

ΤΕΙ ΗΠΕΙΡΟΥ

ΤΜΗΜΑ: ΒΡΕΦΟΝΗΠΙΟΚΟΜΙΑΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Αξιολόγηση ενός έντυπου και ενός ηλεκτρονικού παιδαγωγικού υλικού.

- Μαθηματικές έννοιες σε παιδιά προσχολικής ηλικίας -



ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΚΑΘΗΓΗΤΡΙΑ

ΝΟΥΣΙΑ ΑΛΕΞΑΝΔΡΑ

ΦΟΙΤΗΤΡΙΕΣ

ΚΟΤΡΩΤΣΟΥ ΜΑΡΙΑ Α.Μ.:12267

ΠΙΠΙΛΗ ΕΙΡΗΝΗ Α.Μ.:11825

ΙΩΑΝΝΙΝΑ, 2012

Πρόλογος

Στην εργασία μας γίνεται μια προσπάθεια αξιολόγησης ενός ηλεκτρονικού και ενός έντυπου παιδαγωγικού υλικού. Αρχικά αναφέρονται οι μαθηματικές έννοιες που κατακτιούνται από τα παιδιά προσχολικής ηλικίας σε κάθε φάση της εξέλιξής τους. Έπειτα αναφέρεται ο ρόλος της τεχνολογίας στις ζωές των ανθρώπων καθώς και ο ρόλος που κατέχει το βιβλίο στην εκπαίδευση. Τέλος παρατίθενται, το βιβλίο και το CD- Rom το οποίο έχει επιλεγεί για την διεξαγωγή των αποτελεσμάτων ανάμεσα σε αυτά τα δύο είδη.

Περίληψη

Τα μήκη κύματος της εργασίας κινούνται ανάμεσα στους δύο αντιμαχόμενους όρους του έντυπου και του ηλεκτρονικού παιδαγωγικού υλικού. Εξετάζεται το κατά πόσο τα παιδιά προσχολικής ηλικίας κατέχουν τις διάφορες έννοιες των Μαθηματικών. Στην αρχή παρατίθενται οι δύο αυτοί όροι για να πραγματοποιηθεί στη συνέχεια αξιολόγηση με βάση τα κριτήρια αξιολόγησης του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου για το πιο από τα δύο είναι επικρατέστερο ή αν είναι απαραίτητα και τα δύο για την ολοκλήρωση της μάθησης. Για να διεξαχθούν τα συμπεράσματα χρησιμοποιήθηκαν επιστημονικά ευρήματα διάφορες έρευνες καθώς και απόψεις διακεκριμένων επιστημόνων του χώρου.

Περιεχόμενα

Εισαγωγή	7
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο Η Ιστορία των Μαθηματικών	8
1.1 Ορισμός των Μαθηματικών	8
1.2 Οι Ιστορικοί περίοδοι των Μαθηματικών	8
1.2.1 Πρώτη περίοδος: Η πρωτόγονη μαθηματική σκέψη και οι πρώτοι αρχαίοι πολιτισμοί.....	9
1.2.2 Δεύτερη περίοδος: Η ανάπτυξη των Μαθηματικών στον Ελληνικό χωροχρόνο.	11
1.2.3 Τρίτη περίοδος: Μεσαιωνική.....	12
1.2.4 Τέταρτη Περίοδος: Η ηρωϊκή περίοδος των Μαθηματικών	13
1.2.5 Πέμπτη περίοδος: Το απόγειο της επιστημολογικής θεώρησης των Μαθηματικών	13
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο Η Φιλοσοφική θεώρηση των Μαθηματικών.....	15
2.1 Η Φιλοσοφική θεώρηση των Πυθαγορείων	15
2.2 Πλάτων και Μαθηματικά	15
2.3 Η Αριστοτελική θεώρηση των Μαθηματικών.....	16
2.4 Η συμβολή του Καντ.....	16
2.4.1 Λογικισμός.....	16
2.4.2 Φορμαλισμός	17
2.4.3 Ενορατισμός	17
2.5 Η σύγχρονη άποψη.....	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 ^ο : Ο τρόπος με τον οποίο το παιδί μαθαίνει.....	19
3.1 Γενικά για τη μάθηση.....	19
3.1.1 Στοιχεία της μάθησης.....	20
3.1.2 Θεωρίες μάθησης.....	20
3.1.2.1 Η θεωρία του Ivan Pavlov για τη μάθηση(1849-1936)	21
3.1.2.2 Η θεωρία του J.B. Watson (1878-1958)	22
3.1.2.3 Η θεωρία του E. I. Thorndike (1874-1949)	24
3.1.2.4 Η θεωρία του Skinner για τη μάθηση.....	25
3.1.2.5 Η Κοινωνιογνωστική θεωρία	27

3.2	Montessori και Vygotsky	28
3.2.1	Η Άποψη της Montessori	28
3.2.2	Η ιστορικοκοινωνική προσέγγιση του Vygotsky	30
3.2.2.1	Σκέψη και γλώσσα.....	32
3.3	Τομείς ανάπτυξης του ανθρώπου.....	33
3.4	Γνωστικές θεωρίες ανάπτυξης.....	34
3.4.1	Άποψη του Piaget.....	34
3.4.2	Γνωστικό-δομική θεωρία ανάπτυξης του Bruner	35
3.4.3	Η θεωρία της ανάπτυξης του πνευματικού χώρου του Case.....	36
3.4.4	Η Θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών	36
3.5	Γνωστικές θεωρίες ανάπτυξης όσον αφορά την έννοια του αριθμού και τη διδασκαλία του.	37
3.5.1	Η γενετική προσέγγιση του Piaget και των θεωριών της γνωστικής οικοδόμησης στη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού	37
3.5.2	Η ιστορικοκοινωνική προσέγγιση του Vygotsky στη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού	39
3.5.3	Η διατήρηση της έννοιας ολικής ηλικίας αριθμού	40
3.5.4	Η διδασκαλία του αριθμού	40
3.6	Περίοδοι νοητικής ανάπτυξης του Piaget.....	42
3.6.1	Η περίοδος της αισθησιοκινητικής νοημοσύνης	42
3.6.2	Η περίοδος της προσυλλογιστικής σκέψης	42
	ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ^ο :Παιδί και Μαθηματικά	45
4.1	Τα Μαθηματικά σήμερα.....	45
4.2	Η διαμόρφωση κατάλληλου περιβάλλοντος μάθησης και η διαδικασία μάθησης Μαθηματικών.....	47
4.3	Η σχέση των Μαθηματικών με το παιδί.....	50
4.4	Η σύνδεση της γλώσσας με τα Μαθηματικά.....	51
4.5	Τέχνη και Μαθηματικά	52
4.6	Η σύνδεση της Μουσικής με τα Μαθηματικά.....	55
4.7	Φυσική και Μαθηματικά	57
	Κεφάλαιο 5 ^ο : Τα χαρακτηριστικά των Μαθηματικών εννοιών.....	59
5.1	Χωρικές σχέσεις.....	61
5.1.1	Ανάπτυξη τοπολογικών εννοιών.....	63
5.1.1.1	Δραστηριότητες για την αντίληψη του χώρου	63

5.1.2	Κατανόηση της έννοιας του χρόνου	64
5.1.2.1	Δραστηριότητες για την κατανόηση της έννοιας του χρόνου.....	64
5.1.3	Προσέγγιση προβολικών σχέσεων.....	65
5.1.3.1	Εισαγωγή του παιδιού στη διδασκαλία των γεωμετρικών σχημάτων	66
5.1.3.2	Η σημασία της γλώσσας για την είσοδο του παιδιού στη Γεωμετρία	67
5.1.3.3	Περνώντας στη διδασκαλία των σχημάτων :Ιδέες και περαιτέρω ανάπτυξη	68
5.2	Προσέγγιση των ποιοτικών σχέσεων	69
5.2.1	Προσέγγιση της ομαδοποίησης στα παιδιά	69
5.2.2	Η έννοια της Ταξινόμησης	70
5.2.3	Προσέγγιση της έννοιας της σειροθέτησης.....	71
5.2.4	Προσέγγιση της έννοιας της αντιστοίχισης.....	72
5.3	Μαθηματικές έννοιες με ποσοτικές σχέσεις.....	73
5.3.1	Η έννοια της μοιρασιάς. Μια πρωτοαριθμητική έννοια.....	73
5.3.2	Ο Αριθμός.....	74
5.3.2.1	Εισαγωγή στις πράξεις.....	74
5.4	Εισαγωγή του παιδιού στη μέτρηση μεγεθών	76
5.4.1	Μορφές μέτρησης	76
5.4.2	Μέτρηση βάρους.....	78
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ^ο :Έντυπο παιδαγωγικό υλικό και ηλεκτρονικό		79
6.1	Ορισμός παιδαγωγικού υλικού	79
6.2	Τα πλεονεκτήματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή.....	80
6.3	Τα μειονεκτήματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή.....	83
6.4	Ερευνητικά δεδομένα για τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή.....	84
6.5	Απόψεις επιστημόνων-παιδαγωγών για την καταλληλότητα της χρήσης του υπολογιστή από παιδιά προσχολικής ηλικίας	87
6.6	Κατάλληλες ηλικίες για τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή	87
6.7	Προϋποθέσεις για τη σωστή χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή.....	88
6.8	Ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό	88
6.8.1	Ψηφιακό «χειροπιαστό υλικό»	90
6.8.2	Προσομοιώσεις και μικρόκοσμοι	91
6.8.3	Ψηφιακά παιχνίδια	91
6.8.4	Ψηφιακές αφηγήσεις	91
6.8.5	Ψηφιακή Τέχνη	92

6.9	Έντυπο παιδαγωγικό υλικό.....	92
6.9.1	Η Παιδική λογοτεχνία	92
6.9.1.1	Το παραμύθι.....	93
6.9.1.2	Μικρές ιστορίες.....	95
6.9.1.3	Το Ποίημα.....	95
6.9.2	Βιβλία δραστηριοτήτων	95
6.9.3	Παιδικές εγκυκλοπαίδειες	96
6.9.4	Άλλα είδη έντυπου παιδαγωγικού υλικού.....	96
	Κεφάλαιο 7 ^ο :Αξιολόγηση έντυπου και ηλεκτρονικού παιδαγωγικού υλικού	98
7.1	Ανάλυση έντυπου παιδαγωγικού υλικού.....	98
7.2	Περιγραφή ψηφιακού παιδαγωγικού υλικού.....	102
7.3	Κριτήρια Αξιολόγησης.....	106
	ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	112
	ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ	113

Εισαγωγή

Σκοπός της πτυχιακής είναι να αξιολογηθούν ένα έντυπο και ένα ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό, αφού πρώτα μελετηθεί ο βαθμός κατάκτησης των Μαθηματικών εννοιών από τα παιδιά. Σε γενικές γραμμές στο πρώτο κεφάλαιο αναφέρεται η ιστορία των Μαθηματικών, δηλαδή το πώς άρχισαν και το πώς εξελίχθηκαν. Στο δεύτερο κεφάλαιο αναφέρεται μία άλλη οπτική γωνία των Μαθηματικών η Φιλοσοφική τους θεώρηση, όπου μελετάται η φύση και η προέλευση των Μαθηματικών. Στο τρίτο κεφάλαιο παρατίθενται οι διάφορες θεωρίες μάθησης, καθώς κρίνεται απαραίτητο να κατανοηθεί ο τρόπος που επέρχεται η μάθηση για να επέλθει στη συνέχεια και η κατανόηση του τρόπου σκέψης όσον αφορά τα Μαθηματικά στο τέταρτο κεφάλαιο. Στη συνέχεια αναφέρεται πιο εξειδικευμένα στα χαρακτηριστικά των Μαθηματικών, όπως η ταξινόμηση, η σειροθέτηση. Το έκτο κεφάλαιο αναφέρεται στα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα και είναι αφιερωμένο στο έντυπο παιδαγωγικό υλικό και στις κατηγορίες του, όπως και στο ψηφιακό, τέλος παρατίθενται και τα κριτήρια αξιολόγησης. Στο έβδομο κεφάλαιο γίνεται αναλυτική περιγραφή του βιβλίου δραστηριοτήτων που επιλέχθηκε καθώς και του CD-Rom και πραγματοποιείται η σύγκριση. Τέλος αναφέρονται τα συμπεράσματα τα οποία έχουν διεξαχθεί μετά από την έρευνα που πραγματοποιήθηκε.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο Η Ιστορία των Μαθηματικών

Σε αυτό το κεφάλαιο παρατίθεται συνοπτικά η Ιστορία των Μαθηματικών, η οποία χωρίζεται σε πέντε περιόδους. Στη συνέχεια αναφέρονται τα Μαθηματικά ως μια Επιστήμη από άλλη σκοπιά, από τη σκοπιά της Φιλοσοφίας, όπου εξετάζει τη φύση και την προέλευση των Μαθηματικών.

1.1 Ορισμός των Μαθηματικών

Για να κατανοήσουμε σε βάθος την έννοια των Μαθηματικών κρίνεται απαραίτητος ο προσδιορισμός της έννοιας. Τα Μαθηματικά είναι η επιστήμη που μελετά την ποσότητα που είναι οι αριθμοί, τη δομή που είναι τα σχήματα, το διάστημα, τη μεταβολή και τις σχέσεις όλων των μετρήσιμων αντικειμένων της πραγματικότητας και της φαντασίας μας. Η ρίζα της λέξης Μαθηματικά προέρχεται από τον αρχαίο πληθυντικό του ουδέτερου του επιθέτου μαθηματικός <μάθημα <μανθάνω, μαθαίνω, αποκτώ γνώσεις, γνώση, παιδεία, εμπειρία. (el.wikipedia.org/wiki/Μαθηματικά)

1.2 Οι Ιστορικοί περίοδοι των Μαθηματικών

Τα Μαθηματικά χωρίζονται σε πέντε περιόδους εξέλιξης. Η πρώτη αναφέρεται στην πρωτόγονη μαθηματική σκέψη και στους πρώτους αρχαίους πολιτισμούς. Η δεύτερη περίοδος αναφέρεται στην ανάπτυξη των Μαθηματικών στον ελληνικό χώροχρόνο, η Τρίτη περίοδος στην Μεσαιωνική που χρονολογείται από τον 3^ο αι. μ. χ. μέχρι και τον 15^ο αι.μ. χ., η τέταρτη περίοδος αναφέρεται ως η ηρωική περίοδος των Μαθηματικών και χρονολογείται από τον 15^ο αι. μ. χ. έως και τον 18^ο αι. μ. χ. Τελευταία περίοδος είναι η Πέμπτη η οποία και χαρακτηρίζεται ως το απόγειο της επιστημολογικής θεώρησης των Μαθηματικών και χρονολογείται από τον 19^ο αι. μ.χ. έως και τον 20^ο αι. μ. χ. Στη συνέχεια παρατίθενται αναλυτικότερα παρακάτω.

1.2.1 Πρώτη περίοδος: Η πρωτόγονη μαθηματική σκέψη και οι πρώτοι αρχαίοι πολιτισμοί

Οι ρίζες των μαθηματικών ανιχνεύονται στην πρωτόγονη μαθηματική σκέψη. Σε αυτήν την περίοδο συντελέστηκε ένα μεγάλο βήμα προς τη σύγχρονη επιστημονική εξέλιξη: η σύλληψη της έννοιας του αριθμού. Έναυσμα για τη διαισθητική γνώση της μονάδας γίνονται καθημερινά βιώματα του ανθρώπου όπως για παράδειγμα οι διαφορές ανάμεσα σε ένα πρόβατο και το κοπάδι του. (Μπούφη, 1991)

Επίσης ο πρωτόγονος άνθρωπος προχώρησε σε αρχική κατανόηση του ζεύγους με την αντιστοίχιση των μελών ομάδων όπως τα χέρια, τα πόδια καθώς και άλλων μελών του σώματος. Τελικά οι διαφορές και ομοιότητες που επισημάνθηκαν κατά τη διαδικασία αυτή οδήγησαν αφαιρετικά στη θεμελίωση της έννοιας του αριθμού. Η γένεση του αριθμού τοποθετείται, 300.000 χρόνια πριν και συνδέεται με την εμφάνιση της φωτιάς και την τροφοσυλλεκτική περίοδο. Ωστόσο το ουσιαστικό βήμα για την κατανόηση αριθμητικών αποτιμήσεων συντελέστηκε στη Νεολιθική περίοδο με το πέρασμα στους καλλιεργητές. Βασικό στοιχείο που αποτέλεσε το πρώτο στάδιο εισαγωγής στην έννοια των μαθηματικών σε όλους τους πρωτόγονους πολιτισμούς είναι η μέτρηση. (Bunt, κ.ο., 1981)

Όταν ο πρωτόγονος άνθρωπος ήθελε να πραγματοποιήσει σύγκριση προχωρούσε σε αντιστοίχιση ένα προς ένα ή χρησιμοποιούσε ως μέτρο τα δάχτυλα. Η επίδραση των δαχτύλων, ιδιαίτερα, στην αντίληψη της έννοιας καταδεικνύεται τόσο από το ότι το αριθμητικό μας σύστημα βασίζεται στον αριθμό δέκα όσο και στο ότι πολλοί μαθητές μαθαίνουν να μετρούν με τα δάχτυλα. (Καραντζίνης ,2003)

Εδώ σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθούν τα τρία πιο σημαντικά προβλήματα που αφορούσαν την αρχαιότητα τα οποία και ήταν: Η τριχοτόμηση της γωνίας, δηλαδή το πρόβλημα του χωρισμού μιας δοσμένης γωνίας σε τρία ίσα μέρη. Το δεύτερο πρόβλημα ήταν ο διπλασιασμός του κύβου, δηλαδή η εύρεση της πλευράς ενός κύβου με όγκο διπλάσιο από τον όγκο ενός δοσμένου κύβου. Το τρίτο πρόβλημα ήταν ο τετραγωνισμός του κύκλου, δηλαδή η εύρεση τετραγώνου, που το εμβαδό του να είναι ίσο με το εμβαδό δοσμένου κύκλου. Η σημασία αυτών των προβλημάτων έγκειται στο γεγονός ότι δεν υπάρχει γεωμετρική λύση τους, που να πραγματώνεται με την κατασκευή πεπερασμένου αριθμού από ευθείες γραμμές και

κύκλους. Με τέτοια μέσα μόνο προσεγγιστική λύση μπορεί να βρεθεί. Έτσι τα προβλήματα αυτά δημιούργησαν ένα κίνητρο για τη διείσδυση σε νέα πεδία μαθηματικών. (Dirk - Struik, 1993)

Οι λαοί στους οποίους εξελίσσεται η πρωτόγονη μαθηματική σκέψη στην περίοδο αυτή είναι οι ανατολικοί. Ως κύριος στόχος τίθεται η εξυπηρέτηση πρακτικών αναγκών και όχι η αποκατάσταση αληθειών θεωρητικού περιεχομένου. Πράγματι η γένεση της Γεωμετρίας οφείλεται στην ανάγκη επαναπροσδιορισμού των συνόρων που κατέστρεψαν οι πλημμύρες γύρω από τους ποταμούς Γάγγη, Ευφράτη, Τίγρη, Ινδό και Κίτρινο. (Κοντογιάννης· Ντζιαχρήστος, 1995)

Η χώρα που αποτελεί σημείο - σταθμό στην εξέλιξη των Μαθηματικών είναι η Αίγυπτος. Το αριθμητικό σύστημα της Αιγύπτου, που ήταν και αυτό βασισμένο στην κλίμακα του δέκα, είχε τρεις τύπους αριθμών: τους ιερογλυφικούς, τους ιερατικούς οι οποίοι χρησιμοποιούνταν από την ιερατική τάξη και τέλος τους δημοτικούς οι οποίοι και χρησιμοποιούνταν από τη λαϊκή τάξη. Ωστόσο σύμβολο για το μηδέν δεν υπήρχε. Επιπλέον οι ρίζες της Τριγωνομετρίας ανάγονται στην Αιγυπτιακή εποχή πριν από 400 χρόνια. Πληροφορίες για τα Μαθηματικά των Αιγυπτίων αντλούμε από επιγραφές τάφων, ημερολόγια και κυρίως από παπύρους (Καραντζίνης, 2003). Ο πιο εκτενής είναι αυτός του Rhind και ο πάπυρος της Μόσχας. Ο πάπυρος του Rhind είναι ο μεγαλύτερος Αιγυπτιακός πάπυρος που έχει ανακαλυφθεί. Το περιεχόμενό του είναι μια συλλογή από μαθηματικές ασκήσεις και προβλήματα. Το κείμενο ξεκινά με τη φράση: «Κανόνας για να μάθει κανείς όλα τα σκοτεινά, όλα τα μυστήρια που κρύβονται μέσα στα πράγματα...» (Καίλα, κ.ο., 2002). Μια αξιολογική θεώρηση της συνεισφοράς των Αιγυπτίων στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος που ακολούθησαν ήταν προσθετική και ότι προχώρησαν σε βαθύτερη ανάλυση της έννοιας του κλάσματος. Τελικά τα Αιγυπτιακά Μαθηματικά παρέμειναν σε χαμηλό επίπεδο.

Ένας άλλος πολιτισμός που συνέβαλε στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης ήταν ο Βαβυλωνιακός, παλαιότερα κείμενα του οποίου ανάγονται στο 3000 π.χ. περίπου. Επιδόθηκαν στην Άλγεβρα και επηρεάστηκαν από τους Σουμέριους. Το Βαβυλωνιακό σύστημα ήταν ένα ατελές εξηντάδικο σύστημα θέσης που δε διέθετε σύμβολο για το μηδέν. Ο πρώτος πολιτισμός που χρησιμοποίησε και την αξία θέσης

και το μηδέν είναι σύμφωνα με τον Cajori ο πολιτισμός των Maya της νοτίου Αμερικής γύρω στον 1^ο αιώνα μετά χριστόν. (Cajori,1928)

Η συγκριτική θεώρηση των δύο λαών δίνει το προβάδισμα στους Βαβυλώνιους. Οι πληροφορίες για τα Μαθηματικά των Κινέζων και των Ινδών είναι πενιχρές. Γνωρίζουμε όμως ότι η παλιότερη κινέζικη αντιπροσώπευση των αριθμών γινόταν με τη βοήθεια κόμπων σε σπάγκους

1.2.2 Δεύτερη περίοδος: Η ανάπτυξη των Μαθηματικών στον Ελληνικό χωροχρόνο.

Το πέρασμα στη Β' περίοδο σηματοδοτεί τη θεωρητική ανάπτυξη των Μαθηματικών και την καθιέρωση της αποδεικτικής διαδικασίας στη μαθηματική πράξη. Ιδρυτής της θεωρητικής Γεωμετρίας θεωρείται ο Θαλής ο Μιλήσιος με το πιο σπουδαίο θεώρημά του: «ο κύκλος διχοτομείται από τη διάμετρό του». Θεμελιωτής της θεωρητικής Γεωμετρίας είναι ο Πυθαγόρας ο Σάμιος (586-500π.χ.).

Αργότερα ο Ιπποκράτης (470 π.χ.), με εμφανή τα στοιχεία επιρροής από τον Πυθαγόρα με το έργο «Στοιχεία», θέτει τις βάσεις για τη διδακτική πράξη. Σημαντική επίσης είναι η συμβολή του Ζήνωνα του Ελεάτη (495-435 π.χ.), που τα «παράδοξα» του αποτελούν τις ρίζες της σύγχρονης Λογικής. Στην αναφορά πρέπει να συμπεριληφθεί και ο σοφιστής Ιππίας, ο οποίος προχωρεί στον τετραγωνισμό του κύκλου και στην τριχοτόμηση της γωνίας, καθώς και ο Αναξαγόρας από τις Κλαζομενές που έδειξε ενδιαφέρον για πρακτικά προβλήματα. (Καϊλα,κ.ο., 2002)

Η φιλοσοφική σκέψη του Πλάτωνα και του Αριστοτέλη έδωσε ώθηση στη μαθηματική έρευνα. Ο Πλάτων επινόησε την αναλυτική μέθοδο σύμφωνα με την οποία ξεκινά από το γενικό και καταλήγει στο ειδικό. Ο Αριστοτέλης προχώρησε σε μια θεωρία αποδείξεων και διερεύνησε το ρόλο των αξιωμάτων και ορισμών. (Καραντζίνης, 2003)

Στους θεμελιωτές των Μαθηματικών ανήκει και ο Εύδοξος (407-354 π.χ.) ο οποίος ανέπτυξε την έννοια του ολοκληρωτικού Λογισμού. Ο Ευκλείδης (330-250 π.χ.) και τα 13 βιβλία του έργου του «Στοιχεία» αποτελούν, σύμφωνα με τον Πρόκλο, σημείο-σταθμό στην εξέλιξη των Μαθηματικών.(Καστάνη· Τοκμακίδη 1993)

Ο Αρχιμήδης (287-212 π. χ.) στο έργο του «Η μέθοδος» ασχολήθηκε με τον υπολογισμό εμβαδών, όγκων και κέντρου βάρους. Ο Απολλώνιος ο Περγαίος (247-205 π.χ.) στο έργο του «Κώνου Τομαί» πραγματεύτηκε τα θέματά του δίνοντάς του πλατωνική διάσταση.

Πατέρας της Άλγεβρας χαρακτηρίζεται ο Διόφαντος (150 μ. χ.) με κύριο έργο του τα «Αριθμητικά». Σύγχρονος του Διόφαντου είναι και ο Πτολεμαίος (150 μ. χ. περίπου) με το έργο του «Αλγαμέστη», που περιλαμβάνει αστρονομικές και τριγωνομετρικές έννοιες. Στην ίδια περίοδο ανήκει και ο Ήρωνας, ο οποίος περιέγραψε με ακρίβεια μια έκλειψη της σελήνης το 62 μ.χ. Στο τέλος της περιόδου αυτής τοποθετείται ο Πάππος (3^{ος} αι. μ.χ.), ο οποίος στο έργο του «Συναγωγή» εξετάζει το πρόβλημα της τριχοτόμησης της γωνίας.(Καραντζίνης,2003)

1.2.3 Τρίτη περίοδος: Μεσαιωνική

Η περίοδος αυτή που καλύπτει όλη τη μεσαιωνική εποχή από τον 3^ο αι. μ. χ. έως και τον 15^ο αι. μ. χ. , χαρακτηρίζεται από στατικότητα, εξαιτίας της αδυναμίας αξιοποίησης των επιτευγμάτων του λεηλατηθέντος ελληνικού και ρωμαϊκού πολιτισμού. Ωστόσο, λιγοστά λείψανα αποτέλεσαν τη βάση εκκίνησης για τη μαθηματική έρευνα από τους Κινέζους, τους Ινδούς και τους Άραβες.(Τουμάσης, 1994)

Όσον αφορά τους Κινέζους, πρέπει να επισημανθεί ότι το σύστημα αρίθμησης στο οποίο στηρίζονται είναι το δεκαδικό. Σπουδαία έργα είναι το «Ιερό βιβλίο Αριθμητικής», «Η Αριθμητική σε εννέα μέρη», καθώς και έργα των Sun Tsu, Chu Shih-Chieh και Li Yeh. (Bell, 1992)

Η συμβολή των Ινδών στην εξέλιξη των Μαθηματικών μέχρι τον 4^ο αι. μ.χ. είναι αμελητέα και περιορίζεται μόνο στη χρήση πρωτόγονων γνώσεων για πρακτικούς σκοπούς. Αργότερα πραγματοποιούν βήματα προόδου και βασιζόμενοι στο Αραβικό δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, προχωρούν στη λύση εξισώσεων α' και β' βαθμού και στην επισήμανση της ύπαρξης του απείρου. Οι υπολογισμοί γίνονταν στον άβακα, μια συσκευή που έπαιζε το ρόλο πίνακα αρίθμησης.(Καϊλα, κ.ο, 2002)

Τέλος οι Άραβες στηριζόμενοι σε ινδικές και ελληνικές γνώσεις, προωθούν τη μαθηματική έρευνα κυρίως από τον 8^ο αι. μ.χ., με ερευνητές όπως ο Muhammed

Ibn Musa Al Khowarizmi με το έργο του «Algoritmi de numero Indorum» και ο Abu Kamil

Πάντως, η πρώτη επιγραφή στην οποία αναγράφεται το μηδέν είναι αναμφισβήτητα αυτή του 876 μ.χ.

Από 11^ο έως τον 15^ο αι.μ. χ. οι επιστημονικές κατακτήσεις στον τομέα των Μαθηματικών περιορίζονται στο ελάχιστο, με μόνη φωτεινή εξαίρεση τον Ιταλό αλγεβριστή Fibonacci και κάποιες μεταφράσεις Ελληνικών, Ρωμαϊκών αλλά και Αραβικών έργων.(Καραντζίνης, 2003)

1.2.4 Τέταρτη Περίοδος: Η ηρωϊκή περίοδος των Μαθηματικών

Η περίοδος αυτή χρονολογείται από τον 15^ο με 18^ο αι. μ. χ. Σε αυτήν την περίοδο δίνεται Ιδιαίτερη έμφαση στην ενασχόληση με την άλγεβρα . Το 15^ος έως 16^ος αι. μ. χ. εμφανίζονται σπουδαίοι δυτικοευρωπαίοι μαθηματικοί όπως Tartaglia, ο Ferrari, ο Regiomontanus ο οποίος ασχολήθηκε με την Τριγωνομετρία, ο Viete ο οποίος έθεσε τα θεμέλια της Νέας Άλγεβρας και τέλος ο John Napier ο οποίος επινοεί τους λογαρίθμους.

Το πέρασμα στο 17ο αιώνα αναδεικνύει σπουδαίους επιστήμονες, οι οποίοι θέτουν τις βάσεις για τα μοντέρνα μαθηματικά, όπως ο Καρτέσιος όπου γίνεται πρόδρομος της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Στη συνέχεια το 18^ο αιώνα σπουδαίοι μαθηματικοί προχωρούν με «μικρό εξοπλισμό» σε μεγαλειώδης συλλήψεις χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί ο Monge ο οποίος ήταν Γάλλος Μαθηματικός και ο οποίος επινόησε την παραστατική Γεωμετρία και Στερεομετρία..(Τουμάσης, 1994)

1.2.5 Πέμπτη περίοδος: Το απόγειο της επιστημολογικής θεώρησης των Μαθηματικών

Η τελευταία φάση στην εξέλιξη της μαθηματικής έρευνας αρχίζει από το 19^ο αι. και διαρκεί ως τον 20 αιώνα μ. χ.. Είναι η περίοδος των εφαρμοσμένων Μαθηματικών κατά την οποία οι επιστήμονες προσανατολίζονται προς δύο βασικές κατευθυντήριες γραμμές: Πρώτον τη δημιουργία αυστηρού συστήματος ανάλυσης

και την ανακάλυψη θεωριών για τα απειροσύνολα, τις μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες και τις αλγεβρικές δομές.(Κοντογιάννης· Ντζιαχρήστος, 1995)

Η ιστορική Επισκόπηση κλείνει με τον 20^ο αιώνα , όταν διαμορφώνονται 100 βασικοί κλάδοι Μαθηματικών με 3.400 υποκατηγορίες περίπου, ενώ η ρηξικέλευθη εμφάνιση του ηλεκτρονικού υπολογιστή ανοίγει νέους ορίζοντες στη μαθηματική έρευνα .(Τουμάσης, 1994)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο Η Φιλοσοφική θεώρηση των Μαθηματικών

Μία από τις μεγάλες πηγές φιλοσοφικών προβλημάτων αποτελούσε η φύση και η προέλευση των Μαθηματικών. Εντοπίζεται στην αρχαιοελληνική σκέψη η τάση για φιλοσοφική θεώρηση των Μαθηματικών, για την οποία η φύση και η προέλευση των Μαθηματικών ήταν μια από τις μεγάλες πηγές των φιλοσοφικών προβλημάτων. Στόχος της σύγχρονης φιλοσοφίας των Μαθηματικών είναι η διερεύνηση των διαφορών απόψεων για τη φύση και την προέλευση της μαθηματικής γνώσης. Σημαντική είναι η ρήση «Μαθηματικά είναι η επιστήμη της δομής» για την ανάπτυξη περαιτέρω φιλοσοφικών θεωριών.(Τερδής, 1998)

2.1 Η Φιλοσοφική θεώρηση των Πυθαγορείων

Οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με τη φύση της μαθηματικής γνώσης ήταν οι Πυθαγόρειοι. Η Φιλοσοφία τους στηριζόταν στην υπόθεση ότι οι ακέραιοι αριθμοί ρυθμίζουν το σύμπαν ποιοτικά και ποσοτικά και αποτελούν την αιτία των διαφορών ποιότητων του ανθρώπου και της ύλης. Σύμφωνα με την Πυθαγόρεια κοσμογονία το σύμπαν δημιουργήθηκε από τον αριθμό ένα μετά από διαίρεση που πραγματοποιήθηκε από εισπνοή απείρου. Οι ρήσεις: «Ο αριθμός είναι η ουσία των πάντων» και «ολόκληρος ο κόσμος είναι αρμονία και αριθμός» συνιστούν θεμελιώδη δείγματα της Πυθαγόρειας Φιλοσοφίας.(Loria, 1971)

2.2 Πλάτων και Μαθηματικά

Η φιλοσοφική θέση του Πλάτωνα βασίζεται στη διάκριση ανάμεσα στο φαινόμενο και την πραγματικότητα. Αναφερόταν σε έναν ανεξάρτητο αιώνιο κόσμο ιδεών, που αποτελούσε την πραγματικότητα του σύμπαντος και σε μαθηματικές έννοιες ως μέρος αυτού του κόσμου. Αντικείμενο των μαθηματικών εννοιών είναι οι αριθμοί, τα μεγέθη και τα σχήματα, οι άνθρωποι δουλεύουν με αναπαραστάσεις αυτών των αντικειμένων. Όλα ήδη υπάρχουν ο Μαθηματικός μονάχα ανακαλύπτει. Ο κόσμος των Μαθηματικών υπάρχει τελείως ξεχωριστά από τον εμπειρικό κόσμο. Ο Πλάτων θεωρεί ότι η Μονάδα διαφοροποιείται από τους υπόλοιπους φυσικούς αριθμούς. Η Μονάδα είναι ιδέα και οι φυσικοί αριθμοί υπάρχουν στη Φύση. Η Φιλοσοφική του θέση συνέβαλε στην πρόοδο της μαθηματικής γνώσης. (Τουμάσης, 1994)

2.3 Η Αριστοτελική θεώρηση των Μαθηματικών

Η Αριστοτελική φιλοσοφία απορρίπτει την Πλατωνική θεωρία των Ιδεών. Για τον Αριστοτέλη η γνώση προέρχεται από την εξωτερική πραγματικότητα μέσα από διαδικασίες πειραματισμού, ομαδοποίησης, ταξινόμησης και αφαίρεσης. Τα Μαθηματικά δεν έχουν δική τους υπόσταση και κατασκευάζονται μέσω εξιδανικεύσεων των αποτελεσμάτων της εμπειρίας με τα υλικά αντικείμενα. Η Αριστοτελική σκέψη όπως και ο Πλατωνισμός επηρέασε για πολλούς αιώνες τους μαθηματικούς που ασχολήθηκαν με τη φύση των Μαθηματικών. Η Μαρία Τερδήμου αναφέρει ότι «η Αριστοτελική σκέψη αποτέλεσε τη μοναδική οδό για την πορεία προς την αλήθεια μέχρι και τα μέσα του 18^{ου} αιώνα». (Τερδήμου, 1998, σελ.28)

2.4 Η συμβολή του Καντ

Μέχρι τα μέσα του 18^{ου} αιώνα κυριαρχούσε η αρχαιοελληνική σκέψη. Τότε ήρθε στο προσκήνιο η φιλοσοφική θεώρηση του Καντ. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία η *a priori* γνώση συνίσταται από προτάσεις που εξάγονται και διαπιστώνονται πάνω στη βάση του καθαρού λόγου, χωρίς προσφυγή στην παρατήρηση και την εμπειρία, ενώ η *a posteriori* γνώση εξάγεται με βάση την εμπειρία. Έτσι κάθε μαθηματική απόδειξη είναι ενταγμένη σε ένα «αξιοματικό σύστημα» και εξαρτάται απολύτως από αυτό. Με τον όρο «αξιοματικό σύστημα» εννοούμε ένα οποιοδήποτε σύστημα μαθηματικών εκφράσεων, στο οποίο κάποιες από αυτές θεωρούνται ότι ισχύουν υποθετικά και κατά κάποιο τρόπο προηγούνται λογικώς των υπολοίπων. Αυτή η παραγωγική μέθοδος, ως τρόπος προσπέλασης των Μαθηματικών, κυριάρχησε ως τις αρχές του 20^{ου} αιώνα, οπότε εμφανίστηκε πλήθος αντιφάσεων. Προκειμένου να απελευθερωθούν οι μαθηματικές θεωρίες από αυτές τις αντιφάσεις εμφανίστηκαν στη φιλοσοφία των Μαθηματικών τρεις βασικές σχολές: ο Λογικισμός, ο Φορμαλισμός και ο Ενορατισμός. (Τουμάσης, 1994)

2.4.1 Λογικισμός

Πρόκειται για φιλοσοφική σχολή που θεωρεί τα Μαθηματικά κλάδο της Λογικής και αναγάγει τις μαθηματικές έννοιες σε λογικές έννοιες υπό την προϋπόθεση ότι αυτές συμπεριλαμβάνουν τις έννοιες μιας καθορισμένης θεωρίας. Βασικότερος εκπρόσωπος της σχολής ήταν ο Russell. (Καστάνη Τοκμακίδη, 1993)

2.4.2 Φορμαλισμός

Βασική θέση της Φορμαλιστικής σχολής είναι ότι τα Μαθηματικά ασχολούνται με τη μελέτη τυπικών συμβολικών συστημάτων, δεν έχουν συγκεκριμένο περιεχόμενο και περιλαμβάνουν μόνο ιδεατά συμβολικά στοιχεία. Ιδρυτής είναι ο Hilbert. Ο Φορμαλισμός απέχει από το να δημιουργεί μια πλατωνική πραγματικότητα και ξεχωρίζει τα Μαθηματικά τελείως από τον εμπειρικό κόσμο. Θεωρούσε ότι για τη στοιχειώδη αριθμητική πρέπει να χρησιμοποιούμε «συγκεκριμένες υλικές τελικές μεθόδους». (Καραντζίνης, 2003)

2.4.3 Ενορατισμός

Οι Ενορατιστές με ιδρυτή τον Ολλανδό Μαθηματικό και Φιλόσοφο Brouwer, θεωρούν τα Μαθηματικά ως μια φυσική λειτουργία του πνεύματος και ως μια ελεύθερη τυπική δραστηριότητα της σκέψης. Θεωρεί τη διαίσθηση δηλαδή την ενόραση εξού και το όνομα, ως μόνη πηγή γνήσιας μαθηματικής σκέψης. Η θεωρία του Ενορατισμού θεμελιώνεται πάνω σε μία βασική αρχή: την ενόραση της πιθανότητας κατασκευής μιας άπειρης σειράς αριθμών, τους οποίους μαθαίνουμε διαισθητικά. Μια δεύτερη βασική αρχή σχετίζεται με τη δυνατότητα δημιουργίας κατασκευής νέων μαθηματικών οντοτήτων. (Brouwer, 1975)

2.5 Η σύγχρονη άποψη

Ο σύγχρονος φιλόσοφος και επιστημολόγος των Μαθηματικών I. Lakatos 1967 έδειξε ότι η βεβαιότητα στα Μαθηματικά οδηγεί σε φαύλο κύκλο. Οι μαθηματικές έννοιες και οι μαθηματικές αλήθειες δεν είναι δυνατόν να θεωρηθούν τέλειες και αιώνιες αλήθειες. Τα Μαθηματικά είναι ότι κάνουν ή έχουν κάνει οι Μαθηματικοί. Το έργο του Lakatos στηρίχθηκε στις ιδέες του Popper. Ο Popper ήταν Αυστριακός Φιλόσοφος, ο οποίος και αναφέρει ότι «τίποτε δεν είναι βέβαιο και σίγουρο και όλοι είμαστε επισφαλής». Συμπερασματικά, η σύγχρονη φιλοσοφία των Μαθηματικών αποδέχεται την πιθανότητα του λάθους και την πιθανότητα διόρθωσης στα Μαθηματικά. (Καραντζίνης, 2003)

Παραπάνω έγινε μια σύντομη αναφορά στην Ιστορία των Μαθηματικών. Αυτό που παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον είναι ο τρόπος με τον οποίο το παιδί μαθαίνει. Για αυτό το λόγο θα αναλύσουμε παρακάτω την διαδικασία που επιτυγχάνεται και

τους μηχανισμούς εκείνους που ενεργοποιούνται στο παιδί για τη διαδικασία της μάθησης και ειδικότερα των Μαθηματικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο : Ο τρόπος με τον οποίο το παιδί μαθαίνει

Το τρίτο κεφάλαιο αναφέρεται στον μηχανισμό της μάθησης καθώς και στις διάφορες θεωρίες της μάθησης καθώς κρίνεται απαραίτητο, για να κατανοηθούν οι μηχανισμοί εκείνοι που ενεργοποιούνται για τη μάθηση. Στη συνέχεια γίνεται αναφορά στους τομείς ανάπτυξης του ανθρώπου και τις γνωστικές θεωρίες ανάπτυξης, δηλαδή τον τρόπο με τον οποίο επιτυγχάνεται η γνώση στο παιδί καθώς και τις περιόδους νοητικής ανάπτυξης σύμφωνα με τον Piaget. Τέλος, παραθέτονται οι θεωρίες που αφορούν την έννοια του αριθμού.

3.1 Γενικά για τη μάθηση

Η μάθηση παρά το γεγονός ότι κανείς δεν μπορεί να αμφισβητήσει σοβαρά ότι και τα ζώα μαθαίνουν θεωρείται μία κατεξοχήν ανθρώπινη δραστηριότητα και απαραίτητο στοιχείο για την πραγμάτωση της ανθρώπινης φύσης. Ο άνθρωπος γίνεται άνθρωπος μόνο με τη μάθηση. Την ανθρώπινη συμπεριφορά του δεν τη φέρνει έτοιμη, αλλά πρέπει να τη διδαχτεί, να την «εκμάθει». Όλες οι ενέργειες του ανθρώπου είναι τόσο διαποτισμένες από τη μάθηση, ώστε σε κάθε μορφή συμπεριφοράς του μπορεί να φανεί η επίδρασή της.

Ακόμα και χωρίς την ύπαρξη του σχολείου, οι μαθητές θα ξαναμάθαιναν εκτός αυτού. Αγωγή και μόρφωση στα πλαίσια του σχολείου μόνο μέσα από τη μάθηση επιτυγχάνεται, μέσα δηλαδή από την επαφή του παιδιού με τα μορφωτικά αγαθά. Για αυτό και η μάθηση αποτελεί την κυριότερη διάσταση της εκπαιδευτικής διαδικασίας. (Καψάλης, 2009)

Οι ψυχολόγοι και πολλοί παιδαγωγοί θεωρούν ότι έχει συντελεστεί κάποια μάθηση όταν παρατηρούν σχετικά μόνιμες αλλαγές της συμπεριφοράς που βασίζονται στην εμπειρία. Η μάθηση δεν είναι κάτι που μπορούμε να το παρατηρήσουμε άμεσα, αλλά συμπεραίνεται από αλλαγές στη συμπεριφορά. Η αλλαγή στη συμπεριφορά δεν αποτελεί αυτή καθαυτή μάθηση αλλά αντανakλά την πιθανότητα να έχει συντελεστεί κάποια μάθηση. Η μάθηση παίζει έναν κεντρικό ρόλο στις περισσότερες πτυχές της ανθρώπινης συμπεριφοράς, από τις κινητικές δεξιότητες που είναι αναγκαίες για το περπάτημα μέχρι τις δεξιότητες της λογικής σκέψης και την απόκτηση επιστημονικών γνώσεων. Επιπλέον οι ψυχολόγοι

μελετούν τη σχέση ανάμεσα στη μάθηση και τη συμπεριφορά μέσω του χειρισμού διάφορων περιβαλλοντικών μεταβλητών. (Βοσνιάδου, 2001)

3.1.1 Στοιχεία της μάθησης

Στη διαδικασία της μάθησης συμμετέχουν τρεις παράγοντες το ερέθισμα, το υποκείμενο ή ο οργανισμός και η αντίδρασή ή η απάντηση.

Απαραίτητη προϋπόθεση για τη μάθηση είναι ένα ερέθισμα. Διεθνές σύμβολο του ερεθίσματος θεωρείται το σύμβολο $s=stimulus$. Τα ερεθίσματα είναι συνήθως εξωτερικά, προέρχονται από το περιβάλλον του υποκειμένου, όπως για παράδειγμα τα ερεθίσματα που τροφοδοτούν τις αισθήσεις μας. Οι πράξεις, ο λόγος, η διδασχή, τα σύμβολα, τα υποδείγματα. Πολύ σημαντικό για τη μάθηση είναι και τα εσωτερικά ερεθίσματα, αυτά δηλαδή που προέρχονται από το ίδιο το υποκείμενο χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η φυσική περιέργεια, η ανία, η κατάσταση δηλαδή εκείνη που κάνει το παιδί να αναζητήσει νέα ερεθίσματα όταν το περιβάλλον δεν του προσφέρει όσα χρειάζεται.

Το υποκείμενο ή ο οργανισμός διεγείρεται από το ερέθισμα και προβαίνει σε διάφορες ψυχοσωματικές ενέργειες για να αντιληφθεί, να κατανοήσει, να επεξεργαστεί το ερέθισμα και να αντιδράσει κατάλληλα. Είναι βέβαια δύσκολο να αντιληφθεί κάποιος τι συμβαίνει στον οργανισμό από τη στιγμή που δέχεται ένα ερέθισμα μέχρι τη στιγμή που αντιδρά σε αυτό. Αυτές οι ενδιάμεσες διαδικασίες, αν και καταδεικνύουν την πραγματική φύση της μάθησης, δεν είναι προσιτές στην παρατήρηση και τον επιστημονικό έλεγχο.

Η αντίδραση αποτελεί την απάντηση του υποκειμένου ή οργανισμού στο ερέθισμα. Μόνο από την αντίδραση μπορούμε να διαπιστώσουμε αν έχει συντελεστεί μάθηση. (Καψάλης, 2009)

3.1.2 Θεωρίες μάθησης

Οι ψυχολογικές θεωρίες για τη μάθηση όπως όλες οι θεωρίες, υπάρχουν για να δώσουν μια ολοκληρωμένη και γενικευμένη απάντηση σε μια σειρά διαδικασιών ή γεγονότων. Μια θεωρία λοιπόν, βασίζεται σε νόμους ή αρχές ή αίτια γνωστά ή παρατηρούμενα φαινόμενα. Το ίδιο συμβαίνει και με τις θεωρίες μάθησης, οι οποίες εκφράζονται με αρχές ή νόμους και ερμηνεύουν το σύνολο των γεγονότων που παρατηρούνται στο πεδίο της μάθησης.

Οι θεωρίες για τη μάθηση εξυπηρετούν τρεις βασικές λειτουργίες: α. Αποτελούν έναν τρόπο ανάλυσης και μεθόδου έρευνας της μάθησης, αποτελούν δηλαδή για τον ερευνητή τη «φιλοσοφική κατεύθυνση», με την οποία αντιμετωπίζει το σύνολο των δεδομένων που παρουσιάζονται στη μάθηση. β. Επεξηγούν τι είναι μάθηση και πώς λαμβάνει χώρα. γ. Εκφράζουν κατά τρόπο συνοπτικό μια περιοχική γνώσεων με τον τύπο γενίκευσης, χωρίς να υπολογίζουν τις μικρές παραλλαγές ή τις λεπτομέρειες.

Από τις τρεις αυτές λειτουργίες των θεωριών της μάθησης, η πιο χρήσιμη για την ψυχοπαιδαγωγική είναι η πρώτη στη συνέχεια έρχεται η δεύτερη και ακολουθεί η τρίτη.

Οι θεωρίες για τη μάθηση είναι δυνατό να ταξινομηθούν κατά πολλούς τρόπους. Ο πιο συνηθισμένος τρόπος ταξινόμησης αυτών των θεωριών είναι η διαίρεση α. σε συνειρμικές θεωρίες και β. σε γνωστικές θεωρίες. Κάθε κατηγορία βέβαια εμπεριέχει σημαντικές παραλλαγές αλλά εντούτοις η διαίρεση αυτή κρίνεται πιο χρήσιμη για την κατανόηση τους. Δε θα επεκταθούμε στην παρουσίαση των θεωριών αυτών, αλλά θα προσπαθήσουμε να δώσουμε κατά τρόπο συνοπτικό τις βασικές κατευθύνσεις τους. (Φράγκου, 2001)

3.1.2.1 Η θεωρία του Ivan Pavlov για τη μάθηση(1849-1936)

Ο Ρώσος φιλόσοφος Ivan Pavlov δημιούργησε με πειράματα του τη νεώτερη συνειρμική σχολή, η οποία αποτελεί κατά κάποιο τρόπο συνέχεια, σε άλλο χώρο, της παλαιότερης φιλοσοφικής σχολής του συνειρμού, κατά την οποία η μάθηση επιτυγχάνεται με σύνδεση ή συνειρμούς διάφορων ιδεών. Ο Pavlov είχε μεταφέρει τις διαδικασίες του συνειρμού σε επίπεδα φυσιολογικών συνδέσεων. Το πείραμα στο οποίο στηρίχτηκε η θεωρία του για τη μάθηση είναι πολύ γνωστό. (Φράγκου, 2001)

Τον Οκτώβριο του 1904, ο Ρώσος φιλόσοφος βραβεύτηκε με το βραβείο Νόμπελ στη φυσιολογία για την έρευνα του σχετικά με το πεπτικό σύστημα. Στην ομιλία του κατά την απονομή του βραβείου στη Στοκχόλμη, ο Pavlov δεν μίλησε για την έρευνα για την οποία βραβεύτηκε, αλλά για μια άλλη έρευνα του σχετικά με τα εξαρτημένα αντανακλαστικά. Σήμερα, όλοι θυμόμαστε τον Pavlov για την ανακάλυψη του μηχανισμού της μάθησης που είναι γνωστή ως κλασσική εξάρτηση(Βοσνιάδου, 2001)

Οι πρώτες μελέτες για τη μάθηση έγιναν από τον Ivan Pavlov με τα πειράματα που έκανε σε σκύλους το 1927. Ο Pavlov, ενώ μελετούσε τη πέψη σε σκύλους, παρατήρησε ότι οι σκύλοι παρουσίαζαν σιελόρροια μόλις πλησίαζε τροφή στο στόμα και αποφάσισε να μελετήσει αυτή τη «ψυχική έκκριση» όπως ονόμασε αυτό το φαινόμενο.

Σημείο εκκίνησης της κλασσικής μάθησης είναι ένα ερέθισμα στο συγκεκριμένο παράδειγμα αποτελεί η τροφή στο στόμα, το οποίο εκλύει από μόνο του μια προβλέψιμη αντίδραση, τη σιελόρροια. Το ερέθισμα αυτό που είναι εδώ η τροφή συνδυάζεται, με ένα άλλο ερέθισμα όπως τον ήχο ενός κουδουνιού, το οποίο από μόνο του δεν προκαλεί τέτοια αντίδραση, τη σιελόρροια, ενώ προηγείται του αρχικού ερεθίσματος. Δηλαδή, ο ήχος του κουδουνιού, που δεν προκαλεί σιελόρροια προηγείται της εμφάνισης της τροφής. Έπειτα από πολλές επαναλήψεις του συνδυασμού ήχος-τροφή, ο ήχος από μόνος του αρχίζει να προκαλεί σιελόρροια. Ο σκύλος, δηλαδή, έμαθε να συνδέει τον ήχο του κουδουνιού με την τροφή. Έμαθε, με άλλα λόγια, ότι ο ήχος ακολουθείται από την άμεση εμφάνιση τροφής. Αυτή η μάθηση έχει ως αποτέλεσμα την έκθεση της σιελόρροιας. Το αρχικό ερέθισμα αυτής της διαδικασίας, δηλαδή η τροφή στο στόμα, που προκαλεί την προβλέψιμη αντίδραση ονομάζεται μη εξαρτημένο, μη μαθημένο ερέθισμα. Το δεύτερο ερέθισμα, ο ήχος του κουδουνιού, που συνδυάστηκε με το πρώτο και κατέληξε να προκαλεί την ίδια αντίδραση ονομάζεται εξαρτημένο -μαθημένο ερέθισμα. Η αρχική σιελόρροια είναι μη εξαρτημένη, μη μαθημένη αντίδραση, ενώ η σιελόρροια που εκλύεται ως αντίδραση στο εξαρτημένο-μαθημένο ερέθισμα που είναι ο ήχος κουδουνιού είναι η εξαρτημένη αντίδραση. (Κοκκέβη, 2008)

3.1.2.2 Η θεωρία του J.B. Watson (1878-1958)

Ο Watson ως εισηγητής της ψυχολογίας της συμπεριφοράς, αποδέχτηκε τις βασικές απόψεις του Ivan Pavlov και υποστήριξε πως η μάθηση δεν είναι τίποτε άλλο παρά μια σταθερή, με ορισμένη ακολουθία, σειρά φυσιολογικών κινήσεων. Κάθε κίνηση δημιουργεί κινήσεις νέας μορφής και κιναισθητικές «ώσεις» αυτές πάλι δημιουργούν άλλες κινήσεις και η σειρά όλων αυτών των κιναισθητικών κινήσεων αποτελούν τη μάθηση. Η μάθηση, λοιπόν, κατά τον Watson, είναι μια σειρά φυσιολογικών κινήσεων των μυών και των αντανακλαστικών συστημάτων. Η

συνήθεια επίσης, κατά τον Watson, είναι ένα σύνθετο σύστημα αντανακλαστικών, μονάδα άλλωστε της συνήθειας μπορεί να χαρακτηριστεί η εξαρτημένη αντίδραση.

Για τον Watson οι συνθήκες που δημιουργούνται από τις εξαρτημένες αντιδράσεις, παίζουν σχεδόν αποκλειστικό ρόλο στην όλη δημιουργία του «ψυχικού κόσμου» και για αυτό, εφόσον μπορούμε να ελέγξουμε ή να προδιαγράψουμε τις εξαρτημένες αντιδράσεις, μπορούμε να δημιουργήσουμε οποιονδήποτε τύπο ανθρώπου επιθυμούμε, ανεξάρτητα από τις κληρονομικές καταβολές του. Οι λεγόμενες εξάλλου συναισθηματικές ή συγκινησιακές καταστάσεις, σύμφωνα με τον Watson, οφείλονται σε εξαρτημένες αντιδράσεις. Για να υποστηρίξει αυτές τις απόψεις ο Watson ανέφερε το πείραμα με ένα βρέφος ένδεκα μηνών, που δεν φοβόταν ένα άσπρο ποντικό, από τη στιγμή όμως που η θέα του άσπρου ποντικού συνδέθηκε με ένα δυσάρεστο θόρυβο, που ενήργησε ως εξαρτημένη αντίδραση, το παιδί άρχισε να φοβάται όχι μόνο τον ποντικό, αλλά και καθετί που θύμιζε τη θέα του ποντικιού.

Εντούτοις, ο Watson στον τομέα των συγκινησιακών ή συναισθηματικών καταστάσεων αποδέχεται την ύπαρξη τριών κληρονομικών καταβολών του φόβου, του θυμού και της αγάπης. Οι τρεις όμως αυτές καταστάσεις θεωρούνται από τον Watson ως σύνθετα αντανακλαστικά, γιατί μπορούμε να βρούμε τους ερεθισμούς οι οποίοι τα προκαλούν, και τις εξωτερικές κινήσεις των αντίστοιχων οργάνων οι οποίες σχετίζονται με αυτά.

Ο Watson γνωστός ως ψυχολόγος του συμπεριφορισμού έδωσε τεράστια έμφαση στη μελέτη των φυσιολογικών αντιδράσεων. Η θεωρία του όμως για τη μάθηση, όχι μόνο δεν μπορεί να θεωρηθεί ολοκληρωμένη αλλά παρουσιάζει και πολλά κενά, ίσως γιατί μετά το 1920 έπαψε να ασχολείται συστηματικά με αυτή και περιορίστηκε στην εφαρμοσμένη ψυχολογία. Εκείνο που αναμφισβήτητα παρέμεινε από την όλη δραστηριότητα του Watson είναι η αναζήτηση αντικειμενικών στοιχείων για τη μελέτη της συμπεριφοράς, η καταδίκη του υποκειμενισμού, η ανάλυση του συστήματος των ερεθισμών και αντιδράσεων και η έμφαση του στη μάθηση, που συντέλεσε στο να γίνει το θέμα αυτό ένα από τα βασικά θέματα της ψυχολογίας. (Φράγκου, 2001)

3.1.2.3 Η θεωρία του E. I. Thorndike (1874-1949)

Η θεωρία του E. I. Thorndike για τη μάθηση είναι στενά συνδεδεμένη με τη γενικότερη τάση του να βρει τρόπους με τους οποίους ο άνθρωπος θα μπορέσει να αποδίδει περισσότερο.

Ο Thorndike δεν είναι μόνο ο θεωρητικός ή ο ερευνητής της μάθησης αλλά και ο ψυχοπαιδαγωγός που δημιούργησε τις προϋποθέσεις για την ανάπτυξη των επιστημών της αγωγής και ιδιαίτερα της ψυχοπαιδαγωγικής. (Φράγκου, 2001)

Ο Thorndike μας μιλά για την συντελεστική εξάρτηση όπου υπάρχει σύνδεση ανάμεσα σε κάποια συμπεριφορά και τις συνέπειές της. Ένας οργανισμός μαθαίνει μια συμπεριφορά όταν η συμπεριφορά αυτή ακολουθείται από μια αμοιβή, όπως για παράδειγμα την παροχή τροφής.

Ο Thorndike ως φοιτητής του Πανεπιστημίου του Harvard άρχισε να ενδιαφέρεται για το πώς κατοικίδια ζώα όπως οι γάτες, έλυναν απλά προβλήματα . Η έρευνα που σχεδίασε ήταν απλή και αποτελείτο από τρία βήματα. Τοποθέτησε ένα πεινασμένο ζώο, μια γάτα, μέσα σε ένα κουτί. Για να βγει από το κουτί, το ζώο έπρεπε να εκτελέσει κάποιο μηχανικό έργο, όπως να πατήσει πάνω σε ένα πετάλι, που καθώς πιεζόταν προς τα κάτω, σήκωνε τη πόρτα του κουτιού. Κάθε φορά που το ζώο κατάφερνε να βγει από το κουτί αμειβόταν με μια μερίδα τροφής. Μετά τοποθέτησε στο κουτί μια άλλη δοκιμασία .Σε κάθε δοκιμή ο Thorndike μετρούσε το χρόνο που χρειαζόταν το ζώο για να λύσει το πρόβλημα και να βγει από το κουτί. Τα βήματα επαναλαμβάνονταν μια, δυο, περισσότερες φορές μέχρι που το ζώο μάθαινε τέλεια το έργο. (Βοσνιάδου, 2001)

Κατά τις πρώτες δοκιμασίες οι γάτες χρειάζονταν αρκετά λεπτά για να βγουν από το κουτί αλλά καθώς προχωρούσε η εκπαίδευση κάθε κάθε γάτα χρειαζόταν όλο και λιγότερο χρόνο για να βγει από το κουτί μέχρι που τελικά κατάφερνε να βγει σχεδόν αμέσως. Δηλαδή καθώς αυξανόταν ο αριθμός των δοκιμών, ο χρόνος ο χρόνος αποφυγής από το κουτί μειωνόταν. Ο Thorndike επίσης, παρατήρησε ότι κατά τη διάρκεια των πρώτων δοκιμών κάθε γάτα καταπιανόταν με μια ποικιλία συμπεριφορών που δεν είχαν σχέση με την αντίδραση που απαιτείτο για τη διαφυγή. Οι γάτες νιαούριζαν, χτυπούσαν και γρατσούνιζαν τους εσωτερικούς τοίχους του κουτιού. Αυτές οι μορφές συμπεριφοράς σταδιακά εξαφανίζονταν μέχρι που οι γάτες εκδήλωναν μόνο την αντίδραση που οδηγούσε στη διαφυγή από το κουτί.

Ο Thorndike κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η μάθηση είναι μια αργή διαδικασία δοκιμών και λαθών. Στην αρχή, η γάτα καταπιάνεται με μια ποικιλία διαφορετικών δραστηριοτήτων για να βγει από το κουτί, όπως νιαούρισμα και το γρατσούνισμα. Τελικά, η γάτα εκδηλώνει μια αντίδραση που παραγάγει ένα θετικό αποτέλεσμα, δηλαδή πατάει το πετάλι για να ανοίξει τη πόρτα. Σύμφωνα με τον Thorndike, αυτό το αποτέλεσμα οδηγεί στην ενίσχυση της αντίδρασης που το προκάλεσε, αυξάνοντας την πιθανότητα ότι αυτή η αντίδραση θα επαναληφθεί συχνότερα από ότι άλλα είδη αντίδρασης στις επόμενες δοκιμές. Ο Thorndike ονόμασε αυτή τη σχέση ανάμεσα στην αντίδραση και τις συνέπειες της νόμο του αποτελέσματος. (Φράγκου, 2001)

Ο νόμος του αποτελέσματος λέει ότι οι αντιδράσεις που παράγουν θετικά αποτελέσματα τείνουν να επαναλαμβάνονται. Αντίθετα, οι αντιδράσεις που δεν παράγουν θετικά αποτελέσματα σταματούν να επαναλαμβάνονται. Ο Thorndike ονόμασε αυτού του είδους τη μάθηση συντελεστική εξάρτηση διότι οι αντιδράσεις ενισχύονται όταν συντελούν στην παραγωγή κάποιας αμοιβής.

Η διατύπωση του νόμου του αποτελέσματος από τον Thorndike προκάλεσε έναν τεράστιο αριθμό πειραματικών μελετών που στόχευαν στην κατανόηση των αλληλεπιδράσεων ανάμεσα στη συμπεριφορά και το περιβάλλον. Πουθενά αλλού αυτή η επίδραση δεν είναι φανερή όσο στη δουλειά του B. F. Skinner, η οποία αναπτύσσεται στη συνέχεια. (Βοσνιάδου, 2001)

3.1.2.4 Η θεωρία του Skinner για τη μάθηση

Αν και ο Thorndike ανακάλυψε το νόμο του αποτελέσματος, υπήρξε ένας άλλος ψυχολόγος στο Πανεπιστήμιο του Harvard ο Burrhus F. Skinner ο οποίος και χρονολογείται από το 1904 έως το 1990, ο οποίος συνέχισε τη μελέτη του νόμου του αποτελέσματος στο εργαστήριο και ο οποίος εφάρμοσε την ανάλυση της συμπεριφοράς και των μεθόδων της στη λύση προβλημάτων από τους ανθρώπους. Ο Skinner επινόησε αυστηρά εργαστηριακές μεθόδους για τη μελέτη της συμπεριφοράς εφηύρε εργαστηριακές συσκευές για την παρατήρηση της και δημιούργησε δική του φιλοσοφία για την ερμηνεία της.

Σύμφωνα με τον Skinner κατά τη διάρκεια της συντελεστικής εξάρτησης ένας οργανισμός μαθαίνει μια νέα αντίδραση λειτουργώντας στο περιβάλλον του. Θέλοντας να τονίσει αυτό το στοιχείο της εξάρτησης ο Skinner την ονόμασε

λειτουργική .Ο Skinner εφηύρε το λειτουργικό κουτί το λεγόμενο Skinner Box, μια συσκευή στην οποία η συμπεριφορά του ζώου μπορεί εύκολα να παρατηρηθεί να ελεγχθεί και να καταγραφεί αυτόματα.

Ο Skinner ενδιαφέρθηκε να μελετήσει όχι μόνο τα διάφορα ερεθίσματα που προκαλούν μια συμπεριφορά αλλά και τα γεγονότα που την ακολουθούν και που έχουν ως αποτέλεσμα να την ενδυναμώνουν ή να την μειώνουν. Επιδίωξε δε να καθορίσει τις ακριβείς επιδράσεις των γεγονότων αυτών στο ρυθμό αντίδρασης του υποκειμένου. Ρυθμός αντίδρασης είναι ο αριθμός των αντιδράσεων που εκδηλώνονται σε μια δεδομένη χρονική στιγμή. Γεγονότα που αυξάνουν το ρυθμό αντίδρασης λέγεται ότι ενισχύουν την αντίδραση, γεγονότα που μειώνουν το ρυθμό αντίδρασης λέγεται ότι εξασθενούν την αντίδραση. Ο Skinner για να καταγράψει το ρυθμό αντίδρασης επινόησε μια μηχανική συσκευή που καταγράφει κάθε αντίδραση μόλις εκδηλώνεται . (Βοσνιάδου, 2001)

Ο Skinner υποστήριξε ότι η μάθηση, αρχικά, ξεκινάει με δοκιμή και λάθος αλλά στη συνέχεια κατευθύνεται συνειδητά με βάση ένα πρόγραμμα ενισχύσεων. Στην περίπτωση αυτή ο πειραματιστής δεν ελέγχει την αντίδραση του υποκειμένου, δεν μπορεί δηλαδή να προκαλέσει τη «σωστή» συμπεριφορά. Περιμένει να εκδηλωθεί αυθόρμητα για να την ενισχύσει και να πολλαπλασιάσει έτσι τις δυνατότητες επανεμφάνισης της. Δεν υποστηρίζει βέβαια ο Skinner, ότι ο δάσκαλος θα πρέπει να περιμένει μέσα στη τάξη μέχρι ο μαθητής να εκδηλώσει την επιθυμητή συμπεριφορά αλλά πιστεύει πως πρέπει να προκαλούμε στον μαθητή στοιχειώδεις εκδηλώσεις της συμπεριφοράς και με την ενίσχυση να τις παγιώνουμε.

Η διαφορά ανάμεσα στην λειτουργική εξάρτηση του Skinner και την κλασσική εξάρτηση του Ρανλον είναι ότι ενώ στον δεύτερο ερευνητή ο οργανισμός ενισχύεται πρώτα προκειμένου να δώσει την εξαρτημένη αντίδραση, στον Skinner ο οργανισμός ενισχύεται αφού έχει αντιδράσει κατά τρόπο επιθυμητό. Στη λειτουργική εξάρτηση, η μάθηση είναι μια ενεργητική διαδικασία του υποκειμένου.

Το κλειδί της λειτουργικής εξάρτησης είναι βέβαια η ενίσχυση. Από τη σωστή χρήση της ενίσχυσης εξαρτάται η αποτελεσματικότητα της μάθησης.

Σύμφωνα με τον Skinner όλες οι μορφές συμπεριφοράς αποκτήθηκαν ύστερα από ενίσχυση που δέχτηκε το υποκείμενο από το περιβάλλον. Η ενίσχυση βέβαια αυτή καθορίζεται από πολλούς παράγοντες, τους οποίους δεν μπορούμε πάντα να

τους ελέγχουμε. Η αγωγή λοιπόν, για τον Skinner δεν είναι τίποτε άλλο παρά η διαδικασία μεταβολών της συμπεριφοράς με βάση την ενίσχυση. Όσο περισσότερο ενισχύεται μια συμπεριφορά, τόσο πιο δύσκολο είναι η απόσβεση της. Ο έπαινος και η αναγνώριση κατά συνέπεια αποτελούν για τον Skinner τα σπουδαιότερα μέσα αγωγής. Αντίθετα θεωρεί μηδαμινή την προσφορά των ποινών, οι οποίες πιστεύει ότι απλά καταστέλλουν προσωρινά μια συμπεριφορά, χωρίς να την εξαλείφουν.

Όσον αφορά την αντιμετώπιση της ανεπιθύμητης συμπεριφοράς συμπεριφοράς, πιστεύει ότι για να εξαλειφθεί, πρέπει να αγνοηθεί.

Η θεωρία της λειτουργικής εξάρτισης του B. F Skinner επηρέασε όσο καμία άλλη θεωρία την διδακτική πράξη. Ο Skinner καταπιάστηκε σοβαρά με το πρόβλημα του όπου με τον οποίο μαθαίνει ο μαθητής στην τάξη. Δεν μπόρεσε βέβαια να ξεφύγει από την ίδια τη θεωρία του, μια θεωρία συμπεριφοριστική και μηχανιστική, στα πλαίσια της οποίας δεν έχουν θέση μορφές μάθησης και αγωγής που σχετίζονται με αξίες, επιλογές, αποφάσεις αυτοπραγμάτωσης, αυτοκατεύθυνση και αυτοαγωγή. (Καυάλης, 2009)

3.1.2.5 Η Κοινωνιογνωστική θεωρία

Εκπρόσωπος της προσέγγισης είναι ο Albert Bandura ο οποίος περιγράφει τη συμπεριφορά του ανθρώπου ως αλληλεπίδραση γνωστικών συμπεριφορών και περιβαλλοντικών παραγόντων και όχι ως αποτέλεσμα των ενισχύσεων. Η κοινωνιογνωστική θεωρία μελετά τις διαδικασίες, οι οποίες βοηθούν το άτομο να μάθει παρατηρώντας τις συμπεριφορές των άλλων και αποκτώντας με αυτόν τον τρόπο σταδιακά έλεγχο της ίδιας του της συμπεριφοράς. Για τη θεωρία αυτή, η μάθηση είναι μια εσωτερική διαδικασία η οποία μπορεί να καταλήξει σε μια άμεση μεταβολή της συμπεριφοράς χωρίς αυτό να είναι απαραίτητο. Επίσης, η κοινωνιογνωστική θεωρία δέχεται ότι οι πεποιθήσεις και οι προσδοκίες παίζουν σημαντικό ρόλο στη μάθηση.

Αφετηρία της κοινωνιογνωστικής θεωρίας είναι ότι άνθρωπος μαθαίνει όχι μόνο με τη βοήθεια των ενισχύσεων και την αξιολόγηση των διάφορων μορφών συμπεριφοράς αλλά και μέσα από την παρατήρηση της συμπεριφοράς των άλλων, μέσα από τις εμπειρίες των άλλων σε σύντομο χρονικό διάστημα, χωρίς να χρειαστεί ο ίδιος να περάσει το στάδιο της δοκιμής και λάθους. (Μαρκαντωνάκης, 1990)

3.2 Montessori και Vygotsky

Σε αυτό το υποκεφάλαιο παρατίθεται η οπτική γωνία της Montessori για την ανάπτυξη των παιδιών και οι περιόδους ευαισθησίας που περνά το παιδί κατά τη διαδικασία της μάθησης. Στη συνέχεια ο Vygotsky αναπτύσσει τη δικιά του ιστορικοκοινωνική προσέγγιση για τη νόηση.

3.2.1 Η Άποψη της Montessori

Η Montessori διατύπωσε την άποψη ότι όλοι γεννιόμαστε εφοδιασμένοι με ένα ζωογόνο πνεύμα που τροφοδοτεί την ανάπτυξή μας. Πρόκειται για μια εσωτερική κινητήρια δύναμη, η οποία ωθεί κάθε ζωντανό οργανισμό προς την ολοκλήρωσή του και την οποία ονόμασε «ορμή». Το κάθε παιδί θεωρείται ως πηγή ανεξάντλητης δημιουργικής δυνατότητας, διότι εμπεριέχει δυνάμει το ώριμο άτομο, στο οποίο πρόκειται να εξελιχθεί: διαθέτει επίσης πνευματικές ικανότητες, οι οποίες του δίνουν τη δυνατότητα να αφομοιώνει το περιβάλλον και να διδάσκεται από αυτό. Τη δυνατότητα αυτή η Montessori την αποκάλεσε «απορροφητικό πνεύμα» του παιδιού, η ανάπτυξη του οποίου συντελείται σε δύο στάδια κατά τα έξι πρώτα της ζωής του. Από τη γέννηση, ως την ηλικία των τριών ετών η ανάπτυξη πραγματοποιείται με μη συνειδητό τρόπο. Είναι η περίοδος της συλλογής εμπειριών. Από τον τρίτο ως τον έκτο χρόνο η ανάπτυξη πραγματοποιείται με συνειδητό τρόπο. Είναι η περίοδος της συλλογής εμπειριών. Χαρακτηρίζεται και ως περίοδος της εδραίωσης της αφομοίωσης, της οργάνωσης και της ταξινόμησης των εμπειριών που αποκτήθηκαν κατά τα τρία πρώτα χρόνια. Τα εργαλεία όλης αυτής της μαθησιακής διαδικασίας είναι οι αισθήσεις του παιδιού.

Για τη Montessori, η εσωτερική ανάπτυξη αποτελεί προϋπόθεση για την ατομική ανεξαρτησία. Θεωρούσε επομένως, την εσωτερική ανάπτυξη πρωταρχικό καθήκον του παιδιού, καθήκον, το οποίο εκπληρώνεται μέσω της αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. (Κουτσουβάνου, 1993)

Το παιδί κατά τη διαδικασία μάθησης περνά διάφορες περιόδους ευαισθησίας. Μία περίοδος ευαισθησίας ορίζεται ως «μία πρόσκαιρη διάθεση που περιορίζεται στην απόκτηση μιας συγκεκριμένης έννοιας ή ικανότητας» (Montessori, 1966, σελ.38). Μόλις το παιδί αποκτήσει αυτή την έννοια ή την ικανότητα, τότε εξαφανίζεται η συγκεκριμένη ευαισθησία και αναπτύσσεται κάποια άλλη. Αν στο παιδί δεν επιτραπεί να ενεργήσει σύμφωνα με την ώθηση που νιώθει

κατά μία δεδομένη περίοδο ευαισθησίας, τότε η ευκαιρία να αποκτήσει τη συγκεκριμένη έννοια ή την ικανότητα σε αυτό το συγκεκριμένο χρονικό διάστημα χάνεται οριστικά.

Η πρώτη περίοδος ευαισθησίας η οποία αρχίζει από τους πρώτους μήνες της ζωής χαρακτηρίζεται από την ανάγκη για τάξη, δηλαδή για ένα συγκεκριμένο και δομημένο περιβάλλον. Η δεύτερη περίοδος χαρακτηρίζεται από την επιθυμία εξερεύνησης του περιβάλλοντος μέσω των αισθήσεων. Η περίοδος αυτή είναι επίσης σημαντική όσον αφορά την εξοικείωση του παιδιού με τη γλώσσα. Οι επόμενες περίοδοι ευαισθησίας είναι η περίοδος κατά την οποία το παιδί μαθαίνει να περπατά και η περίοδος κατά την οποία εκδηλώνει ενδιαφέρον για τις λεπτομέρειες και τα μικρά αντικείμενα. Τέλος η Montessori προσθέτει μία πέμπτη περίοδο ευαισθησίας κατά την οποία το παιδί αναπτύσσει έντονο ενδιαφέρον για τις κοινωνικές πτυχές της ζωής. (Mallow,1980)

Για τη Montessori η προσοχή είναι το κλειδί όχι μόνο για την αφομοίωση γνώσεων μέσω των αισθήσεων, αλλά και για την ανάπτυξη της θέλησης και της πειθαρχίας που χρειάζονται για την εκτέλεση ανώτερων διανοητικών πράξεων.

Στο βιβλίο της «ο απορροφητικός νους» αναφέρει ότι κατά τα τρία πρώτα χρόνια της ζωής του παιδιού η γνώση προέρχεται ολοκληρωτικά από την απορρόφηση στοιχείων του περιβάλλοντος μέσω των αισθήσεων χωρίς να καταβάλλεται ιδιαίτερη προσπάθεια από την πλευρά του παιδιού. Χαρακτήρισε την νόηση του παιδιού από τη γέννηση έως την ηλικία των έξι ετών ως προϊόν αφομοίωσης εμπειριών μέσω των αισθήσεων σε αντίθεση με τη λογική σκέψη του ενήλικα. Πίστευε ότι τα εξωτερικά ερεθίσματα ενεργούν άμεσα στα αισθητήρια όργανα, διεγείροντας ορισμένα κέντρα νευρών.

Κατά τα πρώτα χρόνια της ζωής ο νους του παιδιού είναι ασυνείδητα «απορροφητικός» αφομοιώνει όλα τα στοιχεία του νου που το περιβάλλουν και συντελεί στην ανάπτυξη των αισθήσεών του. Καθώς το παιδί ωριμάζει «ο απορροφητικός» νους γίνεται περισσότερο συνειδητός και επιλεκτικός απέναντι στις εντυπώσεις που έρχονται από το περιβάλλον και με τον τρόπο αυτό προωθείται περαιτέρω ανάπτυξη των αισθήσεων. Η έννοια του «απορροφητικού» νου τονίζει ότι τα παιδιά μαθαίνουν φυσιολογικά μέσω της απλής αλληλεπίδρασης με το περιβάλλον. Μεταξύ τριών και έξι ετών ο νους αρχίζει να ελέγχει το παιδί το οποίο

χρειάζεται βοήθεια για την ανάπτυξη της αυτοκατευθυνόμενης συγκέντρωσης καθώς και άλλων νοητικών και κινητικών ικανοτήτων. Η Ιταλίδα παιδαγωγός τόνιζε τη σχέση περιβάλλοντος και νόησης.

Η Montessori επεξεργάστηκε πολλές ασκήσεις που γίνονται με τα αισθητηριακά υλικά : τα υλικά αυτά περιέχουν βασικές έννοιες που απαιτούνται για τη μελέτη των μαθηματικών όπως ποσότητες, διαφορές, ομοιότητες. Ένας από τους σημαντικότερους νεωτερισμούς της ήταν η εξασφάλιση της άμεσης επαφής του παιδιού με υλικά που έχουν σχέση με την πραγματικότητα.

Η εισαγωγή των αριθμών γίνεται με ράβδους που βασίζονται στο δεκαδικό σύστημα μέτρησης. Οι κύβοι, τα πρίσματα και οι ράβδοι σχεδιάστηκαν με τέτοιο τρόπο ώστε το μικρότερο στοιχείο να αποτελεί βασική μονάδα μέτρησης για όλα τα υπόλοιπα. (Κουτσουβάνου,1993)

3.2.2 Η ιστορικοκοινωνική προσέγγιση του Vygotsky

Όσον αφορά την ιστορικοκοινωνική προσέγγιση του Vygotsky η νόηση και κάθε ανώτερη νοητική λειτουργία του ανθρώπου έχει τις ρίζες της στις κοινωνικές διαδικασίες και αναπτύσσεται μέσα σε ιστορικά και κοινωνικά καθορισμένα πλαίσια. Οι νοητικές αυτές λειτουργίες είναι λειτουργίες διαμεσολαβούμενες δηλαδή το αντικείμενο των νοητικών λειτουργιών είναι οι νοητικές αναπαραστάσεις των στοιχείων της πραγματικότητας, οι οποίες και διαμορφώνονται από ιστορικά συγκροτημένα και κοινωνικά καθιερωμένα συστήματα, τα οποία αποτελούν νοητικά εργαλεία εκ των οποίων το πιο σημαντικό είναι η γλώσσα.

Οι ανθρώπινες νοητικές λειτουργίες αποτελούν ειδικές εκδηλώσεις ψυχικών δομών που διαμορφώνονται κατά τη διάρκεια κοινωνικά καθορισμένων δραστηριοτήτων του ατόμου. Με τον όρο δραστηριότητα αναφέρεται στην ενεργητική συμπλοκή του ατόμου με την αντικειμενική πραγματικότητα δηλαδή με την αλληλεπίδραση του περιβάλλοντος. Κάθε ανθρώπινη δραστηριότητα αποτελεί μια ενότητα τεσσάρων αλληλοσυσχετιζόμενων παραγόντων: του υποκειμένου, του αντικειμένου υλικό ή νοητικό, του στόχου και των μέσων επίτευξης του στόχου μιας συγκεκριμένης δραστηριότητας.

Η ψυχική ανάπτυξη διαμορφώνεται και καθορίζεται από την ανθρώπινη δραστηριότητα το αποτέλεσμα διαμορφώνεται έμμεσα καθώς η δραστηριότητα προβάλλεται μέσα από ιστορικά διαμορφωμένα συμβολικά συστήματα, τα οποία

έχουν αναπτυχθεί κατά τη διαδικασία της ανθρώπινης επικοινωνίας ως ιστορικοπολιτιστικά στοιχεία.

Ο Vygotsky αναφέρει ότι «κάθε ανώτερη ανθρώπινη ψυχική λειτουργία εμφανίζεται σε αναπτυξιακό επίπεδο δύο φορές : τη μία φορά στη μορφή της συλλογικής κοινωνικής δραστηριότητας και την άλλη ως ατομική δραστηριότητα στη μορφή της ατομικού τύπου σκέψης». Δηλαδή κάθε σύνθετη ατομική ψυχική λειτουργία αναδεικνύεται πρώτα στο κοινωνικό πλαίσιο της ανθρώπινης δραστηριότητας μέσω συμβολικών συστημάτων. Τα σύμβολα αποτελούν στην αρχή εξωτερικά στοιχεία επικοινωνίας και στη συνέχεια εσωτερικοποιούνται και μετασχηματίζονται σε ατομικά μέσα ψυχικής αυτοανάπτυξης. (Δαφέρμος, 2002)

Μία από τις δύο κατηγορίες δραστηριοτήτων η οποία εμπεριέχει τρεις τύπους δραστηριοτήτων που αναφέρει ο Vygotsky στην οποία ανήκουν δραστηριότητες μέσα από τις οποίες συγκροτούνται και αναπτύσσονται κυρίως πρότυπα, κίνητρα και ικανότητες κοινωνικών σχέσεων είναι: δραστηριότητες συναισθηματικής επικοινωνίας μεταξύ παιδιού και ενηλίκων και εκτείνεται μέχρι την ηλικία του ενός έτους. Κατά αυτήν την δραστηριότητα συγκροτούνται και αναπτύσσονται βασικές ψυχικές λειτουργίες όπως η ανάγκη επικοινωνίας και ανάπτυξης σχέσεων με άλλους ανθρώπους, οι θεμελιώδεις αντιληπτικές λειτουργίες και μια σειρά κινητικών ευχειριών. Επίσης εμπεριέχονται δραστηριότητες χειρισμού αντικειμένων από την ηλικία του ενός μέχρι και την ηλικία τριών ετών περίπου. Σε αυτές τις δραστηριότητες εσωτερικοποιούνται κοινωνικά καθιερωμένοι τύποι χειρισμού των στοιχείων του περιβάλλοντος. Η συνεργασία και η αλληλεπίδραση με τους ενηλίκους αναπτύσσει τον προφορικό λόγο και την εικονική σκέψη. Τελευταίος τύπος δραστηριοτήτων είναι οι δραστηριότητες του παιχνιδιού από την ηλικία των τριών μέχρι και των επτά ετών περίπου, όπου σε αυτό το στάδιο συγκροτούνται οι συμβολικές λειτουργίες και η δημιουργική φαντασία, παράλληλα με τις ικανότητες κατανόησης των στοιχείων οργάνωσης και συντονισμού που εμπεριέχονται στις κοινωνικές σχέσεις.

Επίσης ο Vygotsky αναφέρει τρεις περιόδους ψυχικής εξέλιξης. Την περίοδο της νηπιακής ηλικίας μέχρι και τριών ετών, την περίοδο της παιδικής ηλικίας από τριών μέχρι δέκα ετών και την περίοδο της εφηβείας από έντεκα μέχρι δεκαεφτά ετών. (Ντολιοπούλου, 2001)

3.2.2.1 Σκέψη και γλώσσα

Στην προσέγγιση του Vygotsky, η γλώσσα αποτελεί το καθοριστικό στοιχείο για τη συστηματοποίηση της αντίληψης του ατόμου. Οι λέξεις είναι προϊόντα της ιστορικοκοινωνικής εξέλιξης, μετατρέπονται σε ατομικό επίπεδο σε εργαλεία αφαίρεσης και γενίκευσης, τα οποία διευκολύνουν τη μετάβαση από την αντίληψη και την αισθητηριακή αντανάκλαση της πραγματικότητας στη λογική σκέψη.

Θεμέλιο της λογικής σκέψης αποτελεί η «εννοιολογική» ή «κατηγοριοποιητική» σκέψη και η αφαιρετική προσέγγιση της πραγματικότητας. Η συγκρότηση και ανάρτηση της εννοιολογικής σκέψης προσδιορίζονται από τη γλώσσα. Οι ψυχολογικές διεργασίες διαφέρουν ριζικά από τις διεργασίες της νοητικής γενίκευσης, η οποία βασίζεται στα άμεσα αντιληπτικά δεδομένα και διαμορφώνουν μια «περιστασιακή» σκέψη. Η «περιστασιακή» σκέψη προέρχεται από την πρακτική εμπειρία του ατόμου ενώ η «εννοιολογική» σκέψη προέρχεται από την ιστορικά διαμορφωμένη κοινή εμπειρία της κοινωνίας μεταδίδεται μέσω της γλώσσας. Αυτή η κοινή εμπειρία της κοινωνίας μεταβάλλει τις νοητικές διαδικασίες σε σημασιολογικές λειτουργίες και λογικές διεργασίες, χρησιμοποιώντας τις λέξεις της γλώσσας ως κύριο εργαλείο αφαίρεσης και γενίκευσης. Κατά τον Vygotsky η μετάβαση από την περιστασιακή στην εννοιολογική σκέψη συσχετίζεται με τον τύπο των κυρίαρχων δραστηριοτήτων που αναπτύσσει κάθε άτομο στην κοινωνία. Οι δραστηριότητες, οι συνθήκες ανάπτυξής τους επηρεάζουν και διαμορφώνουν τις νοητικές διαδικασίες απεικόνισης της πραγματικότητας και κατά συνέπεια τις βασικές μορφές της σκέψης του. Όταν οι δραστηριότητες περιορίζονται σε πρακτικές λειτουργίες εμποδίζεται η ανάπτυξη αφηρημένων νοητικών πράξεων. (Ντολιοπούλου, 2001)

Ο Vygotsky και οι συνεργάτες του πραγματοποίησαν μια έρευνα με θέμα τη νοητική εξέλιξη του ατόμου και διατύπωσαν τη θέση ότι στα πρώτα στάδια της ατομικής ανάπτυξης ενός παιδιού οι λέξεις δεν αποτελούν παράγοντα της νοητικής οργάνωσης των στοιχείων της πραγματικότητας.

Στο πρώτο στάδιο της νοητικής ανάπτυξης το παιδί δε χρησιμοποιεί κανένα λογικό κριτήριο ομαδοποίησης και ταξινόμησης. Αντιλαμβάνεται κάθε στοιχείο της πραγματικότητας σαν ξεχωριστή οντότητα αδυνατώντας να κατανοήσει οποιαδήποτε σχέση συσχετισμού.

Το επόμενο στάδιο που ακολουθεί χαρακτηρίζεται ουσιαστικά ως το στάδιο νοητικής ταξινόμησης και χειρισμού των στοιχείων της πραγματικότητας. Σε αυτό το στάδιο οι λέξεις δεν αποτελούν ακόμα αυτόνομα μέσα ταξινόμησης των στοιχείων της πραγματικότητας. Το παιδί ωστόσο αρχίζει να συγκρίνει μεταξύ τους και να ομαδοποιεί τα στοιχεία της πραγματικότητας απομονώνοντας ένα χαρακτηριστικό τους όπως το χρώμα στη βάση των αντιληπτικών του δεδομένων με ασαφή βέβαια και συνήθως ασταθή λογικά κριτήρια. Αυτού του τύπου οι ομαδοποιήσεις, των στοιχείων της πραγματικότητας και οι οποίες αποκαλούνται κατά τον Vygotsky νοητικά «συμπλέγματα», δεν αντανakλούν κατά κανόνα έννοιες, αλλά απλές συλλογές μεμονωμένων στοιχείων. Οι συλλογές αυτές των μεμονωμένων στοιχείων ενδέχεται να χαρακτηρίζονται και να αντιστοιχούν σε ουσιώδη γνωρίσματα των εννοιών, στο βαθμό που τα αντιληπτικά δεδομένα συμπίπτουν με αντικειμενικές σχέσεις των στοιχείων της πραγματικότητας. Η λογική δομή αυτών των νοητικών συμπλεγμάτων των στοιχείων της πραγματικότητας μοιάζει σύμφωνα με τον Vygotsky με τη δομή μιας οικογένειας ανθρώπων, στη οποία κάθε άτομο συμπεριλαμβάνεται για ένα διαφορετικό λόγο. Οι ψυχολογικές διεργασίες δε βασίζονται σε μία λέξη ενώ παράλληλα οι συλλογισμοί του παιδιού στο στάδιο αυτό βασίζονται σε μία συγκριτική παράθεση κρίσεων και όχι σε μία επαγωγική ή παραγωγική σύνθεσή τους. Ωστόσο η βασισμένη στα νοητικά συμπλέγματα σκέψη αποτελεί την αντικειμενική σκέψη γιατί τα συμπλέγματα των στοιχείων της πραγματικότητας συγκροτούνται στη βάση των σχέσεων που αντικειμενικά ενυπάρχουν μεταξύ των στοιχείων της πραγματικότητας.

Τελευταίο στάδιο της ατομικής νοητικής εξέλιξης είναι το στάδιο συγκρότησης εννοιών το οποίο ξεκινάει με την ένταξη του παιδιού στο σχολείο. (Χασάπης, 2000)

3.3 Τομείς ανάπτυξης του ανθρώπου

Οι τομείς ανάπτυξης του ανθρώπου διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες. Στον βιοσωματικό-ψυχοκινητικό τομέα, ο οποίος ασχολείται με τη φυσική ή τη βιολογική ανάπτυξη, μελετά τις μεταβολές στο σώμα και τα όργανα και τους τρόπους που χρησιμοποιεί ο άνθρωπος το σώμα του. Στον γνωστικό τομέα ο οποίος περιλαμβάνει τις μεταβολές στη λογική και τη σκέψη, την απόκτηση της γλώσσας και τους τρόπους με τους οποίους επέρχεται η μάθηση. Αυτός ο τομέας έχει άμεση σχέση με

τα Μαθηματικά αφού τα Μαθηματικά είναι στην ουσία λογική και μαθαίνονται στην πορεία. Έτσι παρακάτω επιτυγχάνεται η ανάπτυξη του συγκεκριμένου τομέα. Τελευταίος τομέας είναι ο ψυχοκοινωνικός-συναισθηματικός όπως υποδηλώνει το όνομά του αναφέρεται στις αλλαγές στα συναισθήματα και στους τρόπους με τους οποίους το παιδί αποκτά σχέσεις με άλλους ανθρώπους την κοινωνική του ανάπτυξη. Όλοι οι τομείς μεταξύ τους αλληλοεξαρτώνται.(Δημητρίου- Χατζηγεοφύτου, 2001)

3.4 Γνωστικές θεωρίες ανάπτυξης

Πρόκειται για θεωρίες οι οποίες στρέφονται στην ερμηνεία εσωτερικών διαδικασιών γνωστικής ανάπτυξης και μάθησης. Σημαντικό ρόλο στις διαδικασίες μάθησης του ατόμου παίζουν οι εσωτερικές γνωστικές δομές, καθώς και η επίδρασή τους από τα ερεθίσματα του περιβάλλοντος. Αυτές οι γνωστικές δομές και οι διαδικασίες δεν είναι ίδιες σε όλες τις ηλικίες, αλλά μεταβάλλονται καθώς το άτομο εξελίσσεται, τόσο ως αποτέλεσμα βιολογικής ωρίμανσης, όσο και ως αποτέλεσμα επίδρασης των εμπειριών που αποκτά το άτομο.

3.4.1 Άποψη του Piaget

Η θεωρία του Piaget είναι από τις γνωστικές θεωρίες η σημαντικότερη στη Διδακτική των Μαθηματικών, ο Piaget μελέτησε μεταξύ άλλων τη σημασία των νοητικών, λογικομαθηματικού χαρακτήρα, δομικών προϋποθέσεων για τη σταδιακή οικοδόμηση της γνώσης. (Kazuko-Kamii DeClark, 2005). Ο Piaget υποστηρίζει ότι η σκέψη του παιδιού διαφέρει ποιοτικά και όχι ποσοτικά από αυτή των ενηλίκων, επειδή έχουν διαφορετικά επίπεδα κατανόησης και ερμηνείας του περιβάλλοντος κόσμου γύρω τους. Σύμφωνα με τη θεωρία του, το άτομο αποκτά γνώσεις και οι διαδικασίες της σκέψης γίνονται όλο και πιο πολύπλοκες και αποτελεσματικές ως συνέπεια της συνεχούς αλληλεπίδρασης του με το περιβάλλον. Η οργάνωση των γνώσεων, σκέψεων και δραστηριοτήτων πραγματοποιείται μέσα στα λεγόμενα γνωστικά σχήματα που αποτελούν τις μονάδες μάθησης και επικοινωνίας. Ένας από τους βασικούς στόχους της νοητικής δραστηριότητας είναι η επίτευξη μιας αρμονικής ισορροπίας. Έτσι το αναπτυσσόμενο παιδί επιδιώκει όλο και μεγαλύτερη γνωστική ισορροπία σε σταδιακά υψηλότερα επίπεδα καθώς οι νέες γνώσεις που αποκτά συμβιβάζονται με τις παλιές. Η διαδικασία της προσαρμογής στο περιβάλλον χαρακτηρίζεται από την αλληλεπίδραση δύο λειτουργιών της γνωστικής εξέλιξης:

της αφομοίωσης και της συμμόρφωσης. Οι μηχανισμοί αυτοί διευκολύνουν τα παιδιά να προοδεύουν από το ένα στάδιο γνωστικής λειτουργίας στο επόμενο.

Για τον Piaget η ανάπτυξη είναι μια αυθόρμητη διαδικασία όπου ο οργανισμός διαδραματίζει ενεργητικό ρόλο και την οποία ερμηνεύει ως συνάρτηση τεσσάρων παραγόντων. Ο πρώτος παράγοντας είναι της ωρίμανσης, που αποτελεί η διαδικασία μέσω της οποίας συντελείται η βιολογική αλλαγή, ο δεύτερος είναι η άμεση εμπειρία του παιδιού με το περιβάλλον, τρίτος παράγοντας είναι της κοινωνικής μεταβίβασης σύμφωνα με την οποία το παιδί υιοθετεί όλα αυτά τα στοιχεία που συνθέτουν το χαρακτήρα του παιδιού από την κοινωνία τα οποία επηρεάζουν την εξελικτική διαδικασία. Τελευταίος παράγοντας είναι της εξισορρόπησης, ο οποίος και αποτελεί τον σημαντικότερο παράγοντα στην ανάπτυξη, εφόσον είναι η συνεκτική δύναμη ανάμεσα στους παράγοντες που αναφέρθηκαν προηγουμένως. (Δημητρίου-Χατζηνεοφύτου, 2001)

Κατά τον Piaget η συγκρότηση και η ανάπτυξη των νοητικών δομών εξαρτιούνται από την οργανική ανάπτυξη του ατόμου και ιδιαίτερα την ανάπτυξη του νευρικού του συστήματος, από τις φυσικές λογικομαθηματικές εμπειρίες του ατόμου, από τη κοινωνική αλληλεπίδραση κυρίως με την μορφή της γλωσσικής επικοινωνίας και της εκπαιδευτικής διαδικασίας και από μία διαδικασία εξισορρόπησης των αντιθέσεων και άρσης των αντιφάσεων που είναι ο κυρίαρχος παράγοντας της νοητικής συγκρότησης και ανάπτυξης. (Aubebotson` Deliege, 1998)

3.4.2 Γνωστικό-δομική θεωρία ανάπτυξης του Bruner

Η θεωρία του Bruner έχει να κάνει με τον τρόπο τον οποίο τα παιδιά στα πλαίσια της αναπτυξιακής τους πορείας καταφέρνουν να δημιουργήσουν εσωτερικές αναπαραστάσεις του εξωτερικού κόσμου. Οι πεποιθήσεις του είναι ότι η γνωστική ανάπτυξη κάνει το άτομο όλο και πιο ανεξάρτητο καθώς μεγαλώνει από τα εξωτερικά ερεθίσματα. Υποστηρίζει ότι στην ανάπτυξη συμβάλλει το πολιτισμικό πλαίσιο μέσα στο οποίο συντελείται η ανάπτυξη. Ο Bruner πιστεύει ότι το παιδί είναι εξοπλισμένο με διάφορες έμφυτες ικανότητες και για να λειτουργήσουν πρέπει να υπάρξουν τα κατάλληλα ερεθίσματα. Απαραίτητη προϋπόθεση για τη γνωστική ανάπτυξη είναι η απόκτηση της συμβολικής και κατά επέκταση της γλωσσικής ικανότητας (Κολιάδης, 1997). Κατά τον Bruner υπάρχουν ορισμένοι «τρόποι αναπαράστασης» σύμφωνα με τους οποίους τα παιδιά κατανοούν τον κόσμο και οι

οποίοι παρατίθενται παρακάτω. Ο πρώτος τρόπος αναπαράστασης είναι η πραξιακή αναπαράσταση σύμφωνα με τον οποίο το παιδί μαθαίνει τον κόσμο μέσα από κινητικές πράξεις αγγίζοντας, δαγκώνοντας, χαϊδεύοντας αντικείμενα. Ο δεύτερος είναι η εικονική αναπαράσταση στον οποίο γίνεται αναπαράσταση του εξωτερικού κόσμου μέσω εσωτερικών νοητικών εικόνων. Ακόμη δε γίνεται χρήση συμβόλων. Αναπτύσσεται η οπτική μνήμη με αποτέλεσμα τα πράγματα και τα γεγονότα μπορούν να υπάρχουν στη σκέψη ακόμα και όταν δεν είναι αντιληπτά από τις αισθήσεις. Τελευταίος «τρόπος αναπαράστασης» είναι η συμβολική αναπαράσταση όπου η κατανόηση του κόσμου επιτυγχάνεται μέσω συστημάτων συμβόλων. Γίνεται αναπαράσταση της πραγματικότητας με αφηρημένα σύμβολα με κυριότερο από αυτά τη γλώσσα. (Κασιμάτη, 2001)

3.4.3 Η θεωρία της ανάπτυξης του πνευματικού χώρου του Case

Ο Case στη θεωρία του πιστεύει ότι η γνωστική ανάπτυξη είναι αποτέλεσμα των αυξήσεων στη χωρητικότητα του «πνευματικού χώρου» του παιδιού. Με τον όρο πνευματικό χώρο εννοείται ο ανώτερος χώρος που μπορεί να χρησιμοποιήσει το παιδί ταυτόχρονα σε μια δεδομένη στιγμή. Η ανάπτυξη του πνευματικού χώρου είναι συνάρτηση της ωρίμανσης του κεντρικού νευρικού συστήματος και της απόκτησης ρουτίνας με νοητικά σχήματα μέσα από την πρακτική εφαρμογή. Η γνωστική ανάπτυξη είναι μια συνεχής και αδιάκοπη διαδικασία κατά την οποία τα παιδιά γίνονται ικανά να συντονίζουν τις νοητικές δομές που έμαθαν προηγουμένως. Η πορεία αυτή περνάει από τέσσερα στάδια σαν αυτά που αναφέρθηκαν στον Piaget και κάθε στάδιο περιλαμβάνει ένα ξεχωριστό χαρακτηριστικό είδος γνωστικής λειτουργίας. Τα παιδιά συσσωρεύουν κατά τη διάρκεια της αναπτυξιακής τους πορείας νοητικές δομές και καθώς αυτές συντονίζονται η μια με την άλλη δημιουργούν καινούριες και ανώτερες δομές. Με τον τρόπο αυτό αποκτούν την ικανότητα να χρησιμοποιούν όλο και πιο γενικές δομές πράγμα που τους επιτρέπει στο τέλος να σκέφτονται πιο αφηρημένα. (Χασάπης, 2000)

3.4.4 Η Θεωρία επεξεργασίας πληροφοριών

Στη θεωρία αυτή περιγράφονται τα βήματα που ακολουθούνται στις νοητικές δραστηριότητες. Ο εγκέφαλος παρομοιάζεται με έναν ηλεκτρονικό υπολογιστή όπου έχει διάφορα μέρη. Το κάθε μέρος κάνει την ξεχωριστή του εργασία συνεισφέροντας με το δικό του τρόπο στις διαδικασίες της νόησης. Ένα σύστημα επεξεργασίας

πληροφοριών αποτελείται από τρία κύρια μέρη: τη μονάδα επεξεργασίας, τη μνήμη και τα συστήματα μέσα από τα οποία εισέρχονται και εξέρχονται οι πληροφορίες. Η μνήμη διακρίνεται σε τρεις κατηγορίες την αισθητηριακή, τη βραχυπρόθεσμη και τη μακροπρόθεσμη μνήμη. (Δημητρίου - Χατζηγεοφύτου, 2001)

3.5 Γνωστικές θεωρίες ανάπτυξης όσον αφορά την έννοια του αριθμού και τη διδασκαλία του.

Σε αυτό το υποκεφάλαιο παρατίθενται διάφορες θεωρίες που έχουν διατυπωθεί όσον αφορά την έννοια του αριθμού, αναλύεται η έννοια της ολικής ηλικίας του αριθμού και ο τρόπος διδασκαλίας του.

3.5.1 Η γενετική προσέγγιση του Piaget και των θεωριών της γνωστικής οικοδόμησης στη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού

Η θεωρία του Piaget αναφέρει ότι ο αριθμός είναι μια νοητική δομή την οποία κάθε παιδί οικοδομεί με τη φυσική του ικανότητα να σκέπτεται, παρά να την μαθαίνει από το περιβάλλον. Δεδομένου ότι ο κάθε αριθμός δομείται από την επαναλαμβανόμενη πρόσθεση του ένα μπορεί να θεωρηθεί ότι η οικοδόμηση του εμπεριέχει την πρόσθεση. (Kazuko-Kamii, DeClark, 2005). Επιπλέον η έννοια του αριθμού είναι προϊόν νοητικών χειρισμών που το κάθε άτομο εκτελεί επί συνόλων αντικειμένων, είναι δηλαδή μια νοητική κατασκευή.

Ο Piaget το σύνολο της ανθρώπινης γνώσης το διακρίνει σε τρεις κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία αποκαλείται εμπειρική αφαίρεση, η οποία και αποτελεί τη βάση της φυσικής γνώσης και η διάκριση επιτυγχάνεται βάση των φυσικών ιδιοτήτων των αντικειμένων όπως το χρώμα ή το υλικό. Η δεύτερη αποκαλείται ανακλαστική ή κατασκευαστική αφαίρεση, η οποία αποτελεί τη βάση της λογικομαθηματικής γνώσης και η διάκριση επιτυγχάνεται με την εισαγωγή σχέσεων μεταξύ αντικειμένων όπως το μέγεθος ή ο αριθμός. Με τον συνδυασμό της εμπειρικής αφαίρεσης και της ανακλαστικής γεννιέται η κοινωνική γνώση, η οποία συγκροτείται από άτυπες και τυπικές διδακτικές διαδικασίες. Στις πρώτες περιόδους νοητικής ανάπτυξης που είναι η αισθησιοκινητική και η προσυλλογιστική όπως προαναφέρθηκε τα δύο πρώτα είδη νοητικής αφαίρεσης είναι αλληλοεξαρτώμενα. Η ανακλαστική αφαίρεση αυτονομείται και λειτουργεί ανεξάρτητα από την εμπειρική

αφαίρεση στην τελική κατά τον Piaget περίοδο νοητικής ανάπτυξης του ατόμου, την περίοδο των τυπικών λογικών πράξεων από την ηλικία των 12 ετών και μετά. Ουσιαστικά σε αυτήν την ηλικία επιτυγχάνεται η συγκρότηση της έννοιας του αριθμού. (Ντολιοπούλου, 2001)

Ο αριθμός κατά τον Piaget είναι μια σύνθεση δύο ειδών σχέσεων που δημιουργεί το παιδί ανάμεσα στα αντικείμενα η πρώτη είναι η διάταξη και η δεύτερη ο ιεραρχικός εγκλεισμός.

Για την αποσαφήνιση του όρου διάταξη θα ήταν χρήσιμο να αναφέρουμε ένα παράδειγμα. Όταν δώσουμε σε ένα παιδί οκτώ αντικείμενα το οποίο μπορεί να απαριθμήσει «ένα, δύο, τρία, τέσσερα...δέκα» σωστά, είναι πολύ πιθανό αφού «μετρήσει» με ακανόνιστη διάταξη, όπου είναι ο τρόπος που απαριθμούν τα παιδιά 4 χρόνων, να καταλήξει ότι τα αντικείμενα είναι δέκα. Αυτή η τάση δείχνει ότι το παιδί δεν αισθάνεται τη λογική αναγκαιότητα να διατάξει τα αντικείμενα για να είναι σίγουρο ότι δε θα παραλείψει κάποια ή ότι δε θα μετρήσει κάποιο άλλα περισσότερες από μία φορές. Ο μόνος τρόπος με τον οποίο υπάρχει σιγουριά είναι ότι δεν αγνοήθηκαν κάποια αντικείμενα ή το ότι δεν μετρήθηκε το ίδιο αντικείμενο πάνω από περισσότερες από μία φορές είναι να διαταχθούν νοητικά και όχι χωρικά. (Kazuko-Kamii DeClark, 2005). Αυτό κατά τον Piaget δηλώνει ότι το παιδί αντιμετωπίζει τους αριθμούς ως ονόματα των διαταγμένων σε μια σειρά μεμονωμένων αντικειμένων, οπότε και το τελευταίο αντικείμενο της σειράς έχει το όνομα δέκα. (Ντολιοπούλου, 2001)

Αν η διάταξη ήταν η μόνη νοητική ενέργεια του παιδιού πάνω στα αντικείμενα, τότε δε θα είχαμε ποσοτικό προσδιορισμό της συλλογής, αφού το παιδί δε θα αντιλαμβανόταν μια ομάδα αντικειμένων την ίδια στιγμή αλλά ένα αντικείμενο τη φορά. Για να καθορίσει το παιδί την ποσότητα της συλλογής των αντικειμένων πρέπει να θεσπίσει μια σχέση ιεραρχικού εγκλεισμού. Αυτή η σχέση σημαίνει ότι το παιδί εγκλείει νοητικά στο προηγούμενο παράδειγμα το «ένα» στο «δύο», το «δύο» στο «τρία», το «τρία» στο «τέσσερα». Όταν λοιπόν του παρουσιάσουμε οκτώ αντικείμενα, θα μπορέσει να προσδιορίσει την ποσότητα της συλλογής αριθμητικά, μόνο εφόσον θα μπορεί να θεσπίσει για όλα τα αντικείμενα μία και μοναδική σχέση, δηλαδή να συνθέσει τη διάταξη με τον ιεραρχικό εγκλεισμό. (Kazuko-Kamii DeClark, 2005)

Ο Piaget αντίκειται στην κοινή υπόθεση ότι οι αριθμητικές έννοιες μπορούν να διδαχθούν μέσω της κοινωνικής μεταβίβασης, δηλαδή διδάσκοντας στα παιδιά πώς να μετρούν. Αυτή η υπόθεση έχει να κάνει με το μη διαχωρισμό μεταξύ λογικομαθηματικής και κοινωνικής γνώσης. Στη λογικομαθηματική γνώση η βασική πηγή γνώσης είναι το ίδιο το παιδί και σε αυτόν τον τομέα τίποτα δεν είναι αυθαίρετο. Για παράδειγμα το $2+3=5$ είναι το ίδιο σε όλους τους πολιτισμούς ανεξάρτητα από τη διαφορετικότητα των σημειολογικών συστημάτων, το αποτέλεσμα παραμένει το ίδιο. Ωστόσο όσον αφορά την κοινωνική γνώση είναι για παράδειγμα οι λέξεις «ένα, δύο, τρία, τέσσερα». Όμως η ενυπάρχουσα σε αυτές ιδέα του αριθμού ανήκει στη λογικομαθηματική γνώση, η οποία και είναι παγκόσμια.

Κατά τον Piaget η πληθική και η διατακτική έννοια του αριθμού συγκροτείται ταυτόχρονα, αφού «ο αριθμός αποτελεί σύνθεση τάξεων και ασυμμετρικών σχέσεων εγκλεισμού και διάταξης». Η συγκρότηση της έννοιας του αριθμού όπως και γενικότερα της λογικομαθηματικής γνώσης είναι αποτέλεσμα της νοητικής δραστηριότητας του κάθε μεμονωμένου ατόμου. Η συμβολή της άτυπης ή τυπικής διδασκαλίας περιορίζεται στην οργάνωση πλαισίων που διευκολύνουν και υποστηρίζουν αντίστοιχες νοητικές δραστηριότητες για τη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού και στην εκμάθηση των συμβατικών σε κάθε γλώσσα και πολιτισμό λεκτικών και συμβολικών συστημάτων για την έκφραση και διατύπωση των αριθμών. (Χασάπης, 2000)

3.5.2 Η ιστορικοκοινωνική προσέγγιση του Vygotsky στη συγκρότηση της έννοιας του αριθμού

Σύμφωνα με τις θεωρίες της κοινωνικής ψυχογένεσης τα παιδιά συγκροτούν αρχικά μια ασαφή έννοια του αριθμού μέσα από αριθμητικές δραστηριότητες, που υποβάλλονται ή εμπεριέχονται στις κοινωνικές πρακτικές. Κατά την ανάπτυξη των δραστηριοτήτων αυτών, συνήθως με την καθοδήγηση και τη βοήθεια των ενηλίκων, τα παιδιά εισάγονται στις κοινωνικά καθιερωμένες συμβολικές και λεκτικές παραστάσεις των αριθμών και στις καθιερωμένες διαδικασίες χρήσης τους. Στην πορεία της νοητικής ανάπτυξης η σκέψη των παιδιών αυτονομείται σταδιακά από την καθοδήγηση των ενηλίκων και συνδυάζει τις αριθμητικές έννοιες και τις καθιερωμένες συμβολικές παραστάσεις τους, με αντίστοιχες έννοιες που συγκροτούνται μέσα από τις αυθόρμητες και χωρίς καθοδήγηση νοητικές και

πρακτικές τους δραστηριότητες. Μέσα από τη διαδικασία αυτή τα παιδιά οικοδομούν προοδευτικά την κατανόηση της δομής, της λειτουργίας και των καθιερωμένων χρήσεων του συμβολικού συστήματος των αριθμών και μέσω αυτών συγκροτούν τις έννοιες του αριθμού. Με την συνεχή επέκταση και τον πολλαπλασιασμό των μαθησιακών εμπειριών που προέρχονται από κοινωνικά οργανωμένες δραστηριότητες επιτυγχάνεται η ευχέρεια χρήσης του συμβολικού συστήματος των αριθμών. (Ντολιοπούλου, 2001)

3.5.3 Η διατήρηση της έννοιας ολικής ηλικίας αριθμού

Πρόκειται για μια δυνατότητα του παιδιού προσχολικής ηλικίας να συνάξει, μέσω λογικών συλλογισμών, μια ποσότητα αντικειμένων η οποία παραμένει ποσοτικά η ίδια παρά τη διαφορετική διευθέτηση των στοιχείων της.

Παρατίθεται η εξής πειραματική διερεύνηση ώστε να κατανοηθεί η έννοια της διατήρησης του αριθμού. Ένας ερευνητής παρατάσσει μια σειρά από οκτώ μπλε βόλους. Ζητάει από παιδιά τριών με τεσσάρων ετών να τοποθετήσουν τον ίδιο αριθμό κόκκινων βόλων. Ο ερευνητής με τη δράση αυτή αποσκοπεί στο να δώσει στο παιδί την έννοια της ισότητας μεταξύ των ομάδων των βόλων, αυτή είναι η αρχή για την κατανόηση της διατήρησης της ολικής ηλικίας του αριθμού.

Στη συνέχεια, ο ερευνητής αλλάζει την διάταξη των βόλων από τη μια σειρά απλώνοντας ή συμπύσσοντας τες. Ακολούθως ρωτάει τα παιδιά αν υπάρχουν τόσοι μπλε βόλοι όσοι και οι κόκκινοι ή μήπως υπάρχουν περισσότεροι βόλοι σε μια από τις δυο σειρές. Έτσι το παιδί καλείται να σκεφτεί αν έχει διατηρηθεί ο ίδιος αριθμός μεταξύ των συνόλων μέσω της παρατήρησης. (Ζαχάρος, 2007)

3.5.4 Η διδασκαλία του αριθμού

Τα παιδιά που έχουν οικοδομήσει τη λογικομαθηματική γνώση των αριθμών, για παράδειγμα του αριθμού επτά και οχτώ, έχουν τη δυνατότητα αναπαράστασης των αριθμών με σημεία ή σύμβολα.

Το σημείο πρέπει να κατανοηθεί σαν ένα δοσμένο μαθηματικό αντικείμενο που μπορεί να έχει ποικίλες μορφές. Να είναι ένα γράμμα, μια εικόνα, ένα διακριτό αντικείμενο, του οποίου η σπουδαιότητα δεν συνίσταται στο ίδιο το σημείο αλλά στο νόημα που προσλαμβάνει στο πλαίσιο λειτουργίας. Το παιδί τεσσάρων ετών έχει τη

δυνατότητα να αναγνωρίσει τα σημεία γιατί ανήκουν στο πεδίο της πολιτισμικής γνώσης. Για παράδειγμα η λέξη «επτά» και η γραφή της λέξης είναι σημεία που αναφέρονται στην λεκτική ή συμβολική ονομασία, της ποσότητας επτά αντικειμένων και είναι συμβάσεις που έχουν γίνει κοινωνικά αποδεκτές.

Κατά τη διδασκαλία των μαθηματικών στον παιδικό σταθμό και στο νηπιαγωγείο τονίζεται συνήθως ο ρόλος της λεκτικής διατύπωσης και της χρήσης σημείων στην αναπαράσταση των αριθμών. Θεωρείται, όμως, διδακτικά ουσιαστικότερη η οικοδόμηση εκείνων των νοητικών δομών που θα διευκολύνουν την κατανόηση της έννοιας του αριθμού, αν οι δομές αυτές συγκροτηθούν, το παιδί θα είναι ικανό για τη χρήση των σημείων, διαφορετικά η χρήση τους γίνεται συνήθως μηχανικά. (Ζαχάρος · Παπανδρέου, 2003)

Η Kamil εισηγείται τη δημιουργία μιας διδακτικής ατμόσφαιρας που μπορεί να συνεισφέρει ουσιαστικά στη διδασκαλία. Οι προτάσεις της σχηματοποιούνται σε τρεις ενότητες. Στην πρώτη ενότητα τα παιδιά ενθαρρύνονται να συσχετίζουν με όλους τους δυνατούς τρόπους τα αντικείμενα. Στη δεύτερη, προτείνεται μια περισσότερο συγκεκριμένη επικέντρωση στην ποσότητα των αντικειμένων. Τέλος, στην τρίτη ενότητα προβάλλεται η συνεισφορά των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων που λαμβάνουν χώρα τόσο μεταξύ συνομιλήκων, όσο και μεταξύ παιδιών και εκπαιδευτικού.

Στην αρχή της συγκεκριμένης διδασκαλίας τα παιδιά ενθαρρύνονται να βρίσκονται σε μια πνευματική ετοιμότητα και να συσχετίζουν όλων των ειδών τα αντικείμενα, τα γεγονότα και τις πράξεις με όλους τους δυνατούς τρόπους. Έπειτα θα αρχίσει η διδασκαλία για τη μελέτη των ποσοτήτων των αντικειμένων. Αυτό γίνεται με την ενθάρρυνση των παιδιών στην ποσοτικοποίηση των αντικειμένων και την σύγκριση των αντικειμένων. Αυτό αποσκοπεί στο να μπορεί το παιδί να απαριθμεί. Τέλος μέσω των ομαδικών παιχνιδιών λειτουργούν σε ένα πλαίσιο κοινωνικής αλληλεπίδρασης που μπορεί να βελτιώσει την ανάπτυξη του ενδιαφέροντος και της αυτονομίας των παιδιών στα μαθηματικά. (Kamil, 1982)

Εν κατακλείδι μπορεί τα παιδιά να μετρούν αριθμούς τους οποίους έχουν μάθει μηχανικά κι όχι ουσιαστικά, η ουσιαστική μάθηση και κατανόηση των αριθμών γίνεται μέσα από μια σειρά δραστηριοτήτων. (Καπέλου, 2007)

Από την έννοια του αριθμού ακολουθεί η απαρίθμηση για να εξοικειωθούν τα παιδιά με τα ονόματα και τη σειρά της ακολουθίας των φυσικών αριθμών. Ακόμα μέσω της απαρίθμησης τα παιδιά συνειδητοποιούν προοδευτικά ότι το καθετί αριθμείται μόνο μια φορά. Οι δραστηριότητες που αναπτύσσονται στην τάξη προσφέρουν στα παιδιά εισαγωγή στις πράξεις για απαρίθμηση και αντιστοιχίσεις. Αυτό επιτυγχάνεται με δραστηριότητες όπως να οργανώσουν το υλικό στις γωνιές, να διανέμουν υλικό στα παιδιά της ομάδας, να στρώσουν το τραπέζι με τα κουζινικά. Η απαρίθμηση είναι ένα εργαλείο σκέψης .

3.6 Περίοδοι νοητικής ανάπτυξης του Piaget

Σύμφωνα με τον Piaget η νοητική εξέλιξη του ατόμου συσχετίζεται με την βιολογική του εξέλιξη και την προοδευτική κοινωνικοποίηση της θέσης του, διακρίνεται σε τέσσερις κύριες περιόδους. Την περίοδο της αισθησιοκινητικής νοημοσύνης που εκτείνεται από την γέννηση μέχρι δύο ετών περίπου. Δεύτερη είναι η περίοδος της προσυλλογιστικής σκέψης από την ηλικία των δύο ετών μέχρι το έβδομο έτος περίπου. Τρίτη είναι η περίοδος των συγκεκριμένων λογικών πράξεων από την ηλικία των επτά μέχρι και την ηλικία των έντεκα ετών περίπου και η τέταρτη και τελευταία περίοδος είναι των τυπικών και λογικών πράξεων από την ηλικία των δώδεκα ετών και έπειτα. Παρακάτω θα αναπτύξουμε τα δύο πρώτα στάδια αφού αυτά αφορούν την προσχολική ηλικία. (Δημητρίου –Χατζηνεοφύτου, 2001)

3.6.1 Η περίοδος της αισθησιοκινητικής νοημοσύνης

Σε αυτή την περίοδο οι νοητικές πράξεις είναι αισθησιοκινητικές όπως υποδηλώνει και το όνομά της αυτό σημαίνει ότι βασίζονται κυρίως στα άμεσα δεδομένα των αισθήσεων και στις κινητικές αντιδράσεις. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι η νοητική λειτουργία έχει πρωταρχικά πραξιακό εμπειρικό χαρακτήρα χωρίς να εμφανίζει κανένα στοιχείο λογικής συγκρότησης. (Δημητρίου – Χατζηνεοφύτου, 2001)

3.6.2 Η περίοδος της προσυλλογιστικής σκέψης

Η περίοδος αυτή συμπίπτει με την προσχολική περίοδο. Η περίοδος της προσυλλογιστικής σκέψης σηματοδοτείται από τη συγκρότηση και την ανάπτυξη της νοητικής λειτουργίας. Η συμβολική λειτουργία χαρακτηρίζεται από τη δημιουργία

συμβολικών αναπαραστάσεων δηλαδή νοητικών εικόνων και λέξεων, που νοητικά αναπαριστούν στοιχεία της πραγματικότητας μέσω ή όχι των αισθήσεων ενώ παράλληλα διαφοροποιούνται οι συμβολικές αυτές αναπαραστάσεις από τα συγκεκριμένα στοιχεία της πραγματικότητας που αυτά αναπαριστούν. Με την ανάπτυξη της ευχέρειας του χειρισμού συμβολικών αναπαραστάσεων οι νοητικές πράξεις αποκτούν συμβολικό χαρακτήρα μειώνοντας σε μεγάλο βαθμό την ανάγκη αναφοράς συγκεκριμένων στον χώρο και στον χρόνο εμπειριών. (Richmond, 1970)

Οι συμβολικές αναπαραστάσεις αναπτύσσονται όταν συγκροτούνται σταθερές νοητικές αναπαραστάσεις των στοιχείων της πραγματικότητας και των χαρακτηριστικών τους γνωρισμάτων όπως είναι το μέγεθος, το πλήθος, το σχήμα. Αυτές οι σταθερές νοητικές αναπαραστάσεις προσδίδουν στα στοιχεία της πραγματικότητας και στα χαρακτηριστικά τους γνωρίσματα ύπαρξη στο χώρο και στο χρόνο ανεξάρτητα από το νόον υποκείμενο. Η νοητική αυτή ευχέρεια αποδεσμεύει τη νόηση από την αντίληψη και επιτρέπει την διαμόρφωση των λογικών προϋποθέσεων για τη συγκρότηση των εννοιών. Επομένως η νοητική λειτουργία αποκτά πρωταρχικά παραστατικό χαρακτήρα. Θεμελιώδες στοιχείο της συγκρότησης και ανάπτυξης της συμβολικής λειτουργίας αποτελεί η γλώσσα.

Σε αυτήν την περίοδο αυτό που επιτυγχάνεται στο παιδί όσον αφορά τις νοητικές λειτουργίες και ειδικότερα της σκέψης είναι:

Η συγκρότηση και η χρήση προεννοιών ασαφών. Ενδεικτικό της σκέψης που βασίζεται σε προέννοιες είναι κατά τον Piaget η αδυναμία της λογικής ταξινόμησης μιας σειράς αντικειμένων ή φαινομένων με κριτήριο ένα κοινό χαρακτηριστικό τους γνώρισμα. Αντίθετα αφετηρία συγκρότησης των εννοιών αποτελεί η νοητική δυνατότητα διαφοροποίησης ενός συνόλου και των μελών του στη βάση των χαρακτηριστικών τους γνωρισμάτων.

Επίσης επιτυγχάνεται η συγκρότηση νοητικών πράξεων χωρίς την ιδιότητα της αντιστρεψιμότητας. Μια νοητική πράξη ορίζεται ως ένα σχήμα μετασχηματισμού των δεδομένων με την ιδιότητα της αντιστρεψιμότητας. Μια νοητική πράξη χωρίς την ιδιότητα της αντιστρεψιμότητας μπορεί να σχηματίσει ένα σύνολο δεδομένων αλλά δεν μπορεί να επανασχηματίσει νοητικά την κατάσταση που μετασχημάτισε αναιρώντας ή αντισταθμίζοντας τα αποτελέσματα του μετασχηματισμού.

Υπάρχει η αδυναμία «αποκέντρωσης» της σκέψης κατά την ανάπτυξη μιας νοητικής πράξης από ένα μοναδικό χαρακτηριστικό των στοιχείων της πραγματικότητας. Τέλος κατά την περίοδο αυτή αναπτύσσονται και χρησιμοποιούνται μεταγωγικοί συλλογισμοί, που αποτελούν ατελείς μορφές αναλογικών συλλογισμών βασισμένων σε κρίσεις που συσχετίζουν προένοιες και οι οποίες είναι κατά συνέπεια ατελείς ή αυθαίρετες. (Κασιμάτη, 2001)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο :Παιδί και Μαθηματικά

Η διδασκαλία των Μαθηματικών είναι απαραίτητη για να μπορέσει να ενταχθεί ένα παιδί αργότερα με επιτυχία στην κοινωνία. Τα Μαθηματικά δεν είναι μόνο αριθμοί, αλλά είναι στην ευρύτερη έννοια τους η κατάκτηση της λογικής σκέψης. Τα Μαθηματικά χρησιμοποιούνται από τα παιδιά για να ερμηνεύσουν τον περιβάλλοντα χώρο. Όταν επιτυγχάνεται η κατάκτηση της λογικής σκέψης η καθημερινότητα του ανθρώπου γίνεται πολύ πιο εύκολη σε πολλούς τομείς. Στον τομέα του προσανατολισμού, στον υπολογιστικό τομέα, στην ταξινόμηση-σειροθέτηση διαφόρων στοιχείων. Το παρακάτω κεφάλαιο αναφέρεται στη σύγχρονη μάθηση των Μαθηματικών από τα παιδιά και τη σύνδεση των Μαθηματικών με άλλους επιστημονικούς τομείς.

4.1 Τα Μαθηματικά σήμερα

Ένας από τους πλέον βασικούς λόγους αγωγής και ανάπτυξης του νηπίου είναι η διδασκαλία των μαθηματικών. Τα μαθηματικά χρησιμοποιούνται από όλους, σε όλες τις καθημερινές δραστηριότητες. Όλοι ανεξάρτητα από το φύλο ή την ηλικία χρησιμοποιούν μαθηματικούς όρους. Πολλά γεγονότα, πολλές απορίες ερμηνεύονται με τη χρήση των μαθηματικών. Οι βασικές μαθηματικές έννοιες είναι απαραίτητες, όχι μόνο στις συναλλαγές των μεγάλων αλλά και στα παιδιά. Τα Μαθηματικά βοηθούν τα παιδιά να αντιληφθούν το χώρο στον οποίο κινούνται, τα πρότυπα σχέσεων που αναπτύσσονται σε αυτόν, να συγκρίνουν τα αντικείμενα και να βρουν, πρώτα με την εποπτεία και κατόπιν με τη σύγκριση τις σχέσεις που υπάρχουν ανάμεσά τους, να ταξινομήσουν τα αντικείμενα, σε κατηγορίες ανάλογα με τις σχέσεις, να τα αντιστοιχίσουν, να τα μετρήσουν, να ασκήσουν την ικανότητα συνδυασμού σχέσεων και καταστάσεων, να κάνουν πράξεις. Όλα αυτά γίνονται για να αποκτήσουν αργότερα την ικανότητα κατανόησης ευρύτερων μαθηματικών εννοιών που θα τους είναι χρήσιμες σε όλη τους τη ζωή. (Τσολάκη, 2006)

Η οικοδόμηση των μαθηματικών εννοιών αρχίζει νωρίς, από την προσχολική ηλικία. Τα τελευταία παιδαγωγικά και επιστημονικά πορίσματα και η είσοδος των ηλεκτρονικών υπολογιστών στα σχολεία επέβαλλαν αναθεώρηση του τρόπου διδασκαλίας και την χρήση νέων μεθόδων.

Στο παρελθόν είχε δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στα ονόματα, στη σειρά των αριθμών, στη γραφή των συμβόλων και στην απομνημόνευση κανόνων, αγνοώντας την ψυχολογία και τις ανάγκες του παιδιού. Σήμερα, οι παιδαγωγοί επιλέγοντας την παιδοκεντρική μέθοδο διδασκαλίας καθοδηγούν διακριτικά το παιδί και επεμβαίνουν μόνο όταν τους ζητηθεί. Το παροτρύνουν να παρατηρεί, να αυτενεργεί, να πειραματίζεται, να εκφράζεται. Το νήπιο με τη βοήθεια κατάλληλα επιλεγμένου υλικού και ειδικών παιδευτικών διαδικασιών παρατηρεί, εξερευνά, ενισχύει τη μαθηματική του σκέψη και οδηγείται στη διεξαγωγή κανόνων, σταδιακά. Η καθημερινή σχολική ζωή παρέχει πολλές ευκαιρίες εκμάθησης μαθητικών εννοιών. Τα ομαδικά παιχνίδια, ο πηλός, η πλαστελίνη, η αμμοδόχος, η γωνιά του μπακάλικου, τα οικοδομικά υλικά και άλλες ελεύθερες ασχολίες, είναι άριστα παιδαγωγικά μέσα επαφής του παιδιού με έννοιες όπως μεγάλο-μικρό, βαρύ-ελαφρύ, πριν-μετά. Οι εποπτείες που δημιουργούνται από τις δραστηριότητες αυτές συντελούν στην προοδευτική κατάκτηση μιας έννοιας. (Ζαχάρος, 2007)

Η εποπτεία, μια βασική, παιδαγωγική αρχή, μαζί με την αρχή της αυτενέργειας συντελεί στη δημιουργία καλύτερης και μονιμότερης μάθησης. Το παιδί πρέπει να ασκήσει τις αισθήσεις να αποκτήσει εμπειρίες μέσα από καταστάσεις παιχνιδιού, την εξερεύνηση του χώρου, την ανάπτυξη πρωτοβουλιών, τον προβληματισμό, την πράξη. Κύριο μέλημα της παιδαγωγού είναι όχι η παροχή τυπικών γνώσεων αλλά η αφύπνιση των παιδιών. (Kazuko Kamii ` De Clark, 2005)

Κατά τον Pestalozzi, η ανάπτυξη της διανοητικής ζωής του ατόμου στηρίζεται στις εντυπώσεις που προκαλούνται από την παρατήρηση των αντικειμένων. Για να οδηγηθεί η μόρφωση σε ανώτερα στάδια εξέλιξης, πρέπει να ξεκινά από την κούνια, με τις ασκήσεις παρατηρητικότητας ψυχολογικά κανονισμένες. Ο Pestalozzi δημιουργός της αρχής της εποπτείας, πιστεύει ότι η εποπτεία «τροφοδοτείται από τρεις πηγές: τον αριθμό, το σχήμα και το λόγο. Ο Pestalozzi συμπεραίνει πως ο αριθμός, το σχήμα και ο λόγος είναι τα τρία στοιχειακά μέσα της διδασκαλίας. Με αυτά τα τρία μέσα του κόσμου η γνώση θα υψωθεί διαδοχικά από το θολό όραμα στις καθορισμένες έννοιες που είναι η μονάδα το σχήμα και το όνομα, από αυτές στις καθαρές έννοιες που είναι οι ιδιότητες. Για να καταλήξει από τις καθαρές έννοιες στις ξεχωριστές έννοιες που είναι η συνθετική και η συνολική θέα.

Τα μαθηματικά σήμερα ως προς τους κλάδους της γνώσης βρίσκονται ανάμεσα στη φυσική και στις επιστήμες παρατήρησης αφενός και τη φιλοσοφία αφετέρου. Ενώ ως προς το επίπεδο συλλογισμού βρίσκεται ανάμεσα στο συγκεκριμένο και το αφηρημένο. Τα μαθηματικά παρουσιάζονται δε σαν δέντρο του οποίου οι ρίζες είναι: Το πραγματικό, ρίζα των Επιστημών και των Μαθηματικών, ο συμβολισμός, για να διευκολυνθεί το πέρασμα στο αφηρημένο, και η τυπική λογική, που είναι ρίζα της Φιλοσοφίας.

Ο κορμός αποτελείται από τη θεωρία συνόλων και τις σχέσεις. Μέσα από τη θεωρία των συνόλων και των σχέσεων θα γεννηθούν δύο βασικοί κλάδοι. Ο αριθμός και ο χώρος που θα αποτελούν τις μαθηματικές οντότητες. Από αυτούς τους δύο θεμελιακούς λίθους θα γεννηθούν άλλα κλαδιά και παρακλάδια, όπως η άλγεβρα, οι γεωμετρικοί χώροι, η αριθμητική, οι εξισώσεις, οι συναρτήσεις, η απειροστική γεωμετρία και οι μη ευκλείδειες γεωμετρίες. Στον παιδικό σταθμό η παιδαγωγός εργάζεται στις ρίζες και στον κοινό κορμό. Χρησιμοποιεί την επαγωγική μέθοδο που βασίζεται στη διαίσθηση, την εμπειρία και το συγκεκριμένο. Το νήπιο μέσα από την αφαίρεση και τη γενίκευση, χάρη σε ένα εποπτικό υλικό και βιωματικές καταστάσεις, ιδιαίτερα με παιγνιώδη μορφή, προσεγγίζει βασικούς όρους και περνά στα σύμβολα. (Τσολάκη, 2006)

4.2 Η διαμόρφωση κατάλληλου περιβάλλοντος μάθησης και η διαδικασία μάθησης Μαθηματικών.

Τα παιδιά για να εισαχθούν στον κόσμο των Μαθηματικών, είναι αναγκαίο να τους δίνονται ευκαιρίες να εξερευνούν, να χειρίζονται και να οργανώνουν συγκεκριμένα υλικά προτού τους ζητηθεί να χρησιμοποιήσουν αφηρημένα σύμβολα.

Στα μικρά παιδιά αρέσει να εξερευνούν τα υλικά. Ένα καλά οργανωμένο μαθησιακό περιβάλλον, το οποίο διαθέτει μια μεγάλη ποικιλία διακριτών και συνεχών υλικών, τους παρέχει πολλές ευκαιρίες να προσεγγίσουν μαθηματικές ιδέες, αφού καθώς παίζουν παρατηρούν και ανακαλύπτουν ιδιότητες, διακρίνουν και συγκρίνουν ποσότητες και μεγέθη, ανακαλύπτουν ομοιότητες και διαφορές, διαπιστώνουν μετασχηματισμούς.

Η επιτυχία μετάδοσης των Μαθηματικών έγκειται στον εκπαιδευτικό, ο οποίος οφείλει με τις κατάλληλες παρεμβάσεις να ενισχύει την παρατηρητικότητά τους.

Από τα παραπάνω προκύπτει το συμπέρασμα ότι ο εκπαιδευτικός οφείλει να διαμορφώνει ένα περιβάλλον μάθησης που ενεργοποιεί το ενδιαφέρον των παιδιών και τους επιτρέπει να μεταφέρουν στην τάξη όσα έχουν αποκομίσει από τις πλούσιες μαθηματικές τους εμπειρίες εκτός σχολικού πλαισίου. Επιπλέον, ο εκπαιδευτικός πρέπει να ενθαρρύνει και να υποστηρίζει τα παιδιά να αναγνωρίζουν και να επεξεργάζονται τις μαθηματικές ιδέες. Ακόμα τις μαθηματικές σχέσεις που συναντούν στο πλαίσιο των ποικίλων δραστηριοτήτων, που πραγματοποιούνται καθημερινά στον παιδικό προσπαθώντας να τις ερμηνεύσουν, αναπτύσσοντας τη μαθηματική τους σκέψη (Τζεκάκη, 1998). Το ζήτημα είναι ο εκπαιδευτικός να συνδυάζει τα Μαθηματικά με τη ζωή, με τα πρακτικά ζητήματά της, χωρίς να επικεντρώνεται μόνο στην ανάπτυξη τεχνικών απαριθμώντας μηχανικά. Άλλωστε τα Μαθηματικά υπάρχουν παντού στην μαγειρική, στην κηπουρική, στην οργάνωση της γιορτής των γενεθλίων τους ακόμα και στο παιχνίδι.

Μια έρευνα η οποία πραγματοποιήθηκε στο εξωτερικό και συγκεκριμένα στη Φιλανδία σε παιδιά Προσχολικής ηλικίας έδειξε ότι τα παιδιά μαθαίνουν περισσότερο όταν υπάρχουν πολλά ερεθίσματα στην αίθουσα. Η έρευνα έγινε σε 40 σχολεία με 565 παιδιά και 46 δασκάλους. Τα μαθηματικά δεν μαθαίνονται μόνο μέσα από τη σωστή χρήση του παιδαγωγικού υλικού αλλά από τα ερεθίσματα που τους δίνουν η αίθουσα και η δασκάλα τους. Όταν υπάρχουν πολλά ερεθίσματα τα παιδιά έχουν περισσότερο ενθουσιασμό και ενδιαφέρον για τη μάθηση των μαθηματικών. Τα παιδιά επηρεάζονται θετικά ή αρνητικά από τον τρόπο διδασκαλίας της δασκάλας. (Lerkkanen, κ.ο, 2012) Σε αντίστοιχη έρευνα στην Αγγλία έδειξε ότι μεγάλη επίδραση των παιδαγωγών όσον αφορά τα ερεθίσματα, μαζί με το παιχνίδι λειτουργούν στο να έχουν τα παιδιά περισσότερο ενδιαφέρον για τη μάθηση των μαθηματικών εννοιών. (Aubrey · Durmaz ,2012)

Τέλος είναι σημαντικό οι δραστηριότητες που αναπτύσσονται στην τάξη να δίνουν στα παιδιά την ευκαιρία να αναδείξουν όσα έχουν μάθει εκτός σχολείου για να καταφέρουν να συνδέσουν τη γνώση του σχολείου με όσα ήδη γνωρίζουν. Όταν επιτευχθεί αυτό η επικοινωνία μεταξύ εκπαιδευτικών και παιδιών ενισχύεται κι έτσι διευκολύνεται η μάθηση (Τσολάκη, 2006). Σε αυτό το ταξίδι στον κόσμο των Μαθηματικών οι ενήλικες και ο εκπαιδευτικός είναι καλό να χρησιμοποιούν μαθηματική γλώσσα. Η γλώσσα αυτή εμπλέκεται μαζί με τα παιδιά σε καθημερινές δραστηριότητες που συνδέονται με μαθηματικές έννοιες και διαδικασίες. Αυτή η

διαδικασία βοηθάει τα παιδιά να συνδέσουν προοδευτικά την αφηρημένη αυτή γλώσσα με τη γλώσσα της καθημερινής επικοινωνίας και να εξοικειωθούν μαζί της. Το γεγονός αυτό συμβάλλει θετικά στην εξέλιξή τους στα μαθηματικά.

Στη συνέχεια αναφέρονται πιο συγκεκριμένα οι παράγοντες που θα πρέπει να έχει υπόψιν του ο εκπαιδευτικός για να επιτευχθεί μια επιτυχημένη διδασκαλία. Πρώτος παράγοντας είναι ο σωστός προγραμματισμός και η ιεράρχηση της ύλης, δηλαδή το υλικό που θα δώσουμε στο παιδί και τον τρόπο που θα το χρησιμοποιήσουμε. Δεύτερος παράγοντας είναι η επιστημονική κατάρτιση των παιδαγωγών. Τρίτος είναι η γνώση της παιδικής ηλικίας και ιδιαίτερα των σταδίων κατασκευής δημιουργίας μιας έννοιας. Τέταρτος παράγοντας είναι η επιλογή του υλικού δραστηριοτήτων. Πέμπτος η δημιουργία καταστάσεων προβληματισμού, έκτος η ετοιμότητα κάθε παιδιού-εξατομικευμένη διδασκαλία. Έβδομος η θέσπιση κανόνων σεβασμού, όγδοος η ώθηση των παιδιών για παρατήρηση και τελευταίος παράγοντας είναι ο σεβασμός των χρόνων που θέσπισε ο Seguin και που αντιστοιχούν στην εξέλιξη της ωριμότητας του παιδιού. Οι χρόνοι αυτοί είναι : ο πρώτος χρόνος όπου η παιδαγωγός δείχνει ένα σχήμα όπως ένα τρίγωνο και λέει στο παιδί να της δώσει το ίδιο. Στον δεύτερο χρόνο η παιδαγωγός δείχνει το τρίγωνο και λέει στο παιδί ότι αυτό είναι ένα τρίγωνο και ζητάει από το παιδί να της το δώσει. Στον τρίτο χρόνο η παιδαγωγός λέει να της δώσει το παιδί το τρίγωνο χωρίς να το δείχνει ή να το κρατάει στο χέρι της (Seguin,1989). Αν ο εκπαιδευτικός λάβει υπόψιν του όλες αυτές τις προϋποθέσεις η διδασκαλία των Μαθηματικών είναι πολύ δύσκολο να αποτύχει.

Παλαιότερα στον τομέα των μαθηματικών θεωρούνταν ότι η σειρά με την οποία έπρεπε να διδάσκονται οι διαφορετικές ενότητες των Μαθηματικών καθορίζεται από τη λογική που διέπει το γνωστικό αντικείμενο το ίδιο. Ωστόσο η έρευνα που έχει πραγματοποιηθεί σε θέματα μάθησης και διδασκαλίας έχει αποκαλύψει ότι τα παιδιά σε όλες τις ηλικίες κατακτούν συχνά μαθηματικές γνώσεις με σειρά που δεν αντιστοιχεί στην σειρά με την οποία διδάσκονται. (Τσολάκη, 2006)

Σε εργασίες που έχουν πραγματοποιηθεί στο ερευνητικό πεδίο η μαθηματική εκπαίδευση επικεντρώνεται αρχικά στο να αντιληφθούν τα παιδιά ότι τα μαθηματικά συμβάλλουν στην επίλυση καθημερινών προβλημάτων και προσφέρουν εφόδια για την ερμηνεία του κόσμου. Τα παιδιά προκειμένου να επιλύσουν πραγματικά

προβλήματα, επιστρατεύουν πληροφορίες και γνώσεις που συνδέονται με ένα εύρος μαθηματικών ιδεών. Άρα λοιπόν τα Μαθηματικά δεν θα πρέπει να είναι ξεκομμένα αλλά να παρουσιάζονται ως τα κομμάτια ενός πάζλ που πρέπει να ενωθούν για να οδηγηθεί το παιδί στη γνώση των Μαθηματικών μέσω των εμπειριών. Η λειτουργία του παιδιού μέσα στον κόσμο το οδηγεί στην ανάπτυξη διαδικασιών και εννοιών πολύ πριν έρθει σε εκπαιδευτική επαφή μαζί τους στο Νηπιαγωγείο και στο δημοτικό. Η γνώση που έχει σχηματίσει το παιδί για τον κόσμο, σχετίζεται στενά με όσα πράγματα συνδέονται με τη ζωή του. Η εμπειρία του είναι υποκειμενική και επικεντρωμένη στον κόσμο του. Η συστηματοποίηση των εμπειριών και το να μάθει το παιδί γενικεύσεις και αφαιρέσεις γίνεται μετά την ηλικία των 5 χρόνων. Επομένως τα Μαθηματικά διδάσκονται σε μεγαλύτερες ηλικίες αφού το παιδί δεν έχει αναπτύξει ακόμα την αφηρημένη σκέψη που είναι απαραίτητη για την διδασχία των Μαθηματικών. (Τζεκάκη, 1998)

4.3 Η σχέση των Μαθηματικών με το παιδί

Τα παιδιά έχουν μαθηματικά ερεθίσματα στο περιβάλλον τους από την ώρα που γεννιούνται, βιώνουν εμπειρίες αρίθμησης και μετρήσεων που αφορούν το ύψος, το βάρος και την ηλικία τους, τον προσανατολισμό και τη διάταξη πραγμάτων στο χώρο, την αξία των χρημάτων. Έρχονται σε επαφή με τα ονόματα και με τη γραφή των αριθμών καθώς και με τις λέξεις που δηλώνουν μετρήσεις και ποσότητες και χρησιμοποιούν αυτές τις λέξεις προτού ακόμη κατανοήσουν την ακριβή σημασία τους και τις αξίες που εκφράζουν. Έτσι τα παιδιά αναπτύσσουν αρκετή άτυπη γνώση σε σχέση με την έννοια του αριθμού, τις ιδιότητες και τις λειτουργίες του πριν πάνε στο νηπιαγωγείο (Καπέλου, 2007). Με την εισαγωγή στο Νηπιαγωγείο γνωρίζουν ήδη να εκφωνούν ένα μέρος της ακολουθίας των φυσικών αριθμών, αναγνωρίζουν ή ακόμη και γράφουν κάποιους αριθμούς, ξέρουν να χρησιμοποιούν λέξεις των μαθηματικών για να ταξινομήσουν ή να συγκρίνουν ποσότητες, μερικά καταφέρνουν ακόμη να προσθέτουν, να αφαιρούν και να διαιρούν, χρησιμοποιώντας συχνά τη μέθοδο της αντιστοίχισης. Αυτά όσον αφορά μια γενικότερη σχέση των παιδιών με τα μαθηματικά. Παρακάτω εξετάζετε πιο ειδικά το κατά πόσο τα παιδιά κατανοούν τα αριθμητικά σύμβολα, δηλαδή τα αριθμητικά ψηφία από το μηδέν μέχρι το εννιά.

Δεν υπάρχουν πολλές ενδείξεις για το πώς αρχίζουν τα παιδιά να αντιλαμβάνονται τη λειτουργία και τη δομή του αριθμητικού συστήματος. Πολλοί

μελετητές υποστηρίζουν ότι το παιδί αποτελεί μια αυτόνομη οντότητα η οποία χαρακτηρίζεται από έναν ιδιαίτερο τρόπο σκέψης και μια δική του λογική (Τζεκάκη, 1998). Ωστόσο το παιδί οδηγείται από την αντίληψη του χώρου και του χρόνου μέσα στον οποίο ζει και λειτουργεί, όπως και των στοιχείων που τον αποτελούν, προς τις συγκρίσεις και τις ομαδοποιήσεις αυτών των στοιχείων με σκοπό την επεξεργασία αρχικά ποιοτικών και αργότερα ποσοτικών συγκρίσεων και σχέσεων. Δεν έχει μελετηθεί σε εκτεταμένο βαθμό η αρχική τους εμπειρία με τα αριθμητικά σύμβολα, αλλά προφανώς είναι τόσο σημαντική για την κατανόηση του αριθμητικού συστήματος όσο είναι και οι πρώτες εμπειρίες τους με το γραπτό λόγο για την εξέλιξή τους στην ανάγνωση.

4.4 Η σύνδεση της γλώσσας με τα Μαθηματικά

Η λέξη γλώσσα έχει πολλές σημασίες κυρίως όμως με τη λέξη αυτή εννοούμε την καθημερινή ομιλία, το γλωσσικό σύστημα, δηλαδή το σύνολο των καθιερωμένων συμβόλων και των κανόνων σύνδεσης αυτών σε λέξεις και προτάσεις. Επιπλέον η γλώσσα είναι μία πνευματική ικανότητα που βοηθάει τον άνθρωπο να κατανοήσει τις έννοιες και τα πράγματα, να διακρίνει τις λεπτές εννοιολογικές αποχρώσεις τους και να τα ανυψώσει στο επίπεδο του γενικού.

Όταν το παιδί επικοινωνεί με την ομιλία σημαίνει ότι μια σειρά λογικών διεργασιών έχει ήδη πραγματοποιηθεί, όπως η ομαδοποίηση αντικειμένων, η αφαίρεση των χαρακτηριστικών ιδιοτήτων, η σύνδεση των αντικειμένων με ονόματα. (Τζεκάκη, 1998) Έτσι λοιπόν κρίνεται σκόπιμο να διερευνήσουμε τα στάδια της γλώσσας. Τα αρχικά στάδια της γλώσσας είναι η προανάγνωση και η γραφή. Στα παιδιά προσχολικής ηλικίας παρατηρείται ότι έχουν μια ιδέα των πιο συχνών λέξεων και μερικά από αυτά μπορεί να τις αναγνωρίσουν κιόλας. Βασική προϋπόθεση σε αυτό τον τομέα αποτελεί η οικογένεια, η παιδαγωγός καθώς όσο πιο πολύ είναι τα παιδιά καλλιεργημένα από το σπίτι τόσο πιο πολλές λέξεις αναγνωρίζουν. Η διαδικασία αυτή ονομάζεται προανάγνωση όπου είναι το στάδιο πριν την ανάγνωση. Καθημερινά τα παιδιά έρχονται σε επαφή με ταμπέλες καταστημάτων, ονόματα οδών, εφημερίδες, παντός είδους έντυπα, τηλεόραση, τίτλοι βιβλίων, ονόματα συγγραφέων, ονόματα παραμυθιών, ονόματα προϊόντων. Επομένως αυτομάτως μυούνται φυσικά στον κόσμο της ανάγνωσης.

Όσον αφορά το προγραφικό στάδιο, συνδέεται με την αγωγή του ματιού και του χεριού και η όλη διαδικασία είναι ψυχοκινητική, κίνηση δηλαδή του σώματος μέσα στο φυσικό χώρο. Από το φυσικό χώρο ομαλά μεταφέρεται η κίνηση σε άλλες επιφάνειες όπως στο έδαφος, στον τοίχο, σε χαρτόνι, σε φύλλο χαρτιού, σε καρτέλα. Για την εμπέδωση της «γραφικής» κίνησης παίζονται παιχνίδια διαδρομών από αριστερά προς τα δεξιά, από πάνω προς τα κάτω και από κάτω προς τα πάνω. Εδώ έγκειται η σύνδεση των Μαθηματικών με τη γλώσσα αφού χαρακτηριστικό των Μαθηματικών όπως αναφέρεται είναι ο χώρος. Πιο συγκεκριμένα τα παιδιά μέσα από τη συζήτηση, τον προφορικό λόγο, κατανοούν το πάνω και το κάτω, την ευθεία, τον κύκλο, την τεθλασμένη, την κατεύθυνση δεξιά, αριστερά, μπροστά, πλάγια, διαγώνια, σταυρωτά, χιαστί. Ως συνέχεια του προγραφικού σταδίου αποτελεί η προαρίθμηση. (Λιβογιάννη, 1994)

Τα μέσα με τα οποία επιτυγχάνεται η καλλιέργεια της γλώσσας είναι οι ιστορίες, τα παραμύθια, τα ποιήματα, η χρήση κατάλληλου και σωστού λεξιλογίου ανάλογα με το επίπεδο των παιδιών της παιδαγωγού. Παράλληλα με τη γλώσσα ακονίζεται και ο νους με τις διάφορες αισθητηριακές ασκήσεις, γιατί η ανάπτυξη της γλώσσας σημαίνει νοητική-ψυχική καλλιέργεια. Σύμφωνα με το μεγάλο γλωσσολόγο F. de Saussure, «Η γλώσσα μπορεί να συγκριθεί με ένα φύλλο χαρτί. Η σκέψη είναι η πρώτη σελίδα και ο ήχος η δεύτερη σελίδα. Δεν μπορούμε να κομματιάσουμε την πρώτη σελίδα, χωρίς να κομματιάσουμε ταυτόχρονα και την άλλη. Έτσι και στη γλώσσα, δεν μπορούμε να απομονώσουμε ούτε τον ήχο από τη σκέψη ούτε τη σκέψη από τον ήχο» (Αναγνωστόπουλος, 2001, σελ. 46). Άλλωστε η γλώσσα ως ιστορικά δεδομένο όργανο έκφρασης και διατύπωσης των ποικίλων βιωμάτων μιας ορισμένης κοινωνικής ομάδας, έχει ανυπολόγιστη σημασία για τη νόηση, το συναίσθημα και τη βούληση. Η γλωσσική καλλιέργεια συνδέεται και με άλλους τομείς, με την τέχνη, τις επιστήμες στις οποίες εμπεριέχονται τα Μαθηματικά, των γραμμάτων(Αναγνωστόπουλος, 2001)

4.5 Τέχνη και Μαθηματικά

Τα Μαθηματικά συνδέονται και μαθαίνονται με ευχάριστο τρόπο μέσω της ζωγραφικής. Η προσέγγιση μέσω των αισθήσεων φέρνει το παιδί κοντά στον κόσμο της ομορφιάς μέσω της παρατήρησης, της απόλαυσης και της συλλογής γνώσεων. Η αισθητική προσέγγιση είναι η αρχική, αλλά και αυτή που θα καθορίσει την

περαιτέρω επαφή του παιδιού με τον κόσμο και τις τέχνες. Το παιδί μέσω της όρασης προσεγγίζει τα πράγματα από τα χρώματα και μέσω της αφής τα γνωρίζει με την υφή τους. Επιπλέον το παιδί, ασχολούμενο με τις εικαστικές τέχνες, απολαμβάνει και την πρακτική διάσταση των δημιουργιών του. Η αξιοποίηση των έργων του μπορεί να γίνει και σε δραστηριότητες γνώσεων. Για να ζωγραφίσει ένα παιδί ένα ανθρώπινο σώμα, ασυναίσθητα μεταφέρει τις φυσιολογικές αναλογίες του σώματος σε ένα χαρτί A4 για να μπορέσει να χωρέσει. Αυτομάτως δηλαδή χρησιμοποιεί τα Μαθηματικά αφού δεν υπάρχει άλλος τρόπος. Ζωγραφίζει το σπίτι μεγαλύτερο από τον άνθρωπο, τα πάντα έχουν μια μερικώς λογική συνέχεια. Έτσι κατανοεί κάποιες σχέσεις που αφορούν συγκρίσεις όπως μεγάλο ή μικρό, ψηλό ή κοντό. Η κατάκτηση και η χρήση των Μαθηματικών δεν έχει να κάνει μόνο με τις αναλογίες, αλλά και με τον χώρο, όταν ζωγραφίζουν ένα σημείο, μία γραμμή, μία επιφάνεια, με το μέγεθος όπως μεγάλο, μεσαίο, μικρό, με τις διαστάσεις, το ύψος, το πλάτος, το βάθος, το μήκος, με το βάρος, ελαφρύ, μέτριο, βαρύ και τέλος με τον χρόνο, το σήμερα, το αύριο, το τώρα, το μετά. (Kandinsky, 1980)

Αν προχωρήσουμε σε μία σύντομη ιστορική αναδρομή θα παρατηρήσουμε ότι είναι ευρέως αποδεκτό ότι οι καλλιτέχνες έπρεπε να είχαν γνώση των μαθηματικών εννοιών ακόμα και στην αρχαιότητα για να ασχοληθούν με τις εικαστικές τέχνες.

Ο ζωγράφος Πάμφιλος Μακεδόνας που χρονολογείται το 390 μέχρι και το 350 π.χ. υποστήριξε ότι χωρίς την αριθμητική και τη Γεωμετρία η τέχνη δεν μπορεί να τελειοποιηθεί.

Οι αναγεννησιακοί καλλιτέχνες υποστηρίζουν ότι η Γεωμετρία υπάρχει στη «φύση», γιατί μέσα από τη φύση ο άνθρωπος μαθαίνει τις αναλογίες. Ο Leon Battista Alberti ο οποίος είναι Ιταλός αρχιτέκτονας, γλύπτης ζωγράφος και συγγραφέας ο οποίος και χρονολογείται το 15^ο αιώνα. Πιστεύει ότι ο γεωμετρικός ορισμός του σημείου, της γραμμής, της επιφάνειας, του όγκου και των ιδιοτήτων τους αποτελεί αναγκαία προϋπόθεση για την εικαστική διερεύνηση των χαρακτηριστικών της μορφής. Ωστόσο αυτό που αποτελεί και ταυτόχρονα διαχωριστικό παράγοντα των Μαθηματικών με την Τέχνη είναι το γεγονός ότι «οι μαθηματικοί μετρούν τα σχήματα και τις μορφές των πραγμάτων με τη διάνοια μονάχα, διαχωρίζοντας τα από την υλική τους υπόσταση». Οι καλλιτέχνες

αντιθέτως, μιλούν για την ορατή τους πλευρά και για αυτό καταφεύγουν σε πιο πρακτικές γνώσεις των μαθηματικών. (Μαγουλιώτης, 2002)

Ο Leonardo Da Vinci πιστεύει πως η ομορφιά της ζωγραφικής στηρίζεται στη χρήση μαθηματικών στοιχείων. Η θεωρία των αναλογιών του Da Vinci κορυφώνεται στη βασική του ιδέα για την αντιστοιχία ανάμεσα στο μικρόκοσμο και το μακρόκοσμο. Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία οι ωραίες αναλογίες υπάρχουν παντού και ανακαλύπτονται. Η ανακάλυψη και η γνώση των αναλογιών βοηθάνε τον καλλιτέχνη να προσδιορίσει τις ποσοτικές σχέσεις των μερών ενός σώματος ή διαφόρων αντικειμένων που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Ενώ η προοπτική μελετά τις αναλογίες και τις ποσοτικές σχέσεις των αντικειμένων μέσα στις τρεις διαστάσεις του οπτικού χώρου.

Η σχέση που έχουν τα Μαθηματικά με την Τέχνη είναι αδιαμφισβήτητη μέχρι και σήμερα από πολλούς καλλιτέχνες, επιστήμονες και παιδαγωγούς.

Ένας άλλος Γάλλος ζωγράφος ο Paul Cezanne που χρονολογείται τον 19^ο αιώνα μέχρι και τις αρχές του 20^{ου}, ισχυριζόταν πως έβλεπε τη φύση κάτω από τις «εναλλασσόμενες όψεις» απλών σχημάτων, όπως ο κύλινδρος, η σφαίρα, ο κώνος και ο κύβος.

Άλλος ένας που υποστηρίζει τον σύνδεσμο των Μαθηματικών με την Τέχνη είναι ο Ελβετός ζωγράφος και δάσκαλος της Τέχνης των χρωμάτων είναι ο Johannes Itten, όπου χρονολογείται το 19^ο με μέσα του 20^{ου} αιώνα περίπου, κατέγραψε πολλά για τις αξίες των Μαθηματικών στο χώρο της Τέχνης. Για τον Itten η τέχνη στηρίζεται στους νόμους της Γεωμετρίας. Ο Itten πιστεύει ότι οι καλύτερες και ασφαλέστερες βάσεις για την εικαστική αναζήτηση είναι οι «απλές βασικές φόρμες», με τον όρο αυτό εννοεί το τρίγωνο, το τετράγωνο και τον κύκλο. Στηρίζεται στον Πυθαγόρα και στη θεωρία πως ο αριθμός είναι η ουσία των πραγμάτων και πως κάθε πράγμα έχει το δικό του αριθμό, και εκείνος στον οποίο αποκαλύπτεται ο αριθμός των πραγμάτων γνωρίζει και την κρυφή ουσία των πραγμάτων. (Μαγουλιώτης, 2002).

4.6 Η σύνδεση της Μουσικής με τα Μαθηματικά

Η Μουσική παίζει καθοριστικό ρόλο στις ζωές των ανθρώπων. Είναι ένα μέσο έκφρασης, χαλάρωσης και ψυχαγωγίας. Η μουσική για τους ενήλικες αποτελεί μια ανάσα ξεκούρασης, πόσο μάλλον και για το παιδί. Στον τομέα της εκπαίδευσης η σημασία της μουσικής είναι μεγάλη. Η μουσική πρέπει να είναι τέτοια ώστε να συμβάλλει στην ολόπλευρη ανάπτυξη της προσωπικότητας του παιδιού. Σκοπός της χρήσης της πρέπει να είναι η ευχαρίστηση, η ευαισθησία που αναπτύσσεται στα παιδιά μέσω της χρήσης της και η πειθαρχία που αποκτούν από τη συμμετοχή σε μουσικές δραστηριότητες.

Στα παιδιά υπάρχει το ένστικτο για άμεση ανταπόκριση. Η αίσθησή τους για μουσική αρχίζει νωρίς. Οι πρώτες τους κινήσεις είναι γεμάτες ρυθμό, αυτό φαίνεται από τα χέρια και τα πόδια που κουνάνε συνεχώς. Το βρέφος όταν κλαίει πειραματίζεται ασυνείδητα, σε διάφορους τόνους πολύ πριν χρησιμοποιήσει τις φωνητικές του χορδές. Το φυσικό αυτό ένστικτο του παιδιού για τη μουσική δημιουργεί και την ανάγκη για μια μουσική αγωγή δημιουργική και αυθόρμητη (Σέργη, 2003). Εκτός από τα οφέλη που έχει η Μουσική τόσο για τα παιδιά όσο και για τους ενήλικες, αξίζει να αναφερθεί ότι η Μουσική δεν είναι μία ξεχωριστή Επιστήμη από τα Μαθηματικά. Η σύνδεσή της με τα Μαθηματικά είναι τόσο στενή που η μία Επιστήμη είναι απαραίτητη για την ύπαρξη της άλλης. Η Μουσική κατά βάση είναι Μαθηματικά. Ένα τραγούδι είναι μία τέλεια αρμονία των μουσικών νοτών, ενώ η κατασκευή μουσικών οργάνων απαιτεί μαθηματική ακρίβεια. Η σύνδεση της Μουσικής με τα Μαθηματικά έχει διαπιστωθεί από την αρχαιότητα ακόμα.

Με μια σύντομη ιστορική αναδρομή παρατηρείται ότι η μουσική για την αρχαία Ελλάδα δεν ήταν απλώς ένα ευχάριστο άκουσμα. Ήταν πολλά περισσότερα. Ήταν η άλγεβρα των μεταφυσικών θεωριών, όπου αυτό το προνόμιο το είχαν λίγοι. Η μουσική στην αρχαιότητα είχε τέτοια δύναμη που χρησιμοποιούνταν ακόμη και για την εκπαίδευση των μαζών. Αυτό την καθιστούσε ένα πανίσχυρο όργανο διαπαιδαγώγησης κατά τα λεγόμενα του Κομφούκιου.

Η ενέργεια της μουσικής μεταστοιχειώνει και τον ίδιο τον άνθρωπο. Στα Πολιτικά του Αριστοτέλη αναφέρει ότι η χρησιμότητα της μουσικής έχει τρεις διαστάσεις. Η πρώτη διάσταση είναι ότι αυτή προσφέρεται για ψυχαγωγία και

ανάπαυση. Δεύτερη διάσταση είναι το γεγονός ότι μπορεί να ασκήσει ευεργετική επίδραση στη διαμόρφωση του χαρακτήρα και Τρίτη διάσταση είναι ότι συμβάλλει στη διανοητική και αισθητική απόλαυση και καλλιέργεια.

Ο Πυθαγόρας ήταν ο πρώτος που ενοποίησε τη Μουσική με τα Μαθηματικά. Ο κοινός στόχος και των δύο Επιστημών είναι η ανακάλυψη της χρυσής τομής, που θα οδηγήσει με τη σειρά της στον αρμονικό συνδυασμό των ήχων των χορδών, στην αρμονική φωτοσκίαση των κίωνων του Παρθενώνα και τελικά στην ένωση σώματος και ψυχής.

Στη σημερινή εποχή οι μελετητές κατανοούν τη μαθηματική βάση της μουσικής, αλλά λίγοι είναι αυτοί που κατανοούν το γεγονός ότι η Πυθαγόρεια Μουσική είναι η αρχή μιας ολόκληρης Φιλοσοφίας, η οποία δεν ήταν μόνο τρόπος ζωής, αλλά και σύστημα προσέγγισης της απανταχού παρουσίας του Θεού στη φύση, μέσω της μελέτης των αριθμών. (Μιχαηλίδης, 1982)

Ο Πυθαγόρας και οι μαθητές του ανέπτυξαν την τετρακτῆ. Η τετρακτῆς είναι ένας τετραδικός τριγωνικός αριθμός της τελείωσης ΔΕΚΑ. Ο αριθμός της τελείωσης ΔΕΚΑ είναι ο συνδυασμός της ενότητας= ΕΝΑ, ο συνδυασμός του ζεύγους αντίθετων πόλων= ΔΥΟ, ο συνδυασμός της τριαδικής φύσης της θεότητας= ΤΡΙΑ, και ο συνδυασμός της εκδήλωσης στον υλικό κόσμο= ΤΕΣΣΕΡΑ.

Η ερμηνεία των αρχαίων πάνω στο σύμβολο ήταν τα τέσσερα στοιχεία που είναι η φωτιά, το νερό, ο αέρας και η γη. Οι Πυθαγόρειοι θεωρούσαν ότι η τετρακτῆς αποτελεί το περίγραμμα της ολικής ουσίας του σύμπαντος. Πάνω στην τετρακτῆ βρίσκονται οι βασικές αναλογίες του μήκους μιας χορδής.

Η τετρακτῆς ήταν ο ακρογωνιαίος λίθος της φιλοσοφίας τους, εκφράζοντας την ολότητα που ενυπάρχει μέσα στη δεκαπλή φύση της θεϊκής ενότητας τεσσάρων επιπέδων. Αυτή η δεκαπλή φύση της θεϊκής ενότητας τεσσάρων επιπέδων αντιπροσωπεύεται από τις τέσσερις σειρές της τετρακτῆς, των οποίων τα στοιχεία της, που είναι οι αριθμοί έχουν άθροισμα το δέκα. (Garland` Kahn, 1995)

Εν τέλει η Πυθαγόρεια μουσική κλίμακα αποτελεί τη βάση για την ευρωπαϊκή διατονική κλίμακα. Έχει μαθηματική πληρότητα, συμμετρία και αναλογίες που αντιστοιχούν σε αριθμούς, που ορισμένοι επιστήμονες θεωρούν ότι περιγράφουν τις βασικές μονάδες της ύλης.

Για έναν Πυθαγόρειο, η σύνδεση μεταξύ Μουσικής και τετρακτύος δείχνει τη συμπαντική εφαρμογή της ιερής τετρακτύος. Η ιερή τετρακτύα είναι σαν μία πραγματική περιγραφή των μουσικών εμπειριών των αρχαίων. Το κραταίο τετραδικό σύμβολο εκφράζει τη δεκαπλή φύση της Θείας Παρουσίας στο φαινομενικό κόσμο, καθώς οι Μοριακοί Φυσικοί που εργάζονται πάνω στη θεωρία των υπερχόρδων έχουν οδηγηθεί στο ίδιο συμπέρασμα. Το συμπέρασμα αυτό είναι ότι ανακάλυψαν πως το χωροχρονικό σύμπαν πρέπει να αποτελείται από δέκα διαστάσεις. (Jeans, 1968)

Καταλήγοντας, όπως τα Μαθηματικά είναι η γλώσσα του Θείου Νου, έτσι και η μουσική είναι η φυσική γλώσσα που εκφράζει όλες τις καταστάσεις της Ψυχής. Ακόμη, από την αρχαιότητα ήταν γνωστή η σύνδεσή της με τα Μαθηματικά.

4.7 Φυσική και Μαθηματικά

Τα Μαθηματικά με τη Φυσική είναι αλληλοσυσχετιζόμενα. «Το παιδί αλλά και ο ενήλικας, μαθαίνει καλύτερα όταν το αντικείμενο της μάθησης αφορά στα ενδιαφέροντα, στις ανάγκες και στις δυνατότητές τους. (Ζακοπούλου, 1999, σελ.12). Τα Μαθηματικά απαιτούν αφηρημένη σκέψη και ενεργοποίηση της λογικομαθηματικής σκέψης. Η οικοδόμηση της λογικομαθηματικής σκέψης δεν είναι ένας σωρός από γνώσεις, χρειάζεται καλή δουλειά από το παιδί που την οικοδομεί για να αντέξει στο χρόνο. (Κόκκοτας, 2002). Επιπρόσθετα η προέλευση της λογικομαθηματικής σκέψης είναι εσωτερική και κάθε άτομο την οικοδομεί μόνο του. Άλλωστε ο εγκέφαλος δεν είναι ένας παθητικός καταναλωτής πληροφοριών, αλλά εποικοδομεί ενεργά τις δικές του ερμηνείες των πληροφοριών και βγάζει συμπεράσματα από αυτές. Αυτό σημαίνει ότι ένα παιδί για να κατανοήσει και να μάθει Μαθηματικά πρέπει να πειραματιστεί με το περιβάλλον του, δηλαδή τη φύση.

Η σύνδεση των Μαθηματικών με τη Φυσική γίνεται περισσότερο κατανοητή μέσα από τα παραδείγματα. Χαρακτηριστικό παράδειγμα είναι όταν τα παιδιά κάνουν τραμπάλα, αν είναι στα ίδια κιλά ισορροπούν, ασκώντας δυνάμεις από αντίθετες φορές και έτσι η τραμπάλα μένει σε ευθεία στάση. Όταν όμως ένα παιδί είναι περισσότερα κιλά από ένα άλλο, τότε η τραμπάλα παίρνει κλίση με το πιο βαρύ παιδί να παραμένει πιο χαμηλά, από το πιο ελαφρύ παιδί. Το γεγονός αυτό μπορεί να σταθεί αφορμή μια μέρα που θα έχουν βγει τα παιδιά στην αυλή. Με την παρότρυνση της παιδαγωγού τα παιδιά μπορούν να παρατηρήσουν και να

κατανοήσουν τι ακριβώς συμβαίνει με την τραμπάλα. Στη συνέχεια η παιδαγωγός μπορεί να τους μιλήσει στην τάξη για τον λόγο της ισορροπίας ή μη των παιδιών. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά κατανοούν Μαθηματικές έννοιες όπως βαρύ-ελαφρύ και φυσικές έννοιες όπως τον ρόλο που διαδραματίζουν οι δυνάμεις.

Για ακόμα μία φορά τα παιδιά μαθαίνουν παίζοντας. Άλλωστε το παιχνίδι είναι «η ενασχόληση του παιδιού με τα αντικείμενα του περιβάλλοντός του» (Πανταζής, 1999, σελ.28). Επομένως τα παιδιά μαθαίνουν μέσα από το παιχνίδι γιατί είναι ο τρόπος με τον οποίο τα παιδιά γνωρίζουν τα αντικείμενα, τις ιδιότητές τους.

Το πλεονέκτημα των φυσικομαθηματικών δραστηριοτήτων είναι ότι τα παιδιά χρειάζεται να κάνουν συσχετισμούς, να παρατηρήσουν, να προβλέψουν και να οδηγηθούν σε κάποια αποτελέσματα. Για αυτά τα αποτελέσματα είναι επιθυμητή η συνεργασία και, κατά συνέπεια, η αλληλεπίδραση με τον περίγυρο τους. Οι δραστηριότητες αυτές μπορούν να δώσουν πολλά ενδιαφέροντα κίνητρα για συζήτηση και συνεργασία.

Συμπερασματικά, τα Μαθηματικά και η Φυσική είναι δύο επιστήμες που φαίνονται απροσπέλαστες για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας, στη πραγματικότητα είναι επιστήμες με τις οποίες έρχονται καθημερινά σε επαφή. Το γεγονός αυτό αποτελεί και τον κοινό τους άξονα, είτε αλληλεπιδρώντας η μία επιστήμη με την άλλη είτε ξεχωριστά. (Μαλλίδη· Καραμπί, 2007)

Κεφάλαιο 5^ο : Τα χαρακτηριστικά των Μαθηματικών εννοιών

Οι ιδιαιτερότητες των Μαθηματικών, οι συνθήκες ανάπτυξης τους, το εννοιολογικό πλαίσιο αναφοράς τους, οριοθετούν την έκταση και το βάθος στο οποίο μπορεί να επεκταθεί μια ενδεχόμενη μάθηση. Η κατάσταση της μαθηματικής γνώσης αποτελεί μια διαρκή διαδικασία επαναδόμησης, όπου η καινούργια γνώση δεν προκαλεί μόνο αύξηση της ποσότητας της γνώσης αλλά και επαναδιάταξη της ήδη προϋπάρχουσας. (Κολέζα, 2000)

Η επεξεργασία και η κατάκτηση των μαθηματικών εννοιών επέρχεται μέσα από πραγματικές εμπειρίες, δυναμικές ή και φανταστικές. Θα πρέπει δηλαδή η παιδαγωγός να ετοιμάζει κάθε φορά ένα σχολικό περιβάλλον με ευρύ περιεχόμενο ευκαιριών, ώστε να επιτρέπεται στα παιδιά να κάνουν μαθηματικές πράξεις διαφορετικών επιπέδων και να χρησιμοποιούν κατάλληλες εκφράσεις πληθικότητας, διάταξης, σύγκρισης. Όλες οι εμπειρίες μέσα στο σχολείο προσφέρουν στα παιδιά με τρόπο λίγο-πολύ άμεσο και ευθύ, πολλές και διάφορες εμπειρίες για γνωστικές διαδικασίες και νοητικές πράξεις μαθηματικής φύσης. (Νούσια, 2009)

Στο κεφάλαιο που ακολουθεί αναφέρονται τα χαρακτηριστικά των Μαθηματικών εννοιών τα οποία χωρίζονται σε τέσσερις υποκατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι οι χωρικές σχέσεις, όπου και συγκαταλέγονται οι τοπολογικές σχέσεις - χώρος, ο χρόνος και η Γεωμετρία. Η δεύτερη υποκατηγορία είναι οι ποιοτικές σχέσεις, όπου περιλαμβάνονται οι ομαδοποιήσεις, οι ταξινομήσεις και οι σειροθετήσεις. Τρίτη υποκατηγορία είναι οι ποσοτικές σχέσεις όπως η μέτρηση και ο αριθμός και τελευταία είναι οι Μαθηματικές έννοιες σε σχέση με τις μετρήσεις, όπως είναι ο όγκος και το βάρος.

Το παιδί από μικρή ηλικία οδηγείται από την αντίληψη του χώρου και του χρόνου μέσα στο οποίο ζει και λειτουργεί, προς τις συγκρίσεις και τις ομαδοποιήσεις με σκοπό την επεξεργασία αρχικά ποιοτικών και αργότερα ποσοτικών συγκρίσεων και σχέσεων.

Στον χαρακτηρισμό ποιοτικές συμπεριλαμβάνονται όλες εκείνες οι ιδιότητες, τα χαρακτηριστικά και οι σχέσεις που γίνονται αντιληπτές με τις αισθήσεις, χωρίς παρεμβολή μέτρησης και αριθμών. Ενώ αντίθετα, στον χαρακτηρισμό ποσοτικές συμπεριλαμβάνονται όλες εκείνες οι ιδιότητες, τα χαρακτηριστικά και οι σχέσεις που είναι δυνατά να μετρηθούν. Πολύ συχνά τα παιδιά κάνουν συγκρίσεις ποσοτικών χαρακτηριστικών όπως ύψος, βάρος με ποιοτικό αντιληπτικό τρόπο δηλαδή χωρίς μετρήσεις. Τις συγκρίσεις αυτές τις ονομάζουμε επίσης ποιοτικές.

Η βάση για τη μάθηση των μαθηματικών εννοιών είναι η μάθηση της οργάνωσης του χώρου. Αρχικά το παιδί γνωρίζει το χώρο που το περιβάλλει, οριοθετείται και προσανατολίζεται μέσα σε αυτόν, μαθαίνει να τοποθετεί τα αντικείμενα σε σχέση με τον εαυτό του, τον εαυτό του σε σχέση με τα αντικείμενα και τα αντικείμενα μεταξύ τους. Έπειτα το παιδί προσδιορίζει τις ιδιότητες και τις σχέσεις των αντικειμένων στο χώρο, παρατηρεί τις μορφές των αντικειμένων αυτού του χώρου και τους σχηματισμούς σε γενικές μορφές καθώς και τα σχήματα αλλά και τη συμμετρία. Τέλος, το παιδί προσδιορίζει με ποιοτικό τρόπο τις ποσοτικές-μετρικές ιδιότητες και τις σχέσεις των αντικειμένων στο χώρο.

Καθώς το παιδί μαθαίνει για τις χωρικές έννοιες, η μάθηση των μαθηματικών εννοιών συνεχίζεται με τη μάθηση των μαθηματικών εννοιών με ποιοτικές σχέσεις. Αρχικά το παιδί συγκρίνει ομαδοποιεί και ταξινομεί τα αντικείμενα που το περιβάλλουν. Τα βάζει σε μία σειρά με ποιοτικά κριτήρια και τα συμβολίζει. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνονται οι ομαδοποιήσεις, οι ταξινομήσεις και οι διατάξεις. Έπειτα, το παιδί προσεγγίζει με ποιοτικό τρόπο τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των ομάδων-αντικειμένων που έχει κατασκευάσει, αντιστοιχίζει, και τα συγκρίνει τοποθετώντας στη σειρά με ποιοτικό κριτήριο μαθαίνοντας για την αντιστοιχία, την ισοδυναμία συνόλων, τη διατήρηση και τη διάταξη συνόλων.

Στη σειρά έρχεται η μάθηση των μαθηματικών εννοιών με ποσοτικές σχέσεις. Αρχικά το παιδί αντιστοιχεί τις ποσότητες με τους αριθμούς, μαθαίνει τη διαδοχή ποσοτήτων και αριθμών, απαριθμεί και καταμετρά ομάδες αντικειμένων. Ακόμα, το παιδί μαθαίνει να χειρίζεται τις ποσότητες, να τις ενώνει και να δημιουργεί άλλες, να βάζει ή να βγάζει ένα μέρος τους, να αυξάνει ή να μειώνει μία ποσότητα.

Τέλος το παιδί μαθαίνει μαθηματικές έννοιες που έχουν σχέση με τα μεγέθη και τις μετρήσεις. Το παιδί μελετά τα ποσοτικά χαρακτηριστικά των αντικειμένων του χώρου δηλαδή μετρήσεις μήκους, επιφάνειας, βάρους, όγκου. (Τζεκάκη, 1998)

5.1 Χωρικές σχέσεις

Σε αυτό το υποκεφάλαιο συγκαταλέγονται έννοιες τοπολογικές, έννοιες του χώρου, έννοιες του χρόνου και της Γεωμετρίας. Οι έρευνες έχουν αποδείξει ότι η ικανότητα στα μαθηματικά έχει υψηλή συνάφεια και άμεση σχέση με την έννοια του χώρου. Η αντίληψη του χώρου, βιώνεται διαφορετικά από το κάθε παιδί και ξεκινά από την αίσθηση του σωματικού σχήματός του. (Σπετσιώτης, Καμπύλης, 2002)

Από τις πρώτες εβδομάδες ζωής τα βρέφη μέσω της απευθείας μίμησης διαφόρων προτύπων κάνουν κινήσεις όπως πιπιλούν, κουνούν τα χέρια και τα πόδια τους. Ως πρότυπο μπορεί να θεωρηθεί ο γονιός, η παιδαγωγός. Έτσι προσπαθούν να έρθουν σε επαφή με τον εαυτό τους και με τον κόσμο που τα περιβάλλει. Η στιγμή που το παιδί θα κάνει τα πρώτα του βήματα είναι πολύ καθοριστική. Οι γονείς και γενικότερα τα άτομα που ζουν μαζί του πρέπει να το αφήσουν ελεύθερο να ενεργήσει και να κάνει ίσως και κάποια λάθη. Όταν το παιδί κάνει τα πρώτα βήματα, μετατοπίζει τη στήριξη του βάρους του από το ένα πόδι στο άλλο και προσπαθεί να διατηρήσει την ισορροπία του κεφαλιού του σε σχέση το υπόλοιπο σώμα του. Μόλις καταφέρει να αποκτήσει ισορροπία με τη βοήθεια των προτεταμένων χεριών αποκτά εμπιστοσύνη στον εαυτό του και το σώμα του. Έπειτα επιτυγχάνεται η εκ των υστέρων μίμηση όπου το παιδί αναπαριστά βιωμένες καταστάσεις, χωρίς την άμεση παρέμβαση κάποιου προτύπου. Σε αυτό το στάδιο τα παιδιά παρακινούνται να κάνουν από μνήμης κινήσεις (Βενιζέλου, κ.ο., 2003). Τέλος όταν η κίνηση εξασκείται, αφομοιώνεται και έτσι το παιδί διαφοροποιείται από τους άλλους. Στη συνέχεια εξερευνεί το χώρο στο οποίο ζει, έχει την περιέργεια να μάθει και να αφομοιώσει κάτι καινούργιο (Ιωαννίδου, 2006).

Οι δεξιότητες στο χώρο στρέφονται κυρίως προς δύο κατευθύνσεις. Η πρώτη, ασχολείται με το χώρο και συνδέεται με την εξελικτική Ψυχολογία. Σύμφωνα με την οποία οι πρώτοι μετασχηματισμοί του παιδιού είναι αυτοί που διατηρούν τις τοπολογικές ιδιότητες των αντικειμένων και μόνο αργότερα το παιδί είναι ικανό να μεταφέρει στο δικό του αναπαραστατικό χώρο τις ευκλείδειες ιδιότητες των αντικειμένων. Η δεύτερη ασχολείται με τη Γεωμετρία και έχει ως αντικείμενο

δεξιότητες και διαδικασίες όπως αυτές του προσανατολισμού. Προσανατολισμός για το παιδί στο χώρο σημαίνει ότι κατευθύνεται αρχικά, με ένα σύστημα αναφοράς επικεντρωμένο στο σώμα του και αργότερα μεταφέρει το σύστημα αναφοράς έξω από το σώμα του.

Το παιδί βλέπει τον εαυτό του, το εγώ του και τα πράγματα του εξωτερικού κόσμου σε αλληλεξάρτηση μέσα στο χώρο και αυτοδιευθύνεται – αυτοκατευθύνεται μέσα στο χώρο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα το παιδί να αξιολογεί τις κινήσεις του από χωροχρονική άποψη, να τοποθετείται στο χώρο και να ενεργεί σε δραστηριότητες.

Με το σώμα του το παιδί συνειδητοποιεί τα εξωτερικά αντικείμενα, τα χειρίζεται τα εποπτεύεται και τα περιβάλλει. Τα παιδιά έρχονται σε επαφή με πολλούς χώρους καθημερινά όπως το σπίτι, το σχολείο, το δρόμο. Είναι λοιπόν, καθήκον της παιδαγωγού, να οργανώνει καθοδηγούμενες εξερευνητικές χώρων μέσα από την δράση του σώματος και των χεριών. Τις πρώτες μέρες στο σχολείο, η γνωριμία των παιδιών με τους χώρους δίνει στα παιδιά τη δυνατότητα να αποκτήσουν αυτονομία. Επιπλέον μπορούν να γνωρίσουν τα πρακτικά χαρακτηριστικά του χώρου όπως η έκταση, η λειτουργία και η δυνατότητα χρήσης τους, αλλά και να ζήσουν τις πρώτες εμπειρίες τοποθέτησης αντικειμένων, είτε με καθοδηγούμενες είτε με αυθόρμητες μορφές. Πέρα όμως από την αυθόρμητη επαφή του παιδιού με τους χώρους του σχολείου, η παιδαγωγός θα πρέπει να οργανώνει μέσα σε αυτούς, δραστηριότητες και να φέρνει τα παιδιά σε άμεση επαφή με το κατάλληλο υλικό, για να ενισχυθεί και να κατακτηθεί η έννοια του χώρου από τα παιδιά (Νούσια, 2009). Η ψυχοκινητική αγωγή είναι η αφετηρία διδασκαλίας των προμαθηματικών εννοιών ιδιαίτερα στην κατανόηση χωροχρονικών εννοιών. Το παιδί προσχολικής ηλικίας με διάφορες ψυχοκινητικές δραστηριότητες και συζητήσεις προσδιορίζει τις θέσεις των αντικειμένων στο χώρο και χρησιμοποιεί όρους όπως μέσα, έξω, ψηλά, χαμηλά, πάνω, κάτω, μπροστά, πίσω, ανάμεσα, δίπλα, όρθιος, ξαπλωτός, καθιστός, ανοιχτός, κλειστός. (Τσολάκη, 2006)

Το παιδί ανακαλύπτοντας το χώρο αυτοανακαλύπτεται. (Πατρώνης, 2001)
Ποιος θα φανταζότανε πριν από κάποια χρόνια ότι το σώμα, είναι εκείνο που βοηθάει τον κάθε άνθρωπο να μάθει μαθηματικά. (Σπετσιώτης· Καμπύλης 2002)

5.1.1 Ανάπτυξη τοπολογικών εννοιών

Σύμφωνα με τον Piaget την περίοδο που το παιδί είναι μεταξύ ενός και δύο ετών αναπτύσσεται το αισθησιοκινητικό στάδιο και κατακτιούνται οι τοπολογικές σχέσεις. Η πιο στοιχειώδης τοπολογική σχέση είναι η γειτνίαση, δηλαδή η εγγύτητα αντικειμένων που το παιδί βλέπει ταυτόχρονα κάτι που εξαρτάται από το οπτικό του πεδίο. Όσο πιο μικρό είναι το παιδί, τόσο η εγγύτητα των αντικειμένων το παρασύρει σε άλλους παράγοντες οργάνωσης, όπως η ομοιότητα, η συμμετρία. Έπειτα θα μπορέσει το παιδί να οικοδομήσει σχέσεις ανάμεσα σε στοιχεία όλο και πιο απομακρυσμένα μεταξύ τους. Η δεύτερη τοπολογική σχέση είναι ο χωρισμός. Στην αρχή το παιδί νομίζει πως τα πάντα «κολλούν», το τραπέζι, η καρέκλα, το μπουκάλι, οι σκιές και ο τοίχος εκλαμβάνονται ως κηλίδες χρωμάτων που συνθέτουν την εικόνα που βλέπει. Έπειτα, χάρη στις σχέσεις χωρισμού το παιδί ηλικίας ενός με δύο ετών αναλύει τα διάφορα στοιχεία. (AubeBotson ` Deliege, 1998)

5.1.1.1 Δραστηριότητες για την αντίληψη του χώρου

Ορισμένες ενδεικτικές δραστηριότητες για την αντίληψη του χώρου είναι είναι η παιδαγωγός να βάλει τα στεφάνια της γυμναστικής στο πάτωμα. Και να πει στα παιδιά να μπουν μέσα στα στεφάνια και κατόπιν να βγουν έξω από αυτά. Η παιδαγωγός μπορεί να χωρίσει τα παιδιά σε ομάδες, ανάλογα με το χρώμα του στεφανιού. Τα παιδιά καλούνται να μπουν στο κατάλληλο στεφάνι με το σωστό χρώμα με ένα χαρακτηριστικό σήμα της παιδαγωγού το οποίο έχει ορίσει και να ξαναβγούν με το σήμα της. Με αυτόν τον τρόπο εμπεδώνονται οι έννοιες μέσα έξω.

Επιπλέον μέσα από τις εμπειρίες τους μπορεί η παιδαγωγός να ζητήσει από τα παιδιά να περιγράψουν τον εσωτερικό και τον εξωτερικό χώρο του σχολείου, του σπιτιού τους ή κάποιου άλλου χώρου. (Γαλάτης ` Γιαννάκη- Μπασέτη, 2005)

Μια άλλη δραστηριότητα για την αντίληψη του χώρου είναι να δώσει η παιδαγωγός δύο μπάλες μία κόκκινη και μία πράσινη και να ζητήσει από το παιδί να βάλει την κόκκινη μπάλα πάνω στο τραπέζι και την πράσινη κάτω από το τραπέζι. Επιπλέον μπορεί να τοποθετήσει αντικείμενα πάνω σε μια επιφάνεια, όπως στο τραπέζι της τάξης, καθώς και από κάτω. Τα παιδιά καλούνται να πουν ποιά αντικείμενα βρίσκονται πάνω στο το τραπέζι και ποια κάτω από αυτό.

Επίσης για την κατανόηση αυτής της ενότητας η παιδαγωγός μπορεί να οδηγήσει το παιδί να καταλάβει μέσα από τις εμπειρίες του το πάνω και κάτω μέρος διάφορων αντικειμένων, όπως το πάνω και κάτω μέρος από ένα αυτοκίνητο.

Τελευταία ενδεικτική δραστηριότητα που ενισχύει το παιδί στη μνήμη του χώρου είναι η εξής: Τα παιδιά τοποθετούνται σε μία γραμμή. Με τον ήχο της μουσικής αφήνουν τις γραμμές και μετακινούνται στο χώρο της αίθουσας. Όταν σταματήσει η μουσική πρέπει να σχηματίσουν ξανά τις γραμμές με την ίδια σειρά. (Σπετσιώτης· Καμπύλης, 2002). Ανάλογες δραστηριότητες μπορεί να επιτευχθούν και για την κατανόηση των υπόλοιπων μαθηματικών εννοιών.

5.1.2 Κατανόηση της έννοιας του χρόνου

Ο χρόνος είναι μια πολύ αφηρημένη έννοια και διακρίνεται στον αντικειμενικό χρόνο –που είναι ο μαθηματικός χρόνος, πάντοτε ο ίδιος, μία ώρα διαρκεί εξήντα λεπτά, - και στον υποκειμενικό χρόνο –που είναι ο χρόνος που δημιουργεί η δική μας ιδιαίτερη εντύπωση. Τα κυριότερα σημεία του χρονικού προσανατολισμού είναι αρχικά η οικοδόμηση βασικών χρονικών εννοιών όπως πριν, μετά νωρίς, αργά, παρελθόν, μέλλον. (Τσολάκη, 2006) Αφού τα παιδιά κατανοήσουν αυτές τις έννοιες στόχος της παιδαγωγού είναι να προσδιορίσουν τα γεγονότα στο χρόνο και τις θέσεις των αντικειμένων στο χώρο σε σχέση με ένα σταθερό και συμβατικό σημείο αναφοράς.(Γαλάτης Γιαννάκη –Μπασέτη , 2005)

Μια άλλη βασική, χρονική έννοια είναι η αντίληψη σειράς, τάξης και διαδοχής γεγονότων, η αντίληψη της διάρκειας χρονικών διαστημάτων όπως ποια είναι η διαφορά μιας ώρας και μιας μέρας ή μιας ημέρας και ενός μήνα. Τελευταία χρονική έννοια είναι η κατανόηση της κυκλικής ανανέωσης ορισμένων περιόδων, η σύνδεση δηλαδή ορισμένων δραστηριοτήτων με εποχές όπως το γεγονός ότι η σημαία συνδέεται με την εθνική εορτή. (Τσολάκη, 2006)

5.1.2.1 Δραστηριότητες για την κατανόηση της έννοιας του χρόνου

Για να κατανοήσουν τα παιδιά τις χρονικές έννοιες πρέπει να γίνουν κάποιες δραστηριότητες. Αφού έχει προηγηθεί από την παιδαγωγό η βιωματική προσέγγιση των χωροχρονικών εννοιών με ασκήσεις συγχρονισμού, ετεροχρονισμού, ασκήσεις διάρκειας του χρόνου και μέτρησης του.

Η παιδαγωγός συμφωνεί με τα παιδιά να χρησιμοποιήσουν σύμβολα για κάθε χρονική έννοια δημιουργώντας καταστάσεις προβληματισμού οι οποίες έχουν να κάνουν αναλόγα με τη θέση του ήλιου στον ουρανό, τα στάδια της ημέρας, με το ποιές δουλειές κάνει ο άνθρωπος το πρωί, το μεσημέρι, το βράδυ. Αυτό επιτυγχάνεται για να κατανοήσουν τα παιδιά τις έννοιες του χρόνου μέσω των συσχετισμών με στοιχεία του περιβάλλοντός του. Τα παιδιά μετά τους προβληματισμούς θα ψάξουν να βρουν τις λύσεις να παρατηρήσουν, να συγκρίνουν γεγονότα και να καταγράψουν τα συμπεράσματα τους.

Έπειτα, τα γεγονότα αυτά κατά τη διάρκεια της μέρας ή της εβδομάδας είναι εύκολο να τα παρατηρήσουν και να τα ταξινομήσουν. Όσον αφορά τα γεγονότα κατά τη διάρκεια ολόκληρου του μήνα ή ολόκληρου του χρόνου είναι δύσκολο να κατανοηθούν από τα παιδιά. Σε αυτή τη περίπτωση η παιδαγωγός χρησιμοποιεί σύμβολα με διάφορους τρόπους όπως το ότι ο ήλιος χαμηλά στη γη συμβολίζει το χειμώνα, ο ήλιος πολύ ψηλά από τη γη συμβολίζει το καλοκαίρι, το ανθισμένο δένδρο συμβολίζει την άνοιξη, το δένδρο που έχει κίτρινα φύλλα συμβολίζει το φθινόπωρο.

Τα παιδιά επεξεργάζονται τις έννοιες των μηνών και των εποχών με τη βοήθεια του παιδαγωγού, είτε δραματοποιώντας ένα παραμύθι, είτε μαθαίνοντας ένα σχετικό τραγούδι, είτε διαβάζοντας τα σύμβολα.

Τέλος, τα παιδιά συγκρίνουν, διακρίνουν και ταξινομούν τα γεγονότα και καταγράφουν με ζωγραφική ή κολλάζ τα παρακάτω συμπεράσματα όπως το γεγονός ότι ο ήλιος όταν ανατέλλει είναι πολύ λαμπερός και ότι το μεσημέρι βρίσκεται στο κέντρο του ουρανού. Αργότερα για την κατανόηση των εποχών αρκεί να αναφέρει η παιδαγωγός στα παιδιά ότι το καλοκαίρι έχει πολύ ήλιο, το φθινόπωρο πολλές βροχές και αέρα, το χειμώνα χιόνι και την άνοιξη βροχές και ήλιο. Η κατανόηση του χρόνου ολοκληρώνεται με τη βοήθεια των φύλλων εργασίας. (Γαλάτης· Γιαννάκη – Μπασέτη, 2005)

5.1.3 Προσέγγιση προβολικών σχέσεων

Μετά την κατανόηση του χώρου και του χρόνου ,το παιδί προσχολικής ηλικίας μαθαίνει για γεωμετρικές έννοιες. Οι έννοιες της προβολικής Γεωμετρίας, βασίστηκαν στην έννοια της προοπτικής που βρήκε εφαρμογή και αναπτύχθηκε

ιδιαίτερα στη ζωγραφική της περιόδου της Αναγέννησης .Οι καλλιτέχνες αυτής της περιόδου θα στρέψουν το ενδιαφέρον στον άνθρωπο και στο σύμπαν που τον περιβάλλει και θα αποτολμήσουν την αναπαράσταση της φύσης με έναν τρόπο ρεαλιστικό. Ο ζωγράφος φροντίζει ώστε τα αντικείμενα που απεικονίζει, εκτός από το χρώμα και τη φυσική τους υπόσταση, να αποτελούν γεωμετρικά αντικείμενα με καθορισμένη θέση στο χώρο.

Ως προς τις διδακτικές διαστάσεις των προβολικών ιδιοτήτων οι Piaget και Inhelder ανέπτυξαν τα εξής. Υποστήριξαν ότι οι πρώτες απόπειρες συγκρότησης των προβολικών εννοιών σχετίζονται με τις προσπάθειες του παιδιού να συσχετίσει αντικείμενα του χώρου με μια προβολική θεώρηση, γεγονός που σχετίζεται με την έννοια της ευθείας γραμμής. Η οικοδόμηση της ικανότητας αυτής πραγματοποιείται με έναν τρόπο ασυνεπή σε παιδιά ηλικίας από τέσσερα έως επτά χρονών. Μετά την ευθεία γραμμή τα παιδιά μαθαίνουν για την παραλληλία και την καθετότητα. (Ζαχάρος, 2007)

Ενδεικτικές δραστηριότητες είναι οι εξής. Μπροστά σε έναν καθρέφτη το παιδί προσχολικής ηλικίας ρίχνει ένα ζάρι, το παιδί καλείται να παρατηρήσει πως βλέπει το ζάρι που βρίσκεται μπροστά του και πως φαίνεται το ζάρι από την πλευρά του καθρέφτη. Μια άλλη δραστηριότητα είναι η παιδαγωγός μαζί με τα παιδιά να γίνουν φωτογράφοι. Η παιδαγωγός δείχνει κάποιες φωτογραφίες και τα παιδιά αναγνωρίζουν τη θέση από όπου τραβήχτηκε η συγκεκριμένη φωτογραφία. (Παύλου, 1994)

5.1.3.1 Εισαγωγή του παιδιού στη διδασκαλία των γεωμετρικών σχημάτων

Για την διερεύνηση των δυνατοτήτων των παιδιών δυο με έξι ετών στην αναγνώριση, κατασκευή και σχεδιασμό γεωμετρικών σχημάτων προτείνονται από τον Dickson διάφορα πειράματα. Τα παιδιά καλούνται να αγγίξουν γεωμετρικά σχήματα, στη συνέχεια να τα ονομάσουν με τη βοήθεια της παιδαγωγό και να τα κατασκευάσουν υπό μορφή χειροτεχνίας. Τα παιδιά παρατηρούν το μέγεθος των σχημάτων και τη διαφορά του ενός από του άλλου. Έπειτα, η πλειονότητα των παιδιών μπορεί να αναγνωρίσει τα σχήματα από την ηλικία των τριών ετών. Ο κύκλος είναι το ευκολότερο σχήμα στην αναγνώριση. Ακολουθεί το τετράγωνο , το τρίγωνο και τέλος ο ρόμβος.

Σε πρόσφατη έρευνα, του 2004 διαπιστώθηκε ότι παιδιά της προσχολικής ηλικίας είναι ικανά να αναγνωρίζουν τα βασικά γεωμετρικά σχήματα, όπως κύκλους, τετράγωνα, ορθογώνια, παραλληλόγραμμο και τρίγωνα. Όταν για παράδειγμα ζητήθηκε από παιδιά ηλικίας τεσσάρων ετών να επιλέξουν τους κύκλους από μια συλλογή σχημάτων, το ποσοστό επιτυχίας ήταν 92%. Βέβαια από τριών ετών τα περισσότερα παιδιά περιγράφουν τους κύκλους ως «στρογγυλά».

Επίσης, τα τετράγωνα προσδιορίζονται με ποσοστό επιτυχίας 82% από παιδιά ηλικίας τεσσάρων ετών.

Η επιτυχία είναι μικρότερη στις περιπτώσεις των τριγώνων και των ορθογώνιων. Αναλυτικότερα, για την περίπτωση των τριγώνων, το ποσοστό επιτυχίας δεν ξεπερνά το 60% στα τετράχρονα. Εδώ, το οπτικό πρότυπο που ηγεμονεύει είναι το ισοσκελές. (Clements, 2004)

5.1.3.2 Η σημασία της γλώσσας για την είσοδο του παιδιού στη Γεωμετρία

Η γλώσσα διαδραματίζει έναν σημαίνοντα ρόλο στην ανάπτυξη της γεωμετρικής σκέψης. Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αναζητούν αντιστοιχίες μεταξύ λέξεων και αντικειμένων. Πολλές από τις ιδέες των μαθηματικών και ιδιαίτερα της γεωμετρίας σχετίζονται με λέξεις που έχουν μια καθημερινή χρήση. Σε ένα αρχικό στάδιο θα πρέπει τα παιδιά να ενθαρρύνονται να εκφράζουν την κατανόηση των γεωμετρικών εννοιών με τους δικούς τους όρους. Για παράδειγμα, παιδιά τριών και τεσσάρων χρονών έλεγαν «στροφή» για τη γωνία και «ίσες» για τις παράλληλες ευθείες. Βαθμιαία, όμως πρέπει να ενθαρρύνονται ώστε να χρησιμοποιούν, την ορολογία της Γεωμετρίας με σωστό τρόπο. Διαφορετικά, η ανίχνευση της ποιότητας των επιχειρημάτων των παιδιών και το καθημερινό περιεχόμενο του νοήματος των λέξεων μεταφέρεται και στο γεωμετρικό πλαίσιο λειτουργίας, δημιουργώντας εννοιολογικές συγχύσεις.

Οι ερωτήσεις που θέτει η παιδαγωγός είναι επίσης ένα σημαντικό στοιχείο της διδακτικής διαδικασίας και αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο για την ανίχνευση της ποιότητας των επιχειρημάτων των παιδιών. Ερωτήσεις όπως : «Τι σχήμα είναι αυτό; Πως το ξέρεις;» ή στις περιπτώσεις ομαδοποίησης των σχημάτων, με την ερώτηση «Γιατί έβαλες αυτό το σχήμα; Τι διαφορετικό έχει από τα άλλα σχήματα;»,

βοηθούν το παιδί να εμβαθύνει στις ιδιότητες των γεωμετρικών σχημάτων και στην ανάπτυξη της ικανότητας αιτιολόγησης. (Ζαχάρος, 2007)

5.1.3.3 Περνώντας στη διδασκαλία των σχημάτων :Ιδέες και περαιτέρω ανάπτυξη

Αρχικά πρέπει η παιδαγωγός να έχει θέσει κάποιους στόχους. Στη συγκεκριμένη περίπτωση οι στόχοι που μπορούν να τεθούν από τους παιδαγωγούς είναι για παράδειγμα, τα παιδιά να αναγνωρίζουν, να ονοματίζουν, να σχεδιάζουν, να συγκρίνουν και να ομαδοποιούν τα σχήματα.

Τα υλικά που θα χρησιμοποιηθούν για την εισαγωγή των παιδιών στα γεωμετρικά σχήματα θα πρέπει να αναζητηθούν όχι μόνο στο εκπαιδευτικό υλικό του παιδικού σταθμού και νηπιαγωγείου, αλλά και σε αντικείμενα του περιβάλλοντος χώρου, τόσο μέσα στον παιδικό σταθμό και νηπιαγωγείο, όσο και έξω από αυτά. Για παράδειγμα, το σχήμα της πόρτας, του παραθύρου, το σχήμα της απέναντι πολυκατοικίας.

Όταν θέλει κανείς να εισαγάγει ένα καινούργιο σχήμα, καλό είναι να δείχνει στα παιδιά εικόνες και μια ποικιλία αντικειμένων που έχουν το συγκεκριμένο σχήμα. Αυτή η διαδικασία έχει ως αποτέλεσμα τα παιδιά να μην ταυτίζουν το μαθηματικό σχήμα με ένα συγκεκριμένο αντικείμενο. Για παράδειγμα, για το σχήμα του κύβου δεν περιορίζεται η παιδαγωγός στο σχήμα ενός ζαριού αλλά παρουσιάζονται αρκετά αντικείμενα με μορφή κύβου σε διάφορα μεγέθη και χρώματα, και ζητείται από τα παιδιά να εντοπίσουν ομοιότητες μεταξύ των σχημάτων αυτών. Ομοίως, όταν θέλει κάποιος παιδαγωγός να εισαγάγει τον κύλινδρο, θα πράξει με ίδιο τρόπο. Αρχικά, θα δείξει μια ποικιλία εικόνων και αντικειμένων με το συγκεκριμένο γεωμετρικό σχήμα. Θα δείξει ακόμα, κυλίνδρους με διαφορετικά ύψη και βάσεις. Επίσης μπορούν οι κύλινδροι να παρουσιαστούν με διαφορετικές τοποθετήσεις, όπως κατακόρυφους και ξαπλωτούς ώστε να κατανοηθούν τα χαρακτηριστικά των εδρών τους από τα παιδιά. (Ζαχάρος, 2007)

Ακολούθως, προτείνονται κάποιες ενδεικτικές δραστηριότητες. Τα παιδιά ταξινομούν τα στερεά σχήματα που είναι μπροστά τους σε αυτά που κυλάνε και σε αυτά που δεν κυλάνε, σε αυτά που η βάση τους είναι ορθογώνια και σε αυτά που έχουν μια κορυφή -«μύτη». Επιπλέον μπορούν να τοποθετηθούν σε αδιαφανείς

σακούλες διάφορα γεωμετρικά σχήματα. Το παιδί καλείται να βρει το γεωμετρικό σχήμα που ζητά η παιδαγωγός μέσα από την σακούλα μέσω της αφής. (Ζαχάρος · Παπανδρέου, 2003)

5.2 Προσέγγιση των ποιοτικών σχέσεων

Το παιδί οδηγείται από την αντίληψη του χώρου και του χρόνου προς τις συγκρίσεις και τις ομαδοποιήσεις των στοιχείων με στόχο την επεξεργασία αρχικά ποιοτικών και αργότερα ποσοτικών συγκρίσεων και σχέσεων.

Η προσέγγιση των ποιοτικών σχέσεων έχει ως στόχο να βοηθήσει τα παιδιά να γίνουν ικανά να επεξεργάζονται και να νοηματοδοτούν τις πληροφορίες που προσλαμβάνουν μέσω των αισθήσεων. Ο σχηματισμός της ενορατικής αναπαράστασης των αντικειμένων και των καταστάσεων στις οποίες βρίσκονται τα παιδιά και η λεκτική διατύπωση τους απαιτούν διαδικασίες ομαδοποίησης, ταξινόμησης, αφαίρεσης χαρακτηριστικών, γενίκευσης και συμβολισμού. (Τζεκάκη ,1998). Το παιδί όταν καταλάβει τις παραπάνω έννοιες θα οδηγηθεί έπειτα και στην έννοια του συνόλου. (Σπετσιώτης· Καμπύλης, 2003)

Πρέπει να τονιστεί ότι όλες αυτές οι έννοιες θα γίνουν κατανοητές στο παιδί βιωματικά μέσα από παιχνίδια, ιστορίες και ομαδοσυνεργατικές διαδικασίες διδασκαλίας που ενισχύουν τη μάθηση. Η ζωή στον παιδικό σταθμό δίνει τέτοιες ευκαιρίες σε μεγάλη ποικιλία.

5.2.1 Προσέγγιση της ομαδοποίησης στα παιδιά

Η έννοια της «ομαδοποίησης» είναι θεμελιώδης στη θεωρία του J. Piaget. Από το 1942 την περιέγραψε σαν μια «λογική ομάδα» που ορίζεται από απλές ποιοτικές σχέσεις ή ιδιότητες χωρίς την παρεμβολή αριθμών ή μονάδων ποσοτήτων. Πρόκειται για μια δομή που είναι η πιο κατάλληλη για να περιγράψει το σχηματισμό των πρώτων συλλογών από «όμοια» ή «παρόμοια» αντικείμενα που βρίσκει το παιδί στον περιβάλλοντα χώρο του. Θεωρείται από τον Piaget σαν το πρώτο είδος πραξιακής δομής.

Με τη βοήθεια της ομαδοποίησης μπορεί κανείς να ορίσει τι εννοείται όταν λέγεται «συλλογή ή τάξη όμοιων, ή ομοειδών πραγμάτων».(Πατρώνης, 2001)

Το παιδί της προσχολικής ηλικίας πριν κάνει την ομαδοποίηση δημιουργεί μικρές και απλές ομάδες γιατί η σκέψη του προσκολλάται σε ένα και μόνο κυρίαρχο χαρακτηριστικό των αντικειμένων, ενώ παραμερίζει άλλα που είναι ουσιώδη. Η ομαδοποίηση είναι η πρώτη σχέση των αντικειμένων στο χώρο. Για αυτό το λόγο τα παιδιά πρέπει να προτρέπονται από τις παιδαγωγούς να ομαδοποιούν αντικείμενα με βάση ένα κριτήριο όπως το σχήμα, το χρώμα και το μέγεθος. Στη συνέχεια η ομαδοποίηση γίνεται με βάση δυο κριτήρια ή και περισσότερα κριτήρια όπως χρώμα και μέγεθος, χρώμα-μέγεθος-σχήμα. Έπειτα τα παιδιά μπορούν να κάνουν ομαδοποιήσεις σε ζευγάρια, δηλαδή να ζευγαρώνουν αντικείμενα με βάση τη χρήση ή κάποια σχέση τους, όπως τα παπούτσια με τις κάλτσες τους, το πινέλο με την μπογιά, το σφυρί με το καρφί. (Σπετσιώτης· Καμπύλης, 2003)

5.2.2 Η έννοια της Ταξινόμησης

Η ταξινόμηση είναι μια βασική λογικομαθηματική έννοια. Όλα τα προγράμματα προσχολικής αγωγής δίνουν έμφαση σε δραστηριότητες που σχετίζονται με την ταξινόμηση. Η εξέλιξη της ικανότητας της ταξινόμησης ξεκινά από τα συναθροίσματα ανόμοιων αντικειμένων. Έπειτα συνεχίζει με το στάδιο της μερικής ταξινόμησης με βάση ένα και στη συνέχεια δυο χαρακτηριστικά αντικειμένων από το συνάθροισμα. Και τέλος, καταλήγει στην ολική ταξινόμηση.

Το έργο της ταξινόμησης, θα έλεγε κανείς ότι αντιπροσωπεύει οργανωμένη πρόοδο των δεξιοτήτων της ταύτισης. Κατά την ταύτιση οι κατηγορίες καθορίζονται από την παιδαγωγό, δίνοντας στο παιδί μια εικόνα και ζητώντας του να βρει την όμοια της. (Σπετσιώτης· Καμπύλης, 2003) Κριτήριο για την ταξινόμηση αντικειμένων μπορεί να αποτελεί το χρώμα, το σχήμα, το μέγεθος. Η ταξινόμηση ωστόσο μπορεί να αφορά και ένα πιο ευρύ φάσμα χαρακτηριστικών των αντικειμένων, όπως τα αντικείμενα που κινούνται και αυτά που δεν κινούνται.

Συνήθως τα παιδιά αποκτούν τις πρώτες εμπειρίες ταξινόμησης με την τακτοποίηση των πραγμάτων τους. Η αρχή γίνεται από το σπίτι του, με την τακτοποίηση του δωματίου του, που επιτυγχάνεται με την τοποθέτηση των αντικειμένων στη θέση τους, των άχρηστων υλικών στο καλάθι των άχρηστων, των χρωμάτων στα κουτιά τους και των διαφόρων παιχνιδιών στη θέση τους. Από δύο ετών το παιδί μαθαίνει να τακτοποιεί τα πράγματά του. Αυτή η διαδικασία δεν είναι εύκολη. Μπορεί για τους μεγάλους να είναι απλό, ωστόσο για τα παιδιά είναι

δύσκολο .Για αυτό το λόγο θα πρέπει ο γονέας και ο εκπαιδευτικός να επιδιώκουν να αποκτήσει το παιδί τις αναγκαίες δεξιότητες για να εκτελεί μόνο του τις κατάλληλες ενέργειες. Όπως και σε άλλα θέματα ανάπτυξης του παιδιού κανόνας είναι ότι οι γονείς και οι εκπαιδευτικοί δεν πρέπει να βιάζονται. (Ανθούλιας, 2001)

5.2.3 Προσέγγιση της έννοιας της σειροθέτησης

Σειροθέτηση είναι η διάταξη πραγμάτων με βάση κάποιο κριτήριο. Το κριτήριο αυτό μπορεί να είναι το μέγεθος, το ύψος των αντικειμένων. Σειροθέτηση είναι και η διάταξη συνόλων με βάση τον αριθμό των στοιχείων που τα απαρτίζουν κατά ανιούσα ή κατιούσα σειρά. Η σειροθέτηση είναι μια δύσκολη έννοια. Για να βάλει το παιδί στη σειρά κατά μέγεθος πέντε κύβους, πρέπει να κάνει συγκρίσεις και να έχει στο νου του, ταυτόχρονα δυο ιδιότητες. Αυτές οι ιδιότητες είναι ότι ο ένας κύβος είναι μεγαλύτερος από τον προηγούμενο και μικρότερος από τον επόμενο στην ανιούσα σειρά ή το αντίθετο στην κατιούσα σειρά. (Σπετσιώτης, Καμπύλης, 2003) Με στόχο να γίνει η σειροθέτηση αντικειμένων με βάση το ύψος τους, πραγματοποιείται η εξής δραστηριότητα. Δίνονται σε παιδιά προσχολικής ηλικίας δέκα ραβδάκια ανακατεμένα. Ζητείται από κάθε παιδί να τα βάλει σε σειρά ανάλογα με το ύψος τους. Παρατηρείται ότι το παιδί ηλικίας τριών ετών δεν αγγίζει το υλικό ή συχνότερα σπρώχνει τα ραβδάκια από τη μια πλευρά στην άλλη. Το παιδί δυσκολεύεται να οργανώσει τις σκόρπιες συγκρίσεις που κάνει μεταξύ των στοιχείων και να καταλήξει σε αύξουσα σειροθέτηση. Το παιδί ηλικίας τεσσάρων ετών κάνει δυάδες ή τριάδες στοιχείων χωρίς συνοχή, μεταξύ τους. Η κατανόηση δεν έχει επέλθει ακόμα. Το παιδί ηλικίας πέντε ετών πραγματοποιεί κάποια σειροθέτηση με μια μορφική διάταξη αλλά δεν διαλέγει πάντα στοιχεία με βάση το ύψος τους.

Ένα άλλο παράδειγμα σειροθέτησης με βάση το ύψος των αντικειμένων είναι το εξής. Το κάθε παιδί της τάξης έχει μπροστά του δέκα έγχρωμα ραβδάκια, άτακτα ριγμένα που μπορούν να σειροθετηθούν. Έχει επίσης δέκα έγχρωμα μολύβια που τα χρώματα τους αντιστοιχούν στα χρώματα που έχουν τα ραβδάκια. Ζητείται από το παιδί να παραστήσει σε ιχνογράφημα τη διάταξη που έχουν τα ραβδάκια χωρίς να τα αγγίζει. Το παιδί ηλικίας τεσσάρων ετών αποτυγχάνει να «συλλάβει» τη σειρά διευθέτησης των στοιχείων. Το παιδί ηλικίας πέντε ετών ιχνογραφεί μια σειρά από ραβδάκια χρησιμοποιώντας ένα μόνο μολύβι. Δεν λαμβάνει υπόψη του όμως, ούτε πόσα ακριβώς είναι τα ραβδάκια που του παρουσιάστηκαν, ούτε τα χρώματα τους,

ούτε το ύψος τους. Τέλος το παιδί των έξι ετών προσπαθεί να αντιστοιχίσει το ύψος με το χρώμα. Όμως μπορεί να γελιέται άλλοτε ως προς το ύψος και άλλοτε ως προς τον αριθμό των στοιχείων. (AubeBotson` Deliege, 1998)

Για να ενταχθούν τα παιδιά στην έννοια της σειροθέτησης, μπορεί να γίνει η εξής δράση. Η παιδαγωγός μπορεί να βάλει τα παιδιά σε σειρά ανάλογα με το ανάστημά τους. Έπειτα τα παιδιά τριών τεσσάρων ετών μπορούν να τοποθετούν στη σειρά ομοειδή αντικείμενα, δηλαδή παιχνίδια κατά μέγεθος, όπως κούκλες ξεκινώντας από την πιο ψηλή. (Σπετσιώτης` Καμπύλης, 2003)

Κάποιες ενδεικτικές δραστηριότητες όσον αφορά τη σειροθέτηση με βάση το ύψος των αντικειμένων, μπορεί να πραγματοποιηθεί η εξής δραστηριότητα. Το κάθε παιδί της τάξης έχει μπροστά του δέκα έγχρωμα ραβδάκια, άτακτα ριγμένα που μπορούν να σειροθετηθούν. Έχει επίσης δέκα έγχρωμα μολύβια που τα χρώματα τους αντιστοιχούν στα χρώματα που έχουν τα ραβδάκια. Ζητείται από το παιδί να παραστήσει σε ιχνογράφημα τη διάταξη που έχουν τα ραβδάκια χωρίς να τα αγγίξει. Το παιδί ηλικίας τεσσάρων ετών αποτυγχάνει να «συλλάβει» τη σειρά διευθέτησης των στοιχείων. Το παιδί ηλικίας πέντε ετών ιχνογραφεί μια σειρά από ραβδάκια χρησιμοποιώντας ένα μόνο μολύβι. Δεν λαμβάνει υπόψη του όμως, ούτε πόσα ακριβώς είναι τα ραβδάκια που του παρουσιάστηκαν, ούτε τα χρώματα τους, ούτε το ύψος τους. Τέλος το παιδί των έξι ετών προσπαθεί να αντιστοιχίσει το ύψος με το χρώμα. Όμως μπορεί να γελιέται άλλοτε ως προς το ύψος και άλλοτε ως προς τον αριθμό των στοιχείων. (AubeBotson` Deliege, 1998) Άλλη μια δραστηριότητα που θα μπορούσε να εκτελέσει η παιδαγωγός είναι να βάλει τα παιδιά σε σειρά ανάλογα με το ανάστημά τους έτσι με σημείο αναφοράς τον εαυτό τους θα κατανοήσουν καλύτερα την έννοια της σειροθέτησης. (Σπετσιώτης` Καμπύλης, 2003)

5.2.4 Προσέγγιση της έννοιας της αντιστοίχισης

Η οικοδόμηση των λογικομαθηματικών σχέσεων είναι η δυνατότητα εισαγωγής σχέσεων μεταξύ των αντικειμένων. Οι συνήθεις σχέσεις είναι αυτές που συνδέουν δυο στοιχεία του ίδιου συνόλου ή διαφορετικών συνόλων (Ζαχάρος ,2007). Δηλαδή, στην αντιστοίχιση χρησιμοποιούνται δυο σύνολα που περιέχουν έως πέντε αντικείμενα κάθε ένα ,για να γίνει γνωστή η έννοια «τόσα, όσα» (Τσολάκη, 2006). Η παραπάνω έκφραση «τόσα- όσα» δηλώνει μορφές σχέσεων που ονομάζονται διμελείς σχέσεις. (Ζαχάρος, 2007)

Οι διδακτικοί στόχοι της αντιστοίχισης είναι η εξοικείωση των παιδιών με τις σχέσεις των στοιχείων των δύο συνόλων. Άλλος ένας στόχος της αντιστοίχισης είναι να συγκρίνουν τον πληθικό αριθμό δύο συνόλων, χωρίς την απαρίθμηση των στοιχείων τους. Τελευταίος διδακτικός στόχος είναι η εξοικείωση με το λεξιλόγιο που συσχετίζει στοιχεία δύο συνόλων χωρίς τη μαθηματική αυστηρότητα. (Ζαχάρος, 2007)

Κάποιες ενδεικτικές δραστηριότητες είναι το παιχνίδι με τις κάρτες. Παίζεται ως εξής σε παιδιά προσχολικής ηλικίας τριών με τεσσάρων ετών δίνονται κάρτες. Στην αρχή, το παιδί παίζει ελεύθερα με τις κάρτες. Οι κάρτες απεικονίζουν τους αριθμούς. Έπειτα, οι κάρτες τοποθετούνται πάνω στο τραπέζι με την παρέμβαση της παιδαγωγού. Έπειτα τις γυρνάνε ανάποδα τα παιδιά μαζί με την παιδαγωγό. Το κάθε παιδί καλείται να διαλέξει μια κάρτα. Στη συνέχεια, το παιδί βλέπει τον αριθμό και πρέπει να αντιστοιχίσει αντικείμενα της τάξης με τον αριθμό που δείχνει η κάρτα (Εξάρχου, 2004). Μια άλλη δραστηριότητα είναι το παιχνίδι με τα αντικείμενα. Τα παιδιά φτιάχνουν το κουκλόσπιτο, αντιστοιχούν τα πιατάκια με τα φλιτζάνια, την πετσέτα με το πιρούνι, το πιρούνι με το μαχαίρι, το κουτάλι με το μεγάλο φλιτζάνι.

5.3 Μαθηματικές έννοιες με ποσοτικές σχέσεις

Οι Μαθηματικές έννοιες με ποσοτικές σχέσεις είναι έννοιες, τις οποίες το παιδί κατακτά μετά την επαφή του με τις ποιοτικές έννοιες. Αυτό συμβαίνει γιατί οι ποσοτικές σχέσεις αποτελούν μια πιο αφηρημένη έννοια. Οι ποσοτικές σχέσεις αφορούν μετρήσεις.

5.3.1 Η έννοια της μοιρασιάς. Μια πρωταριθμητική έννοια

Η μοιρασιά είναι η διαδικασία της κυκλικής διανομής διακριτών και όμοιων μεταξύ τους αντικειμένων με τρόπο ώστε να επιμερίζεται ο ίδιος αριθμός αντικειμένων σε προσδιορισμένες θέσεις στη διάρκεια κάθε κύκλου. Στην απλούστερη μορφή της διανομής ένας κύκλος ολοκληρώνεται όταν δίνεται ένα αντικείμενο σε κάθε θέση. Πρόκειται για μια αντιστοίχιση ένα προς ένα με μια θέση. Μετά το πέρας ενός γύρου η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να μην απομείνουν άλλα αντικείμενα στην κατοχή του διανομέα.

Η μοιρασιά είναι πρωταρχικά ένα σχήμα δράσης. Από μαθηματική άποψη θεωρείται ότι η έννοια της μοιρασιάς προηγείται της έννοιας του αριθμού. Στο

σχήμα δράσης της κυκλικής επανάληψης κάθε κύκλος αποτελεί μια θεματική μονάδα. Οι θεματικές μονάδες δεν μετρώνται αλλά επαναλαμβάνονται ως σχήματα δράσης μέχρι να ολοκληρωθεί η δράση αυτής της μορφής χωρίς τη δυνατότητα περαιτέρω συνέχισης (Davis` Pepper, 1992) Σε έρευνα που πραγματοποιήθηκε με παιδιά προσχολικής ηλικίας διερευνώνται οι ικανότητες των παιδιών στην εκτέλεση έργων διανομής. Διαπιστώνεται ότι όλα τα παιδιά ανεξάρτητα από τις ικανότητες τους στην αρίθμηση ,τα καταφέρνουν επιτυχώς. Αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η έννοια της μοιρασιάς είναι πρωτοαριθμητικό πρόβλημα.(Davis` Pepper, 1992)

Η έννοια της μοιρασιάς διακρίνεται σε δυο στάδια .Στο πρώτο στάδιο, ένας αριθμός διακριτών αντικειμένων όπως για παράδειγμα το φαγητό μοιράζεται σε δυο κούκλες. Στο δεύτερο στάδιο ζητείται μια αναδιανομή των αντικειμένων με την εισαγωγή μιας τρίτης κούκλας. Τα μεγάλα ποσοστά επιτυχίας στα έργα μοιρασιάς δείχνουν τη χρήση μιας συστηματικής αλγοριθμικής σκέψης. Οι επιτυχείς στρατηγικές που αναπτύσσονται, εμπεριέχουν δύο στάδια. Την αρχική δράση κατά την οποία το κάθε παιδί δίνει ένα είδος φαγητού στην κούκλα και η επανάληψη του κύκλου της διανομής μέχρι να τελειώσουν τα ψωμάκια για παράδειγμα. Ωστόσο παρατηρείται στο τέλος ότι τα παιδιά δεν γνωρίζουν πόσα ψωμάκια μοιράστηκαν σε κάθε κούκλα. (Ζαχάρος, 2007)

5.3.2 Ο Αριθμός

Ο αριθμός όπως και η μέτρηση εντάσσεται στις ποσοτικές σχέσεις. Δηλαδή στις σχέσεις που αφορούν ποσότητα και οι οποίες κατακτιούνται μετά από τις ποιοτικές σχέσεις.. Στη συνέχεια ακολουθεί αναλυτικά ο βαθμός κατανόησης των παιδιών όσον αφορά τις πράξεις.

5.3.2.1Εισαγωγή στις πράξεις

Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας μπορούν να κατανοήσουν την πρόσθεση και την αφαίρεση αρκεί οι πράξεις αυτές να αφορούν μικρές ποσότητες. Παρά τη σπουδαιότητα της πρόσθεσης και της αφαίρεσης , πολύ λίγο εμφανίζονται στη θεωρία του Piaget. Ακόμα και όταν έδωσε κάποια προσοχή στις δυο πράξεις , το ενδιαφέρον εστιαζόταν στο να δείξει τη σχέση με τις βασικές έννοιες της συμπερίληψης σε ομάδα. Υποστήριξε ότι η πραγματική κατανόηση της πρόσθεσης και αφαίρεσης μπορεί να επιτευχθεί από τα επτά χρόνια του παιδιού.

Με τον Piaget συμφωνούν οι Geoffrey & και Julia Mattheuws .Στην εισαγωγή τους στο βιβλίο Πρώιμες μαθηματικές εμπειρίες δηλώνουν ότι η ιδέα για αθροίσματα στα πολύ μικρά παιδιά είναι απαράδεκτη , επειδή στο προσχολικό επίπεδο τα παιδιά έχουν τόσα πολλά να διδαχτούν πριν ακόμη κατανοήσουν αυτές τις πράξεις. (Δημητρίου, 1993)

Στη συνέχεια η έρευνα του Hughes αποδεικνύει ότι τα παιδιά προσχολικής ηλικίας κατανοούν εν μέρει τις πράξεις. Σύμφωνα με τον Hughes και την ανάπτυξη του έργου του με το «κουτί» ακόμη και πολύ μικρά παιδιά μπορούν να ασχοληθούν με υπολογισμούς πρόσθεσης και αφαίρεσης. Το έργο του «κουτιού περιγράφεται ως εξής.

Παρουσιάζεται στο παιδί ένα κουτί στο οποίο υπάρχει μια ποσότητα αντικειμένων. Στη συνέχεια γίνονται προσθήκες και αφαιρέσεις αντικειμένων. Το παιδί μπορεί να δει πόσα αντικείμενα προστέθηκαν στην αρχική ποσότητα , αλλά δεν μπορεί να δει πόσα αντικείμενα έχει το κουτί που είναι και το ζητούμενο.

Ο Hughes, αναφερόμενος στο έργο με το «κουτί» υποστηρίζει ότι τα παιδιά μπορούν να δείξουν την ικανότητα τους στις πράξεις. Όταν οι αριθμοί που περιλάμβανε το κουτί ήταν μικροί για παράδειγμα, τρία τούβλα, ακόμη και παιδιά δυο και τριών ετών μπορούσαν να καταλάβουν και να επιτύχουν το έργο αυτό. Συγκεκριμένα, τα παιδιά μπορούσαν να πουν πόσα τούβλα ήταν μέσα στο κουτί όταν ήταν ανοιχτό και υποστήριζαν ότι ήταν ακόμη ο ίδιος αριθμός τούβλων μέσα στο κουτί και αφού είχε κλείσει. Τα περισσότερα μπορούσαν να εκτελέσουν απλές προσθέσεις και αφαιρέσεις όπως η πρόσθεση δυο τούβλων σε ένα άλλο ή η αφαίρεση ενός τούβλου από δυο. Αρκετά από τα μεγάλα παιδιά, τεσσάρων ετών έδειξαν εντυπωσιακή επίδοση και σε μεγαλύτερες ποσότητες δηλαδή μέχρι δέκα αντικείμενα.

Οι στρατηγικές που χρησιμοποίησαν τα παιδιά για να δώσουν απάντηση για το πόσα τούβλα είναι τελικά μέσα στο κουτί ήταν τριών ειδών. Αρχικά για προβλήματα με μικρούς αριθμούς τα παιδιά ονόμαζαν την τελική ποσότητα των τούβλων ή μετρούσαν μέχρι τον τελικό αριθμό σαν να είχαν κατασκευάσει νοητική εικόνα των τούβλων που ήταν στο κουτί. Δηλαδή μετρούσαν τα αντικείμενα που φαντάζονταν ότι υπήρχαν στο κουτί.

Το δεύτερο είδος μέτρησης είναι το εξής. Για προβλήματα με μεγαλύτερους αριθμούς χρησιμοποιούσαν την στρατηγική της απαρίθμησης από την αρχική ποσότητα. Δηλαδή, εάν υπήρχαν πέντε τούβλα και η παιδαγωγός πρόσθετε δυο ακόμη, τότε τα παιδιά απαντούσαν «πέντε, έξι, εφτά». Αυτό δείχνει ότι τα παιδιά είχαν αναπτύξει δικές τους διαδικασίες σκέψης, πολύ σημαντικές, διότι έπρεπε να συγκροτούν πόσα βήματα έχουν μετρηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω στην αριθμητική κλίμακα. Αυτή η στρατηγική χρησιμοποιήθηκε περισσότερο για ποσότητες μεγαλύτερες των τριών αντικειμένων. Σύμφωνα με τον Hughes, οι δυο αυτές στρατηγικές των παιδιών έχουν σχέση με τη χρησιμοποίηση των δακτύλων τους για να αναπαραστήσουν το περιεχόμενο του κουτιού. (Hughes, 1982)

Τέλος το τρίτο είδος είναι το εξής. Κάποια παιδιά χρησιμοποιούσαν μια στρατηγική που βασιζόταν σε μια άμεση οπτική εικόνα των τούβλων. Δηλαδή τα παιδιά ενώ απαντούσαν χτυπούσαν σε διαφορετικά σημεία το κλειστό κουτί σαν να μετρούσαν αντικείμενα που έβλεπαν στο κουτί. Αυτή ήταν μια στρατηγική που αφορούσε υπολογισμούς με μικρούς αριθμούς. (Καπέλου, 2007)

Ο Hughes υποστηρίζει ότι όταν τα παιδιά χειρίζονταν μεγαλύτερους αριθμούς τότε είχαν μεγαλύτερη επιτυχία στην πρόσθεση από ότι στην αφαίρεση. Αυτό οφειλόταν στο ότι τα παιδιά έχουν περισσότερη εμπειρία στην αρίθμηση της αριθμητικής κλίμακας προς τα πάνω από την αρίθμηση προς τα κάτω. (Hughes, 1988)

5.4 Εισαγωγή του παιδιού στη μέτρηση μεγεθών

Η κατανόηση της διαδικασίας μέτρησης μεγεθών αποτελεί έναν από τους βασικούς στόχους της Προσχολικής Εκπαίδευσης. Τα παιδιά ασχολούνται με τον χειρισμό συνεχών μεγεθών, όπως είναι το μήκος, το εμβαδόν, η χωρητικότητα. Αυτά τα μεγέθη εισάγονται στη διαδικασία της σύγκρισης και επιχειρούν κάποιες πρώτες μετρήσεις. Τα ερεθίσματα για την ενασχόληση με συγκρίσεις ή μετρήσεις δίνονται από το φυσικό ή το ανθρωπογενές περιβάλλον.

5.4.1 Μορφές μέτρησης

Η διαδικασία μέτρησης μπορεί να έχει ποικίλες μορφές και βαθμούς δυσκολίας. Ενδεικτικές περιπτώσεις μέτρησης οι οποίες και αναφέρονται είναι αρχικά η μέτρηση με τη μορφή της άμεσης σύγκρισης. Η απλούστερη μορφή

άμεσων συγκρίσεων προκύπτει από ερωτήσεις της μορφής. «Ποιό είναι μακρύτερο, ποιο το παχύτερο και πιο το βαρύτερο;». Εντούτοις ανάλογα με τον τύπο της ερώτησης μπορεί να υπάρξουν είδη συγκρίσεων με διαφορετικό βαθμό δυσκολίας. (Ζαχάρος, 2007)

Ακόμα, αναφέρεται η μέτρηση με τη μορφή της έμμεσης σύγκρισης. Η συγκεκριμένη μορφή σχετίζεται με την οικειοποίηση της πράξης της μέτρησης και είναι η εισαγωγή ενός κοινού διαμεσολαβητή. Για παράδειγμα, ενός χάρακα στη σύγκριση δυο μηκών. (Nunes, 1992)

Το δεύτερο χαρακτηριστικό μέτρησης είναι οι μονάδες μέτρησης. Η επιλογή των περισσότερων μονάδων μέτρησης είναι αυθαίρετη και στην ανάπτυξη των διαδικασιών μέτρησης στην προσχολική ηλικία προτείνεται να ενθαρρύνονται τα παιδιά να χρησιμοποιούν τις δικές τους μονάδες μέτρησης. Για παράδειγμα για τη μέτρηση του μήκους τα παιδιά χρησιμοποιούν τα μέλη του σώματος τους, όπως τα χέρια, τα πόδια, τα δάχτυλα. Για τη χωρητικότητα χαρακτηριστική είναι η χρήση κουταλιών, φλιτζανιών, δοχείων.

Η σύγκριση μεγεθών αρχικά ως προς ένα χαρακτηριστικό είναι ένα απαραίτητο εισαγωγικό βήμα στη διαδικασία μέτρησης. Η μέτρηση του μήκους αποτελεί μια τυπική περίπτωση «γραμμικής» μέτρησης όπου εντάσσονται έννοιες και διαδικασίες, όπως οι εξής: πρώτα η διαμέτρηση του μετρούμενου μεγέθους σε διακριτά μέρη, έπειτα η επανάληψη της μονάδας μέτρησης στο μετρούμενο μέγεθος. Ακόμα η μεταβατικότητα που δίνει τη δυνατότητα των έμμεσων συγκρίσεων, ύστερα η διατήρηση όπως περιγράφεται στη θεωρία του Piaget, σύμφωνα με την οποία το μήκος ενός αντικειμένου δεν αλλάζει στις διαφορετικές διευθετήσεις του στον χώρο. Έπειτα η συσσώρευση της απόστασης που αναφέρεται στην κατανόηση του γεγονότος ότι το μέρος που καλύπτεται για παράδειγμα από δυο μονάδες εμπεριέχεται σε αυτό που καλύπτουν οι τρεις. Και τέλος είναι η συσχέτιση των αριθμών με τη μέτρηση.

Πάντως κατά τη διαδικασία της μέτρησης τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αρχικά πρέπει να χρησιμοποιούν αυθαίρετες μονάδες μέτρησης. Τέτοιες μονάδες μπορεί να είναι η πατούσα, άλλα μέλη του σώματος, ένα μολύβι και πολλά άλλα αντικείμενα ανάλογα με τις ανάγκες της συγκεκριμένης μέτρησης.

Στην παρούσα διαδικασία είναι αναγκαίο να εισαχθεί ένα κοινά αποδεκτό και επιστημονικά σωστό λεξιλόγιο. Τα παιδιά χρησιμοποιούν συνήθως όρους όπως «μεγάλος», «μικρός», για να περιγράψουν διαφορετικά χαρακτηριστικά του ίδιου αντικειμένου. «Μεγάλη» χαρακτηρίζεται μια ψηλή πολυκατοικία, όμως «μεγάλο» χαρακτηρίζεται και ένα μακρύ μολύβι. Είναι συνεπώς αναγκαία η εισαγωγή όρων αντιθετικών και συγκριτικών ανάλογα με το αντικείμενο που περιγράφεται όπως ψηλός-κοντός, μακρύς-κοντός, στενός-πλατύς, ψηλότερος από, ο πιο ψηλός. (Ζαχάρος, 2007)

5.4.2 Μέτρηση βάρους

Παιδιά τεσσάρων με πέντε ετών είναι εφικτό να κατανοήσουν την έννοια του βάρους. Αρχικά τα παιδιά εισάγονται στην έννοια βλέποντας και παρατηρώντας κάποια παραδείγματα. Μια διδακτική προσέγγιση που θα μπορούσε να επιτευχθεί για την βαθύτερη κατανόηση του όρου είναι να βυθιστούν στερεά αντικείμενα σε υγρό δείχνοντας στα παιδιά ότι ένα σώμα είναι βαρύτερο ή ελαφρύτερο από το υγρό ενός δοχείου. (Freudenthal, 1983)

Η εισαγωγή της ζυγαριάς στην τάξη κάνει τα παιδιά να κατανοήσουν το πώς μετράει κανείς το βάρος. Καθώς μετριέται το βάρος του κάθε παιδιού ξεχωριστά, τα παιδιά παρατηρούν ότι κάποιοι είναι πιο βαριοί και κάποιοι πιο ελαφριοί. (Ζαχάρος, 2007)

Συμπερασματικά τα χαρακτηριστικά των μαθηματικών εννοιών γίνονται αντιληπτά από τα παιδιά μέσω της βιωματικής διδασκαλίας. Αυτές οι βιωματικές εμπειρίες προκαλούν εντύπωση στα παιδιά μαθαίνοντας τη θεωρία μέσω της πράξης, όπου και είναι ο πιο αποτελεσματικός τρόπος διδασκαλίας. Στη συνέχεια μετά την αναφορά των χαρακτηριστικών των μαθηματικών και το βαθμό κατάκτησής τους από τα παιδιά σε κάθε ηλικία, αναφέρονται πληροφορίες για το έντυπο και το ηλεκτρονικό υλικό για να επιτευχθεί στη συνέχεια η αξιολόγηση του βιβλίου δραστηριοτήτων και του CD- Rom, που έχει επιλεγθεί.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο :Έντυπο παιδαγωγικό υλικό και ηλεκτρονικό

Η αλματώδης ανάπτυξη των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και γενικότερα του ρυθμού ζωής καθιστά απαραίτητη τη γνώση και τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή. Η ζωή γίνεται ευκολότερη με τη χρήση των Τεχνολογιών και ειδικότερα του υπολογιστή, αρκεί η χρήση του να γίνεται με μέτρο και να αξιοποιείται σωστά. Η κατάκλιση της κοινωνίας με τις νέες Τεχνολογίες επιβάλλει, όχι μόνο στους ενηλίκους τη χρήση τους αλλά και στα παιδιά ακόμη της προσχολικής ηλικίας. Το παιδί έχει ανάγκη από τον παιδικό κιάλας να μυηθεί με φυσικό τρόπο στον πραγματικό κόσμο και σε αυτόν τον κόσμο ο υπολογιστής αποτελεί αναπόσπαστο κομμάτι της κοινωνίας. Το γεγονός ότι τα παιδιά δεν έχουν κρίση, καθιστά απαραίτητη την συνεχή επίβλεψη των ενηλίκων.

6.1 Ορισμός παιδαγωγικού υλικού

Παιδαγωγικό υλικό είναι οτιδήποτε μπορεί να χρησιμοποιήσει η παιδαγωγός για το σχεδιασμό και για την διεκπεραίωση μιας διδασκαλίας. Παιδαγωγικό υλικό είναι οι εικόνες, τα cd- rom, οι ταινίες, τα άρθρα και εγχειρίδια, που χρησιμοποιούνται στην τάξη, που αποσκοπούν στη δημιουργία μαθησιακού περιβάλλοντος (Νούσια, 2009). Το παιδαγωγικό υλικό προσφέρει στα παιδιά ευκαιρίες ανάπτυξης της προσωπικότητας και των ικανοτήτων τους. Αυτές οι ευκαιρίες ανάπτυξης αναπτύσσονται στο πλαίσιο διαφόρων μορφών δράσης στις οποίες εμπλέκονται καθημερινά ενεργά και αυθόρμητα μαθησιακές δραστηριότητες είτε αυτοσχέδιες, είτε προσχεδιασμένες. Οι μαθησιακές δραστηριότητες μπορεί να είναι παιχνίδια, δημιουργικά έργα ή υλικό από τη φύση.

Η σπουδαιότητα της σχέσης του παιχνιδιού και του παιδαγωγικού υλικού είναι ήδη γνωστή από την αρχαιότητα, από τον Πλάτωνα και τον Αριστοτέλη. Ωστόσο τη σπουδαιότητα αυτή τονίζουν και οι παιδαγωγοί όπως ο Κομένιος, ο Froebel και η Montessori.(Πανταζής, 1999)

Το παιδαγωγικό υλικό διακρίνεται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, στο έντυπο και στο ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό. (Νούσια,2009) Γενικότερα το υλικό δεν

βασίζεται μόνο στην τεχνολογία, αλλά περιλαμβάνει τρεις τύπους μέσων οι οποίοι είναι οι υπολογιστές, το χειροπιαστό παιδαγωγικό υλικό και το έντυπο υλικό. Πρώτα αναλύεται το ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό και στη συνέχεια το έντυπο παιδαγωγικό υλικό.

6.2 Τα πλεονεκτήματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι ένας ουσιαστικός βοηθός που συνδυάζει το σχήμα με το χρώμα- αρμονία ψυχική και αισθητική. Αποτελεί ένα δυναμικό μέσο επαύξησης, ανάπτυξης και επέκτασης της μάθησης των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής μπορεί να γίνει ένα δυναμικό εργαλείο που θα κάνει τα παιδιά να στοχάζονται πάνω στη φύση της σκέψης τους.

Ένα άλλο πλεονέκτημα του ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι το γεγονός ότι μπορεί να χρησιμοποιηθεί σαν βασικό εργαλείο παιδαγωγικών δραστηριοτήτων το λεγόμενο ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό, το οποίο περιλαμβάνει το εκπαιδευτικό λογισμικό και άλλα είδη όπως: εικόνες, διαγράμματα, σχέδια, κινούμενα σχέδια, μικρόκοσμοι, προσομοιώσεις, παιχνίδια, ψηφιακές αφηγήσεις, ψηφιακή τέχνη, ψηφιακό χειροπιαστό υλικό. (Σεραφείμ· Φεσάκης,2009). Για τις παιδαγωγικές δραστηριότητες στον υπολογιστή απαιτείται η χρήση ειδικών προγραμμάτων, όπου τις περισσότερες φορές αυτή στηρίζεται στην Πιεζετική αρχή, σύμφωνα με την οποία τα παιδιά οικοδομούν τις γνωστικές τους δομές με τη βοήθεια των συγκεκριμένων εμπειριών τους. (Τσολάκη,2006) Τα προγράμματα των υπολογιστών με τα πλούσια γραφικά τους, το συνδυασμό κινούμενων σχεδίων, μουσικής και βίντεο, φαίνονται ικανά να προωθήσουν τη γλωσσική εξέλιξη, να ενθαρρύνουν τη λεκτική επικοινωνία, να εμπλουτίσουν το λεξιλόγιο και να βελτιώσουν τη γλωσσική έκφραση των μικρών παιδιών. Επιπλέον με την χρήση του ποντικιού και του πληκτρολογίου αναπτύσσεται η λεπτή κινητικότητα, δηλαδή επιτυγχάνεται ο οπτικοκινητικός συντονισμός ματιού-χεριού, ικανότητα απαραίτητη για την κατάκτηση της γραφής, ενθαρρύνεται η ακρίβεια και αυξάνονται οι προσεκτικοί χειρισμοί.(Ράπτης· Ράπτη,1999)

Επιπλέον οι υπολογιστές προσφέρουν μοναδικές ευκαιρίες για μάθηση μέσω της διερεύνησης, της δημιουργικής επίλυσης προβλημάτων και της αυτοκαθοδηγούμενης διδασκαλίας. Το γεγονός ότι δημιουργεί ένα περιβάλλον μάθησης αποτελεί ένα πολύ ρεαλιστικό σκηνικό, δίνει την ευκαιρία στα παιδιά να

πάρουν τον έλεγχο στα χέρια τους. Επίσης τα παιδιά μαθαίνουν διαφορετικά πράγματα από διαφορετικούς τύπους λογισμικού.

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής δεν αντικαθιστά το φυσικό παιχνίδι των παιδιών αλλά το συμπληρώνει, μπορεί να αποτελέσει πρωτότυπο ερέθισμα για συμβολικό και δημιουργικό παιχνίδι.(Πετρινώλη, 1992).

Επιπλέον ο ηλεκτρονικός υπολογιστής τονώνει την ψυχολογία των παιδιών κατά την εκτέλεση λογισμικών δραστηριοτήτων τα οποία πρέπει να είναι κατάλληλα για την προσχολική ηλικία, ωθώντας τα να ξαναπροσπαθήσουν. Αυτή η θετική ενίσχυση που επιτυγχάνεται συνήθως μέσω κινούμενων σχεδίων συναρπάζει τα παιδιά και αποτελεί ένα επιπλέον κίνητρο για να συνεχίσουν. (Ράπτης· Ράπτη, 1999)

Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι άλλο ένα μέσο που προάγει τον εμπλουτισμό των γνώσεων, την εξερεύνηση του κόσμου, την επικοινωνία με άλλους πολιτισμούς και τον πειραματισμό. Αυτή η επαφή του παιδιού με τη μάθηση ανεβάζει τα επίπεδα αυτοεκτίμησης τους, αφού αναπτύσσουν πιο θετική στάση απέναντι στη μάθηση. Το γεγονός αυτό τους προσθέτει αυτοπεποίθηση και είναι περισσότερο ικανά να παίρνουν πρωτοβουλίες και να ρισκάρουν. Αναπτύσσει ταυτόχρονα την κοινωνικότητα και τη συνεργατικότητα, συμβάλλοντας στην ελάττωση του «εγωκεντρισμού» των παιδιών αυτής της ηλικίας. Παράλληλα τα παιδιά μαθαίνουν να κάνουν υπομονή, να περιμένουν τη σειρά τους και να βοηθάνε το διπλανό τους και την ομάδα τους και αυξάνεται θεαματικά ο χρόνος συγκέντρωσης της προσοχής τους. (Χατζηγιάννη, 2003)

Μέσω της χρήσης της Τεχνολογίας τα παιδιά ενθαρρύνονται στο να βρίσκουν λύσεις σε διάφορα προβλήματα. Επίσης με τη χρησιμοποίηση του ηλεκτρονικού υπολογιστή αναπτύσσεται η πρωτοβουλία τους, η ικανότητα να κάνουν επιλογές και να παίρνουν αποφάσεις. Διαπιστώθηκε, επιπλέον ότι τα καταφέρνουν καλύτερα σε τεστ που αξιολογούν την «κριτική σκέψη». Η ενεργός συμμετοχή των παιδιών είναι πολύ μεγαλύτερη. Με τη δική τους δράση η επιβράβευση ή η αποδοκιμασία είναι άμεση και το γεγονός αυτό τα συναρπάζει.(Ντολιοπούλου, 1998).

Παλαιότερα επικρατούσε η άποψη ότι στο « Προενεργητικό στάδιο» όπου σύμφωνα με τον Piaget εκτείνεται από 2 έως και 6 χρόνων τα παιδιά αναπαριστούν την πραγματικότητα στον εαυτό τους με τη χρήση συμβόλων, λέξεων και

χειρονομιών δεν είναι σε θέση να ασχοληθούν με μία αφηρημένη έννοια όπως ο υπολογιστής. Ωστόσο αυτή η άποψη απορρίφθηκε γιατί αποδείχθηκε ότι τα παιδιά με τη χρήση του υπολογιστή σε αυτήν την ηλικία, συνδυάζουν τους δύο τύπους γνώσεις και αναπαραστάσεων, όπως οι φυσικές και οι συμβολικές. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα να παρουσιάζουν καλύτερη ικανότητα «ταξινόμησης» και «λογικής σκέψης» από τα παιδιά τα οποία δεν χρησιμοποιούν τον ηλεκτρονικό υπολογιστή, με αποτέλεσμα να μην ενεργοποιούνται οι συμβολικές αναπαραστάσεις.

Όσον αφορά το κόστος τεχνολογιών για την εγκατάσταση των υπολογιστών στα σχολεία, είναι αρκετά χαμηλό οπότε δεν αποτελεί δικαιολογία για τη μη εγκατάστασή τους

Επιπλέον ένα πολύ σημαντικό πλεονέκτημα όσον αφορά την υγεία είναι και η μηδενική εκπομπή ραδιενέργειας του υπολογιστή. Με το πέρασμα των χρόνων τα μηχανήματα αυτά εξελίσσονται βελτιώνοντας σε μέγιστο βαθμό τις βλαβερές επιπτώσεις που μπορεί να έχει στην υγεία. (Χατζηγιάννη, 2003)

Ωστόσο ο ηλεκτρονικός υπολογιστής βοηθάει όχι μόνο τον μαθητή αλλά και τον εκπαιδευτικό να εφαρμόσει την εξατομικευμένη διδασκαλία. Η εξατομικευμένη διδασκαλία είναι η διδασκαλία που ασχολείται με το κάθε παιδί ξεχωριστά, με σεβασμό στον προσωπικό του ρυθμό. Αυτή η διδασκαλία είναι δύσκολο να επιτευχθεί από την παιδαγωγό στην τάξη σε τόσο ικανοποιητικό βαθμό που μπορεί να επιτευχθεί μέσω της διδασκαλίας με τον υπολογιστή. Επίσης παρέχουν δυνατότητες στους εκπαιδευτικούς οι οποίες παλαιότερα ήταν αδιανόητες. Ο υπολογιστής διευκολύνει το ρόλο του εκπαιδευτικού, γιατί χρειάζεται λιγότερο χρόνο προετοιμασίας για τη διδασκαλία και περισσότερο χρόνο για να καθοδηγεί και να υποστηρίζει τα παιδιά στις δικές τους προσπάθειες. Το μόνο που χρειάζεται ο εκπαιδευτικός για τη χρήση του υπολογιστή είναι οι βασικές γνώσεις πάνω στη χρήση του. (Κάντζου· Μελιάδου, 2009)

Παραπάνω έγινε μία αναφορά στα γενικότερα πλεονεκτήματα του υπολογιστή, παρακάτω αναφέρεται η σύνδεση και τα εφόδια που προσφέρει αυτός σε σχέση με τα Μαθηματικά. Με τη χρήση κατάλληλων προγραμμάτων είναι δυνατό να αναπτυχθούν σε μεγάλο βαθμό οι μαθηματικές ικανότητες των παιδιών. Επίσης δημιουργεί και υποστηρίζει εκπαιδευτικά περιβάλλοντα που θα βοηθήσουν να

αναπτυχθούν στον εντεινόμενο μαθηματικό κόσμο που ζουν. Οι μαθηματικές ιδέες γίνονται πιο συγκεκριμένες, λιγότερο αφηρημένες για τα παιδιά αυτής της ηλικίας. Ο Piaget είπε «ότι τα παιδιά μαθαίνουν τα γεωμετρικά σχήματα όχι παίρνοντας τις εικόνες στο μυαλό τους αλλά από την ενεργό δράση τους πάνω στα αντικείμενα». Τα παιδιά με τον Προγραμματισμό «διδάσκουν» τον υπολογιστή, δηλαδή είναι κύριοι του μηχανήματος αφού του δείχνουν πώς να σκεφτεί και έτσι εμβαθύνουν σε μια εξερεύνηση του τρόπου με του οποίου σκέπτεται το μυαλό τους. Πιο συγκεκριμένα, τα πλεονεκτήματα που παρέχει ο ηλεκτρονικός υπολογιστής είναι η κατανόηση και η οικοδόμηση νέων μαθηματικών εννοιών, είναι η ενίσχυση της παρατηρητικότητας και της μνήμης. Επιπρόσθετα γίνεται κατανοητή από τα παιδιά η σχέση ανάμεσα σε αίτια και αποτελέσματα και αναπτύσσεται η συμβολική σκέψη. Τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας με τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή συσχετίζουν το αφηρημένο και το συγκεκριμένο και η χρήση του προάγει τον πειραματισμό και τη διαδικασία επίλυσης προβλημάτων (Κάντζου· Μελιάδου, 2009). Επομένως η αξιοποίηση των Νέων Τεχνολογιών παρέχει σημαντικά παιδαγωγικά οφέλη για τα παιδιά (Σεραφειμ· Φεσάκης, 2009).

6.3 Τα μειονεκτήματα του ηλεκτρονικού υπολογιστή

Παρά το γεγονός ότι η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή έχει αρκετά πλεονεκτήματα, ωστόσο έχει και μειονεκτήματα. Η εισαγωγή του ηλεκτρονικού υπολογιστή στην εκπαίδευση και ειδικότερα στα παιδιά προσχολικής ηλικίας εγκυμονεί τον κίνδυνο για στείρα μηχανική μάθηση. Αυτό σημαίνει ότι τα παιδιά με αυτόν τον τρόπο μάθησης δεν αντιλαμβάνονται τη μάθηση σαν ένα συναρπαστικό ταξίδι στον κόσμο της γνώσης, αλλά σαν «αγγαρεία». Έτσι αντί να μάθουν να την αποζητούν σε όλη τους τη ζωή θα την αποφεύγουν.(Τσολάκη, 2006)

Ένα άλλο μειονέκτημα του ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι ο περιορισμός της κινητικότητας των παιδιών. Αυτό σημαίνει ότι τα παιδιά χρησιμοποιώντας τον υπολογιστή αρκετή ώρα στερούνται άλλες εποικοδομητικές δραστηριότητες οι οποίες είναι απαραίτητες για την ανάπτυξή τους. Χαρακτηριστικό παράδειγμα μίας τέτοιας δραστηριότητας αποτελεί το παιχνίδι.

Η παρατεταμένη χρήση του υπολογιστή περιορίζει τη δημιουργικότητα του παιδιού και τη φαντασία του. Η προσήλωσή του σε μία οθόνη δεν το αφήνει να εμπνευστεί ρόλους για το συμβολικό παιχνίδι, καθώς και για άλλες δραστηριότητες.

Επιπρόσθετα στερεί τη δυνατότητα του παιδιού να παίρνει αποφάσεις. (Ράπτης· Ράπτη, 1999)

Επίσης ένα άλλο αρνητικό σημείο της χρήσης του υπολογιστή το οποίο χρίζει προσοχής είναι οι βλάβες που προκαλεί στην υγεία. Όταν τα παιδιά υπερβαίνουν το επιτρεπτό περιθώριο χρόνου, οι συνέπειες που προκαλούνται είναι πόνος στα μάτια, πονοκέφαλοι, ακόμη και πόνος στη μέση.

Όσον αφορά την ποιότητα ενίσχυσης σε διάφορες δραστηριότητες, η ενίσχυση που δέχεται το παιδί από το μηχάνημα είναι κατωτέρου επιπέδου από αυτή της παιδαγωγού. Η παιδαγωγός μπορεί να πει ένα εγκάρδιο «μπράβο» στο παιδί όταν τα καταφέρνει ή ακόμα και να το χαϊδέψει ως ένδειξη ικανοποίησης. Ακόμα και όταν αποτυγχάνει σε διάφορες προσπάθειες μπορεί να το ενθαρρύνει να συνεχίσει μόνο με ένα λόγο της. Ενώ ο υπολογιστής είναι ένα ψυχρό μηχάνημα το οποίο μπορεί να «πει» ένα ξερό «μπράβο» ή «ξαναπροσπάθησε πάλι», τίποτα περισσότερο.

Τέλος η χρήση του υπολογιστή στην πλειοψηφία των νηπίων που βρίσκονται σε αρχικό στάδιο αναγνώρισης των αριθμών δεν βοηθιούνται ιδιαίτερα, όσο με τον παραδοσιακό τρόπο διδασκαλίας. Ο υπολογιστής άρα σε αυτήν την ηλικία απευθύνεται σε πιο ικανά παιδιά, το οποίο είναι σημαντικό μειονέκτημά του. Γιατί αυτό που έχει σημασία είναι να ικανοποιούνται η πλειοψηφία των παιδιών με τη χρήση του και όχι η μειοψηφία. (Σεραφείμ· Φεσάκης, 2009)

6.4 Ερευνητικά δεδομένα για τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή

Όπως κάθε νέα καινοτομία στην εκπαίδευση έτσι και η χρήση των υπολογιστών σε παιδικούς σταθμούς πρέπει να εξεταστεί για να κριθεί η καταλληλότητα μιας τέτοιας ενέργειας. Οι έρευνες για το αν πρέπει να χρησιμοποιηθούν οι υπολογιστές στο νηπιαγωγείο άρχισαν από το 1978. Εν συνεχεία παρατίθενται έρευνες οι οποίες έχουν πραγματοποιηθεί από διακεκριμένους επιστήμονες στον χώρο των Τεχνολογιών.

Σε έρευνα που πραγματοποιήθηκαν στο εξωτερικό από τους Clements και Nastasi το 1993, αποδεικνύουν ότι η χρήση λογισμικών εφαρμογής-πρακτικής

προσφέρουν στα παιδιά τη δυνατότητα να ασκηθούν σε αριθμητικές διαδικασίες και να ενθαρρύνουν σε βαθύτερη σκέψη.(Clements' Nastasi, 1993)

Επίσης ερευνητικά δεδομένα απέδειξαν ότι τα παιδιά τριών ετών έμαθαν ταξινόμηση και αντιστοίχιση από εκπαιδευτικά λογισμικά με την ίδια ευκολία που θα τη μάθαιναν με τη χρήση κούκλων-αντικειμένων.

Επιπλέον, οι έρευνες που πραγματοποιήθηκαν από τον Clements και τους συνεργάτες του που χρησιμοποιούν περιβάλλοντα τύπου Logo παρουσιάστηκαν θετικά αποτελέσματα ανάπτυξης λογικομαθηματικών εννοιών από τα νήπια.

Εδώ σε αυτό το σημείο αξίζει να γίνει μία σύντομη γνωριμία της γλώσσας προγραμματισμού Logo. Πρωτοπόρος στη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή από μικρά παιδιά υπήρξε ο Seymour Papert, ο οποίος δούλεψε στο Ινστιτούτο Τεχνολογίας της Μασαχουσέτης. Ήταν ο ιδρυτής της γλώσσας προγραμματισμού Logo (Papert, 1980). Στην αρχή η Logo ξεκίνησε ως γλώσσα προγραμματισμού, αλλά σήμερα θεωρείται μαθησιακό πλαίσιο το οποίο έφερε επανάσταση στους τρόπους με τους οποίους οι μαθητές μπορούν να εμπλακούν σε μαθηματικές ιδέες. Ωστόσο η γνώμη του Papert ήταν ότι οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές αποτελούν ένα νέο επαναστατικό τρόπο σκέψης και πράξης. Αυτός ο τρόπος βρίσκει σύμφωνους με τις παιδαγωγικές αρχές τη Montessori και τον Piaget κατά τις οποίες τα παιδιά μαθαίνουν από τη σκέψη, τον πειραματισμό, και τη δημιουργία.(Τσολάκη, 2006)

Στην Ελλάδα, οι φοιτητές του τμήματος νηπιαγωγών, του Πανεπιστημίου του Αιγαίου, ασχολούνται με μια παραλλαγή της γλώσσας Logo, τη γλώσσα Hi. Η γλώσσα Hi είναι μία γλώσσα η οποία δημιουργήθηκε για παιδιά προσχολικής ηλικίας. Στα πλήκτρα του υπολογιστή τοποθετούνται αυτοκόλλητα χαρτάκια με διάφορα σύμβολα όπως βέλη, κύκλους. Τα παιδιά πατώντας τα κατάλληλα πλήκτρα, οδηγούν στην οθόνη του υπολογιστή τη χελώνα, ζωγραφίζοντας έτσι τα σχέδια που θέλουν.

Ακόμη μία έρευνα που επιτεύχθηκε ήταν από τους Clements, Nastasi και Swaminathan, σε μία προσπάθεια ανασκόπησης των αποτελεσμάτων διαφόρων ερευνών που έγιναν μέχρι το τέλος του 1992, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η εξοικείωση του νηπίου με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή εξαρτάται από τα

προγράμματα που επιλέγονται και από τον τρόπο που αυτά παρουσιάζονται. (Clements,κ.ο., 1993)

Σε έρευνες που πραγματοποίησε ο Yelland το 1994 ο εκπαιδευτικός έδινε συγκεκριμένες οδηγίες για συγκεκριμένες ασκήσεις και μετά άφηνε τα παιδιά μόνα τους, χωρίς να παρεμβαίνει. Το αποτέλεσμα ήταν να μην ολοκληρώνουν τις δραστηριότητές τους. Αντίθετα, σε δεύτερη έρευνά του το 1998, ο εκπαιδευτικός χρησιμοποιώντας το ίδιο λογισμικό εφαρμόζοντας τη μέθοδο σκαλωσιάς του Vygotsky προσέφερε αρκετή βοήθεια τονίζοντας, την αξία της συνεργασίας. Με αποτέλεσμα η συγκεκριμένη ομάδα παρουσίασε υψηλό επίπεδο μαθηματικής αιτιολόγησης σε σχέση με τις έννοιες του αριθμού, της μέτρησης και των σχημάτων. Η επόμενη έρευνα του Yelland ήταν το 2002 όπου και εμφανίστηκαν παρόμοια αποτελέσματα, όπου τα παιδιά εργάστηκαν με λογισμικό Geo-Logo με στόχο την κατανόηση της χρήσης του αριθμού για καταμέτρηση. (Yelland, 2005)

Άλλη μια έρευνα που επιτεύχθηκε στην Αμερική από μία ερευνητική ομάδα το 1999 έχει να κάνει με τη συλλογή δεδομένων από τυπικά εκπαιδευτικά περιβάλλοντα παγκοσμίως όσον αφορά τις εκπαιδευτικές χρήσεις των Τεχνολογιών Πληροφορίας και Επικοινωνιών από μικρά παιδιά. Η ερευνητική ομάδα υποστήριξε ότι θα πρέπει να παρουσιαστεί ο υπολογιστής στα μικρά παιδιά ως «τεχνολογικό παιχνίδι» και «δημιουργικό εργαλείο», γιατί όπως είναι ευρέως γνωστό τα παιδιά μέσω του παιχνιδιού μαθαίνουν. (Next Generation Forum, 1999)

Έρευνα των Plowman και Stephen το 2005 στη Σκοτία διερεύνησε τη χρήση του υπολογιστή ως δραστηριότητας παιχνιδιού, καθώς και για το τι σημαίνει αυτό για τις αλληλεπιδράσεις των παιδιών 3 έως 5 χρονών μεταξύ τους, με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή και με την παιδαγωγό. Οι αλληλεπιδράσεις των παιδιών μεταξύ τους αφορούσαν τη διαχείριση πρόσβασης στον ηλεκτρονικό υπολογιστή την εναλλαγή σειράς και τη διαχείριση λειτουργιών. Οι αλληλεπιδράσεις των παιδιών με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή συχνά χαρακτηριζόταν ως «παιχνίδι στον υπολογιστή». Τέλος όσον αφορά την παιδαγωγό γνώριζαν ότι τα παιδιά διασκεδάζουν με τον ηλεκτρονικό υπολογιστή αλλά δεν ήξεραν με σιγουριά αν συντελείται γνωστική ανάπτυξη στα παιδιά. (Plowman ` Stephen, 2005)

Τελευταία έρευνα πραγματοποιήθηκε το 2008 της Ljung-Djarf σε τρία νηπιαγωγεία στη Σουηδία. Τα παιδιά που συμμετείχαν ήταν 60 και στην οποία

αποδείχθηκε ότι ο υπολογιστής αποτελούσε ένα εργαλείο με το οποίο μπορούν να παίζουν τα νήπια στον ελεύθερό τους χρόνο.(Ljung- Djarf, 2008)

Συμπερασματικά τα αποτελέσματα των ερευνών συγκλίνουν στο ότι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο υποστήριξης και εμπλουτισμό της μάθησης και της ανάπτυξης των νηπίων, ένα εργαλείο που μπορεί να συνεισφέρει στην προσωπική, κοινωνικο-συναισθηματική και γνωστική ανάπτυξη των νηπίων αρκεί να χρησιμοποιηθεί κατάλληλα. Ο υπολογιστής είναι εργαλείο και όπως κάθε εργαλείο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σοφά ή ακατάλληλα.

6.5 Απόψεις επιστημόνων-παιδαγωγών για την καταλληλότητα της χρήσης του υπολογιστή από παιδιά προσχολικής ηλικίας

Η καθιέρωση της χρήσης του ηλεκτρονικού υπολογιστή από τα παιδιά της προσχολικής ηλικίας αποτέλεσε αντικείμενο έντονου προβληματισμού. Στην Αμερική χωρίστηκαν οι άνθρωποι σε δύο παρατάξεις, στους σκεπτικιστές και στους θιασώτες. Οι σκεπτικιστές τάσσονταν κατά της χρήσης ηλεκτρονικού υπολογιστή, καθώς πίστευαν ότι είναι επικίνδυνοι για την υγεία και τη μάθηση. Οι θιασώτες ήταν υπέρ της χρήσης του ,οι οποίοι και υποστήριζαν ότι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής συνεισφέρει στην νοητική και κοινωνική ανάπτυξη των νηπίων. Αυτοί που υπερίσχυσαν τελικά ήταν οι απόψεις των θιασωτών αλλά κάτω υπό ορισμένες προϋποθέσεις. (Χατζηγιάννη, 2003)

6.6 Κατάλληλες ηλικίες για τη χρήση ηλεκτρονικού υπολογιστή

Επικρατέστερη άποψη για τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι ότι τα παιδιά κάτω των τριών ετών δεν είναι σε θέση να ασκηθούν στον υπολογιστή. Αυτή η άποψη στηρίζεται στο γεγονός ότι τα μικρά παιδιά μαθαίνουν σε αυτήν την ηλικία μέσω του σώματός τους. Αυτό σημαίνει ότι επιδιώκουν την άμεση αλληλεπίδραση με το περιβάλλον και όχι την έμμεση, που είναι η αλληλεπίδραση μέσω ενός μηχανήματος. (Νικολοπούλου, 2008) Συνεπώς η χρήση του υπολογιστή ενδείκνυται για παιδιά μεγαλύτερα των τριών ετών. Σε αυτήν την ηλικία είναι σε θέση να εξοικειωθούν με το μηχάνημα. Ωστόσο ο ρόλος του εκπαιδευτικού θα πρέπει να διευκολύνει τις διαδικασίες διερεύνησης και ανακάλυψης. Επιπλέον οι στόχοι που θέτονται από τους εκπαιδευτικούς για τα παιδιά τριών έως πέντε ετών θα πρέπει να παραμένουν ευέλικτοι. (Κυρίδης, κ.ο, 2003)

Μολονότι η ηλικία για τη χρήση του υπολογιστή από παιδιά τριών έως πέντε ετών είναι κατάλληλη, η ηλικία των πέντε με έξι χρόνων ευνοεί ακόμη περισσότερο τη χρήση του. Σε αυτό το στάδιο τα παιδιά είναι σε θέση να πραγματοποιήσουν γνωστικές δραστηριότητες για να μάθουν πράγματα μέσω του υπολογιστή. Στη φάση αυτή οι στόχοι που θέτονται από τον εκπαιδευτικό είναι πιο συγκεκριμένοι και ξεκάθαροι ενώ ταυτόχρονα ο ίδιος είναι πιο σίγουρος για το τι πραγματικά μαθαίνει το παιδί μέσω αυτού. Στις προηγούμενες φάσεις όλα είναι πιο αφηρημένα. (Νικολοπούλου, 2008)

6.7 Προϋποθέσεις για τη σωστή χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή

Για τη σωστή χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή είναι αναγκαίο να πληρούνται ορισμένες προϋποθέσεις. Ο υπολογιστής δε θα πρέπει να παραγκωνίζει άλλες δραστηριότητες, γιατί όλες οι δραστηριότητες είναι απαραίτητες.

Ο εκπαιδευτικός είναι αυτός που οφείλει να κατευθύνει το παιδί και να το ελέγχει. Επιπλέον οφείλει να το βοηθάει και να το παροτρύνει, έτσι ώστε ο υπολογιστής να απομυθοποιηθεί στα μάτια των παιδιών στα πρώτα τους βήματα. Οι παιδαγωγοί της προσχολικής ηλικίας οφείλουν να είναι εξοικειωμένοι με τις νέες τεχνολογίες, δηλαδή να έχουν γνώση χειρισμού σε τεχνολογικό επίπεδο και κυρίως παιδαγωγικές- κριτικές βάσεις για το πώς θα χρησιμοποιήσουν τους υπολογιστές προς όφελος των παιδιών. (Χατζηγιάννη, 2003)

Όσον αφορά την ώρα που ασχολούνται τα παιδιά με τον υπολογιστή πρέπει να είναι πολύ λίγη, έτσι ώστε να μην υπάρχουν επιβλαβείς συνέπειες για την υγεία του. Για τη χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή υπάρχουν κάποιες διδακτικές αρχές και προϋποθέσεις που πρέπει να τηρούνται. Επιπλέον οι υπολογιστές για να χρησιμοποιηθούν πρέπει να είναι σύμφωνοι με τους γενικούς στόχους και τις αρχές της προσχολικής εκπαίδευσης.

6.8 Ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό

Πλέον οι σύγχρονες Τεχνολογίες έχουν ενταχθεί στην καθημερινότητα των παιδιών. Ο Prensky χαρακτηρίζει τα σημερινά παιδιά ως «ψηφιακούς» ιθαγενείς. Ενώ αντίθετα τους γονείς των παιδιών τους χαρακτηρίζει ως «ψηφιακούς»

μετανάστες γιατί γεννήθηκαν σε μια τεχνολογικά πολύ φτωχότερη εποχή. (Prensky, 2003) Με αυτή τη λογική η χρήση του ηλεκτρονικού υπολογιστή και πιο συγκεκριμένα η χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού δεν αφήνει ανεπηρέαστη την προσχολική εκπαίδευση.

Το ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό δεν έχει υλική υπόσταση, αλλά λογισμική. Το ηλεκτρονικό υλικό είναι δυνατό να εμπλουτίσει μαθησιακά δραστηριότητες οι οποίες περιλαμβάνουν και βιωματική προσέγγιση. Το ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό περιλαμβάνει το εκπαιδευτικό λογισμικό καθώς και άλλα είδη. Ως άλλα είδη εννοούνται οι εικόνες, τα διαγράμματα, τα σχέδια, τα κινούμενα σχέδια, οι μικρόκοσμοι, οι προσομοιώσεις, τα παιχνίδια, οι ψηφιακές αφηγήσεις, η ψηφιακή τέχνη και το «ψηφιακό χειροπιαστό υλικό».

Τα οφέλη του ηλεκτρονικού παιδαγωγικού υλικού είναι αρκετά. Η χρήση εκπαιδευτικού λογισμικού υποστηρίζεται από διεθνείς οργανισμούς, όπως η NAEYC και η ISTE, από εθνικά εκπαιδευτικά συστήματα (Plowman` Stephen, 2005) και μεμονωμένους ερευνητές. Άρα λοιπόν δεν τίθεται θέμα αμφιβολίας όσον αφορά την αξία χρήσης εκπαιδευτικού λογισμικού υπό ορισμένες προϋποθέσεις.

Οι εκπαιδευτικοί γενικότερα προτιμάνε λογισμικά με ανοικτές δραστηριότητες, έναντι των λογισμικών εφαρμογής και εξάσκησης. Οι εκπαιδευτικοί οδηγήθηκαν σε αυτό το συμπέρασμα λόγω της έρευνας που πραγματοποιήθηκε από τον Clements και Nastasi το 1992. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι τα παιδιά τα οποία ασχολούνταν με ανοικτές δραστηριότητες επέδειξαν πιο θετική στάση απέναντι στη μάθηση. (Clements ` Nastasi, 1993)

Στην σημερινή εποχή μπορεί ακόμη και ο εκπαιδευτικός να δημιουργήσει δραστηριότητες που είναι απόλυτα προσαρμοσμένες στο αναπτυξιακό επίπεδο των παιδιών. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι υπάρχουν περιβάλλοντα προγραμματισμού, τα οποία απευθύνονται σε μη επαγγελματίες προγραμματιστές λόγω της απλοϊκότητάς τους. Αυτά τα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα προγραμματισμού για την παραγωγή ψηφιακού υλικού αφορούν συστήματα όπως το σύστημα Scratch. (Φεσάκης` Δημητρακοπούλου, 2006)

Το σύστημα Scratch είναι ένα περιβάλλον προγραμματισμού στο οποίο δίνεται η δυνατότητα στους χρήστες να δημιουργήσουν προγράμματα με βάση το

υπόδειγμα της θεατρικής σκηνής. Ο προγραμματιστής που στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι ο εκπαιδευτικός έχει στη διάθεσή του μια σκηνή στην οποία δημιουργούν αντικείμενα είτε δικά τους, είτε επιλέγοντας αυτά που ήδη προϋπάρχουν. Τα αντικείμενα που δημιουργεί ο προγραμματιστής τα ορίζει ο ίδιος. Με το Scratch δίνεται η δυνατότητα για τη δημιουργία ηλεκτρονικών παιχνιδιών, κινούμενων σχεδίων, αλληλεπιδραστικών ιστοριών.

6.8.1 Ψηφιακό «χειροπιαστό υλικό»

Το ψηφιακό «χειροπιαστό υλικό» είναι οι λογισμικές προσομοιώσεις συνηθισμένου χειροπιαστού υλικού στην οθόνη του υπολογιστή. Αυτές οι προσομοιώσεις αποτελούν αναπαράσταση της λειτουργίας ενός συστήματος με σκοπό την πληρέστερη μελέτη του. Το χειροπιαστό υλικό που μπορεί να αναπαρασταθεί στον υπολογιστή μέσω του χειρισμού του ποντικιού ή του πληκτρολογίου μπορεί να είναι άβακας ή τάνγκραμ καθώς και άλλα. (Κάντζου· Μελιάδου, 2009)

Το «χειροπιαστό ψηφιακό υλικό» είναι αρκετά χρήσιμο όσον αφορά τα Μαθηματικά. Με το «χειροπιαστό ψηφιακό υλικό» τα παιδιά μπορούν να πραγματοποιήσουν συγκεκριμένους μαθηματικούς μετασχηματισμούς σε αντικείμενα που εμφανίζονται στην οθόνη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν τα ψηφιακά τουβλάκια τα οποία μπορούν να τα χειριστούν πιο εύκολα. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τα παιδιά να αποκτήσουν την αίσθηση της δραστηριότητάς τους και των αριθμών, συνδέοντας τα τουβλάκια με τα σύμβολα. Επιπλέον το «χειροπιαστό ψηφιακό υλικό» είναι ξεκάθαρο στο χειρισμό και ευέλικτο. Επίσης μπορεί να αλλάξει η αναπαράσταση και η τοποθέτηση στο χώρο. Επιπρόσθετα υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης των ενεργειών των παιδιών. Το «ψηφιακό χειροπιαστό υλικό» μπορεί να συνδέσει την τοπολογική, γεωμετρική εκμάθηση με την εκμάθηση του αριθμού. Επιπρόσθετα, μπορεί να συνδέσει το ειδικό με το γενικό. Το βασικότερο πλεονέκτημα είναι το γεγονός ότι συνδέει το συγκεκριμένο με το αφηρημένο μέσω ανατροφοδότησης. Επίσης μπορεί να συνδέσει δυναμικά πολλαπλές αναπαραστάσεις. Ένα άλλο πλεονέκτημα του «χειροπιαστού ψηφιακού υλικού», είναι το γεγονός ότι μπορεί να παρέχει ένα πλαίσιο για την επίλυση προβλημάτων, την εστίαση της προσοχής και την αύξηση της κινητοποίησης των

παιδιών. Επιπλέον μπορεί να ενθαρρύνει και να διευκολύνει ολοκληρωμένες και ακριβείς εξηγήσεις. (Κάντζου· Μελιάδου, 2009)

6.8.2 Προσομοιώσεις και μικρόκοσμοι

Ο όρος «προσομοίωση» έχει να κάνει με ένα σύστημα μίμησης φαινομένων του πραγματικού κόσμου. Η προσομοίωση χρησιμοποιείται είτε για εκπαιδευτικούς, είτε για επιστημονικούς σκοπούς. Όσον αφορά τις εκπαιδευτικές προσομοιώσεις βοηθούν στη διδασκαλία, τη μελέτη και την κατανόηση ενός φαινομένου, μέσω της παρατήρησης της συμπεριφοράς του φαινομένου σε πραγματικό χρόνο.

Ο όρος «μικρόκοσμος» αφορά ένα διερευνητικό μαθησιακό περιβάλλον το οποίο αντιπροσωπεύει μια μίμηση ενός πραγματικού ή φανταστικού περιβάλλοντος ή συστήματος. Σε αυτό το σύστημα οι μαθητές μπορούν να χειριστούν, να διερευνήσουν και να πειραματιστούν με διάφορους τρόπους. Επιτρέπει άμεσο χειρισμό αντικειμένων που εμφανίζονται στην οθόνη. Επιπλέον οι μικρόκοσμοι περιλαμβάνουν διαφορετικά μεταξύ τους λογισμικά, από τη γλώσσα προγραμματισμού Logo μέχρι και απλές μικροεφαρμογές. Οι «μικρόκοσμοι» δίνουν έμφαση στη δυνατότητα διαμόρφωσης από το χρήστη για διερεύνηση, έλεγχο υποθέσεων καθώς και άλλων ασχολιών. Οι «μικρόκοσμοι» σχεδιάστηκαν για να παρέχουν εμπειρίες στο πλαίσιο του κονστрукτιβισμού.

6.8.3 Ψηφιακά παιχνίδια

Τα οφέλη που παρέχουν τα ψηφιακά παιχνίδια με εκπαιδευτικό περιεχόμενο στα σχολεία είναι αρκετά. Το γεγονός ότι τα παιδιά έχουν ιδιαίτερη εξοικείωση με αυτά καθιστούν απαραίτητη την αξιοποίησή τους σε εκπαιδευτικά περιβάλλοντα, αφού θεωρούνται ως ένας από τους πιο αυθεντικούς και παρωθητικούς τρόπους μάθησης (Ράπτης· Ράπτη, 1997) .Ωστόσο στην Ελλάδα δεν υπάρχουν πολλά κατάλληλα αναπτυξιακά εκπαιδευτικά παιχνίδια για την προσχολική αγωγή το εύρος τους είναι περιορισμένο.

6.8.4 Ψηφιακές αφηγήσεις

Πρόκειται για αφηγήσεις όπου συνδυάζεται η λογοτεχνία με τη χρήση ψηφιακών γραφικών, κειμένου, ηχογραφημένης αφήγησης, βίντεο και μουσικής. Μια δραστηριότητα ψηφιακής αφήγησης είναι η προσομοίωση ενός βιβλίου με

ηλεκτρονικό αφηγητή. Η πορεία της ανάγνωσης είναι γραμμική. Οι ψηφιακές αφηγήσεις δίνουν τη δυνατότητα στον αφηγητή να μελετήσει από πολλές οπτικές γωνίες το θέμα και να το διαμορφώσει όπως θέλει αυτός. Οι αφηγήσεις μπορούν να είναι και με τη μορφή διαδραστικού χαρακτήρα, αυτό σημαίνει ότι ο ακροατής συμμετέχει στην αφήγηση με διάφορες ενέργειες, κρατώντας του αμείωτο το ενδιαφέρον. Υποστηρίζεται ότι η αφήγηση παραμυθιών μπορεί να αποδειχθεί αποτελεσματική για κάθε μάθημα. (Γιαννικοπούλου, 1996)

6.8.5 Ψηφιακή Τέχνη

Πρόκειται για την Τέχνη η οποία δημιουργείται με τη βοήθεια του ηλεκτρονικού υπολογιστή, με ψηφιακό τρόπο. Αυτή η Τέχνη μπορεί να είναι ζωγραφική, ή ακόμη και ο συνδυασμός πολλών μέσων. Μπορεί να είναι έργα κατασκευασμένα μόνο στον υπολογιστή με μαθηματικά μοντέλα ή μπορεί να είναι συνθέσεις χρωμάτων, κινούμενων σχεδίων, video, διάδρασης.

6.9 Έντυπο παιδαγωγικό υλικό

Το βιβλίο κατέχει εξέχοντα ρόλο στις ζωές των παιδιών από πολύ μικρή ηλικία. Τα παιδιά έχουν την ανάγκη να ακούνε τους ενήλικες να διαβάζουν παραμύθια, ιστορίες. Με την ανάγνωση επιτυγχάνεται η ανάπτυξη της γλωσσικής ικανότητας η οποία πραγματοποιείται ευχάριστα, υπό τη μορφή της ψυχαγωγίας. Τα παραμύθια και η ανάγνωση ιστοριών είναι μερικά από τα είδη του έντυπου παιδαγωγικού υλικού. Το παιδαγωγικό υλικό περιλαμβάνει ένα μεγάλο εύρος από διάφορα άλλα είδη όπως η παιδική λογοτεχνία, τα βιβλία δραστηριοτήτων, οι παιδικές εγκυκλοπαίδειες, οι καρτέλες με αριθμούς, εικόνες και ένα άλλο πλήθος έντυπων υλικών το οποίο απευθύνεται σε παιδιά και παιδαγωγούς.

6.9.1 Η Παιδική λογοτεχνία

Το βιβλίο είναι απαραίτητο στοιχείο για τους ανθρώπους που αγαπούν τη γνώση. Το διάβασμα του βιβλίου ανοίγει νέους ορίζοντες τόσο στη διάνοια όσο και στο συναισθηματικό κόσμο των ανθρώπων. Από τα παραπάνω συμπεραίνεται και η σπουδαιότητα του να διδαχθούν τα παιδιά τη χρησιμότητα του βιβλίου. Τα βιβλία τα οποία απευθύνονται στα παιδιά χαρακτηρίζονται ως παιδική λογοτεχνία. Έχουν γίνει αρκετές προσπάθειες απόδοσης του ορισμού από εγκεκριμένους του χώρου.

Η παιδική λογοτεχνία είναι το σύνολο των αισθητικά δικαιωμένων κειμένων που είναι σε θέση να συμβάλλουν στην ψυχαγωγία των παιδιών, στην πνευματική τους καλλιέργεια, δηλαδή στην ανάπτυξη της ικανότητας των παιδιών να ξεχωρίζουν το όμορφο μέσα από την ωρίμανση της προσωπικότητάς τους. Σύμφωνα με τον συγγραφέα Αντώνη Δελώνη η παιδική λογοτεχνία είναι ένας χώρος στον οποίο συνυπάρχουν και λειτουργούν όλα εκείνα τα άρτια λογοτεχνικά έργα, τα οποία απευθύνονται άμεσα ή έμμεσα στις αισθητικές απαιτήσεις και τα ενδιαφέροντα της νηπιακής παιδικής και εφηβικής ηλικίας και που ανταποκρίνεται στο αντιληπτικό, το γλωσσικό και συναισθηματικό τους επίπεδο. (Δελώνης,1982) .Ενώ ο Στασινόπουλος αναφέρει ότι η παιδική λογοτεχνία είναι πύλη εισόδου του νέου ανθρώπου στο χώρο της Λογοτεχνίας και της Τέχνης γενικότερα.

Η παιδική λογοτεχνία γνώρισε την ανάπτυξή της στη δεκαετία του '70. Για την εξέλιξη και την πορεία της κύριο ρόλο κατέχουν τα κοινωνικοπολιτικά γεγονότα και η τεχνολογική πρόοδος. (Παπανικολάου· Τσιλιμένη, 1992)

Η λογοτεχνία σαν πνευματική και κοινωνική λειτουργία έχει πρωταρχικό σκοπό την τέρψη και την αισθητική συγκίνηση. Μέσω αυτής διαμορφώνεται ο μελλοντικός πολίτης του κόσμου. Για τον λόγο αυτό οι στόχοι της παιδικής λογοτεχνίας πρέπει να είναι υψηλοί. Προκειμένου να πλησιάσει το παιδί κινητοποιεί όλες τις πνευματικές του δυνάμεις, το συναίσθημα, τη φαντασία, τη σκέψη. Επιτυγχάνεται έτσι μια ισόρροπη καλλιέργεια των ψυχικών του δυνάμεων που μορφώνουν την προσωπικότητά του. Ο Σεφέρης πολύ χαρακτηριστικά αναφέρει ότι τα βιβλία είναι πράγματα της φύσης είναι ο εαυτός του κάθε ανθρώπου , είναι μια ανθρώπινη φύση, η οποία προεκτείνει τους ανθρώπους προς τις ρίζες τους, με την πείρα και τη σοφία περασμένων γενεών, και που με τα οράματα των ανθρώπων προεκτείνονται προς το μέλλον. (Παπανικολάου· Τσιλιμένη, 1992)

Ωστόσο η παιδική λογοτεχνία αποτελείται από διάφορα είδη. Το παραμύθι συγκαταλέγεται σε αυτήν, οι μικρές ιστορίες, οι μύθοι- μυθολογία, το ποίημα και το θέατρο τα οποία και θα αναλυθούν στη συνέχεια.

6.9.1.1 Το παραμύθι

Το παραμύθι είναι κατεξοχήν μία από τις πιο αγαπημένες δραστηριότητες των παιδιών. Αυτό οφείλεται ίσως στο γεγονός ότι τα παιδιά σε όλες τις εποχές

παραμένουν παιδιά. Νιώθουν τον κόσμο γύρω τους να κινείται ανάμεσα στο φανταστικό και το πραγματικό, όπως ακριβώς συμβαίνει και με τα παραμύθια. Το παραμύθι είναι το μέσο που θα οδηγήσει το παιδί στην αντιμετώπιση και την κατανόηση της σκληρής πραγματικότητας.

Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι τα παραμύθια προέρχεται από την αρχαία ελληνική λέξη «παραμύθιον» η οποία σημαίνει παρηγοριά, ανακούφιση, ενθάρρυνση. Αργότερα έλαβε και τη σημασία της φανταστικής ιστορίας, η οποία αποσκοπούσε στο ίδιο αποτέλεσμα (Μαλαφαντής, 2006). Σύμφωνα με τον Max Luthi το παραμύθι ως «μια πράξη αυθεντικής ποιητικής ενόρασης».(Luthi, 1982, σελ. 99) Ωστόσο τα παραμύθια σύμφωνα με τον Gianni Rodari είναι δυνατό να συνδεθούν με τα Μαθηματικά. Τονίζει ότι τα παραμύθια χρησιμεύουν στα Μαθηματικά όπως τα Μαθηματικά χρησιμεύουν στα παραμύθια, χρησιμεύουν στην ποίηση, στη μουσική, στην ουτοπία, στην πολιτικοποίηση- κοντολογίς στο σωστό άνθρωπο, όχι μόνο στο φαντασιόκοπο. Χρησιμεύουν ακριβώς επειδή φαινομενικά δε χρησιμεύουν σε τίποτα, όπως η μουσική και η ποίηση , όπως το θέατρο και τα σπορ, χρησιμεύουν στον ολοκληρωμένο άνθρωπο. (Rodari, 1985)

Στα παραμύθια απαραίτητο στοιχείο που τα χαρακτηρίζει και αποτελεί απαραίτητο κριτήριο για την εκλογή τους είναι οι εικόνες που εμπεριέχουν. Δίνεται τόση βάση στις εικόνες γιατί τα παιδιά ακόμη δεν ξέρουν να διαβάζουν και έτσι οι εικόνες φαίνεται να είναι η ευκολότερη συμβολική φόρμα που μπορούν να κατανοήσουν τα παιδιά. Ο Μπενέκος αναφέρει ότι « στην εξέλιξη της εικονογραφικής ικανότητας του παιδιού υπάρχει ένα στάδιο όπου η κινητική ενέργεια μετατρέπεται σε πνευματική λειτουργία- αναγνώριση μιας μορφής του σημαίνοντος. Από τη στιγμή αυτή το παιδί αναζητεί μορφές μέσα στο χάος, τάξη στον κόσμο και έτσι η εικόνα γίνεται πρωταρχικό μέσο επικοινωνίας και οργανικό στοιχείο σκέψης και ατομικής έκφρασης». (Μπενέκος, 1981, σελ. 8) Για τα περισσότερα παιδιά το εικονογραφημένο βιβλίο προηγείται του βιβλίου με ιστορίες και για αυτά τα παιδιά αυτές οι πρώτες μορφές επικοινωνίας συχνά γίνονται ερμηνευτές του κόσμου, τον οποίο θα ανακαλύψουν αργότερα. Η εικόνα είναι σημαντική γιατί ότι βλέπει κανείς με τα μάτια του μένει πολύ περισσότερο στο μυαλό από τον προφορικό και το γραπτό λόγο.

6.9.1.2 Μικρές ιστορίες

Με τον όρο μικρές ιστορίες νοούνται οι πολύ σύντομες διηγήσεις, οι οποίες δίνουν μια εικόνα ζωής από τον κόσμο του παιδιού, με λόγο αφαιρετικό αλλά προσιτό στην αντιληπτικότητα του, οικείο και άμεσο και συγχρόνως συγκεκριμένο. Κατά μία έννοια οι μικρές ιστορίες αποτελούν το ιδανικό είδος για τα παιδιά. Το γεγονός αυτό οφείλεται στο ότι οι μικρές ιστορίες χαρακτηρίζονται από λιτότητα έκφρασης και εκτείνονται από μία έως πέντε σελίδες το πολύ. Ο χρόνος αναφέρεται στο παρόν, ενώ ο χώρος στον άμεσο περίγυρο του παιδιού. Τα οποία και είναι τα δύο βασικά χαρακτηριστικά διαφοροποίησης τους από τα παραμύθια. (Παπανικολάου ΄Τσιλιμένη, 1992)

6.9.1.3.Το Ποίημα

Η ποίηση είναι και αυτό ένα είδος της λογοτεχνίας το οποίο απευθύνεται στα παιδιά. Αυτό συμβαίνει γιατί η ποίηση απευθύνεται σε ανθρώπους με ευαίσθητες ψυχές και το παιδί είναι από τη φύση του ευαίσθητο. Η ποίηση χαρακτηρίζεται από φαντασία και δημιουργικότητα. Το ποίημα είναι σαν μία μορφή παιχνιδιού, αφού είναι η τέχνη που ενώνει την ευχαρίστηση με την αλήθεια, καλώντας τη φαντασία σε βοήθεια της λογικής. Η παιδική ποίηση εμπλουτίζει τον εσωτερικό κόσμο του παιδιού, του δίνει τη δυνατότητα να κατανοήσει τον κόσμο και να αποκτήσει μια πιο αισιόδοξη διάθεση για τη ζωή. Στόχος της ποίησης είναι η ανάδειξη όλων αυτών των ευαίσθητων χορδών της καθημερινής ζωής που κάνουν τους ανθρώπους πραγματικούς ανθρώπους. Η ποίηση αποτελείται από τη λαϊκή δημοτική ποίηση όπου συμπεριλαμβάνονται τα είδη όπως τα ταχταρίσματα, τα λαχνίσματα, οι γλωσσοδέτες, τα μαντέματα και τα λίμερικ. Τα λίμερικ είναι ποιήματα τα οποία συνδυάζουν το λογικό με το παράλογο, το πιθανό με το απίθανο. Για να γνωριστεί και να αγαπήσει ένα παιδί την ποίηση απαραίτητη προϋπόθεση είναι να δώσει το έναυσμα η παιδαγωγός γιατί αξίζει να γνωρίσει το θαυμαστό κόσμο της ποίησης. (Παπανικολάου ΄Τσιλιμένη, 1992)

6.9.2 Βιβλία δραστηριοτήτων

Βιβλία δραστηριοτήτων είναι τα βιβλία που απαιτούν την άμεση συμμετοχή των παιδιών, μέσω δραστηριοτήτων με ποικίλες θεματικές ενότητες. Το παιδί καλείται να εκτελέσει τις δραστηριότητες που εμπεριέχονται στο βιβλίο, οι οποίες πολλές φορές έχουν κλιμακωτή σειρά όσον αφορά το βαθμό δυσκολίας. Στόχος των

δραστηριοτήτων είναι η εμπέδωση και η κατανόηση διαφόρων εννοιών. Στα περισσότερα βιβλία δραστηριοτήτων πραγματοποιείται μια εισαγωγή καλωσορίσματος με την μορφή παιδικών χαρακτήρων, έτσι ώστε να είναι πιο ευχάριστη και πιο προσιτή στα παιδιά η γνωριμία τους με διάφορες έννοιες. Σημαντικό χαρακτηριστικό για την προσέλκυση των παιδιών και για να κρατηθεί αμείωτο το ενδιαφέρον τους είναι να παρουσιάζονται οι δραστηριότητες με παιγνιώδη τρόπο. (Κατσίκη- Γκιβάλου, 1995)

6.9.3 Παιδικές εγκυκλοπαίδειες

Ο όρος εγκυκλοπαίδεια είναι ελληνικός και πηγάζει από τις ελληνικές λέξεις «εγκύκλιος παιδεία». Ουσιαστικά είναι μια σύνοψη της γνώσης. Ο όρος σε όλες τις γλώσσες προέρχεται από τον Ελληνικό, που κυριολεκτικά σημαίνει «η εν κύκλω προσφερόμενη διδασκαλία» (el.wikipedia.org/wiki/Εγκυκλοπαίδεια). Εν αντιθέσει με την εγκυκλοπαίδεια που απευθύνεται σε ενήλικες η παιδικά εγκυκλοπαίδεια έχει πιο απλή ορολογία, είναι γραμμένη με πιο απλό και εύληπτο ύφος. Επιπλέον οι παιδικές εγκυκλοπαίδειες έχουν περισσότερες εικόνες από αυτές των ενηλίκων. Έτσι τα παιδιά κατανοούν πιο εύκολα αυτά που θέλουν να γνωρίσουν και να μάθουν.

6.9.4 Άλλα είδη έντυπου παιδαγωγικού υλικού

Εκτός από την παιδική λογοτεχνία, τα βιβλία δραστηριοτήτων και τις παιδικές εγκυκλοπαίδειες στο έντυπο παιδαγωγικό υλικό θα μπορούσαν να ενταχθούν και δραστηριότητες όπως καρτέλες με αριθμούς, κόμικς, επιτραπέζια παιχνίδια και άλλα παιδαγωγικά έντυπα τα οποία απευθύνονται σε παιδιά και παιδαγωγούς. Εδώ σε αυτό το σημείο αξίζει να αναφερθεί η Montessori η οποία είναι πολύ γνωστή παιδαγωγός, επινόησε μια πιο ενδιαφέρον μέθοδο μάθησης χρησιμοποιώντας υλικά τα οποία κρατάνε αμείωτο το ενδιαφέρον των παιδιών και ενεργοποιούν τις αισθήσεις τους. Μια δραστηριότητα τέτοιου είδους είναι το παιχνίδι με τις καρτέλες και τους αριθμούς. Πρόκειται για καρτέλες, στις οποίες κολλιούνται αριθμοί οι οποίοι έχουν φτιαχτεί από γυαλόχαρτο. Χαρακτηριστικό του παιδαγωγικού υλικού της Montessori αποτελεί το γεγονός ότι τα παιδιά μαθαίνουν μέσω των αισθήσεων. Η διαφορετικότητα της υφής επιτρέπει στα παιδιά να κατανοήσουν καλύτερα τον τρόπο γραφής του αριθμού μέσω της αφής, σε αντίθεση με το να το έβλεπαν μόνο. (Κουτσουβάνου, 1993) Όσον αφορά τα κόμικς και τα

επιτραπέζια παιχνίδια αποτελούν ένα ευχάριστο μέσο ψυχαγωγίας για τα παιδιά, μέσα από τα οποία μπορούν να μάθουν πράγματα με την κατάλληλη παρέμβαση της παιδαγωγού.

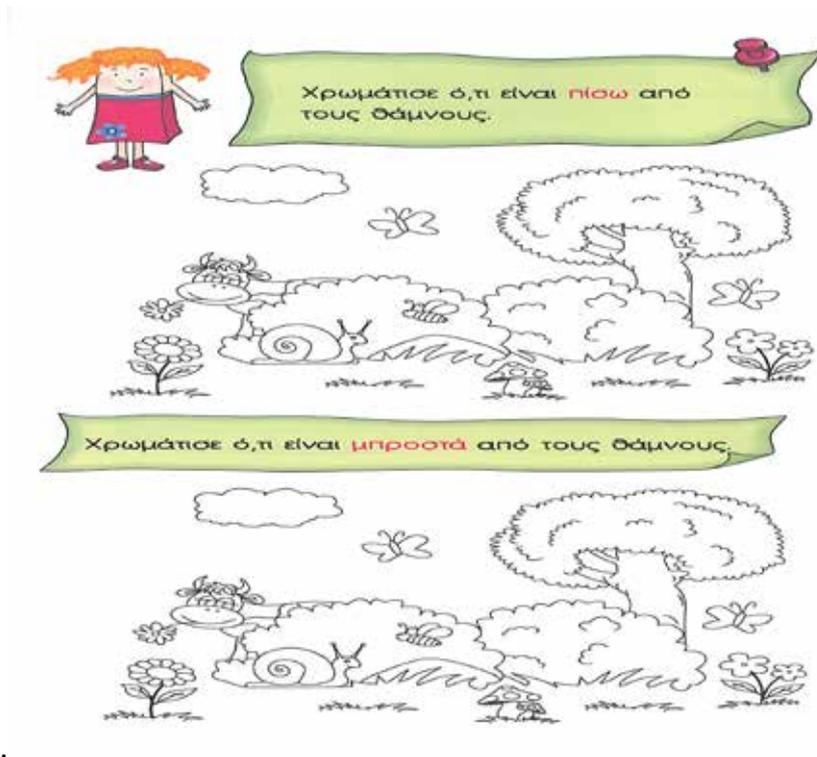
Κεφάλαιο 7^ο :Αξιολόγηση έντυπου και ηλεκτρονικού παιδαγωγικού υλικού

Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο αναλύεται ένα ενδεικτικό έντυπο και ένα ψηφιακό παιδαγωγικό υλικό υπό τη μορφή CD-Rom. Το έντυπο παιδαγωγικό υλικό εμπεριέχει δραστηριότητες όσον αφορά τα Μαθηματικά για παιδιά προσχολικής ηλικίας. Οι δραστηριότητες αυτές καλύπτουν ένα φάσμα από Μαθηματικές έννοιες. Η μορφή των δραστηριοτήτων είναι τέτοια έτσι ώστε να παροτρύνει τα παιδιά να εκτελούν Μαθηματικές δραστηριότητες με τη μορφή παιχνιδιού. Έτσι μαθαίνουν εύκολα και γρήγορα κατανοώντας την αφηρημένη φύση των Μαθηματικών. Όσον αφορά το ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό αποσκοπεί στο να έρθουν τα παιδιά σε επαφή με τις Νέες Τεχνολογίες, που έχουν γίνει πλέον αναπόσπαστο κομμάτι της καθημερινότητας. Ο συνδυασμός των έντονων χρωμάτων και της μουσικής ωθεί τα παιδιά σε ένα πιο δελεαστικό τρόπο μάθησης των Μαθηματικών εννοιών. Στο τέλος του κεφαλαίου θα πραγματοποιηθεί μια αξιολόγηση του κάθε τύπου παιδαγωγικού υλικού και μια σύγκριση μεταξύ αυτών των δύο.

7.1 Ανάλυση έντυπου παιδαγωγικού υλικού

Στη παρούσα πτυχιακή εργασία επιλέχθηκε το βιβλίο με τίτλο «Τα πρώτα μου Μαθηματικά» της Ευαγγελίας Δεσύπρη, εκδόσεις Παπαδόπουλος περιέχει ένα μεγάλο φάσμα δραστηριοτήτων, όσον αφορά την κατάκτηση των πρώτων Μαθηματικών εννοιών.

Αρχικά το βιβλίο ξεκινά με τις χωρικές έννοιες όπως πάνω-κάτω, πίσω-μπροστά, μέσα-έξω, κοντά-μακριά και τις έννοιες προσανατολισμού αριστερά-δεξιά, ανάμεσα. Όσον αφορά αυτές τις έννοιες στο βιβλίο υπάρχουν δραστηριότητες όπου το παιδί καλείται να χρωματίσει τα κατάλληλα σχέδια. Πιο συγκεκριμένα στη πρώτη δραστηριότητα το παιδί προσχολικής ηλικίας καλείται να χρωματίσει κόκκινα όσα ψαράκια βρίσκονται πάνω από το χταπόδι. Στην επόμενη δραστηριότητα σκοπός είναι να κατανοήσει το παιδί την έννοια «κάτω» με το να χρωματίσει ότι βρίσκεται κάτω από τα μανιτάρια. Έπειτα στις χωρικές έννοιες «πίσω» και «μπροστά» καλείται να χρωματίσει ότι είναι πίσω και μπροστά από τους θάμνους. (εικόνα 1)



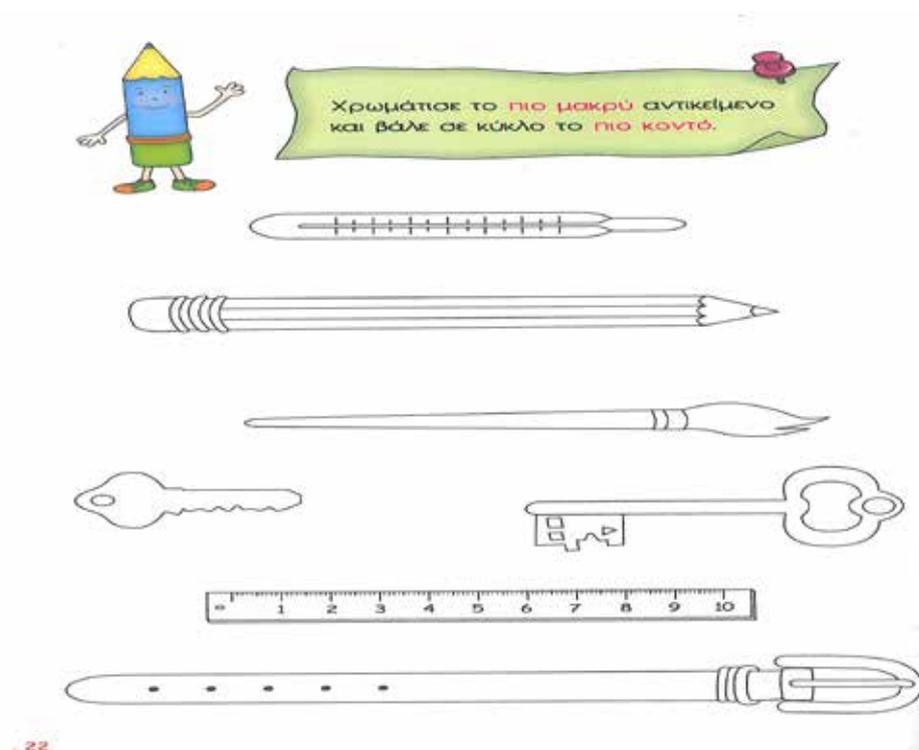
(εικόνα 1)

Ακολουθώντας στις έννοιες «μέσα» και «έξω» καλείται να χρωματίσει όσα φρούτα βρίσκονται μέσα σε μια φρουτιέρα και να χρωματίσει μια μπάλα «έξω» από το ντουλάπι. Όσον αφορά τις έννοιες «κοντά» και «μακριά» η δραστηριότητα που προτείνεται είναι να ζωγραφιστούν τα σκυλάκια που βρίσκονται «κοντά» στο μεγάλο σκυλί. Με την έννοια «μακριά» πρέπει να χρωματίσουν όσα καρότα βρίσκονται μακριά από το λαγουδάκι. Στη συνέχεια, στο βιβλίο παρουσιάζονται χωρικές-προσανατολιστικές έννοιες όπως είναι η έννοια «αριστερά». Το παιδί ζωγραφίζει το αντικείμενο που βρίσκεται αριστερά από ένα αρκουδάκι. Με την εκμάθηση της έννοιας «δεξιά», απεικονίζεται μια κούκλα ανάμεσα από τα παιχνίδια και η παιδαγωγός προτρέπει το παιδί να ζωγραφίσει αυτά που βρίσκονται δεξιά της. Επιπρόσθετα για την κατανόηση της έννοιας «ανάμεσα» το παιδί προτρέπει να χρωματίσει ένα μανιτάρι και ένα σκουλήκι που βρίσκονται ανάμεσα από ένα λαγό και μια χελώνα. Για τις παραπάνω δραστηριότητες υπάρχει και μια αντίστοιχη δραστηριότητα εμπέδωσης των παραπάνω εννοιών σε κάθε Μαθηματική έννοια.

Σε άλλη θεματική ενότητα το βιβλίο αναφέρεται στις ποσοτικές σχέσεις. Αυτές αφορούν λέξεις όπως «μεγάλο» - «μικρό». Το παιδί πρέπει να ζωγραφίσει ότι

στη πραγματικότητα είναι «μεγαλύτερο» από ένα αυτοκίνητο και «μικρότερο» από ένα άλογο. Το πεδίο επιλογών είναι ευρύ.

Στη συνέχεια η συγγραφέας ασχολείται με τη μέτρηση του ύψους. Καταπιάνεται με έννοιες όπως «ψηλό- χαμηλό». Αυτό επιτυγχάνεται σύμφωνα με τη συγγραφέα με δραστηριότητες όπως με το να ζωγραφίσει το πιο «ψηλό» και να βάλει σε κύκλο το πιο «χαμηλό» ζώο και το πιο «χαμηλό» δέντρο αντίστοιχα. Στη συνέχεια η συγγραφέας ενδιαφέρεται για την κατανόηση εννοιών μέτρησης μήκους όπως το «μακρύ» και το «κοντό». Στη συγκεκριμένη δραστηριότητα του βιβλίου, το παιδί πρέπει να ζωγραφίσει το πιο μακρύ και να βάλει σε κύκλο το πιο κοντό. (εικόνα 2)



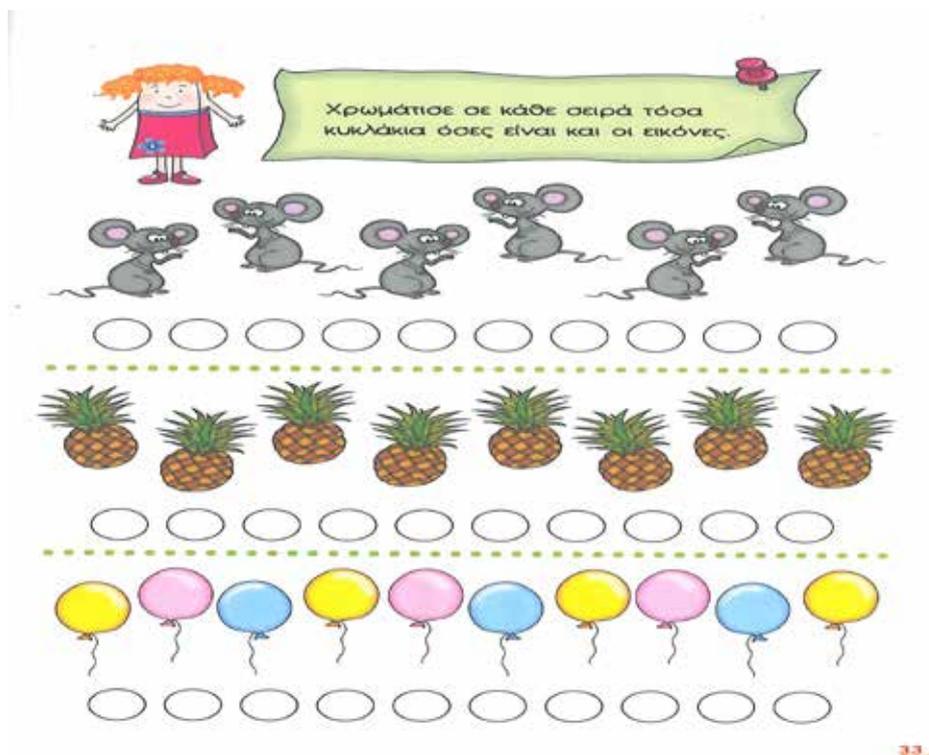
(εικόνα 2)

Στον τομέα της μέτρησης βάρους το παιδί μαθαίνει τις έννοιες «βαρύ-ελαφρύ». Στο βιβλίο απεικονίζονται διάφορα αντικείμενα και ζώα, τα οποία το παιδί καλείται να ζωγραφίσει τα αντικείμενα- ζώα που είναι πιο ελαφριά από το υπόδειγμα και αντίστοιχα τα πιο βαριά.

Επιπλέον η συγγραφέας ασχολείται με ποσοτικές έννοιες όπως είναι το «λιγότερο- περισσότερο», χρωματίζοντας κάθε φορά αυτό που χωράει λιγότερο και αυτό που χωράει περισσότερο.

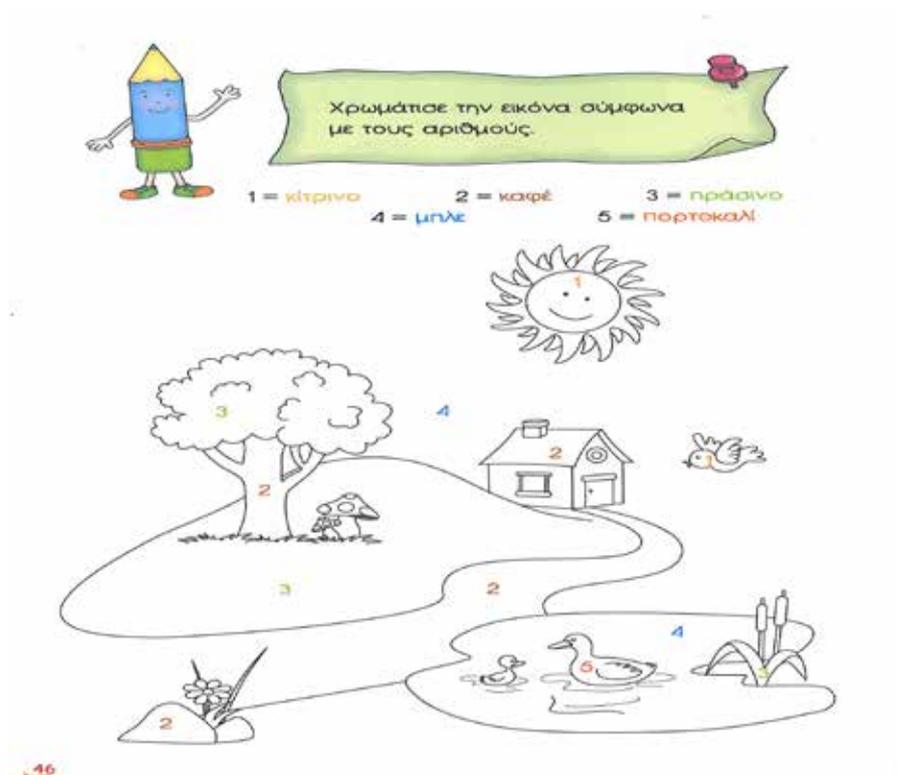
Έπειτα στο βιβλίο παρουσιάζεται μια δραστηριότητα σειροθέτησης. Απεικονίζεται ένα τρένο στο οποίο τα βαγόνια έχουν διαφορετικό χρώμα. Το παιδί πρέπει να χρωματίσει τα υπόλοιπα βαγόνια, ακριβώς με την ίδια σειρά των χρωμάτων όπως στο ενδεικτικό παράδειγμα.

Άλλο ένα θέμα με το οποίο ασχολείται η συγγραφέας είναι η ομαδοποίηση, όπου τα παιδιά πρέπει να κυκλώσουν τα όμοια αντικείμενα. Στη συνέχεια καταπιάνεται με τα σχήματα. Στη δραστηριότητα αυτή πρέπει να αντιστοιχίσουν τα παιδιά το σχήμα με το αντίστοιχο αντικείμενο που ταιριάζει. Άλλη μια δραστηριότητα που παρατίθεται έχει να κάνει με την εξοικείωση των παιδιών με το μέτρημα. Τα παιδιά μετράνε το κάθε πλήθος από μια ομάδα αντικειμένων και από κάτω από κάθε ομάδα αντικειμένων χρωματίζουν όσα υποδείγματα μέτρησαν. (εικόνα 3)



(εικόνα 3)

Τέλος, τα παιδιά αντιγράφουν τους αριθμούς από το ένα ως το δέκα και στη συνέχεια κάτω από τον αντίστοιχο αριθμό κολλάνε τόσα αυτοκόλλητα όσα υποδεικνύει ο αριθμός, τα οποία εμπεριέχονται στο βιβλίο. Αφού εμπεδώσουν τους αριθμούς η συγγραφέας ωθεί τα παιδιά σε δραστηριότητες με τον χρωματισμό της εικόνας, υποδεικνύοντας κάθε φορά με το χρώμα, το οποίο αντιστοιχεί και σε έναν αριθμό (εικόνα 4). Τέλος τα παιδιά καλούνται να ενώσουν τις τελίτσες για να εμφανιστεί η εικόνα. (Δεσύπρη, 2010)



(εικόνα 4)

7.2 Περιγραφή ψηφιακού παιδαγωγικού υλικού

Το CD που χρησιμοποιήθηκε στην πτυχιακή έχει ως θέμα τα Μαθηματικά. Περιλαμβάνει διάφορες δραστηριότητες των Μαθηματικών οι οποίες στοχεύουν στην κατανόηση και την διδασχία των Μαθηματικών με παιγνιώδη τρόπο. Το CD-Rom είναι εκπαιδευτικού χαρακτήρα και είναι εγκεκριμένο από το Υπουργείο Παιδείας και Θρησκευμάτων.

Το όνομα του Cd- Rom είναι «ο εξερευνητής του Υπολογιστή». Στην εισαγωγή των δραστηριοτήτων υπάρχει στην οθόνη του ηλεκτρονικού υπολογιστή ένας μεγεθυντικός φακός ο οποίος πηγαίνει μαζί με το βελάκι και μεγεθύνει τα

γράμματα- εικόνες. Με την έναρξη του Cd –Rom εμφανίζονται στον Υπολογιστή πέντε οθόνες Υπολογιστών όπου η κάθε μία οθόνη περιέχει και μία θεματική ενότητα. Στην κάθε θεματική ενότητα εμπεριέχεται ένα σύνολο από δραστηριότητες μαθηματικής φύσεως. Οι ήρωες που παρουσιάζονται στο CD-Rom και έχουν πρωταγωνιστικό ρόλο είναι ένας αρκούδος και ένας ποντικός. Ο ρόλος τους είναι να επιβραβεύουν με τις λέξεις «συγχαρητήρια ή μπράβο» τα παιδιά ή να αποδοκιμάζουν τη δράση του παιδιού παροτρύνοντάς του να ξαναπροσπαθήσει. Σε περίπτωση που το παιδί δεν ακούσει την εκφώνηση στην αρχή της δραστηριότητας, μπορεί να πατήσει ένα κουμπί που αναγράφει τις λέξεις «επανάληψη εκφώνησης». Το οποίο βρίσκεται δεξιά και κάτω στην οθόνη. Για την καλύτερη εμπέδωση των δραστηριοτήτων το παιδί μπορεί να ξαναεκτελέσει μια δραστηριότητα πατώντας το κουμπί που αναγράφεται στην οθόνη, το «προσπάθησε πάλι».

Όσον αφορά τις θεματικές ενότητες η οθόνη του πρώτου Υπολογιστή έχει ως τίτλο: «Εμείς και...εμείς». Στη δεύτερη οθόνη αναγράφεται ο τίτλος : « Εμείς και οι Άλλοι», η τρίτη οθόνη ονομάζεται: « Η Φύση γύρω μας», η τέταρτη ονομάζεται : « Παιχνίδια Μυαλού» και τέλος στην πέμπτη οθόνη : αναγράφεται ο τίτλος «Τα Αριθμάκια».

Με την έναρξη της Θεματικής ενότητας εμφανίζεται ο αρκούδος ο οποίος δίνει οδηγίες για την κάθε δραστηριότητα που επακολουθεί. Με την επιλογή της πρώτης οθόνης η πρώτη δραστηριότητα έχει να κάνει με τη διαμόρφωση της τάξης του Νηπιαγωγείου και καλεί το παιδί να φτιάξει την τάξη του τοποθετώντας τα έπιπλα όπως φαίνονται στην εικόνα, σαν πάζλ. Στη δεύτερη δραστηριότητα τα παιδιά φτιάχνουν την άτακτη βιβλιοθήκη τοποθετώντας τα βιβλία στη σωστή θέση. Κριτήριο αυτής της δραστηριότητας για την τοποθέτηση των βιβλίων είναι το μήκος τους. Η τρίτη δραστηριότητα καλεί τα παιδιά να τοποθετήσουν τόσα παιδιά όσα χωράνε στα παγκάκια του προαύλιου του σχολείου. Η τέταρτη είναι δραστηριότητα μνήμης και χρονικής σειράς όπου απεικονίζεται μια ιστορία και τα παιδιά τοποθετούν στη σωστή διαδοχική σειρά τις εικόνες. Τελευταία δραστηριότητα αυτής της θεματικής ενότητας είναι η δραστηριότητα στην οποία το παιδί γράφει για τον εαυτό του, το όνομά του, τον αριθμό των παππούδων του, των γιαγιάδων του, των αδερφιών του. Στη συνέχεια καλείται να τους μετρήσει όλους μαζί και να γράψει τον κατάλληλο αριθμό.

Ο τίτλος της δεύτερης οθόνης όπως προαναφέρθηκε είναι: « Εμείς και οι Άλλοι». Το θέμα της πρώτης δραστηριότητας είναι οι διαδρομές. Στον τομέα των Μαθηματικών συγκαταλέγεται στις χωροχρονικές έννοιες. Στοχεύει στην εκμάθηση της κάθετης και οριζόντιας γραμμής. Το παιδί χρησιμοποιώντας μόνο τα βελάκια από το πληκτρολόγιο του Υπολογιστή πρέπει να μεταφέρει το αμάξι από τη μία μεριά στην άλλη. Στη δεύτερη δραστηριότητα έχει να κάνει με τα Ευρώ και τις υποδιαρέσεις του. Πρέπει να τοποθετηθούν τα κατάλληλα κέρματα στο κατάλληλο κουτί. Στην Τρίτη δραστηριότητα απεικονίζεται ένας χάρτης με αυτή τη δραστηριότητα ασκείται στα παιδιά η δυνατότητα του προσανατολισμού. Το παιδί ενώνει τις τελίτσες μεταξύ τους και η κάθε τελίτσα απεικονίζει αριθμούς από το ένα ως το δέκα και κάθε αριθμός αντιστοιχεί και σε μία περιοχή της Ελλάδας. Η τέταρτη δραστηριότητα ονομάζεται οι « Ήπειροι», όπου τα παιδιά τοποθετούν τη μεγαλύτερη ράβδο στη μεγαλύτερη σε έκταση ήπειρο. Σκοπός αυτής της δραστηριότητας είναι η σειροθέτηση και η ταξινόμηση μεγεθών. Τελευταία δραστηριότητα της θεματικής ενότητας: «Εμείς και οι Άλλοι» είναι υπό τη μορφή πάζλ και είναι η συμπλήρωση κομματιών με θέμα τη γη.

Στην τρίτη οθόνη με τίτλο: « Η Φύση γύρω μας», η πρώτη δραστηριότητα έχει ως όνομα : « Βοήθησε την οικογένεια του αρκούδου». Τα παιδιά πρέπει να κατανοήσουν έννοιες όπως «μικρότερο- μεγαλύτερο». Καλούνται να βοηθήσουν μια οικογένεια αρκούδων να βρει τα πράγματά τους. Τα μεγέθη των πραγμάτων πάνε κλιμακωτά. Στον μπαμπά αναλογεί το μεγάλο μέγεθος, στη μαμά το μεσαίο και στο παιδί το μικρό. Η δεύτερη δραστηριότητα ονομάζεται « η βαρκάδα». Τα παιδιά πρέπει να ταιριάζουν την αντανάκλαση της βάρκας στο νερό με τα σχήματα που βρίσκονται στα δεξιά της οθόνης. Στην τρίτη δραστηριότητα που έχει ως θέμα τα θερμόμετρα τα παιδιά πρέπει να ταξινομήσουν τα θερμόμετρα κατά αύξουσα σειρά με βάση των θερμοκρασιών. Στην τέταρτη δραστηριότητα είναι ένα χταπόδι στο οποίο τα παιδιά καλούνται να μετρήσουν, σε πόσα πόδια φοράει παπούτσια, στη συνέχεια πρέπει να γράψουν τον κατάλληλο αριθμό. Η πέμπτη και τελευταία δραστηριότητα έχει θέμα τη μεγάλη άρκτο. Στην οθόνη αναπαρίσταται ένας ουρανός, στον οποίο αναγράφεται η μεγάλη άρκτος με κουκκίδες. Τα παιδιά πρέπει σε κάθε κουκκίδα να τοποθετούν και ένα αστεράκι για να τη σχηματίσουν και στη συνέχεια πρέπει να μετρήσουν τα αστεράκια που χρησιμοποιήθηκαν και να γράψουν τον τελικό αριθμό από το πληκτρολόγιο.

Στην τέταρτη οθόνη με τίτλο: «Παιχνίδια μυαλού», η πρώτη δραστηριότητα έχει να κάνει με την εκμάθηση σχημάτων. Τα παιδιά πρέπει να φτιάξουν την εικόνα στην οποία βρίσκονται μπερδεμένα τα σχήματα τα οποία πρέπει να τα βάλουν στη σωστή θέση. Με αυτή τη διαδικασία καλλιεργείται η φαντασία των παιδιών. Η δεύτερη δραστηριότητα αφορά έναν πίνακα. Τα παιδιά πρέπει να γεμίσουν τη βαλίτσα με τα κομμάτια χρώματος που υπάρχουν στα δεξιά της οθόνης. Στην τρίτη δραστηριότητα τα παιδιά μαθαίνουν τα βασικά χρώματα και εξασκούν κυρίως τη μνήμη τους. Η δραστηριότητα έχει να κάνει ως εξής: Τα παιδιά στην πρώτη σειρά γεμίζουν τα τετράγωνα με κόκκινο και κίτρινο εναλλάξ και στη δεύτερη σειρά με κόκκινο, κίτρινο και μπλε πάλι εναλλάξ, πρόκειται για ρυθμικό παιχνίδι. Το τέταρτο παιχνίδι είναι το παιχνίδι με τις σκιές. Τα παιδιά πρέπει να βρουν τις ομοιότητες και τις διαφορές των δύο εικόνων. Η πέμπτη δραστηριότητα απεικονίζει μια ζυγαριά, την οποία πρέπει το παιδί να καταφέρει να την ισορροπήσει. Στην έκτη δραστηριότητα τα παιδιά παίζουν bowling ρίχνουν την μπάλα και στη συνέχεια μετράνε πόσες έπεσαν και το γράφουν στο κατάλληλο κουτί που υπάρχει στην οθόνη. Στην έβδομη δραστηριότητα τα παιδιά πρέπει να βγουν από το λαβύρινθο. Αυτό επιτυγχάνεται με τα βελάκια του πληκτρολογίου. Τα παιδιά μαθαίνουν έννοιες όπως πάνω- κάτω, δεξιά- αριστερά.

Στην τελευταία θεματική δραστηριότητα με τίτλο : « Τα Αριθμάκια» τα παιδιά παίζουν με μασκέτες. Πρέπει να βάλουν τόσες μπάλες όσες λέει το καλάθι. Η δεύτερη δραστηριότητα απεικονίζει ένα πλήθος από καραμέλες . Τα παιδιά πρέπει να βάλουν τόσες καραμέλες όσες υποδεικνύει το δοχείο. Η τρίτη δραστηριότητα έχει να κάνει με τα ζάρια. Δίπλα από κάθε πλευρά ζαριού τα παιδιά πρέπει να μετρήσουν και να βάλουν τον κατάλληλο αριθμό που απεικονίζει το ζάρι. Στην τέταρτη δραστηριότητα τα παιδιά πληκτρολογούν τους κατάλληλους αριθμούς από το πληκτρολόγιο. Αυτή η δραστηριότητα στοχεύει στην εξοικείωση τους με τους αριθμούς και τον υπολογιστή. Τέλος στην πέμπτη δραστηριότητα επιτυγχάνεται ο συντονισμός ματιού- χεριού με τη μορφή παιχνιδιού μνήμης. Το παιδί βλέπει τις εικόνες και στη συνέχεια οι εικόνες κρύβονται και πρέπει να βρει την κάθε μία εικόνα, ανάλογα με το ποια ζητάει ο εκφωνητής.

7.3 Κριτήρια Αξιολόγησης

Η σύγκριση για την αξιολόγηση του έντυπου παιδαγωγικού υλικού και του ηλεκτρονικού έχει ως κοινό άξονα τα κριτήρια του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου τα οποία είναι υπό τη μορφή ερωτήσεων. Τα κριτήρια αυτά βοηθούν στην διεκπεραίωση των αποτελεσμάτων και είναι τα παρακάτω:

Κριτήρια αξιολόγησης	Έντυπο παιδαγωγικό υλικό	Ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό
Υπάρχει αντιστοίχιση με τους γενικούς σκοπούς της εκπαίδευσης;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Είναι η πληροφορία ακριβής και σαφής;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Αποφεύγεται το περιττό και το τετριμμένο;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Ενθαρρύνει τους μαθητές σε υποθέσεις, συγκρίσεις, ερμηνείες, γενικεύσεις, συνεπαγωγές;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Δίνεται η δυνατότητα αλλαγής οπτικής γωνίας;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Ασκούνται τα παιδιά σε δεξιότητες σκέψης;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Λαμβάνονται υπόψη οι βιωματικές αντιλήψεις των παιδιών, το επίπεδο νοητικής ωρίμανσής τους, τα ενδιαφέροντα και οι	ΝΑΙ	ΝΑΙ

κλίσεις τους;		
Η στοχοθεσία είναι σαφής, οργανωμένη και συγκεκριμένη;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Υπάρχει ισορροπία ανάμεσα σε γνωστικούς, συναισθηματικούς, ψυχοκινητικούς σκοπούς;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Περιλαμβάνουν την οικοδόμηση εννοιών;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Δίνονται δυνατότητες επιλογής θεμάτων στα παιδιά;	ΟΧΙ	ΝΑΙ
Γίνεται πρόβλεψη για αυτό-αξιολόγηση;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Ενθαρρύνουν την κριτική και δημιουργική σκέψη, τη λήψη αποφάσεων, την εφαρμογή;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Αξιοποιείται ο προφορικός λόγος;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Συμβάλλουν στην κατανόηση του περιεχομένου;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
Παρέχουν ευκαιρίες εφαρμογής της νέας γνώσης σε διαφορετικά πλαίσια;	ΝΑΙ	ΝΑΙ

Συμβάλλουν στην εμπέδωση δεξιοτήτων;	NAI	NAI
Βοηθούν στη διασύνδεση της νέας γνώσης με τις προηγούμενες;	NAI	NAI
Δίνονται στο παιδαγωγικό υλικό κριτήρια αξιολόγησης;	OXI	OXI
Τα κείμενα παρέχουν τα αναγκαία στοιχεία σε λογική σειρά;	NAI	NAI
Υπάρχει συνάφεια στον τρόπο παρουσίασης διαφορετικών ενοτήτων, ή θεμάτων;	NAI	NAI
Είναι ο γλωσσικός χειρισμός κατάλληλος;	NAI	NAI
Είναι η παρουσίαση πληροφοριών ξεκάθαρη;	OXI	NAI
Γίνεται κατάλληλη χρήση της ορολογίας και των συμβόλων;	NAI	NAI
Υπάρχει ποικιλία χρωμάτων και χρωματικές διαβαθμίσεις;	NAI	NAI
Υπάρχουν οι απαραίτητες υπογραμμίσεις και επισημάνσεις;	NAI	NAI

Το μέγεθος και το είδος των γραμμάτων, το μήκος και οι αποστάσεις των σειρών, είναι κατάλληλα για τον πληθυσμό στον οποίο απευθύνονται;	ΝΑΙ	ΝΑΙ
---	-----	-----

Γενικότερα στο βιβλίο, οι δραστηριότητες είναι αρκετά καλές και παρουσιάζονται με έξυπνο τρόπο, ωστόσο υπάρχουν μερικές στις οποίες η παρουσίαση πληροφοριών δεν είναι ξεκάθαρη για τα παιδιά προσχολικής ηλικίας. Στο CD- Rom οι δραστηριότητες είναι επίσης κατάλληλες.

Αναλυτικότερα η κατάλληλη επιλογή και παρουσίαση του εκπαιδευτικού υλικού με την συμβολή του εκπαιδευτικού καθιστά δυνατή την αντιστοίχιση με τους γενικότερους σκοπούς της εκπαίδευσης. Ένα βιβλίο και ένα CD-Rom δραστηριοτήτων το οποίο απευθύνεται σε παιδιά προσχολικής ηλικίας είναι κατάλληλο όταν η πληροφορία είναι συγκεκριμένη και σαφής και δεν υπάρχουν περιττές πληροφορίες το οποίο τηρείται και στα δύο.

Τα παιδιά προσχολικής ηλικίας αναπτύσσουν πρώτα την συγκεκριμένη σκέψη και αργότερα κατακτούν και την αφηρημένη σκέψη. Η αφηρημένη σκέψη είναι απαραίτητη για την ανάπτυξη των Μαθηματικών εννοιών για αυτό κρίνεται απαραίτητο τόσο στο βιβλίο όσο και στο CD-Rom να είναι ξεκάθαρες και συγκεκριμένες οι πληροφορίες που παρέχονται.

Οι ευκαιρίες που δίνονται στα παιδιά μέσω της συμμετοχής τους στις δραστηριότητες τα ενθαρρύνει στην καλλιέργεια των Μαθηματικών εννοιών. Χαρακτηριστικό είναι το γεγονός ότι ωθούνται τα παιδιά να κάνουν συγκρίσεις, ταξινομήσεις, παροτρύνονται τόσο από την εικόνα που φαντάζει δελεαστική στα μάτια τους όσο και από την ηχητική υπόκρουση στο CD-Rom η οποία τα ενθαρρύνει. Για την περαιτέρω κατανόηση των Μαθηματικών εννοιών ο εκπαιδευτικός μπορεί παράλληλα με τις δραστηριότητες να συσχετίσει κάποια Μαθηματική έννοια με μια καθημερινή τους δραστηριότητα. Με αυτόν τον τρόπο τα παιδιά δεν θα ξεχάσουν

εύκολα αυτό το οποίο έμαθαν γιατί μαθαίνουν να συνδυάζουν τη θεωρία με την πράξη.

Στο βιβλίο δραστηριοτήτων δίνεται η δυνατότητα αλλαγής οπτικής γωνίας όπως και στο CD-Rom τα Μαθηματικά δεν επιδέχονται μόνο έναν τρόπο λύσης αλλά περισσότερους. Αυτή η ανάγκη των παιδιών δεν πρέπει να παραγκωνίζεται, πρέπει να ακούγονται όλες οι φωνές εκφράζοντας το κάθε ένα παιδί τον δικό του τρόπο σκέψης. Τα Μαθηματικά είναι ο τρόπος του σκέπτεσθαι οπότε δεν θα μπορούσε ένα βιβλίο και ένα CD-Rom να μην ενθάρρυνε την διαδικασία της σκέψης. Οι δραστηριότητες που εμπεριέχονται και στο βιβλίο αλλά και στο CD-Rom είναι συμβατές με την ηλικία και τα ενδιαφέροντα των παιδιών, οι στόχοι αποσκοπούν στην εκμάθηση των χαρακτηριστικών των Μαθηματικών. Η παιδαγωγός ωστόσο πρέπει να βλέπει το παιδί ως πολύπλευρη προσωπικότητα, όχι μόνο ως δέκτη γνώσεων για αυτό τον λόγο το παιδαγωγικό υλικό που επιλέγει πρέπει να τηρεί μια ισορροπία ανάμεσα στη γνώση, στο συναίσθημα και στην ψυχοσύνθεσή τους, η οποία και τηρείται. Κατά την εκτέλεση των δραστηριοτήτων οικοδομούνται όλες εκείνες οι χωρικές έννοιες, οι ποιοτικές, οι ποσοτικές και οι μετρήσεις μεγέθους οι οποίες κατακτιούνται από τα παιδιά κατά τη διάρκεια της προσχολικής ηλικίας.

Στο βιβλίο δραστηριοτήτων δεν υπάρχει ιδιαίτερα η δυνατότητα επιλογής θεμάτων ενώ στο CD-Rom δίνεται η δυνατότητα στο παιδί να επιλέξει ανάμεσα από ένα πλήθος δραστηριοτήτων με διάφορα θέματα. Στο βιβλίο επιτυγχάνεται η αυτοαξιολόγηση υπό τη μορφή δραστηριοτήτων εμπέδωσης πάνω σε μία καινούρια έννοια κάθε φορά, ενώ στο CD-Rom δίνεται η δυνατότητα στο παιδί να ξανακάνει μια δραστηριότητα σε περίπτωση που ήτανε λάθος. Επιπλέον ενθαρρύνεται η κριτική σκέψη, αξιολογείται ο προφορικός λόγος μέσω της συζήτησης με την παιδαγωγό για τυχόν διευκρινίσεις των δραστηριοτήτων και μέσω των οδηγιών που παρέχονται στο CD-Rom.

Τόσο το βιβλίο όσο και το CD-Rom καθοδηγούν επαρκώς το παιδί, παρέχουν τη δυνατότητα εφαρμογής της νέας γνώσης σε διαφορετικά πλαίσια, συμβάλλουν στην εμπέδωση δεξιοτήτων αφού κάθε δραστηριότητα στο βιβλίο συνοδεύεται από ασκήσεις εμπέδωσης, ενώ στο CD-Rom η εμπέδωση επέρχεται μέσω της επανάληψης της δραστηριότητας. Επιτυγχάνεται η σύνδεση της νέας γνώσης με τις προηγούμενες, ωστόσο όμως δεν δίνονται κριτήρια αξιολόγησης.

Όσον αφορά τα κείμενα παρέχουν τα αναγκαία στοιχεία σε μία λογική σειρά, η οποία ακολουθεί σχεδόν τη διαδοχική σειρά κατάκτησης των Μαθηματικών εννοιών. Υπάρχει σύνδεση στον τρόπο παρουσίασης διαφορετικών θεμάτων και ο τρόπος χειρισμού της γλώσσας είναι κατάλληλος με ιδιαίτερη έμφαση στην αναφορά των Μαθηματικών εννοιών που κατακτιούνται σε κάθε ενότητα. Η παρουσίαση πληροφοριών σε μερικές δραστηριότητες δεν είναι ξεκάθαρη, ενώ στο CD-Rom είναι πιο ξεκάθαρη. Τα σύμβολα και οι ορολογίες χρησιμοποιούνται κατάλληλα και τα δύο χαρακτηρίζονται από ποικιλία χρωμάτων στις εικόνες και γενικότερα. Χαρακτηριστικό και των δύο είναι η έμφαση που δίνεται στην Μαθηματική έννοια που μαθαίνεται κάθε φορά. Στο βιβλίο χρησιμοποιείται κόκκινη γραμματοσειρά στις έννοιες αυτές καθώς και υποδείγματα που χρησιμοποιούνται και στο CD-Rom.

Τέλος ο τρόπος γραφής είναι κατάλληλος για τα παιδιά στα οποία απευθύνεται, μάλιστα στην έναρξη του CD-Rom παρουσιάζεται ένας μεγεθυντικός φακός ο οποίος μεγεθύνει τα γράμματα. Τα δύο αυτά μέσα βοηθούν στη διδασκαλία αλλά η παιδαγωγός είναι αυτή που έχει εξέχοντα ρόλο ενώ κανένα τεχνολογικό εργαλείο δεν μπορεί να την αντικαταστάσει, αλλά μπορεί να κάνει τη διδασκαλία της πιο ολοκληρωμένη και να την προσαρμόσει στις εκάστοτε απαιτήσεις της εποχής.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Καταλήγοντας, τα παιδιά κατακτούν Μαθηματικές έννοιες από πρόωμη κιόλας ηλικία. Η επαφή τους με τα Μαθηματικά είναι καθημερινή και έτσι έχουν μια πρώτη επαφή με τα Μαθηματικά πριν ακόμη αρχίσει η διδασκαλία τους. Τα παιδιά στην προσχολική ηλικία αρχικά μαθαίνουν το σώμα τους και την σχέση που έχει με το περιβάλλον. Στη συνέχεια είναι σε θέση να αναγνωρίσουν κάποια βασικά σχήματα ,να κάνουν συσχετισμούς, αντιστοιχίσεις, ταξινομήσεις, συγκρίσεις, απαριθμήσεις, να αναγνωρίσουν αριθμούς συνήθως μέχρι το δέκα, να κατανοήσουν έννοιες όπως βαρύ-ελαφρύ, να πραγματοποιήσουν μετρήσεις μήκους, ποσότητας. Τα μέσα για την κατάκτηση των Μαθηματικών είναι η επιλογή κατάλληλου παιδαγωγικού υλικού το οποίο θα χρησιμοποιηθεί για να γίνει περισσότερο κατανοητή η έννοια τους, καθώς και ο τρόπος παρουσίασης της παιδαγωγού. Το ηλεκτρονικό και το έντυπο παιδαγωγικό υλικό αποτελούν αστείρευτες πηγές για την εκμάθηση και την εμπέδωση των Μαθηματικών εννοιών. Είναι απαραίτητα και τα δύο για την διαδικασία της διδασκαλίας. Το έντυπο παιδαγωγικό υλικό ήταν και είναι απαραίτητο για τον εμπλουτισμό της γνώσης, το δε ηλεκτρονικό παιδαγωγικό υλικό έρχεται να συμπληρώσει τις απαιτήσεις της σύγχρονης κοινωνίας στην οποία τα παιδιά πρέπει να προσαρμοστούν. Το κάθε ένα από τα δύο βάζει το δικό του λιθαράκι στην κατάκτηση των Μαθηματικών εννοιών. Ένα πράγμα αρκεί να θυμάται η παιδαγωγός και να μην το ξεχνάει ποτέ, ότι όλα στη ζωή είναι ένα παιχνίδι, όταν η γνώση παρουσιάζεται με τέτοιο τρόπο τα πάντα είναι δυνατά.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

Αναγνωστόπουλος, Β. Δ. (2001). *Γλωσσικό υλικό για το νηπιαγωγείο – από τη θεωρία στην πράξη, βασική βιβλιοθήκη προσχολικής εκπαίδευσης, ε' έκδοση*, Αθήνα. Καστανιώτης.

Ανθούλιας, Τ. (2001), *Προετοιμάστε το παιδί σας για την Α Δημοτικού στα Μαθηματικά (για παιδιά 4 έως 6 ετών)*, Αθήνα. Εκδοτικός οίκος Α: Λιβάνη.

Βενιζέλου, Γ., Καλαμπαλίκη, Ε., Κολοστύπη, Α., Κονταξάκης, Γ., Λαυρεντάκη, Φ. & Μαυροειδής, Γ. (2003), *Βιβλίο δραστηριοτήτων για το Νηπιαγωγείο*, Υπουργείο Εθνικής Παιδείας και Θρησκευμάτων. Αθήνα. Οργανισμός Εκδόσεων Διδακτικών Βιβλίων.

Βοσνιάδου, Σ. (2001). *Εισαγωγή στην Ψυχολογία Βιολογικές, Αναπτυξιακές και Συμπεριφοριστικές Προσεγγίσεις, Γνωστική Ψυχολογία, Σειρά Ψυχολογίας*, Αθήνα. Gutenberg.

Γαλάτης, Γ. & Γιαννάκη-Μπασέτη, Α. (2005). *Θέματα διδακτικής της προσχολικής ηλικίας μια άλλη πρόταση*, Αθήνα. Τυπωθήτω Γιώργος Δαρδανός.

Γιαννικοπούλου, Α. (1996). Ηλεκτρονική αφήγηση σε προαναγνώστες. *Διαβάζω*, 77 (363), 115-117.

Δαφέρμος, Μ. (2002). *Η πολιτισμική – Ιστορική θεωρία του Vygotsky, Φιλοσοφικές, Ψυχολογικές, Παιδαγωγικές διαστάσεις*, Αθήνα. Ατραπός- Περιβολάκη.

Δελώνης, Α. (1982). *Εισαγωγή στη μεταπολεμική Παιδική Λογοτεχνία*, Αθήνα. Κέδρος.

Δεσύπρη, Ε. (2010). *Τα πρώτα μου μαθηματικά- Τα πρώτα μου βήματα στο Νηπιαγωγείο*, Αθήνα. Παπαδόπουλος.

Δημητρίου, Α. (1993). *Γνωστική ανάπτυξη, μοντέλα, μέθοδοι, εφαρμογές*, Θεσσαλονίκη.

Δημητρίου- Χατζηγεοφύτου, Λ. (2001). *Το 6 πρώτα χρόνια της ζωής, ε' έκδοση*, Αθήνα. Ελληνικά Γράμματα.

Εξάρχου, Ν. (2004). *Βιωματική μάθηση στην προσχολική ηλικία μεθοδολογική προσέγγιση δραστηριοτήτων*, Αθήνα. Ατραπός

Ζακοπούλου, Α. (1999). *Παιχνίδια με τον χρόνο για μικρά και μεγαλύτερα παιδιά- Η ψυχοπαιδαγωγική της έννοιας του χρόνου*, Αθήνα. Εκκρεμές.

Ζαχάρος, Κ. (2007). *Οι μαθηματικές έννοιες στην προσχολική εκπαίδευση και η διδασκαλία τους*, α' έκδοση, Αθήνα. Μεταίχμιο.

Ζαχάρος Κ. & Παπανδρέου, Μ. (2003). *Τα Μαθηματικά στο Νηπιαγωγείο .Μια κριτική ανάλυση του Διαθεματικού Ενιαίου Πλαισίου Προγραμμάτων Σπουδών*. Στο Μπαγάκης Γ. (επιμ.), *Ο εκπαιδευτικός και το αναλυτικό πρόγραμμα*, 5^ο Ετήσιο Συνέδριο, Μεταίχμιο, Αθήνα, 363-371

Ιωαννίδου, Μ. (2006). Βρεφική Ηλικία :Ανακαλύπτοντας τον κόσμο μέσα από το σώμα και την κίνηση, *Λόγια παιδαγωγών και όχι μόνο*, (4) , 38-41

Καϊλα, Μ. & Καλαβάσης, Φ., & Πολεμικός, Ν. (επιμ.) (2002). *Μύθοι, Μαθηματικά, Πολιτισμοί : Αποσιωπημένες σχέσεις στην εκπαίδευση*, Αθήνα, Ατραπός.

Κάντζου, Ν.& Μελιάδου, Ε. (2009). Οι Νέες Τεχνολογίες της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών στην Εκπαίδευση και τα Μαθηματικά. *Σύγχρονο Νηπιαγωγείο* , (71), 108-113. Αθήνα. Δίπτυχο.

Καπέλου Κ. (2007). Η έννοια του αριθμού στο νηπιαγωγείο :αιτία διαφωνιών, αφορμή για έρευνα, *Σύγχρονο Νηπιαγωγείο* (59), 18-30

Καραντζίνης, Γ. (2003). *Η εξέλιξη των Μαθηματικών εννοιών στα παιδιά προσχολικής και πρωτοσχολικής ηλικίας*. Αθήνα. Ατραπός.

Κασιμάτη Κ., (2001). *Θεωρία κατασκευής της γνώσης Μια σύγχρονη διδακτική προσέγγιση*, Πανελλήνιο Συνέδριο Κυθηραϊκών Μελετών, Κύθηρα.

Καστάνη, Ν. & Τοκμακίδη, Τ. (1993). *Η Ιστορική Κληρονομιά των «Στοιχείων» του Ευκλείδη στην ανθρωπότητα*. Στο ανθολόγιο Δ. Α. Αναπολιτάνος, Β. Καρασμάνης,

(επιμ.) Αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά- Κείμενα Ιστορίας& Φιλοσοφίας, Αθήνα. Τροχαλία.

Κατσίκη- Γκιβάλου, Ά. (1995). *Το θαυμαστό ταξίδι – Μελέτες για την παιδική λογοτεχνία*, Αθήνα. Πατάκη.

Καψάλης, Α. (2009). *Παιδαγωγική Ψυχολογία*, τόμος Α΄ ,έκδοση δ΄, Θεσσαλονίκη. Εκδοτικός οίκος Αδελφών Κυριακίδη.

Κοκκέβη, Α.(2008). *Η Ψυχολογία στην Ιατρική Πράξη – Εισαγωγή στην ανθρώπινη σκέψη και συμπεριφορά , στις αποκλίσεις τους και στην ασθένεια*, Αθήνα. Gutenberg.

Κόκκοτας, Π. (2002). *Διδακτική των Φυσικών Επιστημών 2. Σύγχρονες προσεγγίσεις στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών, γ΄ έκδοση βελτιωμένη*, Αθήνα. Γρηγόρη.

Κολέζα, Ε. (2000). *Γνωσιολογική και διδακτική προσέγγιση των στοιχειωδών μαθηματικών εννοιών*, Αθήνα. Leader Books.

Κολιάδης, Ε. (1997). *Θεωρίες μάθησης και εκπαιδευτική πράξη*, Αθήνα. Ελληνικά Γράμματα.

Κοντογιάννης, Δ. & Ντζιαχρήστος, Β. (1995). *Βασικές έννοιες της Γεωμετρίας, Εκπαιδευτική πράξη*, Αθήνα.

Κουτσουβάνου, Ε. (1993). *Η μέθοδος Montessori και η προσχολική εκπαίδευση- Σύγχρονες προοπτικές , β΄ έκδοση*, Αθήνα. Οδυσσεάς.

Κυρίδης, Α., Δρόσος, Β.,& Ντίνας, Κ. (2003). *Η Πληροφοριακή- Επικοινωνιακή Τεχνολογία στην προσχολική και πρωτοσχολική εκπαίδευση: Το παράδειγμα της γλώσσας*, Αθήνα. Δαρδάνος.

Λιβογιάννη, Κ. (1994). *Προγραφικές- Προμαθηματικές ασκήσεις για το νηπιαγωγείο*, Βόλος. Γρηγόρη.

Μαγουλιώτης, Α. (2002). *Εικαστικές Δημιουργίες, Μέσα από την παρατήρηση , Ιδέες-σκέψεις-προτάσεις δραστηριοτήτων*, Το βιβλίο στην εκπαίδευση, Αθήνα. Καστανιώτη.

Μαλαφαντής, Κ. (2006). *Το παραμύθι στην εκπαίδευση, Ψυχοπαιδαγωγική διάσταση και αξιοποίηση*, Αθήνα. Ατραπός.

Μαλλίδη, Μ.& Καραμπή, Σ. (2007). Φυσική και Μαθηματικά: Μεγάλες επιστήμες στα χέρια μικρών παιδιών. *Λόγια παιδαγωγών*, (10), 23-31

Μαρκαντωνάκης, Ι. (1990). *Παιδαγωγική Ψυχολογία και διδακτική*, τόμος δεύτερος, Αθήνα.

Μιχαηλίδης, Σ. (1982). *Εγκυκλοπαίδεια της αρχαίας ελληνικής μουσικής*, Αθήνα. ΜΙΕΤ.

Μπενέκος, Α. (1981). *Το εικονογραφημένο παιδικό βιβλίο*, Αθήνα. Δίπτυχο.

Μπούφη, Α. (1991). *Διδακτική Μαθηματικών II*, Πανεπιστημιακές σημειώσεις του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης, Αθήνα, Πανεπιστημιακές εκδόσεις, 2

Νικολοπούλου, Κ. (2008). *Οι τεχνολογίες της πληροφορίας και των επικοινωνιών – ένταξη χρήση και αξιοποίηση*, Αθήνα. Πατάκη.

Νούσια, Α. (2009). *Παιδαγωγικό υλικό- συμπληρωματικές ασκήσεις*, σημειώσεις του τμήματος Βρεφονηπιοκομίας 5^ο εξαμήνου, Ιωάννινα. Εκδόσεις ΤΕΙ Ηπείρου.

Ντολιοπούλου, Ε. (1998). *Σύγχρονα θέματα προσχολικής αγωγής 2*, Πανεπιστημιακές σημειώσεις του Παιδαγωγικού τμήματος Νηπιαγωγών Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη, Πανεπιστημιακές εκδόσεις.

Ντολιοπούλου, Ε. (2001). *Σύγχρονες Τάσεις της Προσχολικής Αγωγής*, Αθήνα. Τυπωθήτω Γιώργος Δαρδανός.

Πανταζής, Σ. (1999). *Η παιδαγωγική και το παιχνίδι- αντικείμενο στο χώρο του νηπιαγωγείου*, Παιδαγωγική σειρά, Αθήνα. Gutenberg.

Παπανικολάου, Ρ., Τσιλιμένη, Τ. (1992). *Η παιδική λογοτεχνία στο νηπιαγωγείο, θεωρία και πράξη*, δ' έκδοση, Αθήνα. Καστανιώτη.

Πατρώνης, Τ. (2001). *Θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες και παιδική σκέψη*, Αθήνα. Δίπτυχο.

Πετρινώλη, Τ. (1992). Ο ηλεκτρονικός υπολογιστής, ένας καινούργιος φίλος, για το παιδί. *Παιδί*, (6), 38-40.

Πάυλου, Α. (1994). *Παιδαγωγική Παρέμβαση για τη διαμόρφωση εννοιών του Γεωμετρικού χώρου σε παιδιά Προσχολικής Ηλικίας*, ανέκδοτη Διδακτορική διατριβή

που εκπονήθηκε στο Παιδαγωγικό Τμήμα Νηπιαγωγών του Αριστοτέλειου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη. Ανέκδοτη.

Ράπτης, Α. & Ράπτη, Α. (1999). *Πληροφορική στην Εκπαίδευση*, τόμος Α', Αθήνα. Έκδοση συγγραφέων.

Σεραφεΐμ, Κ. & Φεσάκης, Γ. (2009). Ανάπτυξη ψηφιακού παιδαγωγικού υλικού με το Scratch. *Σύγχρονο Νηπιαγωγείο*, (68), 86-96

Σεργή, Λ. (2003). *Δημιουργική Μουσική Αγωγή για τα παιδιά μας*, Παιδαγωγική Σειρά, Αθήνα. Gutenberg.

Σπετσιώτης, Γ., Καμπύλης, Π. (2002). Παράθυρο στα Μαθηματικά :Με Μαθηματική Ακρίβεια , το προμαθηματικό στάδιο. *Παράθυρο στην Εκπαίδευση*, (18), 118-120

Σπετσιώτης, Γ. & Καμπύλης, Π. (2003). Το προαριθμητικό στάδιο. *Παράθυρο στην Εκπαίδευση*, (20), 118-121

Τερδής, Μ. (1998). Μαθηματικά και Φιλοσοφία στην Ελληνική σκέψη κατά την περίοδο της Τουρκοκρατίας-περίληψη διδακτορικής διατριβής. *Τα Νέα του Κ.Ε.ΝΕ.Φ.*, Ιωάννινα. Πανεπιστημιακές εκδόσεις, (2), 28,

Τζεκάκη, Μ. (1998). *Μαθηματικές Δραστηριότητες για την προσχολική ηλικία*, Παιδαγωγική Σειρά, Αθήνα. Gutenberg.

Τουμάσης, Μ. (1994). *Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών*, Στο Μ. Τουμάσης (σελ.28) ,Gutenberg,1994.

Τσολάκη, Κ. (2006). *Παιδαγωγικό υλικό για παιδιά προσχολικής και πρωτοσχολικής ηλικίας- Δραστηριότητες για τα Μαθηματικά*, γ'έκδοση, Αθήνα. Καστανιώτη.

Φεσάκης, Γ.& Δημητρακοπούλου, Α. (2006). *Επισκόπηση του χώρου των εκπαιδευτικών περιβαλλόντων προγραμματισμού Η/Υ :Τεχνολογικές και Παιδαγωγικές προβολές*. Στο Β. Κόμης, Π. Πολίτης & Α. Τζιμογιάννης (επιμ.). *Θέματα στην Εκπαίδευση* ,7 (3) ,279-704.

Φράγκου, Χ. (2001). *Ψυχοπαιδαγωγική –θέματα Παιδαγωγικής Ψυχολογίας, Παιδείας, Διδακτικής και μάθησης*, 38^η έκδοση, Παιδαγωγική Σειρά, Αθήνα. Gutenberg.

Χασάπης, Δ. (2000). *Διδακτική βασικών μαθηματικών εννοιών- Αριθμοί και αριθμητικές πράξεις*, α΄ έκδοση, Αθήνα. Μεταίχμιο.

Χατζηγιάνη, Μ. (2003). Η Εισαγωγή των Νέων Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην Προσχολική Αγωγή. *Παράθυρο*, (20), 134-137.

Ξενογλώσση

Aubrey, C. & Durmaz D. (2012). Policy to practice contexts for Early childhood mathematics in England, *Early Years Education*, 1(20), 59-71

Bell, E., T. (1992). *Οι Μαθηματικοί*. (Μτφρ. Μαγειρόπουλος, Μ.), Κρήτη. Πανεπιστημιακές εκδόσεις.

Botson, F.L.A & Deliege, M. (1998). *Οι προμαθηματικές διαδικασίες και έννοιες. Συμβολή στην κατανόηση της γνωστικής Ψυχολογίας του J. Piaget.*(Μτφρ. Τρούλης Γ.), Αθήνα. Gutenberg.

Brouwer I.,E.,G. (1975). *Collected work , Philosophy and Foundations of Mathematics*, vol.1,. Amsterdam and Oxford. A. Heyting.

Bunt L.,N .A., Jones P.S.& Bedient, J., D. (1981). *Οι ιστορικές ρίζες των στοιχειωδών Μαθηματικών* (Μτφρ. Φερεντίνου- Νικολακοπούλου, Α.), Αθήνα. Πνευματικού.

Cajori, F. (1928). *A history of Mathematical Notations*, voll, United States of America. The open court Publishing Company.

Clements, D. & Nastasi, B., (1993). Electronic media and early childhood education. In B. Spoken(ed.). *Handbook of research on the education of young children*, New York: Macmillan, 251-275

Clements, D. H., Nastasi, B. & Swaminathan. (1993). *Young children and computers:crossroads and directions from research*, January 1993.

Clements, D.,H. (2004) . Geometric and Spatial Thinking in Early Childhood Education. Στο Clements & Samara, (επιμ.), *Engaging Young Children in Mathematics*, London. Laurence Associates- Publishers, 267-297.

Davis, G.,E., &Pepper, K. (1992). Mathematical Problem Solving by Pre School Children. *Educational Studies in Mathematics*, (28), 397-417.

Dirk-Struik, J. (1993). *Συνοπτική Ιστορία των Μαθηματικών* (Μτφρ. Φερεντίνου-Νικολακοπούλου, Α.), β' έκδοση, Αθήνα. Δαίδαλος- Ι. Ζαχαρόπουλος.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*, Boston, Lancaster. Reader Publishing Company.

Garland, T., H.& Kahn C., Y.(1995). *Math and Music*, Seymour Publications.

Hughes, M. (1986) .*Children and Number*, Basil Blackwell, Oxford.

Hunting, R.,P. (1988). Preschooler's Cognitions of Fractional Units. *British Journal of Educational Psychology* , (58), 172-183.

Jeans, J. (1968). *Science and Music*, Dover.

Kamil, C. (1982). *Number in Preschool & Kindergarten*, Washington D.C. National Association for the Education of Young Children.

Kandinsky, W., (1980). *Σημείο- Γραμμή- επίπεδο*. (Μτφρ. Μαλάκη- Σταθάκη, Ε.), Αθήνα. Δωδώνη.

Kazuko Kamii C.& DeClark, G. (2005). *Τα παιδιά ξαναεφευρίσκουν την Αριθμητική-προεκτάσεις και εφαρμογές της θεωρίας του Piaget*. (Μτφρ. Ζανοπούλου, Γ.) . Στο Καλαβάσης Φ.(επιμ.). Αθήνα. Πατάκη.

Lerikkanen, M., Kiuru, N.& Rasku, H. (2012). The role of teaching practices in the development of children's interest in reading and mathematics in kindergarten. *Contemporary Educational Psychology*, **4**(37), 216-279.

Ljung- Djarf, A. (2008). To play or not to play- that is the question: computer use within three Swedish preschools. *Early Childhood and Development*, **19**(2),330-339.

Loria, G. (1971). *Ιστορία των Μαθηματικών* .(Μτφρ. Κωβαίος, Μ.), τόμος1. Ελληνική Μαθηματική Εταιρία.

Luthi, M. (1982). *The European Folktale: Form and Nature*(tr. Niles, I.), Bloomington and Indianapolis. University Press.

Mallow, T. (1980). *Η Μοντεσσόρι και το παιδί σας*. (Μτφρ. Λώμη Μ.) , Αθήνα. Γλάρος.

Montessori ,M. (1966). *The secret of childhood*, New York. Ballantine Books.

Next Generation Forum. (1999). *Next Generation Annual Report*.

Nunes, T. (1992). Cognitive Invariants and Cultural Variations in Mathematical Concepts. *International Journal of Behavioral Development*, (15), 433-453.

Papert, S. (1980). *Νοητικές θύελλες: Παιδιά, ηλεκτρονικοί υπολογιστές και δυναμικές ιδέες*. (Μτφρ. Ελληνική 1991), Αθήνα. Οδυσσέας.

Plowman, L. & Stephen, C. (2005). Children, play, and computers, in preschool education. *British Journal of Educational Technology*, **36**(2), 145-157.

Prensky, M., (2003). Digital Game- Based Learning. *ACM Computers in Entertainment*, **1**(1).

Richmond, P.. (1970) *.Εισαγωγή στον Piaget*, Αθήνα. Υποδομή.

Rodari G. (1985). *Γραμματική της φαντασίας*, Αθήνα. Τεκμήριο.

Seguin, R. (1989). The Elaboration of School Textbooks. *Methodological Guide*. Unesco.

Yelland, N. (2005) . The future is now: A review of the literature on the use of computers in early childhood education (1994-2004). *AACE Journal*, **13**(3), 201-232.

Ηλεκτρονικές σελίδες

[El.wikipedia.org/wiki/Μαθηματικά](http://el.wikipedia.org/wiki/Μαθηματικά)

El.wikipedia.org/wiki/Εγκυκλοπαίδεια

Cd- Rom που χρησιμοποιήθηκε

Κωτσαλίδου, Ε., Ζωγράφος Θ., Πετρίκη, Σ. *Εξερευνητής του Υπολογιστή*, Καστανιώτης
Α.Ε.