτων την ξεκίνησε το ίδρυμα ETSI προκύπτοντας το σύστημα UMTS (Universal Mobile System), το οποίο θεωρείται και ως το πιο επιτυχημένο σύστημα παγκοσμίως. Αργότερα σε αυτή την προσπάθεια συνέβαλλαν και άλλα ιδρύματα.

Τέλος, την πρωτιά στα συστήματα 3G έχει η Ιαπωνία αφού ήδη το 2006 είχε ολοκληρωθεί το σύνολο της μετάβασης σε αυτά και τα 2 συστήματα που χρησιμοποιούνταν ήταν το W-CDMA και το CDMA 2000 [1].

1.7 Κυψελωτά Συστήματα Τέταρτης Γενιάς (4G)

Τα 4G συστήματα βρίσκονται σε πλήρη εξέλιξη και έρχονται με σκοπό να πάνε τα ασύρματα συστήματα επικοινωνίας ένα βήμα ακόμα πιο πέρα, στοχεύοντας σε συστήματα που θα είναι πλήρως βασισμένα στην τεχνολογία IP [1].

Για να επιτευχθεί κάτι τέτοιο προϋπόθεση είναι η «σύνδεση» των ασύρματων με τα ενσύρματα δίκτυα. Αυτό μπορεί να αποφέρει ταχύτητες από 1 Mbps έως και 1 Gbps, στοιχείο το οποίο αποτελεί τη βασική επιδίωξη των σχεδιαστών μιας και αυτή καθόριζε την εξέλιξη των τηλεπικοινωνιακών συστημάτων, διαχρονικά. Επιπρόσθετα, με τη χρήση 4G συστημάτων επιτυγχάνεται εξαιρετική ποιότητα παρεχόμενων υπηρεσιών καθώς και υψηλό επίπεδο ασφάλειας.

Οι τεχνικές που αξιοποιούνται είναι η OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) και η OFDMA (Orthogonal Frequency Division Multiple Access).

Βασική διάφορα της 4G γενιάς συστημάτων με την 3G είναι ότι η 4G τεχνολογία βασίζεται μόνο στη μεταγωγή πακέτου σε αντίθεση με την προγενέστερη της η οποία εκτός από τη μεταγωγή πακέτου βασιζόταν και στη μεταγωγή κυκλωμάτων [1].

1.8 Δορυφορικά Συστήματα

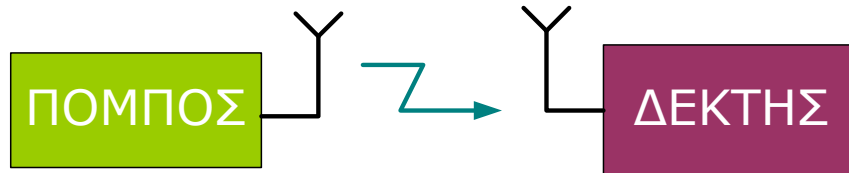
Οι δορυφορικές επικοινωνίες αρχικά χρησιμοποιήθηκαν στην κοινότητα του εμπορικού ναυτικού προσφέροντας μόνο υπηρεσίες φωνής. Αργότερα προστέθηκαν υπηρεσίες δεδομένων και επίγεια τερματικά [1]. Το πρώτο δορυφορικό σύστημα ήταν το STANDARD-A που εν συνεχεία εξελίχθηκε στο INMARSAT-A (International Maritime Satellite Organization). Πλεονεκτήματα των δορυφορικών συστημάτων είναι ότι προσφέρουν κάλυψη σε περιοχές όπως ωκεανούς και ερήμους που σε άλλη περίπτωση δεν θα ήταν δυνατό, είτε λόγω της γεωγραφικής περιοχής είτε λόγω της έλλειψης υποδομής. Αυτά τα συστήματα μπορούν να διαχωριστούν με βάση την τροχιά του δορυφόρου (GEO, LEO, MEO) [1].

Κεφάλαιο 2.

Η Αρχιτεκτονική των MIMO Συστημάτων

2.1 Σύστημα SISO (Single-Input-Single-Output)

Ένα SISO μοντέλο επικοινωνίας αποτελεί την πιο απλή μορφή επικοινωνίας αφού η μετάδοση γίνεται μεταξύ μιας κεραίας εκπομπής και μιας κεραίας λήψης.



Σχήμα 2. SISO σύστημα

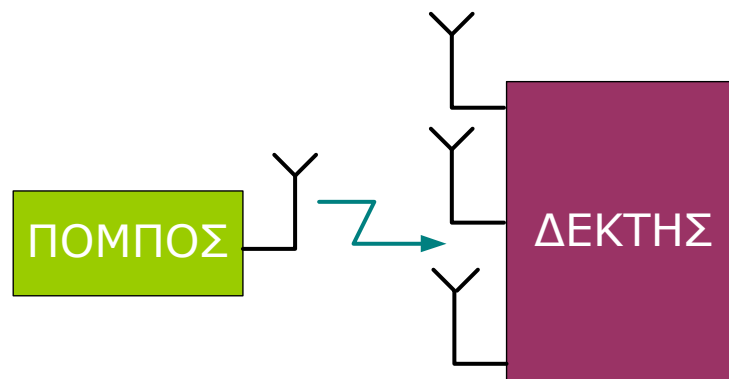
Ένα σύστημα SISO μπορεί να προσομοιωθεί ως εξής,

$$r = H \cdot c + n$$

όπου, το r υποδηλώνει το λαμβανόμενο σύμβολο, το H υποδηλώνει το κανάλι μεταξύ της κεραίας εκπομπής και της κεραίας λήψης και το n υποδηλώνει τον προσθετικό Gaussian θόρυβο (AWGN) [1-4,6].

2.2 Σύστημα SIMO (Single-Input-Multiple-Output)

Τα συστήματα επικοινωνίας SIMO χρησιμοποιούν μια κεραία στον πομπό και πολλαπλές κεραίες στον δέκτη.



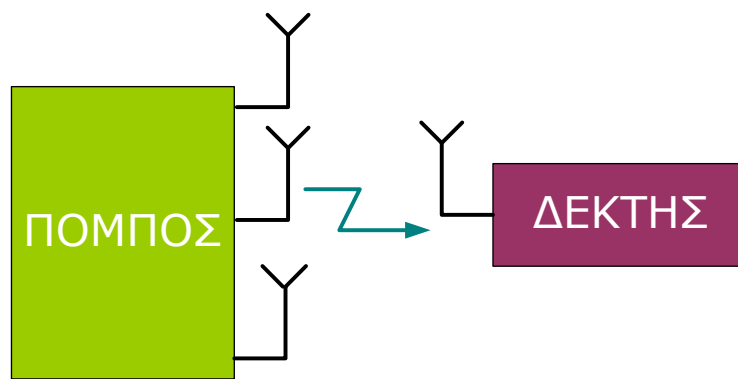
Σχήμα 3. SIMO σύστημα

Έτσι, οποιοδήποτε σήμα μεταδίδεται από την μία και μοναδική κεραία εκπομπής και φτάνει σε όλες τις κεραίες λήψης μέσα από διαφορετικά μονοπάτια. Το κάθε μονοπάτι δύναται να είναι ανεξάρτητο από τα άλλα. Έτσι, αφού τα πολλαπλά ανεξάρτητα αντίγραφα του ίδιου σήματος φτάνουν στο δέκτη, το σύστημα αυτό είναι δυνατόν να εκμεταλλευτεί την έννοια της χωρικής ποικιλομορφίας και συγκεκριμένα της ποικιλομορφίας στο δέκτη, σε αντίθεση με το προηγούμενο σύστημα (SISO). Αν υποθέσουμε ότι ο δέκτης έχει γνώση της πληροφορίας του καναλιού, τότε είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθούν συνδυαστικές τεχνικές σε αυτόν βασιζόμενες στη πληροφορία αυτή. Δύο συνδυαστικές τεχνικές που χρησιμοποιούνται στη περίπτωση αυτή είναι η MAXIMUM RATIO

COMBINING (MRC) και η EQUAL GAIN COMBINING (EGC). Και οι δυο αυτές τεχνικές περιλαμβάνουν ένα φίλτρο στον δέκτη ώστε να συνδυάζονται βέλτιστα τα ληφθέντα σήματα σε κάθε κεραία και να μεγιστοποιείται ο συνολικός λόγος σήματος προς θόρυβο (SNR) στην έξοδο του δέκτη. Στην περίπτωση του MRC το φίλτρο στο δέκτη αποδίδει σε κάθε εισερχόμενο κλάδο διαφορετικό συντελεστή βάρους ώστε να διαμορφώσει κατάλληλα το πλάτος και τη φάση (συμφασικά) του σήματος στο κλάδο αυτό, επιτυγχάνοντας τη μεγιστοποίηση του συνολικού SNR. Ομοίως, η EGC αποδίδει σε κάθε κλάδο τον ίδιο συντελεστή πλάτους, αλλά επιτυγχάνει τη συμφασικότητα των σημάτων των κλάδων, αποδίδοντας μεγιστοποίηση του συνολικού SNR [1-4,6].

2.3 Σύστημα MISO (Multiple-Input-Single-Output)

Ένα σύστημα MISO αποτελείται από πολλαπλές κεραίες στον πομπό και μια κεραία στο δέκτη.



Σχήμα 4. MISO σύστημα

Υποθέτοντας ότι ο πομπός έχει πλήρη γνώση του καναλιού, τότε μπορεί να επιτευχθεί ποικιλομορφία μετάδοσης χρησιμοποιώντας MRC και EGC στον πομπό.

Εφαρμόζοντας MRC στον πομπό θα χρειαστεί ένα φίλτρο f_m που ορίζεται ως εξής :

$$f_m = H^H / \|H\|$$

όπου, το $\mathbf{H}$ υποδηλώνει ένα διάνυσμα καναλιού της τάξης $1 \times n_t$ (n_t ο αριθμός των κεραιών εκπομπής). Αυτό το φίλτρο εφαρμόζεται στο σύμβολο που πρόκειται να μεταδοθεί (c) :

$$s = f_m \cdot c$$

το φιλτραρισμένο σύμβολο (s) καθώς εκπέμπεται από τις κεραίες εκπομπής κατευθύνεται προς την μια κεραία λήψης. Ο συνδυασμός γίνεται καθώς τα στοιχεία του συμβόλου-πίνακα s μεταδίδονται από τα στοιχεία-κεραίες του πομπού ως εξής:

$$y = H \cdot s + n$$

όπου το n υποδηλώνει την μεταβλητή του προσθετικού θορύβου.

Εάν εφαρμόσουμε EGC στον πομπό το μόνο που θα αλλάξει είναι το φίλτρο που σχεδιάζεται ως εξής :

$$fe = \exp(-1 \cdot \arg(H))$$

και

$$y = H \cdot s + n$$

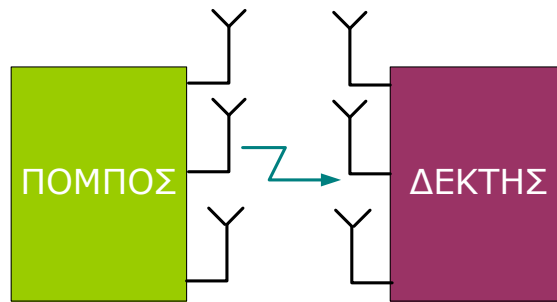
Εάν η συνολική ισχύς μετάδοσης είναι σταθερή και ισότιμη μεταξύ όλων των κεραιών εκπομπής τότε η χωρητικότητα ενός συστήματος MISO μπορεί να υπολογιστεί από τον ακόλουθο τύπο :

$$C_{sm} = \log_2 \left(1 + \frac{P}{nt} \cdot \sum (|h_i|^2) \right) bps / Hz$$

(το άθροισμα θα είναι από $i=0$ έως nt , με nt τον αριθμό των κεραιών εκπομπής) [1-4,6].

2.4 Σύστημα MIMO (Multiple -Input-Multiple-Output)

Ένα MIMO σύστημα συνδυάζει πολλαπλές κεραιές εκπομπής και πολλαπλές κεραιές λήψης, στοιχείο που αναδεικνύεται και από το παρακάτω σχήμα [1-4,6].



Σχήμα 5. MIMO σύστημα

Πιο συγκεκριμένα το MIMO σύστημα αποτελείται από ένα πομπό με nt κεραιές μετάδοσης ($x_1, x_2, \dots, x_t$) και ένα δέκτη με nr κεραιές λήψης ($y_1, y_2, \dots, y_r$), άρα από τις nt κεραιές εκπομπής μπορεί να γίνει εκπομπή nt συμβόλων και από την μεριά του δέκτη να γίνει η λήψη nr δειγμάτων-συμβόλων. Από το σχήμα επίσης φαίνεται ότι ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά των MIMO συστημάτων είναι ότι μεταξύ κάθε κεραιάς εκπομπής και κάθε κεραιάς λήψης δημιουργείται ένα νοητό υποκανάλι που περιγράφεται από το συντελεστή $h_{i,j}$, όπου i είναι το στοιχείο – κεραιά λήψης και j είναι το στοιχείο-κεραιά εκπομπής.

Δηλαδή ένα MIMO κανάλι είναι ο συνδυασμός των υποκαναλιών που δημιουργούνται μεταξύ της κάθε κεραιάς λήψης και της κεραιάς εκπομπής. Από τις nt κεραιές εκπομπής, δημιουργείται ένα διάνυσμα της τάξης nt , όσες δηλαδή και οι κεραιές, το οποίο ονομάζεται διάνυσμα εκπομπής του MIMO συστήματος.

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{nt} \end{pmatrix}$$

Από τις nr κεραιές λήψης δημιουργείται ένα διάνυσμα της τάξης nr , όσες και οι κεραιές λήψης και ονομάζεται διάνυσμα λήψης του MIMO συστήματος.

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_{nr} \end{pmatrix}$$

Στη πράξη τα εκπεμπόμενα σύμβολα $x_1 \dots x_{nt}$ περνάνε μέσα από το MIMO κανάλι και έτσι προκύπτει το διάνυσμα λήψης ($y_1 \dots y_{nr}$). Δηλαδή, έχουμε σαν είσοδο σε ένα τηλεπικοινωνιακό κανάλι το διάνυσμα εκπομπής και σαν έξοδο το διάνυσμα λήψης. Στο δέκτη, στα αλλοιωμένα από το κανάλι μεταδιδόμενα σύμβολα $x_1 \dots x_{nt}$ προστίθεται ο θόρυβος AWGN που εκφράζεται με μορφή πίνακα $\mathbf{v}$ διαστάσεων $nr \times 1$. Αυτή η διεργασία μπορεί να εκφραστεί μαθηματικά με τον ακόλουθο τύπο :

όπου το $\mathbf{y}$ είναι ένα διάνυσμα ($nr \times 1$ διαστάσεων) και αναπαριστά την έξοδο του συστήματος και το $\mathbf{x}$ είναι ένα διάνυσμα ($nt \times 1$ διαστάσεων) και αναπαριστά την είσοδο του συστήματος. Το $\mathbf{H}$ είναι ένας πίνακας $nr \times nt$ στοιχείων που περιέχει τους συντελεστές όλων των μονοπατιών – υποκαναλιών από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης. Η μορφή του πίνακα $\mathbf{H}$ είναι η παρακάτω :

$$H = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdot & \cdot & h_{1,nt} \\ h_{2,1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h_{nr,1} & \cdot & \cdot & \cdot & h_{nr,nt} \end{pmatrix}$$

Για παράδειγμα στον παραπάνω πίνακα $\mathbf{H}$ η παράμετρος $h_{3,2}$ είναι το υποκανάλι ανάμεσα στην τρίτη κεραία λήψης και τη δεύτερη κεραία εκπομπής [1-4,6].

Με βάση την παραπάνω ανάλυση του μοντέλου που διέπει τη σχέση εισόδου-εξόδου του MIMO συστήματος, δίδεται παρακάτω μια χαρακτηριστική του εφαρμογή.

Έστω ένα MIMO σύστημα με 3 κεραίες λήψης ($nr=3$) και 2 κεραίες εκπομπής ($nt=2$). Δηλαδή ένα 3×2 MIMO σύστημα. Το διάνυσμα εκπομπής θα είναι :

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

Το διάνυσμα λήψης για ($nr=2$) θα είναι

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Ο πίνακας του καναλιού $\mathbf{H}$ θα είναι ένας πίνακας 2×3 με έξι συντελεστές $h_{i,j}$ που περιγράφει έξι υποκανάλια.

$$H = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} \end{pmatrix}$$

Και το $\mathbf{v}$ θα είναι και αυτό ένα διάνυσμα και η τάξη του θα είναι ανάλογη με αυτή του διανύσματος της λήψης και θα πάρει τη μορφή.

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Συνεπώς, προκύπτει :

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{v} \Rightarrow \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & h_{1,3} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & h_{2,3} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

Κεφάλαιο 3.

SINGULAR VALUE DECOMPOSITION

Η SVD είναι μια από τις πιο σημαντικές μεθόδους διάσπασης πίνακα της αριθμητική γραμμικής άλγεβρας. Στη πράξη, ένας πίνακας A ($m \times n$) διασπάται σε 3 νέους πίνακες όπου :

$$A = USV^T$$

Οι πίνακες U και V είναι ορθογώνιοι της τάξης m και n αντίστοιχα, ενώ ο πίνακας S είναι ένας διαγώνιος πίνακας. Ο πίνακας S αναπαριστάται ως

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 \dots & 0 & \sigma_r \end{pmatrix}$$

, με τα $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r \geq 0$ να είναι μη μηδενικές πραγματικές τιμές και το r να καθορίζει την τάξη του πίνακα [6,7,9].

3.1 Η τεχνική SVD στα συστήματα MIMO

Έστω ένα MIMO σύστημα το οποίο περιγράφεται με βάση το μοντέλο :

$$Y = H X + V$$

Ο πίνακας H διασπάται σε 3 νέους πίνακες,

$$H = USV^H$$

Με την τεχνική SVD το MIMO κανάλι H χωρίζεται σε παράλληλα υποκανάλια και μας επιτρέπει να αποφασίσουμε το πως θα τα χρησιμοποιήσουμε και το πως θα μοιράσουμε την εκπεμπόμενη ενέργεια σε κάθε ένα από αυτά.

Η μέθοδος SVD περιγράφει μία μαθηματική διαδικασία με την οποία ένας πίνακας τιμών εκφράζεται με τη βοήθεια τριών κατάλληλων πινάκων. Τα συστήματα MIMO έχουν υιοθετήσει την μέθοδο αυτή για την κατάλληλη επεξεργασία και μελέτη του πίνακα – καναλιού H . Συγκεκριμένα, αξιοποιώντας τη μέθοδο SVD ο πίνακας H παίρνει τη παρακάτω μορφή :

$$H = U \cdot S \cdot V^H$$

, όπου ο πίνακας V είναι μοναδιαίος ($V \cdot V^H = V^H \cdot V = I$), ενώ τόσο οι στήλες του πίνακα U όσο και οι στήλες του πίνακα V είναι ορθογώνιες μεταξύ τους. Στη πράξη ισχύουν τα εξής :

$$u_i^H \bullet u_j = \begin{cases} 0, & \alpha \nu i \neq j \\ 1, & \alpha \nu i = j \end{cases}$$

$$v_i^H \bullet v_j = \begin{cases} 0, & \alpha \nu i \neq j \\ 1, & \alpha \nu i = j \end{cases}$$

Επιπρόσθετα, ο πίνακας **S** είναι διαγώνιος με μη μηδενικά θετικά στοιχεία μόνο στη κύρια διαγώνιο. Τα στοιχεία αυτά είναι οι ιδιοτιμές του πίνακα **H** και εμφανίζονται κατά φθίνουσα σειρά κατά μήκος της κύριας διαγωνίου του πίνακα **S**.

$$S = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_n \end{pmatrix}, \text{ με } \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$$

Μέσα από το πρίσμα των μαθηματικών η εφαρμογή της μεθόδου SVD σε ένα πίνακα **H** έρχεται σε άμεση σχέση με την έννοια της κατάστασης του πίνακα **H**. Η έννοια αυτή «λειτουργεί» ως δείκτης του πόσο εύκολα μπορεί να λυθεί η ομάδα των γραμμικών εξισώσεων που περιγράφει ο αντίστοιχος πίνακας. Στα συστήματα MIMO, οι τιμές εισόδου στο σύστημα των γραμμικών εξισώσεων είναι τα λαμβανόμενα σύμβολα τα οποία παραμορφώνονται σε σχέση με τα εκπεμπόμενα λόγω θορύβου στο ασύρματο κανάλι. Συνεπώς, η κατάσταση του πίνακα – καναλιού **H** καθορίζει την αξιοπιστία μετάδοσης δεδομένων με κατάλληλη πολυπλεξία (σε διαφορετικά νοητά επίπεδα -pipes μετάδοσης ή αλλιώς ανεξάρτητα υποκανάλια). Η ικανότητα ενός καναλιού ασύρματης ζεύξης MIMO να υποστηρίξει αυτή τη κατηγορία χωρικής πολυπλεξίας περιγράφεται από την παράμετρο της κατάστασης του πίνακα **H** που συμβολίζεται με CN και δίνεται από τη σχέση :

$CN = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}}$, η οποία προκύπτει μεγαλύτερη ή ίση με τη μονάδα. Η τιμή του πολλές φορές εκφράζεται και σε dB [7].

Επίσης, ο αριθμός των μη μηδενικών ιδιοτιμών του πίνακα **H** χαρακτηρίζεται ως rank του πίνακα και αντιπροσωπεύει τον αριθμό των ανεξάρτητων υποκαναλιών άρα και data streams που μπορεί να υποστηρίξει το εν ‘ λόγω MIMO κανάλι ασύρματης ζεύξης : rank(**H**) [6,7,9].

3.2 Αριθμητικά παραδείγματα για την τεχνική SVD στα συστήματα MIMO για διαφορετικούς πίνακες καναλιού **H**

Ως παράδειγμα, αναφέρεται η εφαρμογή της μεθόδου SVD στους παρακάτω πίνακες καναλιού **H** για ένα 2x2 MIMO σύστημα :

- Περίπτωση ύπαρξης οπτικής επαφής πομπού – δέκτη (ύπαρξη δυνατής συνιστώσας) :

Όταν υπάρχει οπτική επαφή πομπού – δέκτη τότε συνήθως όλα τα κανάλια από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης είναι σχεδόν ίδια. Συνεπώς έστω ότι :

$$H = \begin{pmatrix} 5+5 \bullet j & 5+5 \bullet j \\ 5+5 \bullet j & 5+5 \bullet j \end{pmatrix}$$

Τότε βασιζόμενοι στη μέθοδο SVD, ο πίνακας Σ προκύπτει :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 14,142 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Περίπτωση μικρών διαφορών μεταξύ των καναλιών

Αν τα κανάλια από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης είναι παρόμοια, τότε τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ αποκλίνουν ελάχιστα μεταξύ τους. Συνεπώς έστω ότι :

$$H = \begin{pmatrix} 4,5 + 5 \cdot j & 5 + 4,5 \cdot j \\ 5 + 4,5 \cdot j & 5 + 5 \cdot j \end{pmatrix}$$

Ομοίως :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 13,617 & 0 \\ 0 & 0,563 \end{pmatrix}$$

- Περίπτωση σχετικά μεγάλων διαφορών μεταξύ των καναλιών (μη οπτική επαφή πομπού-δέκτη)

Εδώ τα κανάλια από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης αποκλίνουν σημαντικά μεταξύ τους, οπότε τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ θα έχουν μια μορφή σαν την παρακάτω :

$$H = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 \cdot j & -5 \cdot j \end{pmatrix}$$

Ομοίως :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 6,83 & 0 \\ 0 & 4,83 \end{pmatrix}$$

Από τα αποτελέσματα του πίνακα Σ στις τρεις παραπάνω περιπτώσεις φαίνεται πως η μέθοδος SVD φανερώνει την ύπαρξη ενός ή περισσότερων διαθέσιμων υποκαναλιών. Ταυτόχρονα, οι τιμές των ιδιοτιμών καθορίζουν την «βαρύτητα» του αντίστοιχου υποκαναλιού στη συνολική απόδοση και ιδιαίτερα στη συνολική χωρητικότητα του συστήματος MIMO. Πράγματι, η μέθοδος SVD προσφέρει μία σπουδαία δυνατότητα στη μελέτη των συστημάτων MIMO. Συγκεκριμένα, επιτρέπει τον προσδιορισμό των ανεξάρτητων υποκαναλιών μετάδοσης που μπορεί να υποστηρίξει μία MIMO ασύρματη ζεύξη με κατάλληλες τεχνικές προ-κωδικοποίησης στον πομπό και αποκωδικοποίησης στο δέκτη. Δεδομένου ότι η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς είναι P_t και ότι αυτή διαμοιράζεται κατάλληλα σε καθένα από τα n_{ch} ανεξάρτητα υποκανάλια ισχύει :

$$P_t = \sum_{nch=1}^{rank(H)} P_{nch}$$

Οπότε ο λόγος σήματος προς θόρυβο σε κάθε n_{ch} δέκτη θα είναι :

$SNR_{n_{ch}} = \frac{\sigma_{n_{ch}}^2 \cdot P_{n_{ch}}}{\sigma^2}$, όπου σ^2 είναι η διακύμανση του θορύβου και $\sigma_{n_{ch}}$ οι αντίστοιχες ιδιοτιμές του πίνακα **H**.

Έτσι, η χωρητικότητα του MIMO ραδιοδιαύλου μπορεί να εκφραστεί ως το άθροισμα της χωρητικότητας κάθε ανεξάρτητου υποκαναλιού :

$$C = \sum_{n_{ch}=1}^{rank(H)} \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_{n_{ch}}^2 \cdot P_{n_{ch}}}{\sigma^2} \right)$$

Λαμβάνοντας υπόψιν τα παραπάνω τρία παραδείγματα, φαίνεται ότι στη πρώτη περίπτωση όλη η ισχύς P_t θα πρέπει να διοχετευθεί στο υποκανάλι που ορίζεται από την πρώτη μη μηδενική ιδιοτιμή ($\sigma_1 = 14,142$). Αντίθετα, στη δεύτερη και τρίτη περίπτωση, όπου αρχίζει να εμφανίζονται κάποιες μικρές ή μεγάλες διαφορές ως προς την διάδοση των σημάτων από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης, όλο και μεγαλύτερο μέρος της P_t αφαιρείται από το υποκανάλι της πρώτης μη μηδενικής ιδιοτιμής ($\sigma_1 = 13,617$ & $\sigma_1 = 6,83$) για να αποδοθεί στο υποκανάλι της δεύτερης μη μηδενικής ιδιοτιμής ($\sigma_2 = 0,563$ & $\sigma_2 = 4,83$).

Όπως έχει ειπωθεί η ισχύς που δίδεται σε κάθε υποκανάλι αποτελεί ένα τμήμα της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύς P_t . Μία μέθοδος που βελτιστοποιεί την απόδοση της ισχύος σε κάθε υποκανάλι ώστε να επιτευχθεί η μέγιστη δυνατή συνολική χωρητικότητα του MIMO ραδιοδιαύλου λέγεται Water-Filling.

Αυτή βασίζεται σε μία παράμετρο λ η οποία χαρακτηρίζεται ως Lagrange Multiplier. Συγκεκριμένα, η τιμή της ισχύος για κάθε υποκανάλι δίδεται από τη σχέση :

$$P_{n_{ch}} = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{\sigma_{n_{ch}}^2} \right)^+ = \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{\sigma_{n_{ch}}^2}, \text{ αν } \frac{1}{\lambda} - \frac{\sigma^2}{\sigma_{n_{ch}}^2} \geq 0 \text{ ή } 0, \text{ αλλιώς}$$

Η εύρεση της τιμής του λ βασίζεται στο γεγονός ότι : $P_t = \sum_{n_{ch}=1}^{rank(H)} P_{n_{ch}}$

Ενδεικτικά, αναφέρεται ως παράδειγμα η περίπτωση του 3x3 MIMO καναλιού με πίνακα **H** :

$$H = \begin{pmatrix} 4,5 + 4,58 \cdot j & 5,7 + 5,71 \cdot j & 3,5 + 3,5 \cdot j \\ -2,1 - 2,2 \cdot j & 4,7 + 4,7 \cdot j & 4,5 + 4,6 \cdot j \\ -6,13 - 6 \cdot j & -6,4 - 6,45 \cdot j & -4,6 - 4,7 \cdot j \end{pmatrix}$$

Με τη διακύμανση του θορύβου να είναι $\sigma^2 = 2$ dB ή 1,6 και τη συνολική ισχύς $P_t = 10$ Watt. Ο πίνακας **Σ** προκύπτει :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 19,16 & 0 & 0 \\ 0 & 7,58 & 0 \\ 0 & 0 & 0,64 \end{pmatrix}$$

Από τον οποίο φαίνεται ότι υπάρχουν τρεις μη μηδενικές ιδιοτιμές $\sigma_1 = 19,16$ $\sigma_2 = 7,58$ και $\sigma_3 = 0,64$. Από τα αποτελέσματα αυτά φαίνεται η φθίνουσα κατάταξη των ιδιοτιμών του πίνακα **H** κατά μήκος της κύριας διαγωνίου του πίνακα **Σ**.

Θα πρέπει να ισχύει ότι $P_1 + P_2 + P_3 = P_t = 10$

Άρα πρέπει,

$$P_1 + P_2 + P_3 = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1,6}{\sigma_1^2} \right) + \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1,6}{\sigma_2^2} \right) + \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1,6}{\sigma_3^2} \right) = 10$$

Συνεπώς, $\lambda = 0,215$

Έχοντας την τιμή του λ υπολογίζονται οι τιμές της ισχύος που δεσμεύει κάθε υποκανάλι :

$$P_1 = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1,6}{\sigma_1^2} \right)^+ = 4,642$$

$$P_2 = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1,6}{\sigma_2^2} \right)^+ = 4,618$$

$$P_3 = \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1,6}{\sigma_3^2} \right)^+ = 0,74$$

Από τις τιμές της ισχύος είναι φανερό πως το μεγαλύτερο μέρος της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος διαμοιράζεται σχεδόν εξίσου στα υποκανάλια που ορίζονται από τις δύο πρώτες ιδιοτιμές : $\sigma_1 = 19,16$ και $\sigma_2 = 7,58$, ενώ ένα πολύ μικρό μέρος της συνολικής ισχύος αποδίδεται στο υποκανάλι με τη μικρότερη ιδιοτιμή.

Οπότε η συνολική χωρητικότητα που επιτυγχάνεται θα είναι :

$$C = \sum_{nch=1}^3 \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_{nch}^2 \cdot P_{nch}}{\sigma^2} \right) = \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_1^2 \cdot P_1}{\sigma^2} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_2^2 \cdot P_2}{\sigma^2} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_3^2 \cdot P_3}{\sigma^2} \right) = 13,4$$

Στη περίπτωση όμως που η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς P_t διαμοιραζόταν εξίσου στα τρία υποκανάλια τότε η συνολική χωρητικότητα θα προέκυπτε :

$$C = \sum_{nch=1}^3 \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_{nch}^2 \cdot P_{nch}}{\sigma^2} \right) = \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_1^2 \cdot P_1}{\sigma^2 \cdot 3} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_2^2 \cdot P_2}{\sigma^2 \cdot 3} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_3^2 \cdot P_3}{\sigma^2 \cdot 3} \right) = 13,13$$

Στη περίπτωση επίσης που η συνολική ισχύς διαμοιραζόταν εξίσου στα δύο υποκανάλια των ιδιοτιμών $\sigma_1 = 19,16$ $\sigma_2 = 7,58$ τότε η συνολική χωρητικότητα θα προέκυπτε :

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_1^2 \cdot P_1}{\sigma^2 \cdot 3} \right) + \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_2^2 \cdot P_2}{\sigma^2 \cdot 3} \right) = 13,33$$

Αν τέλος όλη η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς δοθεί μόνο στο πρώτο υποκανάλι που ορίζεται από την πρώτη ιδιοτιμή $\sigma_1 = 19,16$ τότε η τιμή της συνολικής χωρητικότητας θα ήταν :

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{\sigma_1^2 \cdot P_1}{\sigma^2 \cdot 3} \right) = 11,16$$

Συμπερασματικά, φαίνεται πως η μέθοδος Water – Filling επιφέρει την πιο μεγάλη τιμή στη συνολική χωρητικότητα. Με βάση αυτή αποδίδεται η τιμή ισχύος σε κάθε υποκανάλι με βάση το μέγεθος της αντίστοιχης ιδιοτιμής. Στη πράξη, το υποκανάλι με τη μεγαλύτερη ιδιοτιμή δεσμεύει το μεγαλύτερο μέρος της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος και ακολουθούν τα υπόλοιπα υποκανάλια με γνώμονα το μέγεθος της τιμής της ιδιοτιμής των. Επίσης, φαίνεται ότι η συνολική χωρητικότητα δεν υφίσταται μεγάλες μεταβολές αν δεν δεσμευθεί τμήμα της συνολικής εκπεμπόμενης ισχύος για το υποκανάλι με τη πολύ μικρή ιδιοτιμή ($\sigma_1 = 0,64$). Μεγαλύτερη είναι η αντίστοιχη απόκλιση στη περίπτωση που χρησιμοποιηθεί όλη η εκπεμπόμενη ισχύς μόνο από το υποκανάλι της πρώτης ιδιοτιμής [6,7,9].

Κεφάλαιο 4.

Συστήματα MIMO

4.1 Υπολογισμός Χωρητικότητας MIMO Καναλιού (MIMO Channel Capacity)

Όπως έχει προαναφερθεί, τα MIMO συστήματα αποτελούνται από πολλαπλές κεραιές και στο πομπό και στο δέκτη. Η μελέτη της χωρητικότητας ενός ασύρματου συστήματος επικοινωνίας MIMO απαιτεί την ανάπτυξη κατάλληλων μαθηματικών εργαλείων καθώς και αξιοποίηση συγκεκριμένων προσεγγίσεων και θεωρήσεων. Ο ραδιοδιαύλος που «δημιουργείται» μεταξύ nt κεραιών εκπομπής και nr κεραιών λήψης χαρακτηρίζεται από τους συντελεστές καναλιού $h_{i,j}$ ($i = 1, 2, \dots, nr$ και $j = 1, 2, \dots, nt$). Εκτός από την επίδραση του καναλιού πρέπει να ληφθεί υπόψη στην εν' λόγω μελέτη και η επίδραση του Προσθετικού Gaussian θορύβου [1-4,6,7].

Συγκεκριμένα, ο πίνακας των μεταδιδόμενων συμβόλων $\mathbf{x}$ έχει διαστάσεις $nt \times 1$ και τα στοιχεία του θεωρούνται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές που ακολουθούν Gaussian κατανομή μηδενικής μέσης τιμής. Ο πίνακας $\mathbf{r}$ των λαμβανόμενων συμβόλων έχει διαστάσεις $nr \times 1$ όπως και ο πίνακας των δειγμάτων του θορύβου $\mathbf{n}$. Η σχέση που συνδέει τους παραπάνω πίνακες είναι :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H}^* \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

, όπου $\mathbf{H}$ είναι ο πίνακας διαστάσεων $nr \times nt$ που περιέχει όλους τους συντελεστές του καναλιού MIMO

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1nt} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2nt} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{nr1} & h_{nr2} & \dots & h_{nrnt} \end{pmatrix}$$

Στις ψηφιακές επικοινωνίες τα σήματα εισόδου καθώς και τα διανύσματα θορύβου αποτελούν τυχαίες μιγαδικές μεταβλητές, εξυπηρετώντας την μοντελοποίηση των συστημάτων αυτών τα οποία χρησιμοποιούν ψηφιακές διαμορφώσεις διαφόρων τύπων. Ταυτόχρονα, θεωρείται ότι τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{n}$ των δειγμάτων του θορύβου είναι αμοιβαία ασυσχέτιστα συνεπώς :

$$\mathbf{R}_{nn} = E [\mathbf{n}^* \mathbf{n}^H] = \sigma^2 \mathbf{I}$$

, όπου ο $\mathbf{I}$ είναι ο μοναδιαίος πίνακας $nr \times nr$ και σ^2 η διακύμανση του θορύβου. Ο πίνακας $\mathbf{n}^H$ προέρχεται από τον πίνακα $\mathbf{n}$ κάνοντας τις γραμμές – στήλες και τις στήλες γραμμές και παίρνοντας τα μιγαδικά συζυγή των στοιχείων (Hermitian transpose).

Η αυτοσυσχέτιση των μιγαδικών συμβόλων που αντιπροσωπεύουν τα εκπεμπόμενα σήματα καθώς και η συνολική ισχύς των συμβόλων αυτών θα είναι :

$$\mathbf{R}_{xx} = E [\mathbf{x}^* \mathbf{x}^H]$$

και

$$P_{total} = \sum_{j=1}^{nt} E[|x_j|^2] = tr(\mathbf{R}_{xx})$$

, όπου η έκφραση $tr(\mathbf{R}_{xx})$ είναι το ίχνος του πίνακα $\mathbf{R}_{xx}$ δηλαδή το άθροισμα των τετραγώνων των στοιχείων της κύριας διαγωνίου.

Θεωρώντας ότι η συνολική ισχύς P_{total} διαμοιράζεται εξίσου σε κάθε εκπεμπόμενο σήμα καθώς και ότι τα σήματα αυτά είναι αμοιβαία ασυσχέτιστα ισχύει ότι :

$\mathbf{R}_{xx} = (P_{total}/nt) * \mathbf{I}$, όπου ξανά ο $\mathbf{I}$ είναι ο μοναδιαίος πίνακας $nr \times nr$

Ταυτόχρονα λαμβάνεται υπόψιν η θεώρηση ότι σε κάθε λαμβανόμενη κεραία το σήμα έχει ισχύ ίση με P_{total} . Συνεπώς, για κάθε λαμβανόμενη κεραία j θα ισχύει :

$$\sum_{j=1}^{nt} |h_{ij}|^2 = nt \text{ για κάθε } i = 1, 2, \dots, nr$$

Με βάση συνεπώς τις προηγούμενες θεωρήσεις η αυτοσυσχέτιση των λαμβανόμενων σημάτων θα είναι :

$\mathbf{R}_{rr} = \mathbf{H} * \mathbf{R}_{xx} * \mathbf{H}^H + \sigma^2 * \mathbf{I}$, όπου ξανά ο $\mathbf{I}$ είναι ο μοναδιαίος πίνακας $nr \times nr$

Εν κατακλείδι, η χωρητικότητα του διαύλου MIMO με βάση το σύνολο των παραπάνω θεωρήσεων θα είναι :

$$C = BW * \log[\det(\mathbf{I}_{nt} + \frac{P}{nt \cdot \sigma^2} * \mathbf{Q})]$$

, όπου $\mathbf{Q} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{H}^H$ αν $nr < nt$ και $\mathbf{Q} = \mathbf{H}^H \cdot \mathbf{H}$ αν $nr \geq nt$

Το BW συμβολίζει το εύρος ζώνης συχνοτήτων, η έκφραση $\log_2$ συμβολίζει το λογάριθμο με βάση το 2 και η έκφραση $\det$ την ορίζουσα του αθροίσματος των πινάκων. Σημειώνεται ότι το $\mathbf{I}_{nt}$ είναι ο μοναδιαίος πίνακας $nt \times nt$ [1-4,6,7].

Ενδεικτικά μελετάται στη συνέχεια η μαθηματική έκφραση που δίνει τη χωρητικότητα του διαύλου MIMO σε μία σειρά χαρακτηριστικών περιπτώσεων :

Περίπτωση καναλιού SISO

Αν το σύστημα MIMO αποτελείται από μία κεραία εκπομπής και μία κεραία λήψης τότε στην πράξη χαρακτηρίζεται ως σύστημα SISO (Single Input Single Output). Ισχύει, $nt = nr = 1$ οπότε η σχέση της χωρητικότητας γίνεται :

$$C = BW * \log[\det(1 + \frac{P}{\sigma^2} * |h|^2)] = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2} * |h|^2]$$

Επειδή όμως έχει χρησιμοποιηθεί η κανονικοποίηση των συντελεστών του καναλιού :

$$\sum_{j=1}^{nt} |h_{ij}|^2 = nt \text{ για κάθε } i = 1, 2, \dots, nr$$

$$\text{Θα ισχύει } |h|^2 = 1$$

$$\text{και } C = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2}]$$

Αν για παράδειγμα ο λόγος $P/\sigma^2 = 50$ τότε το SNR (λόγος σήματος προς θόρυβο) θα είναι $\text{SNR} = 10 * \log_{10}(P/\sigma^2) = 17 \text{ dB}$ και η χωρητικότητα $C = 5,67 \times BW \text{ bits/sec}$

Περίπτωση καναλιού SIMO

Αν ο αριθμός των κεραιών εκπομπής διατηρηθεί ίσως με 1 και ο αριθμός των κεραιών λήψης γίνει nr (έστω $nr=2$) τότε το σύστημα γίνεται SIMO. Στη περίπτωση αυτή, ο πίνακας $\mathbf{H}$ έχει 2 γραμμές και μία στήλη (πίνακας διάνυσμα) και το $\mathbf{Q} = \mathbf{H}^H \times \mathbf{H}$ έχει διαστάσεις 1×1 , δηλαδή αντιστοιχεί σε έναν αριθμό.

Συνεπώς, λαμβάνοντας υπόψιν ότι

$$\mathbf{Q} = \mathbf{H}^H \times \mathbf{H} = |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2$$

και την κανονικοποίηση του καναλιού :

$$|h_{11}|^2 = nt = 1 \text{ και } |h_{21}|^2 = nt = 1$$

Καθώς και ότι ο πίνακας $\mathbf{I}_{nt} = 1$

Η έκφραση της χωρητικότητας γίνεται :

$$C = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2} \cdot nr] = C = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2} \cdot 2]$$

Αν δεν ληφθεί υπόψιν η κανονικοποίηση του καναλιού τότε η χωρητικότητα δίνεται από τη σχέση :

$$C = BW * \log[\det(1 + \frac{P}{\sigma^2} \cdot \sum_{i=1}^2 |h_{i1}|^2)]$$

Συγκρίνοντας την έκφραση της χωρητικότητας για SISO και SIMO κανάλι με δεδομένο την κανονικοποίηση του καναλιού αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα αυξάνεται λογαριθμικά με τον αριθμό των κεραιών εκπομπής.

Ως παράδειγμα, διατηρώντας το λόγο $P/\sigma^2 = 50$ όποτε το $SNR = 17$ dB και λαμβάνοντας υπόψιν ότι το $nr=2$, η χωρητικότητα $C = 6,66 \times BW$ bits/sec, ενώ αν $nr = 4$, τότε $C = 7,65 \times BW$ bits/sec. Στη πρώτη περίπτωση, η χωρητικότητα εμφανίζει βελτίωση σε ποσοστό 17,4 % και στη δεύτερη περίπτωση το ποσοστό γίνεται 34,88 %

Περίπτωση καναλιού MISO

Μελετώντας τη περίπτωση χρήσης μίας κεραίας λήψης και πολλών κεραιών εκπομπής nt το σύστημα χαρακτηρίζεται ως MISO. Για διευκόλυνση έστω ότι $nt = 2$. Λαμβάνοντας υπόψιν ότι ο πίνακας $\mathbf{H}$ έχει 1 γραμμή και 2 στήλες (πίνακας διάνυσμα), το $\mathbf{Q} = \mathbf{H} * \mathbf{H}^H = |h_{11}|^2 + |h_{12}|^2$ έχει διαστάσεις 1×1 , δηλαδή αντιστοιχεί σε έναν αριθμό.

Και έχοντας υπόψιν και την κανονικοποίηση του καναλιού :

$$|h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 = nt = 2$$

Καθώς και ότι ο πίνακας $\mathbf{I}_{nt}$ διαστάσεων 2×2

Η έκφραση της χωρητικότητας γίνεται :

$$C = BW * \log[\det(I_2 + \frac{P}{2 \cdot \sigma^2} \cdot 2)] = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2}]$$

Αν δεν ληφθεί υπόψιν η κανονικοποίηση του καναλιού τότε η χωρητικότητα δίνεται από τη σχέση :

$$C = BW * \log[\det(I_2 + \frac{P}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sum_{j=1}^2 |h_{1j}|^2)] = BW * \log[1 + \frac{P}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \sum_{j=1}^2 |h_{1j}|^2]$$

Συγκρίνοντας την έκφραση της χωρητικότητας για SISO και MISO κανάλι με δεδομένο την κανονικοποίηση του καναλιού αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα δεν μεταβάλλεται καθόλου. Στη πράξη, η αύξηση μόνο των κεραιών εκπομπής δεν βελτιώνει τη χωρητικότητα του διαύλου.

Ως παράδειγμα, διατηρώντας το λόγο $P/\sigma^2 = 50$ όποτε το $SNR = 17$ dB και λαμβάνοντας υπόψιν ότι το $nt=2$, η χωρητικότητα $C = 5,67 \times BW$ bits/sec, ίδια με τη περίπτωση SISO. Μάλιστα, περαιτέρω αύξηση της τιμής του nt δεν επιφέρει καμία αλλαγή στο αποτέλεσμα της χωρητικότητας.

Περίπτωση καναλιού MIMO

Αν θεωρήσει κανείς την χρήση nt κεραιών εκπομπής και nr κεραιών λήψης τότε το τηλεπικοινωνιακό σύστημα χαρακτηρίζεται ως MIMO. Στην ιδιαίτερη περίπτωση όπου $nt = nr = n$ και με δεδομένο ότι τα κανάλια από κάθε κεραία εκπομπής σε κάθε κεραία λήψης είναι αμοιβαία ορθογώνια, δηλαδή τα επίπεδα αλληλοπαρεμβολών μεταξύ τους είναι περιορισμένα, προκύπτει εύλογα ότι ο πίνακας $\mathbf{H}$ είναι διαγώνιος. Αν για χάριν ευκολίας θεωρηθεί ότι $n = 2$, τότε

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}, \text{ με } h_{12} = h_{21} = 0$$

Χρησιμοποιώντας παράλληλα και την κανονικοποίηση του καναλιού έχουμε :

$$\sum_{j=1}^{nt} |h_{ij}|^2 = nt \text{ για κάθε } i = 1 \text{ και } 2$$

Δηλαδή,

$$\sum_{j=1}^2 |h_{1j}|^2 = 2 \Rightarrow |h_{11}|^2 + |h_{12}|^2 = 2 \Rightarrow |h_{11}|^2 = 2$$

και

$$\sum_{j=1}^2 |h_{2j}|^2 = 2 \Rightarrow |h_{21}|^2 + |h_{22}|^2 = 2 \Rightarrow |h_{22}|^2 = 2$$

Συνεπώς, ο πίνακας $\mathbf{Q} = \mathbf{H}^H * \mathbf{H} = 2 * \mathbf{I}_2$

$$Q = H^H \cdot H = \begin{pmatrix} h_{11}^* & h_{21}^* \\ h_{12}^* & h_{22}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 & h_{11}^* \cdot h_{12} + h_{21}^* \cdot h_{22} \\ h_{12}^* \cdot h_{11} + h_{22}^* \cdot h_{21} & |h_{12}|^2 + |h_{22}|^2 \end{pmatrix} =$$

Διότι,

$$= \begin{pmatrix} |h_{11}|^2 + |h_{21}|^2 & 0 \\ 0 & |h_{12}|^2 + |h_{22}|^2 \end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Στη περίπτωση αυτή συνεπώς η χωρητικότητα του διαύλου γίνεται :

$$C = BW * \log[\det(I_2 + \frac{P}{2 \cdot \sigma^2} * H^H \cdot H)] = BW * \log[\det(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \frac{P}{2 \cdot \sigma^2} * 2 * \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix})] =$$

$$= BW * \log[\det(\begin{pmatrix} 1 + \frac{P}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & 1 + \frac{P}{\sigma^2} \end{pmatrix})] = BW * \log[(1 + \frac{P}{\sigma^2})^2] = 2 * BW * \log[(1 + \frac{P}{\sigma^2})]$$

Από την τελευταία έκφραση της χωρητικότητας σε MIMO κανάλι προκύπτει ίσως το σημαντικότερο αποτέλεσμα της παραπάνω ανάλυσης. Συγκεκριμένα, αποδεικνύεται ότι η χωρητικότητα του καναλιού MIMO αυξάνεται γραμμικά με τον αριθμό των κεραιών εκπομπής ή λήψης (ίδιος αριθμός κεραιών στο πομπό και στο δέκτη).

Ως παράδειγμα, διατηρώντας το λόγο $P/\sigma^2 = 50$ όποτε το $SNR = 17$ dB και λαμβάνοντας υπόψιν ότι το $nt=nr=2$, η χωρητικότητα $C = 11,34 \times BW$ bits/sec, ενώ αν $nt=nr=4$, τότε $C = 22,69 \times BW$ bits/sec. Στη πρώτη περίπτωση, η χωρητικότητα εμφανίζει βελτίωση σε ποσοστό 100 % και στη δεύτερη περίπτωση το ποσοστό γίνεται 300 %.

Ως συμπέρασμα αυτής της παραγράφου συγκεντρώνονται οι εκφράσεις της χωρητικότητας για κάθε περίπτωση λαμβάνοντας υπόψιν την κανονικοποίηση του καναλιού :

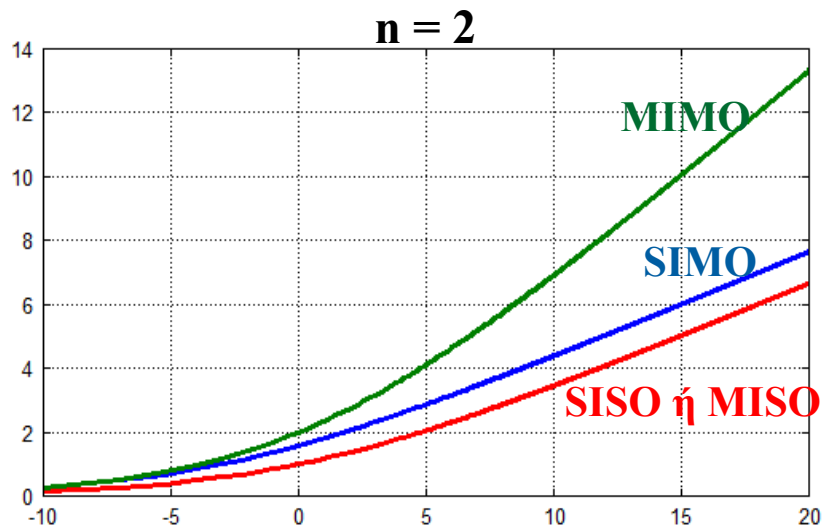
$$\text{SISO} : C = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2}]$$

$$\text{SIMO} : C = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2} \cdot nr]$$

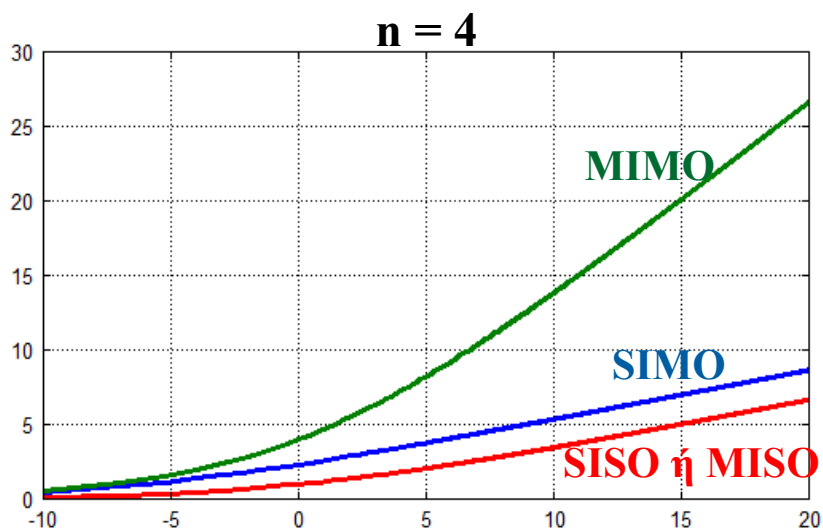
$$\text{MISO} : C = BW * \log[1 + \frac{P}{\sigma^2}]$$

$$\text{MIMO} : C = n * BW * \log[(1 + \frac{P}{\sigma^2})]$$

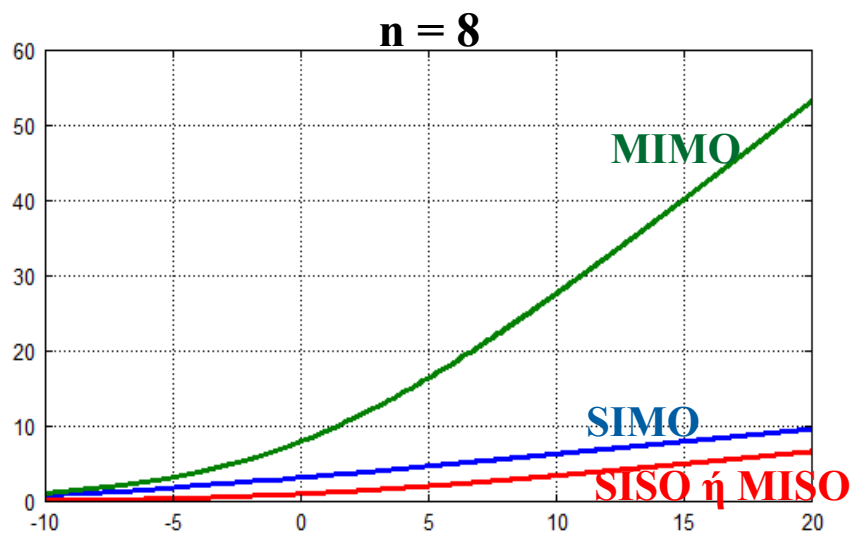
Στις γραφικές παραστάσεις που ακολουθούν παρουσιάζεται η μεταβολή της χωρητικότητας ανά μονάδα εύρους ζώνης συχνοτήτων ($BW=1\text{Hz}$) σε συνάρτηση με το λόγο P/σ^2 που χαρακτηρίζεται και ως SNR για τα 4 συστήματα : SISO, $1 \times n$ SIMO, $n \times 1$ MISO και $n \times n$ MIMO, για τιμές του $n=2, 4$ και 8 . Αξίζει να αναφερθεί ότι με βάση και τη προηγούμενη ανάλυση η χωρητικότητα του συστήματος $n \times 1$ MISO προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό τη χωρητικότητα του SISO συστήματος [1-4,6,7].



Σχήμα 6. Μεταβολή της χωρητικότητας για $n=2$ για τα συστήματα MIMO,SISO,SIMO,MISO

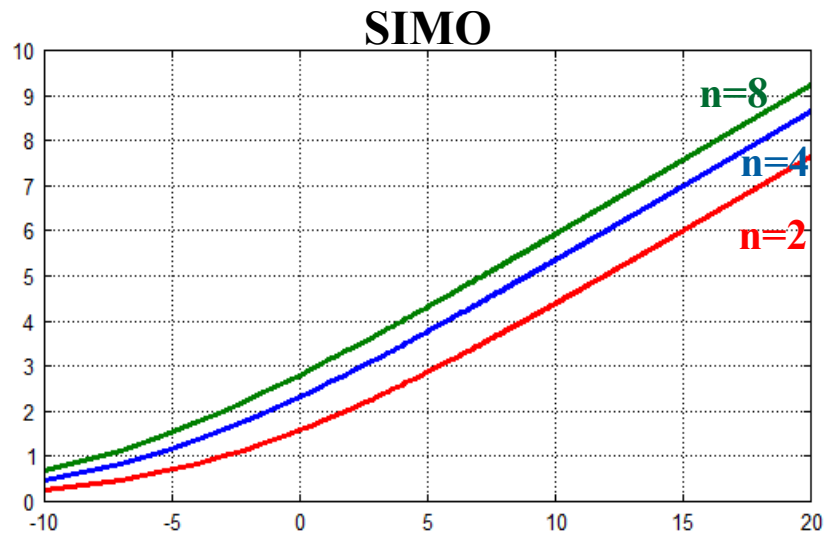


Σχήμα 7. Μεταβολή της χωρητικότητας για $n=4$ για τα συστήματα MIMO,SISO,SIMO,MISO

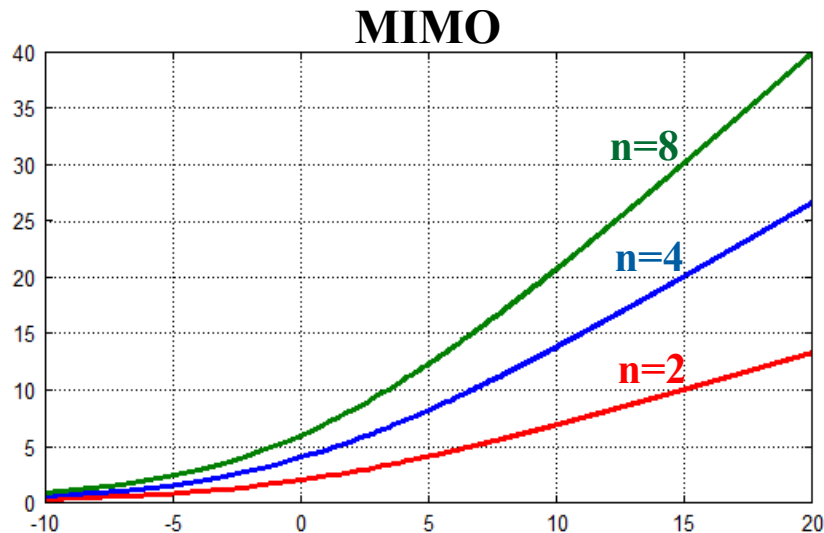


Σχήμα 8. Μεταβολή της χωρητικότητας για $n=8$ για τα συστήματα MIMO,SISO,SIMO,MISO

Σε καθένα από τα τρία παραπάνω σχήματα ο αναγνώστης παρατηρεί τη βελτίωση της χωρητικότητας του καναλιού με τη χρήση πολλαπλών κεραιών εκπομπής ή και λήψης, ενώ συμπεραίνει πως η χωρητικότητα του συστήματος δεν βελτιώνεται μόνο με τη χρήση πολλαπλών κεραιών στον πομπό. Είναι επίσης εμφανής η σημαντική βελτίωση που επιφέρει η αύξηση των κεραιών εκπομπής και λήψης (τιμή του n) στη χωρητικότητα των συστημάτων SIMO και MIMO. Επιπρόσθετα, παρατίθενται παρακάτω, για λόγους σύγκρισης, δύο γραφικές παραστάσεις που αφορούν τη χωρητικότητα στα συστήματα $1 \times n$ SIMO και $n \times n$ MIMO με την τιμή του n να ισούται με 2, 4 και 8.



Σχήμα 9. Μεταβολή της χωρητικότητας στο συστήματα SIMO για $n=2$, $n=4$, $n=8$



Σχήμα 10. Μεταβολή της χωρητικότητας στο συστήματα MIMO για $n=2$, $n=4$, $n=8$

Από τα σχήματα αυτά είναι εμφανής η σχετικά μικρή αύξηση της χωρητικότητας του συστήματος με τη χρήση μόνο πολλαπλών κεραιών λήψης, ενώ η αύξηση αυτή γίνεται πιο έντονη με την προσθήκη τόσο κεραιών εκπομπής όσο και λήψης. Σε κάθε περίπτωση βέβαια, η χωρητικότητα είναι συνάρτηση του λόγου σήματος προς θόρυβο SNR.

4.2 Τεχνικές MIMO - Οφέλη MIMO Τεχνολογίας

4.2.1 Χωρική Πολυπλεξία (Spatial Multiplexing)

Στην τεχνική της χωρικής πολυπλεξίας τα συστήματα MIMO μεταφέρουν ανεξάρτητη πληροφορία σε κάθε νοητό υποκανάλι που δημιουργείται. Στη πράξη, επιτυγχάνεται γραμμική αύξηση του ρυθμού μετάδοσης δεδομένων κατά ένα παράγοντα που είναι ίσος με το ελάχιστο αριθμό μεταξύ του αριθμού των κεραιών εκπομπής και του αριθμού των κεραιών λήψης. Αυτή η βελτίωση στο ρυθμό μετάδοσης δεν απαιτεί αύξηση της εκπεμπόμενης ισχύος. Όσο περισσότερες είναι οι κεραίες τόσο μεγαλύτερο θα είναι το όφελος σε ταχύτητα μετάδοσης, αρκεί ο αριθμός των κεραιών λήψης να είναι μεγαλύτερος ή ίσος των κεραιών εκπομπής [3,6].

4.2.2 Κέρδος Συστοιχίας (Array Gain)

Το κέρδος συστοιχίας είναι η αύξηση του λαμβανόμενου SNR, το οποίο είναι αποτέλεσμα ενός συνεκτικού συνδυασμού επίδρασης των ασύρματων συστημάτων κατά την λήψη. Ο συνεκτικός συνδυασμός μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσω της χωρικής επεξεργασίας στην συστοιχία των κεραιών λήψης ή στην χωρική προεπεξεργασία της συστοιχίας κεραιών μετάδοσης ή και στις δυο συστοιχίες. Στην εκπομπή αυτό επιτυγχάνεται υπό την προϋπόθεση ότι ο πομπός έχει γνώση της κατάστασης του καναλιού. Το κέρδος συστοιχίας βελτιώνει την ανοχή στο θόρυβο, βελτιώνοντας έτσι την κάλυψη και το εύρος ενός ασυρμάτου δικτύου [3,6].

4.2.3 Κέρδος Χωρικής Ποικιλομορφίας (Spatial Diversity Gain)

Γενικά σε ένα ασύρματο σύστημα, το επίπεδο του σήματος αυξομειώνεται παρουσιάζονται έντονες ή μη διακυμάνσεις. Με το κέρδος της χωρικής ποικιλομορφίας αυτό που επιτυγχάνεται είναι το μετρίασμα της διακύμανσης, το οποίο πραγματοποιείται παρέχοντας στους παραλήπτες πολλαπλά ανεξάρτητα μεταξύ τους αντίγραφα του μεταδιδόμενου σήματος. Με ένα αυξημένο αριθμό από ανεξάρτητα αντίγραφα σήματος, η πιθανότητα ότι έστω σε ένα από αυτά τα αντίγραφα δεν παρατηρείται μεγάλη παραμόρφωση ελαχιστοποιείται, οπότε επιτυγχάνεται καλύτερη ποιότητα και αξιοπιστία στη λήψη. Ταυτόχρονα βελτιώνεται σημαντικά ο λόγος σήματος προς θόρυβο στο δέκτη. Ένα MIMO κανάλι με n_t κεραίες εκπομπής και n_r κεραίες λήψης ενδεχομένως να προσφέρει $n_t n_r$ ανεξάρτητα υποκανάλια και συνεπώς χωρική ποικιλομορφία της τάξης του $n_t n_r$ [3,6].

4.2.4 Κέρδος Χωρικής Πολυπλεξίας (Spatial Multiplexing Gain)

Τα συστήματα MIMO προσφέρουν γραμμική αύξηση στο ρυθμό δεδομένων μέσω της χωρικής πολυπλεξίας (spatial multiplexing). Στην χωρική πολυπλεξία κάθε υποκανάλι μεταφέρει ανεξάρτητες πληροφορίες και για αυτό το λόγο έχουμε αύξηση στο ρυθμό δεδομένων του συστήματος. Υπό τις κατάλληλες συνθήκες καναλιού, όπως στη περίπτωση περιβάλλοντος έντονης σκέδασης, ο δέκτης μπορεί να διαχωρίσει τη ροή δεδομένων. Επίσης, η κάθε ροή δεδομένων μεταδίδεται σε ένα από τα ανεξάρτητα SISO υποκανάλια που υποστηρίζει ο διάυλος MIMO με αποτέλεσμα σπουδαία αύξηση της συνολικής χωρητικότητας. Αυτή η αύξηση πραγματοποιείται κατά ένα παράγοντα αντίστοιχο με τον αριθμό των ροών αυτών ο οποίος με τη σειρά του ισούται με τον ελάχιστο αριθμό των κεραιών εκπομπής και κεραιών λήψης ($\min(M_t, M_r)$) [3,6].

4.2.5 Μείωση και Απόρριψη Παρεμβολών (Interference Reduction and Avoidance)

Οι παρεμβολές στα ασύρματα δίκτυα είναι αποτέλεσμα του ότι πολλοί χρήστες μοιράζονται στο χρόνο και στη συχνότητα με βάση τους διαθέσιμους πόρους. Στα MIMO συστήματα οι παρεμβολές μπορούν να μετριαστούν με την αξιοποίηση της χωρικής διάστασης αυξάνοντας τον διαχωρισμό μεταξύ των χρηστών. Για παράδειγμα, με την παρουσία της παρεμβολής, το κέρδος συστοιχίας αυξάνει την ανοχή στο θόρυβο καθώς και την ισχύ παρεμβολής και συνεπώς την αναλογία σήματος προς θόρυβο (SNR) των παρεμβολών. Επιπλέον η χωρική διάσταση μπορεί να λειτουργήσει ως μοχλός για το σκοπό της αποφυγής παρεμβολών, κατευθύνοντας την ενέργεια του σήματος προς τον προβλεπόμενο χρήστη και ελαχιστοποιώντας την παρεμβολή σε άλλους χρήστες. Η μείωση και η αποφυγή παρεμβολών συμβάλλουν στη βελτίωση της κάλυψης και εμβέλειας ενός ασύρματου δικτύου. Τέλος, δεν είναι δυνατόν να αξιοποιηθούν ταυτόχρονα όλα τα οφέλη που περιγράφονται παραπάνω λόγω των συγκρουόμενων απαιτήσεων. Οπότε χρησιμοποιούμε ένα συνδυασμό των παραπάνω παροχών και είναι αρκετό ώστε να παρέχει βελτίωση στο ασύρματο δίκτυο μας [3,6].

4.4 Δέκτες για Συστήματα MIMO

Η επιλογή του δέκτη που χρησιμοποιείται σε ένα σύστημα MIMO είναι άμεσα εξαρτώμενη από την τεχνική χώρο-χρονικής κωδικοποίησης που χρησιμοποιείται στην εκπομπή [1]. Για τα συστήματα MIMO, το μεγαλύτερο πρόβλημα και συνεπώς η μεγαλύτερη πρόκληση είναι η αντιμετώπιση των παρεμβολών από άλλες ροές δεδομένων, επειδή τα σήματα που εκπέμπονται από διαφορετικές κεραίες αλληλοπαρεμβάλλονται. Ταυτόχρονα, οι στήλες του πίνακα καναλιού $\mathbf{H}$ δεν είναι ορθογώνιες, στοιχείο που αυξάνει τα επίπεδα αλληλοπαρεμβολής των εκπεμπόμενων σημάτων στο δέκτη. Εν συνεχεία παρουσιάζονται οι πλέον απλοί αλλά και αποδοτικοί δέκτες που έχουν υλοποιηθεί για την ανάκτηση της πληροφορίας στα συστήματα MIMO [1].

4.4.1 Δέκτης Μέγιστης Πιθανοφάνειας (ML)

Ο δέκτης ML (MAXIMUM LIKELIHOOD) είναι ο βέλτιστος δέκτης με κριτήριο τη πιθανότητα σφάλματος στα συστήματα MIMO και χρησιμοποιεί διανυσματική αποκωδικοποίηση. Η υλοποίηση ενός τέτοιου δέκτη είναι πολύ πολύπλοκη και η πολυπλοκότητα αυξάνεται εκθετικά με τον αριθμό των κεραιών εκπομπής (nt). Για αυτό το λόγο χρησιμοποιούνται τεχνικές απλούστευσης (πχ. Αποκωδικοποίηση σφαίρας). Η μείωση της πολυπλοκότητας του ML επιτυγχάνεται με την υλοποίηση των γραμμικών δεκτών [1].

4.4.2 Γραμμικοί Δέκτες - Δέκτης Zero Forcing (ZF)

Οι γραμμικοί δέκτες χρησιμοποιούν ένα φίλτρο στην είσοδο του δέκτη με το οποίο αρχικά διαχωρίζουν τις ροές των δεδομένων που στέλνονται από τους πομπούς και εν συνεχεία αποκωδικοποιούν κάθε ροή ξεχωριστά. Ένας από τους πιο δημοφιλής γραμμικούς δέκτες είναι ο Zero Forcing (ZF). Ο δέκτης ZF ή αλλιώς δέκτης μηδενισμού των παρεμβολών (interference nulling receiver) καταφέρνει να μηδενίσει τις παρεμβολές από τις κεραίες λήψης. Συγκεκριμένα, η ανάκτηση της κ-οστής ροής δεδομένων γίνεται μέσω της προβολής του λαμβανόμενου σήματος στην κατεύθυνση που προσεγγίζει περισσότερο την $\mathbf{h}_k$ και στη συνέχεια μέσω της εφαρμογής προσαρμοσμένου φίλτρου στο δέκτη με στόχο τη μεγιστοποίηση του λόγου σήματος προς θόρυβο SNR. Η διαδικασία ανάκτησης των δεδομένων πραγματοποιείται με βάση την αντιστροφή του διαύλου και με τη βοήθεια του ψευδοαντιστρόφου του πίνακα καναλιού $\mathbf{H}$ [1].

4.4.3 Δέκτης Διατεταγμένης Διαδοχικής Ακύρωσης παρεμβολής (OSIC)

Αυτός ο δέκτης βασίζεται στη λειτουργία των γραμμικών δεκτών. Στη πράξη, ο δέκτης OSIC αποτελείται από μια σειρά διαδοχικών γραμμικών δεκτών. Κάθε γραμμικός δέκτης εκτιμά μία από τις μεταδιδόμενες ροές δεδομένων και ταυτόχρονα η ανακτηθείσα ροή αφαιρείται από το μεταδιδόμενο σήμα. Έπειτα, το «τροποποιημένο» μεταδιδόμενο σήμα, το οποίο παρουσιάζει χαμηλότερα επίπεδα παρεμβολής, οδηγείται στην είσοδο του επόμενου κατά σειρά γραμμικού δέκτη ώστε να ανακτηθεί άλλη ροή δεδομένων. [1].

Κεφάλαιο 5.

ΕΚΤΙΜΗΣΗ MIMO ΚΑΝΑΛΙΟΥ

Σε μία ασύρματη ζεύξη συστημάτων επικοινωνίας MIMO αποτελεί σημαντική παράμετρος η πληροφορία της κατάστασης του καναλιού γνωστή και ως Channel State Information (CSI). Αυτή η πληροφορία περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο το εκπεμπόμενο σήμα φθάνει στο δέκτη μέσα από το ασύρματο δίαυλο επικοινωνίας. Η αξιοποίηση της πληροφορίας αυτής γίνεται στον πομπό ή και στον δέκτη με σπουδαία οφέλη τόσο στην απόδοση όσο και στην αξιοπιστία των συστημάτων επικοινωνίας. Στην πράξη, η μετάδοση των σημάτων προσαρμόζεται στις συνθήκες διάδοσης του διαύλου επικοινωνίας επιτρέποντας σημαντική αύξηση του ρυθμού μετάδοσης χωρίς να υποβαθμίζεται η αξιοπιστία και να αυξάνεται ο ρυθμός σφαλμάτων.

Οι αλγόριθμοι εκτίμησης καναλιού χωρίζονται σε τρεις κύριες κατηγορίες : αλγόριθμοι βασιζόμενοι σε ακολουθίες εκπαίδευσης (training based), «τυφλοί» αλγόριθμοι (blind) και «ήμι-τυφλοί» (semi-blind) αλγόριθμοι. Η πρώτη ομάδα αλγορίθμων χρησιμοποιεί σχετικά μεγάλους μήκους προσυμφωνημένες ακολουθίες δεδομένων ώστε να επιτύχει μία αξιόπιστη εκτίμηση του καναλιού με άμεση συνέπεια την αύξηση του απαιτούμενου εύρους ζώνης συχνοτήτων. Στη περίπτωση των «τυφλών» αλγορίθμων αξιοποιείται η στατιστική των λαμβανόμενων σημάτων χωρίς να χρησιμοποιούνται ακολουθίες εκπαίδευσης. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα την αύξηση της απαιτούμενης επεξεργαστικής και υπολογιστικής ισχύς ώστε να επιτευχθεί υψηλή αξιοπιστία εκτίμησης της κατάστασης του διαύλου. Η τρίτη και τελευταία κατηγορία αλγορίθμων συνδυάζει τις αρχές και τις τεχνικές των υπόλοιπων δύο. Η ανάλυση που ακολουθεί αξιοποιεί τη χρήση πιλοτικών συμβόλων (προσυμφωνημένων) στην εκτίμηση της κατάστασης του ραδιοδιαύλου MIMO [5,8].

Training based εκτίμηση καναλιού

Όπως είναι γνωστό το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει τη διάδοση των σημάτων σε ένα κανάλι MIMO είναι το εξής :

$$\mathbf{r} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{n}$$

, όπου $\mathbf{H}$ είναι ο πίνακας διαστάσεων $n_r \times n_t$ που περιέχει όλους τους συντελεστές του καναλιού MIMO οι οποίοι πλαισιώνονται σε μορφή πίνακα :

$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n_t} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n_t} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{nr1} & h_{nr2} & \dots & h_{nrn_t} \end{pmatrix}$$

Κάθε στοιχείο του πίνακα $h_{i,j}$ αντιστοιχεί στο συντελεστή καναλιού που ορίζεται από την j κεραία εκπομπής στην i κεραία λήψης και αντιπροσωπεύεται από ένα μιγαδικό αριθμό. Τα στοιχεία του πίνακα $\mathbf{H}$ μπορεί να παρουσιάζουν χρονική μεταβολή, οπότε και να εξαρτώνται από το αντίστοιχο εκπεμπόμενο και λαμβανόμενο δείγμα. Ο πίνακας $\mathbf{r}$ έχει διαστάσεις $n_r \times 1$ και περιλαμβάνει το k δείγμα-σύμβολο που λαμβάνεται από κάθε κεραία λήψης. Ομοίως, ο πίνακας $\mathbf{x}$ έχει διαστάσεις $n_t \times 1$ και περιέχει το k δείγμα-σύμβολο που εκπέμπεται από κάθε κεραία εκπομπής. Ο πίνακας $\mathbf{H}$ έχει διαστάσεις $n_r \times n_t$ με στοιχεία τα k δείγματα των συντελεστών του κάθε καναλιού από τη i κεραία εκπομπής στη j κεραία λήψης. Ο πίνακας $\mathbf{n}$ τέλος έχει διαστάσεις $n_r \times 1$ και περιέχει τα k δείγματα θορύβου στη κάθε κεραία λήψης [5,8].

5.1 Perfect channel estimation

Στη περίπτωση αυτή θεωρείται η επίδραση του θορύβου μηδενική οπότε η εκτίμηση του καναλιού - πίνακα $\mathbf{H}$ προκύπτει εύκολα από τη σχέση των πινάκων ($\mathbf{r} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{n}$) [5,8]. Στη πράξη ισχύει :

$$\hat{H} = r \cdot x^{-1}$$

5.2 Least Square Channel Estimation

Η μέθοδος αυτή βασίζεται στη ποσότητα που χαρακτηρίζεται ως Frobenious norm και συγκεκριμένα στην μορφή του πίνακα $\mathbf{H}$ η οποία την ελαχιστοποιεί [5,8]. Συγκεκριμένα, η ποσότητα αυτή ισούται με : $\|r^H - x^H \cdot \hat{H}^H\|^2$ με τον εκθέτη H να συμβολίζει την Hermitian transpose. Με βάση λοιπόν αυτή τη θεώρηση ο εκτιμώμενος πίνακας καναλιού $\mathbf{H}$ είναι :

$$\hat{H} = r \cdot x^H \cdot (x \cdot x^H)^{-1}$$

5.2.1 Αριθμητικό Παράδειγμα Least Square Channel Estimation

Ας θεωρήσουμε για παράδειγμα τους παρακάτω πίνακες εκπεμπόμενων και λαμβανόμενων πιλοτικών συμβόλων σε ένα σύστημα 2 x 2 MIMO για αριθμό δειγμάτων $k = 4$:

$$x(1) = \begin{pmatrix} 2 + 2 \cdot j \\ 4 + 4 \cdot j \end{pmatrix}, x(2) = \begin{pmatrix} 4 - 4 \cdot j \\ 2 - 2 \cdot j \end{pmatrix}, x(3) = \begin{pmatrix} 4 + 4 \cdot j \\ 2 + 2 \cdot j \end{pmatrix}, x(4) = \begin{pmatrix} 2 - 2 \cdot j \\ 4 - 4 \cdot j \end{pmatrix}$$
$$r(1) = \begin{pmatrix} 1 + 1 \cdot j \\ 2 + 1 \cdot j \end{pmatrix}, r(2) = \begin{pmatrix} 2 - 1 \cdot j \\ 1 - 1 \cdot j \end{pmatrix}, r(3) = \begin{pmatrix} 2 + 1 \cdot j \\ 1 + 1 \cdot j \end{pmatrix}, r(4) = \begin{pmatrix} 1 - 1 \cdot j \\ 2 - 1 \cdot j \end{pmatrix}$$

Τότε οι πίνακες $\mathbf{r}$ και $\mathbf{x}$ θα είναι :

$$x = \begin{pmatrix} 2 + 2 \cdot j & 4 - 4 \cdot j & 4 + 4 \cdot j & 2 - 2 \cdot j \\ 4 + 4 \cdot j & 2 - 2 \cdot j & 2 + 2 \cdot j & 4 - 4 \cdot j \end{pmatrix}$$
$$r = \begin{pmatrix} 1 + 1 \cdot j & 2 - 1 \cdot j & 2 + 1 \cdot j & 1 - 1 \cdot j \\ 2 + 1 \cdot j & 1 - 1 \cdot j & 1 + 1 \cdot j & 2 - 1 \cdot j \end{pmatrix}$$

Υπολογίζονται στη συνέχεια οι παρακάτω ποσότητες :

$$x \cdot x^H = \begin{pmatrix} 80 & 64 \\ 64 & 80 \end{pmatrix}$$

$$(x \cdot x^H)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0347 & -0,0278 \\ -0,0278 & 0,0347 \end{pmatrix}$$

$$r \cdot x^H = \begin{pmatrix} 32 & 28 \\ 28 & 32 \end{pmatrix}$$

Οπότε η εκτίμηση του πίνακα καναλιού $\mathbf{H}$ θα είναι :

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0,333 & 0,083 \\ 0,083 & 0,333 \end{pmatrix}$$

5.3 LMMSE / MMSE channel estimation

Η εκτίμηση της κατάστασης του καναλιού με τον αλγόριθμο LMMSE / MMSE προϋποθέτει μία σειρά θεωρήσεων που συνοψίζονται στα εξής :

- Τα στοιχεία του πίνακα – καναλιού $\mathbf{H}$ σε κάθε δείγμα k είναι ανεξάρτητες μεταβλητές με ίδια κατανομή και μέση τιμή ίση με μηδέν καθώς και διακύμανση σ_H^2 (i.i.d). Συνεπώς, $E\{H \cdot H^H\} = nr \cdot \sigma_H^2 \cdot \mathbf{I}$
- Τα στοιχεία του πίνακα του θορύβου $\mathbf{n}$ σε κάθε δείγμα k είναι ανεξάρτητες μεταβλητές με ίδια κατανομή (Gaussian) και μέση τιμή ίση με μηδέν καθώς και διακύμανση σ^2 (i.i.d). Συνεπώς, $E\{n \cdot n^H\} = nr \cdot \sigma^2 \cdot \mathbf{I}$

Με βάση λοιπόν τις θεωρήσεις αυτές η εκτίμηση του πίνακα – καναλιού $\mathbf{H}$ προκύπτει :

$$\hat{H} = \sigma_H^2 \cdot \left(\sigma_H^2 \cdot x^H \cdot x + \sigma^2 \cdot \mathbf{I}_{nr} \right)^{-1} \cdot x^H \cdot r$$

ή

$$\hat{H} = \left(\frac{x^H \cdot x}{\sigma^2 \cdot nr} + \frac{\mathbf{I}_{nr}}{\sigma_H^2 \cdot nr} \right)^{-1} \cdot \frac{x^H \cdot r}{\sigma^2 \cdot nr} \quad [5,8].$$

5.3.1 Αριθμητικό παράδειγμα για εκτίμηση καναλιού με τεχνική LMMSE/MMSE

Ως παράδειγμα, θεωρούμε ξανά τους πίνακες των πιλοτικών συμβόλων εκπομπής και λήψης του προηγούμενου παραδείγματος :

$$x = \begin{pmatrix} 2 + 2 \cdot j & 4 - 4 \cdot j \\ 4 + 4 \cdot j & 2 - 2 \cdot j \\ 4 + 4 \cdot j & 2 - 2 \cdot j \\ 2 + 2 \cdot j & 4 - 4 \cdot j \end{pmatrix}$$

$$r = \begin{pmatrix} 1 + 1 \cdot j & 2 - 1 \cdot j \\ 2 + 1 \cdot j & 1 - 1 \cdot j \\ 2 + 1 \cdot j & 1 - 1 \cdot j \\ 1 + 1 \cdot j & 2 - 1 \cdot j \end{pmatrix}$$

Επίσης, θεωρούμε ότι η διακύμανση των συντελεστών των καναλιών h_{ij} του πίνακα $\mathbf{H}$ είναι ίση με $\sigma^2_H = -10$ dB ή 0,1 καθώς και η διακύμανση του θορύβου είναι $\sigma^2 = 6$ dB ή 4

Οι υπολογισμός του πίνακα $\hat{H}$ πραγματοποιείται με τα εξής βήματα :

$$x^H \cdot x = \begin{pmatrix} 80 & -64 \cdot j \\ 64 \cdot j & 80 \end{pmatrix}$$

$$\frac{x^H \cdot r}{\sigma^2 \cdot nr} = \begin{pmatrix} 4 - 1 \cdot j & 0,5 - 3,5 \cdot j \\ 0,5 + 3,5 \cdot j & 4 + 1 \cdot j \end{pmatrix}$$

$$\left(\frac{x^H \cdot x}{\sigma^2 \cdot nr} + \frac{\mathbf{I}}{\sigma_H^2 \cdot nr} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} 0,0932 & 0,0497 \cdot j \\ -0,0497 \cdot j & 0,0932 \end{pmatrix}$$

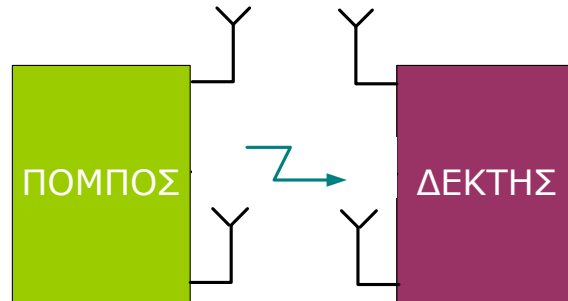
Συνεπώς, ο αλγόριθμος εκτίμησης του πίνακα καναλιού $\mathbf{H}$ καταλήγει στο εξής αποτέλεσμα :

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} 0,1988 - 0,0683 \cdot j & -0,0031 - 0,1273 \cdot j \\ -0,0031 + 0,1273 \cdot j & 0,1988 + 0,0683 \cdot j \end{pmatrix}$$

Κεφάλαιο 6.

Προσομοίωση

Στην προσομοίωση υπολογίζουμε την χωρητικότητα (capacity) ενός MIMO συστήματος. Θεωρούμε ένα 2x2 MIMO σύστημα, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα :



Σχήμα 11. 2x2 MIMO σύστημα

Όπως έχουμε δει και στην ενότητα που μελετήσαμε το MIMO σύστημα, όλοι οι πομποί (στην συγκεκριμένη περίπτωση 2 πομποί) στέλνουν σε όλους τους δέκτες (στην συγκεκριμένη περίπτωση 2 δέκτες) δημιουργώντας έτσι υποκανάλια όπως φαίνεται και στο σχήμα 11.

Δηλαδή όταν ο πομπός 1 (Tx1) στέλνει στο δέκτη 1 (Rx1) δημιουργείται το υποκανάλι $h_{1,1}$, όταν ο πομπός 1 (Tx1) στέλνει στο δέκτη 2 (Rx2) δημιουργείται το υποκανάλι $h_{2,1}$, όταν ο πομπός 2 (Tx2) στέλνει στο δέκτη 1 (Rx1) δημιουργείται το υποκανάλι $h_{1,2}$ και τέλος όταν ο πομπός 2 (Tx2) στέλνει στο δέκτη 2 (Rx2) δημιουργείται το υποκανάλι $h_{2,2}$.

Με βάση λοιπόν την παραπάνω θεώρηση για τη χωρητικότητα των συστημάτων MIMO, προσδιορίστηκε η χωρητικότητα ενός συστήματος 2x2 MIMO, καθώς και των αντίστοιχων SIMO και SISO. Θεωρήθηκαν ως δεδομένα τα στοιχεία του πίνακα :

$$H = \begin{pmatrix} 0,2 + 0,346 \cdot j & 0,4 \cdot j \\ 0,52 + 0,3 \cdot j & 0,566 + 0,566 \cdot j \end{pmatrix}$$

η συνολική εκπεμπόμενη ισχύς $P_{total} = 25$ και η ισχύς του θορύβου $P_n = 12 \cdot 10^{-8}$. Τα αποτελέσματα που προέκυψαν είναι τα εξής :

SISO : $C = 24,8$ bps/Hz

SIMO : $C = 27$ bps/Hz

και

MIMO : $C = 46,8$ bps/Hz

Αξίζει να σημειωθεί ότι τα παραπάνω αποτελέσματα για τη χωρητικότητα του SISO και του SIMO συστήματος προέκυψαν από το μέσο όρο των χωρητικοτήτων των αντίστοιχων συστημάτων.

Τα παραπάνω αποτελέσματα αποδεικνύουν ότι η χωρητικότητα ενός SISO καναλιού είναι μικρότερη σε σχέση με την χωρητικότητα ενός SIMO καναλιού και ότι η χωρητικότητα ενός SIMO καναλιού είναι μικρότερη σε σχέση με τη χωρητικότητα ενός MIMO καναλιού.

Στη συνέχεια, με δεδομένη τη συνολική εκπεμπόμενη ισχύ και την ισχύ του θορύβου προσδιορίζεται η χωρητικότητα ενός καναλιού MIMO για τρεις διαφορετικές περιπτώσεις πίνακα καναλιού **H**

Συγκεκριμένα, ο πρώτος υπολογισμός χωρητικότητας γίνεται για τον πίνακα $H1 = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ όπου

αυτός αντιπροσωπεύει την περίπτωση ύπαρξης συνιστώσας οπτικής επαφής με όλα τα μονοπάτια διάδοσης να είναι ίδια. Το αποτέλεσμα που προκύπτει είναι :

$$C_{mimo}=29,6350 \text{ bps/Hz}$$

Ο δεύτερος υπολογισμός χωρητικότητας γίνεται για τον πίνακα $H2 = \begin{pmatrix} 2 & 1,98 \\ 1,99 & 2 \end{pmatrix}$ όπου αυτός

αντιπροσωπεύει την περίπτωση ύπαρξης συνιστώσας οπτικής επαφής με τα μονοπάτια να είναι σχεδόν ίδια. Ο υπολογισμός αυτός καταλήγει στο εξής αποτέλεσμα :

$$C_{mimo}=43,1427 \text{ bps/Hz}$$

Ο τρίτος και τελευταίος πίνακας που μελετάται έχει τη μορφή του $H3 = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,4 \\ -j*0,7 & j*0,5 \end{pmatrix}$ και

αντιπροσωπεύει την περίπτωση πλούσιου σε πολύοδη διάδοση περιβάλλοντος. Το τελικό αποτέλεσμα της χωρητικότητας είναι :

$$C_{mimo}=49,6983 \text{ bps/Hz}$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, για τον πίνακα **H1** η χωρητικότητα ισούται με $C_{mimo}=29,6350$ bps/Hz, για τον πίνακα **H2** η χωρητικότητα ισούται με $C_{mimo}=43,1427$ bps/Hz και για τον πίνακα **H3** η χωρητικότητα ισούται με $C_{mimo}=49,6983$ bps/Hz.

Συγκρίνοντας τις τιμές χωρητικότητας, φαίνεται καθαρά ότι η χωρητικότητα εμφανίζει σημαντική εξάρτηση από το περιβάλλον διάδοσης και ακόμα ότι η τεχνολογία MIMO δεν παρουσιάζει σημαντικά αποτελέσματα αν υπάρχει συνιστώσα οπτικής επαφής. Συνεπώς, καλό είναι τα στοιχεία των κεραιών εκπομπής και λήψης να είναι σχετικά απομακρυσμένα μεταξύ τους και οι συνιστώσες πολύοδης διαδρομής να κυριαρχούν έναντι της συνιστώσας οπτικής επαφής.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1]. ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΥ, Φ., ΚΑΝΑΤΑΣ, Α., ΠΑΝΤΟΣ, Γ., (2013). “Συστήματα κινητών επικοινωνιών”, Αθήνα. Εκδόσεις Παπασωτηρίου.
- [2]. ANDREA GOLDSMIT H,(2012).”Wireless Communications”Cambridge University Press.
- [3]. EZIO BIGLIERI, ROBERT CALDERBANK, ANTHONY CONSTANTINIDES, ANDREA GOLDSMITH, AROGYASWAMI PAULRAJ and H.VINCENT POOR, (2007) “MIMO Wireless Communications”, Cambridge University Press.
- [4]. DAVID TSE PRAMOD VISWANATH,(2005) “Fundamentals of Wireless Communication”, Cambridge University Press.
- [5]. ADITYA K. JAGANNATHAM. INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY KANPUR
(<https://www.youtube.com/watch?v=-R1YDGjxPCg>),
(<https://www.youtube.com/watch?v=0bfwbIIB0kA>),
(<https://www.youtube.com/watch?v=ZyabMuOrUAK>),
(<https://www.youtube.com/watch?v=SmEvWZPMJko>)
- [6]. Paulraj, R. Nabar and D. Gore, “Introduction to space-time wireless communications”, Cambridge University Press, 2003
- [7]. Stefan Schindler and Heinz Mellein, “Assesing a MIMO channel”, “White Paper”, ROHDE & SCHWARZ, February 2011-0E
- [8]. Mohammed Ali Mohammed MOQBEL, Wangdong, Al-marhabi Zaid Ali, “MIMO channel estimation using the LS and MMSE algorithm”, IOSR Journal of Electronics and Communication Engineering, e-ISSN:2278-2834, p –ISSN:2278-8735. Vol. 12, Issue 1, Ver. II (Jan.-Feb. 2017), PP 13-22, www.iosrjournals.org
- [9]. ADITYA K. JAGANNATHAM. INDIAN INSTITUTE OF TECHNOLOGY KANPUR
(<https://www.youtube.com/watch?v=aQqgMcSviko>),(<https://www.youtube.com/watch?v=s19q-oTeRo>)