

ΤΕΙ ΗΠΕΙΡΟΥ

ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗΣ



ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ
ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ
ΙΔΡΥΜΑ
— — —
ΤΕΙ ΗΠΕΙΡΟΥ
— — —

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΑ ΕΠΕΝΔΥΣΕΩΝ, ΜΟΝΤΕΛΑ, ΤΟ ΡΙΣΚΟ ΚΑΙ Η
ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΕΠΙΛΟΓΗ ΤΟΥΣ

Δημήτριος Παπαευαγγέλου

Επιβλέπων: Κωνσταντίνος Κυρίτσης, Επίκουρος καθηγητής

Πρέβεζα, Μάιος 2017

Εγκρίθηκε από τριμελή εξεταστική επιτροπή
Πρέβεζα, Ημερομηνία

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1. Όνομα Επίθετο, τίτλος, βαθμίδα
Υπογραφή

2. Όνομα Επίθετο, τίτλος, βαθμίδα
Υπογραφή

3. Όνομα Επίθετο, τίτλος, βαθμίδα
Υπογραφή

Ο Προϊστάμενος του Τμήματος
Όνομα Επίθετο, τίτλος, βαθμίδα
Υπογραφή

Ευχαριστίες

Ευχαριστώ πολύ τον καθηγητή μου για την βοήθεια και την καθοδήγηση, την οποία μου προσέφερε κατά την πραγματοποίηση της εργασίας μου.

Πίνακας Περιεχομένων

Ευχαριστίες	3
Πίνακας περιεχομένων	4
Κατάλογος πινάκων	6
Κατάλογος διαγραμμάτων/εικόνων	7
Εισαγωγή.....	8
Κεφάλαιο 1: Γενικά περί απόδοσης και κινδύνου	9
1.1 Η επενδυτική διαδικασία.....	9
1.2 Απόδοση μιας επένδυσης	10
1.3 Τα συστατικά στοιχεία της απόδοσης	11
1.4 Κίνδυνος.....	12
1.5 Απόδοση και κίνδυνος	13
Βιβλιογραφία.....	14
Κεφάλαιο 2: Θεωρία χαρτοφυλακίου	15
2.1 Απόδοση και κίνδυνος αξιογράφου	16
2.2 Απόδοση και κίνδυνος χαρτοφυλακίου.....	17
2.3 Χρηματοοικονομικά εργαλεία για προσδιορισμό κινδύνου και επιλογή αξιογράφων	19
2.4 Διαφοροποίηση κινδύνου.....	25
2.5 Αποδοτικά χαρτοφυλάκια και επιλογή βέλτιστου	27
2.6 Προσέγγιση μέσου διακύμανσης και περιορισμοί.....	28
2.7 Το χαρτοφυλάκιο καθολικής ελάχιστης διακύμανσης.....	29
2.8 Το υπόδειγμα του ενός δείκτη.....	30
Βιβλιογραφία.....	34
Κεφάλαιο 3: Θεωρία κεφαλαιαγορών	35
3.1 Βασικές υποθέσεις της θεωρίας κεφαλαιαγορών.....	35
3.2 Το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και η γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML).....	36
3.3 Το αγοραίο χαρτοφυλάκιο.....	40
3.4 Η γραμμή αγοράς αξιογράφου (SML) και CAPM.....	41
3.5 Υπερτιμημένα και υποτιμημένα αξιόγραφα.....	43
3.6 Σύνθετα μέτρα απόδοσης χαρτοφυλακίου	46

3.7 Φαινόμενα – «ανωμαλίες» της αγοράς	49
Βιβλιογραφία.....	53
Κεφάλαιο 4: Σύνθεση περιουσιακών στοιχείων	55
4.1 Χρησιμότητα και καμπύλες αδιαφορίας	55
4.2 Πρώτα η ασφάλεια	60
4.3 Επιλογή κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων	60
4.4 Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς	61
4.5 Θεώρημα γωνιακού χαρτοφυλακίου	62
4.6 Το πλήρες χαρτοφυλάκιο	64
4.7 Το άριστο χαρτοφυλάκιο.....	66
4.8 Συντελεστής απόρριψης για την δημιουργία ενός άριστου χαρτοφυλακίου.....	68
4.9 Προσαρμοστικότητα χαρτοφυλακίου	69
Βιβλιογραφία.....	72
Κεφάλαιο 5: Το άριστο χαρτοφυλάκιο κατά Elton, Gruber και Padberg	74
Επίλογος	78
Παράρτημα.....	79
Βιβλιογραφία.....	80

Κατάλογος πινάκων

Πίνακας 5.1 – Μέση μηνιαία απόδοση, διακύμανση και τυπική απόκλιση για το έτος 2015 .	74
Πίνακας 5.2 – Διάφορα μεγέθη και καθορισμός αξιογράφων άριστου χαρτοφυλακίου	75
Πίνακας 5.3 – Ποσοστά συμμετοχής κάθε μετοχής στο άριστο χαρτοφυλάκιο	77

Κατάλογος διαγραμμάτων/εικόνων

Διάγραμμα 1.1 – Απόδοση και κίνδυνος	13
Διάγραμμα 2.1 – Συντελεστής συσχέτισης	22
Διάγραμμα 2.2 – Σχέση μεταξύ κινδύνου και αριθμού αξιογράφων	26
Διάγραμμα 2.3 – Καμπύλη ελάχιστου κινδύνου	27
Διάγραμμα 2.4 – Χαρακτηριστική γραμμή	32
Διάγραμμα 3.1 – Συνδυασμοί μεταξύ «ακίνδυνων» και «επικίνδυνων» επενδύσεων	38
Διάγραμμα 3.2 – Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (SML)	42
Διάγραμμα 3.3 – Αξία άλφα αξιογράφου	45
Διάγραμμα 4.1 – Καμπύλες αδιαφορίας επενδυτή που αποστρέφεται τον κίνδυνο	55
Διάγραμμα 4.2 – Καμπύλες αδιαφορίας επενδυτή που είναι ουδέτερος στον κίνδυνο	56
Διάγραμμα 4.3 – Καμπύλες αδιαφορίας επενδυτή που αποζητά τον κίνδυνο	56
Διάγραμμα 4.4 – Οριακή χρησιμότητα	58
Διάγραμμα 4.5 – Γραμμή κατανομής κεφαλαίων	65
Διάγραμμα 4.6 – Επιλογή άριστου και πλήρους χαρτοφυλακίου	67
Διάγραμμα 4.7 – Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο σύμφωνα με το κριτήριο Kelly	71

Εισαγωγή

Σκοπός της παρούσας εργασίας, είναι να παρουσιάσει τα εργαλεία και τις μεθόδους που θα πρέπει να ακολουθήσει ένας επενδυτής, έτσι ώστε να είναι σε θέση να γνωρίζει τον κίνδυνο αλλά και την απόδοση που προσφέρουν σε αυτόν οι αγορές, στις οποίες έχει τοποθετήσει τα κεφάλαιά του στα διάφορα αξιόγραφα. Θα υπάρξουν πέντε κεφάλαια κατά τα οποία, στο πρώτο θα δοθούν γενικά στοιχεία γύρω από την έννοια της απόδοσης και του κινδύνου μιας επένδυσης. Στο δεύτερο κεφάλαιο, θα περιλαμβάνεται κυρίως η συμβολή του H.Markowitz στη Χρηματοοικονομική επιστήμη, μέσω της θεωρίας χαρτοφυλακίου και των εφαρμογών της στον κόσμο των επενδύσεων. Στο τρίτο κεφάλαιο, θα αναφερθεί κυρίως η θεωρία κεφαλαιαγορών και το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, καθώς και οι εφαρμογές που προκύπτουν από την χρήση αυτού. Στο τέταρτο κεφάλαιο, θα περιλαμβάνονται κυρίως θεωρήματα όπως, το θεώρημα του Black, το κριτήριο «πρώτα η ασφάλεια» του Roy αλλά και η διαδικασία δημιουργίας ενός χαρτοφυλακίου επικίνδυνων επενδύσεων, καθώς και το πλήρες χαρτοφυλάκιο. Τέλος, στο πέμπτο και τελευταίο κεφάλαιο της εργασίας, το οποίο είναι ένα πρακτικό κεφάλαιο, θα περιλαμβάνεται η δημιουργία ενός άριστου χαρτοφυλακίου αξιογράφων, με την προσέγγιση των Elton, Gruber και Padberg.

Κεφάλαιο 1: Γενικά περί απόδοσης και κινδύνου

1.1 Η επενδυτική διαδικασία

Ως επένδυση (investment) μπορεί να οριστεί μια δέσμευση κεφαλαίων, για έναν ορισμένο χρονικό ορίζοντα, με την προσδοκία μιας θετικής απόδοσης στο μέλλον, επιφέροντας πρόσθετα κεφάλαια και αυξάνοντας τον πλούτο, στο επενδυμένο κεφάλαιο. Τα λεξικά συνήθως ορίζουν ως επένδυση την «χρησιμοποίηση χρημάτων για την αγορά οποιουδήποτε, από το οποίο αναμένεται τόκος ή κέρδος».¹ Η επένδυση διαφέρει της κερδοσκοπίας (speculation) σε δύο βασικά σημεία: στον χρονικό ορίζοντα και στο ύψος της απόδοσης. Ο επενδυτής έχει ένα σχετικά μεγάλο χρονικό ορίζοντα, κατά τον οποίο το κεφάλαιό του είναι δεσμευμένο, με την προσμονή κανονικής απόδοσης την οποία επιθυμεί να λαμβάνει με διαχρονική συνέπεια, σε αντίθεση με έναν κερδοσκόπο, ο οποίος έχει έναν μικρό χρονικό ορίζοντα και επιθυμεί μη κανονικές αποδόσεις οι οποίες είναι υπερβολικές,, χωρίς να ενδιαφέρεται για την διαχρονική τους συνέπεια, κερδίζοντας από τις ανισορροπίες στην τιμή του αξιογράφου, που συμβαίνουν στην αγορά. Βέβαια, δεν πρέπει να ταυτίζουμε την κερδοσκοπία με το στοίχημα ή τζόγο (gamble). Η ανάληψη του κινδύνου κατά το στοίχημα, γίνεται για την λήψη της ευχαρίστησης από την ανάληψη του ίδιου του κινδύνου, σε αντίθεση με την κερδοσκοπία, η οποία πραγματοποιείται με την προσδοκία λήψης ικανοποιητικής ανταμοιβής για το ανάλογο επίπεδο κινδύνου. Προαπαιτούμενο για μια επένδυση είναι η αποφυγή κατανάλωσης των επενδυμένων κεφαλαίων, με σκοπό την επιδίωξη μιας μελλοντικής ωφέλειας, η οποία όπως θα δούμε στην συνέχεια είναι αβέβαιη. Αυτό σημαίνει ότι μια επένδυση ενέχει μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου, η οποία βέβαια είναι προβλέψιμη σε κάποιο βαθμό. Η διαδικασία της επένδυσης σε αξιόγραφα, διακρίνεται στην ανάλυση αξιογράφων (security analysis) και στη διαχείριση χαρτοφυλακίου (portfolio management).² Στην ανάλυση αξιογράφων γίνεται η προσπάθεια αναζήτησης υποτιμημένων αξιογράφων, δηλαδή αναζητούμε αξιόγραφα τα οποία δεν έχουν αποτιμηθεί σωστά από τους επενδυτές και η τιμή τους στην αγορά είναι μικρότερη από την εσωτερική τους αξία (intrinsic value) η οποία είναι και η πραγματική. Η σύγχρονη προσέγγιση της ανάλυσης αξιογράφων δίνει έμφαση όχι μόνο στην εκτίμηση των αποδόσεων των αξιογράφων, αλλά και στον κίνδυνο τον οποίο ενέχουν τα αξιόγραφα αυτά. Ένα σύνολο διαφόρων αξιογράφων τα οποία έχει στην κατοχή του ο επενδυτής, σχηματίζουν ένα χαρτοφυλάκιο.

¹ Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, σελ. 25

² Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, παρ. 1.1, σελ. 26

Χαρτοφυλάκιο (portfolio) λέγεται ένας συνδυασμός διαφόρων περιουσιακών στοιχείων τα οποία έχει στην κατοχή του ένας επενδυτής.³ Μπορεί να περιλαμβάνει όλα τα περιουσιακά στοιχεία τα οποία έχει στην κατοχή του ή μόνο ορισμένα από αυτά. Η διαχείριση χαρτοφυλακίου ορίζεται ως η διαδικασία συνδυασμού διαφόρων αξιολογίων σε ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο δημιουργείται ανάλογα με τις προτιμήσεις και τις ανάγκες του κάθε επενδυτή, καθώς και η παρακολούθηση του χαρτοφυλακίου αυτού αλλά και η αποτίμηση της απόδοσής του. Η σύγχρονη προσέγγιση στη διαχείριση χαρτοφυλακίου βασίζεται στις εκτιμήσεις της απόδοσης και του κινδύνου του χαρτοφυλακίου και στις προτιμήσεις του επενδυτή μεταξύ απόδοσης και κινδύνου. Η προσέγγιση αυτή λαμβάνει υπόψη της, ότι ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου μπορεί να διαφέρει από το άθροισμα των κινδύνων των μεμονωμένων αξιολογίων, που αποτελούν το χαρτοφυλάκιο.

1.2 Απόδοση μιας επένδυσης

Η απόδοση (return) μιας επένδυσης είναι πολύ σημαντική, καθώς μετρά το μέγεθος με το οποίο αυξάνεται ή μειώνεται ο πλούτος του επενδυτή, δηλαδή πρόκειται για μια μεταβολή στον πλούτο του. Διακρίνεται σε πραγματοποιηθείσα απόδοση, αναμενόμενη απόδοση και απαιτούμενη απόδοση.⁴

1. Πραγματοποιηθείσα απόδοση ή ιστορική ή απολογιστική (realized or ex post or historical return) είναι η πραγματική απόδοση μιας επένδυσης, η οποία πραγματοποιήθηκε μια συγκεκριμένη χρονική περίοδο στο παρελθόν. Είναι απαραίτητη καθώς χρησιμοποιείται από τους επενδυτές για την λήψη συμπερασμάτων.
2. Αναμενόμενη ή προσδοκώμενη απόδοση (expected or ex ante return) είναι η απόδοση την οποία οι επενδυτές προβλέπουν να αποκομίσουν στο μέλλον από μια επένδυση. Το μέλλον όμως είναι συνυφασμένο με την αβεβαιότητα και μπορούμε να υποθέσουμε ότι η ιστορία επαναλαμβάνεται αλλά όχι με πανομοιότυπο τρόπο, οπότε μπορούμε να αντιληφθούμε ότι υπάρχει η πιθανότητα να διαφέρει η αναμενόμενη απόδοση από την πραγματοποιηθείσα.
3. Απαιτούμενη απόδοση (required return) είναι η ελάχιστη απόδοση, την οποία απαιτούν οι επενδυτές για να πραγματοποιήσουν μια επένδυση. Η απαιτούμενη

³ Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, παρ. 1.1, σελ. 26

⁴ Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, παρ. 2.1, σελ. 33

απόδοση περιλαμβάνει την πραγματική απόδοση χωρίς κίνδυνο (real risk free rate), το αναμενόμενο ποσοστό πληθωρισμού και την ανταμοιβή για τον κίνδυνο που αναλαμβάνει ο επενδυτής (risk premium). Στο τρίτο κεφάλαιο θα δούμε αναλυτικά την μέθοδο με την οποία υπολογίζεται η απαιτούμενη απόδοση.

1.3 Τα συστατικά στοιχεία της απόδοσης

Κατά την πραγματοποίηση μιας επένδυσης, επέρχεται μια αναβολή σε κάποια σημερινή κατανάλωση του κεφαλαίου του επενδυτή, με σκοπό τη δυνατότητα κατανάλωσης περισσότερων στο μέλλον. Για έναν επενδυτή το ζητούμενο είναι η αύξηση του πλούτου, που θα προέλθει από τη μεταβολή του κεφαλαίου του. Η μεταβολή στον πλούτο του, μπορεί να προέλθει από την είσπραξη του τρέχοντος εισοδήματος (μερίσματα, τοκομερίδια) αλλά και από την μεταβολή της αξίας της ίδιας της επένδυσής του. Οπότε, προκύπτει ότι η απόδοση μιας επένδυσης αποτελείται από δύο μέρη, την απόδοση εισοδήματος (yield) και τα κέρδη ή ζημίες κεφαλαίου (capital gain or loss).

1. Απόδοση εισοδήματος (yield), είναι οι περιοδικές ταμειακές εισροές τις οποίες έχει ένας επενδυτής από μια επένδυση που έχει πραγματοποιήσει. Στην περίπτωση των μετοχών, οι περιοδικές ταμειακές εισροές είναι υπό την μορφή μερισμάτων, τα οποία πληρώνονται κατά την ημερομηνία πληρωμής, ενώ στην περίπτωση των ομολογιών είναι υπό την μορφή τοκομεριδίων, τα οποία πληρώνονται κατά τις τοκοφόρες περιόδους.
2. Κέρδη ή ζημίες κεφαλαίου⁵ (capital gain or loss), είναι η μεταβολή της τιμής ενός αξιογράφου κατά την διάρκεια μιας χρονικής περιόδου. Δηλαδή, αν αγοραστεί σε τιμή η οποία είναι μικρότερη από εκείνη στην οποία θα πωληθεί, τότε έχουμε κέρδη κεφαλαίου, ενώ αν αγοραστεί σε τιμή η οποία είναι μεγαλύτερη από εκείνη στην οποία θα πωληθεί, τότε έχουμε ζημίες κεφαλαίου.

Από τα παραπάνω προκύπτει το εξής:

$$\text{Συνολική απόδοση ενός αξιογράφου} = \begin{matrix} \text{Απόδοση} \\ \text{εισοδήματος} \end{matrix} \begin{matrix} + \text{Κέρδη κεφαλαίου} \\ \text{ή} \\ - \text{Ζημίες κεφαλαίου} \end{matrix} \quad (1.1)$$

⁵ Υπεραξία μεταβίβασης κεφαλαίου

1.4 Κίνδυνος

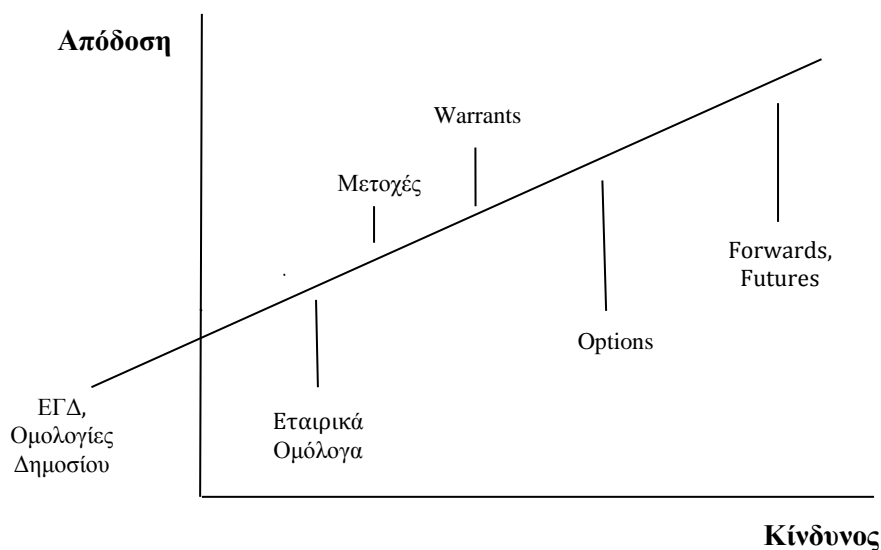
Ως κίνδυνος (risk), θα μπορούσε να οριστεί η πιθανότητα το πραγματικό αποτέλεσμα μιας επένδυσης να διαφέρει από το αναμενόμενο. Η περίπτωση που ανησυχεί κυρίως έναν επενδυτή, είναι εκείνη στην οποία το πραγματικό αποτέλεσμα θα είναι μικρότερο του αναμενόμενου. Όσο περισσότερο διαφέρει το πραγματικό αποτέλεσμα μιας επένδυσης από το αναμενόμενο, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος τον οποίο περιέχει. Όταν η διασπορά των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από το αναμενόμενο είναι μεγάλη, τότε μεγάλος είναι και ο κίνδυνος της επένδυσης. Όταν δεν υπάρχει διασπορά των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από το αναμενόμενο, δεν υπάρχει και κίνδυνος. Παράδειγμα επένδυσης χωρίς κίνδυνο αποτελούν τα έντοκα γραμμάτια του δημοσίου, καθώς γνωρίζουμε εκ των προτέρων την απόδοση που θα αποκομίσουμε κατά την ημερομηνία λήξης, έχοντας μηδενικό κίνδυνο, αφού η πιθανότητα πτώχευσης του εκδότη είναι μικρή έως και ανύπαρκτη. Όπως προκύπτει από τα παραπάνω, κίνδυνος είναι η μεταβλητότητα των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους ή τον αριθμητικό τους μέσο. Η σύγχρονη ανάλυση επενδύσεων διαχωρίζει τον κίνδυνο σε συστηματικό (systematic risk or market risk) και μη συστηματικό (unsystematic risk). Συστηματικός, είναι ο κίνδυνος ο οποίος συνδέεται με τις κινήσεις της συνολικής αγοράς και δεν μπορεί να εξαλειφθεί με τη διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου. Ακόμα και με την ανάληψη διαφόρων επενδύσεων και την αύξηση των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου, ο συστηματικός κίνδυνος θα εξακολουθήσει να υπάρχει. Συστηματικό κίνδυνο έχουν όλα τα αξιόγραφα ανεξαρτήτως από το αν είναι μετοχές ή ομολογίες, καθώς συμπεριλαμβάνει διαφόρους κινδύνους όπως είναι αυτός των επιτοκίων, τον κίνδυνο του πληθωρισμού κλπ. Μη συστηματικός, είναι ο κίνδυνος ο οποίος οφείλεται σε γεγονότα, τα οποία είναι μοναδικά για την κάθε επένδυση. Με την ανάληψη διαφόρων επενδύσεων και την αύξηση των αξιογράφων του χαρτοφυλακίου, ο μη συστηματικός κίνδυνος μπορεί να μειωθεί και να τείνει στο μηδέν. Τα περισσότερα αξιόγραφα εμπεριέχουν σε κάποιο βαθμό μη συστηματικό κίνδυνο αλλά ο κίνδυνος αυτός συνδέεται κυρίως με τις μετοχές. Συμπεριλαμβάνει διάφορους κινδύνους όπως, τον επιχειρηματικό, τον χρηματοοικονομικό και τον κίνδυνο ρευστότητας. Στην σύγχρονη ανάλυση επενδύσεων ισχύει η εξής σχέση:

$$\text{Συνολικός κίνδυνος} = \text{Συστηματικός κίνδυνος} + \text{Μη συστηματικός κίνδυνος} \quad (1.2)$$

1.5 Απόδοση και κίνδυνος

Όπως θα διαπιστώσουμε και από το παρακάτω διάγραμμα,⁶ γίνεται εμφανές ότι όσο μεγαλύτερη είναι η απόδοση, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει η επένδυση και όσο μικρότερη είναι η απόδοση τόσο μικρότερος είναι και ο κίνδυνος. Όσο επιλέγουμε επενδύσεις από τις οποίες προσδοκούμε μεγάλη απόδοση, τόσο αυξάνουμε την πιθανότητα αποτυχίας. Βέβαια είναι λογικό να αναλάβει κάποιος μεγάλο κίνδυνο, εφόσον αναμένει να ανταμειφθεί ανάλογα. Κάθε κατηγορία επένδυσης που βλέπουμε παρακάτω, έχει ταξινομηθεί έτσι, ώστε να γίνεται αντιληπτό ότι το επίπεδο της απόδοσης είναι σε αναλογία με το επίπεδο του κινδύνου που προσφέρει η κάθε επένδυση σε έναν επενδυτή σε σύγκριση με κάποια άλλη.

Διάγραμμα 1.1 – Απόδοση και κίνδυνος



⁶ Αγορές χρήματος και κεφαλαίου, παρ. 1.3, σελ. 27

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

Αλεξιάκης Α. Χ. (2003), «ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ – Το «παιχνίδι» της λογικής και της παρόρμησης», Αθήνα: Εκδόσεις Κριτική

Βασιλείου Δ. και Ηρειώτης Ν. (2009), «Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου», Αθήνα: Rosili

Σπύρου Ι. Σ. (2003), «ΑΓΟΡΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ & ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ», Αθήνα: Εκδόσεις Γ. Μπένου

Κεφάλαιο 2: Θεωρία χαρτοφυλακίου

2.1 Απόδοση και κίνδυνος αξιογράφου

Όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η απόδοση (return) μιας επένδυσης είναι πολύ σημαντική, καθώς μετρά το μέγεθος με το οποίο αυξάνεται ή μειώνεται ο πλούτος του επενδυτή. Αν P_0 είναι η τιμή αγοράς μιας μετοχής την περίοδο 0, P_1 είναι η τιμή πώλησης της μετοχής την περίοδο 1, και D είναι το μέρισμα που εισπράξαμε κατά την περίοδο που διακρατήσαμε την μετοχή, τότε η συνολική απόδοση (r) της επένδυσης δίνεται από τον τύπο:

$$r = \frac{(p_1 - p_0) + D}{P_0} \quad (2.1)$$

Στην πραγματικότητα ποτέ δεν ξέρουμε από πριν την απόδοση μιας επένδυσης¹. Όμως πριν κάνουμε μία επένδυση, προσπαθούμε να υπολογίσουμε τις πιθανότητες που έχουμε να «πιάσουμε» την απόδοση που θέλουμε. Η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιογράφου ($E(r)$) είναι ο σταθμικός μέσος όρος όλων των δυνητικών αποδόσεων (r_i) του αξιογράφου, όπου η κάθε i δυνητική απόδοση σταθμίζεται από την αντίστοιχη πιθανότητα (P_i) να συμβεί (ως N ορίζεται ο αριθμός των δυνητικών αποδόσεων καθώς επίσης ισχύει ότι $\sum P_i = 1$). Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$E(r) = \sum_{i=1}^N P_i r_i \quad (2.2)$$

Όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, η αναμενόμενη απόδοση είναι μια μέση απόδοση, η οποία μας είναι απαραίτητη για την πραγματοποίηση των αναλύσεών μας. Η αναμενόμενη απόδοση μπορεί να βρεθεί εύκολα χρησιμοποιώντας τον αριθμητικό μέσο (arithmetic mean). Ο αριθμητικός μέσος προκύπτει εφόσον αθροίσουμε τις επιμέρους αποδόσεις (r_i) του χρονικού διαστήματος που παρακολουθούμε τις μεταβολές στην τιμή του αξιογράφου και τις διαιρέσουμε δια του συνολικού αριθμού τους (n). Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$E(r) = \sum_{i=1}^N \frac{r_i}{n} \quad (2.3)$$

¹ Για την πρόβλεψη των μεταβολών των τιμών των μετοχών, χρησιμοποιείται η τεχνική ανάλυση, η οποία μέσω δεικτών και γραφημάτων παρέχει σήματα αγοράς ή πώλησης στον επενδυτή.

Ο αριθμητικός μέσος θα πρέπει να χρησιμοποιείται όταν ενδιαφερόμαστε να παρουσιάσουμε τη μέση απόδοση μιας επένδυσης για μια μόνο περίοδο ή για ένα μόνο έτος. Αν χρησιμοποιήσουμε τον αριθμητικό μέσο για να παρουσιάσουμε την απόδοση μιας επένδυσης για πολλές περιόδους, είναι πιθανό να λάβουμε αποτελέσματα μεγαλύτερα από τα πραγματικά. Συνεπώς, εφόσον θέλουμε να βρούμε την απόδοση η οποία θα αντικατοπτρίζει την πραγματική μεταβολή του πλούτου, μπορούμε να κάνουμε χρήση του γεωμετρικού μέσου (geometric mean).² Ο γεωμετρικός μέσος σε αντίθεση με τον αριθμητικό, χρησιμοποιείται για να μετρήσει την μέση απόδοση κατά την διάρκεια πολλών περιόδων ή για να μετρήσει την μεταβολή στο συνολικό κεφάλαιο διαχρονικά. Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$E(r) = \{(1 + r_1)(1 + r_2) \dots (1 + r_n)\}^{\frac{1}{n}} - 1 \quad (2.4)$$

Γενικά, όταν οι αποδόσεις είναι ίδιες για όλα τα έτη, ο γεωμετρικός μέσος ισούται με τον αριθμητικό μέσο. Όταν οι αποδόσεις μεταβάλλονται από έτος σε έτος, τότε ο γεωμετρικός μέσος είναι μικρότερος από τον αριθμητικό διότι ο αριθμητικός μέσος αντανακλά τη μεταβλητότητα στις αποδόσεις. Όσο μεγαλύτερη είναι η μεταβλητότητα των αποδόσεων, τόσο μεγαλύτερη είναι και η διαφορά των μέσων. Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε ότι υπάρχει μια ανάλογη σχέση μεταξύ κινδύνου και απόδοσης, δηλαδή όσο μεγαλύτερη είναι η απόδοση τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος καθώς βέβαια ισχύει και το αντίστροφο. Ως κίνδυνος μπορεί να οριστεί η μεταβλητότητα (variability) των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την αναμενόμενη τιμή τους ή τον αριθμητικό τους μέσο. Συνεπώς, ο κίνδυνος ενός αξιογράφου είναι άμεσα συνυφασμένος με την αβεβαιότητα, όπου η αβεβαιότητα είναι ουσιαστικά η πιθανότητα να διαφέρουν οι πραγματικές αποδόσεις από τις αναμενόμενες. Επίσης, από το προηγούμενο κεφάλαιο γνωρίζουμε ότι όταν η διασπορά των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από το αναμενόμενο είναι μεγάλη, τότε μεγάλος είναι και ο κίνδυνος της επένδυσης. Όταν δεν υπάρχει διασπορά των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από το αναμενόμενο, δεν υπάρχει και κίνδυνος. Για την ποσοτική μέτρηση του κινδύνου χρησιμοποιούνται στατιστικά μέτρα όπως είναι η διακύμανση και η τυπική απόκλιση. Η διακύμανση (variance) και η τυπική απόκλιση (standard deviation) είναι εξίσου αποδεκτές μετρήσεις του συνολικού κινδύνου μιας επένδυσης. Αν r_i είναι η κάθε απόδοση του δείγματος, $E(r)$ η αναμενόμενη απόδοση και n ο αριθμός των αποδόσεων του δείγματος, τότε η διακύμανση προκύπτει από τον τύπο:

² Ισχύει η εκθετική συνάρτηση $\psi = e^x$, δηλαδή ο γεωμετρικός μέσος αντικατοπτρίζει καλύτερα την μεταβολή του πλούτου ενός επενδυτή στο σταθεροποιητικό στάδιο μιας επιχείρησης. Γενικά χρησιμοποιείται ο αριθμητικός μέσος καθώς λαμβάνει υπόψη ακραίες τιμές.

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\{r_i - E(r)\}^2}{n - 1} \quad (2.5)$$

Στην περίπτωση που έχουμε πραγματοποιήσει σενάρια για την πρόβλεψη της απόδοσης, έχοντας διαφορετική πιθανότητα πραγματοποίησης (P_i) κάθε σεναρίου, τότε η διακύμανση προκύπτει από τον τύπο:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N P_i \{r_i - E(r)\}^2 \quad (2.6)$$

Η τυπική απόκλιση προκύπτει από τον τύπο:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (2.7)$$

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας, ότι τα στατιστικά μέτρα που μετρούν τη μεταβλητότητα των αποδόσεων αντικατοπτρίζουν την πραγματικότητα, όταν η κατανομή πιθανοτήτων των αποδόσεων μιας επένδυσης ακολουθεί την κανονική κατανομή η οποία είναι συμμετρική γύρω από τον αριθμητικό μέσο. Είναι γνωστό ότι στην κανονική κατανομή πιθανοτήτων δεν υπάρχουν ακραίες τιμές, με τις αποδόσεις να κινούνται γύρω από τον αριθμητικό μέσο. Επίσης, πρέπει να πούμε ότι η βασική υπόθεση στην οποία βασίζονται όλες οι θεωρίες της χρηματοοικονομικής επιστήμης, είναι ότι ο επενδυτής είναι ορθολογικός και σκέφτεται με ανάλογο τρόπο. Δηλαδή, προτιμά την βεβαιότητα και αποστρέφεται τον κίνδυνο. Η περίπτωση στην οποία θα αναλάβει μεγάλο κίνδυνο είναι εκείνη στην οποία θα περιμένει να ανταμειφθεί και με ανάλογο τρόπο.

2.2 Απόδοση και κίνδυνος χαρτοφυλακίου

Όπως αναφέραμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, χαρτοφυλάκιο (portfolio) λέγεται ένας συνδυασμός διαφόρων περιουσιακών στοιχείων τα οποία έχει στην κατοχή του ένας επενδυτής. Μπορεί να περιλαμβάνει όλα τα περιουσιακά στοιχεία τα οποία έχει στην κατοχή του ο επενδυτής ή μόνο ορισμένα από αυτά. Συνήθως, ένας επενδυτής διαθέτει περισσότερες από μια μετοχές. Σε αυτή την περίπτωση δεν ενδιαφερόμαστε μόνο για την απόδοση και τον κίνδυνο κάθε μετοχής ξεχωριστά, αλλά μας ενδιαφέρει η απόδοση και ο κίνδυνος που προσφέρουν ως σύνολο. Η θεωρία χαρτοφυλακίου αναπτύχθηκε από τον Harry Markowitz και αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο ένας επενδυτής, μπορεί να δημιουργήσει ένα

χαρτοφυλάκιο, συνδυάζοντας διάφορα περιουσιακά στοιχεία. Ουσιαστικά, το υπόδειγμα της θεωρίας χαρτοφυλακίου, περιέχει εξισώσεις σχετικές με την αναμενόμενη απόδοση και τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου. Η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου, είναι συνάρτηση των αποδόσεων των περιουσιακών στοιχείων που συνθέτουν το χαρτοφυλάκιο. Ουσιαστικά, πρόκειται για τον σταθμικό μέσο όρο των αναμενόμενων αποδόσεων των αξιογράφων που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο, όπου οι σταθμίσεις είναι τα ποσοστά (τα βάρη του χαρτοφυλακίου) του κεφαλαίου που έχουμε επενδύσει σε κάθε μετοχή. Αν συμβολίσουμε ως $E(r_p)$ την αναμενόμενη (ή μέση) απόδοση του χαρτοφυλακίου, w_i το ποσοστό του κεφαλαίου που έχουμε επενδύσει στο i αξιόγραφο, $E(r_i)$ την αναμενόμενη απόδοση του i αξιογράφου και N τον αριθμό των αξιογράφων που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο, τότε προκύπτει ο παρακάτω τύπος:

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N w_i E(r_i) \quad (2.8)$$

Θα πρέπει να πούμε ότι το άθροισμα των σταθμίσεων ισούται με το 100% των συνολικών κεφαλαίων που διαθέσαμε για την αγορά των αξιογράφων και ισχύει ότι $\sum w_i = 1$. Αν κατά τη χρήση της εξίσωσης το άθροισμα των σταθμίσεων είναι μικρότερο της μονάδος, τότε αυτό σημαίνει ότι έχουμε κάνει κάποιο λάθος στην εφαρμογή της παραπάνω εξίσωσης. Κάθε φορά που μεταβάλλεται το ποσοστό (w_i) που έχουμε επενδύσει στα διάφορα αξιόγραφα, τότε θα μεταβάλλεται και η συνολική απόδοση του χαρτοφυλακίου, ακόμα και αν έχουμε κρατήσει τις ίδιες μετοχές στο χαρτοφυλάκιο. Ο υπολογισμός της απόδοσης ενός χαρτοφυλακίου είναι μια σχετικά εύκολη υπόθεση, σε αντίθεση με τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου ο οποίος υπολογίζεται με τη χρήση μιας πιο πολύπλοκης εξίσωσης. Αυτό συμβαίνει καθώς ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου είναι πιθανό να διαφέρει από το άθροισμα των κινδύνων των μεμονωμένων αξιογράφων. Συνεπώς, χρειαζόμαστε μια σχέση με την οποία θα μπορούμε να υπολογίσουμε τον κίνδυνο, ο οποίος θα αντικατοπτρίζει την πιθανή πραγματική διασπορά των μελλοντικών αποδόσεων γύρω από τη μέση τιμή. Αν συμβολίσουμε ως w_i το ποσοστό συμμετοχής του αξιογράφου i στο χαρτοφυλάκιο, w_j το ποσοστό συμμετοχής του αξιογράφου j στο χαρτοφυλάκιο, σ_i^2 την διακύμανση του αξιογράφου i , σ_{ij} την διακύμανση (covariance) των αξιογράφων i και j , και N τον αριθμό των αξιογράφων που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο, τότε ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου αξιογράφων προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2.9)$$

Αντίστοιχα, αν συμβολίσουμε ως σ_i την τυπική απόκλιση του αξιογράφου i , σ_j την τυπική απόκλιση του αξιογράφου j και ρ_{ij} τον συντελεστή συσχέτισης των αξιογράφων i και j , τότε ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου αξιογράφων προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \quad (2.10)$$

Ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου αξιογράφων προκύπτει και από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \quad (2.11)$$

Για την μέτρηση του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, μπορεί να χρησιμοποιηθεί είτε η διακύμανση είτε η τυπική απόκλιση, καθώς και οι δύο είναι μέτρα που χρησιμοποιούνται για την μέτρηση του κινδύνου. Βέβαια, οι περισσότεροι αναλυτές χρησιμοποιούν ως μονάδα μέτρησης του κινδύνου την τυπική απόκλιση και όχι την διακύμανση. Συνήθως, οι τυπικές αποκλίσεις χαρτοφυλακίων τα οποία περιέχουν μόνο συστηματικό κίνδυνο, εμφανίζουν κάποια σταθερότητα διαχρονικά, οπότε οι τυπικές αποκλίσεις χαρτοφυλακίων που υπολογίστηκαν με βάση τις αποδόσεις που πραγματοποιήθηκαν στο παρελθόν, είναι αρκετά αντιπροσωπευτικές για εκείνες που θα πραγματοποιηθούν στο μέλλον. Η θεωρία χαρτοφυλακίου του H.Markowitz αναφέρεται κυρίως σε χαρτοφυλάκια τα οποία αποτελούνται από μετοχές.

2.3 Χρηματοοικονομικά εργαλεία για προσδιορισμό κινδύνου και επιλογή αξιογράφων

Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες ένας επενδυτής, είναι πολύ πιθανό να βρεθεί σε δίλημμα για την επιλογή του κατάλληλου αξιογράφου μεταξύ διαφόρων αξιογράφων ή μπορεί να χρειαστεί να γνωρίζει τον τρόπο με τον οποίο κινούνται μεταξύ τους οι αποδόσεις των αξιογράφων που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο, ή γενικά τον τρόπο με τον οποίο κινείται η απόδοση οποιασδήποτε μετοχής σε σχέση με κάποια άλλη μετοχή ή σε σχέση με τον

χρηματιστηριακό δείκτη μετοχών, καθώς είναι βέβαιο ότι θα χρειαστεί για την ανάλυσή του να γνωρίζει τον συστηματικό κίνδυνο του αξιογράφου. Τα παραπάνω υπολογίζονται αντίστοιχα με τον συντελεστή μεταβλητότητας, τον συντελεστή συσχέτισης, την συνδιακύμανση και τον συντελεστή βήτα. Είναι πολύ πιθανό ένας επενδυτής να συγκρίνει αξιόγραφα, έτσι ώστε να αποφασίσει ποιο είναι το καλύτερο μεταξύ αυτών, για να προστεθεί στο χαρτοφυλάκιό του ή για να απορριφθεί από αυτό. Η χρήση διαφόρων μέτρων του κινδύνου ενός αξιογράφου, όπως η διακύμανση ή η τυπική απόκλιση μπορεί να οδηγήσει τον επενδυτή σε εσφαλμένα συμπεράσματα, καθώς είναι απόλυτα μέτρα της διασποράς μιας κατανομής πιθανοτήτων. Συνεπώς, δεν χρησιμοποιούνται για την σύγκριση αξιογράφων σε αντίθεση με τον συντελεστή μεταβλητότητας, ο οποίος είναι ένα σχετικό μέτρο της διασποράς μιας κατανομής πιθανοτήτων και μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την σύγκριση αξιογράφων. Ο συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation) ορίζεται ως ο λόγος της τυπικής απόκλισης προς την αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου. Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$CV = \frac{\sigma}{E(r)} \quad (2.12)$$

Όσο μεγαλύτερες είναι οι τιμές του συντελεστή μεταβλητότητας, τόσο μεγαλύτερη είναι και η διασπορά ανά μονάδα αναμενόμενης απόδοσης, με αποτέλεσμα μεγάλο σχετικό κίνδυνο. Οπότε, όταν συγκρίνουμε αξιόγραφα θα επιλέγουμε εκείνο με τον μικρότερο συντελεστή μεταβλητότητας, καθώς θα έχει και τον μικρότερο κίνδυνο. Όπως αναφέραμε προηγουμένως, ένας επενδυτής δεν θα χρειαστεί μόνο κάποιο μέτρο το οποίο θα του χρησιμεύει για την επιλογή αξιογράφων ανάμεσα σε ένα πλήθος αξιογράφων, αλλά χρειάζεται και μέτρα όπως είναι ο συντελεστής συσχέτισης. Ο συντελεστής συσχέτισης (correlation coefficient) δείχνει τον τρόπο με τον οποίο κινούνται μαζί δύο μετοχές i και j . Αποτελεί ένα πολύτιμο εργαλείο για τον επενδυτή, καθώς μπορεί να βοηθήσει στην διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου και στην εξάλειψη του μη συστηματικού κινδύνου. Ο συντελεστής συσχέτισης συμβολίζεται με ρ_{ij} και προκύπτει από το πηλίκο της συνδιακύμανσης των δύο αξιογράφων προς το γινόμενο των αποκλίσεων του κάθε αξιογράφου. Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$\rho_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2.13)$$

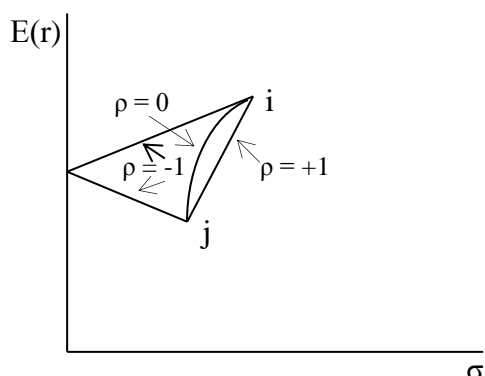
Ο συντελεστής συσχέτισης³ παίρνει τιμές στο διάστημα $-1 \leq \rho \leq +1$.

1. Αν $\rho = +1$, τότε υπάρχει πλήρης θετική γραμμική συσχέτιση μεταξύ των αξιογράφων i και j , δηλαδή οι αποδόσεις των αξιογράφων τείνουν να κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση κατά το ίδιο χρονικό διάστημα, καθώς η απόδοση του αξιογράφου i αυξάνεται όταν αυξάνεται και η απόδοση του αξιογράφου j , ενώ η απόδοση του αξιογράφου i μειώνεται όταν μειώνεται και η απόδοση του αξιογράφου j .
2. Αν $\rho = 0$, τότε δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των αποδόσεων των αξιογράφων i και j . Συνεπώς, αφού οι αποδόσεις των δύο αξιογράφων δεν σχετίζονται μεταξύ τους, δεν είμαστε σε θέση να γνωρίζουμε πως θα κινηθεί η απόδοση του αξιογράφου i ακόμα και αν γνωρίζουμε πως κινείται η απόδοση του αξιογράφου j . Δηλαδή, αυτό σημαίνει ότι οι αποδόσεις των δύο αξιογράφων είναι ανεξάρτητες.
3. Αν $\rho = -1$, τότε υπάρχει πλήρης αρνητική γραμμική συσχέτιση μεταξύ των αξιογράφων i και j , δηλαδή οι αποδόσεις των αξιογράφων τείνουν να κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση κατά το ίδιο χρονικό διάστημα, δηλαδή κινούνται αντίστροφα. Όταν η απόδοση του αξιογράφου i αυξάνεται τότε η απόδοση του αξιογράφου j μειώνεται, ενώ όταν η απόδοση του αξιογράφου i μειώνεται τότε η απόδοση του αξιογράφου j αυξάνεται.
4. Αν $-1 < \rho < 0$, τότε οι αποδόσεις των αξιογράφων i και j θα κινούνται σε αντίθετες κατευθύνσεις, αλλά η απόδοση του αξιογράφου i θα διαφέρει από την απόδοση του αξιογράφου j .
5. Αν $0 < \rho < 1$, τότε οι αποδόσεις των αξιογράφων i και j θα κινούνται στην ίδια κατεύθυνση, αλλά η απόδοση του αξιογράφου i θα διαφέρει από την απόδοση του αξιογράφου j .

Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνονται οι συνδυασμοί αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου δύο αξιογράφων όταν $\rho = +1$, $\rho = 0$, $\rho = -1$ αντίστοιχα

³ Εφόσον ένας επενδυτής χρησιμοποιήσει μια συγκεκριμένη στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου, τότε ο συντελεστής συσχέτισης μπορεί να δώσει πολύτιμες πληροφορίες για την κίνηση της απόδοσης του αξιογράφου σε σύγκριση με την απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη, καθορίζοντας αν το αξιόγραφο θα συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο ή όχι.

Διάγραμμα 2.1 – Συντελεστής συσχέτισης



Ένα άλλο εργαλείο το οποίο χρησιμοποιείται αρκετά συχνά από τους επενδυτές για τον προσδιορισμό της κίνησης της απόδοσης ενός αξιογράφου i , σε σύγκριση με την κίνηση της απόδοσης ενός αξιογράφου j , είναι η συνδιακύμανση (covariance). Είναι γνωστό ότι ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου προέρχεται από τρεις παράγοντες:

1. από την αβεβαιότητα των διακυμάνσεων των αποδόσεων κάθε αξιογράφου που εμπεριέχεται στο χαρτοφυλάκιο,
2. από την αβεβαιότητα των συνδιακυμάνσεων (ή συσχετίσεων) των αποδόσεων όλων των αξιογράφων που εμπεριέχονται στο χαρτοφυλάκιο,
3. από τις σταθμίσεις του κάθε αξιογράφου (δηλαδή από το ποσοστό συμμετοχής του κάθε αξιογράφου στο χαρτοφυλάκιο).

Η συνδιακύμανση συμβολίζεται με σ_{ij} και προκύπτει από το μέσο όρο του γινομένου της τυπικής απόκλισης των αποδόσεων των αξιογράφων i και j από τις αναμενόμενες αποδόσεις των αξιογράφων i και j . Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$\sigma_{ij} = \sum_{k=1}^N \frac{(r_{ik} - E(r_i))(r_{jk} - E(r_j))}{n - 1} \quad (2.14)$$

Όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από πλήθος αξιογράφων, οι πιθανοί συνδυασμοί n αξιογράφων ανά δύο · δηλαδή, ο αριθμός των συνδιακυμάνσεων των αξιογράφων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο, θα δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$C_2^n = \frac{n!}{2!(n-2)!} \quad (2.15)$$

Η συνδιακύμανση μπορεί να είναι θετική, αρνητική, ή μηδενική.

1. Αν $\sigma_{ij} > 0$, τότε οι αποδόσεις των αξιογράφων i και j θα κινούνται μαζί προς την ίδια κατεύθυνση. Δηλαδή, όταν η απόδοση του αξιογράφου i ανεβαίνει, θα ανεβαίνει και η απόδοση του αξιογράφου j .
2. Αν $\sigma_{ij} < 0$, τότε οι αποδόσεις των αξιογράφων i και j θα κινούνται προς την αντίθετη κατεύθυνση. Δηλαδή, όταν η απόδοση του αξιογράφου i ανεβαίνει, η απόδοση του αξιογράφου j θα κατεβαίνει και το αντίστροφο.
3. Αν $\sigma_{ij} = 0$, τότε οι αποδόσεις των αξιογράφων i και j είναι ανεξάρτητες, δηλαδή κινούνται με τυχαίο τρόπο.

Όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από πλήθος αξιογράφων, κάθε φορά που προσθέτουμε ένα νέο αξιόγραφο, ενδιαφερόμαστε περισσότερο για την συνδιακύμανση του αξιογράφου αυτού με τα υπόλοιπα αξιόγραφα, από ότι για την διακύμανσή του. Αυτό συμβαίνει, επειδή ο αριθμός των αξιογράφων είναι μεγάλος και η συνδιακύμανση των αποδόσεων του νέου αξιογράφου με τα αξιόγραφα του χαρτοφυλακίου, επηρεάζει περισσότερο τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου σε σύγκριση με την τυπική απόκλιση που αποτελεί τον κίνδυνο ενός μεμονωμένου αξιογράφου όπως αναφέραμε και προηγουμένως. Συνεπώς, όσο μεγαλύτερος είναι ο αριθμός των αξιογράφων που περιλαμβάνει το χαρτοφυλάκιο, τόσο μεγαλύτερη είναι και η βαρύτητα της μέσης συνδιακύμανσης των αποδόσεων του προστιθέμενου αξιογράφου με τις αποδόσεις των άλλων αξιογράφων του χαρτοφυλακίου. Ένα άλλο εργαλείο το οποίο είναι πολύ χρήσιμο και απαραίτητο για έναν επενδυτή είναι ο συντελεστής βήτα (beta coefficient). Ο συντελεστής βήτα, πρόκειται για τον συστηματικό και μη-διαφοροποιήσιμο κίνδυνο μιας επένδυσης, και μπορεί να ιδωθεί ως η ποσότητα του κινδύνου, που συνεισφέρει ένα αξιόγραφο στο χαρτοφυλάκιο, δηλαδή δείχνει πόσο ευαίσθητο είναι ένα αξιόγραφο, στις μεταβολές της αγοράς. Πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής βήτα μετράει το βαθμό μεταβλητότητας ενός αξιογράφου, σε συνάρτηση με την διακύμανση του γενικού δείκτη του χρηματιστηρίου. Ο συντελεστής βήτα συμβολίζεται με b_i και προκύπτει από το πηλίκο της συνδιακύμανσης ενός αξιογράφου i με την αγορά m , προς την διακύμανση του δείκτη της αγοράς m . Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$b_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \quad (2.16)$$

Αν στην εξίσωση (2.15) αντικαταστήσουμε το i με m , θα παρατηρήσουμε ότι ο συντελεστής βήτα του δείκτη της αγοράς είναι ίσος με την μονάδα. Από τα παραπάνω προκύπτει:

$$b_m = \frac{\sigma_{mm}}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_m^2}{\sigma_m^2} = 1$$

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις, ο συντελεστής βήτα ενός αξιογράφου i να είναι μεγαλύτερος της μονάδος ($b_i > 1$), ο συντελεστής βήτα ενός αξιογράφου i να είναι ίσος με την μονάδα ($b_i = 1$) και τέλος ο συντελεστής βήτα ενός αξιογράφου i να είναι μικρότερος της μονάδος ($b_i < 1$).

- 1) Αν $b_i > 1$, τότε ο κίνδυνος του αξιογράφου θα είναι μεγαλύτερος από τον κίνδυνο της αγοράς, δηλαδή το αξιόγραφο θα είναι υψηλού κινδύνου και θα θεωρείται επιθετικό. Δηλαδή, όταν η απόδοση του δείκτη της αγοράς θα μεταβάλλεται κατά 1%, η απόδοση του αξιογράφου i θα είναι μεγαλύτερη από 1%.
- 2) Αν $b_i = 1$, τότε ο κίνδυνος του αξιογράφου θα είναι ίσος με τον κίνδυνο της αγοράς, δηλαδή το αξιόγραφο θα είναι μεσαίου κινδύνου. Όταν η απόδοση του δείκτη της αγοράς θα μεταβάλλεται κατά 1%, τότε και η απόδοση του αξιογράφου i θα μεταβάλλεται κατά 1%.
- 3) Αν $b_i < 1$, τότε ο κίνδυνος του αξιογράφου θα είναι μικρότερος από τον κίνδυνο της αγοράς, δηλαδή το αξιόγραφο θα είναι χαμηλού κινδύνου και θα θεωρείται αμυντικό. Δηλαδή, όταν η απόδοση του δείκτη της αγοράς θα μεταβάλλεται κατά 1%, η απόδοση του αξιογράφου i θα είναι μικρότερη από 1%.

Εφόσον γνωρίζουμε τους συντελεστές βήτα όλων των αξιογράφων που απαρτίζουν το χαρτοφυλάκιο, μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε τον συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου. Ο συντελεστής βήτα του χαρτοφυλακίου, θα είναι ένας σταθμισμένος μέσος όρος των συντελεστών βήτα του κάθε αξιογράφου που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο. Από τα παραπάνω προκύπτει ο τύπος:

$$b_p = \sum_{i=1}^N w_i b_i \quad (2.17)$$

2.4 Διαφοροποίηση κινδύνου

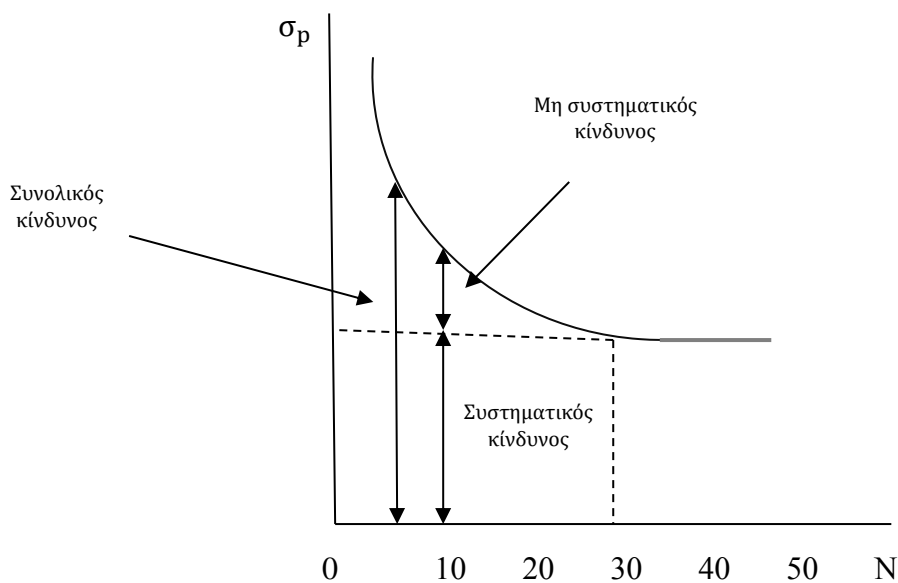
Ο H.Markowitz μέσω της θεωρίας χαρτοφυλακίου, έδειξε την σπουδαιότητα των σταθμικών τυπικών αποκλίσεων των αποδόσεων κάθε αξιογράφου που περιλαμβάνεται σε ένα επενδυτικό χαρτοφυλάκιο καθώς και των σταθμικών συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων των αξιογράφων αυτών. Όσο ο αριθμός των αξιογράφων σε ένα χαρτοφυλάκιο αυξάνεται, η βαρύτητα του κινδύνου που προσφέρει κάθε μεμονωμένο αξιόγραφο στο χαρτοφυλάκιο μειώνεται, σε αντίθεση με την βαρύτητα της συνδιακύμανσης η οποία αυξάνεται και τείνει να ενδιαφέρει κυρίως τον επενδυτή. Η εξίσωση της θεωρίας χαρτοφυλακίου που μας δίνει τον κίνδυνο ενός χαρτοφυλακίου αποτελείται από δύο μέρη. Όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό αξιογράφων, τότε το πρώτο μέρος της εξίσωσης (2.9) το οποίο αντικατοπτρίζει την μέση διακύμανση τείνει στο μηδέν, με τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου να δίνεται από το δεύτερο μέρος της εξίσωσης, το οποίο αντικατοπτρίζει την μέση συνδιακύμανση. Αν οι σταθμίσεις κάθε αξιογράφου w που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο είναι ίσες και το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από ένα πλήθος αξιογράφων N , τότε ο πρώτος όρος της εξίσωσης (2.9) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_i^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_i^2 = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \frac{\sigma_i^2}{N} \right] = \frac{1}{N} [\overline{\sigma_i^2}]$$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι όσο ο αριθμός των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο αυξάνεται, η μέση διακύμανση μειώνεται και προσεγγίζει το μηδέν αν το N είναι μεγάλο. Συνεπώς, όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό αξιογράφων, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα δίνεται από το δεύτερο μέρος της εξίσωσης (2.9), ο οποίος οφείλεται στις συνδιακυμάνσεις. Οπότε, εφόσον ισχύουν τα παραπάνω και έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από πλήθος αξιογράφων, και η μέση διακύμανση δεν αποτελεί πλέον κίνδυνο, τότε μας ενδιαφέρει να μειώσουμε τον κίνδυνο που προέρχεται από τις συνδιακυμάνσεις των αξιογράφων. Η μέση συνδιακύμανση του χαρτοφυλακίου μπορεί να μειωθεί σημαντικά εφόσον γίνει συνδυασμός αξιογράφων με μικρή ή αρνητική συσχέτιση και με αυτό τον τρόπο μειώνεται σημαντικά ο συνολικός κίνδυνος, αφού πλέον ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου προέρχεται μόνο από τις συνδιακυμάνσεις. Άρα, αν θέλουμε να μειώσουμε τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, αυτό που θα πρέπει να κάνουμε είναι να προσθέτουμε αξιόγραφα με μικρή ή αρνητική συσχέτιση. Θα πρέπει να πούμε ότι εφόσον γίνεται συνδυασμός αξιογράφων με αρνητική συσχέτιση, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου μειώνεται ακόμα περισσότερο. Στο προηγούμενο κεφάλαιο αναφέραμε ότι υπάρχει μια ανάλογη σχέση

μεταξύ απόδοσης και κινδύνου, καθώς όσο μεγαλύτερη είναι η απόδοση, τόσο μεγαλύτερος είναι και ο κίνδυνος που αντιμετωπίζει η επένδυση και το αντίστροφο. Το βέβαιο, είναι ότι ο επενδυτής δεν θα πρέπει να περιμένει να ανταμειφθεί για τον κίνδυνο τον οποίο μπορεί να διαφοροποιήσει, καθώς αυτός ο κίνδυνος δεν είναι αναγκαίος και μπορεί να εκμηδενιστεί. Ο συνολικός κίνδυνος, ο οποίος προέρχεται από τις διακυμάνσεις των αξιογράφων, όπως αναφέραμε στο προηγούμενο κεφάλαιο αποτελείται από τον συστηματικό κίνδυνο και τον μη συστηματικό κίνδυνο. Ακόμα και αν πραγματοποιήσουμε όλα τα παραπάνω και μειώσουμε σημαντικά την ποσότητα του κινδύνου που εμπεριέχει το χαρτοφυλάκιο, ο κίνδυνος θα εξακολουθεί να υπάρχει και θα παραμείνει σταθερός, όσο και αν αυξήσουμε τον αριθμό των αξιογράφων που έχουμε συμπεριλάβει στο χαρτοφυλάκιο. Στο παρελθόν πραγματοποιήθηκαν διάφορες ακαδημαϊκές μελέτες, στις οποίες συμπεριλήφθησαν δείγματα από διάφορα χρηματιστήρια. Το συμπέρασμα ήταν ότι όσο αυξάνει ο αριθμός των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο, ο συνολικός κίνδυνος μειώνεται σημαντικά μέχρι το σημείο που πλησιάζει τον συστηματικό κίνδυνο. Από αυτό το σημείο και μετά, ο συνολικός κίνδυνος παραμένει σταθερός, όσο και αν ο αριθμός των αξιογράφων πληθαίνει στο χαρτοφυλάκιο. Αυτό είναι το επίπεδο του συστηματικού κινδύνου και μπορεί να επιτευχθεί όταν στο χαρτοφυλάκιο συμπεριλαμβάνονται 20-30 αξιόγραφα. Στο παρακάτω διάγραμμα, φαίνεται η σχέση μεταξύ του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου και του αριθμού των αξιογράφων που προστίθενται στο χαρτοφυλάκιο.

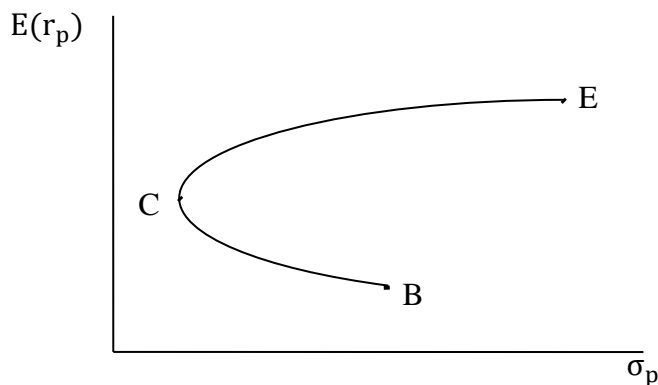
Διάγραμμα 2.2 – Σχέση μεταξύ κινδύνου και αριθμού αξιογράφων



2.5 Αποδοτικά χαρτοφυλάκια και επιλογή βέλτιστου

Στην αγορά υπάρχουν διάφορες επενδύσεις, τις οποίες μπορεί να χρησιμοποιήσει ένας επενδυτής, για να δημιουργήσει συνδυασμούς χαρτοφυλακίων. Εφόσον εντοπίσει όλα τα διαθέσιμα αξιόγραφα που υπάρχουν στην αγορά και δημιουργήσει όλους τους συνδυασμούς όλων των δυνατών διαθέσιμων χαρτοφυλακίων, θα είναι σε θέση να επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα του δώσει μέγιστη απόδοση για το ίδιο επίπεδο κινδύνου, ή θα του δώσει για ένα δεδομένο επίπεδο απόδοσης τον μικρότερο δυνατό κίνδυνο σε σύγκριση με τα υπόλοιπα. Δηλαδή, θα είναι σε θέση να επιλέξει ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο. Για την επιλογή ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου θα μας βοηθήσει η καμπύλη ελάχιστου κινδύνου (minimum variance).

Διάγραμμα 2.3 – Καμπύλη ελάχιστου κινδύνου



Ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποδοτικό, όταν έχει τον μικρότερο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης ή την μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Στο παραπάνω διάγραμμα, η καμπύλη BE λέγεται καμπύλη ελάχιστου κινδύνου. Στην καμπύλη BE υπάρχουν τα πλέον αποδοτικά χαρτοφυλάκια και ο αριθμός τους είναι ανάλογος των σημείων της καμπύλης, δηλαδή τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη είναι άπειρα. Ακόμα και στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου υπάρχουν χαρτοφυλάκια τα οποία δίνουν καλύτερους συνδυασμούς απόδοσης – κινδύνου σε σύγκριση με άλλα. Τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο πάνω μέρος της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου (CE) προσφέρουν καλύτερες αποδόσεις για τον ίδιο κίνδυνο, σε σύγκριση με τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στο κάτω μέρος της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου (CB). Ένας επενδυτής, ο οποίος σκέφτεται ορθολογικά έχοντας ως στόχο την μεγιστοποίηση της

συνολικής του ωφέλειας, θα επιλέξει ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο θα βρίσκεται στο πάνω μέρος της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου (CE). Εφόσον, ο επενδυτής μπορεί να μετρήσει τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις και τους συντελεστές συσχέτισης όλων των αξιογράφων, τότε το πρόβλημα που προκύπτει είναι ότι το άθροισμα των σταθμίσεων θα πρέπει να ισούται με την μονάδα, με αποτέλεσμα να μην επιτρέπονται οι ανοικτές πωλήσεις (short sales), καθώς και η ελαχιστοποίηση του κινδύνου πρέπει να γίνει με περιορισμό ένα δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης ή η μεγιστοποίηση της αναμενόμενης απόδοσης πρέπει να γίνει με περιορισμό ένα δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Εφόσον, ένας επενδυτής έχει υπολογίσει όλα τα αποτελεσματικά χαρτοφυλάκια και γνωρίζει όλους τους πιθανούς συνδυασμούς απόδοσης – κινδύνου, θα πρέπει να επιλέξει ένα από αυτά. Η επιλογή ενός αποτελεσματικού χαρτοφυλακίου καθορίζεται από τις προτιμήσεις του επενδυτή μέσα από την σχέση απόδοσης – κινδύνου. Το αποτελεσματικό χαρτοφυλάκιο το οποίο έχει επιλέξει ένας επενδυτής, λέγεται άριστο ή βέλτιστο χαρτοφυλάκιο (optimal portfolio). Για να γίνει η επιλογή του βέλτιστου χαρτοφυλακίου, χρησιμοποιείται μια καμπύλη, η οποία αναπαριστά την σχέση απόδοσης – κινδύνου που απαιτεί ο επενδυτής, η καμπύλη αυτή λέγεται καμπύλη αδιαφορίας (indifference curve). Για τον υπολογισμό των αποδοτικών χαρτοφυλακίων αποτελεί απαραίτητη προϋπόθεση ο υπολογισμός ιστορικών στοιχείων, έτσι ώστε να μπορούμε να προσεγγίσουμε τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις και τις συσχετίσεις. Υποθέτουμε ότι η ιστορία επαναλαμβάνεται αλλά όχι με πανομοιότυπο τρόπο. Συνεπώς, υπάρχει η περίπτωση η ανάλυσή μας να διαφέρει από την πραγματικότητα.

2.6 Προσέγγιση μέσου-διακύμανσης και περιορισμοί

Για να αποφασίσει ο επενδυτής το χαρτοφυλάκιο που είναι το κατάλληλο για εκείνον, θα πρέπει πρώτα να υπολογίσει όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια τα οποία θα βρίσκονται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου. Ένα χαρτοφυλάκιο είναι αποδοτικό όταν έχει τον μικρότερο κίνδυνο για δεδομένο επίπεδο αναμενόμενης απόδοσης ή την μεγαλύτερη αναμενόμενη απόδοση για δεδομένο επίπεδο κινδύνου. Εφόσον, ένας επενδυτής επιθυμεί να συνθέσει καλύτερα τις διάφορες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων που έχει συμπεριλάβει στο χαρτοφυλάκιο του, θα πρέπει να εφαρμόσει μια διαδικασία βελτιστοποίησης (optimization). Στην προσέγγιση μέσου – διακύμανσης, η βέλτιστη κατανομή των περιουσιακών στοιχείων επιτυγχάνεται με την δημιουργία της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου και συχνά καλείται ως βελτιστοποίηση μέσου - διακύμανσης (mean variance optimization).

Για την κατασκευή της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου, χρησιμοποιούνται μεταβλητές όπως είναι οι αποδόσεις, ο κίνδυνος και οι συσχετίσεις των αξιογράφων· δηλαδή χρησιμοποιούνται στοιχεία του παρελθόντος. Γνωρίζουμε ότι η ιστορία επαναλαμβάνεται αλλά όχι με πανομοιότυπο τρόπο. Συνεπώς, είναι πιθανό η ανάλυσή μας να διαφέρει από την πραγματικότητα, καθώς εφόσον ένας επενδυτής δημιουργήσει την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου, θα έχει καθορίσει μια άριστη κατανομή του παρελθόντος, η οποία είναι αβέβαιο αν θα εξακολουθήσει να είναι άριστη και στο μέλλον. Όπως είδαμε και παραπάνω, η προσέγγιση μέσου – διακύμανσης παρουσιάζει ορισμένα προβλήματα. Αξιογραφα τα οποία πραγματοποίησαν υψηλές αποδόσεις στο παρελθόν ή αναμένεται ότι θα πραγματοποιήσουν υψηλές αποδόσεις στο μέλλον, ευνοούνται πολύ περισσότερο από τα υπόλοιπα αξιόγραφα. Μια μικρή θετική ή αρνητική μεταβολή στην απόδοση ενός αξιογράφου, μπορεί να αυξήσει σημαντικά το ποσοστό συμμετοχής του στο χαρτοφυλάκιο ή να οδηγήσει στην εξαφάνισή του. Γνωρίζουμε ότι οι αποδόσεις των αξιογράφων ακολουθούν την κανονική κατανομή πιθανοτήτων, με αποτέλεσμα να κινούνται γύρω από την μέση τιμή και μακροπρόθεσμα να επανέρχονται σε αυτή. Δηλαδή, μπορεί ένα αξιόγραφο το οποίο πραγματοποίησε αρκετά υψηλές αποδόσεις στο παρελθόν, κατά το ίδιο χρονικό διάστημα στο μέλλον να πραγματοποιήσει αρκετά χαμηλές αποδόσεις. Οπότε, εύκολα μπορεί να καταλάβει κάποιος, ότι διάφορα αξιόγραφα που είχαν πραγματοποιήσει χαμηλές ή αρνητικές αποδόσεις στο παρελθόν, μπορεί να μην συμπεριληφθούν σε ένα χαρτοφυλάκιο. Όμως, οι μεταβολές στις αποδόσεις των αξιογράφων, δεν είναι το μοναδικό πρόβλημα της προσέγγισης μέσου – διακύμανσης. Για την διαφοροποίηση του χαρτοφυλακίου γνωρίζουμε ότι χρησιμοποιείται ο συντελεστής συσχέτισης. Όμως, σε περιόδους που οι τιμές των αξιογράφων ακολουθούν πτωτική πορεία με μεγάλο όγκο συναλλαγών (bear markets), η πραγματική συσχέτιση των αποδόσεων είναι μεγαλύτερη από την τιμή που παρουσιάζει ο συντελεστής συσχέτισης. Από τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό, ότι η προσέγγιση μέσου – διακύμανσης αντιμετωπίζει δύο πολύ σημαντικά προβλήματα, τα οποία μπορεί να οδηγήσουν σε σφάλματα την ανάλυση του επενδυτή και εν τέλει να του επιφέρουν αποτελέσματα διαφορετικά από τα προσδοκώμενα.

2.7 Το χαρτοφυλάκιο καθολικής ελάχιστης διακύμανσης

Αν υποθέσουμε ότι έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από δύο αξιόγραφα i και j , μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε το χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα έχει τον μικρότερο κίνδυνο για την ανάλογη απόδοση. Το χαρτοφυλάκιο αυτό λέγεται χαρτοφυλάκιο καθολικής

ελάχιστης διακύμανσης (global minimum variance portfolio) και μπορεί να βρεθεί εφόσον εξισώσουμε την πρώτη μερική παράγωγο της τυπικής απόκλισης των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου ως προς την στάθμιση, με το μηδέν ($\frac{\partial \sigma_p}{\partial w_i} = 0$) και λύσουμε ως προς την στάθμιση (w_i). Εφόσον εφαρμόσουμε την παραπάνω διαδικασία, θα καταλήξουμε στα ποσοστά που πρέπει να επενδύσουμε σε κάθε ένα από τα αξιόγραφα i και j από τα οποία θα αποτελείται το χαρτοφυλάκιο καθολικής ελάχιστης διακύμανσης. Από τα παραπάνω προκύπτουν οι εξής σχέσεις:

$$w_i = \frac{\sigma_j^2 - \sigma_{ij}^2}{\sigma_i^2 + \sigma_j^2 - 2\sigma_{ij}} \quad \text{και} \quad w_j = 1 - w_i$$

Το χαρτοφυλάκιο καθολικής ελάχιστης διακύμανσης όπως είπαμε στην αρχή της παραγράφου, είναι το χαρτοφυλάκιο το οποίο θα έχει τον μικρότερο κίνδυνο για την ανάλογη απόδοση και αποτελείται από δύο αξιόγραφα i και j . Το σύνολο των συνδυασμών απόδοσης – κινδύνου όλων των πιθανών συνδυασμών των αξιογράφων i και j που περιέχονται στο χαρτοφυλάκιο, αναπαρίσταται από την καμπύλη δυνατοτήτων του χαρτοφυλακίου (portfolio possibilities curve). Όταν ο συντελεστής συσχέτισης των αξιογράφων i και j πάρει την τιμή $+1$ ή 0 ή -1 , τότε η καμπύλη δυνατοτήτων του χαρτοφυλακίου θα αναπαρίσταται από το διάγραμμα 2.1 και θα πάρει μορφή αντίστοιχη της τιμής του συντελεστή συσχέτισης. Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι θετικός $(0,+1)$ ή αρνητικός $(-1,0)$, τότε η καμπύλη δυνατοτήτων του χαρτοφυλακίου θα αναπαρίσταται από το διάγραμμα 2.3 και θα πάρει μορφή όμοια με αυτό.

2.8 Το υπόδειγμα του ενός δείκτη

Η θεωρία χαρτοφυλακίου όπως είδαμε στην παράγραφο 2.2 αναπτύχθηκε από τον H.Markowitz, με σκοπό τον υπολογισμό του κινδύνου που προσφέρουν τα περιουσιακά στοιχεία που έχει ένας επενδυτής στην κατοχή του. Το πρόβλημα όμως είναι ότι το υπόδειγμα του H.Markowitz, απαιτεί ένα μεγάλο πλήθος υπολογισμών για την εύρεση του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου. Δηλαδή, το σύνολο των εκτιμήσεων που απαιτούνται για n αξιόγραφα εφόσον λάβουμε υπόψη μας τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις διακυμάνσεις και τις συνδιακυμάνσεις ανέρχεται στους $[n(n + 3)]/2$ υπολογισμούς. Αν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από 200 αξιόγραφα, τότε θα πρέπει να υπολογίσουμε 20.300 στοιχεία.

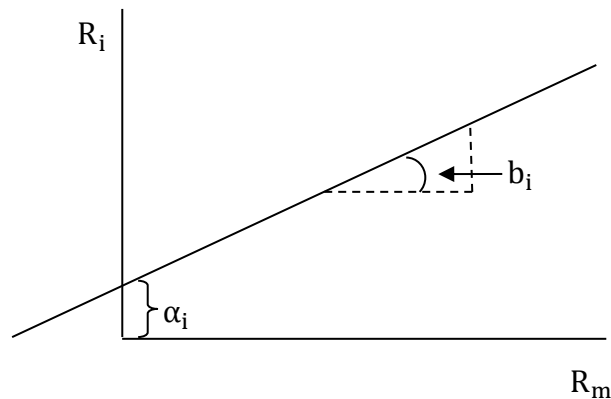
Στην σημερινή εποχή, υπάρχουν προγράμματα τα οποία με έναν καλό υπολογιστή χρειάζονται λίγα δευτερόλεπτα για να κάνουν τους υπολογισμούς, στην εποχή όμως που αναπτύχθηκε η θεωρία χαρτοφυλακίου από τον H.Markowitz, ο υπολογισμός ενός χαρτοφυλακίου με ένα μεγάλο πλήθος αξιογράφων ήταν ιδιαίτερα χρονοβόρος. Για το λόγο αυτό, το υπόδειγμα του H.Markowitz είχε κυρίως ακαδημαϊκό ενδιαφέρον, μέχρι την ανάπτυξη του υποδείγματος του ενός δείκτη, με το οποίο απλοποιήθηκαν σημαντικά οι εκτιμήσεις των συνδιακυμάνσεων. Το υπόδειγμα του ενός δείκτη (single-index model) αναπτύχθηκε κυρίως από τον William Sharpe και μειώνει σημαντικά τα στοιχεία που χρειάζονται για τον υπολογισμό του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, μέχρι τον υπολογισμό του αποτελεσματικού συνόρου. Όπως αναφέραμε προηγουμένως, αν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από 200 αξιόγραφα, χρησιμοποιώντας την θεωρία χαρτοφυλακίου θα πρέπει να υπολογίσουμε 20.300 στοιχεία, με την χρήση του υποδείγματος του ενός δείκτη για αντίστοιχο αριθμό αξιογράφων, πρέπει να κάνουμε $[3n + 2]$ υπολογισμούς, δηλαδή θα πρέπει να βρούμε 602 στοιχεία. Η βασική υπόθεση του υποδείγματος του ενός δείκτη, είναι ότι όταν όλη η αγορά κινείται προς κάποια κατεύθυνση, τότε σχεδόν όλα τα αξιόγραφα αντιδρούν με κάποιο τρόπο. Οι αποδόσεις των αξιογράφων δεν κινούνται μαζί επειδή συνδέονται μέσω της συνδιακύμανσης, αλλά κινούνται μαζί επειδή αντιδρούν σε έναν κοινό παράγοντα, ο οποίος είναι η αγορά. Από το υπόδειγμα του ενός δείκτη προκύπτει ότι τα αξιόγραφα δεν επηρεάζονται μεταξύ τους λόγω των μοναδικών χαρακτηριστικών τους, αλλά επηρεάζονται κυρίως από τις γενικές οικονομικές συνθήκες. Αν συμβολίσουμε με, R_i την απόδοση του αξιογράφου i , r_m την απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη της αγοράς (συνήθως χρησιμοποιείται ο γενικός δείκτης τιμών του Χ.Α.Α., αλλά ο δείκτης αυτός μπορεί να είναι οποιαδήποτε μεταβλητή), α_i το τμήμα της απόδοσης του αξιογράφου i το οποίο δεν προέρχεται από την απόδοση δείκτη, ϵ_i ένα τυχαίο σφάλμα το οποίο παίρνει την τιμή 0 (το τυχαίο σφάλμα παριστάνει την διαφορά της πραγματικής απόδοσης του αξιογράφου από την αναμενόμενη απόδοση δεδομένης της απόδοσης του δείκτη, δηλαδή τις αποκλίσεις των πραγματικών παρατηρήσεων από την χαρακτηριστική γραμμή), τότε το υπόδειγμα του ενός δείκτη δίνεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$R_i = \alpha_i + b_i R_m + \epsilon_i \quad (2.18)$$

Το υπόδειγμα του ενός δείκτη είναι ουσιαστικά μια γραμμική παλινδρόμηση μεταξύ του αξιογράφου i και του χρηματιστηριακού δείκτη (εφόσον χρησιμοποιηθεί ο χρηματιστηριακός δείκτης στο υπόδειγμα). Η γραμμική παλινδρόμηση του υποδείγματος, λέγεται χαρακτηριστική γραμμή στην οποία οι μεταβολές των αποδόσεων του αξιογράφου i

ερμηνεύονται από τον χρηματιστηριακό δείκτη. Η κλίση της χαρακτηριστικής γραμμής βρίσκεται από τον συντελεστή βήτα, ο οποίος είναι ο γωνιακός συντελεστής ή ο συντελεστής της παλινδρόμησης. Από το παρακάτω διάγραμμα γίνεται περισσότερο αντιληπτή η σχέση της απόδοσης του αξιογράφου i , με την απόδοση ενός χρηματιστηριακού δείκτη της αγοράς

Διάγραμμα 2.4 – Χαρακτηριστική γραμμή



Εκτός από την απόδοση του αξιογράφου i χρειαζόμαστε και την διακύμανσή του, έτσι ώστε να γνωρίζουμε την διασπορά των δυνητικών αποτελεσμάτων γύρω από την μέση τιμή. Αν συμβολίσουμε με σ_{ei}^2 την διακύμανση των καταλοίπων του αξιογράφου i και σ_m^2 την διακύμανση των αποδόσεων του χρηματιστηριακού δείκτη της αγοράς, τότε η διακύμανση του αξιογράφου i δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_i^2 = b_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_{ei}^2 \quad (2.19)$$

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω μπορούμε εύκολα να βρούμε την συνδιακύμανση των αξιογράφων i και j , η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_{ij} = b_i b_j \sigma_m^2 \quad (2.20)$$

Από την εξίσωση (2.18) μπορούμε εύκολα να βρούμε τον συντελεστή άλφα κάθε αξιογράφου. Εφόσον γνωρίζουμε τον συντελεστή άλφα κάθε αξιογράφου, μπορούμε να βρούμε τον συντελεστή άλφα του χαρτοφυλακίου, ο οποίος δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^N w_i \alpha_i \quad (2.21)$$

Ένας επενδυτής, γνωρίζοντας τον συντελεστή άλφα του χαρτοφυλακίου, τον συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου, καθώς και την αναμενόμενη απόδοση του χρηματιστηριακού δείκτη της αγοράς, μπορεί να υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου, η οποία δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$E(r_p) = \alpha_p + b_p E(r_m) \quad (2.22)$$

Αντίστοιχα, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p^2 = b_p^2 \sigma_m^2 + \sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{ei}^2 \quad (2.23)$$

Είναι γνωστό από την θεωρία χαρτοφυλακίου ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των αξιογράφων σε ένα χαρτοφυλάκιο, η μέση διακύμανση μειώνεται πλησιάζοντας το μηδέν. Χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα του ενός δείκτη, διαπιστώνουμε ότι όσο ο αριθμός των αξιογράφων αυξάνεται, η ποσότητα του κινδύνου που προσφέρουν τα κατάλοιπα του κάθε αξιογράφου στο χαρτοφυλάκιο μειώνεται, με αποτέλεσμα ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου να προέρχεται κυρίως από το πρώτο μέρος της εξίσωσης. Αν οι σταθμίσεις κάθε αξιογράφου που συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο είναι ίσες (δηλαδή $w_i = \frac{1}{N}$) και το χαρτοφυλάκιο αποτελείται από ένα πλήθος αξιογράφων, τότε ο δεύτερος όρος της εξίσωσης (2.23) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$\sum_{i=1}^N w_i^2 \sigma_{ei}^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{N}\right)^2 \sigma_{ei}^2 = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N \frac{\sigma_{ei}^2}{N} \right] = \frac{1}{N} [\overline{\sigma_{ei}^2}]$$

Παρατηρούμε λοιπόν, ότι όσο ο αριθμός των αξιογράφων στο χαρτοφυλάκιο αυξάνεται, η μέση διακύμανση των καταλοίπων μειώνεται και προσεγγίζει το μηδέν αν το N είναι μεγάλο. Συνεπώς, όταν έχουμε ένα χαρτοφυλάκιο το οποίο αποτελείται από ένα μεγάλο αριθμό αξιογράφων, ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου δίνεται από το πρώτο μέρος της εξίσωσης (2.23). Τότε, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p^2 = b_p^2 \sigma_m^2 \quad (2.24)$$

Αντίστοιχα, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου προκύπτει και από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \quad \text{ή} \quad \sigma_p = b_p \sigma_m \quad (2.25)$$

Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

Βασιλείου Δ. και Ηρειώτης Ν. (2009), «Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου», Αθήνα: Rosili

Κιόχος Α. Π. , Κιόχος Β. Α. , (2010), «ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ», Αθήνα: Ελένη Κιόχου

Σπύρου Ι. Σ. (2003), «ΑΓΟΡΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ & ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ», Αθήνα: Εκδόσεις Γ. Μπένου

Κεφάλαιο 3: Θεωρία κεφαλαιαγορών

3.1 Βασικές υποθέσεις της θεωρίας κεφαλαιαγορών

Η θεωρία κεφαλαιαγορών (Capital market theory) αναπτύχθηκε στηριζόμενη στην θεωρία χαρτοφυλακίου του H.Markowitz και ουσιαστικά αποτελεί προέκτασή της. Όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η θεωρία χαρτοφυλακίου αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο θα συνδυαστούν διάφορες επενδύσεις, για την δημιουργία αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων, από τα οποία ο επενδυτής θα επιλέξει εκείνο που θα ταιριάζει περισσότερο στις ανάγκες του. Η θεωρία κεφαλαιαγορών περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο καθορίζεται η απόδοση που θα πρέπει να αναζητούν οι επενδυτές από ένα αξιόγραφο, καθώς και τον τρόπο με τον οποίο θα πρέπει να αποτιμάται ένα αξιόγραφο στην αγορά κεφαλαίου. Προϋπόθεση των παραπάνω, είναι ότι ο επενδυτής σκέφτεται και αντιδρά με τρόπο ορθολογικό αναλαμβάνοντας κίνδυνο ανάλογο της απόδοσης που περιμένει να αποκομίσει από την επένδυση που έχει πραγματοποιήσει. Το πιο σημαντικό υπόδειγμα της θεωρίας κεφαλαιαγορών είναι το μοντέλο αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Στο υπόδειγμα αυτό, γίνεται φανερό η σχέση μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης και του συστηματικού κινδύνου ενός αξιόγραφου. Γίνεται αντιληπτό δηλαδή, ότι η αναμενόμενη απόδοση ενός αξιόγραφου είναι συνάρτηση του συστηματικού κινδύνου που εμπεριέχει και ισχύει ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο συστηματικός κίνδυνος, τόσο μεγαλύτερη είναι η αναμενόμενη απόδοση. Σύμφωνα με την θεωρία κεφαλαιαγορών, τα παραπάνω ισχύουν όταν η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία. Η διατύπωση της θεωρίας κεφαλαιαγορών, στηρίχθηκε σε ορισμένες υποθέσεις οι οποίες είναι οι εξής:

1. Δεν υπάρχουν φόροι και κόστος συναλλαγών.
2. Δεν υπάρχει πληθωρισμός και τα επιτόκια παραμένουν σταθερά χωρίς να μεταβάλλονται, αλλά και η οποιαδήποτε μεταβολή στον πληθωρισμό έχει προβλεφθεί.
3. Η αγορά κεφαλαίου είναι πλήρως ανταγωνιστική (δηλαδή υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός επενδυτών, χωρίς να μπορεί ένας μεμονωμένος επενδυτής να επηρεάσει την τιμή ενός περιουσιακού στοιχείου, η οποία καθορίζεται από τις δυνάμεις της προσφοράς και της ζήτησης) και βρίσκεται σε ισορροπία.
4. Κάθε αξιόγραφο είναι απείρως διαιρετό και διαπραγματεύσιμο στην αγορά.
5. Κάθε επενδυτής αποστρέφεται τον κίνδυνο, (εκτός αν αναμένει ότι με την ανάληψη μεγάλης ποσότητας κινδύνου θα ανταμειφθεί αναλόγως) με σκοπό την μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης χρησιμότητας.

6. Κάθε επενδυτής έχει άμεση πρόσβαση στην πληροφόρηση και ομοιογενείς προσδοκίες σχετικά με τις αναμενόμενες αποδόσεις, τις τυπικές αποκλίσεις και τις συνδιακυμάνσεις των αποδόσεων των αξιογράφων, οι οποίες ακολουθούν την κανονική κατανομή πιθανοτήτων.
7. Υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο (risk free asset) στο οποίο όλοι οι επενδυτές μπορούν να επενδύσουν απεριόριστα ποσά και να εισπράξουν μια απόδοση χωρίς κίνδυνο. Επίσης, όλοι οι επενδυτές μπορούν να δανεισθούν απεριόριστα ποσά καταβάλλοντας την απόδοση που έχει το στοιχείο χωρίς κίνδυνο (risk-free rate).

Από τις παραπάνω υποθέσεις γίνεται αντιληπτό ότι η θεωρία κεφαλαιαγορών στηρίζεται σε υποθέσεις, οι οποίες στο σύνολό τους τείνουν να μην είναι ρεαλιστικές. Πολλοί οικονομολόγοι στην προσπάθειά τους να εξακριβώσουν την αξιοπιστία της θεωρίας μέσα από διάφορες μελέτες, κατέληξαν ότι με την προσθήκη ή την αφαίρεση κάποιας εκ των παραπάνω υποθέσεων, τα βασικά συμπεράσματα της θεωρίας παραμένουν τα ίδια. Συνεπώς, αντιλαμβανόμαστε ότι ακόμα και αν εγκαταλείψουμε πολλές από τις παραπάνω υποθέσεις, η θεωρία κεφαλαιαγορών θα συνεχίσει να εξηγεί με μεγάλη ακρίβεια τον πραγματικό κόσμο.

3.2 Το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και η γραμμή κεφαλαιαγοράς (CML)

Στην προηγούμενη παράγραφο αναφέραμε, ότι η θεωρία κεφαλαιαγορών αποτελεί μια φυσική προέκταση της θεωρίας χαρτοφυλακίου του H.Markowitz. Η θεωρία χαρτοφυλακίου αναφέρεται στην δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου, το οποίο θα αποτελείται από τον συνδυασμό διαφόρων «επικίνδυνων» επενδύσεων. Δηλαδή, αναφέρεται στην δημιουργία ενός χαρτοφυλακίου επενδύσεων, το οποίο θα περιλαμβάνει αξιόγραφα που θα έχουν κάποιο επίπεδο αβεβαιότητας. Υπάρχουν αξιόγραφα τα οποία θεωρούνται «ακίνδυνα», καθώς η πιθανότητα πτώχευσης του εκδότη είναι μικρή έως και μηδενική, υποσχόμενα αποδόσεις τις οποίες ο επενδυτής θα επιτύχει έχοντας στην κατοχή του το αξιόγραφο, μέχρι την ωρίμανσή του. Τέτοιας μορφής αξιόγραφα διαπραγματεύονται στην αγορά χρήματος. Συνήθως, όταν κάνουμε λόγο για αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου, αναφερόμαστε σε ΕΓΔ (έντοκο γραμμάτιο δημοσίου) ή σε ομόλογα του δημοσίου. Δηλαδή, η θεωρία κεφαλαιαγορών περιλαμβάνει συνδυασμό επενδύσεων, οι οποίες προέρχονται και από την αγορά χρήματος και από την αγορά κεφαλαίου. Παρατηρούμε ότι η θεωρία κεφαλαιαγορών αποτελεί κατά μια έννοια την

φυσική προέκταση της θεωρίας χαρτοφυλακίου, καθώς αναφέρεται στον συνδυασμό επενδύσεων με κίνδυνο και επενδύσεων οι οποίες δεν προσφέρουν κίνδυνο, κάτι το οποίο η θεωρία χαρτοφυλακίου από μόνη της δεν αναφέρει. Υποθέτουμε ότι ένας επενδυτής έχει δημιουργήσει την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου στην οποία βρίσκονται όλα τα αποδοτικά χαρτοφυλάκια χρησιμοποιώντας την θεωρία χαρτοφυλακίου του H.Markowitz, έχοντας στην κατοχή του και ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο (risk-free asset), το οποίο του προσφέρει απόδοση ίση με R_f και μηδενική ποσότητα κινδύνου (δηλαδή $\sigma_{R_f} = 0$). Τότε, ο επενδυτής αυτός είναι σε θέση να δημιουργήσει εκ νέου ένα χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα αποτελείται από το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και από ένα οποιοδήποτε αποδοτικό χαρτοφυλάκιο της αρεσκείας του, το οποίο βρίσκεται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου. Αν επενδύσουμε (w_{R_f}) ποσοστό της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και $(1-w_{R_f})$ ποσοστό στο αποδοτικό χαρτοφυλάκιο το οποίο βρίσκεται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου, τότε η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου το οποίο θα αποτελείται από τον συνδυασμό μεταξύ «επικίνδυνων» και «ακίνδυνων» επενδύσεων, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$E(r_p) = w_{R_f}R_f + (1 - w_{R_f})E(r_x) \quad (3.1)$$

Αντίστοιχα, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου το οποίο θα αποτελείται από τον συνδυασμό μεταξύ «επικίνδυνων» και «ακίνδυνων» επενδύσεων, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

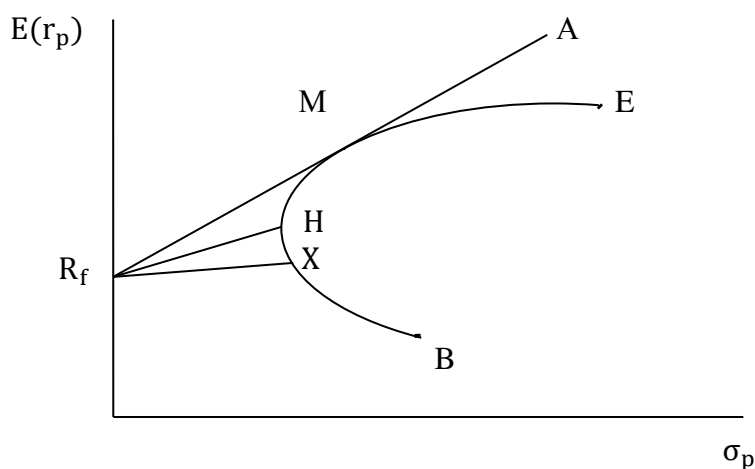
$$\sigma_p = (1 - w_{R_f})\sigma_x \quad (3.2)$$

Επιπλέον, προκύπτει ότι εφόσον ο κίνδυνος του περιουσιακού χωρίς κίνδυνο είναι ίσος με το μηδέν ($\sigma_{R_f} = 0$), τότε και η συνδιακύμανση καθώς και ο συντελεστής συσχέτισης του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο σε συνδυασμό με οποιοδήποτε χαρτοφυλάκιο που υπάρχει πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου θα ισούται με το μηδέν. Δηλαδή, ισχύει ότι:

$$\text{Cov}(R_f, r_x) = \sigma_{R_f x} = 0 \quad \text{και} \quad \rho_{R_f x} = 0$$

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζονται ορισμένοι συνδυασμοί μεταξύ του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και των αποδοτικών χαρτοφυλακίων που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου.

Διάγραμμα 3.1 – Συνδυασμοί μεταξύ «ακίνδυνων» και «επικίνδυνων» επενδύσεων



Από το παραπάνω διάγραμμα γίνεται αντιληπτό, ότι οι συνδυασμοί μεταξύ του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου απεικονίζονται με μια ευθεία γραμμή. Διαπιστώνουμε ότι, μπορούν να πραγματοποιηθούν διάφοροι συνδυασμοί μεταξύ του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και των αποδοτικών χαρτοφυλακίων τα οποία βρίσκονται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου. Παρατηρούμε ότι εφόσον ένας επενδυτής συνδυάσει το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο X, τότε οι συνδυασμοί μεταξύ αυτών, απεικονίζονται στην ευθεία R_fX . Αντίστοιχα, εφόσον ένας επενδυτής συνδυάσει το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο H, τότε οι συνδυασμοί μεταξύ αυτών, απεικονίζονται στην ευθεία R_fH . Θεωρητικά τα σημεία της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου είναι άπειρα, οπότε μπορούμε να κάνουμε άπειρους συνδυασμούς μεταξύ των σημείων της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου με το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Μπορούμε εύκολα να διακρίνουμε ότι, ο συνδυασμός του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο H, είναι καλύτερος από τον συνδυασμό του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με το αποδοτικό χαρτοφυλάκιο X, αφού τα χαρτοφυλάκια τα οποία βρίσκονται στην ευθεία R_fH προσφέρουν καλύτερες αποδόσεις για παρόμοια ποσότητα κινδύνου σε σύγκριση με τα χαρτοφυλάκια που βρίσκονται στην ευθεία R_fX . Υπάρχει όμως ένας συνδυασμός ο οποίος είναι άριστος, παρέχοντας την καλύτερη απόδοση για τον μικρότερο κίνδυνο. Ο συνδυασμός αυτός προκύπτει μέσω της ευθείας R_fMA , η οποία εφάπτεται με την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου.

Η ευθεία R_fM είναι το καινούριο αποδοτικό σύνορο και ονομάζεται γραμμή κεφαλαιαγοράς (Capital Market Line, CML). Ευθείες οι οποίες βρίσκονται πάνω από την γραμμή κεφαλαιαγοράς δεν είναι εφικτές. Στην γραμμή κεφαλαιαγοράς απεικονίζονται οι καλύτεροι συνδυασμοί συγκριτικά με εκείνους των υπολοίπων γραμμών, καθώς προσφέρει τις καλύτερες αποδόσεις με την μικρότερη ποσότητα κινδύνου. Είναι η γραμμή στην οποία βρίσκονται όλα τα άριστα χαρτοφυλάκια, τα οποία συνδυάζουν «επικίνδυνες» και «ακίνδυνες» επενδύσεις. Ένας ορθολογικά σκεπτόμενος επενδυτής θα επιλέξει να συνδυάσει το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο M , έτσι ώστε να βελτιστοποιήσει την σχέση απόδοσης - κινδύνου. Το σημείο M απεικονίζει το χαρτοφυλάκιο, το οποίο εμπεριέχει όλες τις επενδύσεις οι οποίες είναι διαθέσιμες σε έναν επενδυτή και πρόκειται για το αγοραίο χαρτοφυλάκιο ή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (market portfolio). Ένας ορθολογικά σκεπτόμενος επενδυτής, ο οποίος επιθυμεί να συνδυάσει «επικίνδυνες» με «ακίνδυνες» επενδύσεις, θα επιλέξει να συνδυάσει το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο με το αγοραίο χαρτοφυλάκιο (δηλαδή θα επιλέξει τον συνδυασμό R_fM), καθώς ο συνδυασμός οποιουδήποτε αποδοτικού χαρτοφυλακίου που βρίσκεται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου με το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, είναι κατώτερος του συνδυασμού R_fM . Εφόσον, ένας επενδυτής επιλέξει να δημιουργήσει ένα χαρτοφυλάκιο επενδύοντας (w_{R_f}) ποσοστό της συνολικής αξίας του χαρτοφυλακίου, στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και ($1 - w_{R_f} = w_m$) ποσοστό στο χαρτοφυλάκιο M , τότε η αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου αυτού, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$E(r_p) = R_f + \{(w_m) \times (E(r_m) - R_f)\} \quad (3.3)$$

Αντίστοιχα, ο κίνδυνος ενός χαρτοφυλακίου το οποίο θα αποτελείται από τον συνδυασμό του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο M , προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_p = w_m \times \sigma_m \quad (3.4)$$

Στο διάγραμμα 3.1 βλέπουμε την διαγραμματική απεικόνιση της γραμμής κεφαλαιαγοράς. Αν λύσουμε την σχέση (3.4) ως προς w_m και την αντικαταστήσουμε στην σχέση (3.3), τότε από την παρακάτω εξίσωση θα προκύψει η αλγεβρική απεικόνιση της γραμμής κεφαλαιαγοράς.

$$E(r_p) = R_f + \frac{(E(r_m) - R_f)}{\sigma_m} \sigma_p \quad (3.5)$$

Ο όρος $(E(r_m) - R_f)/\sigma_m$ αναπαριστά την κλίση της εξίσωσης της γραμμής κεφαλαιαγοράς και αναφέρεται ως η τιμή του κινδύνου των αποτελεσματικών χαρτοφυλακίων στην αγορά. Η γραμμή κεφαλαιαγοράς αντιπροσωπεύει την απόδοση που προσφέρεται ως αποζημίωση για κάθε επίπεδο κινδύνου που αναλαμβάνει ένας επενδυτής, με την κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς να καθορίζει την πρόσθετη απόδοση η οποία είναι απαραίτητη για να αποζημιώσει έναν επενδυτή για κάθε ποσοστιαία μεταβολή του κινδύνου που έχει αναλάβει. Η θετική κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς μας υποδεικνύει μια θετική σχέση μεταξύ απόδοσης – κινδύνου, καθώς τα χαρτοφυλάκια που προσφέρουν μεγαλύτερη ποσότητα κινδύνου σε έναν επενδυτή θα πρέπει να του προσφέρουν και μεγαλύτερη απόδοση, εφόσον η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία. Εφόσον η τιμή της κλίσης της γραμμής κεφαλαιαγοράς είναι γνωστή, ένας επενδυτής θα πρέπει για κάθε ποσοστιαία μεταβολή στον κίνδυνο ενός αποδοτικού χαρτοφυλακίου να αυξήσει την απόδοσή του τόσο, όσο είναι η τιμή της κλίσης της γραμμής κεφαλαιαγοράς, έτσι ώστε να διατηρηθεί η ισορροπία. Γνωρίζουμε ότι όσο πιο κάθετη είναι η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς, τόσο μεγαλύτερη είναι και η αποστροφή του κινδύνου του μέσου επενδυτή και το αντίστροφο, καθώς η κλίση της γραμμής κεφαλαιαγοράς αντανακλά τον βαθμό αποστροφής από τον κίνδυνο (risk aversion), όταν η αγορά είναι σε ισορροπία. Επίσης, ο όρος $((E(r_m) - R_f)\sigma_p)/\sigma_m$ αντιπροσωπεύει ένα πριμ κινδύνου, δηλαδή μια απόδοση μεγαλύτερη του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο την οποία αναμένουν να αποκομίσουν από την πραγματοποίηση της επένδυσης σε ένα αποδοτικό χαρτοφυλάκιο.

3.3 Το αγοραίο χαρτοφυλάκιο

Ένας επενδυτής έχοντας δημιουργήσει την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου, κάνοντας χρήση της θεωρίας χαρτοφυλακίου του H.Markowitz, στο οποίο θα εμπεριέχονται όλες οι «επικίνδυνες» επενδύσεις· εφόσον υπάρχει ένα περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο από το οποίο διέρχεται η ευθεία, η οποία εφάπτεται με την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου στο σημείο M, τότε το σημείο αυτό θα αποτελεί το αγοραίο χαρτοφυλάκιο ή το χαρτοφυλάκιο της αγοράς (market portfolio). Κάθε χαρτοφυλάκιο το οποίο βρίσκεται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου είναι λιγότερο αποδοτικό σε σύγκριση με το χαρτοφυλάκιο M. Δηλαδή, εφόσον ένας επενδυτής αναζητά την καλύτερη απόδοση για το ανάλογο επίπεδο κινδύνου, θα πρέπει να επενδύσει στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και στο χαρτοφυλάκιο M, καθώς κάθε

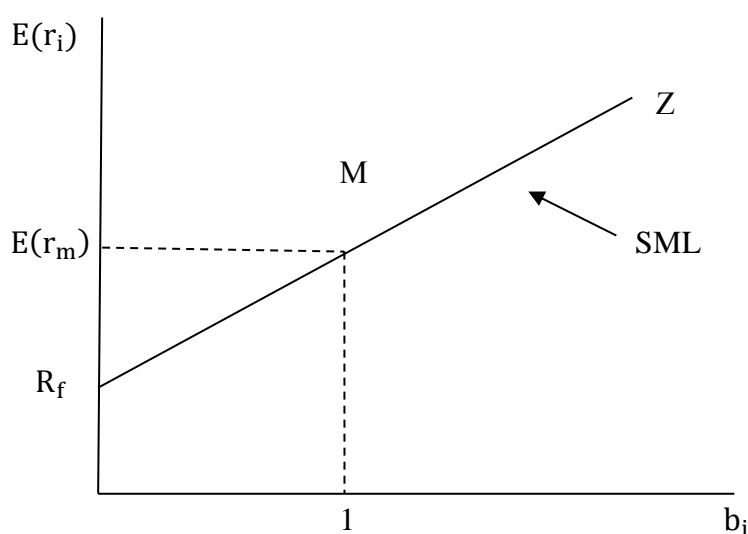
άλλος συνδυασμός είναι κατώτερος. Ο συνδυασμός του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο με το χαρτοφυλάκιο M, παρουσιάζεται από την γραμμή κεφαλαιαγοράς και η θέση του κάθε επενδυτή στην γραμμή κεφαλαιαγοράς, προκύπτει από τα ποσοστά τα οποία έχει επιλέξει να επενδύσει στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και στο χαρτοφυλάκιο M. Κάθε περιουσιακό στοιχείο το οποίο εμπεριέχει κίνδυνο περιλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο M. Στην περίπτωση ύπαρξης μιας «επικίνδυνης» επένδυσης η οποία δεν περιλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο M, η αξία της επένδυσης αυτής θα είναι μηδενική, καθώς δεν θα υπάρχει ζήτηση για να καθορίσει την τιμή της. Εφόσον η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, κάθε «επικίνδυνη» επένδυση θα περιλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο M, ανάλογα με την αξία την οποία έχει στην αγορά. Το χαρτοφυλάκιο M, πρόκειται για ένα θεωρητικό χαρτοφυλάκιο, το οποίο στην πράξη προσεγγίζεται συνήθως με τον γενικό δείκτη τιμών του X.A.A., το οποίο περιλαμβάνει τις μετοχές όλων των ελληνικών εισηγμένων εταιρειών. Αυτό συμβαίνει καθώς το χαρτοφυλάκιο M στην πραγματικότητα δεν είναι μετρήσιμο, αφού αποτελείται από μετοχές, ομολογίες, χρυσό, νομίσματα, κτηματική περιουσία, έργα τέχνης, αντίκες, γραμματόσημα κ.α. Από τα παραπάνω γίνεται αντιληπτό ότι το χαρτοφυλάκιο M, είναι εντελώς διαφοροποιημένο και συνεπώς έχει μόνο συστηματικό κίνδυνο.

3.4 Η γραμμή αγοράς αξιογράφου (SML) και CAPM

Η γραμμή κεφαλαιαγοράς όπως αναφέραμε στην παράγραφο 3.2, απεικονίζει τους καλύτερους συνδυασμούς, καθώς προσφέρει τις καλύτερες αποδόσεις για την ανάλογη ποσότητα κινδύνου. Είναι η γραμμή πάνω στην οποία βρίσκονται όλα τα άριστα χαρτοφυλάκια. Η γραμμή κεφαλαιαγοράς όμως αναφέρεται σε χαρτοφυλάκια και όχι σε μεμονωμένα αξιόγραφα. Όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, τότε η σχέση μεταξύ απόδοσης - κινδύνου του κάθε αξιογράφου περιγράφεται διαγραμματικά από την γραμμή αγοράς αξιογράφου (security market line - SML).¹

¹[el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1_%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_\(CAPM\)](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1_%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_(CAPM))

Διάγραμμα 3.2 – Γραμμή Αγοράς Αξιογράφου (SML)



Από την θεωρία χαρτοφυλακίου γνωρίζουμε ότι σε ένα καλάς διαφοροποιημένο χαρτοφυλάκιο, το οποίο αποτελείται από ένα πλήθος αξιογράφων, κάθε νέο αξιόγραφο το οποίο προστίθεται στο χαρτοφυλάκιο συνεισφέρει μόνο συστηματικό κίνδυνο, ο οποίος προέρχεται από τις κινήσεις της συνολικής αγοράς και είναι ίσος με $b_i^2 \sigma_m^2$ (πρόκειται για κίνδυνο ανάλογο του συντελεστή βήτα (b_i)). Στο παραπάνω διάγραμμα, ο κάθετος άξονας παριστάνει την ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση την οποία ένας επενδυτής απαιτεί να έχει το αξιόγραφο για να πραγματοποιήσει την επένδυση. Δηλαδή, ο κάθετος άξονας παριστάνει αναμενόμενες και απαιτούμενες αποδόσεις συγχρόνως. Στον οριζόντιο άξονα χρησιμοποιείται αντί του συνολικού κινδύνου (τυπική απόκλιση) ο συστηματικός κίνδυνος (συντελεστής βήτα), καθώς ο μοναδικός κίνδυνος ο οποίος πρέπει να είναι σημαντικός για έναν ορθολογικό επενδυτή είναι ο συστηματικός κίνδυνος. Αυτό συμβαίνει καθώς ο συστηματικός κίνδυνος προέρχεται από τις κινήσεις της συνολικής αγοράς και δεν μπορεί να διαφοροποιηθεί, σε αντίθεση με τον συνολικό κίνδυνο ο οποίος αποτελείται από δύο μέρη με το ένα εξ αυτών να είναι πλήρως διαφοροποιήσιμο. Συνεπώς, προκύπτει ότι δεν πρέπει να χρησιμοποιούμε τον συνολικό κίνδυνο για να μετράμε τον κίνδυνο ενός αξιογράφου, καθώς ένα μέρος του κινδύνου αυτού μπορεί να διαφοροποιηθεί. Διαπιστώνουμε λοιπόν ότι, η γραμμή αγοράς αξιογράφου δείχνει τους όρους ανταλλαγής μεταξύ ελάχιστης αναμενόμενης απόδοσης και συστηματικού κινδύνου, για όλα τα αξιόγραφα αλλά και για όλα τα χαρτοφυλάκια. Στο διάγραμμα 3.2 παρουσιάζεται η διαγραμματική απεικόνιση της γραμμής

αγοράς αξιογράφου, όμως η γραμμή αυτή μπορεί να απεικονιστεί και αλγεβρικά, μέσω του παρακάτω τύπου:

$$E(r_i) = R_f + (E(r_m) - R_f)b_i \quad (3.6)$$

Η εξίσωση (3.6) συνήθως αναφέρεται ως η αλγεβρική απεικόνιση του υποδείγματος αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (Capital Asset Pricing Model). Σύμφωνα με το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, ένας επενδυτής απαιτεί η αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου ή ενός «επικίνδυνου» αξιογράφου να ισούται με την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο πλέον ενός πριμ κινδύνου (risk premium), το οποίο αποτελεί την ανταμοιβή του επενδυτή για τον συστηματικό κίνδυνο, που επιλέγει να αναλάβει με την αγορά του «επικίνδυνου» αξιογράφου. Ο όρος $(E(r_m) - R_f)b_i$ της παραπάνω εξίσωσης, αποτελεί το πριμ κινδύνου και ισχύει ότι όσο μεγαλύτερος είναι ο συστηματικός κίνδυνος τον οποίο είναι διατεθειμένος να αναλάβει ένας επενδυτής, τόσο μεγαλύτερη είναι και η ανταμοιβή του επενδυτή από την πραγματοποίηση της επένδυσης αυτής. Από το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων γίνεται αντιληπτό, ότι εφόσον ένας επενδυτής αποφασίσει να αναλάβει μη συστηματικό κίνδυνο δεν θα ανταμειφθεί, καθώς ο κίνδυνος αυτός είναι διαφοροποιήσιμος, με αποτέλεσμα ο μοναδικός κίνδυνος ο οποίος είναι σημαντικός για έναν επενδυτή να είναι ο συστηματικός. Εφόσον η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας με τις τιμές να διαμορφώνονται με τρόπο ορθολογικό, τότε όλες οι επενδύσεις θα βρίσκονται στην γραμμή αγοράς αξιογράφου (και στην γραμμή κεφαλαιαγοράς) και η ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση κάθε επένδυσης, θα προκύπτει από το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων.

3.5 Υπερτιμημένα και υποτιμημένα αξιόγραφα

Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διάφορους τρόπους από έναν επενδυτή. Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε ότι εφόσον ένας επενδυτής ενδιαφέρεται να επενδύσει σε κάποιο περιουσιακό στοιχείο, χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων μπορεί εύκολα να υπολογίσει την ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση την οποία απαιτεί για να πραγματοποιήσει την επένδυση. Όταν η αγορά βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, κάθε αξιόγραφο θα πρέπει να βρίσκεται πάνω στην γραμμή αγοράς αξιογράφου και κάθε ελάχιστη αναμενόμενη απόδοση θα πρέπει να δίνεται από το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Είναι λογικό η αγορά να μην

βρίσκεται πάντα σε ισορροπία, τότε ένας αριθμός αξιογράφων δεν θα βρίσκεται πάνω στην γραμμή αγοράς αξιογράφου. Στην περίπτωση αυτή, μπορεί να καθοριστεί από έναν επενδυτή ο οποίος προτίθεται να αγοράσει ή έχει αγοράσει ένα αξιόγραφο· αν το αξιόγραφο αυτό, το οποίο δεν βρίσκεται πάνω στην γραμμή αγοράς αξιογράφου είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο από τους επενδυτές στην αγορά. Εφόσον ένας επενδυτής δημιουργήσει την γραμμή αγοράς αξιογράφου χρησιμοποιώντας θεμελιώδη ανάλυση ή τεχνική ανάλυση με στοιχεία αναμενόμενης απόδοσης και κινδύνου από το παρελθόν, γνωρίζοντας την τιμή του υποδείγματος αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων του αξιογράφου, μπορεί εύκολα να υπολογίσει την αξία άλφα, η οποία θα του υποδείξει αν το αξιόγραφο είναι υπερτιμημένο ή υποτιμημένο. Συνεπώς, αν υποθέσουμε ότι ένας επενδυτής έχει στην κατοχή του ένα αξιόγραφο i , μπορεί εύκολα να διαπιστώσει αν το αξιόγραφο αυτό είναι υποτιμημένο ή υπερτιμημένο. Αξία άλφα (alpha value) ενός αξιογράφου i , λέγεται η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης και της απαιτούμενης απόδοσής του. Αν συμβολίσουμε με, α_i την αξία του αξιογράφου i , R_e την αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i και R_r την απαιτούμενη απόδοση του αξιογράφου i , τότε η αξία άλφα του αξιογράφου προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\alpha_i = R_e - R_r \quad (3.7)$$

Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις, η αξία άλφα ενός αξιογράφου i να είναι μεγαλύτερη του μηδενός ($\alpha_i > 0$), η αξία άλφα ενός αξιογράφου i να είναι ίση με το μηδέν ($\alpha_i = 0$) και τέλος η αξία άλφα ενός αξιογράφου i να είναι μικρότερη του μηδενός ($\alpha_i < 0$).

1. Αν $\alpha_i > 0$, τότε το αξιόγραφο i είναι υποτιμημένο, καθώς η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i είναι μεγαλύτερη από την απόδοση που δικαιολογείται (απαιτείται) στην αγορά, δίνοντας μεγαλύτερη απόδοση από αυτήν που χρειάζεται για να αντισταθμίσει τον συστηματικό κίνδυνο.
2. Αν $\alpha_i = 0$, τότε το αξιόγραφο i είναι σωστά τιμολογημένο και βρίσκεται πάνω στην γραμμή αγοράς αξιογράφου.
3. Αν $\alpha_i < 0$, τότε το αξιόγραφο i είναι υπερτιμημένο, καθώς η αναμενόμενη απόδοση του αξιογράφου i είναι μικρότερη από την απόδοση που δικαιολογείται (απαιτείται) στην αγορά, δίνοντας μικρότερη απόδοση από αυτήν που χρειάζεται για να αντισταθμίσει τον συστηματικό κίνδυνο.

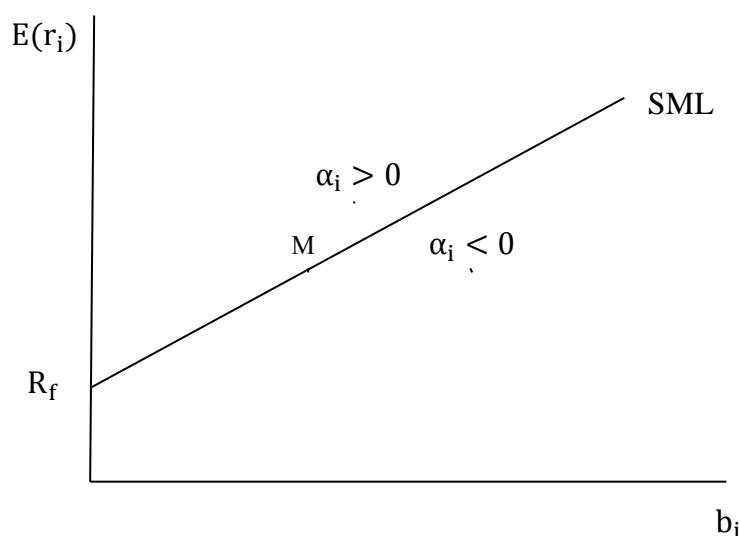
Εφόσον, ένας επενδυτής γνωρίζει την αξία άλφα κάθε αξιογράφου που έχει στην κατοχή του, μπορεί εύκολα να υπολογίσει την αξία άλφα του χαρτοφυλακίου του. Η αξία άλφα ενός

χαρτοφυλακίου είναι ένας σταθμικός μέσος όρος των αξιών άλφα όλων των αξιογράφων ενός χαρτοφυλακίου, όπου οι σταθμίσεις του κάθε αξιογράφου είναι τα ποσοστά συμμετοχής του στην συνολική αξία του χαρτοφυλακίου, τότε προκύπτει ο παρακάτω τύπος:

$$\alpha_p = \sum_{i=1}^N w_i \alpha_i \quad (3.8)$$

Η αξία άλφα ενός αξιογράφου i μπορεί να παρουσιαστεί και από το παρακάτω διάγραμμα.

Διάγραμμα 3.3 – Αξία άλφα αξιογράφου



Από το παραπάνω διάγραμμα γίνεται αντιληπτό ότι κάθε αξιόγραφο i , το οποίο βρίσκεται πάνω από την γραμμή αγοράς αξιογράφου είναι υποτιμημένο. Μόλις οι επενδυτές το συνειδητοποιήσουν, θα αρχίσουν να αγοράζουν το αξιόγραφο i ανεβάζοντας την τιμή του στην αγορά, με αποτέλεσμα να αποδίδει μικρότερες αποδόσεις στους επενδυτές που θα το αγοράσουν με μεγαλύτερες τιμές. Κατά συνέπεια, η τιμή θα ανέβει όσο χρειάζεται για να μειωθεί το μέγεθος των αποδόσεων που προσφέρει το αξιόγραφο i και να βρεθεί ακριβώς επάνω στην γραμμή αγοράς αξιογράφου. Αντίστοιχα, κάθε αξιόγραφο i το οποίο βρίσκεται κάτω από την γραμμή αγοράς αξιογράφου είναι υπερτιμημένο. Μόλις οι επενδυτές το συνειδητοποιήσουν, θα αρχίσουν να πωλούν το αξιόγραφο i κατεβάζοντας την τιμή του στην αγορά, με αποτέλεσμα να αποδίδει μεγαλύτερες αποδόσεις στους επενδυτές που θα το πωλήσουν σε μικρότερες τιμές. Κατά συνέπεια, η τιμή θα πέσει όσο χρειάζεται για να αυξηθεί το μέγεθος των αποδόσεων που προσφέρει το αξιόγραφο i και να βρεθεί ακριβώς επάνω στην γραμμή αγοράς αξιογράφου.

3.6 Σύνθετα μέτρα απόδοσης χαρτοφυλακίου

Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διάφορους τρόπους από έναν επενδυτή. Μέχρι τις αρχές της δεκαετίας του 1960, ένας επενδυτής ο οποίος ήθελε να προβεί σε σύγκριση χαρτοφυλακίων, έπρεπε να χρησιμοποιήσει κάποιο μέτρο κινδύνου (π.χ. τυπική απόκλιση) το οποίο θα ήταν ίδιο για όλα τα εξεταζόμενα χαρτοφυλάκια, συγκρίνοντας εν συνεχεία τις αποδόσεις του κάθε χαρτοφυλακίου με τις αποδόσεις των υπολοίπων χαρτοφυλακίων που υπήρχαν στην κάθε κατηγορία κινδύνου. Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων απλοποίησε κατά πολύ την διαδικασία αυτή. Σήμερα υπάρχουν διάφορα μέτρα σύγκρισης χαρτοφυλακίων, τα οποία οφείλουν την δημιουργία τους στο υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Ονομάζονται σύνθετα μέτρα της απόδοσης του χαρτοφυλακίου, καθώς στην αποτίμηση ενός χαρτοφυλακίου περιλαμβάνουν την απόδοση αλλά και τον κίνδυνο που αυτό περιέχει. Σύνθετα μέτρα της απόδοσης του χαρτοφυλακίου αποτελούν, το μέτρο του Treynor, το μέτρο του Sharpe, το μέτρο του Jensen, το μέτρο M^2 , ο δείκτης πληροφόρησης κ.α.. Ο Treynor (1965) πρότεινε για την σύγκριση χαρτοφυλακίων, μέτρο το οποίο θα προκύπτει από την πρόσθετη απόδοση που έχει το εξεταζόμενο χαρτοφυλάκιο σε σχέση με την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, διά τον συντελεστή βήτα του χαρτοφυλακίου. Δηλαδή, το μέτρο Treynor υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (risk premium), ανά μονάδα συστηματικού κινδύνου. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το μέτρο του Treynor είναι ίσο με:

$$T_P = \frac{R_p - R_f}{b_p} \quad (3.9)$$

Εφόσον, ένας επενδυτής χρησιμοποιήσει τον δείκτη Treynor για να συγκρίνει χαρτοφυλάκια, το χαρτοφυλάκιο στο οποίο ο δείκτης Treynor θα πάρει την μεγαλύτερη τιμή, θα είναι και καλύτερο από τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια. Επίσης, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη Treynor ενός χαρτοφυλακίου, τόσο καλύτερη είναι και η απόδοση που είχε το χαρτοφυλάκιο αυτό, κατά την εξεταζόμενη περίοδο. Ο δείκτης Treynor μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν θέλουμε να συγκρίνουμε χαρτοφυλάκια τα οποία συμπεριλαμβάνουν πολλές διαφορετικές επενδύσεις (καθώς τα χαρτοφυλάκια αυτά είναι πολύ διαφοροποιημένα), δίνοντας μεγάλη βαρύτητα στον συστηματικό κίνδυνο, αφού ο μη συστηματικός κίνδυνος τείνει στο μηδέν. Δηλαδή, εφόσον ένας επενδυτής θέλει να συγκρίνει χαρτοφυλάκια, θα χρησιμοποιήσει τον δείκτη Treynor, εφόσον τα χαρτοφυλάκια αυτά είναι εντελώς διαφοροποιημένα. Ο Sharpe

(1966) πρότεινε για την σύγκριση χαρτοφυλακίων, μέτρο το οποίο θα προκύπτει από την πρόσθετη απόδοση που έχει το εξεταζόμενο χαρτοφυλάκιο σε σχέση με την απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, διά την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου. Δηλαδή, το μέτρο Sharpe υπολογίζει την ανταμοιβή του κινδύνου του εξεταζόμενου χαρτοφυλακίου (risk premium), ανά μονάδα συνολικού κινδύνου. Από τα παραπάνω προκύπτει ότι το μέτρο του Sharpe είναι ίσο με:

$$S_p = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \quad (3.10)$$

Εφόσον, ένας επενδυτής χρησιμοποιήσει τον δείκτη Sharpe για να συγκρίνει χαρτοφυλάκια, το χαρτοφυλάκιο στο οποίο ο δείκτης Sharpe θα πάρει την μεγαλύτερη τιμή, θα είναι και καλύτερο από τα υπόλοιπα χαρτοφυλάκια. Επίσης, όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη Sharpe ενός χαρτοφυλακίου, τόσο καλύτερη είναι και η απόδοση που είχε το χαρτοφυλάκιο αυτό, κατά την εξεταζόμενη περίοδο. Ο δείκτης Sharpe μπορεί να χρησιμοποιηθεί όταν θέλουμε να συγκρίνουμε χαρτοφυλάκια τα οποία δεν είναι πολύ διαφοροποιημένα (π.χ. χαρτοφυλάκια μετοχών), δίνοντας μεγάλη βαρύτητα στον συνολικό κίνδυνο της επένδυσης. Δηλαδή, εφόσον ένας επενδυτής θέλει να συγκρίνει χαρτοφυλάκια, θα χρησιμοποιήσει τον δείκτη Sharpe, εφόσον τα χαρτοφυλάκια αυτά δεν είναι πολύ διαφοροποιημένα και περιέχουν επενδύσεις, κυρίως από μια κατηγορία περιουσιακών στοιχείων. Ο Jensen (1968) πρότεινε ένα άλλο σύνθετο μέτρο της απόδοσης των χαρτοφυλακίων, το οποίο είναι παρόμοιο με τα άλλα δύο μέτρα που αναφέρθηκαν προηγουμένως, καθώς βασίζεται και αυτό στο υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων. Ουσιαστικά πρόκειται για την αξία άλφα ενός χαρτοφυλακίου, η οποία υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσής του από την απαιτούμενη απόδοσή του. Γνωρίζουμε ότι όταν η αγορά βρίσκεται σε ισορροπία, η αναμενόμενη απόδοση μιας επένδυσης σύμφωνα με το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων δίνεται από την εξίσωση (3.6). Αν η εξίσωση (3.6) διερευνηθεί εμπειρικά, τότε η αξία άλφα ενός χαρτοφυλακίου, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\alpha_p = R_p - [R_f + (R_m - R_f)b_p] \quad (3.11)$$

Η αξία άλφα ενός χαρτοφυλακίου μετρά την συνεισφορά του διαχειριστή, καθώς παριστάνει την μέση πρόσθετη απόδοση που προσφέρει το χαρτοφυλάκιο, εκτός της απόδοσης που αντιστοιχεί στον συστηματικό κίνδυνο που έχει αναλάβει ο επενδυτής. Υπάρχουν τρεις περιπτώσεις, η αξία άλφα ενός χαρτοφυλακίου να είναι μεγαλύτερη του μηδενός ($\alpha_p > 0$) προσφέροντας θετική υπέρ-απόδοση, η αξία άλφα ενός χαρτοφυλακίου να είναι ίση με το

μηδέν ($\alpha_p=0$) με την απόδοση που προσφέρει το χαρτοφυλάκιο να δικαιολογείται από τον συστηματικό κίνδυνο, και τέλος η αξία άλφα ενός χαρτοφυλακίου να είναι μικρότερη του μηδενός ($\alpha_p < 0$) προσφέροντας αρνητική υπέρ-απόδοση. Δηλαδή, η αξία άλφα αντιπροσωπεύει μια απόδοση μεγαλύτερη εκείνης, η οποία δικαιολογείται από τον συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Όπως είδαμε παραπάνω, από την εκτίμηση της παλινδρόμησης προκύπτουν τρεις περιπτώσεις, σε κάθε μια από τις οποίες συμβαίνουν τα ακόλουθα:

1. Αν $\alpha_p > 0$, τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου την οποία κατόρθωσε να επιτύχει ένας επενδυτής, είναι ανώτερη από εκείνη που αναλογεί στον συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Η θετική υπέρ-απόδοση μπορεί να οφείλεται στην εξαιρετική ικανότητα του επενδυτή να προβλέπει την χρονική μεταβολή της αγοράς (market timing) ή/και στην εξαιρετική ικανότητά του να επιλέγει αξιόγραφα.
2. Αν $\alpha_p = 0$, τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου την οποία κατόρθωσε να επιτύχει ένας επενδυτής, είναι ανάλογη του συστηματικού κινδύνου του χαρτοφυλακίου.
3. Αν $\alpha_p < 0$, τότε η απόδοση του χαρτοφυλακίου την οποία κατόρθωσε να επιτύχει ένας επενδυτής, είναι κατώτερη από εκείνη που αναλογεί στον συστηματικό κίνδυνο του χαρτοφυλακίου. Η αρνητική υπέρ-απόδοση μπορεί να οφείλεται στην αδυναμία του επενδυτή να προβλέπει την χρονική μεταβολή της αγοράς (market timing) ή/και στην αδυναμία του να επιλέγει αξιόγραφα.

Όπως διαπιστώνουμε από τα παραπάνω, υπάρχουν διάφοροι δείκτες οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την σύγκριση χαρτοφυλακίων, όπως είναι ο δείκτης Sharpe ή ο δείκτης Treynor. Η αριθμητική αξία όμως που το κάθε μέτρο αποδίδει δεν έχει κάποια οικονομική έννοια. Οι Modigliani και Modigliani (1997) πρότειναν μια παραλλαγή αυτών, το M^2 (M -squared). Το M^2 , προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$M^2 = R_f + \left(\frac{R_p - R_f}{\sigma_p} \right) \sigma_m \quad (3.12)$$

Το M^2 είναι ένα χρήσιμο μέτρο για έναν επενδυτή, καθώς μπορεί να συγκριθεί με την μέση απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, δείχνοντας αν το χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή είχε μεγαλύτερη ή μικρότερη απόδοση από εκείνη της αγοράς, αναλόγως του κινδύνου του. Δηλαδή, συγκρίνοντας το μέτρο M^2 με την απόδοση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, οδηγούμαστε στο συμπέρασμα αν το χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή πήγε καλύτερα ή

χειρότερα, από ότι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς. Τέλος, ένα άλλο σύνθετο μέτρο της απόδοσης, είναι ο δείκτης πληροφόρησης (information ratio). Ο δείκτης αυτός μετρά τις μη κανονικές αποδόσεις ανά μονάδα κινδύνου. Ο δείκτης πληροφόρησης προκύπτει, αν η αξία άλφα του χαρτοφυλακίου εκφρασμένη σε ετήσια βάση, διαιρεθεί με την τυπική απόκλιση των καταλοίπων του χαρτοφυλακίου εκφρασμένη σε ετήσια βάση. Δηλαδή, προκύπτει ο παρακάτω τύπος:

$$IR = \frac{\alpha_p}{\sigma_{ei}} \quad (3.13)$$

Στην περίπτωση που ο δείκτης πληροφόρησης βασίζεται σε περιοδικές αποδόσεις, οι οποίες μετρώνται T φορές το έτος, τότε ο δείκτης μπορεί να εκφραστεί σε ετήσια βάση. Δηλαδή, προκύπτει ο παρακάτω τύπος:

$$IR = \sqrt{T} \times IR \quad (3.14)$$

Όσο μεγαλύτερη είναι η τιμή του δείκτη πληροφόρησης, τόσο μεγαλύτερη είναι και η απόδοση την οποία πέτυχε ο επενδυτής με την ανάλογη ποσότητα κινδύνου. Ο δείκτης πληροφόρησης μπορεί να πάρει τόσο αρνητικές όσο και θετικές τιμές. Όταν ένας επενδυτής ακολουθεί την παθητική στρατηγική διαχείρισης² στο χαρτοφυλάκιο του, τότε ο δείκτης πληροφόρησης θα πρέπει να είναι ίσος με το μηδέν. Για να είναι ένας επενδυτής καλός, θα πρέπει η τιμή του δείκτη πληροφόρησης να είναι θετική. Όσο μεγαλύτερος είναι ο δείκτης πληροφόρησης πλησιάζοντας την μονάδα, τόσο καλύτερα διαχειρίζεται ένας επενδυτής το χαρτοφυλάκιο του.

3.7 Φαινόμενα - «ανωμαλίες» της αγοράς

Στις αγορές παρατηρούνται διάφορα φαινόμενα ανθρωπίνων συμπεριφορών, τα οποία δεν μπορούν να εξηγηθούν από τις κλασσικές θεωρίες της χρηματοοικονομικής. Τα φαινόμενα αυτά, τα οποία ορίζονται ως «ανωμαλίες» της αγοράς, εξηγούνται μέσω της συμπεριφορικής χρηματοοικονομικής.³ Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων είναι ένα ορθολογικό υπόδειγμα, το οποίο έχει μεγάλη σημασία και αποτελεί κεντρική θεωρία της

² Είναι η στρατηγική κατά την οποία οι αποδόσεις ενός χαρτοφυλακίου παρακολουθούν (track) τις αποδόσεις ενός χρηματιστηριακού δείκτη διαχρονικά

³ Εξηγεί φαινόμενα τα οποία δεν μπορούν να εξηγηθούν από τις κλασσικές θεωρίες της χρηματοοικονομικής

χρηματοοικονομικής επιστήμης. Οι παρακάτω υποθέσεις αποτελούν τα θεμέλια που συντέλεσαν στην ανάπτυξή του:

1. Η σχέση μεταξύ απόδοσης – συστηματικού κινδύνου μιας επένδυσης είναι θετική.
2. Η σχέση μεταξύ απόδοσης – συστηματικού κινδύνου μιας επένδυσης είναι γραμμική.
3. Ο συντελεστής βήτα ως μονάδα μέτρησης του κινδύνου ενός αξιογράφου, εξηγεί καλά την συμπεριφορά της απόδοσής του.

Τα διάφορα φαινόμενα – «ανωμαλίες» αντιστρατεύονται ευθέως το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων και γενικότερα τις κλασικές θεωρίες της χρηματοοικονομικής, καθώς δεν προβλέπονται από αυτές. Πρόκειται για φαινόμενα όπως, το φαινόμενο της κεφαλαιοποίησης (size effect), το φαινόμενο του Σαββατοκύριακου (weekend effect), το φαινόμενο του Ιανουαρίου (January effect), το φαινόμενο της πρωινής ηλιοφάνειας (morning sunshine effect), το φαινόμενο του διαθέσιμου χρήματος (house money effect). Το φαινόμενο της κεφαλαιοποίησης⁴ πρόκειται για μια συμπεριφορική θεωρία, η οποία αναφέρει ότι οι μετοχές εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης έχουν αποδόσεις μεγαλύτερες από τις μετοχές εταιρειών μεγάλης κεφαλαιοποίησης. Δηλαδή, όσο αυξάνεται ο αριθμός των μετοχών στο χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή που προέρχονται από εταιρείες μεγάλης κεφαλαιοποίησης, τόσο μειώνεται και η απόδοση του χαρτοφυλακίου αυτού. Το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων όπως και καμία άλλη θεωρία δεν κάνει αναφορά στο μέγεθος της εταιρείας. Συγκεκριμένα το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων αναφέρει ότι η απόδοση ενός αξιογράφου είναι ανάλογη του συστηματικού του κινδύνου και όχι του μεγέθους της εταιρείας. Παρόλο που το φαινόμενο δεν προβλέπεται από την θεωρία, σύμφωνα με τους οικονομολόγους δεν πρόκειται για «ανωμαλία» της αγοράς, καθώς οι μετοχές των εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης έχουν μεγαλύτερο κίνδυνο σε σύγκριση με τις μετοχές των εταιρειών μεγάλης κεφαλαιοποίησης, κυρίως λόγω της χαμηλής τους ρευστότητας. Το φαινόμενο του Σαββατοκύριακου,⁵ πρόκειται για το φαινόμενο στο οποίο οι αποδόσεις των μετοχών κάθε Δευτέρας είναι μικρότερες (αρνητικές) σε σύγκριση με τις αποδόσεις των μετοχών κάθε Παρασκευής, οι οποίες είναι μεγαλύτερες (θετικές). Υπάρχουν διάφορες θεωρίες οι οποίες προσπαθούν να εξηγήσουν το φαινόμενο, κάποιες από αυτές υποστηρίζουν ότι οφείλεται στην τάση των εταιρειών να ανακοινώνουν μετά το κλείσιμο του χρηματιστηρίου την Παρασκευή νέα τα οποία δεν είναι τόσο ευνοϊκά για αυτές, με συνέπεια την πτώση της τιμής της μετοχής την Δευτέρα. Η πιθανή εξήγηση η οποία αποδίδεται στο

⁴ www.euretirio.com/fainomeno-megethous/

⁵ www.euretirio.com/fainomeno-savvatokyriakou/

φαινόμενο, είναι ότι απλά οφείλεται στην αλλαγή διάθεσης των επενδυτών από Παρασκευή σε Δευτέρα. Ένα άλλο φαινόμενο, είναι αυτό του Ιανουαρίου,⁶ πρόκειται για το φαινόμενο κατά το οποίο οι αποδόσεις των μετοχών του Ιανουαρίου διαφέρουν σημαντικά και είναι μεγαλύτερες από αυτές των υπολοίπων μηνών του έτους, σε αντίθεση με τις αποδόσεις του Δεκεμβρίου οι οποίες είναι χαμηλές ή και αρνητικές. Το φαινόμενο του Ιανουαρίου φαίνεται να σχετίζεται με το φαινόμενο της κεφαλαιοποίησης, καθώς το φαινόμενο του Ιανουαρίου είναι ιδιαίτερα έντονο κυρίως τις πρώτες μέρες του έτους σε μετοχές εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης. Δηλαδή, οι μετοχές εταιρειών μικρής κεφαλαιοποίησης παρουσιάζουν ιδιαίτερα υψηλές αποδόσεις, κατά τις πρώτες μέρες του έτους. Υπάρχουν διάφορες θεωρίες οι οποίες προσπαθούν να εξηγήσουν το φαινόμενο, κάποιες από αυτές υποστηρίζουν ότι το φαινόμενο του Ιανουαρίου οφείλεται στο ότι ο Ιανουάριος είναι ο πρώτος μήνας του νέου φορολογικού έτους και στην προσπάθειά τους οι επενδυτές να επιτύχουν φοροαπαλλαγές από ζημιές αγοραπωλησιών μετοχών, πωλούν τις μετοχές στις οποίες έχουν ζημιές, τις τελευταίες μέρες του Δεκεμβρίου, με συνέπεια να μειώνεται η τιμή λόγω της υψηλής προσφοράς, στην συνέχεια καταγράφουν λογιστικά τις ζημιές και τις φοροαπαλλαγές που προέκυψαν από τις ζημιές, και όταν αλλάξει το έτος, τις πρώτες μέρες του Ιανουαρίου τις αγοράζουν ξανά, με συνέπεια να αυξάνεται η τιμή λόγω της υψηλής ζήτησης. Βέβαια το φαινόμενο εξηγείται, καθώς η συμπεριφορά των επενδυτών είναι ορθολογική στις χώρες που υπάρχει φορολογία στην υπεραξία των μετοχών. Όμως φορολογία στις υπεραξίες των μετοχών δεν υπάρχει σε όλες τις χώρες, αλλά το φαινόμενο συνεχίζει να υφίστανται. Άλλες θεωρίες υποστηρίζουν ότι το φαινόμενο του Ιανουαρίου οφείλεται στην αναδιάρθρωση των χαρτοφυλακίων που οι διαχειριστές των μεγάλων θεσμικών χαρτοφυλακίων⁷ έχουν στην κατοχή τους, λίγο πριν την ετήσια έκθεσή τους στους ιδιοκτήτες των χαρτοφυλακίων αυτών. Οι διαχειριστές των θεσμικών χαρτοφυλακίων πωλούν τον Δεκέμβριο τις επικίνδυνες μετοχές των μικρών εταιρειών, για να μην τις παρουσιάσουν στους ιδιοκτήτες των θεσμικών χαρτοφυλακίων, έχοντας αγοράσει πιο συντηρητικές μετοχές, με σκοπό το χαρτοφυλάκιο το οποίο διαχειρίζονται να φαίνεται πιο συντηρητικό αλλά με μεγαλύτερες αποδόσεις, αγοράζοντας ξανά τις επικίνδυνες μετοχές τον Ιανουάριο. Όμως, το φαινόμενο αυτό δεν παρουσιάζεται στις εξαμηνιαίες εκθέσεις, παρά μόνο στις ετήσιες. Η πιθανή εξήγηση η οποία αποδίδεται στο φαινόμενο, είναι ότι οφείλεται στην αύξηση της επιχειρηματικής δραστηριότητας τον Δεκέμβριο η οποία επιφέρει αυξημένα κέρδη, με συνέπεια τα κέρδη αυτά να διοχετεύονται

⁶ www.euretiro.com/fainomeno-ianouariou/

⁷ Τράπεζες, ασφαλιστικά ταμεία, ασφαλιστικές εταιρείες και γενικότερα οργανισμοί που διαθέτουν πλεονάζοντα κεφάλαια

στις αγορές κεφαλαίου τον Ιανουάριο, πιέζοντας ανοδικά τις τιμές των μετοχών. Το φαινόμενο της πρωινής ηλιοφάνειας,⁸ πρόκειται για το φαινόμενο στο οποίο, οι αποδόσεις των μετοχών κατά τις ημέρες που επικρατεί ηλιοφάνεια είναι αρκετά μεγαλύτερες, σε σύγκριση με τις αποδόσεις των μετοχών κατά τις ημέρες που επικρατεί συννεφιά. Το φαινόμενο της πρωινής ηλιοφάνειας σε συνδυασμό με το φαινόμενο του Σαββατοκύριακου, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι μεταβολές στις τιμές των μετοχών, επηρεάζονται και από παράγοντες όπως είναι η ψυχολογία, η οποία εν μέρει καθορίζει την συμπεριφορά των επενδυτών. Τέλος, το φαινόμενο του διαθέσιμου χρήματος,⁹ πρόκειται για το φαινόμενο το οποίο αναφέρεται στην τάση των ανθρώπων, όταν έχουν διαθέσιμα χρήματα να αναλαμβάνουν έναν κίνδυνο, τον οποίο θα αποστρεφόντουσαν αν δεν είχαν τα χρήματα αυτά διαθέσιμα. Δηλαδή, όταν κάποιος έχει αποκομίσει ένα κέρδος από μια προηγούμενη ανάληψη κινδύνου, συνεχίζει να αναζητά τον κίνδυνο ενώ μια αρχική ζημία μπορεί να προκαλέσει αποστροφή του κινδύνου. Συνεπώς, εφόσον υπάρχει ένα αρχικό κέρδος από την ανάληψη κινδύνου είναι πιθανό να επιλέξει κάποιος την αβεβαιότητα, ενώ όταν δεν υπάρχει αρχικό κέρδος είναι πιθανό να επιλέξει κάποιος την βεβαιότητα. Όπως είπαμε προηγουμένως, τα φαινόμενα αυτά δεν προβλέπονται από τις κλασσικές θεωρίες της χρηματοοικονομικής. Όσον αφορά το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων, παρόλο που δεν συμπεριλαμβάνει στις υποθέσεις του τα παραπάνω φαινόμενα, εξακολουθεί να ισχύει. Μπορεί οι υποθέσεις του υποδείγματος περιουσιακών στοιχείων να παραβιάζονται μέσω των διαφόρων φαινομένων, όμως η θεωρία μπορεί να προσεγγίζει με μεγάλη επιτυχία την πραγματικότητα. Γνωρίζουμε ότι το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων χρησιμοποιεί στην θέση του χαρτοφυλακίου της αγοράς, κάποιο χρηματιστηριακό δείκτη ή τον γενικό δείκτη τιμών του χρηματιστηρίου, καθώς το θεωρητικό χαρτοφυλάκιο M είναι αδύνατο πρακτικά να μετρηθεί.¹⁰ Οπότε όταν το υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων δεν ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα, δεν σημαίνει απαραίτητα ότι δεν ισχύει, αλλά ότι ο δείκτης ο οποίος χρησιμοποιήθηκε δεν προσεγγίζει το πραγματικό χαρτοφυλάκιο στο οποίο αναφέρεται η θεωρία.

⁸ www.euretirio.com/fainomeno-proinis-iliofaneias/

⁹ www.euretirio.com/fainomeno-diathesimou-xrimatos/

¹⁰ “Κριτική του Roll”

Βιβλιογραφία

Διαδικτυακή

Βικιπαίδεια, Υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM). Online. Διαθέσιμο: [el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_\(CAPM\)](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_(CAPM))

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του μεγέθους (Stock market size effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretiro.com/fainomeno-megethous/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του σαββατοκύριακου (Weekend effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretiro.com/fainomeno-savvatokyriakou/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του Ιανουαρίου (January effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretiro.com/fainomeno-ianouariou/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο της πρωινής ηλιοφάνειας (Morning sunshine effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretiro.com/fainomeno-proinis-iliofaneias/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του διαθέσιμου χρήματος (House money effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretiro.com/fainomeno-diathesimou-xrimatos/

Ελληνόγλωσση

Βασιλείου Δ. και Ηρειώτης Ν. (2009), «Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου», Αθήνα: Rosili

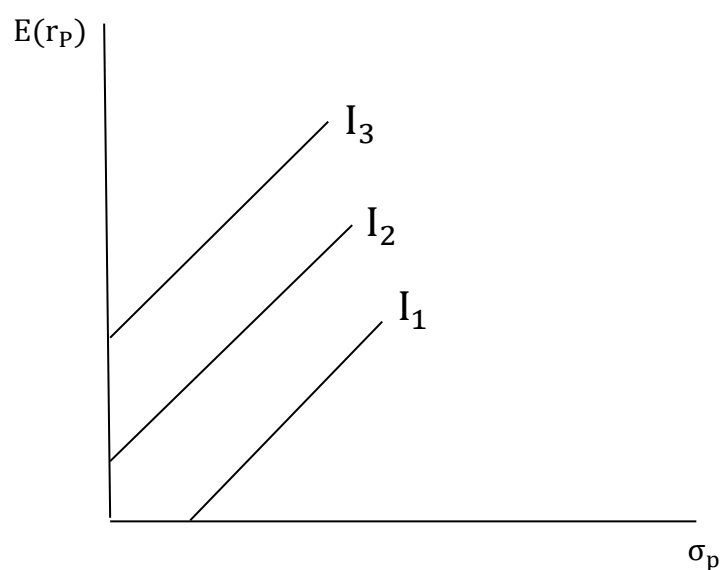
Σπύρου Ι. Σ. (2003), «ΑΓΟΡΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ & ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ», Αθήνα: Εκδόσεις Γ. Μπένου

Κεφάλαιο 4: Σύνθεση περιουσιακών στοιχείων

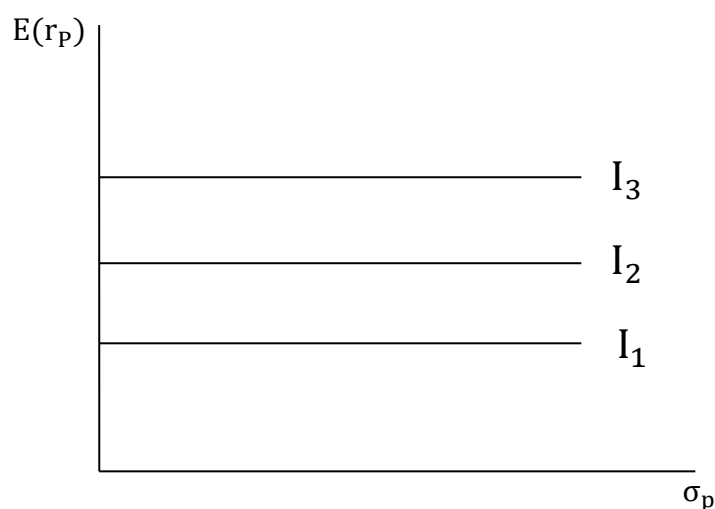
4.1 Χρησιμότητα και καμπύλες αδιαφορίας

Η χρησιμότητα (utility) χρησιμοποιείται για να περιγράψει την ικανοποίηση την οποία λαμβάνει κάποιος, από την κατανάλωση ενός αγαθού σε σύγκριση με κάποιο άλλο. Ο όρος χρησιμοποιείται στα οικονομικά μέσω του οποίου οι οικονομολόγοι περιγράφουν την απόλαυση ή την ικανοποίηση που λαμβάνει κάποιος από διάφορες οικονομικές δραστηριότητες όπως είναι η εργασία, η κατανάλωση ή η επένδυση. Όσες δραστηριότητες προσφέρουν ευχαρίστηση δημιουργούν θετική χρησιμότητα, ενώ οι δραστηριότητες οι οποίες προσφέρουν δυσαρέσκεια δημιουργούν αρνητική χρησιμότητα. Όλα τα άτομα τα οποία δραστηριοποιούνται σε μια οικονομία έχουν διαφορετικές προτιμήσεις, με συνέπεια οι οικονομικές δραστηριότητες να μην προσφέρουν την ίδια χρησιμότητα. Όπως είδαμε και στα προηγούμενα κεφάλαια, οι επενδυτές σκέφτονται και πράττουν με τρόπο ορθολογικό, προσπαθώντας να κατανεύσουν τον πλούτο τους με τρόπο τέτοιο ώστε να μεγιστοποιήσουν την χρησιμότητα που παράγεται από τις δραστηριότητές τους. Η μέτρηση της χρησιμότητας γίνεται μέσω των καμπυλών αδιαφορίας (indifference curves). Οι καμπύλες αδιαφορίας απεικονίζουν τους πιθανούς συνδυασμούς απόδοσης – κινδύνου, στις οποίες ο κάθε συνδυασμός παρέχει το ίδιο επίπεδο χρησιμότητας στον επενδυτή.

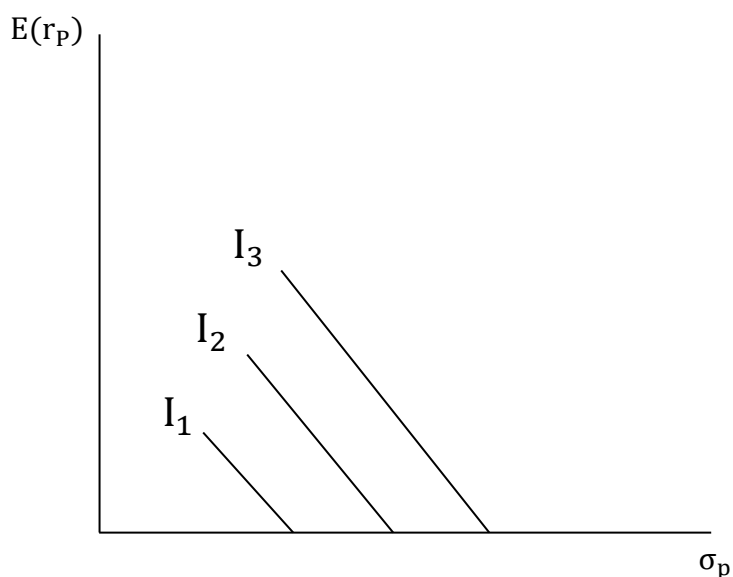
Διάγραμμα 4.1 – Καμπύλες αδιαφορίας επενδυτή που αποστρέφεται τον κίνδυνο



Διάγραμμα 4.2 – Καμπύλες αδιαφορίας επενδυτή που είναι ουδέτερος στον κίνδυνο



Διάγραμμα 4.3 – Καμπύλες αδιαφορίας επενδυτή που αποζητά τον κίνδυνο



Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται αντιληπτό ότι οι καμπύλες αδιαφορίας είναι παράλληλες μεταξύ τους. Όσο υψηλότερα βρίσκεται μια καμπύλη αδιαφορίας, τόσο μεγαλύτερη είναι και η χρησιμότητα την οποία προσφέρει στον επενδυτή. Ο επενδυτής ενδιαφέρεται κυρίως οι συνδυασμοί απόδοσης – κινδύνου να βρίσκονται πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας, χωρίς να τον απασχολεί ο συνδυασμός τον οποίο θα αποκτήσει, καθώς όλοι οι συνδυασμοί που βρίσκονται πάνω στην καμπύλη αδιαφορίας προσφέρουν την ίδια χρησιμότητα. Η κλίση και η θέση της καμπύλης αδιαφορίας καθορίζεται από τις προτιμήσεις του επενδυτή για ανάληψη κινδύνου. Αν ένας επενδυτής είναι συντηρητικός και

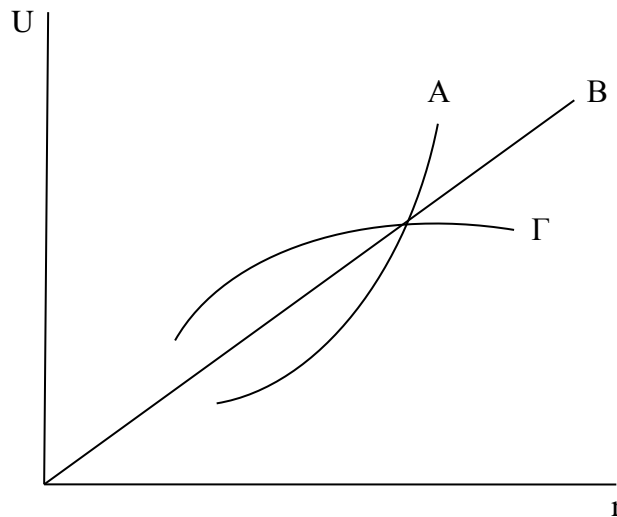
αποστρέφεται τον κίνδυνο (risk averse), τότε η καμπύλη αδιαφορίας του θα έχει μορφή όμοια με αυτή των καμπυλών αδιαφορίας του διαγράμματος 4.1, δηλαδή για να αναλάβει μικρές αυξήσεις στην ποσότητα του κινδύνου θα απαιτεί μεγάλες αυξήσεις στην απόδοση. Ένας επενδυτής είναι ουδέτερος στον κίνδυνο (risk neutral), όταν σε μια αύξηση του κινδύνου συνεχίζει να αποζητά την ίδια απόδοση, τότε η καμπύλη αδιαφορίας του θα έχει μορφή όμοια με αυτή των καμπυλών αδιαφορίας του διαγράμματος 4.2. Στην περίπτωση που ένας επενδυτής αποζητά τον κίνδυνο (risk lover), η καμπύλη αδιαφορίας του θα έχει μορφή όμοια με αυτή των καμπυλών αδιαφορίας του διαγράμματος 4.3, δηλαδή ο επενδυτής αυτός αποδέχεται μικρότερες αυξήσεις στην απόδοση για να αναλάβει μεγαλύτερες αυξήσεις στην ποσότητα του κινδύνου. Από την θεωρία χαρτοφυλακίου γνωρίζουμε ότι κάθε επενδυτής είναι ορθολογικός. Για να αναπτύξει την θεωρία χαρτοφυλακίου ο H.Markowitz έκανε τις εξής τρεις υποθέσεις:

1. Κάθε επενδυτής αναζητά την απόδοση και αποστρέφεται τον κίνδυνο.
2. Κάθε επενδυτής σκέφτεται και πράττει ορθολογικά κατά την λήψη αποφάσεων.
3. Κάθε επενδυτής λαμβάνει αποφάσεις με σκοπό την μεγιστοποίηση της προσδοκώμενης χρησιμότητας, που περιμένει να αποκομίσει από την πραγματοποίηση μιας επένδυσης.

Δηλαδή, εφόσον λάβουμε υπόψη μας τις παραπάνω υποθέσεις γίνεται αντιληπτό, ότι οι περισσότεροι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο. Συνήθως, οι επενδυτές που αποστρέφονται τον κίνδυνο απορρίπτουν χαρτοφυλάκια επενδύσεων τα οποία δεν αποφέρουν ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου και εξετάζουν κυρίως επενδύσεις χωρίς κίνδυνο ή στρέφονται στην κερδοσκοπία, δηλαδή αναλαμβάνουν κίνδυνο περιμένοντας ότι θα ανταμειφθούν από αυτή τους την πράξη. Όσοι επενδυτές είναι ουδέτεροι ως προς τον κίνδυνο, κρίνουν δίνοντας έμφαση στην αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου που περιλαμβάνει επικίνδυνα αξιόγραφα, χωρίς να ενδιαφέρονται για τον κίνδυνο που εμπεριέχει το χαρτοφυλάκιο αυτό. Οι επενδυτές που αποζητούν τον κίνδυνο και είναι λάτρεις του, αρέσκονται να επενδύουν σε χαρτοφυλάκια τα οποία δεν αποφέρουν ανταμοιβή για την ανάληψη κινδύνου, καθώς επίσης αρέσκονται να διαθέτουν τα χρήματά τους και σε τζόγο. Σε αυτό το σημείο πρέπει να αναφέρουμε την οριακή χρησιμότητα του πλούτου (marginal utility of wealth), η οποία πρόκειται για την πρόσθετη χρησιμότητα που αποκομίζει ένας επενδυτής σε κάθε αύξηση του πλούτου του κατά ένα ευρώ. Κάθε αύξηση στον πλούτο ενός επενδυτή δημιουργεί πάντα πρόσθετη θετική χρησιμότητα, όμως η αύξηση αυτή έχει ως συνέπεια την διαχρονική της μείωση, καθώς ο επενδυτής λαμβάνει συνεχώς μικρότερη ευχαρίστηση από

κάθε θετική μεταβολή στον πλούτο του. Το φαινόμενο αυτό αποδίδεται ως ο νόμος της φθίνουσας οριακής χρησιμότητας (law of diminishing marginal utility).

Διάγραμμα 4.4 – Οριακή χρησιμότητα



Στο παραπάνω διάγραμμα απεικονίζονται τρεις καμπύλες αδιαφορίας. Η καμπύλη αδιαφορίας A, απεικονίζει μια αύξουσα οριακή χρησιμότητα (increasing marginal utility), δηλαδή για κάθε αύξηση της απόδοσης η οποία είναι ίση με την προηγούμενη, ο επενδυτής λαμβάνει συνεχώς μεγαλύτερη ικανοποίηση. Η καμπύλη αδιαφορίας B, απεικονίζει μια σταθερή οριακή χρησιμότητα (constant marginal utility), δηλαδή η ικανοποίηση του επενδυτή μεταβάλλεται τόσο όσο μεταβάλλεται και η απόδοση. Τέλος, η καμπύλη αδιαφορίας Γ, απεικονίζει μια φθίνουσα οριακή χρησιμότητα (diminishing marginal utility), δηλαδή για κάθε αύξηση της απόδοσης η οποία είναι ίση με την προηγούμενη, ο επενδυτής λαμβάνει συνεχώς μικρότερη ικανοποίηση. Αν λάβουμε υπόψη μας ότι οι επενδυτές σκέφτονται ορθολογικά και πράττουν με ανάλογο τρόπο, τότε μπορούμε να συμπεράνουμε ότι η καμπύλη αδιαφορίας των περισσότερων επενδυτών έχει την μορφή της Γ, καθώς οι περισσότεροι επενδυτές αποστρέφονται τον κίνδυνο. Κάθε επενδυτής διανέμει διαφορετικά τον πλούτο του και έχει μια μοναδική συνάρτηση χρησιμότητας. Ο κίνδυνος θεωρείται ως μια ποινή κινδύνου για κάθε επενδυτή που τον αποστρέφεται και αφαιρείται από την αναμενόμενη απόδοση του χαρτοφυλακίου κάθε επενδυτή. Η τιμή της συνάρτησης χρησιμότητας θεωρείται ως μια βαθμολογία χρησιμότητας (utility score), κατά την οποία τα χαρτοφυλάκια που έχουν υψηλότερη βαθμολογία παρέχουν μεγαλύτερη χρησιμότητα, σε αντίθεση με τα χαρτοφυλάκια τα οποία έχουν μικρότερη βαθμολογία. Αν συμβολίσουμε με U την αξία χρησιμότητας ενός

χαρτοφυλακίου και A τον βαθμό αποστροφής ενός επενδυτή στον κίνδυνο, τότε η χρησιμότητα την οποία προσφέρει ένα χαρτοφυλάκιο σε έναν επενδυτή, δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$U = E(r) - 0,005A\sigma^2 \quad (4.1)$$

Ο αριθμός 0,005 αποτελεί έναν συντελεστή τυποποίησης ο οποίος επιτρέπει την έκφραση της αναμενόμενης απόδοσης και της διακύμανσης σε ποσοστιαία μορφή. Στην περίπτωση που η αναμενόμενη απόδοση και η διακύμανση εκφράζονται σε δεκαδική μορφή, τότε η χρησιμότητα την οποία προσφέρει ένα χαρτοφυλάκιο σε έναν επενδυτή, δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$U = E(r) - 0,5A\sigma^2 \quad (4.2)$$

Ο όρος της εξίσωσης $0,5A\sigma^2$ αποτελεί μια ποινή κινδύνου, και εφόσον αφαιρεθεί από την αναμενόμενη απόδοση αποδίδει την χρησιμότητα, η οποία μπορεί να ερμηνευτεί και ως η προσαρμοσμένη στον κίνδυνο αναμενόμενη απόδοση ενός χαρτοφυλακίου. Η ποινή κινδύνου συμπεριλαμβάνει και τον βαθμό αποστροφής του επενδυτή στον κίνδυνο όπως διακρίνουμε από την παραπάνω εξίσωση. Το μέγεθος της τιμής του βαθμού αποστροφής στον κίνδυνο, αντικατοπτρίζει τις προθέσεις του επενδυτή για ανάληψη κινδύνου. Στην περίπτωση που ένας επενδυτής είναι ουδέτερος στον κίνδυνο, τότε ο βαθμός αποστροφής στον κίνδυνο είναι ίσος με 0. Στην περίπτωση που ένας επενδυτής είναι λάτρης του κινδύνου και παρουσιάζει ανοχή στον κίνδυνο (risk tolerance), τότε ο βαθμός αποστροφής στον κίνδυνο κυμαίνεται μεταξύ 1-2. Τέλος, στην περίπτωση που ένας επενδυτής αποστρέφεται τον κίνδυνο, τότε ο βαθμός αποστροφής στον κίνδυνο κυμαίνεται μεταξύ 6-8. Γενικά, θεωρείται ότι μια μετριοπαθή αποστροφή στον κίνδυνο κυμαίνεται μεταξύ 2-4. Διαπιστώνουμε ότι από τις εξισώσεις (4.1) και (4.2) προκύπτει η χρησιμότητα επενδύσεων, οι οποίες ενέχουν μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου. Εφόσον ένας επενδυτής επιλέξει να επενδύσει τα χρήματά του στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, η χρησιμότητα της επένδυσης αυτής είναι ίση με την απόδοσή του, καθώς η επένδυση αυτή δεν εμπεριέχει κίνδυνο με αποτέλεσμα η τιμή της ποινής κινδύνου να είναι ίση με το μηδέν. Συνεπώς, η χρησιμότητα ενός χαρτοφυλακίου το οποίο αποτελείται από αξιόγραφα μηδενικού κινδύνου αποδίδει την απόδοση που είναι ισοδύναμη με την βεβαιότητα (certainty equivalent rate of return). Κάθε χαρτοφυλάκιο το οποίο εμπεριέχει «επικίνδυνες» επενδύσεις, για να θεωρείται ελκυστικό από τους επενδυτές, θα πρέπει η χρησιμότητά του να είναι μεγαλύτερη από την απόδοση στην βεβαιότητα.

4.2 Πρώτα η ασφάλεια

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε διάφορους δείκτες οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την σύγκριση χαρτοφυλακίων όπως το μέτρο του Treynor ή το μέτρο του Sharpe. Ο Roy (1952) πρότεινε μια τεχνική διαχείρισης κινδύνου, η οποία χρησιμοποιεί τον κίνδυνο αποτυχίας εκπλήρωσης ενός στόχου (shortfall risk). Ο κίνδυνος αυτός προέρχεται από το γεγονός, η αξία ενός χαρτοφυλακίου να βρεθεί σε μικρότερο ύψος από αυτό που έχει θέσει ένας επενδυτής κατά την διάρκεια μιας ορισμένης χρονικής περιόδου. Σύμφωνα με το κριτήριο «πρώτα η ασφάλεια» (safety-first) του Roy, το άριστο χαρτοφυλάκιο για έναν επενδυτή είναι εκείνο το οποίο ελαχιστοποιεί την πιθανότητα, η απόδοσή του να βρεθεί σε μικρότερο όριο από αυτό που έχει θέσει ο επενδυτής. Αν συμβολίσουμε με R_L το κατώτατο όριο στο οποίο ο επενδυτής δεν επιθυμεί να βρεθεί η απόδοση του χαρτοφυλακίου του, τότε το κριτήριο «πρώτα η ασφάλεια» του Roy, δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

$$SFRatio = \frac{E(R_P) - R_L}{\sigma_P} \quad (4.3)$$

Εφόσον ένας επενδυτής χρησιμοποιήσει το μέτρο του Roy (SFRatio), για να επιλέξει το άριστο χαρτοφυλάκιο μεταξύ διαφόρων χαρτοφυλακίων, θα πρέπει πρώτα να υπολογίσει το μέτρο του Roy (SFRatio) για κάθε χαρτοφυλάκιο το οποίο θέλει να συγκρίνει με τα υπόλοιπα και στην συνέχεια να επιλέξει εκείνο το χαρτοφυλάκιο, το οποίο θα έχει το μεγαλύτερο μέτρο του Roy (SFRatio).

4.3 Επιλογή κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων

Πολλές φορές ένας επενδυτής είναι πιθανό να βρεθεί σε δίλημμα σχετικά με την επιλογή της κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων (asset class), στην οποία σκοπεύει να επενδύσει τα κεφάλαιά του. Για να επιλέξει ένας επενδυτής αν θα απορρίψει ή αν θα συμπεριλάβει την εξεταζόμενη κατηγορία περιουσιακών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο του, μπορεί να ακολουθήσει μια ποσοτική προσέγγιση.¹ Στην περίπτωση αυτή, ο επενδυτής θα πρέπει να υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση της νέας κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων ($E(R_{new})$), την τυπική απόκλισή της (σ_{new}), καθώς και την απόδοση του περιουσιακού

¹ Αναφέρεται στη συστηματική διερεύνηση φαινομένων με στατιστικές μεθόδους, μαθηματικά μοντέλα και αριθμητικά δεδομένα

στοιχείου χωρίς κίνδυνο (R_f). Στην συνέχεια θα πρέπει να υπολογίσει το μέτρο Sharpe της νέας κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων $\left(\frac{E(R_{new})-R_f}{\sigma_{new}}\right)$, καθώς και το μέτρο Sharpe του χαρτοφυλακίου που έχει στην κατοχή του $\left(\frac{E(R_p)-R_f}{\sigma_p}\right)$. Τέλος, θα πρέπει να υπολογίσει τον συντελεστή συσχέτισης της νέας κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων με το χαρτοφυλάκιο που ο επενδυτής έχει ήδη στην κατοχή του ($\text{Corr}(R_{new}, R_p)$). Εφόσον ο επενδυτής ολοκληρώσει την διαδικασία αυτή, για να αποφασίσει αν θα συμπεριλάβει τη νέα κατηγορία περιουσιακών στοιχείων ή αν θα την απορρίψει, θα πρέπει να συγκρίνει το μέτρο Sharpe της νέας κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων με το γινόμενο μεταξύ του μέτρου Sharpe του χαρτοφυλακίου που έχει στην κατοχή του και του συντελεστή συσχέτισης των δύο περιουσιακών στοιχείων. Από την σύγκριση αυτή, θα πρέπει να ισχύει η παρακάτω ανισότητα:

$$\frac{E(R_{new}) - R_f}{\sigma_{new}} > \left(\frac{E(R_p) - R_f}{\sigma_p}\right) \text{Corr}(R_{new}, R_p) \quad (4.4)$$

Αν η παραπάνω ανισότητα ισχύει, τότε ο επενδυτής θα πρέπει να συμπεριλάβει τη νέα κατηγορία περιουσιακών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο του, βελτιώνοντας έτσι την θέση του χαρτοφυλακίου του στο αποτελεσματικό σύνορο, καθώς η απόδοση του νέου χαρτοφυλακίου θα είναι υψηλότερη σε σύγκριση με το προηγούμενο χαρτοφυλάκιο, το οποίο είχε στην κατοχή του. Διαφορετικά, αν η παραπάνω ανισότητα δεν ισχύει, τότε ο επενδυτής θα πρέπει να απορρίψει τη νέα κατηγορία περιουσιακών στοιχείων.

4.4 Βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς

Είναι πιθανό ένας επενδυτής να θέλει να χρησιμοποιήσει μια μέθοδο βελτιστοποίησης, έτσι ώστε να καθορίσει τα ποσοστά συμμετοχής κάθε επένδυσης που συμπεριλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο του έχοντας ελάχιστη διακύμανση. Ο Black (1972) πρότεινε μια μέθοδο βελτιστοποίησης, η οποία δεν θέτει περιορισμούς στα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων που συμπεριλαμβάνεται σε ένα χαρτοφυλάκιο, με μοναδική προϋπόθεση το άθροισμα του ποσοστού συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων, να ισούται με την μονάδα (δηλαδή $\sum w_i = 1$). Για να επιτευχθεί η βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς (unconstraint optimization), εφαρμόζεται το θεώρημα των δύο

κεφαλαίων (two – fund theorem), το οποίο διατυπώθηκε από τον Black, αναφέροντας ότι τα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων ενός χαρτοφυλακίου με ελάχιστη διακύμανση, είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των ποσοστών συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων δύο οποιονδήποτε άλλων χαρτοφυλακίων με ελάχιστη διακύμανση. Δηλαδή, εφόσον ένας επενδυτής έχει στην κατοχή του δύο χαρτοφυλάκια A και B αντίστοιχα, και επιθυμεί να του αποδώσουν μια συγκεκριμένη απόδοση, τότε για να βρει το ποσοστό συμμετοχής κάθε χαρτοφυλακίου, θα πρέπει να χρησιμοποιήσει τον παρακάτω τύπο:

$$E(r) = E(r_A)w + E(r_B)(1 - w) \quad (4.5)$$

Εφόσον ένας επενδυτής έχει βρει τα ποσοστά συμμετοχής κάθε χαρτοφυλακίου, τότε θα πρέπει για κάθε κατηγορία περιουσιακών στοιχείων να πολλαπλασιάσει το ποσοστό συμμετοχής κάθε χαρτοφυλακίου με το ποσοστό συμμετοχής που είχε η κατηγορία περιουσιακών στοιχείων σε κάθε ένα από τα χαρτοφυλάκια A και B αντίστοιχα, και να τα προσθέσει έτσι ώστε το νέο ποσοστό συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων, να δώσει στον επενδυτή την επιθυμητή απόδοση. Στην περίπτωση που ένας επενδυτής θελήσει να επιβεβαιώσει την παραπάνω διαδικασία, θα πρέπει να αθροίσει το νέο ποσοστό συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων, έχοντας ως αποτέλεσμα την μονάδα. Συνεπώς, εφόσον ένας επενδυτής επιλέξει την βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς, έχοντας καθορίσει την απόδοση την οποία επιθυμεί να του προσφέρει το χαρτοφυλάκιο με ελάχιστη διακύμανση, χρησιμοποιώντας την μέθοδο που περιγράφεται παραπάνω, μπορεί να καθορίσει τα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων (δηλαδή τα βάρη του χαρτοφυλακίου), των δύο άλλων χαρτοφυλακίων που έχει στην κατοχή του, έτσι ώστε να αποκομίσει την απόδοση την οποία επιθυμεί.

4.5 Θεώρημα γωνιακού χαρτοφυλακίου

Όπως αναφέραμε και στην προηγούμενη παράγραφο, είναι πιθανό ένας επενδυτής να θέλει να χρησιμοποιήσει μια μέθοδο βελτιστοποίησης, έτσι ώστε να καθορίσει τα ποσοστά συμμετοχής κάθε επένδυσης που συμπεριλαμβάνεται στο χαρτοφυλάκιο του, έχοντας ελάχιστη διακύμανση. Το θεώρημα των δύο κεφαλαίων του Black (1972), μπορεί να χρησιμοποιηθεί και στην περίπτωση που ένας επενδυτής θέλει τα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων στο χαρτοφυλάκιο του, να μην παίρνουν αρνητικές τιμές και το άθροισμά τους να ισούται με την μονάδα. Στην βελτιστοποίηση χωρίς περιορισμούς,

ορισμένες κατηγορίες περιουσιακών που συμπεριλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή, μπορεί να εμφανίσουν αρνητικές τιμές στα ποσοστά συμμετοχής τους. Η ύπαρξη αρνητικού πρόσημου στο ποσοστό συμμετοχής μιας ή περισσοτέρων κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων που συμπεριλαμβάνονται στο χαρτοφυλάκιο ενός επενδυτή, σημαίνει ότι ο επενδυτής αυτός θα πρέπει προβεί σε ανοικτή (ή ακάλυπτη) πώληση² της συγκεκριμένης κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων. Πρέπει να αναφέρουμε ότι η παραπάνω προσέγγιση λέγεται βελτιστοποίηση με περιορισμό ως προς το πρόσημο (sign-constrained optimization). Οπότε, σύμφωνα με τον περιορισμό αυτόν, το ποσοστό συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων, θα έχει θετικό πρόσημο ή δεν θα έχει ποσοστό συμμετοχής στο χαρτοφυλάκιο. Υπάρχει μια παρατήρηση μέσω της οποίας αναφέρεται ότι, ένας επενδυτής ο οποίος έχει διάφορες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων στην κατοχή του, μπορεί να δημιουργήσει διάφορα υποθετικά χαρτοφυλάκια τα οποία θα περιλαμβάνουν τις ίδιες κατηγορίες περιουσιακών στοιχείων, έχοντας η κάθε κατηγορία περιουσιακών στοιχείων διαφορετικό ποσοστό συμμετοχής σε κάθε ένα από τα χαρτοφυλάκια ελάχιστης διακύμανσης, των οποίων τα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων θα παίρνουν διαφορετικές τιμές, σε κάθε χαρτοφυλάκιο ελάχιστης διακύμανσης το οποίο αντιστοιχεί σε μια διαφορετική αναμενόμενη απόδοση. Τα χαρτοφυλάκια αυτά μπορούν να αναφερθούν και ως γωνιακά χαρτοφυλάκια (corner portfolios). Κάθε γωνιακό χαρτοφυλάκιο το οποίο βρίσκεται δίπλα σε ένα άλλο γωνιακό χαρτοφυλάκιο, συνθέτει ένα τμήμα της καμπύλης ελάχιστου κινδύνου. Πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου βρίσκονται άπειρα γωνιακά χαρτοφυλάκια, και κάθε γωνιακό χαρτοφυλάκιο προσφέρει έναν διαφορετικό συνδυασμό απόδοσης – κινδύνου, ο οποίος καθορίζεται από τα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων, τα οποία είναι μοναδικά για κάθε γωνιακό χαρτοφυλάκιο. Στην βελτιστοποίηση με περιορισμό ως προς το πρόσημο, τα ποσοστά συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών ενός γωνιακού χαρτοφυλακίου με ελάχιστη διακύμανση, αποτελούν γραμμικό συνδυασμό των ποσοστών συμμετοχής κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων των δύο διπλανών γωνιακών χαρτοφυλακίων, σε σχέση με την αναμενόμενη απόδοση ή την τυπική απόκλιση. Τα παραπάνω συγκροτούν το θεώρημα του γωνιακού χαρτοφυλακίου (corner portfolio theorem).

² Ανοικτή (ή ακάλυπτη) πώληση (short selling) είναι ο δανεισμός και η απευθείας πώληση αξιογράφων· και η μελλοντική επαναγορά τους, με την προσμονή μιας επικείμενης πτώσης της τιμής, για την επίτευξη κέρδους από την διαφορά των δύο τιμών

4.6 Το πλήρες χαρτοφυλάκιο

Από την θεωρία κεφαλαιαγορών, γνωρίζουμε την μέθοδο την οποία πρέπει να ακολουθήσει ένας επενδυτής, ο οποίος επιθυμεί να τοποθετήσει τα κεφάλαιά του ανάμεσα σε αξιόγραφα τα οποία ενέχουν μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου και στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, επιλέγοντας το χαρτοφυλάκιο το οποίο είναι άριστο για εκείνον. Μια παρόμοια προσέγγιση δόθηκε από τους Bodie, Kane και Marcus, οι οποίοι αναφέρουν ότι για να καταταχθεί το κεφάλαιο ενός επενδυτή, μεταξύ ενός επενδυτικού στοιχείου με κίνδυνο και ενός περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, θα πρέπει αρχικά να δημιουργηθεί η γραμμή κατανομής κεφαλαίων (capital allocation line – CAL), η οποία απεικονίζει τους διάφορους συνδυασμούς απόδοσης – κινδύνου, και στην συνέχεια να καθοριστεί το σημείο της γραμμής κατανομής κεφαλαίων, το οποίο προσφέρει την μέγιστη χρησιμότητα. Αν ένας επενδυτής επιθυμεί να τοποθετήσει ποσοστό της αξίας του κεφαλαίου του ίσο με w στο χαρτοφυλάκιο P το οποίο αποτελείται από «επικίνδυνα» αξιόγραφα και ποσοστό της αξίας του κεφαλαίου του ίσο με $(1-w)$ στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο, τότε η αναμενόμενη απόδοση $E(r_c)$ ενός πλήρους χαρτοφυλακίου (complete portfolio), δίνεται από τον παρακάτω τύπο:

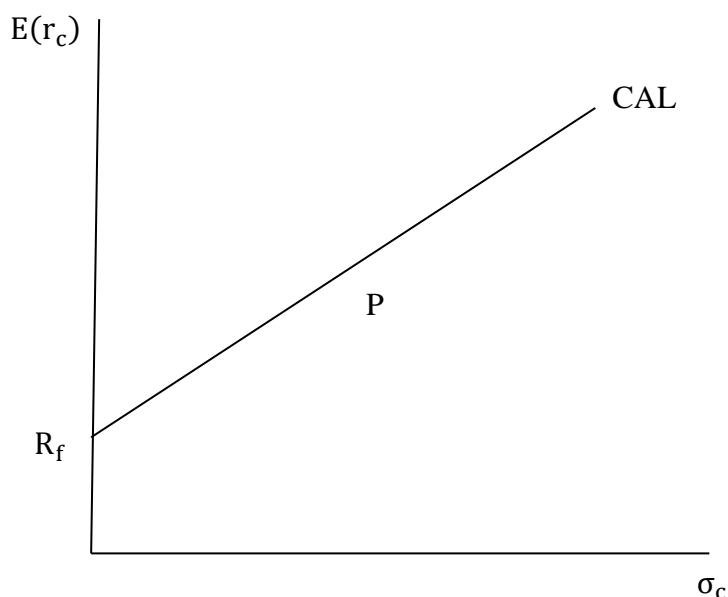
$$E(r_c) = R_f + w[E(r_p) - R_f] \quad (4.6)$$

Αντίστοιχα, ο κίνδυνος ενός πλήρους χαρτοφυλακίου το οποίο θα αποτελείται από τον συνδυασμό μεταξύ «επικίνδυνων» και «ακίνδυνων» επενδύσεων, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\sigma_c = w\sigma_p \quad (4.7)$$

Οι διαθέσιμοι συνδυασμοί μεταξύ απόδοσης – κινδύνου ενός πλήρους χαρτοφυλακίου, αναπαρίστανται από την γραμμή κατανομής κεφαλαίων, η οποία απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Διάγραμμα 4.5 – Γραμμή κατανομής κεφαλαίων



Η γραμμή κατανομής κεφαλαίων, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$E(r_c) = R_f + \frac{[E(r_p) - R_f]}{\sigma_p} \sigma_c \quad (4.8)$$

Ο όρος $(E(r_p) - R_f)/\sigma_p$ αναπαριστά την κλίση της γραμμής κατανομής κεφαλαίων, η οποία πρόκειται για το μέτρο του Sharpe. Η κλίση της γραμμής κατανομής κεφαλαίων παριστάνει την πρόσθετη απόδοση που αποκομίζει ο επενδυτής ανά μονάδα κινδύνου, παραμένοντας σταθερή ανεξάρτητα από το πλήρες χαρτοφυλάκιο που θα επιλέξει ο επενδυτής, καθώς η επιλογή του χαρτοφυλακίου αυτού γίνεται βάσει των προτιμήσεών του. Στην περίπτωση που το χαρτοφυλάκιο P είναι το χαρτοφυλάκιο της αγοράς M, τότε η γραμμή κατανομής κεφαλαίων είναι η γραμμή κεφαλαιαγοράς. Πάνω στην γραμμή κατανομής κεφαλαίων βρίσκονται άπειρα χαρτοφυλάκια, τα οποία αποτελούνται από τον συνδυασμό του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο και αξιογράφων που εμπεριέχουν μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου. Υπάρχει ένας συνδυασμός, ο οποίος μεγιστοποιεί την χρησιμότητα του επενδυτή, προσφέροντας τον άριστο σε αυτόν συνδυασμό. Ο άριστος συνδυασμός των περιουσιακών στοιχείων ενός πλήρους χαρτοφυλακίου, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$w^* = \frac{E(r_p) - R_f}{0,01A\sigma_p^2} \quad (4.9)$$

Το ποσοστό w^* θα πρέπει να επενδυθεί στο χαρτοφυλάκιο P, ενώ το υπόλοιπο ποσοστό ($1-w^*$) θα πρέπει να επενδυθεί στο περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο. Εφόσον ένας επενδυτής επιλέξει την σχέση (4.9) για να καθορίσει τα ποσοστά συμμετοχής του χαρτοφυλακίου P και του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, τότε ο επενδυτής αυτός αποστρέφεται τον κίνδυνο και το χαρτοφυλάκιο που έχει στην κατοχή του, είναι το άριστο πλήρες χαρτοφυλάκιο.

4.7 Το άριστο χαρτοφυλάκιο

Στην προηγούμενη παράγραφο είδαμε τον τρόπο δημιουργίας ενός πλήρους χαρτοφυλακίου, το οποίο αποτελείται από το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο και από το χαρτοφυλάκιο P. Το χαρτοφυλάκιο P, αποτελείται από τον συνδυασμό διαφόρων κατηγοριών περιουσιακών στοιχείων, οι οποίες ενέχουν μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου. Ένας επενδυτής για να δημιουργήσει το χαρτοφυλάκιο P, το οποίο καλείται ως άριστο χαρτοφυλάκιο, θα πρέπει να υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση του χαρτοφυλακίου κάθε κατηγορίας περιουσιακών στοιχείων, καθώς και την συνδιακύμανση αυτών. Στην συνέχεια, θα πρέπει να δημιουργήσει την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου, η οποία θα αποτελείται από όλους τους διαθέσιμους συνδυασμούς απόδοσης – κινδύνου των διαφόρων χαρτοφυλακίων. Αφού έχει δημιουργήσει την καμπύλη ελάχιστου κινδύνου, θα πρέπει να δημιουργήσει την γραμμή κατανομής κεφαλαίων, η οποία θα εφάπτεται στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου προσδιορίζοντας το άριστο χαρτοφυλάκιο. Η γραμμή κατανομής κεφαλαίων παρέχει την υψηλότερη ανταμοιβή ανά μονάδα κινδύνου, καθώς υπερισχύει έναντι όλων των άλλων γραμμών. Άρα, η μέγιστη κλίση της γραμμής κατανομής κεφαλαίων³, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\text{Max } S_p = \frac{E(r_p) - R_f}{\sigma_p} \quad (4.10)$$

Είναι λογικό ένας επενδυτής να έχει θέσει ορισμένους περιορισμούς, όπως την απαγόρευση δανεισμού ($\sum w_i = 1$), την απαγόρευση ανοικτών πωλήσεων ($w_i \geq 0$) κλπ. Όσους περισσότερους περιορισμούς θέτει ένας επενδυτής, τόσο μικρότερη τιμή δίνει το μέτρο Sharpe. Στην περίπτωση την οποία υπάρχουν δύο χαρτοφυλάκια α και β (ή δύο αξιόγραφα), τα οποία εμπεριέχουν μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου και ισχύει ότι $\sum w_i = 1$, τότε το

³ Η τιμή αντιστοιχεί στο άριστο χαρτοφυλάκιο και κανένας άλλος συνδυασμός δεν μπορεί να την υπερβεί

ποσοστό συμμετοχής του χαρτοφυλακίου α που συμμετέχει στο άριστο χαρτοφυλάκιο, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

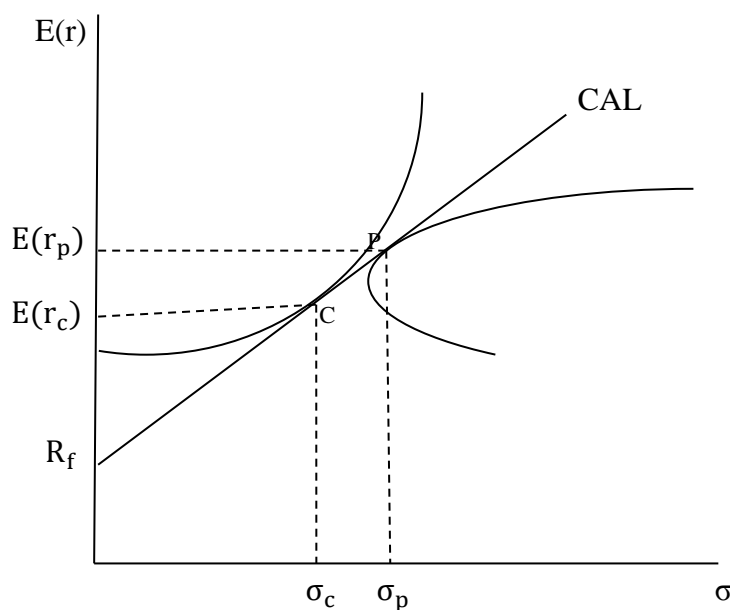
$$w_{\alpha} = \frac{[E(r_{\alpha}) - r_f]\sigma_{\beta}^2 - [E(r_{\beta}) - r_f]\text{COV}_{\alpha\beta}}{[E(r_{\alpha}) - r_f]\sigma_{\beta}^2 + [E(r_{\beta}) - r_f]\sigma_{\alpha}^2 - [E(r_{\alpha}) - r_f + E(r_{\beta}) - r_f]\text{COV}_{\alpha\beta}} \quad (4.11)$$

Αντίστοιχα, το ποσοστό συμμετοχής του χαρτοφυλακίου β που συμμετέχει στο άριστο χαρτοφυλάκιο, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$w_{\beta} = 1 - w_{\alpha} \quad (4.12)$$

Εφόσον, ένας επενδυτής έχει βρει το ποσοστό με το οποίο θα συμμετέχει το χαρτοφυλάκιο α και β στο άριστο χαρτοφυλάκιο, θα πρέπει να υπολογίσει την αναμενόμενη απόδοση και την τυπική απόκλιση του άριστου χαρτοφυλακίου. Ο υπολογισμός αυτός μπορεί να γίνει εύκολα με την χρήση της θεωρίας χαρτοφυλακίου του H.Markowitz. Τέλος, εφόσον η αναμενόμενη απόδοση και η τυπική απόκλιση ενός άριστου χαρτοφυλακίου είναι γνωστές σε έναν επενδυτή, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την δημιουργία του πλήρους χαρτοφυλακίου, το οποίο εφόσον θα συμπεριλαμβάνει το άριστο χαρτοφυλάκιο, θα καλείται ως πλήρες άριστο χαρτοφυλάκιο. Η επιλογή του άριστου χαρτοφυλακίου και του πλήρους χαρτοφυλακίου απεικονίζονται στο παρακάτω διάγραμμα

Διάγραμμα 4.6 – Επιλογή άριστου και πλήρους χαρτοφυλακίου



4.8 Συντελεστής απόρριψης για την δημιουργία ενός άριστου χαρτοφυλακίου

Το 1978 οι Elton, Gruber και Padberg πρότειναν μια μέθοδο για την δημιουργία ενός άριστου χαρτοφυλακίου, η οποία υποθέτει ότι το υπόδειγμα του ενός δείκτη αντικατοπτρίζει με ακρίβεια την δομή της συνδιακύμανσης των αποδόσεων των αξιογράφων. Κάθε επενδυτής μπορεί να δανείσει ή να δανειστεί, εισπράττοντας ή καταβάλλοντας την απόδοση του περιουσιακού στοιχείου χωρίς κίνδυνο, με τον περιορισμό ότι απαγορεύονται οι ανοικτές πωλήσεις (short sales)⁴. Η μέθοδος αυτή μας πληροφορεί ότι το άριστο χαρτοφυλάκιο βρίσκεται στο σημείο, που η γραμμή η οποία αρχίζει από το περιουσιακό στοιχείο χωρίς κίνδυνο εφάπτεται στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου. Βασική προϋπόθεση του υποδείγματος, είναι ότι τα αξιόγραφα που θα συμμετέχουν στο άριστο χαρτοφυλάκιο πραγματοποίησαν θετικές αποδόσεις κατά την εξεταζόμενη περίοδο.⁵ Τα αξιόγραφα που συμπεριλαμβάνονται στο άριστο χαρτοφυλάκιο, συνδέονται άμεσα με την επιθυμία ενός επενδυτή να συμπεριληφθούν σε αυτό. Η επιθυμία αυτή προκύπτει από τον δείκτη «πρόσθετης απόδοσης»⁶, δηλαδή προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$\frac{E(r_i) - R_f}{b_i} \quad (4.13)$$

Εφόσον, ένας επενδυτής έχει υπολογίσει τον δείκτη πρόσθετης απόδοσης κάθε αξιογράφου το οποίο επιθυμεί να συμπεριλάβει στο άριστο χαρτοφυλάκιο, θα πρέπει αρχικά να κατατάξει κάθε αξιόγραφο σε φθίνουσα σειρά βάσει του δείκτη πρόσθετης απόδοσης (δηλαδή έχοντας ως κριτήριο την επιθυμία του). Από όλα τα αξιόγραφα τα οποία επιθυμεί ένας επενδυτής να συμπεριλάβει στο άριστο χαρτοφυλάκιο, μόνο ορισμένα από αυτά θα συμπεριληφθούν σε αυτό. Για την επιλογή του αριθμού των αξιογράφων, θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί ο άριστος συντελεστής απόρριψης C^* (cutoff rate). Όσα αξιόγραφα έχουν δείκτη πρόσθετης απόδοσης μεγαλύτερο από τον άριστο συντελεστή απόρριψης, θα συμπεριλαμβάνονται στο άριστο χαρτοφυλάκιο, καθώς επίσης όσα αξιόγραφα έχουν δείκτη πρόσθετης απόδοσης μικρότερο από τον άριστο συντελεστή απόρριψης, θα απορρίπτονται από το άριστο χαρτοφυλάκιο. Κάθε αξιόγραφο έχει έναν συντελεστή C_i , ο οποίος είναι ένας υποψήφιος άριστος συντελεστής

⁴ Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου, παρ. 11.8, σελ. 363

⁵ Κατά συνέπεια αξιόγραφα με αρνητικές αναμενόμενες αποδόσεις, απορρίπτονται αυτόματα πριν την διεξαγωγή της διαδικασίας για τον υπολογισμό του άριστου χαρτοφυλακίου

⁶ Ο δείκτης πρόσθετης απόδοσης αντιστοιχεί στον δείκτη Treynor

απόρριψης. Όταν ανάμεσα σε έναν αριθμό αξιογράφων, ο συντελεστής C_i του πρώτου αξιογράφου που η πρόσθετη απόδοση δια βήτα θα είναι μικρότερη από τον συντελεστή C_i αυτού, τότε ο συντελεστής C_i του προηγούμενου αξιογράφου, είναι ο άριστος συντελεστής απόρριψης. Κάθε αξιόγραφο το οποίο έχει ταξινομηθεί σε θέση ίση ή υψηλότερη του άριστου συντελεστή απόρριψης, θα συμπεριλαμβάνεται στο άριστο χαρτοφυλάκιο. Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, ο συντελεστής C_i προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$C_i = \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \frac{(E(r_j) - R_f)b_j}{\sigma_{ej}^2} / \left(1 + \sigma_m^2 \sum_{j=1}^i \left(\frac{b_j^2}{\sigma_{ej}^2} \right) \right) \quad (4.14)$$

Χρησιμοποιώντας τον συντελεστή C_i , ένας επενδυτής μπορεί να καθορίσει τα αξιόγραφα που θα συμμετέχουν στο άριστο χαρτοφυλάκιο. Εφόσον έχουν καθοριστεί τα αξιόγραφα αυτά, στην συνέχεια θα πρέπει να υπολογιστεί το ποσοστό συμμετοχής κάθε αξιογράφου που συμμετέχει στο άριστο χαρτοφυλάκιο. Το ποσοστό συμμετοχής X_i κάθε αξιογράφου το οποίο συμπεριλαμβάνεται στο άριστο χαρτοφυλάκιο, προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$X_i = Z_i / \left(\sum_{j=1}^N Z_j \right) \quad (4.15)$$

Μέσω της σχέσης (4.15) καθορίζονται οι σταθμίσεις των αξιογράφων στο άριστο χαρτοφυλάκιο, έτσι ώστε το άθροισμά τους να ισούται με την μονάδα, υποδηλώνοντας πλήρη επένδυση. Η σχετική επένδυση Z_i , προκύπτει από τον παρακάτω τύπο:

$$Z_i = \frac{b_i}{\sigma_{ei}^2} \left(\frac{(E(r_i) - R_f)}{b_i} - C^* \right) \quad (4.16)$$

4.9 Προσαρμοστικότητα χαρτοφυλακίου

Η προσαρμοστικότητα χαρτοφυλακίου (portfolio adjusting)⁷ αποτελεί μια στρατηγική διαχείρισης χαρτοφυλακίου, κατά την οποία έχοντας ένας επενδυτής ένα αρχικό κεφάλαιο το οποίο αποτελεί το μέρος της ετήσιας δαπάνης· με δεδομένο ότι θα πρέπει να αποτελεί το 50% του μέσου ετησίου κέρδους, το κεφάλαιο αυτό διαιρείται σε 3 μέρη. Το πρώτο μέρος καλείται ως μέρος ρευστότητας και το υπόλοιπο καλείται ως αναπτυξιακό μέρος. Για την σύνθεση του

⁷ Χρησιμοποιήθηκε για πολλά έτη με επιτυχία από τον Michael LeBoeuf πολλαπλασιάζοντας το αρχικό του κεφάλαιο

μέρους ρευστότητας ή του 1/3 της αξίας του χαρτοφυλακίου, υπολογίζεται η μέση απόδοση του δείκτη της αγοράς κατά την διάρκεια μιας σειράς ετών και το μισό της απόδοσης αυτής τοποθετείται σε επενδύσεις της αγοράς χρήματος ή ακόμη και σε τραπεζικές καταθέσεις (οι τοποθετήσεις αυτές αποτελούν μικρό τμήμα της επένδυσης). Στην συνέχεια τοποθετείται το 1/3 της αξίας του χαρτοφυλακίου σε ομόλογα ωρίμανσης 6 ετών (π.χ. ομόλογα του δημοσίου). Με αυτό τον τρόπο μέρος της αξίας του χαρτοφυλακίου μπορεί να ελαττωθεί λόγω των διακυμάνσεων που υφίστανται στην αγορά, αλλά εφόσον διατηρήσουμε τα ομόλογα μέχρι την ωρίμανση θα εισπράξουμε την ονομαστική αξία. Συνεπώς, μπορούμε να υποθέσουμε ότι το μέρος ρευστότητας, μπορεί να θεωρηθεί ως άνευ κινδύνου (Risk-free) και παράλληλα να χρησιμοποιείται μέρος της αξίας του, για να υποστηρίξει το επικίνδυνο μέρος της επένδυσης. Για την σύνθεση του αναπτυξιακού μέρους ή των 2/3 της αξίας του χαρτοφυλακίου το υπόλοιπο μέρος του κεφαλαίου τοποθετείται σε εγχώριους και διεθνείς δείκτες μετοχών και ομολογιών. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι το ποσοστό που αντιστοιχεί στο μέρος ρευστότητας είναι ίσο με 30% και το ποσοστό που αντιστοιχεί στο αναπτυξιακό μέρος είναι ίσο με 65%. Μετά από μια ορισμένη χρονική περίοδο, πραγματοποιείται έλεγχος στα δύο μέρη του χαρτοφυλακίου για να διαπιστωθεί κατά πόσο τα ποσοστά διαφέρουν από την παραπάνω αναλογία. Εφόσον γίνει έλεγχος και τα ποσοστά έχουν μεταβληθεί, γίνονται οι απαραίτητες ενέργειες έτσι ώστε το μέρος ρευστότητας να είναι ίσο με 30% και το αναπτυξιακό μέρος να είναι ίσο με 65%. Πρόκειται για μια βέλτιστη στρατηγική, η οποία δεν περιλαμβάνει την πρόβλεψη της αγοράς αλλά την προσαρμογή του επενδυμένου κεφαλαίου στην αναλογία 65%-30% ανά τακτά χρονικά διαστήματα. Κάθε χρόνο γίνεται μεταφορά του 5% της αξίας του χαρτοφυλακίου για την κάλυψη του κόστους διαβίωσης του επενδυτή. Η στρατηγική αυτή αποδίδει τουλάχιστον 2-3 φορές περισσότερο σε σύγκριση με την αγορά αξιογράφων και την διακράτησή τους μέχρι την επιλογή του κατάλληλου χρονικού σημείου για την πώλησή τους. Γνωρίζοντας την απόδοση της αγοράς και την διακύμανσή της, το ποσοστό το οποίο θα επενδυθεί σε αξιόγραφα που προσφέρουν μια ορισμένη ποσότητα κινδύνου προκύπτει από το κριτήριο Kelly:⁸

$$p = \frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m^2} \quad (4.17)$$

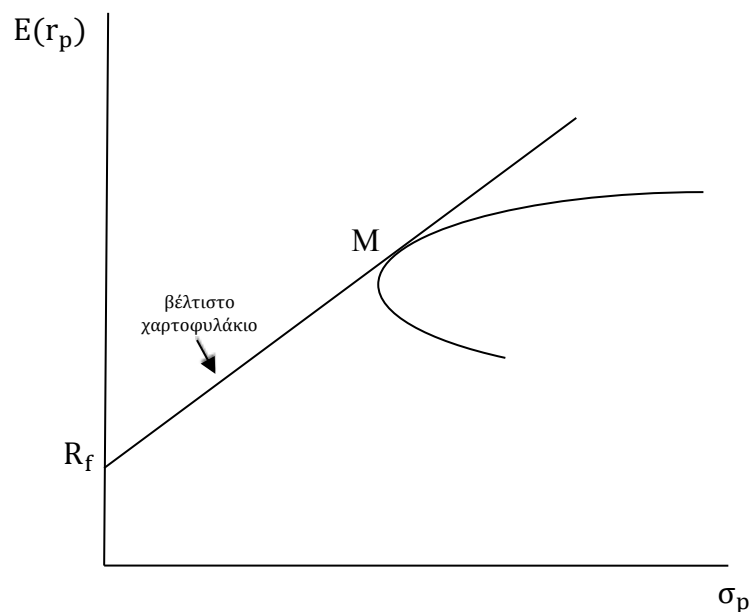
⁸rainbowquotes.blogspot.gr/search/label/3.%20How%20do%20you%20compare%20%20investors%20speculators%20and%20traders%3F

Το κριτήριο Kelly μπορεί να είναι μικρότερο της μονάδος ($p < 1$) ή μεγαλύτερο της μονάδος ($p > 1$).

1. Αν $p < 1$, τότε το βέλτιστο ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που θα επενδυθεί σε αξιόγραφα της αγοράς κεφαλαίου δίνεται από το κριτήριο Kelly και το υπόλοιπο ποσοστό θα επενδυθεί σε αξιόγραφα της αγοράς χρήματος.
2. Αν $p > 1$, τότε το 100% αποτελεί το βέλτιστο ποσοστό της αξίας του χαρτοφυλακίου που θα επενδυθεί σε αξιόγραφα της αγοράς κεφαλαίου.

Το κριτήριο Kelly μεγιστοποιεί στο τέλος μιας συγκεκριμένης χρονικής περιόδου τη μέση αξία του λογαρίθμου της αξίας της συνολικής επένδυσης ή του πλούτου. Η λογαριθμική συνάρτηση του πλούτου λειτουργεί και ως η χρησιμότητα του πλούτου για τον επενδυτή. Η θέση του βέλτιστου χαρτοφυλακίου στην γραμμή κεφαλαιαγοράς σύμφωνα με το κριτήριο Kelly απεικονίζεται στο παρακάτω διάγραμμα.

Διάγραμμα 4.7 – Βέλτιστο χαρτοφυλάκιο σύμφωνα με το κριτήριο Kelly



Βιβλιογραφία

Ελληνόγλωσση

Βασιλείου Δ. και Ηρειώτης Ν. (2009), «Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου», Αθήνα: Rosili

Σπύρου Ι. Σ. (2003), «ΑΓΟΡΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ & ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ», Αθήνα: Εκδόσεις Γ. Μπένου

Κεφάλαιο 5: Το άριστο χαρτοφυλάκιο κατά Elton, Gruber και Padberg

Το 1978 οι Elton, Gruber και Padberg, πρότειναν μια μέθοδο μέσω της οποίας μπορεί να δημιουργηθεί το άριστο χαρτοφυλάκιο. Για την πραγματοποίηση του κεφαλαίου αυτού, το οποίο αποτελεί το πρακτικό μέρος της παρούσας εργασίας, υπολογίστηκαν οι μηνιαίες αποδόσεις των 25 μετοχών του δείκτη FTSE/XA μεγάλης κεφαλαιοποίησης και στην συνέχεια υπολογίστηκε η μέση μηνιαία απόδοση, η μέση μηνιαία διακύμανση και η μέση μηνιαία τυπική απόκλιση κάθε μετοχής για το έτος 2015.

Πίνακας 5.1 – Μέση μηνιαία απόδοση, διακύμανση και τυπική απόκλιση για το έτος 2015

Αξιόγραφα (i)	Μέση μηνιαία απόδοση	Μέση μηνιαία διακύμανση	Μέση μηνιαία τυπική απόκλιση
Alpha bank	-0,097985188	0,097227744	0,311813637
Coca cola	0,023259838	0,00798648	0,089367108
Folli-Follie	-0,032184972	0,004742974	0,06886925
Grivalia Properties	0,000304997	0,005445908	0,073796397
Jumbo	0,015205985	0,008703493	0,093292511
Lamda Development	0,029608125	0,036432192	0,190872188
Viohalco sa/nv	0,015348285	0,076864647	0,277244743
Αεροπορία Αιγαίου	0,000892167	0,003668894	0,060571393
Γεκ Τέρνα	-0,009532576	0,018691915	0,136718379
ΔΕΗ	-0,010092007	0,039696699	0,199240304
Εθνική Τράπεζα Ελλάδος	-0,138720478	0,220123736	0,46917346
Ελλακτωρ	-0,007387311	0,05306426	0,230356809
Ελληνικά Χρηματιστήρια – Χ.Α.	0,021906848	0,024538798	0,156648644
Ελληνικά Πετρέλαια	0,015568023	0,023220686	0,152383353
ΕΥΔΑΠ	-0,009076255	0,020494668	0,14315959
ΜΕΤΚΑ	-0,00986247	0,008076612	0,089869974

Μότορ όιλ	0,042900172	0,016164254	0,127138719
Μυτιληναίος	-0,012167405	0,015661788	0,125147066
ΟΛΠ	0,038053678	0,036158781	0,190154625
ΟΠΑΠ	0,001331407	0,020208436	0,142156378
ΟΤΕ	0,005705177	0,009665822	0,098314913
Πειραιώς Τράπεζα	-0,235839069	0,16147421	0,401838537
Τέρνα Ενεργειακή	0,037640285	0,033613696	0,183340382
ΤΙΤΑΝ	-0,003758929	0,007038259	0,083894333
Τράπεζα Eurobank Εργασίας	-0,131350509	0,129592868	0,359990095

Στην παράγραφο 4.9, περιγράφεται η διαδικασία εύρεσης του άριστου χαρτοφυλακίου.¹ Για την εύρεση κάθε μετοχής που θα συμμετέχει στο χαρτοφυλάκιο αυτό, γνωρίζοντας ότι το επιτόκιο ΕΓΕΔ διάρκειας 6 μηνών είναι 0,0297, πραγματοποιήθηκαν οι παρακάτω υπολογισμοί:

Πίνακας 5.2 – Διάφορα μεγέθη και καθορισμός αξιογράφων άριστου χαρτοφυλακίου

Αξιογραφο (i)	Συντελεστής βήτα (b _i)	Μη συστηματικός κίνδυνος (σ _{ei} ²)	Πρόσθετη απόδοση δια βήτα $\left(\frac{r_i - r_f}{b_i}\right)$	Συντελεστής απόρριψης (C _i)
Πειραιώς Τράπεζα	2,272231682	0,093946833	0,090720973	0,037938872
Τράπεζα Eurobank Εργασίας	2,262211873	0,062659726	0,044934124	0,040620026
Εθνική Τράπεζα Ελλάδος	2,545592249	0,135371271	0,042827157	0,041024891
Alpha bank	2,077104815	0,040800156	0,032875177	0,038674795
Μότορ οίλ	0,704556568	0,009671837	0,018735432	0,036226681
ΟΛΠ	1,118846924	0,019786243	0,007466328	0,032446058
Folli - Follie	0,344558079	0,003190231	0,007212056	0,030634988
Τέρνα Ενεργειακή	1,134355701	0,01678412	0,006999819	0,027590484
Lamda Development	0,877507561	0,026361104	-0,0001047	0,02629482
Ελληνικά Χρηματιστήρια – Χ.Α.	0,939520142	0,012993986	-0,008294822	0,022900809
Viohalco sa/nv	1,547052433	0,045561736	-0,009276812	0,020631473
Ελλακτωρ	1,654584316	0,017258535	-0,013485374	0,014641437
Coca cola	0,458976143	0,005231269	-0,014031583	0,013417963
Ελληνικά Πετρέλαια	0,862632646	0,013488141	-0,016382381	0,011772093

¹ Το υπόδειγμα λαμβάνει υπόψη ότι τα αξιόγραφα που συμμετέχουν στο άριστο χαρτοφυλάκιο πραγματοποίησαν θετικές αποδόσεις. Για την πραγματοποίηση του πρακτικού μέρους της εργασίας χρησιμοποιήθηκαν και οι απόλυτες τιμές των αποδόσεων των αξιογράφων που πραγματοποίησαν αρνητικές αποδόσεις. Συνεπώς, συμμετέχουν όλα τα αξιόγραφα στην εύρεση του άριστου χαρτοφυλακίου. Για να επιτύχει ένας επενδυτής την απόδοση του άριστου χαρτοφυλακίου που υπολογίζεται παρακάτω, θα πρέπει στα αξιόγραφα που πραγματοποίησαν αρνητικές αποδόσεις να πάρει αντίθετη θέση, αλλιώς θα ζημιωθεί.

ΔΕΗ	1,175085753	0,021636864	-0,016686436	0,010063117
Γεκ Τέρνα	0,980607114	0,006115272	-0,020566263	0,006115244
Μυτιληναίος	0,800818018	0,007274099	-0,021893357	0,004227567
ΕΥΔΑΠ	0,822255683	0,011651896	-0,025081912	0,002982697
Jumbo	0,359909025	0,007009311	-0,04027133	0,002405399
ΟΤΕ	0,496666109	0,00643953	-0,048311778	0,001040056
ΤΙΤΑΝ	0,508107838	0,003661606	-0,051054263	-0,001419397
ΟΠΑΠ	0,51554549	0,016732205	-0,055026363	-0,001983574
ΜΕΤΚΑ	0,329622479	0,006655565	-0,060182576	-0,002606312
Grivalia Properties	0,203381529	0,004904907	-0,14453133	-0,003386498
Αεροπορία Αιγαίου	0,12221397	0,003473543	-0,235716368	-0,004035888

Έχοντας τοποθετήσει κατά φθίνουσα σειρά τις μετοχές, με κριτήριο την επιθυμία του επενδυτή να συμπεριληφθεί μια μετοχή στο άριστο χαρτοφυλάκιο, συγκρίναμε την επιθυμία του επενδυτή για κάθε μετοχή με τον συντελεστή απόρριψης κάθε μετοχής. Έχοντας βρει τον άριστο συντελεστή απόρριψης C^* , γνωρίζουμε ότι οι μετοχές που θα συμπεριληφθούν στο άριστο χαρτοφυλάκιο θα είναι των εταιρειών Πειραιώς Τράπεζα, Τράπεζα Eurobank Εργασίας και Εθνική Τράπεζα Ελλάδος. Γνωρίζοντας τον άριστο συντελεστή απόρριψης C^* , μπορούμε να υπολογίσουμε τα ποσοστά συμμετοχής κάθε μετοχής που θα συνθέσει το άριστο χαρτοφυλάκιο.

Πίνακας 5.3 – Ποσοστά συμμετοχής κάθε μετοχής στο άριστο χαρτοφυλάκιο

Αξιόγραφο (i)	Σχετική επένδυση (Z_i)	Ποσοστό συμμετοχής (X_i)
Παιραιώς Τράπεζα	1,201967207	0,8728892435
Τράπεζα Eurobank Εργασίας	0,141135535	0,102495424
Εθνική Τράπεζα Ελλάδος	0,033890758	0,024612141
Σύνολο	1,376993498	1

Εφόσον γνωρίζουμε τα ποσοστά συμμετοχής κάθε μετοχής που θα συνθέσει το άριστο χαρτοφυλάκιο, χρησιμοποιώντας το υπόδειγμα του ενός δείκτη μπορούμε να βρούμε την απόδοση και τον κίνδυνο του χαρτοφυλακίου αυτού. Κάνοντας αντικατάσταση των δεδομένων που απαιτούνται, προκύπτει ότι η μέση μηνιαία απόδοση του άριστου χαρτοφυλακίου είναι 0,222739174 και η μέση μηνιαία τυπική απόκλιση του άριστου χαρτοφυλακίου είναι 0,374418053.²

² Επίσης κάνοντας τους σχετικούς υπολογισμούς προκύπτει ότι ο συντελεστής βήτα του άριστου χαρτοφυλακίου είναι 2,277932686 και ο συντελεστής άλφα είναι 0,259366618.

Επίλογος

Υπάρχουν πολλά χρηματοοικονομικά εργαλεία τα οποία έχει στην διάθεσή του ένας επενδυτής, μέσω των οποίων μπορεί να πραγματοποιήσει την ανάλυσή του, στην προσπάθεια μεγιστοποίησης των επενδυμένων κεφαλαίων του. Εφόσον κάποιος χρησιμοποιήσει τις θεωρίες της χρηματοοικονομικής επιστήμης, είναι σε θέση να διεξάγει πολύτιμα συμπεράσματα τόσο για την πορεία των αγορών όσο και για την πορεία των επενδυμένων κεφαλαίων του σε αυτές. Τέλος, η επιλογή των κατάλληλων αξιογράφων αποτελεί σημαντική προϋπόθεση για την επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων.

Παράρτημα

Το θεώρημα απόρριψης κινδύνου (risk rejection theorem)¹ απαγορεύει τις ανοικτές ή ακάλυπτες πωλήσεις (δηλαδή $w_i \geq 0$) καθώς και τον δανεισμό (δηλαδή το άθροισμα των σταθμίσεων να ισούται με την μονάδα) λαμβάνοντας υπόψη αξιόγραφα με θετικές αποδόσεις. Το υπόδειγμα υποθέτει ότι ο επενδυτής είναι ορθολογικός και πράττει με ανάλογο τρόπο. Δηλαδή αποστρέφεται τον κίνδυνο και αναζητά την απόδοση προσδοκώντας την μέγιστη χρησιμότητα. Θεωρούμε ως δεδομένο ότι ο μη συστηματικός κίνδυνος δεν είναι απαραίτητος, καθώς ο επενδυτής είναι ορθολογικός και τον διαφοροποιεί με ένα πλήθος αξιογράφων στο άριστο χαρτοφυλάκιο (20 – 30 αξιόγραφα). Αφού κατατάζει με αύξουσα σειρά βάσει του συντελεστή μεταβλητότητας το πλήθος των αξιογράφων θα επιλέξει τα 20 – 30 πρώτα.² Συνεπώς, ο μη συστηματικός κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα έχει διαφοροποιηθεί τείνοντας στο μηδέν. Στην συνέχεια χρησιμοποιείται ο παρακάτω τύπος για να καθοριστεί η σχετική βέλτιστη επένδυση:³

$$R_i = \frac{E(r_i)}{\sigma_i}$$

Το βέλτιστο ποσοστό που θα επενδύσει ο επενδυτής σε κάθε αξιόγραφο είναι:

$$A = R_i / \left(\sum_{j=1}^N R_j \right)$$

Το βέλτιστο χαρτοφυλάκιο⁴ της θεωρίας βρίσκεται πάνω στην καμπύλη ελάχιστου κινδύνου του Harry Markowitz.

¹ Εμπνευστής Δημήτριος Παπαεναγγέλου

² $cv \leq 5$,

- Προτείνεται 5 φορές μεγαλύτερος κίνδυνος συγκριτικά με την απόδοση (αφήνοντας ένα λογικό περιθώριο διασποράς), επίσης η αναλογία ποσότητας – κινδύνου είναι στην κρίση του επενδυτή
- Όσο λιγότερο κίνδυνο είναι διατεθειμένος να αναλάβει ένας επενδυτής βάσει της αναλογίας απόδοσης – κινδύνου, τόσο μεγαλύτερη απόδοση αποκομίζει
- Όσο μικρότερη είναι η αναλογία απόδοσης – κινδύνου κάθε αξιογράφου, τόσο μεγαλύτερη είναι και η συμμετοχή του στο άριστο χαρτοφυλάκιο, καθώς επίσης αναζητούνται αξιόγραφα που προσφέρουν για μικρή ποσότητα κινδύνου ικανοποιητική απόδοση

³ Η ιδέα είναι ότι ενώ το χαρτοφυλάκιο έχει διαφοροποιηθεί από την αλληλεπίδραση των συνδιακυμάνσεων λόγω του πλήθους των αξιογράφων, το αξιόγραφο συνεχίζει να διατηρεί τον μη συστηματικό κίνδυνο.

⁴ Είναι ελάχιστης διακύμανσης και τείνει να είναι αμυντικό.

Βιβλιογραφία

Διαδικτυακή

Βικιπαίδεια, Ανοιχτή πώληση. Online. Διαθέσιμο: el.wikipedia.org/wiki/Ανοιχτή_πώληση

Βικιπαίδεια, Υπόδειγμα αποτίμησης περιουσιακών στοιχείων (CAPM). Online. Διαθέσιμο: [el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1_%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_\(CAPM\)](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A5%CF%80%CF%8C%CE%B4%CE%B5%CE%B9%CE%B3%CE%BC%CE%B1_%CE%91%CF%80%CE%BF%CF%84%CE%AF%CE%BC%CE%B7%CF%83%CE%B7%CF%82_%CE%A0%CE%B5%CF%81%CE%B9%CE%BF%CF%85%CF%83%CE%B9%CE%B1%CE%BA%CF%8E%CE%BD_%CE%A3%CF%84%CE%BF%CE%B9%CF%87%CE%B5%CE%AF%CF%89%CE%BD_(CAPM))

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του μεγέθους (Stock market size effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretirio.com/fainomeno-megethous/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του σαββατοκύριακου (Weekend effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretirio.com/fainomeno-savvatokyriakou/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του Ιανουαρίου (January effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretirio.com/fainomeno-ianouariou/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο της πρωινής ηλιοφάνειας (Morning sunshine effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretirio.com/fainomeno-proinis-iliofaneias/

Ευρετήριο Οικονομικών Όρων, Φαινόμενο του διαθέσιμου χρήματος (House money effect). Online. Διαθέσιμο: www.euretirio.com/fainomeno-diathesimou-xrimatos/

Κυρίτσης Κ., Βέλτιστο Χαρτοφυλάκιο μετοχών του δείκτη FTSE/XAA20 στο Χρηματιστήριο Αθηνών για τα έτη 1997-1999. Online. Διαθέσιμο: users.softlab.ntua.gr/~kyritsis/PapersInEconomics/Spetses1.htm

Ναυτεμπορική, Χρηματιστήριο Real Time. Online. Διαθέσιμο: www.naftemporiki.gr/finance/athexStream

Πανεπιστήμιο Κύπρου, Είδη Ερευνών, Online. Διαθέσιμο: www.ucy.ac.cy/pakepe/el/research-services/research-kind

Ελληνόγλωσση

Αλεξιάκης Α. Χ. (2003), «ΧΡΗΜΑΤΙΣΤΗΡΙΟ – Το «παιχνίδι» της λογικής και της παρόρμησης», Αθήνα: Εκδόσεις Κριτική

Βασιλείου Δ. και Ηρειώτης Ν. (2009), «Ανάλυση επενδύσεων και διαχείριση χαρτοφυλακίου», Αθήνα: Rosili

Βασιλείου Δ. και Ηρειώτης Ν. (2008), «ΧΡΗΜΑΤΟΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ – Θεωρία και Πρακτική», Αθήνα: Rosili

Ζοπουνίδης Κ., Ξυδωνάς Π., Ψαρράς Ι. (2010), «ΣΥΓΧΡΟΝΗ ΘΕΩΡΙΑ ΧΑΡΤΟΦΥΛΑΚΙΟΥ», Αθήνα: Εκδόσεις Κλειδάριθμος

Κιόχος Α. Π. , Κιόχος Β. Α. , (2010), «ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΓΙΑ ΤΙΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ», Αθήνα: Ελένη Κιόχου

Σπύρου Ι. Σ. (2003), «ΑΓΟΡΕΣ ΧΡΗΜΑΤΟΣ & ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ», Αθήνα: Εκδόσεις Γ. Μπένου

Ξενόγλωσση

BREIMAN L.. (1961) Optimal gambling Systems for Favorable Games Proc.Fourth Berkeley Sympos. On Mathematics Statistics and Probability ,University of California Press ,Berkeley 1,pp65-78.

BROER D.P.-JANSEN W.J. (1998) Dynamic Portfolio Adjustment and Capital Controls: An Euler Equation Approach Southern Economic Journal 64(4) pp 902-921.

CONSTANTINIDES G.M. (1979) Multiperiod consumption and investment behavior with convex transaction costs Management Science Vol. 25 No 11 Nov.,pp1127-1137

DAVIS M.H.-NORMAN A.R. (1990) Portfolio Selection with transaction costs .Mathematics of Operations Research Vol. 15 No 4 PP 676-713

DIMOPOULOS D (1998) . Technical analysis ,Eurocapital Publications

DUFFIE D.-SUN T. (1990) Transaction costs and portfolio choice in a discrete-continuous time setting Journal of Economic Dynamics and Control 14 pp. 35-51.

DUMAS B.-LUCIANO EL. (1991) An exact Solution to a Dynamic Portfolio Choice Problem under Transaction Costs.The Journal of Finance Vol. XLVI No2 pp 577-595.

ECKER J.G –KUPFERSCHMID M. (1988) Introduction to Operations Research Wiley 1988.

ELTON E.J.-GRUBER M.J. (1991) Modern portfolio theory and investment analysis Wiley.

GENCAY R. (1998) Optimization of technical trading strategies and the profitability in security markets. Economic Letters 59 pp249-254.

KLOEDEN E.P.-PLATEN E.-SCHURTZ H.(1997) Numerical Solutions of SDE Through Computer Experiments Springer

KIOCHOS P.(1993) Statistical Analysis of the Labor Cost in the Greek Industries. Volume dedicated to the honor of professor Letsa, published by the University of Piraeus, Greece 1993 pp 186-197

KYRITSIS C.-SHARKEY P. (1998) Stochastic refinement of an optimal investment model with adjustment costs of Jorgensen-Kort. Proceedings of the «HERMCA 98» conference on computer mathematics and its applications ,at the University of Economics of Athens.

KYRITSIS C (1999) The impact of the convergence of the Greek economy to EMI in the stockmarket: Bayes , ,nested estimation of the stock trends .To appear in Archives of Economic History 1999 (Greece).

KYRITSIS C (1999) The impact of the War in Yugoslavia to the Athens Stockmarket: .To appear in Archives of Economic History 1999 (Greece).

MAGEE J. (1992) Technical Analysis of Stock Trends New York Institute of Finance

MAGILL M.J.P.- CONSTANTINIDES G.M. (1976) Portfolio Selection with Transaction Costs. *Journal of Economic Theory* 13 ,pp245-263 .

MALLIARIS A.G.-BROCK W.A. (1982) Stochastic Methods in Economics and Finance North-Holland

MARKOWITZ, HARRY (1959) Portfolio selection Efficient Diversification of Investments (N.Y.John Wiley and Sons 1959)

MERTZANIS CH. (1998) Limit of prices and variance of the general index in the Athens Stocmarket Proceedings of the Conference of the Institute of Statistics .

MILLIONIS A.E.-MOSCHOS D. (1998) Information Efficiency and application in the Athens Stockmarket. Proceedings of the Conference of the Institute of Statistics

MURPHY J.J. Technical Analysis of the Futures Markets .New York Institute of Finance

OKSENDAL B (1995) Stochastic Differential equations Springer 1995

ROY S. (1995) Theory of dynamic choice for survival under uncertainty Mathematics of social sciences 30 pp171-194

ROY,A.D. (1952) "Safety-first and the Holding of Assets" *Econometrics* ,20 July 1952 ,pp 431-449.

SHARP,W.F. (1972) Simple Strategies for Portfolio Diversification :Comment" *Journal of Finance* VII No 1 (March 1972) pp 127-129.