

ΤΕΙ ΗΠΕΙΡΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΚΑΛΛΙΤΕΧΝΙΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΛΑΪΚΗΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΗΣ ΜΟΥΣΙΚΗΣ



ΑΡΜΟΝΙΑ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΩΝ

Από την ποιητική εικόνα των Πυθαγορείων στη Μεγάλη Έκρηξη

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΔΙΟΝΥΣΙΟΥ ΖΕΤΤΑ

Άρτα, Φεβρουάριος 2015

Επιβλέπων καθηγητής: Μάρκος Σκούλιος

ΖΕΤΤΑΣ ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ

Πτυχιούχος Τμήματος Λαϊκής και Παραδοσιακής Μουσικής Τ.Ε.Ι.
Ηπείρου

Copyright © Διονύσιος Ζέττας, 2015

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας, εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση, αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα. Ερωτήματα που αφορούν τη χρήση της εργασίας για κερδοσκοπικό σκοπό πρέπει να απευθύνονται προς τον συγγραφέα.

Οι απόψεις και τα συμπεράσματα που περιέχονται σε αυτό το έγγραφο εκφράζουν τον συγγραφέα και δεν πρέπει να ερμηνευθεί ότι αντιπροσωπεύουν τις επίσημες θέσεις του Τ.Ε.Ι. Ηπείρου.

...στους γονείς μου

Ευχαριστίες

Νιώθω την ανάγκη να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όσους συνέβαλαν με τον οποιονδήποτε τρόπο στην υλοποίηση και ολοκλήρωση της παρούσας πτυχιακής εργασίας.

Οφείλω ευγνωμοσύνη πρωτίστως στον καθηγητή κ. Μάρκο Σκούλιο για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε στο θέμα της πτυχιακής και την ειλικρινή υπομονή, αμέριστη υποστήριξη, και ανιδιοτελή καθοδήγησή του μέσω πληθώρας σχολίων, παρατηρήσεων και απαντήσεων στις κάθε είδους προβληματικές της εργασίας.

Ακόμη, τον καθηγητή κ. Σπήλιο Κούνα για τις εύστοχες παρατηρήσεις του στα δύο πρώτα κεφάλαια της πτυχιακής εργασίας.

Ευχαριστώ ιδιαίτερα την Φιόρη-Αναστασία Μεταλληνού, συνεργάτις του Ινστιτούτου Αστρονομίας, Αστροφυσικής, Διαστημικών Εφαρμογών και Τηλεπισκόπησης του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών, για το ακραιφνές ενδιαφέρον της στο θέμα και την παραχώρηση δεδομένων και σημαντικού υλικού τόσο στην ηλεκτρονική όσο και στην κατ' ιδίαν επικοινωνία μας.

Πρόλογος

Η αρμονία των σφαιρών αποτελεί σαν σκέψη ένα ιδιαίτερο παράδειγμα και ίσως ένα από τα αποτελέσματα της εφαρμογής του πυθαγορικού *quadrivium* (αριθμητική, γεωμετρία, μουσική, αστρονομία) στη φιλοσοφική πορεία του πυθαγορισμού από την αρχή της εμφάνισής της τον 5^ο π.Χ. αιώνα μέχρι και το έργο του Κέπλερ τον 17^ο αιώνα μ.Χ. Στους δώδεκα αιώνες που χωρίζουν τους δύο σταθμούς η διαφορά φιλοσοφίας και επιστήμης, τουλάχιστον στο θέμα που αναπτύσσεται εδώ, είναι δυσδιάκριτη· άλλωστε οι αρχαίες φιλοσοφικές τάσεις που αναπτύχθηκαν στον ελλαδικό χώρο ήταν άρρηκτα συνδεδεμένες με την επιστήμη. Η επιρροή του Αριστοτέλη στον «δυτικό» κόσμο ήταν άμεση· ο γεωκεντρισμός του εισχώρησε στην σκέψη του Πτολεμαίου και παρά τις όποιες ατυχείς και αδύναμες προσπάθειες αναίρεσης του γεωκεντρικού μοντέλου, ο ήλιος θα λάβει σταθερά την θέση του στο κέντρο του *κόσμου* τον 15^ο αιώνα μ.Χ. Από τον Κέπλερ και έπειτα το τοπίο φαίνεται να ξεκαθαρίζει: τα όρια μεταξύ του φιλοσοφικού στοχασμού και της επιστημονικής σκέψης γίνονται πιο σαφή, τα δάνεια όμως από τον πρώτο στη δεύτερη και τούμπαλιν είναι αδιάκοπα. Έτσι, ενώ η σύγχρονη επιστήμη της κοσμολογίας και της φυσικής έχει εξηγήσει επαρκώς τα φαινόμενα του ήχου στο σύμπαν, ο τομέας της εκλαΐκευσης βρίθει από φιλοσοφικούς και μουσικολογικούς συσχετισμούς.

Το θέμα της αρμονίας των σφαιρών είναι πραγματικά πολύ μεγάλο και δεν περιορίζεται μόνο στην περιοχή της μουσικής. Επεκτείνεται σε τομείς όπως η βιολογία, η λογοτεχνία, η ψυχολογία και οι φυσικές επιστήμες.

Στο ερευνητικό πεδίο της παρούσας εργασίας μελετάται η επιρροή του πυθαγορισμού σε κάθε χρονολογικό και τοπικό σταθμό που επιτρέπει την εξέλιξη της θεωρίας της αρμονίας των σφαιρών με βάση τις εκάστοτε φιλοσοφικές και επιστημονικές αξίες. Προβάλλεται το ιστορικό υπόβαθρο της θεωρίας μέσα στους αιώνες και επιχειρείται η μουσικολογική προσέγγισή της στους παραπάνω σταθμούς.

...ὅτε ἐγενήθησαν ἄστρα,

ἤνεσάν με φωνῆ μεγάλη πάντες ἄγγελοί μου

Ιώβ. 38,7

Περιεχόμενα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	7
Η «ΑΡΜΟΝΙΑ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΩΝ» ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ	7
1.1. Εισαγωγή.....	7
1.2. Η «Αρμονία των Σφαιρών» στον κόσμο των Πυθαγορείων.....	10
1.2.1. Η μουσική κοσμολογία του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη.....	10
1.2.2. Η φυσική των ήχων στον Αρχύτα τον Ταραντίνο.....	16
1.3. Η «Αρμονία των Σφαιρών» στη νοητή μουσική του Πλάτωνα, τον Τίμαιο και τον Μύθο του Ηρόδου.....	18
1.4. Η κριτική του Αριστοτέλη στην πυθαγόρεια εικόνα της μουσικής των σφαιρών.....	26
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	30
Η «ΑΡΜΟΝΙΑ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΩΝ» ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗ ΡΩΜΑΪΚΗ ΕΠΙΡΡΟΗ	30
2.1. Εισαγωγή.....	30
2.1.1. Η φιλοσοφική κατεύθυνση.....	31
2.1.2. Το αστρονομικό – αρμονικό υπόβαθρο.....	34
2.2. Η μουσική των σφαιρών στο Όνειρο του Σικιπίωνος.....	37
2.3. Η πλανητική κλίμακα του Πλίνιου του Πρεσβύτερου.....	39
2.4. Το αστρικό σύστημα του Νικόμαχου.....	43
2.5 Το αστρονομικό μουσικό μοντέλο του Κλαύδιου Πτολεμαίου.....	47
2.5.1. Η Κανώπειος Επιγραφή.....	47
2.5.2. Ουράνια αρμονία στο έργο <i>Αρμονικά</i>	54
2.6. Η μουσική των σφαιρών στον Κηνσωρίνο.....	69
2.7. Ουράνια μηχανική στο έργο του Βοήθιου.....	72
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	76
JOHANNES KEPLER	76
3.1. Εισαγωγή.....	76
3.1.1. 8ος – 15ος αιώνας.....	76
3.1.3. Γιόχανες Κέπλερ.....	85
3.2. Ακρότατες και κανονικές πλανητικές αρμονίες.....	92
3.3. Η μουσική των πλανητικών κινήσεων.....	102
3.4. Κλίμακες στις κινήσεις της Αφροδίτης.....	112
3.5. Πλανητικές μελωδίες και μουσικοί τρόποι στους ουρανόυς.....	114

3.6. Τέσσερις φωνές στην ουράνια αρμονία.....	117
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4.....	119
ΑΠΟΗΧΟΣ ΤΟΥ BIG BANG.....	119
4.1. Εισαγωγή: Από τον Νεύτωνα στις κοσμικές αρμονίες	119
4.1. Ηχητικά κύματα στο Big Bang.....	125
4.2. Κοσμική Μικροκυματική Ακτινοβολία Υποβάθρου: Απόηχος του Big Bang.....	128
4.2.1. Ηχητικά χαρακτηριστικά της CMB. Βασική τονικότητα και αρμονικές.....	130
4.2.2. Πριν τα 400.000 χρόνια μ.μ.ε. Η εξέλιξη του κοσμικού ήχου ως το 400.000	135
4.2.3. Αναδημιουργία των μουσικών πτυχών του αρχέγονου ήχου.....	138
4.2.4. Ήχος της σκοτεινής ύλης.....	144
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5.....	146
ΕΠΙΛΟΓΟΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	146
<i>Βιβλιογραφία.....</i>	150

Πίνακας εικόνων

Εικόνα 1: Το κοσμολογικό μοντέλο του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη

Εικόνα 2: Το αριστοτελικό σύμπαν (Ξυλογραφία του 1508)

Εικόνα 3: Γραμμική παράσταση του ζωδιακού κύκλου

Εικόνα 4: Κυκλική παράσταση του ζωδιακού κύκλου

Εικόνα 5: Αρμονικές αναλογίες στον ζωδιακό κύκλο

Εικόνα 6: Εικόνα που σχηματοποιεί όλους τους τρόπους σε σχέση με τις κινήσεις με κέντρο τον Δώριο και ακρότατα τον Μιζολύδιο και τον Υποδώριο

Εικόνα 7: 1ος νόμος του Κέπλερ

Εικόνα 8: 2ος νόμος του Κέπλερ

Εικόνα 9: Μουσική των σφαιρών του Azbel

Εικόνα 10: Διαδικασία παραγωγής ηχητικών κυμάτων στο πρώιμο σύμπαν

Εικόνα 11: Χάρτης της Κοσμικής Μικροκυματικής Ακτινοβολίας Υποβάθρου

Εικόνα 12: Φάσμα ισχύος του παρατηρήσιμου κοσμικού ήχου με συχνότητα που εξελίσσεται γραμμικά στον άξονα x

Εικόνα 13: Φάσμα ισχύος του κοσμικού ήχου με τη συχνότητα να εξελίσσεται εκθετικά στον άξονα x

Εικόνα 14: Σύγκριση ηχητικού φάσματος φλάουτου και πρώιμου σύμπαντος. Η πράσινη γραμμή δηλώνει την εξέλιξη των αρμονικών χωρίς την παραμόρφωση από τη μετατόπιση Doppler. $C(I)$ παρατηρήσιμος ήχος και $P(k)$ ο καθαρός/χωρίς παραμόρφωση ήχος

Εικόνα 15: Γραφική δημιουργία της βασικής νότας και των αρμονικών της

Εικόνα 16: Ήχος σε χρόνους πριν τα 400.000 χρόνια μ.μ.ε

Εικόνα 17: Γραφική εξέλιξη του ήχου κατά τα πρώτα 400.000 χρόνια με τον χρόνο στον άξονα x και τη συχνότητα στον άξονα y. Τα χρώματα δείχνουν την ένταση. Κόκκινο για πολύ υψηλή ένταση και μπλε/μαύρο για πολύ χαμηλή έως και ελάχιστη ένταση

Εικόνα 18: Εξέλιξη του ήχου με το μήκος κύματος στον άξονα y

Εικόνα 19: Φάσμα ισχύος του βασικού ήχου και των αρμονικών του σε τρεις διαφορετικές εκφάνσεις του

Εικόνα 20: Εξέλιξη των οκτώ πρώτων αρμονικών της συγχορδίας στα πρώτα 400.000 χρόνια μ.μ.ε.

Εικόνα 21: Μουσική σημειογραφία των αρμονικών στα πρώτα 1.000.000 χρόνια

Εικόνα 22: Ηχητική αναπαράσταση της μουσικής σημειογραφίας

Εικόνα 23: Αρμονική ανάλυση της συγχορδίας

Εικόνα 24: Φάσμα ισχύος σκοτεινής και ατομικής ύλης

Εικόνα 25: Φάσμα ισχύος σκοτεινής και ατομικής ύλης

Πίνακας πενταγράμμων

Figure 1: Ανακατασκευή πλανητικής κλίμακας του Νικόμαχου από τον Stephenson

Figure 2: Τετράχορδα σφαιρών

Figure 3: Ακρότατες πλανητικές κινήσεις στο πρώτο τονικό επίπεδο

Figure 4: Ακρότατες πλανητικές κινήσεις στο δεύτερο τονικό επίπεδο

Figure 5: Σύνοψη αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα μήκη χορδών

Figure 6: Εναλλακτική μορφή μείζονας κλίμακας

Figure 7: Εναλλακτική ελάσσονα κλίμακα με την προσθήκη του αφηλίου του Δία και του περιηλίου του Κρόνου

Figure 8: Μελωδικές κινήσεις των πλανητών

Πίνακες

Πίνακας 1: Η αρμονία των σφαιρών στον πλατωνικό Τίμαιο

Πίνακας 2: Πλανητικές αρμονίες στην Κανώπεια Επιγραφή

Πίνακας 3: Αφηλιακές και περιηλιακές αποστάσεις των πλανητών

Πίνακας 4: Ακρότατες ημερήσιες πλανητικές κινήσεις

Πίνακας 5: Φαινόμενες παρατηρούμενες ημερήσιες κινήσεις

Πίνακας 6: Ακρότατες κινήσεις συγχρονισμένες στην οκτάβα

Πίνακας 7: Ακρότατες πλανητικές κινήσεις σε δύο τονικά επίπεδα

Πίνακας 8: Σύνοψη σε πίνακα οι περίπλοκες σχέσεις που προκύπτουν από τα πεντάγραμμα

Πίνακας 9: Εναλλακτική ελάχιστονα κλίμακα

Πίνακας 10: Οι αποστάσεις των πλανητών σύμφωνα με τον νόμο Titus-Bode

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Η «ΑΡΜΟΝΙΑ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΩΝ» ΣΤΗΝ ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ

1.1. Εισαγωγή

Η *αρμονία* των ουράνιων σφαιρών αποτελεί αδιαμφισβήτητα ένα από τα μεγαλειώδη και γοητευτικότερα κεφάλαια της ελληνικής διάνοησης και αρχαίας σκέψης. Η πρωταρχική ανάπτυξη της υπόθεσης ότι με την κίνηση των πλανητών πρέπει να παράγεται ήχος¹, θέτει αυτόματα το ζήτημα της «μουσικής» σε κοσμολογικό πρόβλημα: Η Πυθαγορική ιδέα της *τετρατύος*² δίνει στην έννοια του αριθμού ολικό περιεχόμενο και η αρμονία που προκύπτει είναι κοσμικής διάστασης. Έτσι, οι μαθηματικοί λόγοι που ορίζουν τα σύμφωνα διαστήματα της μουσικής αρμονίας³ είναι

¹ Μία από τις πρώτες γραπτές μαρτυρίες που διαθέτουμε για την αρμονία των σφαιρών είναι του Πυθαγόρειου μαθηματικού Αρχύτα του Ταραντίνου (περίπου 429-345 π.Χ.) που αντιμετωπίζει το ζήτημα σαν πρόβλημα φυσικής. (Καϊμάκης, Παύλος, «Η Αρμονία των Σφαιρών στην Όψιμη Αρχαιότητα», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 135) Για τα σωζόμενα αποσπάσματα του Αρχύτα βλ. H. Diels & W. Kranz, *Die Fragmente der Vorsokratike*, 47 B1., Dublin, 1966.

² Πρόκειται για την τετράδα των αριθμών 1, 2, 3 και 4. Το άθροισμα των αριθμών αυτών δίνει τον αριθμό 10, «τον πληρέστερο αριθμό των Πυθαγορείων». (Γαϊτάνη, Αντωνία, «Σχέση Μαθηματικών και Μουσικής μέσω Αρχαίων Ελληνικών Κειμένων», Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών “Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών”, σελ. 28) Οι αναλογίες των αριθμών αυτών είναι αυτοί που διοικούν το σύμπαν με αρμονία σύμφωνα με ένα σύστημα τριών συγχορδιών, της τετάρτης, της πέμπτης, της ογδός και της διπλής ογδός και είναι αυτή που κοσμεύει την μουσική των σφαιρών [Πέτρου, Α. Αλέξιος (εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια), *Ιάμβλιχος: Περί του Πυθαγορικού Βίου*, Ζήτρος, Θεσσαλονίκη, 2001, σημ. 63, σελ. 476-477].

³ Για τη θεωρία των μουσικών λόγων βλ. Barker, Andrew, *Greek Musical Writings*, vol.1, κεφ.14, σελ. 190-204.

αυτοί που καθορίζουν τις τροχιακές αποστάσεις των πλανητών⁴, ιδέα μέσω της οποίας διαφαίνεται καθαρότερα η παράλληλη πορεία που διαγράφουν μεταξύ τους η μουσική, τα μαθηματικά και η αστρονομία.

Η λέξη *αρμονία* σε αυτή τη φάση φαίνεται να είναι διττής σημασίας. Από τη μία, είναι ξεκάθαρο πως αναφέρεται στην έννοια του ομηρικού «αρμού»⁵ και της «συμφωνίας» ως έκγονο ισορροπίας μεταξύ των ζευγών από την άλλη περιγράφεται φανερά η διάσταση της μουσικότητας. Για τους Πυθαγορείους δε νοείται διαχωρισμός των διαστάσεων αυτών. Η «αρμονία των σφαιρών» είναι αποτέλεσμα των αρμονικών αλληλουχιών που κοσμούν το σύμπαν με την *τετρακτώ* να διοικεί ως θεϊκή αρχή. Αφού, λοιπόν, οι αρμονικοί λόγοι της *τετρακτύος* λειτουργούν ως πηγή κάθε δημιουργίας, η «μουσική» που εκφράζεται λαμβάνει κοσμολογικές διαστάσεις ως μέρος της συμπαντικής αρμονίας.

Η αναγωγή όμως της ιδέας της μουσικής των σφαιρών στους Πυθαγορείους και πόσο μάλλον στον ίδιο τον Πυθαγόρα⁶ φαίνεται προβληματική. Οι ομηρικοί ποιητές

⁴ «Ο Πυθαγόρας εξηγεί την κίνηση και την απόσταση των πλανητών με τη βοήθεια μιας ενιαίας θεωρίας που συνδυάζει την κοσμική αρμονία με τη μουσική αρμονία» Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάυλος, Αθήνα, 2008, σελ. 18-19. Βλ. επίσης Μπρην, Έντουαρντ, *Πυθαγόρας*, Κάκτος, Αθήνα, 1988, σελ. 92. Για περισσότερα βλ. Hermann Arnold, *To think like a God: Pythagoras and Parmenides*, Parmenides Publishing, Las Vegas, 2004, σελ. 102-104.

⁵ *Οδύσσεια* ε 248: «γόμφοισιν δ' άρα τήν γε (σχεδίην) και αρμονήσιν άρασσεν» [ένωσε μεταξύ τους τα ξύλα της σχεδίας με ξυλόκαρφα και αρμούς]

⁶ Σε αυτό το σημείο προκύπτει μια σύγχυση μεταξύ των ιστορικών της φιλοσοφίας που αφορά όχι μόνο τα επιστημονικά και φιλοσοφικά επιτεύγματα του Πυθαγόρα αλλά και την ύπαρξή του ως ιστορικό πρόσωπο. Η μελέτη των αρχαίων συγγραφέων – βιογράφων του Σάμιου φιλοσόφου βοηθάει ελάχιστα αν δεχθούμε πως ο Διογένης ο Λαέρτιος έζησε μεταξύ του 200 και 500 μ.Χ. [Κυργιόπουλος, Νικόλαος (εισαγωγή-μετάφρασις-σημειώσεις), *Διογένους Λαέρτιου Βίοι και Γνώμαι των εν Φιλοσοφία Ευδοκιμησάντων*, Πάπυρος, Αθήνα, 1975, σ. 8] ενώ ο Ιάμβλιχος, μαθητής του Πορφυρίου, έδρασε γύρω στο τελευταίο τρίτο του 3^{ου} αιώνα μ.Χ. (Blumenthal, H.J., Clark, E.G., *The divine Iamblichus: Philosopher and Man of Gods*, Bristol Classical Press, London, 1993, σ. 1) 700 με 1000 χρόνια δηλαδή μετά τον θάνατο του Πυθαγόρα.

Ο ιστορικός της φιλοσοφίας Eduard Zeller αναφέρει πως όσο απομακρυνόμαστε από την εποχή που έζησε, οι πληροφορίες για αυτόν αυξάνονται ενώ η ίδια η εποχή του δεν μας παρέχει κανένα στοιχείο (Zeller, Eduard, *Die Philosophie der Griechen I,1*, Hildesheim, 1963, σελ. 364). Για τον Zeller, αυτός είναι και ο λόγος που ο Αριστοτέλης, δεν έχει αναφερθεί στο όνομα του Πυθαγόρα, παρά μόνο στους

πρέπει να γνώριζαν ένα μέρος της θεωρίας αυτής, καθώς ύμνοι προς τον Άρη και τον Ερμή παρουσιάζουν τις σφαίρες και τους πλανήτες ως «έν είδος χορωδίας από θεϊκές φωνές»⁷. με την εμφάνιση δε, της επτάχορδης λύρας από τον ποιητή Τέρπανδρο τον 7^ο αιώνα π.Χ., αποδίδεται η γήινη μουσική μιμούμενη την κοσμική ψαλμωδία των επτά τότε γνωστών πλανητών⁸.

Η μουσική των σφαιρών λοιπόν ήταν ήδη γνωστή την εποχή του Πυθαγόρα. Υπάρχουν αναφορές πως η σύλληψη της ιδέας φαίνεται να έγινε από τον μυθικό Ορφέα η οποία, μέσω του Πυθαγόρα, εντάχθηκε σε ένα λογικό πλαίσιο της φιλοσοφικής κατεύθυνσης της εποχής⁹.

Το ιστορικό χάσμα που ξεκινά την εποχή του Πυθαγόρα και καταλήγει στον πρώτο μεταχριστιανικό αιώνα δημιουργεί μία μυστηριακή, λατρευτική και θρυλική άποψη για το πρόσωπο του Σάμιου φιλοσόφου¹⁰. Για αυτόν τον λόγο, κάθε αναφορά

Πυθαγόρειους [Πέτρου, Α. Αλέξιος (εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια), *Ιάμβλικος: Περί του Πυθαγορικού Βίου*, Ζήτηρος, Θεσσαλονίκη, 2001, σημ. 1, σελ. 61].

Στο ίδιο πνεύμα η Cornelia J. de Vogel, καθηγήτρια αρχαίας φιλοσοφίας στο πανεπιστήμιο της Utrecht, γράφει χαρακτηριστικά: «*One thing that seemed of particular importance was the fact that in his chapter on Pythagorean philosophy in Metaph. A, Aristotle never mentioned Pythagoras by name. He spoke of 'those who were called Pythagoreans' and of 'the Italian philosophers'.* Και παρακάτω: «*Aristotle likes to speak of 'these men', or of 'some people' or of 'those who speak of ideas' or 'who posit the existence of ideas'; of 'those who first posited two kinds of numbers', or of 'those who maintain the existence of unchangeable existences'.*» (de Vogel, Cornelia J., *Pythagoras and Early Pythagoreanism: An interpretation of neglected evidence on the philosopher Pythagoras*, Volgoede Couragie, Utrecht, 1966, σελ. 1-2.)

⁷ Σπυρίδης, Χ. Χαράλαμπος, «Η μουσική των σφαιρών των Πυθαγορείων» σ. 5-6.

⁸ Εδώ, η «αρμονία των σφαιρών» δεν αντιμετωπίζεται ως συγκροτημένη θεωρία – η οποία άλλωστε εμφανίζεται στην εποχή του Πλάτωνα – αλλά λειτουργεί σε ένα πλαίσιο απόλυτα ποιητικής μεταφοράς.

⁹ Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 39, σημ. 86. Για τη σχέση ορφισμού και πυθαγορισμού βλ. Khan, Charles H., *Pythagoras and the Pythagoreans: A Brief History*, Hackett Publishing Company, Indianapolis/Cambridge, 2001, σελ. 2, 4, 19-22, 53, 74. Βλ. επίσης Burkert, Walter, *Αρχαία Ελληνική Θρησκεία*, Καρδαμίτσα, Αθήνα, 1993, σελ. 600-609.

¹⁰ Για περισσότερα βλ. Behling, Phyllis Jacqueline, “Pythagoras, the cult of Apollo, and the birth of philosophy”, *Faculty of California State University Dominguez Hills*, December, 2000

στο όνομα του Πυθαγόρα προκύπτει μέσα από γραπτές ή προφορικές παραδόσεις που σχετίζουν το πρόσωπό του με μια σειρά επιστημονικών αποκαλύψεων και ανακαλύψεων. Οι παραδόσεις αυτές αναγκαστικά λαμβάνονται ως αυθεντίες και δε σχολιάζεται η επιστημονική τους εγκυρότητα γιατί είναι πέρα από τους ερευνητικούς στόχους της εργασίας αυτής.

Η αρμονία των σφαιρών, ενταγμένη ακόμα στο πλαίσιο της συμπαντικής αρμονίας και της πυθαγόρειας διδασκαλίας από την οποία επηρεάστηκε ο πλατωνισμός, διαπερνά τον φυσικό κόσμο του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη και του Αρχύτα και εισχωρεί στον κόσμο των νοητών του Πλάτωνα. Είναι όμως αυτός ο σταθμός που θα αποτελέσει το έναυσμα για την αναβίωση της θεωρίας αυτής τον 1^ο π.Χ. αιώνα και μέσω του Κικέρωνα και το *Όνειρο του Σκιπίωνος*, η μουσική των ουράνιων σωμάτων θα σαρώσει τόσο τους φιλοσοφικούς κύκλους της Ρώμης, όσο και το μεγαλύτερο πνευματικό και πολιτισμικό κέντρο της ύστερης Αρχαιότητας, την Αλεξάνδρεια.

1.2. Η «Αρμονία των Σφαιρών» στον κόσμο των Πυθαγορείων

1.2.1. Η μουσική κοσμολογία του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη

Η πυθαγόρεια διδασκαλία στα τέλη του 5^{ου} αιώνα π.Χ. αντιπροσωπευόταν σε μεγάλο βαθμό από τον Πυθαγόρειο Φιλόλαο τον Κροτωνιάτη. Σύμφωνα με τον Διογένη τον Λαέρτιο, ήταν ο πρώτος που δημοσίευσε δοκίμια με πυθαγόρειο περιεχόμενο¹¹, στα οποία «γίνεται για πρώτη φορά χρήση ειδικής μουσικής ορολογίας»¹². Τα δοκίμια είναι μάλλον του ίδιου του Φιλόλαου που σύμφωνα με την παράδοση τα είχε αφιερώσει στον Πυθαγόρα. Παρ' όλο που η πατρότητα και η αυθεντικότητά του έχουν αμφισβητηθεί έντονα, το έργο φαίνεται να αποτελεί συνέχεια της πυθαγόρειας σκέψης και

¹¹ «Τουτόν (Φιλόλαον) φησί Δημήτριος εν Ομωνύμοις πρώτον εκδούναι των Πυθαγορικών <βιβλία> και επιγράμμα Περί φύσεως...» Διογένης Λαέρτιος, *Βίοι και γνώμαι των εν φιλοσοφία ευδοκιμησάντων*, VIII 85

¹² Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 23. Πρβλ. Georgiades, Thrasybulos, *Musik und Rhythmus bei den Griechen*, Hamburg, 1958, σελ. 91.

περιλαμβάνει πλήθος στοχασμών που είναι σύμφωνοι με την κοσμοθέαση των Πυθαγορείων¹³.

«Α φύσις δ' εν τω κόσμω αρμόχθη εξ' απείρων τε και περαινόντων και όλος <ο> κόσμος και τα εν αυτώ πάντα»¹⁴.

[«Η φύση στο οργανωμένο σύμπαν συγκροτήθηκε από άπειρα και πεπερασμένα στοιχεία και όλο το σύμπαν και τα πάντα μέσα σε αυτό»]¹⁵

Το ερώτημα που προκύπτει είναι το πώς γίνεται να παραχθεί οτιδήποτε από την κοινή δράση των αρχών του πέρατος και του απείρου: Η θεμελιώδης αρχή που χρειάζεται για να επιτευχθεί η ένωση των αντίθετων ζευγών είναι η *αρμονία*¹⁶:

«Επει δε ται αρχαί υπάρχον ουχ ομοίαι ουδ' ομόφυλοι έσσαι, ήδη αδύνατον ης και αυταίς κοσμηθήναι, ει μη αρμονία επεγένετο ωτινιών αν τρόπω εγένετο. Τα μεν ών ομοία και ομόφυλα αρμονίας ουδέν επεδέοντο, τα δε ανόμοια μηδέ ομόφυλα μηδέ ισοταχή, ανάγκη τα τοιαύτα αρμονία συγκεκλείσθαι, ει μέλλοντι εν κόσμω κατέχεσθαι.»¹⁷.

[Επειδή οι αρχές προϋπήρχαν και δεν ήταν ούτε όμοιες, ούτε ίδιου φύλου, θα ήταν αδύνατο για αυτές να οργανωθούν εάν δεν επενέβαινε η αρμονία, με όποιον τρόπο

¹³ Bogomolov, A.S., *Ιστορία της Αρχαίας Φιλοσοφίας (Ελλάδα και Ρώμη)*, Ειρμός, Αθήνα, 1995, σελ. 116-117. Για τα σωζόμενα αποσπάσματα του Φιλόλαου βλ. Huffman, Carl A., *Philolaus of Croton: Pythagorean and Presocratic – A Commentary on the Fragments and Testimonia with Interpretive Essays*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993.

¹⁴ Διογένης Λαέρτιος, *Βίοι και γνώμαι των εν φιλοσοφία ευδοκιμησάντων*, VIII 85. Ο Διογένης αναφέρει ότι σύμφωνα με τον Δημήτριο στο *Ομωνύμοις*, το βιβλίο του Φιλόλαου ξεκινά με αυτό το απόσπασμα.

¹⁵ Μετάφραση του γραφόντος στα ελληνικά από την αγγλική μετάφραση του Robert Drew Hicks στο Diogenes Laertius: *Lives of Eminent Philosophers Vol. II*, translated by R.D. Hicks, Loeb Classical Library, 1925, σελ. 401.

¹⁶ Ο πυθαγόρειος Νικόμαχος ο Γερασηνός εξηγεί: [...] *αρμονία δε πάντως εξ' εναντίων γίνεται* ἔστι γὰρ *αρμονία πολυμυγέων ένωσις και δίχα φρονεόντων συμφρόνησις* [...]. (Η *αρμονία* προκύπτει από αντίθετα στοιχεία γιατί η *αρμονία* είναι η ένωση των διαφορετικών και η ομοφροσύνη όσων διχογνωμούν) Νικόμαχος Γερασηνός, *Αριθμητικής Εισαγωγής Β'*, 19.1.

¹⁷ Huffman, Carl A., ό.π., σελ. 123. Αντίθετα ζεύγη στη μουσική μπορούν να θεωρηθούν τα ζεύγη βαρέων-οξέων ήχων, επομένως μπορούμε να δούμε την αρμονία ως συνδυασμό των βαρέων και οξέων ήχων σε μια μελωδία.

και αν γινόταν αυτό. Τα μεν λοιπόν όμοια και ίδιου φύλου δεν απαιτούν την αρμονία, τα δε ανόμοια, ούτε ίδιου φύλου, ούτε ίσης ταχύτητας, είναι ανάγκη να συνδεθούν από την αρμονία αν πρόκειται να οργανωθούν σε τάξη¹⁸.

Ο Φιλόλαος δίνει στον όρο μια νέα σημασία. Στους αρμονικούς λόγους που διέπουν τη μουσική ανέπτυξε έναν σύνδεσμο ανάμεσα στην *αρμονία* που παρατηρείται στην καθημερινότητα και στην *αρμονία* ως *αρχέγονη οργανωτική αρχή του Σύμπαντος*¹⁹. Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι ο Φιλόλαος τοποθετεί την *αρχή* της αρμονίας στη μουσική της υπόσταση:

*«Αρμονίας δε μέγεθος συλλαβά και δι' οξειάν. Το δε δι' οξειάν μείζον τας συλλαβάς επογδώ. Έστι γαρ από υπάτας εις μέσαν συλλαβά, από δε μέσας πότι νεάταν δι' οξειάν, από δε νεάτας ες τρίταν συλλαβά, από δε τρίτας ες υπάταν δι' οξειάν. Το δ' εν μέσω τρίτας και μέσας επόγδοον, α δε συλλαβά επίτριτο, το δε δι' οξειάν αμιόλιον, το δια πασάν δε διπλόον. Ούτως αρμονία πέντε επογδώων και δυοίν διέσοιν. Δι' οξειάν τρι' επόγδοα και δίεσις, συλλαβά δέ δυ' επόγδοα και δίεσις.»*²⁰

[«Το μέγεθος της διαπασών αποτελείται από την τέταρτη και την πέμπτη²¹, ενώ η πέμπτη είναι μεγαλύτερη από την τέταρτη κατά έναν τόνο. Γιατί από την υπάτη ως τη μέση είναι μία τέταρτη, και από τη μέση ως τη νήτη μία πέμπτη. Το διάστημα ανάμεσα στην τρίτη και στη μέση είναι τόνος, η τέταρτη είναι επίτριτο διάστημα ($1\frac{1}{3} : 1$, 4:3) η πέμπτη ημιόλιο διάστημα ($1\frac{1}{2} : 1$, 3:2), και η διαπασών διπλάσιο διάστημα (2:1). Έτσι η διαπασών αποτελείται από 5 τόνους και δύο ημιτόνια, η πέμπτη από τρεις τόνους και ένα ημιτόνιο, και η τέταρτη από δύο τόνους και ένα ημιτόνιο.»]²²

¹⁸ Η απόδοση στα νέα ελληνικά έγινε από την καθηγήτρια φιλολογίας Κατερίνα Τσαπέπα.

¹⁹ Ferguson, Kitty, ό.π. σελ. 173.

²⁰ Νικόμαχος Γερασινός, *Αρμονικόν Εγχειρίδιον* 9. Παραθέτει το απόσπασμα του Φιλόλαου ως αυθεντία.

²¹ *Συλλαβά*, στη μουσική ορολογία, ονομαζόταν το χαμηλότερο μέρος της οκτάβας, το διάστημα τετάρτης δηλαδή από την Υπάτη ως τη Μέση, ενώ *δι' οξειάν* το διάστημα από την Μέση εως τη Νήτη. Βλ. West, L.M., *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, Παπαδήμας, Αθήνα, 1999, σελ 305, σημ. 7.

²² Απόδοση στα νέα ελληνικά από το Νικόμαχος, «Αρμονικόν Εγχειρίδιον», *Άπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια: Φιλολογική Ομάδα Κάκτου, Κάκτος, Αθήνα, 2009, σελ. 349-351.

Παρατηρείται πως, αναφερόμενος στην οκτάβα (*διαπασών*), ο Φιλόλαος κάνει λόγο για *αρμονία*, η ουσία της μουσικής *αρμονίας* όμως είναι ίδια με την αρμονία που ενώνει το πέρας με το άπειρο²³.

Ορίζοντας την *οκτάβα/αρμονία* ως το αποτέλεσμα της συμφωνίας των δύο διαστημάτων $\frac{3}{2}$ (πέμπτη) και $\frac{4}{3}$ (τέταρτη) η μεταφυσική έννοια της αρμονίας μετατρέπεται σε μουσικό όρο και τούμπαλιν: Αν θεωρηθεί ότι ο αρμονικός λόγος που ορίζει την οκτάβα είναι $\frac{2}{1}$ και ότι, σύμφωνα με την παραπάνω σχέση, $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{1}$, οι βασικές αναλογίες της αρμονίας φαίνεται να εκφράζονται από τους αριθμούς που αποτελούν την θεϊκή *τετρακτύ*²⁴. Αυτή ακριβώς η σύγκριση είναι που ώθησε τους Πυθαγόρειους να τοποθετήσουν τη γήινη μουσική στο πεδίο της *κοσμικής* μουσικής *αρμονίας*: «*Τί ἐστι το εν Δελφοίς μαντείον; τετρακτύς ὅπερ ἐστιν η αρμονία, εν η αι σειρήνες*»

[«*Τί είναι το μαντείο των Δελφών; Η τετρακτύς, που είναι η αρμονία στην οποία βρίσκονται οι σειρήνες.*»]²⁵

Η τελειότητα της τετρακτύος που στο σύμπαν των Πυθαγόρειων εκφράζεται με την απόλυτη συμμετρικότητα, οδηγεί τον Φιλόλαο στην απόρριψη του γεωκεντρικού μοντέλου. Ο Carl Huffman δίνει μία ολοκληρωμένη θεώρηση του αστρονομικού συστήματος του Φιλόλαου²⁶: Σύμφωνα με τον Σιμπλίκιο, αυτό που κινεί τον κόσμο κατά τους Πυθαγόρειους είναι το κέντρο²⁷ ενώ ο Στοβαίος στις *Εκλογαί* του παραθέτει ένα απόσπασμα από το δεύτερο βιβλίου του Φιλόλαου, *Βάκχαι*, στο οποίο

²³ Snider, C.F. Gillian, «In Defense of Music's Eternal Nature: On the Pre-eminence of Musica Theorica Over Musica Practica», *Master Thesis*, Saskatoon, Sk., January, 2005, σελ. 17.

²⁴ Βλ. σημ. 2

²⁵ Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγόρειους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 36, σημ. 82. Το Πυθαγόρειο αυτό *άκουσμα* θα αποτελέσει έμπνευση για την πλατωνική εκδοχή της μουσικής των σφαιρών.

²⁶ Huffman, Carl A., *Philolaus of Croton: Pythagorean and Presocratic – A Commentary on the Fragments and Testimonia with Interpretive Essays*, Cambridge University Press, Cambridge, 1993, σελ. 231-288.

²⁷ Huffman, Carl A., ο.π., σελ. 237.

υποστηρίζεται ότι ο κόσμος, με την έννοια που του δίνεται στο *Περί φύσεως*, αναπτύσσεται συμμετρικά στο κέντρο και από το κέντρο²⁸.

Ο Αριστοτέλης εξηγεί ότι οι Πυθαγόρειοι αρνούταν την άποψη των πολλών για τη γη στο κέντρο του σύμπαντος²⁹:

«επί μεν γαρ του μέσου πυρ είναι φασί [...]»³⁰

[Στο κέντρο, λένε, υπάρχει φωτιά]³¹.

καθώς «τω γαρ τιμιωτάτω οίονται προσήκειν την τιμιωτάτην υπάρχειν χώραν, είναι δε πυρ μεν γης τιμιώτερον, το δε πέρας του μεταξύ, το δ' έσχατον και το μέσον πέρας»³²

[«Πιστεύουν πως στο πιο τιμημένο αρμόζει η πιο τιμημένη περιοχή και θεωρούν πως η φωτιά είναι πιο τιμημένη από τη γη, το πέρας από το ενδιάμεσο, και πως η περιφέρεια και το κέντρο είναι πέρατα.»]³³

«Ετι δ' οι γε Πυθαγόρειοι και διά το μάλιστα προσήκειν φυλάττεσθαι το κυριότατον του παντός – το δε μέσον είναι τοιούτον – [ο] Διός φυλακήν ονομάζουσι το ταύτην έχον την χώραν πυρ»³⁴

²⁸ Στοβαίος, *Εκλογαί*, 1.15.7

²⁹ «[...] αλλά των πλείστων επί του μέσου κείσθαι λεγόντων, όσοι τον όλον ουρανόν πεπερασμένον είναι φασιν, εναντίως οι περί την Ιταλίαν, καλούμενοι δε Πυθαγόρειοι λέγουσιν». Αριστοτέλης, *Περί Ουρανού*, 293a 13, 18-21.

[«Οι περισσότεροι λένε πως βρίσκεται στο κέντρο, όσοι ισχυρίζονται πως ο ουρανός ολόκληρος είναι πεπερασμένος. Αυτοί που ζούν στην Ιταλία και καλούνται Πυθαγόρειοι, λένε το αντίθετο.»] Απόδοση στα νέα ελληνικά στο Αριστοτέλης, «Περί Ουρανού Β», *Άπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια Φιλολογική Ομάδα Κάκτου, Κάκτος, Αθήνα, 1995, σελ. 187.

³⁰ Αριστοτέλης, *Περί Ουρανού*, 293a 13, 21-22.

³¹ Απόδοση στα νέα ελληνικά στο Αριστοτέλης, «Περί Ουρανού Β» ό.π.

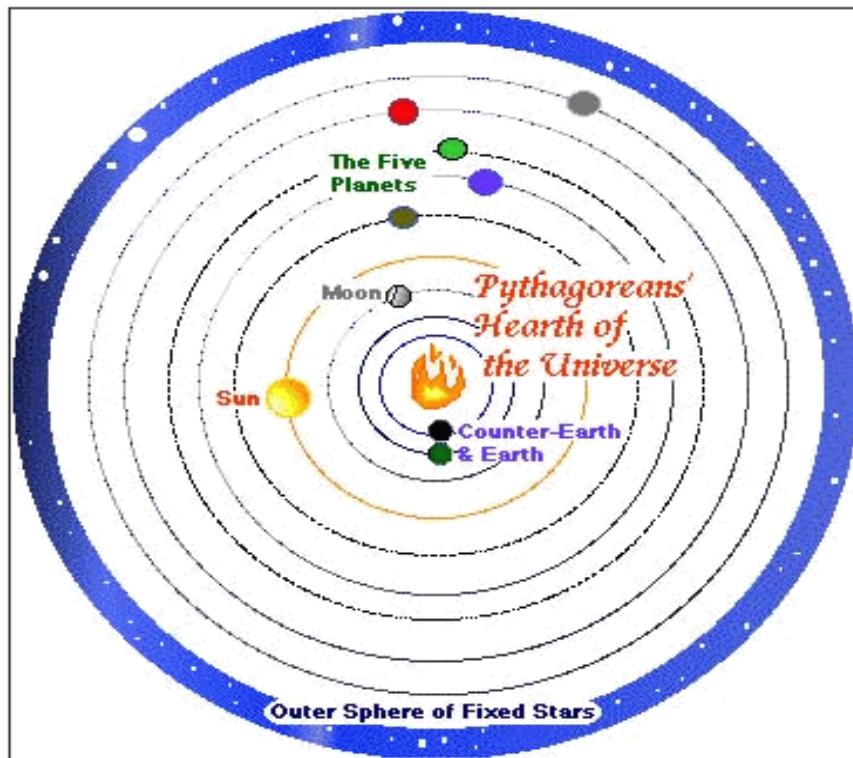
³² Αριστοτέλης, *Περί Ουρανού*, ό.π. 29-32.

³³ Απόδοση στα νέα ελληνικά στο Αριστοτέλης, «Περί Ουρανού Β» ό.π.

³⁴ Αριστοτέλης, *Περί Ουρανού*, 293b 13. 1-4.

[«Επίσης οι Πυθαγόρειοι, επειδή πιστεύουν πως κατ' εξοχήν αρμόζει να διαφυλάσσεται το πιο σημαντικό μέρος του σύμπαντος και τέτοιο είναι το κέντρο, ονομάζουν τη φωτιά που κατέχει αυτό τον χώρο «φρούριο του Δία»]³⁵

Ζωογόνος λοιπόν παράγοντας του κέντρου είναι πλέον η *φωτιά*, το *κεντρικό πυρ*, η *πυθαγορική εστία* και η γη εκτοπίζεται σε τροχιά γύρω από το κέντρο. Έχοντας μετρήσει εννιά σφαίρες που κινούνται σε τροχιά γύρω από την *εστία*³⁶, ο Φιλόλαος επινοεί ακόμη μία σφαίρα, την *αντίχθων γη*, αόρατη και διαμετρικά αντίθετη από τη γη. Παρότι η εμφάνιση της *αντίχθωνος* εξηγούσε φαινόμενα όπως της έκλειψης της σελήνης, φαίνεται να αποτέλεσε την ιδανική λύση που επαληθεύει την κοσμική πυθαγόρεια *τετρακτύ*.



Εικόνα 1: Το κοσμολογικό μοντέλο του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη

³⁵ Απόδοση στα νέα ελληνικά στο Αριστοτέλης, «Περί Ουρανού Β» ό.π.

³⁶ Ερμής, Αφροδίτη, Άρης, Δίας, Κρόνος, ο Ήλιος, η Σελήνη, Γη, και η σφαίρα των απλανών αστέρων. Hermann, Arnold, *To think like God: Pythagoras and Parmenides*, Parmenides Publishing, Las Vegas, 2004, σελ. 112. Βλ. επίσης Schrödinger, Erwin, *Η Φύση και οι Έλληνες: Ο Κόσμος και η Φυσική*, Τραυλός, Αθήνα, 2003, σελ. 51-52.

Το σύμπαν του Φιλόλαου αποτελείται από δέκα σφαίρες, στις οποίες πλέον ανήκει και η γη, που κινούνται τροχιακά και εναρμονίζονται από το κεντρικό πυρ. Η ολική διάσταση της τετρακτύος που λειτουργεί στον κόσμο και οι αρμονικοί λόγοι που θέτουν το *κεκοσμημένο σύμπαν* σε τάξη δίνουν μία ολοκληρωμένη θεώρηση της *αρμονίας* και της μουσικότητας που παράγεται. Η αρμονία των σφαιρών, όπως αναπτύσσεται από τον Πλάτωνα και έπειτα, δεν εκφράζεται άμεσα από τη διδασκαλία του Φιλόλαου, ωστόσο φαίνεται πως αποτελεί μέρος του κοσμολογικού του μοντέλου.

1.2.2. Η φυσική των ήχων στον Αρχύτα τον Ταραντίνο

Μαζί με τον Αρχύτα τον *Πυθαγόρειο* ή Ταραντίνο, η πυθαγόρεια σκέψη μεταφέρεται στην εποχή του Πλάτωνα και της Ακαδημίας³⁷. Μαθητής του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη, ο Αρχύτας υπήρξε ένας από τους μεγαλύτερους μαθηματικούς της αρχαιότητας³⁸, γνώστης της μαθηματικής μηχανικής και γεωμετρίας καθώς και ηγέτης της πόλης του Τάραντα. Αποτελεί ένα από τα κυριότερα πνευματικά και ηγετικά πρόσωπα του 4^{ου} π.Χ. αιώνα, καθώς και μία από τις τρεις σημαντικότερες μορφές του αρχαίου Πυθαγορισμού, μετά τον Φιλόλαο και τον Πυθαγόρα³⁹.

³⁷ Guthrie, W.K.C, *A History of Greek Philosophy – Volume I: The Earlier Presocratics and the Pythagoreans*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991, σελ. 333.

³⁸ Στον Αρχύτα αποδίδεται, εκτός των άλλων, και το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου, ένα από τα άλυτα προβλήματα των μαθηματικών της εποχής. (Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 24, σημ. 17.)

³⁹ Huffman, Carl A., *Archytas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician King*, Cambridge University Press, New York, 2005, σελ. xi.

Φαίνεται να είναι ο μοναδικός Πυθαγόρειος, από τα γραπτά του οποίου ο Αριστοτέλης πήρε πλήθος πληροφοριών για την Πυθαγόρεια φιλοσοφία⁴⁰, ενώ οι δεσμοί φιλίας που τον έδεναν με τον Πλάτωνα, καθιστούν το πρόσωπο του Αρχύτα βασική μορφή για τη φιγούρα του *Τίμαιου*, φανταστικού ηγέτη και επιστήμονα της περιοχής της Νότιας Ιταλίας⁴¹.

Έχοντας ως βάση το έργο του στη μουσική και ακουστική θεωρία, ανέπτυξε βασικές αρχές της φυσικής ακουστικής και της φυσικής του ήχου και, σύμφωνα με τον Παύλο Καϊμάκη φαίνεται να είναι ο πρώτος που διατύπωσε τη σχέση ανάμεσα στην ταχύτητα της κίνησης και στο τονικό ύψος του ήχου⁴². Στο σωζόμενο απόσπασμα 1, ο Αρχύτας μέσω του Πορφύριου εξηγεί:

«Παρατήρησαν πρώτοι [οι Πυθαγόρειοι] ότι δε μπορεί να υπάρξει ήχος αν δε γίνει πρώτα σύγκρουση πραγμάτων μεταξύ τους. Έλεγαν ότι μια σύγκρουση συμβαίνει όταν πράγματα που βρίσκονται εν κινήσει, συναντώνται και συγκρούονται. Τα πράγματα που κινούνται προς αντίθετες κατευθύνσεις, όταν συναντηθούν παράγουν ήχο καθώς το ένα επιβραδύνει το άλλο, ενώ αυτά που κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, αλλά με διαφορετικές ταχύτητες, παράγουν ήχο όταν αυτό που ακολουθούσε προσπερνά και χτυπά εκείνο που προπορευόταν⁴³».

Εδώ φαίνεται να έχουμε ένα πρώιμο μοντέλο της αρμονίας των ουράνιων σφαιρών, αφού ο Αρχύτας εξηγεί τους λόγους για τους οποίους κάποιοι ήχοι δε

⁴⁰ Εδώ προκύπτει το εξής ζήτημα: Σε αντίθεση με τις υπόλοιπες αναφορές που έγιναν στους Πυθαγόρειους, ο Αριστοτέλης έγραψε μία πραγματεία τριών βιβλίων, αφιερωμένα σχεδόν εξ' ολοκλήρου στον Αρχύτα, την *περί της Αρχυτείου φιλοσοφίας*. Σύμφωνα με τον Burkert, ο Αρχύτας ήταν ανεξάρτητος λόγιος και ερευνητής, ανεξάρτητα από το γεγονός πως, εποχικά τουλάχιστον, αναφέρεται ως ύστερος Πυθαγόρειος. Για αυτόν τον λόγο ο Αριστοτέλης με τη συγγραφή του έργου του ξεχωρίζει τον Αρχύτα από τον γενικό Πυθαγορισμό. (Burkert, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1972, σελ. 236-237.)

⁴¹ Khan, Charles H., *Pythagoras and the Pythagoreans: A Brief History*, Hackett Publishing Company, Indianapolis/Cambridge, 2001, σελ. 40.

⁴² Καϊμάκης, Παύλος, «Η Αρμονία των Σφαιρών στην Όψιμη Αρχαιότητα», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 135. Για περισσότερα βλ. Porphyry, *On Ptolemy's Harmonics*, I.3

⁴³ Porphyry, *ό.π.*, 7-13.

μπορούν να ακουστούν. Συγκεκριμένα αναφέρει πως πολλοί από τους ήχους που αναλύει δεν είναι ευδιάκριτοι λόγω της αδυναμίας της σύγκρουσης, της μεγάλης απόστασης από τον ακροατή και του υπερβολικά μεγάλου μεγέθους των κινούμενων σωμάτων «γιατί οι μεγάλοι ήχοι δε φτάνουν στα αυτιά μας όπως τίποτα δεν περνά μέσα από τον στενό λαιμό ενός αγγείου, όταν κάποιος του ρίχνει μεγάλες ποσότητες⁴⁴».

Ο Αρχύτας αντιμετωπίζει το πρόβλημα της μουσικής των σφαιρών σαν πρόβλημα φυσικής· κάθε πράγμα που κινείται παράγει ήχο, επομένως τα ουράνια σώματα με την κίνησή τους πρέπει να παράγουν ήχο⁴⁵. Η αρμονία των σφαιρών στο κοσμολογικό μοντέλο του Αρχύτα όχι μόνο λαμβάνει φυσικές διαστάσεις και εξηγείται με όρους φυσικής αλλά καθίσταται ως φαινόμενο που υπόκειται σε φυσικούς νόμους, καθιστώντας πλήρως ορθολογική την πυθαγόρεια μεταφυσική έννοια της συμπαντικής μουσικής αρμονίας.

1.3. Η «Αρμονία των Σφαιρών» στη νοητή μουσική του Πλάτωνα, τον Τίμαιο και τον Μύθο του Ηρόδω

Σε αντίθεση με τον Αρχύτα που θέλησε να συνδυάσει το εμπειρικό κομμάτι της μουσικής άσκησης με τη μεταφυσική της αριθμητικής θεωρίας, ο Πλάτων απορρίπτει την ιδέα της μουσικής εμπειρίας και βλέπει τη μουσική σαν έκφραση της πραγματικότητας και όχι σαν αποτέλεσμα της φαντασίας ενός μουσικού⁴⁶. Η μουσική αυτή πραγματικότητα μπορεί να κατανοηθεί μόνο μέσω της Πλατωνικής διαλεκτικής κατά την οποία μπορεί κανείς να βγει από το Σπήλαιο και να ανυψωθεί στον κόσμο των Ιδεών: Στο Σπήλαιο δεν υπάρχει αληθινός ήχος αλλά ένα είδος ηχούς⁴⁷ η οποία ανήκει στον κόσμο των Σκιών. Αυτή η ηχώ αποτελεί την αισθητή μουσική που μπορεί να αναγνωριστεί ως τέχνη, λαμβάνοντας όλα τα χαρακτηριστικά της τέχνης. Ο *Φίληβος*

⁴⁴ Porphyry, *ό.π.*, 13-18.

⁴⁵ Καϊμάκης, Παύλος, *ό.π.*

⁴⁶ Snider, C.F. Gillian, «In Defense of Music's Eternal Nature: On the Pre-eminence of Musica Theorica Over Musica Practica», Master Thesis, Saskatoon, Sk., January, 2005, σελ 19.

⁴⁷ Πλάτων, *Πολιτεία*, 515 b 7.

μας εξηγεί ότι τα χαρακτηριστικά αυτά «πολύ μεμειγμένον έχειν το μη σαφές, σμικρόν δε το βέβαιον⁴⁸» και αυτό γιατί η τέχνη της αισθητής μουσικής λειτουργεί με βάση την εμπειρία και όχι τον στοχασμό. Βγαίνοντας από το Σπήλαιο και οδηγούμενη προς το Αγαθό⁴⁹, η ηχώ χάνει τον σκοτεινό χαρακτήρα της και ανυψωμένη προς το Φως μετουσιώνεται στην μουσική που εκφράζεται από τον κόσμο των Ιδεών⁵⁰, τη νοητή ή νοητική μουσική⁵¹ που δεν είναι δυνατόν να ακουστεί και ενυπάρχει μόνο στο ανθρώπινο πνεύμα.

Η οντολογική γραμμή της πλατωνικής μουσικής παίρνει σαφώς δύο αναγνώσεις. Αν ξεκινήσει η ανάγνωση από την Ιδέα προς το Σπήλαιο, δηλαδή από την νοητή μουσική προς το έργο τέχνης, έχουμε να κάνουμε με υποβιβασμό· αντίστροφα, υπάρχει αναβάθμιση. Στη δεύτερη ανάγνωση το έργο τέχνης, το αισθητό αντίγραφο, γίνεται βασική συνιστώσα για την ανοδική πορεία της πλατωνικής διαλεκτικής από τη στιγμή που αποτελεί την αφορμή για την τελική εικόνα της Ιδέας. Το σχήμα της μίμησης του Πλάτωνα στον *Τίμαιο* φαίνεται να δικαιώνεται: Ο συνδυασμός των οξέων και βαρέων ήχων αποτελεί πλέον μουσική μίμηση της θείας αρμονίας⁵².

Η κοσμολογία του πλατωνικού *Τίμαιου* είναι ένας συνδυασμός ποίησης, μεταφυσικής και μαθηματικών και προσφέρει μία σχεδόν επιστημονική βάση για την κατανόηση του κόσμου. Σύμφωνα με τον διάλογο, ο Θεός δημιουργεί τον κόσμο σε σχήμα σφαίρας⁵³ που περιστρέφεται γύρω από το κέντρο του. Η «κοσμική ψυχή» είναι

⁴⁸ Πλάτων, *Φίληβος*, 56 a 6-7.

⁴⁹ Για την οντολογική γραμμή της πλατωνικής διαλεκτικής έχω συμβουλευτεί το βιβλίο του Νικόλαου - Ιωάννη Μπούσουλα, *Φιλοσοφικής στοχαστικότητας εκφάνσεις-κορυφώσεις*, ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη, 1973, σελ. 9-17.

⁵⁰ Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 76.

⁵¹ Για τη προβληματική της νοητής μουσικής βλ. Scäfke, Rudolf, *Geschichte der Musikästhetik in Umrissen*, Tutzing, 1964, σελ. 32-36.

⁵² Πλάτωνας, *Τίμαιος*, 80 a 3 – b 8.

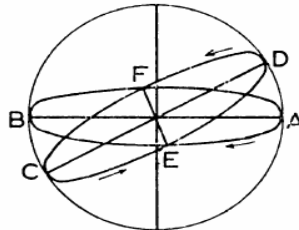
⁵³ Η σφαίρα, που περιέχει τα άστρα, κινείται με τη βοήθεια ενός δακτύλιου που βρίσκεται στο εξωτερικό μέρος της. Ο δακτύλιος αυτός αποτελεί τον ισημερινό της σφαίρας. Στο εσωτερικό της μέρος είναι στερεωμένος ένας άλλος δακτύλιος με μέγιστη διάμετρο και κεκλιμένο επίπεδο ως προς τον ισημερινό με

χωρισμένη σε δυο λωρίδες, μια εξωτερική και μια εσωτερική και σχηματίζουν δυο δακτυλίους δημιουργώντας ένα σχήμα X στο σημείο που διασταυρώνονται⁵⁴. Στην επιστήμη της αστρονομίας υπάρχουν δύο δακτύλιοι, ο *ουράνιος ισημερινός*, που ο Τίμαιος ονομάζει «*ταυτόν*» και η «*εκλειπτική*» που αποτελεί το «*έτερον*» καθώς μεταβάλλεται.

Ο Τίμαιος προτάσσει μια αριθμητική κατασκευή της «κοσμικής ψυχής»: Από το υλικό ο Θεός χωρίζει 1 μέρος, έπειτα 2 και 3 μέρη, έπειτα 4 και 9 μέρη και τέλος 8 και 27 μέρη. Έτσι προκύπτει η σειρά των τετράγωνων αριθμών (1, 2, 4, 8) και η σειρά των κύβων αριθμών (1, 3, 9, 27) και η αλληλουχία των αριθμών αυτών (1, 2, 3, 4, 8, 9, 27) σύμφωνα με την πυθαγόρεια οπτική του Τίμαιου, είναι η απόλυτη αναγκαιότητα που καθορίζει την δομή του κόσμου⁵⁵.

περιστροφή αντίθετη από αυτόν. Ο δακτύλιος αποτελεί τον ζωδιακό κύκλο ο οποίος κινείται και με τη βοήθεια του εξωτερικού κύκλου. Μεταξύ της γης (κέντρου) και του ζωδιακού περιστρέφονται άλλοι έξι δακτύλιοι που φέρουν τους πλανήτες. Ο Κρόνος περιστρέφεται στον δακτύλιο του ζωδιακού (Γουλέρμας, Αναστάσιος, Διπλωματική Εργασία «Η αστρονομία του Εύδοξου του Κνίδιου», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, Τομέας Ανθρωπιστικών, Κοινωνικών Επιστημών και Δικαίου, σελ. 19-20).

Σχηματικά το σύμπαν του Πλάτωνα έχει ως εξής:



όπου ο δακτύλιος AEBF συμβολίζει τον ισημερινό με ωρολογιακή περιστροφή και ο CEDF περιγράφει τον ζωδιακό κύκλο. Βλ. Lasserre, Francois, *The birth of mathematics in the age of Plato*, American Research Council, Larchmont, New York, σελ. 145.

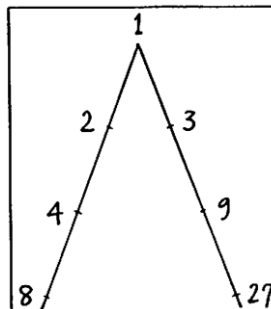
⁵⁴ Βλ. παραπάνω σχήμα.

⁵⁵ Η εικόνα που σχηματοποιεί τη σειρά των τετράγωνων και κύβων αριθμών και επεκτείνει την πυθαγορική ιδέα των «πρώτων θηλυκών» και «πρώτων αρσενικών» αριθμών σε τρεις διαστάσεις είναι η μορφή του ελληνικού γράμματος Λ (Λάμβδα) που χρονολογείται πριν από την εποχή του Πλάτωνα και πιθανώς είναι πυθαγόρειας προέλευσης. Βλ. Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 404. Σχηματικά:

Παρατηρείται πως οι τέσσερις πρώτοι αριθμοί της αριθμητικής σειράς αποτελούν τη πυθαγόρεια *τετρακτύ* και τους αρμονικούς-μουσικούς λόγους 2:1, 3:2 και 4:3 που κοσμούν την αρμονία του σύμπαντος.

Στο σημείο αυτό πρέπει να διακριθεί ένα πρότυπο με νόημα στους υπόλοιπους αριθμούς της σειράς (8, 9, 27) καθώς και ο υποτιθέμενος ρόλος τους σε ένα σενάριο δημιουργίας. Αν λάβουμε υπόψη ότι για τους πυθαγόρειους είχε σημασία ότι κάθε ζεύγος πρέπει να αποτελείται από έναν άρτιο και έναν περιττό αριθμό, οι τελευταίοι αριθμοί παράγονται χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 2 και 3 (έναν άρτιο και έναν περιττό). Πράγματι, αν τετραγωνίσουμε το 2 και το 3 παράγεται το 4 και το 9 ενώ αν τους υψώσουμε στον κύβο, θα έχουμε 8 και 27 αντίστοιχα. Φαίνεται πως ο Πλάτωνας σταμάτησε στους κύβους επειδή «κατά τη δημιουργία μιας συμπαγούς φυσικής πραγματικότητας, δεν χρειάζονται παρά τρεις διαστάσεις»⁵⁶.

Η μουσικότητα των αριθμών αυτών εμφανίζεται όταν ο Θεός τοποθετεί νέους αριθμούς ανάμεσα στα διαστήματα της κάθε σειράς που αποτελούν τους αρμονικούς και τους αριθμητικούς μέσους των διπλανών ζευγών⁵⁷: Ανάμεσα στο 1 και το 2, ο



⁵⁶ Ferguson, Kitty, *Η Μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, Αθήνα, 2009, σελ. 208.

⁵⁷ Ο αρμονικός μέσος μπορεί να περιγραφεί με την εξίσωση

$$a - \frac{a}{x} = b + \frac{b}{x}, \text{ όπου } a > b$$

οπότε η φόρμουλα με την οποία παράγεται είναι

$$\alpha : \frac{2ab}{a+b} : \beta$$

Ο αριθμητικός μέσος περιγράφεται από τη φόρμουλα

$$\alpha : \frac{a+b}{2} : \beta$$

αρμονικός μέσος είναι $\frac{4}{3}$ και ο αριθμητικός $\frac{3}{2}$, που αντιστοιχούν στην τέταρτη και την πέμπτη. Η διαφορά τους φέρνει τον λόγο $\frac{9}{8}$ που αντιπροσωπεύει έναν ολόκληρο τόνο. Θεωρώντας τον λόγο $\frac{9}{8}$ ένα μέρος, ο Θεός αφαιρεί δύο μέρη από μία τέταρτη και βρίσκει ότι απομένει ένα μικρό διάστημα του λόγου $\frac{256}{243}$. Στο σημείο αυτό ολοκληρώνεται ο αρμονικός διαχωρισμός των συνδυασμένων αντιθέτων στοιχείων από όπου είχε ξεκινήσει.

Ο αρμονικός διαχωρισμός προτείνει την δημιουργία δύο κύκλων από τους οποίους ο ένας είναι εξωτερικός και ο άλλος εσωτερικός και κάθε κύκλος περιστρέφεται γύρω από το κέντρο⁵⁸. Οι επτά κύκλοι που ενυπάρχουν στον εσωτερικό πιθανώς αντιπροσωπεύουν τους επτά πλανήτες της αρχαιότητας από τους οποίους ο Ήλιος, ο Ερμής και η Αφροδίτη κινούνται με ανάλογες ταχύτητες συμπληρώνοντας μια στροφή τον χρόνο, ενώ η Σελήνη, ο Άρης, ο Δίας και ο Κρόνος έχουν τη δική τους ταχύτητα περιστροφής αν τα μεγέθη των επτά κύκλων καθώς και τα διαστήματα μεταξύ τους αντιστοιχούν στους επτά αριθμούς της αριθμητικής σειράς 1, 2, 3, 4, 8, 9, 27, οι αρμονικές των πλανητών περιγράφονται από τον παρακάτω πίνακα:

Πίνακας 1. Η αρμονία των σφαιρών στον πλατωνικό Τίμαιο⁵⁹

Planet	Distance (?) above Earth	Interval from preceding planet
Moon	1	
Sun	2	Octave
Venus	3	Fifth
Mercury	4	Fourth

Λόγου χάρη ο αρμονικός μέσος του 1 και του 2 είναι το $\frac{4}{3}$, ενώ ο αριθμητικός τους μέσος είναι το $\frac{3}{2}$.

⁵⁸ Βλ. σημ. 54.

⁵⁹ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 20.

Mars	8	Octave
Jupiter	9	Tone
Saturn	27	Octave + Fifth

Σύμφωνα με τον πίνακα, που δείχνει τις αριθμητικές και αρμονικές αναλογίες της κοσμικής κατασκευής του Πλάτωνα έχουμε την εξής μουσική πλανητική αρμονία:

- το διάστημα ανάμεσα στη σφαίρα του Ήλιου και της Σελήνης είναι μία οκτάβα (2/1)
- το διάστημα ανάμεσα στην Αφροδίτη και τον Ήλιο αντιπροσωπεύεται από μία πέμπτη (3/2)
- το διάστημα ανάμεσα στον Ερμή και την Αφροδίτη είναι μία τέταρτη (4/3)
- το διάστημα ανάμεσα στον Άρη και τον Ερμή είναι μία οκτάβα (8/4)
- το διάστημα ανάμεσα στον Δία και τον Άρη ένας ολόκληρος τόνος (9/8) και
- το διάστημα ανάμεσα στον Κρόνο και τον Δία, μία οκτάβα και μία πέμπτη (27/9).

Η θεία αρμονία του κοσμολογικού μοντέλου του *Τίμαιου* δηλώνεται με τις μουσικές αναλογίες που χρησιμοποιεί ο Δημιουργός ώστε να οικοδομηθούν οι κινήσεις του ουρανού, η κοσμική ψυχή και το αθάνατο μέρος της ανθρώπινης ψυχής⁶⁰. Η μουσική αρμονία του *Τίμαιου* λοιπόν, είναι αυτή που, στον *μύθο του Ηρός* με τον οποίον κλείνει η *Πολιτεία*⁶¹, κινεί το κοσμικό αδράχτι της Ανάγκης. Εν συντομία, ο μύθος περιγράφει τη μεταθανάτια εμπειρία του Ηρός ο οποίος επισκέφτηκε τον κάτω κόσμο για να μεταφέρει στους ανθρώπους τα όσα είδε και έζησε εκεί⁶².

Η κοσμολογική αυτή μουσική αρμονία περιγράφεται ως εξής:

⁶⁰ Κάλφας, Βασίλης, «Νοητική Μουσική και Αόρατη Αστρονομία στον Πλάτωνα», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 126.

⁶¹ Για τη σημασία του μύθου στους Πλατωνικούς διαλόγους βλ. Szlezák, A. Thomas, *Πώς να διαβάζουμε τον Πλάτωνα*, μτφρ. Π. Κοτζιά, Θύραθεν, Θεσσαλονίκη, 2004, σελ. 171-176.

⁶² Πλάτωνα, *Πολιτεία*, 614b.

«Εκεί είδαν, στη μέση του φωτός, να είναι από τον ουρανό τεντωμένες οι άκρες των δεσμών του –το φως χρησίμευε ως σύνδεσμος του ουρανού και συγκρατούσε ολόκληρο τον περιστρεφόμενο ουρανό, απαράλλακτα όπως τα υποζώματα των πλοίων- και στις άκρες ήταν στερεωμένο της Ανάγκης το αδράχτι που έδινε την κίνηση σε όλες τις ουράνιες περιστροφές. Ολόκληρο το αδράχτι στρεφόταν γύρω στον άξονά του κατα την ίδια φορά, ενώ εσωτερικά οι επτά συγκεντρικοί κύκλοι περιστρέφονταν ήρεμα κατά την αντίθετη διεύθυνση. Απ' αυτούς πάλι πάρα πολύ γρήγορα περιστρεφόταν ο όγδοος, κατά δεύτερο λόγο και ισόχρονα ο ένας με τον άλλο ο έβδομος, ο έκτος και ο πέμπτος. Ο τέταρτος, όπως τους φαινότανε, ήταν τρίτος στην ταχύτητα, ο τρίτος τέταρτος και ο δεύτερος πέμπτος. Για το αδράχτι έλεγε ότι περιστρεφόταν πάνω στα γόνατα της Ανάγκης. Επάνω σε κάθε κύκλο του στεκόταν από μια Σειρήνα που γύριζε κι αυτή μαζί, βγάζοντας από μέσα της έναν ήχο, μια μουσική νότα` κι απ' όλες τις νότες που ήσαν οκτώ, σχηματιζόταν ένα αρμονικό ταίριασμα. Και υπήρχαν άλλες τρεις καθισμένες γύρω-γύρω σε ίσες αποστάσεις, καθεμιά σ' έναν θρόνο, θυγατέρες της Ανάγκης, Μοίρες, ντυμένες στα άσπρα, φορώντας στο κεφάλι στέμμα, η Λάχεση, η Κλωθώ, η Άτροπος και τραγουδούσαν πάνω στη μελωδία των Σειρήνων, η Λάχεση τα περασμένα, η Κλωθώ τα τωρινά, η Άτροπος τα μελλούμενα.⁶³»

Εδώ βλέπουμε την πρώτη καταγεγραμμένη αναφορά στην αρμονία των σφαιρών⁶⁴ ενώ οι πλανήτες ταξινομούνται σε μια καθορισμένη σειρά με ακριβείς σχετικές αποστάσεις. Το 323 π.Χ. και έναν αιώνα μετά τον Πλάτωνα, ο Αλέξανδρος Αιτωλός, βασισμένος στο απόσπασμα του Πλάτωνα, δίνει την εξής μουσική κοσμική περιγραφή:

*«Η Γη στο κέντρο παράγει τον βαθύ ήχο της υπάτης
 Η Έναστρη Σφαίρα παράγει τη συζευγμένη νήτη
 Ο Ήλιος, ανάμεσα στα περιπλανώμενα άστρα, κάνει να αντηχήσει η μέση
 Η κρυστάλλινη σφαίρα είναι σε συμφωνία με την τέταρτη
 Ο Κρόνος είναι πιο βαθύς κατά ένα ημιτόνιο
 Ο Δίας απομακρύνεται τόσο από τον Κρόνο όσο και από τον φοβερό Άρη*

⁶³ Πλάτωνα, *Πολιτεία*, 617 b4 – 617 d1

⁶⁴ Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάλογος, Αθήνα, 2008, σελ. 43

*Ο Ήλιος, η χαρά των θνητών, είναι έναν τόνο πιο κάτω
 Η Αφροδίτη διαφέρει κατά ένα τριημιτόνιο από τον λαμπρό Ήλιο
 Στη συνέχεια έρχεται η Σελήνη που δίνει στη φύση τέτοιες ποικίλες αποχρώσεις
 Τέλος, η Γη στο κέντρο, δίνει την πέμπτη στον Ήλιο
 Έχει πέντε ζώνες, από τις ομιχλώδεις ως τη φλογερή ζώνη
 Και συμφιλιώνεται με την καυτή ζέστη και το παγωμένο κρύο
 Ο Ουρανός, με έξι τόνους, συμπληρώνει αυτή την οκτάβα
 Ο γιος το Δία, ο Ερμής, μας παρουσιάζει μια Σειρήνα
 Με μια επτάχορδη Λύρα, εικόνα αυτού του εξαίσιου κόσμου.⁶⁵»*

⁶⁵ Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάλογος, Αθήνα, 2008, σελ. 42. Το απόσπασμα παραθέτει ο Θέων ο Συμυρνεύς στο «*Εις Πλάτωνος ανάγνωσιν*» ως εξής:

[...]
 γαῖα μὲν οὖν ὑπάτη τε βαρεῖά τε μεσσοῦθι ναίει·
 ἀπλανέων δὲ σφαῖρα συνημμένη ἔπλετο νήτη·
 μέσσην δ' Ἡέλιος πλαγκτῶν θέσιν ἔσχεθεν ἄστρον·
 τοῦ δ' ἀπὸ δὴ ψυχρὸς μὲν ἔχει διὰ τέσσαρα κύκλος·
 15 κείνου δ' ἡμίτονον Φαίνων ἀνήσι ξαλασθεῖς,
 τοῦ δὲ τόσον Φαέθων ὅσον ὄβριμος ἼΑρεος ἀστήρ·
 Ἡέλιος δ' ὑπὸ τοῖσι τόνον τερψίμβροτος ἴσχει,
 αἴγλης δ' Ἡελίοιο τριημίτονον Κυθέρεια·
 ἡμίτονον ὑπὸ τῷ Στύλβων φέρεθ' Ἑρμείαιο,
 20 τόσσον δὲ χρωσθεῖσα φύσιν πολυκαμπέα Μήνη·
 κέντρον δ' Ἡελίοιο θέσιν διὰ <πέντ'> ἔλαχε χθών.
 αὐτὴ πεντάζωνος ἀπ' ἠέρος εἰς φλογόεν πῦρ
 ἄρμοσθεῖς ἄκτισι πυρὸς κρυερῆσί τε πάχλαις
 οὐρανοῦ ἑξατόνου τόνον ἔσχεθε τὸν διὰ πασῶν.
 25 τοίην τοι σειρήνα Διὸς πάις ἤρμοσεν Ἑρμῆς,
 ἐπτάτονον κίθαριν, θεομήστορος εἰκόνα κόσμου.

[Μήλιος, Γιώργος, «Μετάβαση από το $\eta\mu\omega$, $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ στο $\eta\mu\chi$, $\chi \in \mathbb{R}$ μέσω της χρήσης του λογισμικού Geogebra», Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών «Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών», σελ. 22].

Στο απόσπασμα γίνεται ίσως για πρώτη φορά μια προσπάθεια σύνδεσης των ουράνιων σωμάτων με ένα τονικό ύψος. Για περισσότερα βλ. Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 25 και Carl von Jan, «Die Harmonie der Sphären», σελ 13-37.

<http://www.archive.org/stream/philologus52deutuoft#page/12/mode/2up>

Το χωρίο στο οποίο περιγράφεται η θέση του αδραχτιού της Ανάγκης έχει ιδιαίτερο αστρονομικό ενδιαφέρον, αφού φαίνεται να είναι το αρχαιότερο κείμενο της ελληνικής γραμματείας στο οποίο διατυπώνεται η ύπαρξη επτά πλανητών, η διπλή κίνηση των σωμάτων γύρω από τη γη και τον εαυτό τους καθώς και τη διάταξη των πλανητών στο σύμπαν⁶⁶ και το σύστημά του δε φαίνεται να διαφέρει ουσιαστικά από εκείνο των Πυθαγορείων.

Αν και η αστρονομική θεώρηση του Πλάτωνα βρίσκεται σε αντίθεση με μερικά φαινόμενα της ουράνιας μηχανικής και ο μύθος έχει σαφή ηθικό χαρακτήρα με εσχατολογικές νύξεις και διηγήσεις σχετικά με τη κρίση των ψυχών, προσεγγίζεται φανερά η μουσική των ουράνιων σφαιρών σε αστρονομικό επίπεδο, ολοκληρώνοντας έτσι ο Πλάτωνας την σύνδεση κοσμολογίας, μουσικής και ηθικής. Όπως αναφέρει ο Κάλφας *«οι ψυχές στη μεταθανάτια διαδρομή τους θα αντικρύσουν ένα υποβλητικό θέαμα και θα ακούσουν μια θεσπέσια μουσική πριν αποφασίσουν ελεύθερα τί είδος ζωής θα επιλέξουν κατά την επικείμενη ενσάρκωσή τους.»*⁶⁷

1.4. Η κριτική του Αριστοτέλη στην πυθαγόρεια εικόνα της μουσικής των σφαιρών

Η αρμονία των σφαιρών δεν ήταν γενικά αποδεκτή στην Αρχαιότητα κυρίως λόγω των πολλών και διαφορετικών μεταξύ τους αστρονομικών μοντέλων που σε κάθε περίοδο λάμβαναν χώρα και επηρέαζαν το σύνολο των φιλοσοφικών θεωρήσεων.

Ο σημαντικότερος αρνητής της θεωρίας αυτής υπήρξε ο Αριστοτέλης στον οποίον γίνεται η πρώτη σαφής και ουσιαστική αναφορά στην αρμονία των σφαιρών και τη μουσική των άστρων, αποδίδοντάς την στους Πυθαγόρειους. Θεωρώντας πως τα ουράνια σώματα δεν κινούνται αλλά είναι στερεωμένα στον ουράνιο θόλο που κινεί ο

⁶⁶ Κάλφας, Βασίλης, «Νοητική Μουσική και Αόρατη Αστρονομία στον Πλάτωνα», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 130.

⁶⁷ Κάλφας, Βασίλης, ό.π.

Θεός⁶⁸, είναι αδύνατο να παραχθεί ήχος από αυτά. Το σύμπαν του Αριστοτέλη έχει πεπερασμένες διαστάσεις, είναι σφαιρικό και στις οκτώ ομόκεντρες σφαίρες των οποίων η Γη αποτελεί το ακίνητο και αμετάβλητο κέντρο προστίθεται μια ένατη σφαίρα των απλανών αστέρων.

Είναι γνωστό ότι ο Αριστοτέλης ενδιαφέρεται για την ψυχοακουστική φύση της μουσικής και όχι για την μαθηματική. Γνωρίζει τις απόψεις των Πυθαγόρειων, η στάση του όμως απέναντί τους είναι αμφιλεγόμενη γιατί η σύνδεση του αριθμού με τη μουσική και τον ήχο τους ώθησαν σε γενικεύσεις και στην αναγωγή των αριθμών σε *οντολογική αρχή των πάντων*⁶⁹. Χρησιμοποιώντας τον τρόπο με τον οποίον προσεγγίζει την επιστήμη της *αρμονικής*⁷⁰, ο Αριστοτέλης διακρίνει τη θέση του από αυτή των Πυθαγορείων αρνούμενος να θεωρήσει τη μουσική ως μια καθαρά διανοητική - μαθηματική διαδικασία, αλλά την αντιλαμβάνεται ως το αποτέλεσμα των εμπειρικών δεδομένων των αισθήσεων που, σύμφωνα με την οντολογία της μουσικής του Πλάτωνα, δεν είναι απόλυτα ακριβείς.

Για την πυθαγόρεια αντιμετώπιση της κοσμικής αρμονίας, ο Αριστοτέλης εξηγεί:

«Οι παραπάνω εκτιμήσεις αποκαλύπτουν ότι η θεωρία εκείνη σύμφωνα με την οποία οι κινήσεις των άστρων δημιουργούν ήχους που γεννούν μια αρμονία, σίγουρα παρουσιάστηκε από τους δημιουργούς της με εξαιρετικό τρόπο και πολλή κομψότητα, αλλά δεν αντιπροσωπεύει παρ' όλα αυτά την πραγματικότητα. Σύμφωνα με κάποιους επιστήμονες, τέτοια ογκώδη σώματα θα έπρεπε να παράγουν κάποιον ήχο κατά την μετακίνησή τους, αφού το ίδιο συμβαίνει και με τα σώματα πάνω στη Γη, αν και οι μάζες και οι ταχύτητές τους δεν είναι τόσο μεγάλες όσο εκείνες των άστρων. Αφού ο Ήλιος, η Σελήνη, και μαζί τους τα άστρα, των οποίων ο αριθμός και το μέγεθος είναι τεράστια, διατρέχουν με τέτοια ταχύτητα τόσο μεγάλες αποστάσεις, είναι αδύνατο να μην παράγουν έναν ήχο απίστευτης έντασης. Βασιζόμενοι σε αυτό, και κάνοντας την υπόθεση ότι λόγω των αποστάσεων οι ταχύτητες έχουν μεταξύ τους τις ίδιες αναλογίες με τις νότες μιας μουσικής αρμονίας, υποστηρίζουν ότι η μελωδία που παράγουν οι κινήσεις των άστρων

⁶⁸ Scäfke, Rudolf, *Geschichte der Musikästhetik in Umrissen*, Tutzing, 1964, σελ. 139.

⁶⁹ Αριστοτέλης, *Μετά τα Φυσικά*, 985 b 31 – 986 a 3, 1090 a 20-25.

⁷⁰ Ο Αριστοτέλης είναι ο πρώτος που τοποθετεί την «αρμονική» σε μια ξεχωριστή γνωστική περιοχή που ανήκει στο φαινόμενο της μουσικής. (Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 84)

είναι αρμονική. Και επειδή φαίνεται ανεξήγητο για την κοινή λογική το γεγονός ότι δεν ακούμε αυτή τη μελωδία, μας λένε ότι στην πραγματικότητα την ακούμε από τη στιγμή της γέννησής μας, και για αυτό δεν μπορούμε να την αντιληφθούμε σε σχέση με την απόλυτη ησυχία, αφού η αντίληψη του ήχου και της ησυχίας είναι στην προκειμένη περίπτωση σχετική. Επομένως, όπως οι σιδηρουργοί μοιάζουν να αδιαφορούν για το θόρυβο, εξοικειωμένοι καθώς είναι με αυτόν, οι άνθρωποι είναι και αυτοί αδιάφοροι στη μελωδία των ουρανών για τον ίδιο ακριβώς λόγο.

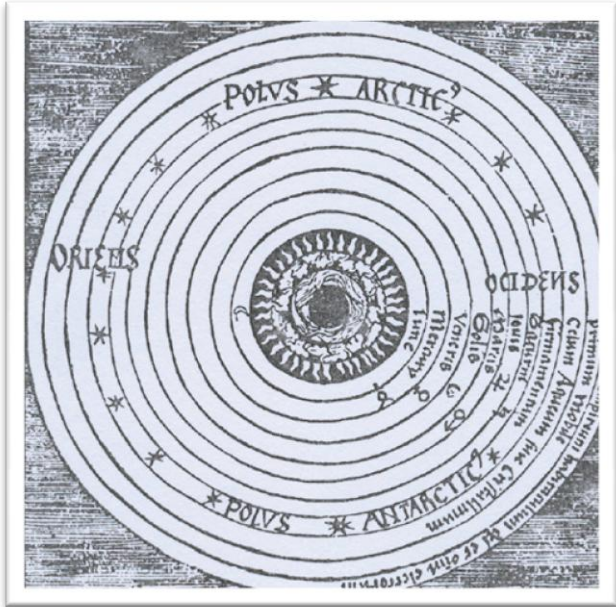
Τέτοια κηρύγματα, το είπαμε και πιο πάνω, παρά την αρμονία και τη μουσικότητα που έχουν, δε μπορεί να αντιπροσωπεύουν την πραγματικότητα. Δεν είναι απλώς και μόνο παράλογο ότι δεν ακούμε τίποτα – για το οποίο όπως είπαμε δίνουν μια εξήγηση – αλλά και ότι δε νιώθουμε τίποτα, ανεξαρτήτως από την αισθητική αντίληψη. Οι υπερβολικά έντονοι ήχοι στην πραγματικότητα μπορούν να καταστρέφουν ακόμα και άψυχα σώματα. Για παράδειγμα, ο ήχος της βροντής μπορεί να ραγίσει τις πέτρες και τα πιο ανθεκτικά σώματα. Αφού οι μάζες που μετακινούνται είναι τόσο τεράστιες, και ο ήχος μεταδίδεται με ένταση ανάλογη της μάζας, θα έπρεπε ο ήχος των άστρων να φτάνει ως εδώ με ένταση ακόμα μεγαλύτερη, και άρα η βιαιότητά του θα έπρεπε να έχει ασυνηθιστή ισχύ.

Όμως δεν ακούμε τίποτε, ούτε αντιλαμβανόμαστε τα αποτελέσματα κάποιας βίαιης επίδρασης στα σώματα, και αυτό είναι απόλυτα λογικό αφού κανείς ήχος δεν εκπέμπεται.»⁷¹

Η αρμονία των σφαιρών, αν και «κομψώς μεν είρηται και περιττώς υπό των ειπόντων»⁷² είναι μια απάτη στο φυσικό σύστημα του Αριστοτέλη, οι πλανήτες λειτουργούν σε ένα απόλυτα αρμονικό σύστημα, στο οποίο όμως επικρατεί ησυχία.

⁷¹ Αριστοτέλης, *Περί Ουρανού*, 290b14 κ.ε.

⁷² «Διατυπώθηκε με γλαφυρό και περίτεχνο τρόπο». Αριστοτέλης, ό.π.



Εικόνα 2: Το αριστοτελικό σύμπαν (Ευλογραφία του 1508)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η «ΑΡΜΟΝΙΑ ΤΩΝ ΣΦΑΙΡΩΝ» ΜΕΣΑ ΑΠΟ ΤΗ ΡΩΜΑΪΚΗ ΕΠΙΡΡΟΗ

2.1. Εισαγωγή

Σε αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζονται και αναλύονται έξι πλανητικά-μουσικά συστήματα τα οποία θεωρώ σταθμούς στον τρόπο εξέλιξης και εξάπλωσης της πυθαγόρειας θέασης της αρμονίας των σφαιρών στους επόμενους αιώνες, μέσω του Μεσαίωνα και της Αναγέννησης και μέχρι την εποχή του Kepler. Ας ληφθεί ως δεδομένο το γεγονός ότι αυτό που ενδιαφέρει την εργασία είναι η καθαρά μουσική πρακτική αυτού που από την αρχαιότητα ονομάζεται «αρμονία των σφαιρών» σε σχέση με τις εκάστοτε αστρονομικές αντιλήψεις. Έτσι, αποφεύγονται ιδέες και θεωρίες που συνδυάζουν διάφορες εκφράσεις της μεταφυσικής ή επιστημονικής εμπειρίας όπως η πλατωνική ψυχή, η αρχιτεκτονική, η βιολογία, η γλωσσολογία και η θεολογία, με το ζήτημα που εξετάζεται.

Ξεκινώντας λοιπόν από τον Κικέρωνα που καθορίζει τα τονικά ύψη σε σχέση με τις ταχύτητες περιστροφής των πλανητών, η κοσμική⁷³ μουσική εισχωρεί στο έργο του Πλίνιου του Πρεσβύτερου που βλέπει τις αποστάσεις των πλανητών σύμφωνα με τα μουσικά διαστήματα. Περίπου έναν αιώνα αργότερα, ο πυθαγόρειος μαθηματικός Νικόμαχος Γερασηνός θέτει το πρώτο πλανητικό περιβάλλον στο οποίο όλοι οι πλανήτες αντιστοιχούν σε μία συγκεκριμένη τονικότητα. Το σύνολο της ουράνιας μηχανικής, από τις κινήσεις των άστρων μέχρι τον ζωδιακό κύκλο και τους επικύκλους θα εκφραστεί από τον Πτολεμαίο σε ένα πολύπλοκο και περίπλοκο σύστημα αρμονίας, το οποίο μετά από 1500 χρόνια θα αποτελέσει πρότυπο για τη συγγραφή του *Harmonices Mundi*. Τον 3^ο αιώνα ο Κηνσωρίνος επιστρέφει στην παραδοσιακή διαστηματική σχέση μεταξύ των πλανητών ενώ ο Βοήθιος στις αρχές του 6^{ου} αιώνα

⁷³ Η ορολογία της εργασίας θέτει την έννοια του «κοσμικού» στη σημασία του «συμπαντικού» εκ του πυθαγορικού *κεκοσμημένου σύμπαντος*.

μ.Χ. κλείνει τον κύκλο της ρωμαϊκής επιρροής πριν η κληρονομιά της επιστήμης που θα δοθεί στον Μεσαίωνα βρει κανούριες ιδέες και πνευματικά στηρίγματα στον αραβικό πολιτισμό.

2.1.1. Η φιλοσοφική κατεύθυνση

Η πυθαγόρεια φιλοσοφική παράδοση που ιδρύθηκε στην ιταλική χερσόνησο, τη λεγόμενη *Magna Grecia* ή διαφορετικά Μεγάλη Ελλάδα⁷⁴, δεν άργησε να θέσει τη Ρώμη ως κέντρο των διδασκαλιών του αρχηγού και ιδρυτή της αλλά και των άμεσων μαθητών του. Η πρώτη ίσως ένδειξη της επιρροής του Πυθαγόρα στο ρωμαϊκό κοινό ανάγεται στις αρχές του 3^ο π.Χ. αιώνα κατά τη διάρκεια του τρίτου Σαμνιτικού Πολέμου (298-290 π.Χ.) όταν το μαντείο του Πύθιου Απόλλωνα πρόσταξε την ανέγερση δύο ομοιομάτων σε περίοπτη θέση: του πιο γενναίου άνδρα της ελληνικής φυλής και του πιο σοφού. Ως απάντηση οι Ρωμαίοι επέλεξαν τον Αλκιβιάδη ως τον γενναιότερο και στο πρόσωπο του Πυθαγόρα, που προτιμούσαν να τον θεωρούν Ιταλό παρά Έλληνα, είδαν τον σοφότερο άνδρα⁷⁵.

Στο πολιτισμικό και πολιτιστικό περιβάλλον της Ρώμης τα ελληνικά συγγράμματα κατέκλυζαν τους κύκλους της ρωμαϊκής αριστοκρατίας και τα ελληνικά επιτεύγματα σε κάθε τομέα θεωρούνταν στοιχεία προς μίμηση από τους αντίστοιχους Ρωμαίους συγγραφείς, αρχιτέκτονες, φιλοσόφους και πάσης φύσεως καλλιτέχνες. Η Kitty Ferguson δείχνει με εύστοχο τρόπο το πνευματικό πλαίσιο αυτού που αργότερα θα ονομαστεί ελληνορωμαϊκός πολιτισμός: «[...] σχεδόν κανένα κομμάτι της ρωμαϊκής

⁷⁴ Ο Αριστοτέλης και μεταγενέστεροι συγγραφείς συνήθιζαν να αναφέρονται στη φιλοσοφία των Πυθαγορείων ως «ιταλική φιλοσοφία» Kahn, H. Charles, *Pythagoras and the Pythagoreans: A Brief History*, Hackett Publishing Company, Indianapolis/Cambridge, 2001, σελ. 86.

⁷⁵ Pliny, *Natural History*, Book XXXIV, XII, 26. Για το λατινικό κείμενο έχω συμβουλευτεί την ιστοσελίδα http://penelope.uchicago.edu/Thayer/L/Roman/Texts/Pliny_the_Elder/34*.html (Τελευταία επίσκεψη 16/6/2014). Για την αγγλική απόδοση βλ. http://www.masseiana.org/pliny.htm#BOOK_XXXIV (Τελευταία επίσκεψη 16/6/2014). Βλ. επίσης Kahn, H. Charles, ό.π. και Ferguson, Kitty, *Η μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, Αθήνα, 2009, σελ. 255-256.

ζωής δεν έμεινε ανεπηρέαστο από αυτή την ειρηνική και περίπλοκη πολιτισμική αντιδιείσδυση.⁷⁶»

Σε αυτό το πλαίσιο οι πυθαγόρειες ιδέες δεν θα αργήσουν να αναπτυχθούν και να δώσουν το παρόν σχεδόν σε κάθε φιλοσοφική και επιστημονική έκφανση της εποχής. Μέσα σε έναν αιώνα από τον Σαμνιτικό πόλεμο το δόγμα του Πυθαγόρα για τη μετενσάρκωση βρίσκεται έδαφος στα έργα του ποιητή Έννιου (239-169 π.Χ.) *Analles* (Χρονικά) στο οποίο παρουσιάζει τη ρωμαϊκή ιστορία ως *αυθεντικό κληρονόμο του ελληνικού πολιτισμού*⁷⁷ και *Επίχαρμος* ενώ ο ύπατος Μάρκος Φούλβιος, πάτρονας του Έννιου, συγγράφει το έργο *De Fastie* που βρίθει από πλατωνικές ιδέες⁷⁸. Ακόμη ένα ίχνος της πυθαγόρειας επιρροής κατά τον 2^ο π.Χ. αιώνα εμφανίζεται σε μια αναφορά του Κάτων του Πρεσβύτερου στο έργο «*De Agricultura*» (Περί Γεωργίας) για ένα είδος λάχανου, το *brassica Pythagorea*⁷⁹ ενώ ο Πλίνιος είναι αυτός που κάνει σαφές ότι ο Κάτων άντλησε τα στοιχεία του έργου από ένα δοκίμιο που αποδίδεται στον ίδιο τον Πυθαγόρα⁸⁰.

Η πραγματεία αυτή με τίτλο «*Ο Πυθαγόρας περί της δύναμης των φυτών*» ανήκει στο είδος των ψευδοπυθαγόρειων έργων που από τον 3^ο αιώνα είχαν εξελιχθεί σε αληθινή βιομηχανία. Μαζί με τα *πυθαγορικά υπομνήματα*, την *επιστολή του Λύσι προς τον Ίππαρχο*, το *περί της του παντός φύσεως* και διακόσια ογδόντα ακόμη έργα κάτω από το όνομα του Πυθαγόρα και των πρώτων μαθητών του αποτέλεσαν την αρχαία

⁷⁶ Ferguson, Kitty, ό.π. σελ. 257.

⁷⁷ Ό.π. σελ. 257-258.

⁷⁸ Συγκεκριμένα αντλεί στοιχεία από τον Τίμαιο που είναι επηρεασμένος από την πυθαγόρειο τρόπο σκέψης.

⁷⁹ Για το λατινικό κείμενο βλ. <http://www.thelatinlibrary.com/cato/cato.agri.html> [157] (Τελευταία επίσκεψη 17/6/2014) Για την αγγλική απόδοση βλ. http://penelope.uchicago.edu/Thayer/E/Roman/Texts/Cato/De_Agricultura/K*.html [157] (Τελευταία επίσκεψη 17/6/2014).

⁸⁰ Βλ. Pliny, *Natural History*, Book XXIV, CI, 158. Για το λατινικό κείμενο βλ. http://penelope.uchicago.edu/Thayer/L/Roman/Texts/Pliny_the_Elder/24*.html (Τελευταία επίσκεψη 17/6/2014). Για την αγγλική απόδοση βλ. http://www.masseiana.org/pliny.htm#BOOK_XXIII (Τελευταία επίσκεψη 17/6/2014).

γνώση της περιόδου που κατέστησε το πρόσωπο του Πυθαγόρα μία ημιθρυλική και μαγική προσωπικότητα⁸¹ και την πυθαγόρεια διδασκαλία ένα κράμα από υστεροπλατωνικές⁸², ψευδοαριστοτελικές και ανατολίτικες δοξασίες ενδεδυμένο με την αυθεντία του καθαρού και αγνού αρχαίου πυθαγορισμού.

Η γοητεία της πυθαγόρειας ή ψευδοπυθαγόρειας κοσμοθέασης που ασκήθηκε τους τελευταίους αιώνες π.Χ. στο ρωμαϊκό και αλεξανδρινό κοινό οδήγησε στην ίδρυση ενός κινήματος που αναπτύχθηκε κυρίως τον 1^ο και 2^ο αιώνα μ.Χ. Ο νεοπυθαγορισμός που έκανε την εμφάνισή του κατά τον 1^ο π.Χ. αιώνα σε μια προσπάθεια επαναφοράς του πυθαγόρειου τρόπου ζωής, των διδασκαλιών και της αντίστοιχης κοσμοαντίληψης αναδύθηκε στην αρχή της πορείας του μέσω τελετουργικών και θρησκευτικών ομίλων που ιδρύθηκαν στη Ρώμη⁸³. ωστόσο οι σημαντικότεροι εκπρόσωποι του κινήματος ήταν από άλλες περιοχές της αυτοκρατορίας, κυρίως από την Αλεξάνδρεια.

Οι φιλοσοφικές πραγματείες και πρακτικές των νεοπυθαγορείων και μέσω των πλατωνιστών σύντομα θα στεγάζονταν κάτω από το πνεύμα του νεοπλατωνισμού. Οι αντιλήψεις του Σωτίωνα και του Σενέκα (1^{ος} π.Χ. αιώνας), του Απολλώνιου Τυανέα (τέλη 1^{ου} μ.Χ. αιώνα), του Αλέξανδρου του Αβονοτειχίτη (2^{ος} μ.Χ. αιώνας), του Νικόμαχου από τα Γέρασα της Παλαιστίνης και του Οβίδιου (1^{ος} αιώνας π.Χ.) τείνουν στο γενικό πνεύμα του πυθαγορισμού της εποχής. Από την άλλη, τα ονόματα του Εύδωρου από την Αλεξάνδρεια (1^{ος} π.Χ. αιώνας), του Φίλωνα από την Αλεξάνδρεια, του Πλούταρχου (2^{ος} μ.Χ. αιώνας), του Μοδεράτου από τα Γάδαιρα της Ισπανίας (σημερινό Κάδιθ) και του Θέωνα από τη Σμύρνη (125 μ.Χ.) ανήκουν στη φιλοσοφική κατεύθυνση του νεοπυθαγορισμού που τείνει περισσότερο στη πνευματική σφαίρα αυτού που καταχρηστικά θα μπορούσε να ονομαστεί *πυθαγορικός πλατωνισμός*: Το

⁸¹ Σύμφωνα με την Kitty Ferguson: *Η εκδοχή πυθαγορισμού που εισήγαγε ο Νιγίδιος Φίγουλος τον 1^ο π.Χ. αιώνα συνέβαλε στην εδραίωση της εικόνας του Πυθαγόρα και [...] του Αρχύτα στη λαϊκή φαντασία, ως μάγων*. Ferguson, Kitty, ό.π. σελ. 279-280.

⁸² Ο Εύδωρος ο Αλεξανδρεύς (1^{ος} αιώνας π.Χ.), ένας από τους σημαντικότερους εκπροσώπους του νεοπυθαγορισμού, επιχειρήσει να αναδομήσει τη φιλοσοφία του Πλάτωνα σε πυθαγορική βάση. Βλ. Karamanolis, George, *Plato and Aristotle in agreement? Platonists on Aristotle from Antiochus to Porphyry*, Oxford University Press, 2006, σελ. 82-84.

⁸³ Όπως οι *Σεξτιανοί*, με ιδρυτικό μέλος τον Κόιντο Σέξτιο και ο φιλοσοφικός κύκλος που σχημάτισε ο Απολλώνιος ο Τυανέας (τέλη 1^{ου} αιώνα μ.Χ.)

πλατωνικό έργο αναλύεται και εξυψώνεται ως άρτια πυθαγορικό⁸⁴. Ο μεγαλύτερος στοχαστής και συγγραφέας της τελευταίας σχολής είναι ο Νουμήνιος από τη Συρία κατά τον οποίον ο Σωκράτης ήταν πυθαγόρειος ενώ ο Πλάτωνας αποτελούσε τον ευφυέστατο κρίκο μεταξύ του Πυθαγόρα και του Σωκράτη⁸⁵.

Ο Νουμήνιος αποτελεί την καταληκτική μορφή του νεοπυθαγορισμού πριν αυτός ενσωματωθεί και απορροφηθεί εν τέλει από το ρεύμα του νεοπλατωνισμού.

2.1.2. Το αστρονομικό – αρμονικό υπόβαθρο

Από την εποχή του Πυθαγόρα μέχρι και τον πρώτο μ.Χ. αιώνα η αστρονομία που αναπτύχθηκε στους κόλπους της ελληνικής επιστήμης διακρίνει πέντε βασικά αστρονομικά συστήματα τα οποία παρουσιάζονται με σειρά παλαιότητας:

1. Του **Φιλόλαου του Κροτωνιάτη** (500 π.Χ.), του οποίου κέντρο είναι η πυθαγορική εστία και η σειρά με την οποία δίνονται οι σφαίρες είναι η εξής: Αντίχθων Γη – Γη – Σελήνη – Ήλιος – Αφροδίτη – Ερμής – Άρης – Δίας – Κρόνος και σφαίρα των απλανών άστρων.
2. Του **Εύδοξου του Κνίδιου** (408 – 355 π.Χ.), του οποίου κέντρο είναι η ακίνητη Γη και η σειρά των πλανητών που υιοθετείται είναι ίδια με αυτή του Πλάτωνα: Σελήνη – Ήλιος – Αφροδίτη – Ερμής – Άρης – Δίας – Κρόνος.
3. Του **Ηρακλείδη του Ποντικού** (388 – 310 π.Χ.), στο κέντρο του οποίου βρίσκεται η Γη που περιστρέφεται ημερησίως γύρω από τον άξονά της χωρίς όμως να μετατοπίζεται και οι πλανήτες Ερμής και Αφροδίτη διαγράφουν τροχιές γύρω από τον Ήλιο σχηματίζοντας επικύκλους.

⁸⁴ Βλ. λ.χ. το *Περί αφθαρσίας του κόσμου* του Φίλωνα, το *Πυθαγορικά σχολαί* του Μοδεράτου και το έργο *Θέωνος Σμυρναίου Πλατωνικού των κατά το μαθηματικών χρησίων εις την Πλάτωνος ανάγνωσιν*.

⁸⁵ Ferguson, Kitty, *Η μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, Αθήνα, 2009, σελ. 292. Για τα σωζόμενα αποσπάσματα του Νουμήνιου βλ. Kahn, H. Charles, *Pythagoras and the Pythagoreans: A Brief History*, Hackett Publishing Company, Indianapolis/Cambridge, 2001, σελ. 122 και 132.

4. Του *Αρίσταρχου του Σάμιου* (310 – 230 π.Χ.), το οποίο είναι το πρώτο καταγεγραμμένο σύστημα, μετά των Πυθαγορείων, που υποστηρίζει το ηλιοκεντρικό μοντέλο⁸⁶.
5. Του *Κλαύδιου Πτολεμαίου* (έτος θανάτου 168 μ.Χ.) στο οποίο η Γη ακινητεί⁸⁷ τοποθετημένη έκκεντρα, ενώ οι υπόλοιποι πλανήτες κινούνται σε κυκλικές τροχιές τα κέντρα των οποίων κινούνται σε περιφέρειες κύκλων κατά το σύστημα των επικύκλων.

Η Σχολή της Αλεξάνδρειας στην οποία μαθήτευσε ο Αρίσταρχος ο Σάμιος, ο Ευκλείδης και ο Κτησίβιος γίνεται η εστία της επιστημονικής κοινότητας, είτε αυτή αφορά τα μαθηματικά και την αστρονομία είτε τη φιλοσοφία και τη μεταφυσική⁸⁸ και η επιστήμη γνωρίζει τεράστια άνθηση σε όλους τους τομείς.

Στις αρχές του 2^{ου} π.Χ. αιώνα η πνευματική σκυτάλη δίνεται στη Ρόδο που κληρονομεί την πολιτισμική συλλογή της Αλεξάνδρειας και μέσω του Ίππαρχου, του Ποσειδώνιου και του μαθητή του, Γέμινου επηρεάζει σημαντικά τη ρωμαϊκή επιστήμη· η πυθαγόρεια οπτική που ήδη είχε αρχίσει να αναβιώνει θα επιτρέψει στους ρωμαίους επιστήμονες, όπως ο Γάλλος, ο Σωσιγένης και ο Δοσίθεος να υιοθετήσουν τις αντιλήψεις των Πυθαγορείων πάνω σε αστρονομικά ζητήματα που αφορούν τις σχετικές αποστάσεις των ουράνιων σωμάτων στο σύμπαν.

Η διευθέτηση των πλανητών που ήταν γενικά αποδεκτή τον 1^ο π.Χ. αιώνα περιγράφεται από τον Κικέρωνα, μαθητή της σχολής της Ρόδου στο έργο *Somnium Scipionis*:

«Το σύμπαν αποτελείται από εννέα κύκλους, ή μάλλον εννέα σφαίρες που κινούνται. Η εξωτερική είναι εκείνη της ουράνιας σφαίρας, που περιβάλλει όλες τις άλλες,

⁸⁶ Η κυριότερη πηγή για το ηλιοκεντρικό σύστημα του Αρίσταρχου είναι το έργο «Ψαμμίτης» του μαθηματικού Αρχιμήδη. Για το αρχαίο κείμενο βλ. <http://www.chronomaitre.org/psammites.pdf>.

⁸⁷ Παρά την πίστη του στην ακινησία της Γης, ο Πτολεμαίος πρότεινε την περιστροφή της γύρω από τον άξονά της. Pecker, Jean-Claude, *Understanding the Heavens: Thirty Centuries of Astronomical Ideas from Ancient Thinking to Modern Cosmology*, Springer, New York, χ.χ., σελ. 93.

⁸⁸ Ο Proust εξηγεί πως στη Σχολή της Αλεξάνδρειας διαφοροποιείται η φιλοσοφία από τις φυσικές επιστήμες. Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Δίαυλος, Αθήνα, 2008, σελ. 47.

και υπό την οποία είναι ακίνητα όλα τα άστρα. Πιο κάτω, περιφέρονται επτά σφαίρες, οι οποίες κινούνται με φορά αντίθετη από εκείνη της ουράνιας σφαίρας. Στον πρώτο κύκλο περιφέρεται το άστρο που οι άνθρωποι το ονομάζουν Κρόνο. Στο δεύτερο προχωράει ο Δίας, το ευεργετικό και ευόιονο για τους ανθρώπους άστρο. Έπειτα σειρά έχει ο Άρης, κατακόκκινος και απεχθής. Πιο κάτω, στη μεσαία περιοχή, λάμπει ο Ήλιος, ο ρυθμιστής πρίγκηπας των άλλων άστρων, ψυχή του κόσμου, του οποίου η απέραντη σφαίρα φωτίζει και γεμίζει την έκταση της λάμψης του. Έπειτα έρχονται μαζί, σαν σύντροφοι, η Αφροδίτη και ο Ερμής. Τέλος, η κατώτερη τροχιά καταλαμβάνεται από τη Σελήνη, που δανείζεται το φως της από το άστρο της ημέρας.⁸⁹»

Καθένα από τα συστήματα που αναφέρθηκαν επιτρέπει τη συσχέτιση αστρονομίας και αρμονίας που δηλώνεται μέσω της έκφρασης της ουράνιας μηχανικής με βάση την αρμονική – μουσική θεωρία. Η αναβίωση των πυθαγόρειων δογμάτων θα φέρει την αρμονία των σφαιρών στο προσκήνιο και πρωτοστάτης αυτής της αναγέννησης είναι ο Κικέρωνας, σαφώς επηρεασμένος από τον πλατωνικό Τίμαιο. Έλληνες και Λατίνοι επιστήμονες, ερευνητές και φιλόσοφοι παρουσιάζουν πλανητικές κλίμακες στις οποίες κάθε πλανήτης πλέον αντιστοιχεί σε ένα τονικό ύψος που καθορίζεται από τη διαστηματική σχέση του με τους υπόλοιπους. Έτσι, ανάλογα με το είδος της αρμονικής κλίμακας ή συστήματος που χρησιμοποιείται κάθε φορά, ο Ήλιος συνήθως αντιπροσωπεύει τη Μέση, ως ρυθμιστής των πλανητικών κινήσεων⁹⁰, κατά τον ίδιο τρόπο που η Μέση ρυθμίζει την αρμονική ακολουθία των φθόγγων της κλίμακας ως τονικό κέντρο⁹¹.

Η μουσική των σφαιρών στην πρώτη αναγέννησή της θα ακολουθήσει μία πορεία έξι περίπου αιώνων - που στην παρούσα εργασία καταλήγει στο έργο του Βοήθιου – διαπερνώντας τους κόσμους των νεοπυθαγορείων και των μετέπειτα νεοπλατωνικών φιλοσόφων, των επιστημόνων και αστρονόμων που συνδυάζουν τα πλανητικά

⁸⁹ Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάλογος, Αθήνα, 2008, σελ. 51. Ο Proust παραπέμπει στο *De Natura Deorum* (Περί Φύσεως των Θεών), Βιβλίο II, κεφ. 40-41. Ωστόσο, η έρευνα μου επί της συγκεκριμένης πηγής έδειξε ότι το χωρίο δεν υπάρχει σε κανένα κεφάλαιο και βιβλίο αυτού του έργου αλλά αποτελεί μέρος του έργου *Somnium Scipionis* (Το όνειρο του Σκιπίωνα) και εισαγωγή για την αρμονία των σφαιρών που παρατίθεται ακριβώς στην επόμενη παράγραφο. Βλ. Cicero, *De Republica*, VI, 17.

⁹⁰ Βλ. Cicero, ό.π.

⁹¹ Βλ. West, L.M., *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, Παπαδήμας, Αθήνα, 1999, σελ. 305.

φαινόμενα με τη γενικότερη ουράνια μηχανική και την μουσική αρμονία αλλά και των Πατέρων της Εκκλησίας που βλέπουν στην αρμονία των σφαιρών το τέλειο αρμονικό σχέδιο της Δημιουργίας.

2.2. Η μουσική των σφαιρών στο Όνειρο του Σκιπίωνος

Την εποχή που η ημιμυθική και θρυλική μορφή του Πυθαγόρα αποτελούσε τη βασική συνιστώσα και το κεντρικό πρόσωπο των ψευδοπυθαγόρειων διδασκαλιών και συγγραμμάτων που κατέκλυζαν τη Ρώμη και την Αλεξάνδρεια⁹², συγγραφείς όπως ο Κικέρωνας (106-43 π.Χ.) ενδιαφέρονταν να παρουσιάσουν το καθαρό και αυθεντικό δόγμα του πυθαγορισμού, χωρίς όμως να του λείπει η ρωμαϊκή απόχρωση.

Η σχολή της Ρόδου που φιλοξένησε τα εκπαιδευτικά χρόνια του Κικέρωνα⁹³ θα τον ωθήσει να ανακεφαλαιώσει τις σπουδές του στη Ρόδο σε μια σαφή περιγραφή του αστρονομικού συστήματος⁹⁴ και θα ανακτήσει το θέμα της αρμονίας των σφαιρών στο *Όνειρο του Σκιπίωνος (Somnium Scipionis)*. Το έργο αυτό αποτελεί τον επίλογο του χαμένου συγγράμματος *De Republica*⁹⁵ και είναι δομημένο σύμφωνα με το πρότυπο του πλατωνικού μύθου του «*Ηρα του Παμφυλίου*». Το θέμα έχει ως εξής: Ο Σκιπίων, υιοθετημένος εγγονός του Σκιπίωνα του Αφρικανού που νίκησε τους Καρχηδόνιους το 202 π.Χ., επιστρέφει στην Αφρική για να πολεμήσει κατά της Καρχηδόνας. Το βράδυ πριν από τη μάχη και ενώ ξεκουράζεται σε φιλικό περιβάλλον, βλέπει σε όνειρο ότι βρίσκεται στο Γαλαξία μαζί με τον πατέρα του Παύλο-Αιμίλιο και τον παππού του ο

⁹² Τα βιβλία «*Πυθαγορικά υπομνήματα*» και «*ο Πυθαγόρας περί της δύναμης των φυτών*» ανήκουν στην κατηγορία των ψευδοπυθαγορικών συγγραμμάτων και δεν χρονολογούνται πριν από το 2^ο αιώνα π.Χ.

⁹³ Δάσκαλος του Κικέρωνα στη Ρόδο ήταν ο στωικός φιλόσοφος Ποσειδώνιος που έζησε μεταξύ 135 π.Χ. και 51 π.Χ.

⁹⁴ Βλ. σελ. 35-36.

⁹⁵ *Περί Δημοκρατίας*. Ο Κικέρων ήταν ένθερμος υποστηρικτής της Ρωμαϊκής Δημοκρατίας και σκοτώθηκε από τους οπαδούς του Οκταβιανού το 43 π.Χ. Βλ. Χόλλαντ, Τομ, *Ρουβίκωνας – Ο θρίαμβος και η τραγωδία της Ρωμαϊκής Δημοκρατίας*, Ωκεανίδα, Αθήνα, 2005, σελ. 514 – 515.

οποίος του περιγράφει την προδιάθεση των ουρανών⁹⁶. Τα αυτιά του γεμίζουν με ήχους δυνατούς και απαλούς ταυτόχρονα και ο παππούς του εξηγεί:

«Αυτός είναι ένας ήχος ο οποίος, χωρισμένος σε άνισα διαστήματα –τα οποία εντούτοις έχουν διαγραφεί με την απαιτούμενη αναλογία- παράγεται από την κίνηση και την ορμή των ίδιων των τροχιών και, με τον συνδυασμό υψηλών και χαμηλών τόνων, δημιουργεί ποικίλες αρμονίες σε ομοιόμορφο βαθμό· διότι κινήσεις τέτοιας ταχύτητας δεν μπορούν να παραχθούν στη σιωπή, και η φύση επιτάσσει ότι το ένα άκρο θα ηχεί χαμηλά, και το άλλο υψηλά. Για τον λόγο αυτό, η τροχιά του ανώτερου επιπέδου στον έναστρο ουρανό, όπου η κίνηση είναι πάρα πολύ γρήγορη, παράγει έναν κοφτερό, ταχύ ήχο· ενώ η τροχιά της Σελήνης (η οποία καταλαμβάνει το χαμηλότερο επίπεδο απ' όλες) παράγει έναν βαρύ ήχο· και όσον αφορά τη Γη, το ένατο από τα σώματα, καθώς ακινητεί σε ένα μέρος, μένει προσκολλημένη στο κέντρο του Σύμπαντος⁹⁷. Αλλά αυτές οι οχτώ κινητές σφαίρες, εκ των οποίων ο Ερμής και η Αφροδίτη έχουν την ίδια ώθηση⁹⁸, παράγουν επτά διαφορετικούς ήχους. [...] Όσον αφορά τη μουσική που παράγεται από τη γρήγορη περιφορά του συστήματος σφαιρών, αυτός ο θόρυβος είναι τέτοιος που τα ανθρώπινα αυτιά είναι ανίκανα να τον ακούσουν, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο που δεν είναι δυνατόν να κοιτάξει κανείς τον ήλιο κατάματα και που οι ακτίνες του κατατροπώνουν την οπτική οξύτητα και τις αισθήσεις».

Στο σύμπαν του Σκιπίωνα λοιπόν, ο κόσμος αποτελείται από εννιά σφαίρες: τη σφαίρα του στερεώματος, τις σφαίρες των επτά πλανητών και τη σφαίρα της ακίνητης γης ενώ η σειρά με την οποία δίνονται οι πλανήτες είναι η εξής: Κρόνος, Δίας, Άρης, Ήλιος, Αφροδίτη, Ερμής, Σελήνη.

Οι επιρροές από τον πλατωνικό μύθο του Ηρός είναι εμφανείς και ο Κικέρων προκειμένου να εξηγήσει γιατί οι άνθρωποι δεν μπορούν να ακούσουν την ουράνια μελωδία καταφεύγει σε μία παραλλαγή της υπόθεσης του Αρχύτα για τις μεγάλες κινήσεις και τους ήχους που παράγονται από αυτές, κάτι που παραθέτει και ο

⁹⁶ Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάλογος, Αθήνα, 2008, σελ. 51.

⁹⁷ Ferguson, Kitty, *Η μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, Αθήνα, 2009, σελ. 266.

⁹⁸ Δηλαδή ταυτοφονούν.

Αριστοτέλης στο *Περί Ουρανού* 290b24-29⁹⁹. Παρότι πυθαγόρεια στη βάση και πλατωνική στο περιεχόμενο, η διατύπωση αυτή της αρμονίας των σφαιρών δε μας παρέχει στοιχεία για το εάν ο συγγραφέας γνωρίζει πως σύμφωνα με την κοσμολογία των Πυθαγορείων, η Γη δεν αποτελεί το κέντρο του σύμπαντος, ενώ δε φαίνεται να έχει διασωθεί κάτι που να συνδέει την «αντιληπτή» έννοια της αρμονίας των σφαιρών¹⁰⁰ με το πυθαγόρειο σύμπαν στο οποίο να περιλαμβάνεται τόσο το «Κεντρικό Πυρ», όσο και η «Αντίθων-Γη». Όμως, παρά τη συμβολική και μυθολογική χροιά που προσδίδει ο Κικέρων στην αρμονία των σφαιρών, το όνειρο του Σκιπίωνος αναβιώνει ένα από τα αγαπημένα πυθαγόρεια θέματα της ρωμαϊκής φιλοσοφικής οπτικής του 1^{ου} π.Χ. αιώνα.

2.3. Η πλανητική κλίμακα του Πλίνιου του Πρεσβύτερου

Στα μέσα του 1^{ου} αιώνα μ.Χ. ο Gaius Plinius Secundus (23 ή 24 μ.Χ. – 79 μ.Χ.) συγγράφει ένα επιστημονικό έργο 37 τόμων-βιβλίων, αφιερωμένο στον Βεσπασιανό, τον μελλοντικό αυτοκράτορα Τίτο¹⁰¹. Το *Naturalis Historiae* (Φυσική ιστορία) αποτελεί μία εγκυκλοπαίδεια αστρονομίας, γεωγραφίας, μετεωρολογίας, ζωολογίας, βοτανολογίας και ορυκτολογίας και υποστηρίζεται πως πραγματεύεται σε αυτό 20.000 περίπου γεγονότα, επιλεγμένα από 2.000 τόμους, έργα εκατό συγγραφέων¹⁰² ενώ μόνο το δεύτερο βιβλίο είναι αφιερωμένο στην αστρονομία. Παρά την παιδεία και την καθολική γνώση που κατείχε, το έργο του έχει αρκετές αναφορές στη ψευδοπυθαγόρεια πραγματεία «ο Πυθαγόρας περί της δύναμης των φυτών» και η υπερβολική φαντασία

⁹⁹ Βλ. *De Republica*, VI, 17-18.

¹⁰⁰ Έτσι όπως εκφράστηκε από τον Πλάτωνα και έπειτα.

¹⁰¹ «*Plinius Secundus Vespasiano Suo S*» (Gaius Plinius Secundus, *Naturalis Historiae*, *Prefatio*)

¹⁰² Ο Πλίνιος αναφέρει στο προοίμιό του ότι «αντικείμενό μου είναι ο κόσμος της φύσης, ή, με διαφορετικά λόγια, της ζωής» Ό.π., *Prefatio*, 13. Ειρωνία αποτελεί το γεγονός ότι ο Πλίνιος, σαν άνθρωπος ακόρεστης περιέργειας για τα φυσικά φαινόμενα, έχασε τη ζωή του από δηλητηριάδη αέρια ενώ παρατηρούσε την έκρηξη του Βεζούβιου στις 23 και 24 Αυγούστου 79 μ.Χ. προφανώς από πολύ κοντινή απόσταση.

του το εμπλουτίζει με πλήθος αμφιλεγόμενων πληροφοριών. Ωστόσο, δεν αναιρείται το γεγονός ότι αποτελεί ένα αξιοσημείωτο κατόρθωμα αν λάβουμε υπόψη ότι επιστήμονες και φιλόσοφοι αντλούσαν υλικό από το συγκεκριμένο έργο μέχρι και τον 17^ο αιώνα.

Το αστρονομικό του σύστημα φαίνεται να συμφωνεί με εκείνο του Ίππαρχου, καθώς ο Ήλιος βρίσκεται στη μέση των πλανητικών τροχιών και κινήσεων, ενώ με βάση το γεωκεντρικό μοντέλο, η Σελήνη διαγράφει την πρώτη τροχιά ενώ η σφαίρα των απλανών αστεριών διαγράφει την όγδοη. Τη Σελήνη ακολουθούν κατά σειρά ο Ερμής, η Αφροδίτη, ο Ήλιος, ο Άρης, ο Δίας, ο Κρόνος και, τέλος, οι απλανείς αστέρες.

Τοποθετώντας τις μουσικές αναλογίες μεταξύ των αποστάσεων των πλανητών, ο Πλίνιος δίνει την παρακάτω μουσική κλίμακα, την οποία αποδίδει στον ίδιο τον Πυθαγόρα:

- Το διάστημα ανάμεσα στη Γη και τη Σελήνη είναι ένας ολόκληρος τόνος
- Το διάστημα ανάμεσα στη Σελήνη και τον Ερμή είναι ημιτόνιο
- Από τον Ερμή στην Αφροδίτη, ημιτόνιο επίσης
- Μεταξύ Αφροδίτης και Ήλιου, το διάστημα είναι ένας τόνος και μισός
- Από τον Ήλιο στον Άρη ένας τόνος, όσο το διάστημα ανάμεσα στη Γη και τη Σελήνη
- Το διάστημα ανάμεσα στον Άρη και τον Δία είναι μισός τόνος
- Από τον Δία στον Κρόνο, είναι μισός τόνος
- Μεταξύ Κρόνου και απλανών αστεριών το διάστημα είναι ένας τόνος και μισός.¹⁰³

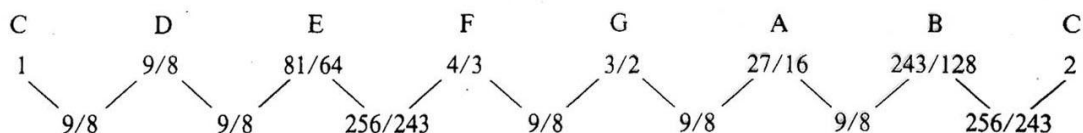
¹⁰³ Μετάφραση του γραφόντος στα ελληνικά από την αγγλική έκδοση Pliny the Elder, *Natural History*, Cambridge Massachusetts Harvard University Press, translated by H. Rackham M.A., Glasgow, 1967, σελ. 226-228. Ενδιαφέρον έχει η λατινική ανάγνωση του κειμένου: Καθώς το ημιτόνιο διάστημα ανάμεσα στη Σελήνη και τον Ερμή αναφέρεται ως *dimidium*, το ημιτόνιο διάστημα Ερμή – Αφροδίτης αναφέρεται ως *tantundem*, δηλαδή **το ίδιο ποσό**. Ο Dreyer όμως το διάστημα Ερμή – Αφροδίτης το θεωρεί *fere tantundem* που σε ελεύθερη μετάφραση σημαίνει «σχεδόν το ίδιο ποσό με το ημιτόνιο». Τα διάφορα λατινικά κείμενα που παραθέτουν το χωρίο δε βοηθούν αρκετά αφού σε άλλα δηλώνεται η λέξη *tantundem*, σε άλλα η φράση *fere tantundem* και οι μεταφράσεις των κειμένων είναι μουσικολογικά απογοητευτικές. Η διαφορά είναι τόσο ποσοτική όσο αφορά τη σχέση των δύο ημιτονίων μεταξύ τους όσο και ποιοτική στην κατασκευή της κλίμακας. Εξηγώ: Σε ειδικότερη μετάφραση, το *dimidium* δηλώνει το *ελάσσον ημιτόνιο* ενώ το *fere tantundem* δηλώνει το *μείζον ημιτόνιο*. Βλ. Dreyer, Johan, *History of the Planetary Systems from Thales to Kepler*, Cosimo Classics, New York, 2007, σελ. 179. Επίσης, η αγγλική

Σύμφωνα με τον Πλίνιο, τα οκτώ πλανητικά διαστήματα ή οι επτά τόνοι που παράγονται, δίνουν την *διαπασών*, δηλαδή την *παγκόσμια αρμονία*¹⁰⁴. Σ' αυτήν, ο

μετάφραση της λέξης *sescuplum* ως *a tone and a half* (ένας τόνος και μισός στα διαστήματα Αφροδίτης – Ήλιου και Κρόνου – Απλανών άστρων), είναι επίσης μουσικολογικά άστοχη. Στην πραγματικότητα το διάστημα *sescuplum* δηλώνει το διάστημα της *ελάσσονος τρίτης*. Στο αντίστοιχο λατινικό κείμενο που παραθέτουν οι Eastwood και Grasshof (Eastwood Bruce, Grasshof Gerd, *Planetary diagrams for Roman Astronomy in Medieval Europe, CA. 800-1500*, American Philosophical Society, Philadelphia, 2004, σελ. 29), η λέξη *sescuplum* επεξηγείται ως *tria semitonia (a quo ad solem sescuplum, id est tria semitonia)*, ήτοι τρία ημιτόνια που καθορίζουν το διάστημα της ελάσσονος τρίτης. Έτσι, η κλίμακα του Πλίνιου θεωρείται ακριβέστερη ως εξής:

- | | |
|-----------------------------|------------------|
| • Γη – Σελήνη | τόνος |
| • Σελήνη – Ερμής | ελάσσον ημιτόνιο |
| • Ερμής – Αφροδίτη | μείζον ημιτόνιο |
| • Αφροδίτη – Ήλιος | ελάσσων τρίτη |
| • Ήλιος – Άρης | τόνος |
| • Άρης – Δίας | ελάσσον ημιτόνιο |
| • Δίας – Κρόνος | ελάσσον ημιτόνιο |
| • Κρόνος – απλανείς αστέρες | ελάσσονα τρίτη |

Στο σημείο αυτό να αναφερθεί ότι κατά την πυθαγόρεια διατονική κλίμακα το *ελάσσον ημιτόνιο* προκύπτει από την αφαίρεση του πυθαγόρειου «δίτονου» (μίας μεγάλης τρίτης) από μία καθαρή τέταρτη. Η αφαίρεση των διαστημάτων στην άλγεβρα των μαθηματικών μεταφράζεται στην πράξη της διαίρεσης· αντίστοιχα, η πρόσθεση των διαστημάτων μεταφράζεται στην πράξη του πολλαπλασιασμού. Έτσι, το ελάσσον ημιτόνιο προκύπτει ως εξής: $4/3 : 81/64 = 256/243$ και είναι το γνωστό *πυθαγόρειο λείμμα*. Συνεπώς η διατονική κλίμακα του Πυθαγόρα έχει σχηματικά ως εξής:



Το *μείζον ημιτόνιο* προκύπτει από την αφαίρεση ενός λείμματος από έναν τόνο: $9/8 : 256/243 = 2187/2048$ και λέγεται και *αποτομή*.

¹⁰⁴ *Ita septem tonis effici quam diapason harmonium vocant, hoc est universitatem concentus*. Ο.π. σελ. 228. Η έννοια της αρμονίας εδώ διαφέρει από την αντίληψη του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη λόγω του ότι δεν μετατρέπεται σε κοσμικής σημασίας έννοια. Συγκεκριμένα, η *αρμονία διαπασών των χορδών* είναι αυτή που παράγεται από τις νότες μίας κλίμακας που παίζονται διαδοχικά. Στο κοσμικό μοντέλο του

Κρόνος κινείται σε δώριο τρόπο, ο Δίας σε φρύγιο ενώ δεν προσδιορίζονται οι κινήσεις των υπόλοιπων πλανητών, γνωρίζουμε μόνο ότι κινούνται παρόμοια¹⁰⁵.

Παρατηρείται πως ο Πλίνιος διαπράττει ένα λάθος στην συσχέτιση των επτά τόνων με την *διαπασών αρμονία*, αφού σύμφωνα με την αριστοξένεια διαίρεση της κλίμακας, η *οκτάβα* αποτελείται από έξι ολόκληρους τόνους και όχι επτά. Το λάθος προκύπτει από το ίδιο το σύστημα που υποστηρίζεται από το γεωκεντρικό μοντέλο, αν λάβουμε υπόψη τις δύο διαδοχικές πέμπτες που περιλαμβάνει (Γη – Ήλιος και Ήλιος – απλανείς αστέρες). Από τη στιγμή που η Γη ακινητεί στο κέντρο του σύμπαντος είναι σιωπηλή και αναγκαστικά ο πρώτος τόνος Γη – Σελήνη πρέπει να διαγραφεί. Έτσι, η απόσταση από τη Σελήνη ως τους απλανείς αστέρες δημιουργεί μία οκτάβα (*διαπασών*) σε δώριο τρόπο¹⁰⁶.

Σε πρώτη ανάλυση και πριν ακόμη παραθέσει την κοσμική του κλίμακα, ο Πλίνιος φαίνεται επιφυλακτικός σε ό,τι αφορά το γιατί δε μπορούμε να ακούσουμε τη «μουσική των σφαιρών»: «Αν ο ήχος που παράγεται από τη συνεχή περιστροφή μιας τόσο μεγάλης μάζας είναι πελώριος και υπερβαίνει την ανεκτικότητα του αυτιού, δεν είναι εύκολο να το απαντήσω, όπως, μα τον Ηρακλή, πολύ περισσότερο αν ο ήχος που παράγουν τα άστρα στην τροχιά τους αυτή είναι μια γλυκιά αρμονική μουσική με μία απίστευτη γοητεία. Για μας που μένουμε στο εσωτερικό του, ο κόσμος γλιστράει μέρα και νύχτα στην ίδια ησυχία»¹⁰⁷.

Πλίνιου, η πλανητική θεωρία που παρουσιάζεται δεν βασίζεται στις σχετικές ταχύτητες των πλανητών, όπως συμβαίνει στη μουσική των σφαιρών του Κικέρωνα αλλά στις μεταξύ τους αποστάσεις.

¹⁰⁵ Για αυτήν τη λεπτομέρεια ο Πλίνιος αναφέρει ότι είναι μια πληροφορία ψυχαγωγική αλλά όχι χρήσιμη (*Naturalis Historiae*, II. XX)

¹⁰⁶ Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάυλος, Αθήνα, 2008, σελ. 61.

¹⁰⁷ Καϊμάκης, Παύλος, «Η αρμονία των σφαιρών στην όψιμη αρχαιότητα», *Συμπαντική αρμονία, μουσική και επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 142. Βλ. επίσης Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 8 και *Naturalis Historiae II*. III.6.

2.4. Το αστρικό σύστημα του Νικόμαχου

Ο Νικόμαχος ο Γερασηνός¹⁰⁸, μία από τις σημαντικότερες προσωπικότητες του νεοπυθαγορισμού και του ύστερου πλατωνισμού του 1^{ου} και 2^{ου} μεταχριστιανικού αιώνα και κορυφαίος μαθηματικός των ρωμαϊκών χρόνων, έχει συγγράψει συνολικά τρία έργα¹⁰⁹ τα οποία θα αποτελέσουν αντικείμενο συστηματικής μελέτης στον χριστιανικό και ισλαμικό κόσμο του μεσαίωνα μέχρι τον 16^ο αιώνα¹¹⁰. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον αποκτά το έργο «Αρμονικό εγχειρίδιο», μια εισαγωγή στη μουσική θεωρία, αφού είναι το μοναδικό θεωρητικό έργο της μουσικής που σώζεται από τον Ευκλείδη μέχρι τον Πτολεμαίο¹¹¹.

Στο τρίτο κεφάλαιο του έργου, ο Νικόμαχος χρησιμοποιεί τις αρχές της μουσικής που αναλύει στα τέσσερα πρώτα κεφάλαια και τις καθιστά αναγκαίες για τη δημιουργία του κόσμου. Αφού συσχετίσει την ταχύτητα, την ορμή, τον όγκο και τη θέση των ουράνιων σωμάτων με την παραγωγή των ηχητικών κυμάτων, παραθέτει ένα κοσμικό μοντέλο στο οποίο οι πλανήτες που «κυκλοφορούν στον ουρανό και γυρνούν γύρω από τη γη» είναι αυτοί που έχουν δώσει τις ονομασίες των φθόγγων¹¹², ανάλογα με τη θέση τους στο ουράνιο στερέωμα:

¹⁰⁸ Από τα Γέρασα της Παλαιστίνης, κοντά στη λίμνη Τιβεριάδα.

¹⁰⁹ Εκτός από τα τρία αυτά έργα (*Αριθμητική Εισαγωγή*, *Αρμονικόν Εγχειρίδιον*, *Θελογούμενα της αριθμητικής*), ο Νικόμαχος φέρεται να είναι ο συγγραφέας και άλλων έργων για τα οποία όμως υπάρχουν αρκετές αμφιβολίες όσον αφορά την ύπαρξή τους ως ιστορικά κείμενα αλλά και την πατρότητά τους. Βλ. Νικόμαχος, «Εισαγωγή», *Άπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια: φιλολογική ομάδα Κάκτου, Κάκτος, Αθήνα, 2009, σελ. 15.

¹¹⁰ Βλ. Godwin, Joscelyn, ό.π. σελ. 9.

¹¹¹ Νικόμαχος, «Αρμονικόν Εγχειρίδιον», *Άπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια: φιλολογική ομάδα Κάκτου, Κάκτος, Αθήνα, 2009, σελ. 306. Βλ. επίσης Barker, Andrew, *Greek Musical Writings Volume II: Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, σελ. 245.

¹¹² *Τα μὲν οὖν ονόματα των φθόγγων από των κατ' ουρανών ιόντων επτά αστέρων και την γην περιπολούντων πιθανόν ωνομάσθαι.* [Τα ονόματα, λοιπόν, των φθόγγων είναι πιθανό να έχουν δοθεί από τους επτά αστέρες οι οποίοι κυκλοφορούν στον ουρανό και γυρνούν γύρω από τη γη]. Νικόμαχος, ό.π. σελ. 324. Η θεώρηση αυτή ωστόσο είναι λανθασμένη. Ο West μας πληροφορεί πως οι νότες πήραν την ονομασία τους από τη θέση που είχαν οι χορδές του οργάνου σε σχέση με τον μουσικό. Έτσι, νήτη ονομαζόταν η χορδή που ήταν η πιο απομακρυσμένη σε σχέση με τον μουσικό, ενώ υπάτη, η πιο κοντινή. Βλ. West, L.M., *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, Παπαδήμας, Αθήνα, 1999, σελ. 90.

«Από την κίνηση, τώρα, του Κρόνου, που είναι η πιο υψηλή σε σχέση με εμάς, ονομάστηκε **υπάτη** ο βαρύτερος φθόγγος της οκτάβας. Από την κίνηση της σελήνης, που είναι η κατώτατη όλων και πιο κοντινή στη γη, έλαβε την ονομασία της η **νεάτη** (νήτη) γιατί νέατον λέγεται το κατώτατο. Από τους πλανήτες που βρίσκονται πλάι σε καθέναν από αυτούς τους δύο, και πιο συγκεκριμένα από τον πλανήτη που βρίσκεται κάτω από τον Κρόνο και που είναι ο πλανήτης του Δία, έλαβε την ονομασία της η **παρυπάτη** κι από τον πλανήτη που βρίσκεται πάνω από τη σελήνη και είναι ο πλανήτης της Αφροδίτης, έλαβε την ονομασία της η **παρανεάτη** (παρανήτη). Από τον μεσαίο πλανήτη, που είναι ο ήλιος και βρίσκεται στην τέταρτη θέση από κάθε άκρο, έλαβε την ονομασία της η **μέση** χορδή η οποία κατά την παλιά πρακτική ήταν τέταρτη από τα δύο άκρα στο επτάχορδο, όπως και ο ήλιος βρίσκεται στη μέση των επτά πλανητών και είναι τέταρτος από κάθε άκρο. Από τους πλανήτες που βρίσκονται στη μία και στην άλλη πλευρά του ήλιου και πιο συγκεκριμένα από τον Άρη ο οποίος έχει λάβει τη σφαίρα ανάμεσα στον Δία και τον ήλιο, έλαβε την ονομασία της η **υπερμέση**, η οποία λέγεται και λιχανός. Και από τον Ερμή, ο οποίος κατέχει τη σφαίρα ανάμεσα στην Αφροδίτη και στον ήλιο, έλαβε την ονομασία της η **παραμέση**¹¹³».

Σχηματικά έχουμε την εξής ακολουθία:

Κρόνος	Υπάτη
Δίας	Παρυπάτη
Άρης	Υπερμέση
Ήλιος	Μέση
Ερμής	Παραμέση
Αφροδίτη	Παρανήτη
Σελήνη	Νήτη ¹¹⁴

¹¹³ Νικόμαχος, ό.π. σελ. 325-327.

¹¹⁴ Καϊμάκης, Παύλος, «Η αρμονία των σφαιρών στην όψιμη αρχαιότητα», *Συμπαντική αρμονία, μουσική και επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 137. Βλ. επίσης Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005, σελ. 43.

Ο Stephenson προτείνει μια ανακατασκευή της πλανητικής σειράς του Νικόμαχου. Τοποθετώντας στην υπάτη το τονικό ύψος μι, η κλίμακα που προκύπτει έχει την εξής δομή:



Figure 1: Ανακατασκευή πλανητικής κλίμακας του Νικόμαχου από τον Stephenson ¹¹⁵

Η κλίμακα αυτή είναι η πρώτη στην οποία όλοι οι πλανήτες αντιστοιχούν σε τονικά ύψη και όχι στους μεταξύ τους αρμονικούς λόγους¹¹⁶. Ιστορικά, τέτοιες προσπάθειες ταύτισης ήταν κατά κύριο λόγο λακωνικές και σε μεγάλο βαθμό ακατανόητες. Ο van Jon, όπως μας πληροφορεί ο Stephenson¹¹⁷, θεωρεί ότι αυτές οι συσχετίσεις περνούν δύο χρονικά στάδια μέσα σε ένα θεωρητικό πλαίσιο το οποίο ο ίδιος αποκαλεί «*το πρώτο σύστημα των πλανητικών κλιμάκων*». Το «πρώτο σύστημα» χαρακτηρίζεται από την ταύτιση της υπάτης, της χαμηλότερης νότας, με τον πλανήτη του Κρόνου, που είναι ο ψηλότερος πλανήτης σε σχέση με τη γη¹¹⁸. Στο πρώτο στάδιο λοιπόν, ο Ήλιος τοποθετείται αμέσως μετά τη Σελήνη, όπως ακριβώς περιγράφηκε στο

¹¹⁵ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 27.

¹¹⁶ Stephenson, Bruce, ό.π. σελ. 25

¹¹⁷ Ό.π.

¹¹⁸ Η ταύτιση αυτή δεν είναι καθόλου παράδοξη. Οι έννοιες της «υπάτης» και της «νήτης» δεν καθορίζουν το συγκεκριμένο τονικό ύψος του φθόγγου αλλά τη θέση των χορδών. Η λέξη «υπάτη» σημαίνει «ανώτατη», «ύψιστη» ενώ η λέξη νήτη αποδίδεται με τη σημασία της «κατώτατης». Έτσι, αν το σημείο αναφοράς αποδίδεται στη Γη, ο Κρόνος ταυτίζεται με την υπάτη γιατί είναι ο πιο απομακρυσμένος πλανήτης, ενώ η Σελήνη σχετίζεται με τη νήτη επειδή είναι ο κατώτατος πλανήτης μετά τη Γη.

σύστημα του Τίμαιου από τον Πλάτωνα στο δεύτερο, που καλύπτει χονδρικά την εποχή του Πλίνιου και ιδιαίτερα του Νικόμαχου, ο Ήλιος μεταφέρεται στη μέση των πλανητών και ταυτόχρονα γίνεται το τέλος και η βάση των δύο συνημένων διατονικών τετραχόρδων που απαρτίζουν την κλίμακα¹¹⁹.

Φαίνεται πως το μοντέλο που προκύπτει από την φιλοσοφία του Νικόμαχου είναι το πρώτο που καθιστά την αρμονία των σφαιρών μία τέλεια μουσικό-μαθηματική και ακουστική πραγματικότητα, αφού όχι μόνο σχετίζει τον κάθε πλανήτη ξεχωριστά με ένα τονικό ύψος – και, μέσω αυτού, καθορίζονται τόσο οι αρμονικοί λόγοι μεταξύ των πλανητών όσο και τα μεταξύ τους διαστήματα – αλλά υιοθετεί και αναπτύσσει την πρωταρχική ιδέα του Αρχύτα ταυτίζοντας την ταχύτητα κίνησης των πλανητών, την ορμή, τον όγκο και τη θέση τους στο σύμπαν με την παραγωγή κυμάτων που αντιστοιχούν σε ηχητικούς και ακουστικούς πομπούς.

Υποστηρίζει πως αυτή η *κοσμική συμφωνία* υπάρχει, ωστόσο δεν αναφέρεται στο γιατί δε γίνεται αντιληπτή από τις αισθήσεις των όντων. Δεδομένου ότι το εγχειρίδιο, που το αφιερώνει σε μία ευγενή κυρία, αποτελεί μια συνοπτική εισαγωγή στη μουσική θεωρία, την απάντηση υπόσχεται σε ένα άλλο, πληρέστερο και εκτενέστερο θεωρητικό έργο της μουσικής¹²⁰, το οποίο όμως δεν έχει διασωθεί¹²¹.

¹¹⁹ Barker, Andrew, *Greek Musical Writings Volume II: Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, σελ. 253. Ο Barker δίνει μία παραστατική εικόνα του συστήματος του Νικόμαχου:

semitone	Saturn	—	<i>hypatē (mesōn)</i>	}	Tetrachord <i>mesōn</i>
tone	Jupiter	—	<i>parhypatē (mesōn)</i>		
tone	Mars	—	<i>hypermesē (= lichanos mesōn)</i>		
semitone	Sun	—	<i>mesē</i>		
tone	Mercury	—	<i>paramesē (here = tritē synēmmenōn)</i>	}	Tetrachord <i>synēmmenōn</i>
tone	Venus	—	<i>paraneatē (= paranētē synēmmenōn)</i>		
	Moon	—	<i>neatē (= nētē synēmmenōn)</i>		

¹²⁰ Νικόμαχος, «Ἀρμονικόν Εγχειρίδιον», *Ἄπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια: φιλολογική ομάδα Κάκτου, Κάκτος, Αθήνα, 2009, σελ. 326.

¹²¹ Βλ. σημ. 109.

2.5 Το αστρονομικό μουσικό μοντέλο του Κλαύδιου Πτολεμαίου

Ίσως η πιο σημαντική πλανητική θεωρία αντικατοπτρίζεται στο έργο του καθολικού επιστήμονα και αστρονόμου Πτολεμαίου που έζησε στην Αλεξάνδρεια την περίοδο 127 – 151 περίπου μ.Χ. Συγγραφέας της, αστρονομικού περιεχομένου, *Αλμαγέστης* (Μαθηματική Σύνταξις), της *Τετραβίβλου* και της *Γεωγραφικής Υφήγησης* θεωρούνταν, μετά τον Αριστοτέλη, η μεγαλύτερη επιστημονική αυθεντία στον αραβικό κόσμο και στο Βυζάντιο¹²² κυρίως την περίοδο του «μεσαίωνα»¹²³: Το γεωκεντρικό μοντέλο θα επικρατήσει στους κόλπους της επιστημονικής και μη κοινότητας για δεκαπέντε αιώνες, μέχρι την έλευση του Κοπέρνικου¹²⁴.

2.5.1. Η Κανώπειος Επιγραφή¹²⁵

Σύμφωνα με τον Stephenson¹²⁶, ο van Jon, επινοεί ένα τρίτο σύστημα των πλανητικών κλιμάκων στο οποίο προσδιορίζεται ο κάθε πλανήτης σε κάθε φθόγγο του *Τέλειου Μείζονα Συστήματος*¹²⁷. Η συσχέτιση αυτή έγινε από τον Πτολεμαίο, ο οποίος

¹²² Χρησιμοποιώ καταχρηστικά τη λέξη *Βυζάντιο* για να δηλώσω την ευρύτερη περιοχή της Ανατολικής Ρωμαϊκής Αυτοκρατορίας μετά την ίδρυση της Νέας Ρώμης (Κωνσταντινούπολη). Η χρήση του όρου γίνεται για λόγους κοινής συνεννόησης.

¹²³ Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 21.

¹²⁴ Pedersen, Olaf, *A survey of the Almagest: With annotation and new commentary by Alexander Jones*, Springer, New York, 2010, σ. 38

¹²⁵ Στην αγγλόφωνη βιβλιογραφία ο όρος υπάρχει ως *Canobic Inscription* ή *Canopic Inscription*. Κατά τη διάρκεια της έρευνας δε μπόρεσα να βρω αντίστοιχο όρο στην ελληνόφωνη βιβλιογραφία· η μετάφρασή του σε *Κανώπειος Επιγραφή* υπάγεται σε απόλυτα δική μου πρωτοβουλία.

¹²⁶ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 29.

¹²⁷ *Τέλειον σύστημα* καλείται η κλίμακα που περιέχει και άλλες. Ο West εξηγεί: «Οι δυο κλίμακες που προχωρούσαν από τον *Προσλαμβανόμενο*, η μία στη *Νήτη υπερβολαίων* και η άλλη στη *Νήτη συνημμένων*, ήταν γνωστές αντιστοίχως ως *Σύστημα Τέλειον Μείζον* και *Σύστημα Τέλειον Έλαττον*. Ο

συνδυασμός των δύο, ονομαζόταν *Αμετάβολον Σύστημα*». West, L.M., *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, Παπαδήμας, Αθήνα, 1999, σελ 309.

Εικονικά:

A) Σύστημα Τέλειον Μείζον

Proslambanomenos
Hypate hypaton
Hypate meson
Mese
Paramese
Nete diezeugmenon
Nete hyperbolæon

Stephenson, ό.π. σελ. 29

B) Σύστημα Τέλειον Έλαττον

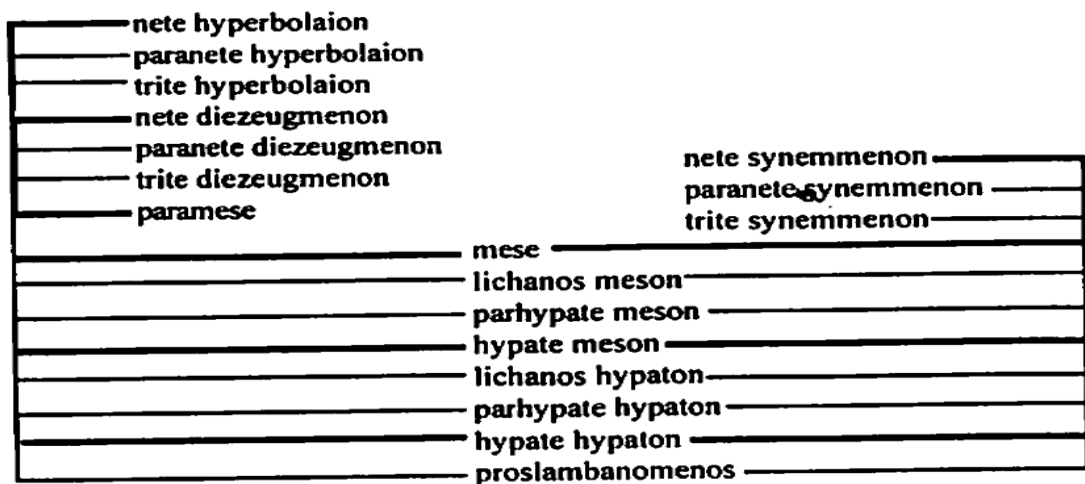
Proslambanomenos
Hypate hypaton
Hypate meson
Mese
Nete synemmenon

Stephenson, ό.π. σελ. 30

Γ) Αμετάβολον Σύστημα

χάραξε το σύστημα σε μία στήλη, μία όρθια πέτρινη πλάκα που βρισκόταν στην Κάνωπο, περιοχή κοντά της Αλεξάνδρειας¹²⁸. Το χαραγμένο κείμενο είναι γνωστό από χειρόγραφα αντίγραφα, καθώς η στήλη έχει χαθεί, και αποτελείται από μία λίστα με αριθμητικές παραμέτρους που δείχνουν τις κινήσεις των πλανητών. Στο τέλος, παρουσιάζεται η «αρμονία των σφαιρών»:

AMETABOLIC DISJUNCT PERFECT SYSTEM CONJUNCT SYSTEM



Solomon, Jon, *Ptolemy Harmonics: Translation and Commentary*, Brill, Leiden, 2000, σελ. 76.

¹²⁸ Ferguson, Kitty, *Η μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, Αθήνα, 2009, σελ. 299. Βλ. επίσης Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 29.

Πίνακας 2: Πλανητικές αρμονίες στην Κανώπεια Επιγραφή¹²⁹

<i>1</i> <i>Body</i>	<i>2</i> <i>Note</i>	<i>3</i> <i>Number</i>	<i>4</i> <i>Interval</i>
Fixed stars	Mese hyperbolaeon	36	9:8 (tone) above Saturn
Saturn	Nete hyperbolaeon	32	4:3 (fourth) above Jupiter
Jupiter	[Nete] diezeugmenon	24	4:3 (fourth) above Sun 9:8 (tone) above Mars
Mars	Nete synemenon	21 $\frac{1}{3}$	4:3 (fourth) above Venus & Mercury
Sun	Paramese	18	9:8 (tone) above Venus & Mercury
Venus & Mercury	Mese	16	4:3 (fourth) above Moon
Moon	Hypate meson	12	4:3 (fourth) above fire & air
Fire, air	Hypate hypaton	9	9:8 (tone) above water & Earth
Water, Earth	Proslambanomenos	8	

Φαίνεται πως μέσω του Πτολεμαίου επιτυγχάνεται για πρώτη φορά η σύνδεση των τεσσάρων στοιχείων της φύσης¹³⁰ με το αρμονικό μουσικό σύστημα και επαναφέρεται μέρος της πλανητικής θεωρίας του Κικέρωνα σύμφωνα με το οποίο η Αφροδίτη και ο Ερμής ταυτοφωνούν¹³¹. Σύμφωνα με τον πίνακα:

- Η σφαίρα του νερού και της γης ανήκει στον *προσλαμβανόμενο*.
- Η σφαίρα της φωτιάς και του αέρα αναπαριστάται στην *υπάτη υπάτων* και βρίσκεται σε διάστημα *τόνου* από την σφαίρα του νερού και της γης.

¹²⁹ Stephenson, Bruce, ό.π. σελ. 31.

¹³⁰ Γη, νερό, φωτιά, αέρας.

¹³¹ Βλ. κεφ. 2.2., σελ. 38, σημ. 98.

Η αρμονική ακολουθία των πλανητών και των άστρων ξεκινάει με τη Σελήνη. Αν η διάταξη της κλίμακας του πλανητικού συστήματος θεωρηθεί βάση για τη σύγκριση των αρμονιών που παράγονται, τότε:

- Σελήνη – Υπάτη Μέσων
- Αφροδίτη και Ερμής – Μέση
- Ήλιος – Παραμέση
- Άρης – Νήτη συνημμένων
- Δίας – Νήτη διεζευγμένων
- Κρόνος – Νήτη υπερβολαίων
- Απλανείς αστέρες – Μέση υπερβολαίων

Λαμβάνοντας υπόψη τους αριθμούς της τρίτης στήλης που αντιστοιχούν σε κάθε σφαίρα-φθόγγο, τότε, σύμφωνα με τον πίνακα:

- Η απόσταση Σελήνης και Αφροδίτης-Ερμής είναι ένα *διάστημα τετάρτης*.
- Ο Ήλιος σχηματίζει έναν *τόνο* πάνω από τη σφαίρα Αφροδίτης-Ερμής.
- Ο Άρης είναι ένα *διάστημα τετάρτης* πάνω από τη σφαίρα Αφροδίτης-Ερμής.
- Ο Δίας σχηματίζει μία *τέταρτη* πάνω από τον Ήλιο και έναν *τόνο* πάνω από τον Άρη.
- Ο Κρόνος, μια *τέταρτη* πάνω από τον Δία και
- Η σφαίρα των απλανών αστερών βρίσκεται σε απόσταση ενός *τόνου* από τη σφαίρα του Κρόνου.

Η τέταρτη στήλη που παρουσιάζει τα διαστήματα είναι προσθήκη του Stephenson ώστε να διευκρινίσει τους αριθμούς της τρίτης στήλης, για τους οποίους ο ίδιος δεν βλέπει καμία ένδειξη για το τι ακριβώς αναπαριστούν¹³². Στην πραγματικότητα όμως οι αριθμητικές αναλογίες που δίνονται παρουσιάζουν συγκεκριμένα διαστήματα μεταξύ των πλανητών.

¹³² Stephenson, Bruce, ό.π. σελ. 31.

Ο Stephenson όμως διαπράττει ένα λάθος στον ορισμό του διαστήματος Άρη – Δία ως μείζων τόνος (9/8) και στον ορισμό του διαστήματος Άρη – Αφροδίτη ως μία τέταρτη (4/3). Αν γίνουν οι πράξεις λίγο πιο προσεκτικά τότε:

$$\bullet \frac{\text{Δία}\varsigma}{\text{Άρη}\varsigma} = \frac{24}{21\frac{1}{3}} = \frac{24}{7} = \frac{8}{7} \times \frac{3}{1} = \frac{8}{7} \times \frac{3}{2} \times \frac{2}{1}$$

Δηλαδή η απόσταση Άρη – Δία είναι διάστημα ενός υπερμείζονα τόνου, μιας οκτάβας και μίας πέμπτης.

$$\bullet \frac{\text{Άρη}\varsigma}{\text{Αφροδίτη} - \text{Ερμή}\varsigma} = \frac{21\frac{1}{3}}{16} = \frac{7}{16} = \frac{7}{8} \times \frac{1}{2}$$

Δηλαδή το διάστημα μεταξύ των σφαιρών Αφροδίτης – Ερμή και Άρη είναι ένας υπερμείζων τόνος μείον μία οκτάβα.

Με την ίδια λογική η διαστηματική σειρά έχει ως εξής:

$$\bullet \frac{\text{Φωτιά} - \text{Αέρα}\varsigma}{\text{Νερό} - \text{Γη}} = \frac{9}{8}, \text{ ένας μείζων τόνος}$$

$$\bullet \frac{\text{Σελήνη}}{\text{Φωτιά} - \text{Αέρα}\varsigma} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}, \text{ μία τέταρτη}$$

$$\bullet \frac{\text{Αφροδίτη} - \text{Ερμή}\varsigma}{\text{Σελήνη}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}, \text{ μία τέταρτη}$$

$$\bullet \frac{\text{Ήλιος}}{\text{Αφροδίτη} - \text{Ερμή}\varsigma} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}, \text{ ένας μείζων τόνος}$$

$$\bullet \frac{\text{Άρη}\varsigma}{\text{Ήλιος}} = \frac{21\frac{1}{3}}{18} = \frac{7}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}, \text{ μία εναρμόνια μικρή τρίτη}$$

μείον μία οκτάβα και μία πέμπτη

- $\frac{\text{Κρόνος}}{\text{Δίας}} = \frac{32}{24} = \frac{4}{3}$, μία τέταρτη
- $\frac{\text{ΑπλανείςΑστέρες}}{\text{Κρόνος}} = \frac{36}{32} = \frac{9}{8}$, ένας μείζων τόνος.

Η δεύτερη στήλη δείχνει τη διαδοχή των σταθερών φθόγγων σε έναν συνδυασμό του Τέλειου Μείζονα Συστήματος και του Τέλειου Ελάσσονα Συστήματος. Ο Πτολεμαίος προσθέτει ακόμα έναν φθόγγο που τοποθετεί στη σφαίρα των *απλανών άστρων*, τη *μέση υπερβολαίων*, και τον εκφράζει σε διάστημα τόνου από τον Κρόνο και τη *νήτη υπερβολαίων*. Τα τετράχορδα που σχηματίζονται έχουν ως εξής:

- *Τετράχορδο υπάτων*: Υπάτη υπάτων – Υπάτη μέσων
- *Τετράχορδο μέσων*: Υπάτη μέσων – Μέση
- *Τετράχορδο διεζευγμένων*: Παραμέση – Νήτη διεζευγμένων
- *Τετράχορδο υπερβολαίων*: Νήτη διεζευγμένων – Νήτη υπερβολαίων.

Εικονικά:

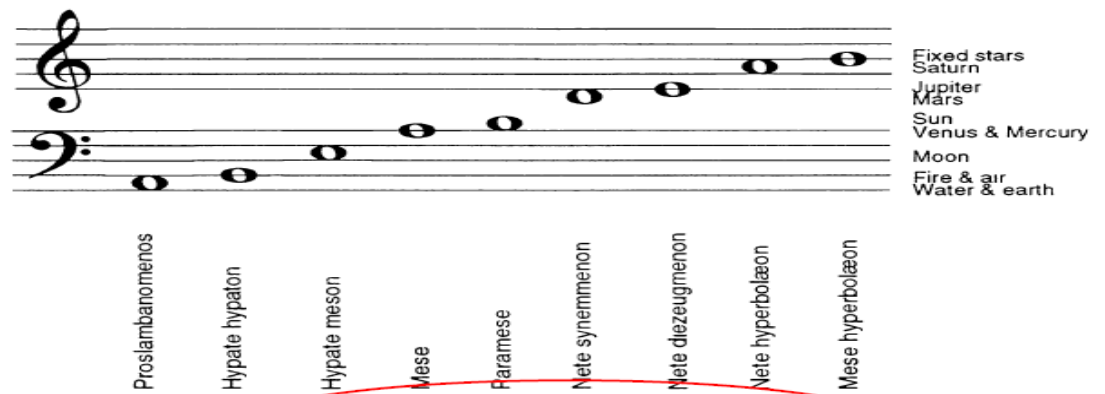


Figure 2: Τετράχορδα σφαιρών¹³³

¹³³ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 32.

2.5.2. Ουράνια αρμονία στο έργο *Αρμονικά*

2.5.2.1. Συσχέτιση του Τέλειου Συστήματος με τον Ζωδιακό Κύκλο¹³⁴

Ο Πτολεμαίος διακρίνει δύο φάσεις σύγκρισης:

1. Γενική σύγκριση όλων ή των περισσότερων φαινομένων:

Οι τόνοι του συστήματος και οι κινήσεις των άστρων του ζωδιακού λειτουργούν μέσω της διαστηματικής κίνησης, χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι πραγματικές και βασικές αλλοιώσεις και τροποποιήσεις που απορρέουν από την ίδια αυτή κίνηση. Οι περιστροφικές κινήσεις των σφαιρών είναι κυκλικές και συμμετρικά ομαλές και ανάλογες κινήσεις παρατηρούνται στα αρμονικά τονικά συστήματα. Από τη στιγμή που η διάταξη, οι εντάσεις και οι συχνότητες των φθόγγων μπορούν να παραστούν γραμμικά σε μία ευθεία, οι προσιδιάζουσες προς αυτές λειτουργίες και αλληλεξαρτήσεις είναι επίσης τέλεια ομαλές σε μία κυκλική – τροχιακή κίνηση.¹³⁵

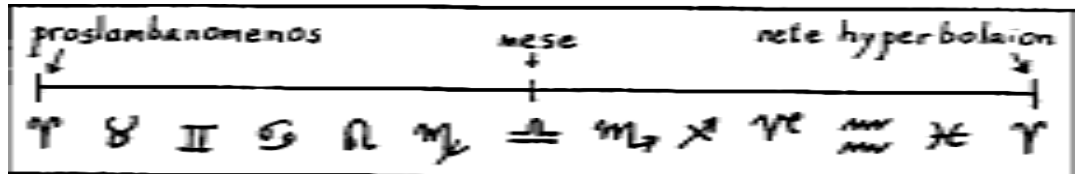
2. Ειδική σύγκριση των επιμέρους τμημάτων τους:

- Γραμμική παράσταση του ζωδιακού κύκλου¹³⁶:

¹³⁴ *Διά μέσων των ζωδίων κύκλου*: Ο Πτολεμαίος στο 8^ο κεφάλαιο του τρίτου βιβλίου των «Αρμονικών» του αναφέρεται στη ζώνη ή κύκλο που εκτείνεται 8 μοίρες κάτω της εκλειπτικής και περικλείει όλους τους ζωδιακούς αστερισμούς. Βλ. Θεοδοσίου, Στράτος, Δανέζης, Μάνος, *Μετρώντας τον άχρονο χρόνο: Ο χρόνος στην Αστρονομία*, Δίαυλος, Αθήνα, 1996, σελ. 171.

¹³⁵ Μετάφραση του γραφόντος στα ελληνικά από τις αγγλόφωνες εκδόσεις Solomon, Jon, *Ptolemy Harmonics: Translation and Commentary*, Brill, Leiden, 2000, σελ. 153 και Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 29.

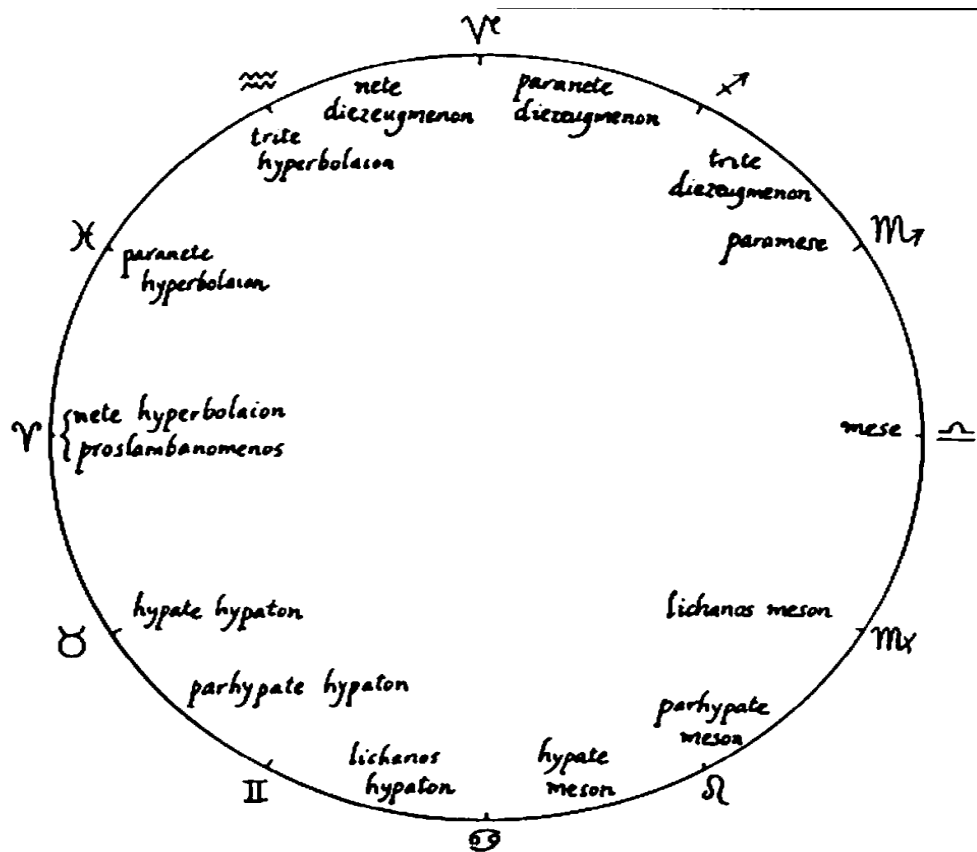
¹³⁶ Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 30.



Εικόνα 3: Γραμμική παράσταση του ζωδιακού κύκλου

Η μέση τοποθετείται στον αστερισμό του ζυγού που θεωρείται ένα από τα σημεία ισονουκτίας και στον αστερισμό του κριού τοποθετούνται τα δύο άκρα της κλίμακας του Τέλειου Συστήματος, ο προσλαμβανόμενος και η νήτη υπερβολαίων.

- Κυκλική παράσταση του ζωδιακού κύκλου¹³⁷:



Εικόνα 4: Κυκλική παράσταση του ζωδιακού κύκλου

¹³⁷ Godwin, ό.π.

Τα άκρα του *δισ διαπασών* του Τέλειου Συστήματος ενώνονται στον αστερισμό του κριού που βρίσκεται διαμετρικά απέναντι από τη μέση και τον αστερισμό του ζυγού. Η εικόνα δείχνει τα διαστήματα οκτάβας που σχηματίζονται από τα άκρα αυτά προς τη μέση: Αν η κίνηση ακολουθεί τη φορά του ρολογιού, η *νήτη υπερβολαίων* διαγράφει μία οκτάβα προς τη μέση και αυτή ολοκληρώνει την διπλή οκτάβα του Τέλειου Συστήματος στον *προσλαμβανόμενο*. Αν η κίνηση ακολουθεί την αντίθετη φορά του ρολογιού τότε ο ζωδιακός κύκλος περιλαμβάνει όλα τα τετράχορδα του Τέλειου Μείζονα Συστήματος κατά σειρά. Έτσι, αφού στον αστερισμό του Κριού τοποθετείται ο πρώτος φθόγγος του Συστήματος, ο *προσλαμβανόμενος*, έχουμε:

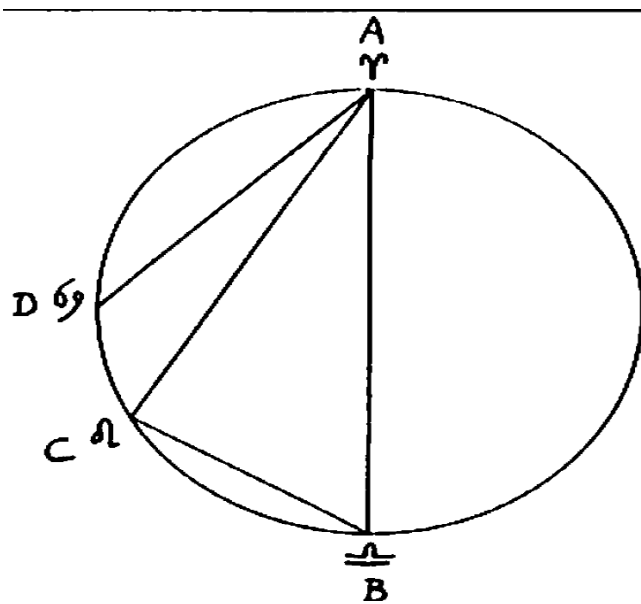
- Αστερισμός του Ταύρου – Αστερισμός του Καρκίνου: Τετράχορδο Υπάτων.
- Αστερισμός του Καρκίνου – Αστερισμός του Ζυγού: Τετράχορδο Μέσων.
- Αστερισμός του Σκορπιού – Αστερισμός του Αιγόκερου: Τετράχορδο Διαζευγμένων.
- Αστερισμός του Υδροχού – Αστερισμός του Κριού: Τετράχορδο Υπερβολαίων.

Οι αναλογίες μεταξύ των δύο συστημάτων, του Τέλειου Συστήματος και του Ζωδιακού κύκλου, εμφανίζονται καθαρότερες αν θεωρηθεί μία νοητή διάμετρος που ενώνει τα σημεία της περιφέρειας στα οποία αρχίζει και ολοκληρώνεται η κάθε οκτάβα. Θεωρώντας τον αρμονικό λόγο του διαπασών $\frac{1}{2}$, το ημικόκλιο που σχηματίζεται διαγράφει τόξο 180° , $\frac{1}{2}$ δηλαδή της συνολικής περιφέρειας του ζωδιακού κύκλου. Για αυτόν ακριβώς τον λόγο η επίδραση των αστερισμών που βρίσκονται διαμετρικά απέναντι είναι ισχυρότερη από τους υπόλοιπους του ζωδιακού κύκλου και μια παρόμοια σχέση ενυπάρχει μεταξύ δύο φθόγγων που τους χωρίζει ένα διάστημα οκτάβας.

2.5.2.2. Συσχέτιση των σύμφωνων και διάφωνων διαστήματων του τονικού συστήματος με τις αστρολογικές όψεις του ζωδιακού κύκλου¹³⁸

Τα σύμφωνα διαστήματα του μουσικού συστήματος χωρίζονται σε τέσσερα μέρη: Από τη δις διαπασών (διπλή οκτάβα) που εκφράζεται σε κλάσμα $4/1$ μέχρι το διάστημα της τέταρτης $4/3$. Με την ίδια λογική οι παρατηρούμενες αρμονικές και ισχυρές θέσεις του Ζωδιακού καθορίζονται από τη διαίρεση του κύκλου σε τέσσερα μέρη:

Έστω κύκλος AB με τα σημεία A και B διαμετρικά αντίθετα ώστε να χωριστεί σε δύο ίσα μέρη. Από το A γράφονται οι ευθείες AC και AD. Από το C φέρεται ευθεία στο B:

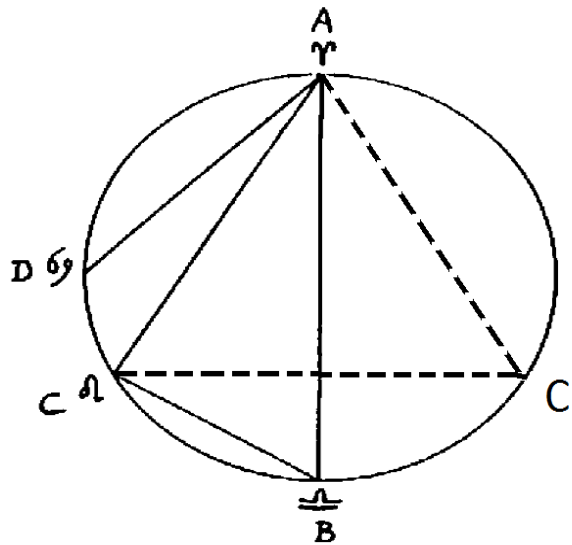


139

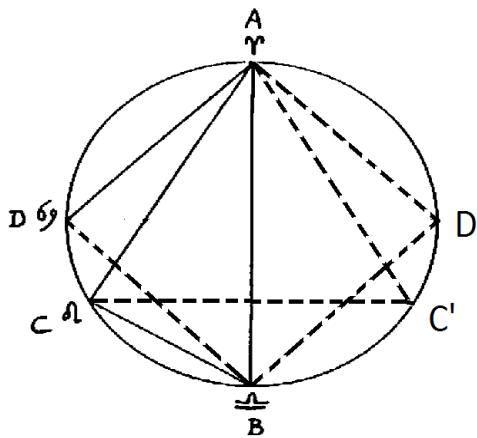
Αν από το A σχεδιαστεί ευθεία AC' με το C' διαμετρικά αντίθετα από το C, τότε σχηματίζεται τρίγωνο ACC' που χωρίζει τον κύκλο σε 3 μέρη/τόξα: AC, CC', AC'.

¹³⁸ Ptolemy, *Harmonics*, Book III, κεφ. 9. Βλ. επίσης Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 31 και Solomon, Jon, ό.π. σελ. 154 κεφ. [III.9].

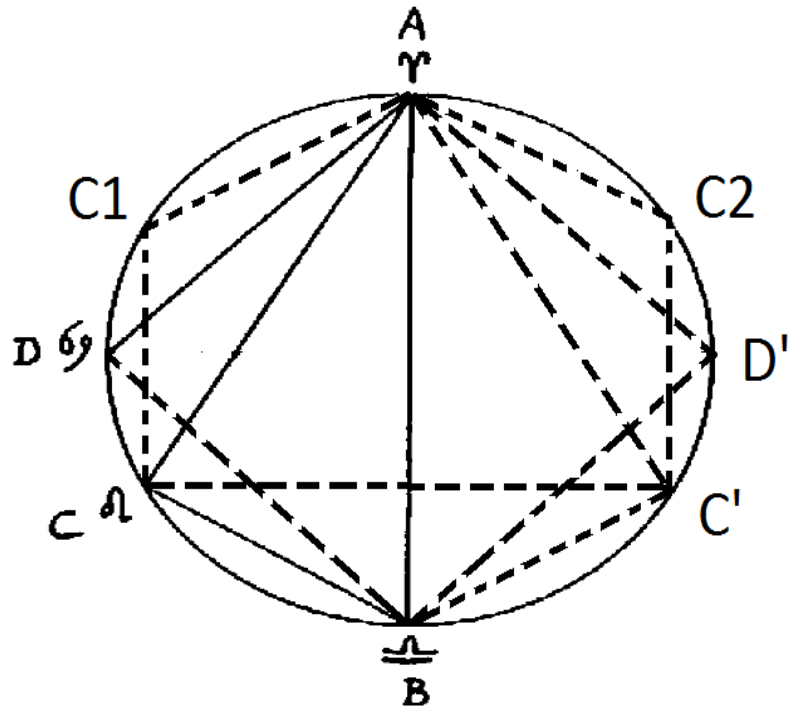
¹³⁹ Godwin, Joscelyn, ό.π. σελ. 32.



Από το A φέρεται ευθεία AD' , με το D' διαμετρικά αντίθετα από το D . Από το D φέρεται η ευθεία DB και από το B η ευθεία BD' . Έτσι, ο κύκλος χωρίζεται σε 4 μέρη/τόξα: AD , DB , BD' , AD' , σχηματίζοντας το τετράγωνο $ADBD'$ εγγεγραμμένο στον κύκλο:

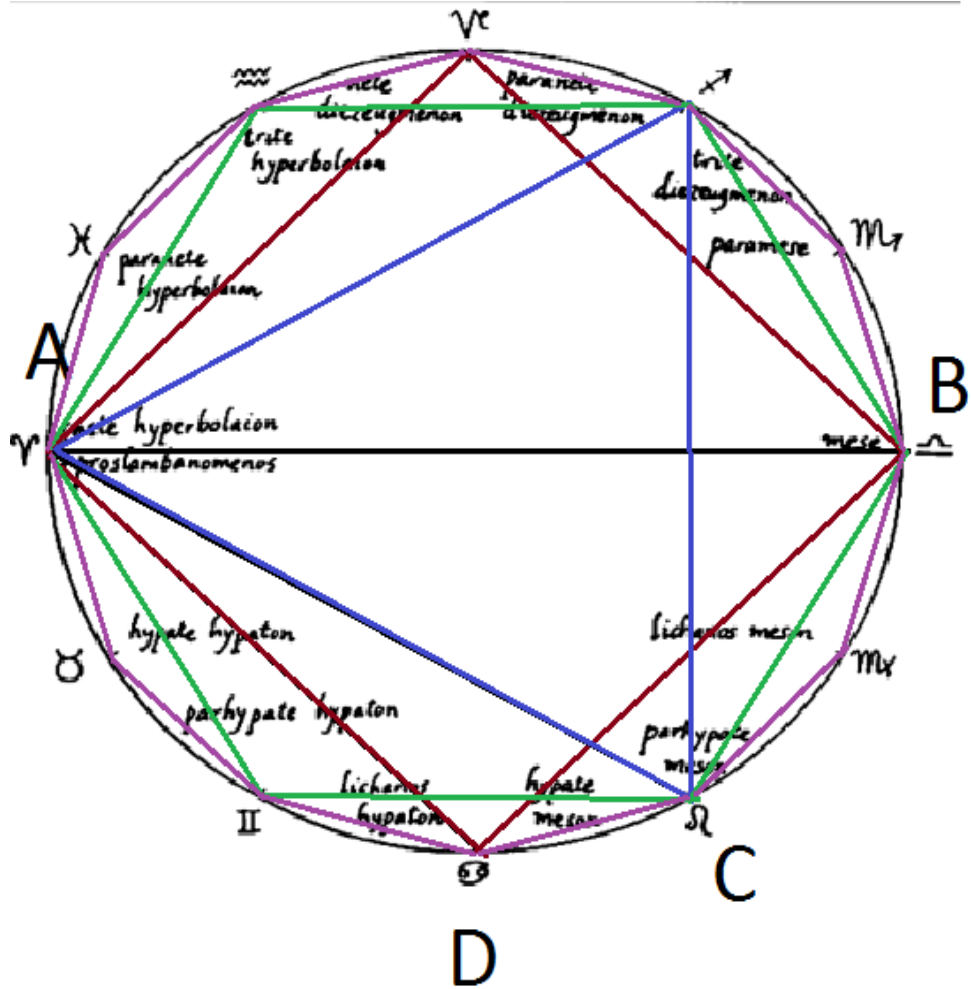


Αν τώρα φερθεί η ευθεία BC' , εγγράφεται στον κύκλο εξάγωνο με CB και BC' δύο πλευρές του και $AC_1 = CB$, $C_1C = C_2C'$ και $AC_2 = BC'$, χωρίζοντας τον κύκλο σε έξι τόξα/μέρη: AC_1 , C_1C , CB , BC' , $C'C_2$, C_2A .



Οι αναλογίες των τόξων που προκύπτουν από το σημείο A είναι ίδες με αυτές των σύμφωνων και διάφωνων μουσικών διαστημάτων καθώς και του ολόκληρου τόνου. Ο αριθμός 12 είναι ο μικρότερος αριθμός που μπορεί να θεωρηθεί κοινός παρονομαστής των μερών του κύκλου. Αν ο κύκλος χωριστεί σε 12 ίσα τμήματα το τόξο ABD περιέχει 9 από αυτά, το ABC περιέχει 8, το ημικόκλιο AB περιέχει 6, το ADC περιέχει 4 και το AD περιέχει 3.

Συνδυάζοντας τα παραπάνω με τον ζωδιακό κύκλο προκύπτει το εξής σχήμα:



Εικόνα 5: Αρμονικές αναλογίες στον ζωδιακό κύκλο

Εικονικά έχουμε:

Ολόκληρος κύκλος ABCD : 12

ABD: 9

ABC: 8

AB: 6

ADC: 4

AD: 3

CB: 2

DC: 1

Οι αρμονίες κάνουν την εμφάνισή τους:

- Διαστήματα οκτάβας:

$$1. \frac{ABCD}{AB} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1}$$

$$2. \frac{ABC}{ADC} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}$$

$$3. \frac{AB}{AD} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$$

- Διαστήματα πέμπτης:

$$1. \frac{ABCD}{ABC} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

$$2. \frac{ABD}{AB} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$3. \frac{AB}{AC} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

- Διαστήματα τέταρτης:

$$1. \frac{ABCD}{ABD} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$2. \frac{ABC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$3. \frac{ADC}{AD} = \frac{4}{3}$$

- Διαστήματα οκτάβας + πέμπτης:

$$1. \frac{ABCD}{AC} = \frac{12}{4} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{2}$$

$$2. \frac{ABD}{AD} = \frac{9}{3} = \frac{6}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{2}$$

- Διαστήματα δις διαπασών (διπλής οκτάβας):

$$1. \frac{ABCD}{AD} = \frac{12}{3} = \frac{4}{1}$$

- Διαστήματα οκτάβας + τέταρτης:

$$1. \frac{ABC}{AD} = \frac{8}{3} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{3}$$

- Διαστήματα μείζονος τόνου:

$$1. \frac{ABD}{ABC} = \frac{9}{8}$$

Το ένα διάστημα πέμπτης μπορεί να διατεταχθεί στο $1/3$ του κύκλου (βλ. Εικόνα 5 τις ευθείες με μπλε χρώμα), το τέταρτης στο $1/4$ (βλ. Εικόνα 5 με κόκκινο χρώμα) και ο ολόκληρος τόνος στο $1/12$ (βλ. Εικόνα 5 με μωβ χρώμα). Για τον λόγο αυτόν ο κύκλος προς το ημικύκλιο AB δίνει την οκτάβα, το AB προς το AC του $1/3$ του κύκλου δίνει την πέμπτη και το AC προς το AD του $1/4$ του κύκλου δίνει την τέταρτη. Η διαφορά μεταξύ της τέταρτης και της πέμπτης είναι ένας ολόκληρος τόνος, το τόξο CD που αποτελεί το $1/12$ του κύκλου. Έτσι, ο κύκλος του ζωδιακού οργανωμένος σε 12 μέρη συνδέεται με το Τέλειο Σύστημα του δις διαπασών που αποτελείται από σχεδόν 12 ολόκληρους τόνους.

2.5.2.3. Η διαμήκης κίνηση των άστρων σε σύγκριση με τη συνεχή κίνηση των φθόγγων στο τονικό σύστημα¹⁴⁰

Η κίνηση των ουράνιων σωμάτων είναι τριπλή:

1. Διαμήκης κίνηση (κατά μήκος), προς τα εμπρός και πίσω σύμφωνα με την οποία οι αλλαγές γίνονται από την ανατολή προς τη δύση ή αντιστρόφως.
2. Κίνηση προς τα πάνω και προς τα κάτω που είτε προσεγγίζει τη Γη, είτε απομακρύνεται από αυτήν.
3. Κίνηση κατά πλάτος κατά την οποία η θέση αλλάζει προς το Βορρά ή τον Νότο¹⁴¹.

Ο Stephenson αναγνωρίζει στην κατά μήκος κίνηση των άστρων, την κίνηση κατά μήκος του ουράνιου ισημερινού¹⁴². Η κίνηση από την Ανατολή προς τη Δύση μπορεί εύκολα να συγκριθεί με την εναλλαγή των τονικών ύψων, από το χαμηλότερο

¹⁴⁰ Ptolemy, *Harmonics*, Book III, κεφ. 10. Βλ. επίσης Godwin, Joscelyn ό.π. σελ. 33 και Solomon, Jon, ό.π. σελ. 157 κεφ. [III.10]

¹⁴¹ Ο Jon Solomon παρατηρεί πως ο Πτολεμαίος ερευνά τις διαφορές των κινήσεων των ουράνιων σωμάτων σε αυτό και στα επόμενα δύο κεφάλαια. Παραπέμπει στον Αριστοτέλη (Περί Ουρανού, Βιβλίο 2, κεφ. 2, 284-286) ο οποίος εξετάζει το αστροφυσικό ζήτημα της ύπαρξης των εννοιών «πάνω», «κάτω», «αριστερά» και «δεξιά» στο σύμπαν. Solomon, Jon, *Ptolemy Harmonics: Translation and Commentary*, Brill, Leiden, 2000, σελ. 157, σημ. 189. Εδώ, εξετάζεται το πρώτο είδος κίνησης των άστρων. Ο Godwin ωστόσο διευκρινίζει πως οι κινήσεις αυτές δεν συνδέονται με την συσχέτιση του τονικού συστήματος και του Ζωδιακού Κύκλου που αναλύθηκε στο προηγούμενο υποκεφάλαιο. Το πρώτο είδος κίνησης, εξηγεί, περιλαμβάνει την καθημερινή τροχιά της σφαίρας των απλανών άστρων και των πλανητών γύρω από τη Γη ενώ η δεύτερη κίνηση μελετάει τις περιστροφές των επικύκλων εντός των πλανητικών τροχιών ώστε να εξηγηθούν οι όποιες διακυμάνσεις που ενυπάρχουν σε ένα γεωκεντρικό μοντέλο (θα εξηγηθεί μερικώς παρακάτω). Η τρίτη κίνηση, αναφέρει ο Godwin, είναι περισσότερο επινόηση του Πτολεμαίου: Αφορά τις αποκλίσεις του πλανήτη καθώς κινείται, μέσω του Ζωδιακού, από το βορειότερο σημείο του (Καρκίνος) στο νοτιότερο (Αιγόκερως) και πίσω. Godwin, Joscelyn, ό.π., σελ. 414-415, σημ. 18.

¹⁴² Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 36.

προς το ψηλότερο και αντίστροφα διότι και τα δύο είδη μετατοπίσεων κυβερνώνται από μία αδιάλλεπτη σχέση: Οι περιοχές της ανατολής και της δύσης ενός σώματος συγκρίνονται με το χαμηλότερο τονικό ύψος ενώ η περιοχή του μεσημβρινού κύκλου¹⁴³ συνδέεται με το ψηλότερο τονικό ύψος.

Για να αντιληφθεί κάποιος τι ακριβώς εννοεί ο Πτολεμαίος, ας θεωρήσει ένα μέρος ή κομμάτι του ουράνιου θόλου στην άκρη του οποίου κάνει την εμφάνισή του ένα ουράνιο σώμα. Η εμφάνιση του σώματος ακριβώς τη στιγμή της ορατότητάς του από τον παρατηρητή και πριν ακόμα ξεκινήσει την πορεία του προς το μεσουράνημα και καταλήξει στην άλλη άκρη, αντιστοιχεί στο χαμηλότερο τονικό ύψος. Η κίνηση προς τον μεσημβρινό κύκλο περιλαμβάνει την αντίστοιχη ύψωση του τόνου και ακριβώς στο σημείο του μεσουρανήματος ο τόνος παίρνει την ύψιστη τιμή. Στην πορεία του προς την άλλη άκρη του ουράνιου στερεώματος που παρατηρείται, το τονικό ύψος ελαττώνεται μέχρι να αποκτήσει την ελάχιστη τιμή στο σημείο ακριβώς της δύσης του, πριν περάσει από την ορατότητα στην αφάνεια και την ησυχία.

Έτσι, οι «ανατολαί» και «δύσεις»¹⁴⁴ αντικατοπτρίζουν την αρχή και το τέλος της εμφάνισης του σώματος· οι «ανατολαί» από την αορατότητα και οι «δύσεις» προς την αορατότητα. Αντίστοιχα, οι χαμηλότεροι τόνοι περιλαμβάνουν την αρχή και το τέλος της μελωδικής κίνησης, έτσι ώστε ο βαθύτερος τόνος είναι στην κοντινότερη απόσταση από το σημείο της ησυχίας¹⁴⁵, ενώ ο ψηλότερος στην πιο απομακρυσμένη απόσταση από αυτό. Εξ αυτών, οι κινήσεις των άστρων προς τη μεσημβρία τους παρουσιάζουν

¹⁴³ Μετάφραση της λέξης «meridian» που χρησιμοποιεί ο Jon Solomon. Βλ. Solomon, Jon, ό.π., σελ. 158 [104.27]. Ο Joscelyn Godwin αναφέρεται σε αυτή την περιοχή του ουρανού ως «culmination», δηλαδή «μεσουράνημα» (Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 33) ενώ ο Stephenson και ο Barker επιλέγουν τη λέξη «midheaven», (Stephenson, ό.π. και Barker, Andrew, *Greek Musical Writings, Volume II: Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989, σελ. 385.) δηλαδή το ιδεατό σημείο στο οποίο η εκλειπτική τέμνει τον μεσημβρινό κύκλο.

¹⁴⁴ Χρησιμοποιώ την απόδοση του Solomon που προέρχεται από ένα μεταχειρισμένο χειρόγραφο στο Vaticanus gr. 191. Βλ. Solomon, Jon, ό.π., σελ. 158, σημ. 193.

¹⁴⁵ Τόσο ο Solomon όσο και ο Godwin επιλέγουν τη φράση «disappearance of the voice» για να δηλώσουν τη μεταφορά που κάνει ο Πτολεμαίος παρακάτω, για αυτούς που, εξασκώντας τη φωνή τους, ξεκινούν και τελειώνουν τη μουσική τους άσκηση με τις χαμηλότερες νότες. Βλ. Solomon, Jon, ό.π. σελ. 158 [105.8] και Godwin, Joscelyn, ό.π., σελ. 33.

μεγάλες ομοιότητες με τις κινήσεις των τόνων, από το χαμηλότερο στο ψηλότερο ύψος για να καταλήξουν τα μεν άστρα στη δύση τους, οι δε τόνοι στην ησυχία.

2.5.2.4. Η ανατολή και η δύση των άστρων σε σύγκριση με τα μουσικά γένη¹⁴⁶

Τα τρία μουσικά γένη (διατονικό, χρωματικό, εναρμόνιο) διακρίνονται από τις αναλογίες των βαθμίδων σε ένα τετράχορδο¹⁴⁷. Έτσι, παράγονται τρία είδη αποστάσεων: η μικρότερη, η μεσαία και η μεγαλύτερη και οι αποστάσεις αυτές μετριοούνται σύμφωνα με τις αποστάσεις από τις τροχιές των άστρων.

Η περιστροφή που λαμβάνει χώρα σε μία μεσαία απόσταση και πάντα περικλείει τις μεσαίες τροχιές μπορεί να συγκριθεί με το χρωματικό γένος, από τη στιγμή που ο λιχανός διαιρεί το τετράχορδο σε δύο ίσα μέρη.

Οι τροχιές που προβαίνουν στις μικρότερες περιστροφές, είτε βρίσκονται στο περίγειο είτε στο απόγειο¹⁴⁸, συγκρίνονται με το εναρμόνιο γένος, από τη στιγμή που δύο διαστήματα μαζί είναι μικρότερα από μία τρίτη· η φόρμα αυτή ονομάζεται *πυκνόν*.

Οι τροχιές που προβαίνουν στις μεγαλύτερες περιστροφές ανήκουν στο διατονικό γένος επειδή τα δύο διαστήματα δεν είναι ποτέ μικρότερα από ένα διάστημα τρίτης· η φόρμα αυτή καλείται *άπυκνον*. Ακόμη, εμφανίζεται μια συμπίεση στο εναρμόνιο γένος και τις μικρές τροχιές, αντίστοιχα στα διαστήματα και την ταχύτητα.

Στο διατονικό γένος και τις μεγάλες τροχιές εμφανίζεται μία επέκταση ενώ στο χρωματικό γένος και τις μεσαίες τροχιές διαγράφεται μια μεσαία διαδρομή μεταξύ των άκρων.

2.5.2.5 Οι κινήσεις των άστρων από το νότο στον βορρά σε σχέση με την μετατόνιση¹⁴⁹

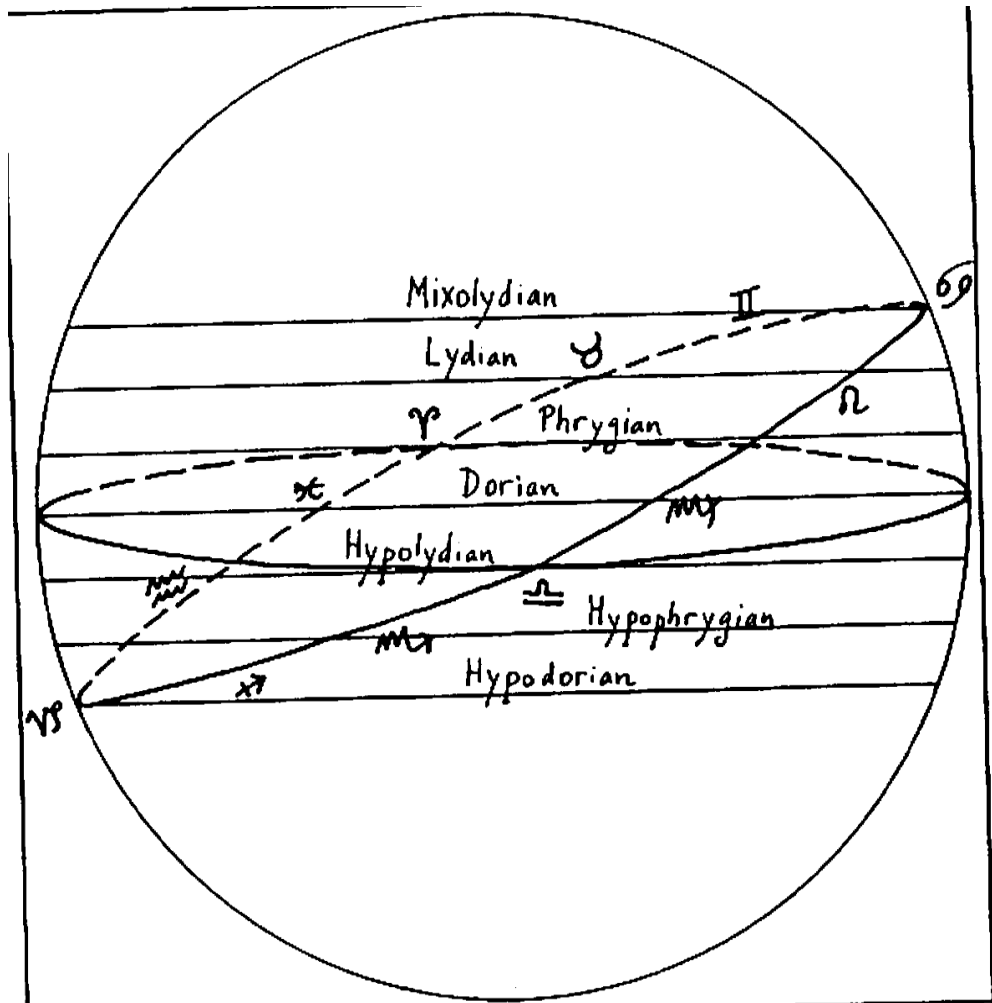
¹⁴⁶ Ptolemy, *Harmonics*, Book III, κεφ. 11. Βλ. επίσης Godwin, Joscelyn ό.π. σελ. 34 και Solomon, Jon, ό.π. σελ. 159 κεφ. [III.11]

¹⁴⁷ *Τρία μεν τοίνυν ούτως υφίσταται γένη, το τε εναρμόνιον και το χρωματικόν και το διατονικόν· εκάστου δε αυτών ποιείται την διαίρεσιν ούτως.* Ptolemy, *Harmonics*, Book I, κεφ. 13.

¹⁴⁸ *Περίγειο* είναι το σημείο της τροχιάς ενός σώματος που είναι πλησιέστερο στη Γη. Το σημείο της τροχιάς του που είναι το πιο απομακρυσμένο καλείται *απόγειο*.

Η τρίτη και τελευταία κίνηση μεταξύ των αστρικών κινήσεων, αυτή της κατά πλάτος, συνδέεται με τις μετατονίσεις μεταξύ των τρόπων: Ο Δώριος τρόπος, που βρίσκεται στη μέση, σχετίζεται με το μέσο των κινήσεων μεταξύ του Βορρά και του Νότου, ο Μιξολύδιος, που είναι ο τελευταίος, σχετίζεται με την βορειότερη κίνηση και ο Υποδώριος, ο πρώτος, σχετίζεται με την νοτιότερη κίνηση. Οι υπόλοιποι τέσσερις καταμέμνονται ανάλογα ανάμεσα στα δύο ημισφαίρια και τους ακρότατους τρόπους. Ο αριθμός των τρόπων που απομένουν συνδυάζεται με τη διαίρεση των πλανητικών τροχιών σε δώδεκα μέρη και ανταποκρίνεται στα δώδεκα μέρη του Ζωδιακού. Η εικόνα που σχηματοποιεί όλους τους τρόπους σε σχέση με τις κινήσεις με κέντρο τον Δώριο και ακρότατα τον Μιξολύδιο και τον Υποδώριο είναι η εξής:

¹⁴⁹Ptolemy, ό.π. κεφ. 12. Βλ. επίσης Godwin, Joscelyn ό.π. σελ. 34 και Solomon, Jon, ό.π. σελ. 160 κεφ. [III.12].



Εικόνα 6: Εικόνα που σχηματοποιεί όλους τους τρόπους σε σχέση με τις κινήσεις με κέντρο τον Δώριο και ακρότατα τον Μιξολύδιο και τον Υποδώριο¹⁵⁰

Καθένας από τους τρόπους αντιστοιχεί σε μία παράλληλη και κάθε ζεύγος των σημείων του Ζωδιακού, βρίσκεται στην ίδια απόσταση από αυτά που βρίσκονται στην άλλη πλευρά και παράγουν την ίδια και αυτή παράλληλη. Έτσι, παράγονται πέντε ζεύγη που ανταποκρίνονται στα μήκη των διαιρέσεων σε δώδεκα μέρη, και πέντε παράλληλες μεταξύ τους που παράγουν επτά σημεία ανάμεσα στους τρόπους' ίσα στον αριθμό με τις μετατροπίες των τρόπων.

Ο Φρύγιος, ο Λύδιος και ο Μιξολύδιος, λόγω της υψηλότερης θέσης τους, σχετίζονται με την κατεύθυνση του ορατού πόλου και το σημείο του θερινού ηλιοστάσιου. Οι τρόποι που βρίσκονται κάτω από τον ισημερινό, λόγω της

¹⁵⁰ Godwin, Joscelyn, ό.π. σελ. 35.

χαμηλότερης θέσης τους, μπορούν να συγκριθούν με τις παράλληλες στην κατεύθυνση του αόρατου πόλου και το σημείου του χειμερινού ηλιοστάσιου.

Αν και η θεωρητική ανάπτυξη των αρμονικών σε σχέση με τα αστρονομικά θέματα προβάλλεται με σοβαρότητα, το αστρονομικό του έργο θεωρείται απογοητευτικό¹⁵¹ και η αρμονία των σφαιρών αποτελεί πλέον μέρος μίας μαντικής αποκάλυψης που υποστηρίζεται από μία γενικευμένη θεωρία μαθηματικών¹⁵².

Στο πρώτο βιβλίο των Αρμονικών ο Πτολεμαίος παρουσιάζει τις δυσκολίες που προβάλλονται από τη μάχη μεταξύ του ορθολογισμού και του εμπειρισμού. Η μάχη αυτή εξελίσσεται τόσο στο πεδίο της αστρονομίας όσο και σε αυτό της μουσικής:

«Έτσι λοιπόν, για τα φαινόμενα που αφορούν τους ήχους και την ακοή όπως και για τις οπτικές αισθήσεις, έχουμε ανάγκη από κάποιο λογικό κριτήριο ενόψει αυτών των ερωτημάτων, καθορισμένο διαμέσου κατάλληλων οργάνων: αφού ακόμα και για το δίκαιο έχουμε ανάγκη κανόνα, και για τον κύκλο και τις μετρήσεις των τμημάτων του έναν διαβήτη. Με τον ίδιο τρόπο, οι ακουστικές αισθήσεις, οι οποίες μαζί με τις οπτικές είναι εκείνες που χρησιμοποιεί περισσότερο το «στοχαστικό» και λογικό κομμάτι της ψυχής, απαιτούν μια μέθοδο που προέρχεται από το συλλογισμό, ακριβώς για να κρίνουν τα πράγματα που διαφορετικά δεν θα ήξεραν πώς να τα κρίνουν, μέθοδο σύμφωνα με την οποία δεν θα δώσουν αντικρουόμενες μαρτυρίες, αλλά θα συμφωνήσουν στον τρόπο με τον οποίον συμβαίνουν τα πράγματα.»¹⁵³

¹⁵¹ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 33.

¹⁵² Stephenson, ό.π.

¹⁵³ Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάλογος, Αθήνα, 2008, σελ. 56.

Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum .



2.6. Η μουσική των σφαιρών στον Κηνσωρίνο

Ο Ρωμαίος συγγραφέας και αστρολόγος Κηνσωρίνος (3^{ος} αιώνας μ.Χ.) έγραψε την πραγματεία «*De Die Natali*»¹⁵⁴ αφιερωμένη στον πάτρωνά του *Quintus Qaerellius* ως δώρο για την γενέθλια εορτή του. Το περιεχόμενο του έργου περιλαμβάνει μία ευρεία μελέτη για τη φυσική ιστορία του ανθρώπου, τις θρησκευτικές τελετές, τις φιλοσοφικές δοξασίες των αρχαίων Ελλήνων, την αστρονομία, την επιρροή των άστρων και τη μουσική και στο 13^ο κεφάλαιο δίνει το δικό του πλανητικό μουσικό σύστημα, το οποίο φυσικά αποδίδει στον Πυθαγόρα:

- Από τη Γη στη Σελήνη η απόσταση είναι ένας τόνος
- Από τη Σελήνη στον Ερμή, ένα ημιτόνιο
- Από τον Ερμή στην Αφροδίτη επίσης ένα ημιτόνιο

¹⁵⁴ *Περί της Γενέθλιας Ημέρας*. Το έργο συγγράφηκε περί το 238 μ.Χ.

- Η απόσταση της Αφροδίτης από τον Ήλιο είναι τρεις φορές η απόσταση μεταξύ Ερμή και Αφροδίτης το οποίο ισοδυναμεί σε ένα και μισό τόνο
- Ο Ήλιος απέχει από τη Γη τρεις τόνους και ένα ημιτόνιο¹⁵⁵ είναι το διάστημα που ονομάζεται διαπέντε και από τη Σελήνη δυο τόνους και ένα ημιτόνιο¹⁵⁵ είναι το διάστημα διατεσσάρων
- Ο Ήλιος απέχει από τον Άρη όσο απέχει η Σελήνη από τη Γη, δηλαδή έναν τόνο
- Από τον Άρη στον Δία το διάστημα είναι ένα ημιτόνιο και
- Από τον Δία στον Κρόνο, ένα ημιτόνιο επίσης
- Η απόσταση Κρόνου – απλανών αστέρων είναι επίσης ένα διάστημα ημιτονίου
- Από τους απλανείς αστέρες στον Ήλιο το διάστημα είναι διατεσσάρων, δηλαδή δύο τόνους και ένα ημιτόνιο
- Από τη Γη μέχρι τους απλανείς αστέρες υπάρχουν 6 τόνοι που δίνουν τη διαπασών συνήχηση.¹⁵⁵

Η μετάφραση του λατινικού κειμένου στην αγγλική γλώσσα είναι προβληματική, όπως ακριβώς στην αγγλική απόδοση του κειμένου του Πλίνιου του Πρεσβύτερου¹⁵⁶. Σύμφωνα με το κείμενο:

- [...] *A luna autem ad Mercuri stellam, **dimidium** eius, velut semitonium*
- *hinc ad phosphoron, quae est Veneris stella, **fere tantundem**, hoc est aliud semitonium*
- [...] *ad solem ter tantum, quasi tonum et **dimidium***
- *hinc ad Jovis stellam, [...] **dimidium** eius, quod faciat semitonion*
- ***tantundem** a Jove ad Saturni stellam, id est aliud semitonium¹⁵⁷.*

¹⁵⁵ Μετάφραση του γραφόντος από την αγγλική έκδοση Censorinus, *De Die Natali*, translated into English by William Maude, The Cambridge Encyclopedia Co., New York, 1900, σελ. 10.

¹⁵⁶ Βλ. κεφ. 2.3. σελ. 40 σημ. 103.

¹⁵⁷ Για το λατινικό κείμενο έχω συμβουλευτεί το βιβλίο Censorinus, Otto Jahn, *Censorini de die Natali liber*, Ashmolean Library, Oxford, 1970, σελ. 31-32 και την ιστοσελίδα <http://www.thelatinlibrary.com/censorinus.html> (Τελευταία επίσκεψη: 2/6/2014). Για τη σημασία των

Δηλαδή:

- [...] Από τη Σελήνη στον Ερμή η απόσταση είναι ένα *ελάσσον ημιτόνιο*
- Από τον Ερμή στην Αφροδίτη, ένα *μείζον ημιτόνιο*
- Από την Αφροδίτη στον Ήλιο, ένας τόνος και ένα *ελάσσον ημιτόνιο*
- Από τον Άρη στον Δία, *ελάσσον ημιτόνιο*
- Από τον Δία στον Κρόνο, *ελάσσον ημιτόνιο*

Η πλανητική θεωρία του Κηνσωρίνου φαίνεται όχι μόνο να έχει επηρεαστεί σε μεγάλο βαθμό από το σύστημα του Πλίνιου αλλά να αποτελεί αντιγραφή της¹⁵⁸ με ελάχιστες διαφορές¹⁵⁹. Μετά τον Νικόμαχο τον Γερασηνό και τον Κλαύδιο Πτολεμαίο στα συστήματα των οποίων οι πλανήτες αντιστοιχούν σε καθορισμένα τονικά ύψη, ο Κηνσωρίνος επιστρέφει στην διευθέτηση των αρμονιών των πλανητών με βάση τις αναλογικές τους αποστάσεις· γίνεται όμως πιο προσεκτικός από τον Πλίνιο: Ενώ στην κλίμακα του Πλίνιου το διάστημα ανάμεσα στον Κρόνο και στους απλανείς αστέρες είναι «ένας τόνος και μισός» και κατά συνέπεια η *διαπασών* του αποτελείται από επτά τόνους¹⁶⁰, ο Κηνσωρίνος διορθώνει το λάθος αφαιρώντας τον τόνο από αυτή την απόσταση και αφήνοντας το «μισό τόνο» να ολοκληρώσει την αριστοξένεια κλίμακα των 6 τόνων.

όρων *dimidium* και *tantundem* βλ. ό.π. Παρατήρηση: Η λέξη *sescuplum*, που δηλώνει το διάστημα της ελάσσονος τρίτης δεν εμφανίζεται πουθενά στο κείμενο του Κηνσωρίνου.

¹⁵⁸ Βλ. ό.π. σελ. 34.

¹⁵⁹ Η κλίμακα του Πλίνιου θέλει την απόσταση Αφροδίτης – Ήλιου έναν τόνο και την απόσταση Κρόνου – απλανών αστέρων μία ελάσσων τρίτη. Βλ. ό.π.

¹⁶⁰ Βλ. ό.π. σελ. 35.

2.7. Ουράνια μηχανική στο έργο του Βοήθιου

Γεννημένος στη Ρώμη το 480 μ.Χ. ο Anicius Manlius Severinus Boethius, που θεωρείται ένας από τους πιο αντιπροσωπευτικούς εκπροσώπους του νεοπλατωνισμού και αναμφίβολα ένας από τους καλύτερους θεωρητικούς της μουσικής του Μεσαίωνα¹⁶¹, παρουσιάζει και αναλύει τις τρεις πτυχές της μουσικής¹⁶²:

1. Κοσμική μουσική¹⁶³
2. Ανθρώπινη μουσική, ή εσωτερική μουσική που υπάρχει στο ανθρώπινο σώμα¹⁶⁴
3. Μουσική που παράγεται από τους τραγουδιστές και οργανοπαίκτες¹⁶⁵.

Η πρώτη πτυχή αναφέρεται στην μουσική των σφαιρών που εμφανίζεται στους ουρανούς σε συνδυασμό με τα στοιχεία της φύσης και την αλλαγή των εποχών. Η ουράνια μηχανική που καθορίζει τις τροχιές των πλανητών δεν μπορεί να παράγει τόσο μεγάλες ταχύτητες και ταυτόχρονα να είναι σιωπηλή· τα μονοπάτια που ακολουθούν οι αστέρες στις τροχιές τους συναρμολογούνται με έναν απόλυτο και τέλειο τρόπο: Αν και τα ουράνια σώματα κινούνται σε ψηλότερες ή χαμηλότερες τροχιές μεταξύ τους, οι δυνάμεις που επιδρούν είναι ίσες και μέσω των φαινομενικά ανόμοιων κινήσεων

¹⁶¹ James, Jamie, *The Music of the Spheres: Music, Science and the Natural Order of the Universe*, Grove Press, New York, 1993, σελ. 74. Για την προβληματική του όρου *μεσαιωνικός συγγραφέας* που αποδίδεται στον Βοήθιο βλ. Marenbon, John, *Great Medieval Thinkers: Boethius*, Oxford University Press, 2003, σελ. 3-4.

¹⁶² *Tres esse musicas; in quo de vi musicae*. Boethius, *De institutione musica*, I, II. Βλ. <http://www.e-bookspdf.org/view/aHR0cDovL2VyYXRvLnV2dC5ubC9maWxlc9pbWdsbmtzL3VzaW1nLzIvMjIvSU1TTFA0MjY2OS1QTUxQOTI0NzQtQm9ldGhpdXNfLV9EZV9JbnN0aXR1dGlvbmVfTXVzaWNhLnBkZg==/RGUgSW5zdGI0dXRpb25lIE11c2ljYQ==> σελ. 15 (Τελευταία επίσκεψη 4/6/2014). Ο διαχωρισμός αυτός αποδίδεται στον ίδιο τον Βοήθιο. Βλ. James, Jamie, ό.π.

¹⁶³ *Et prima quidem mundana est*. Βλ. ό.π.

¹⁶⁴ *Secunda vero humana*. Βλ. ό.π.

¹⁶⁵ *Tertia, quae in quibusdam constituta est instrumentis*. Βλ. ό.π.

συνθέτουν ένα ορθολογιστικό περιβάλλον τάξης και τελειότητας. Έχοντας υπόψη ένα τέτοιο μοντέλο λοιπόν, θα περίμενε κανείς το ίδιο περιβάλλον να αντικατοπτρίζεται και στη μουσική¹⁶⁶.

Ο Βοήθιος θεωρεί τις νότες του *Τέλειου Μείζονα Συστήματος*¹⁶⁷ αντανάκλαση της τάξης και της διαφορετικότητας που υπάρχουν στις ουράνιες σφαίρες¹⁶⁸: Η Υπάτη Μέσων αντιστοιχεί στη σφαίρα του Κρόνου, η Παρυπάτη στην τροχιά του Δία, η Λιχανός Μέσων σχετίζεται με τον Άρη και η Μέση στον Ήλιο. Η Τρίτη Συνημμένων αντιστοιχεί στην Αφροδίτη ενώ ο Ερμής κυβερνά την Παρανήτη Συνημμένων. Η Νήτη αντανακλά την τροχιά της Σελήνης¹⁶⁹.

Γραμμικά έχουμε την εξής δομή:

- | | |
|-----------------------|----------|
| • Υπάτη Μέσων | Κρόνος |
| • Παρυπάτη Μέσων | Δίας |
| • Λιχανός Μέσων | Άρης |
| • Μέση | Ήλιος |
| • Τρίτη Συνημμένων | Αφροδίτη |
| • Παρανήτη Συνημμένων | Ερμής |
| • Νήτη | Σελήνη |

Σε αυτό το σημείο ο Βοήθιος επικαλείται τον Κικέρωνα, στον οποίον η πλανητική διάταξη είναι λίγο διαφορετική¹⁷⁰ αφού στη σελήνη δίνει τον χαμηλότερο ήχο και στους

¹⁶⁶ Μετάφραση του γραφόντος από το λατινικό κείμενο στο THESAURUS MUSICARUM LATINARUM: http://www.chmtl.indiana.edu/tml/6th-8th/BOEMUSIC_MCTC944.html [-f.9v-] (Τελευταία επίσκεψη 6/6/2014).

¹⁶⁷ Βλ. σελ. 47, σημ. 127. Χρησιμοποιούνται τα τετράχορδα *μέσων* και *συνημμένων*.

¹⁶⁸ Boethius, *De institutione musica I, XXVII*. Βλ. <http://www.e-bookspdf.org/view/aHR0cDovL2VyYXRvLnV2dC5ubC9maWxlc9pbWdsbmtzL3VzaW1nLzIvMjIvSU1TTFA0MjY2OS1QTUxQOTI0NzQtQm9ldGhpdxNfLV9EZV9JbnN0aXR1dGlVbmVfTXVzaWNhLnBkZg==/RGUgSW5zdGl0dXRpb25lIE11c2ljYQ==> σελ. 47. (Τελευταία επίσκεψη 10/6/2014)

¹⁶⁹ Βλ. ό.π.

¹⁷⁰ *Sed Marcus Tullius contrarium ordinem facit*. Βλ. ό.π.

απλανείς αστέρες τον ψηλότερο¹⁷¹. Έτσι, στο σύστημα του Κικέρωνα δίνει στη Σελήνη τον φθόγγο Προσλαμβανόμενο¹⁷², στον Ερμή την Υπάτη Υπάτων¹⁷³, στην Αφροδίτη την Παρυπάτη Υπάτων¹⁷⁴, στον Ήλιο την Λιχανό Υπάτων¹⁷⁵, στον Άρη την Υπάτη Μέσων¹⁷⁶, στον Δία την Παρυπάτη Μέσων¹⁷⁷, στον Κρόνο τη Λιχανό Μέσων¹⁷⁸ και στους απλανείς αστέρες τη Μέση¹⁷⁹ ενώ η Γη ακινητεί σιωπηλή στο κέντρο του κόσμου¹⁸⁰.

Εικονικά:

- | | |
|--------------------|----------|
| • Προσλαμβανόμενος | Σελήνη |
| • Υπάτη Υπάτων | Ερμής |
| • Παρυπάτη Υπάτων | Αφροδίτη |
| • Λιχανός Υπάτων | Ήλιος |
| • Υπάτη Μέσων | Άρης |
| • Παρυπάτη Μέσων | Δίας |
| • Λιχανός Μέσων | Κρόνος |

¹⁷¹ Βλ. σελ. 38.

¹⁷² [...] *ut sit Luna proslambanomenos*. Βλ. Boethius, ό.π.

¹⁷³ *Mercurius hypate hypaton*. Ό.π.

¹⁷⁴ *Venus parhypate hypaton*. Ό.π.

¹⁷⁵ *Sol lichanos hypaton*.

¹⁷⁶ *Mars hypate meson*. Ό.π.

¹⁷⁷ *Juppiter parhypate meson*. Ό.π.

¹⁷⁸ *Saturnus lichanos meson*. Ό.π.

¹⁷⁹ *Caelum ultimum mese*. Ό.π.

¹⁸⁰ *Hic igitur Tullius terram quasi silentium point scilicet immobilem*. Ό.π.

• Μέση

Απλανείς αστέρες

Ο Βοήθιος χρησιμοποιεί τα τετράχορδα *υπάτων* και *μέσων* για να προσδιορίσει το σύμπαν του Κικέρωνα· ένα τετράχορδο δηλαδή χαμηλότερα από το δικό του σύστημα. Αφού η Γη είναι ακίνητη και σιωπηλή, το ακριβώς επόμενο σώμα, η Σελήνη, πρέπει να παράγει ήχο που να είναι πιο κοντά στη σιωπή¹⁸¹: πρέπει να παράγει τον πιο βαθύ ήχο. Αυτός φαίνεται να είναι ο λόγος που της αποδόθηκε ο φθόγγος *προσλαμβανόμενος*, ως ο χαμηλότερος φθόγγος του Αμετάβολου Συστήματος. Έτσι, ανεβαίνοντας προς τους απλανείς αστέρες, κάθε επόμενο σώμα αντιστοιχεί στον επόμενο φθόγγο του συστήματος.

Ο Βοήθιος υιοθετεί την κλίμακα του Νικόμαχου του Γερασηνού¹⁸² προφανώς γιατί συμφωνεί με το πώς δικαιολογεί ο τελευταίος τη συσχέτιση των πλανητών με τους φθόγγους των τετραχόρδων, αν και δεν γίνεται καμία αναφορά στην προτίμηση αυτή ούτε στο γιατί επέλεξε το σύστημα του Κικέρωνα για να παρουσιάσει την αντιστροφή του συστήματος. Ο Joscelyn Godwin επισημαίνει πως η *έλλειψη συναίνεσης ως προς τον τρόπο που πρέπει να εκτελείται η πλανητική κλίμακα ταιριάζει μόνο με τη σύγχυση, από το Μεσαίωνα και μετά, ως προς ποιο τρόπο οι Έλληνες ηθελαν η ίδια η κλίμακα να πάει*¹⁸³.

¹⁸¹ [...] *qui proximus a silentio est dat Lunae grauissimum sonum* [...] Ό.π.

¹⁸² Βλ. κεφ. 2.4, σελ. 44.

¹⁸³ «*The lack of consensus as to which way the planetary scale should run is matched only by the confusion, from the Middle Ages onward, as to which way the Greeks meant the scale itself to go.*» Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 87. Η μετάφραση από την αγγλική γλώσσα έγινε από την καθηγήτρια αγγλικής φιλολογίας Σοφία Μωραϊτίδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

JOHANNES KEPLER

3.1. Εισαγωγή

3.1.1. 8ος – 15ος αιώνας

3.1.1.1. Η Αραβική επίδραση

Η Αραβική Αυτοκρατορία, που κάλυπτε μία έκταση από το Πακιστάν και την Κεντρική Ασία μέχρι και την Ισπανία θα γνωρίσει μία περίοδο τεράστιας οικονομικής και πνευματικής άνθησης. Μαθηματικοί και αστρονόμοι του ισλαμικού κόσμου θα παρουσιάσουν και θα αναπτύξουν μοντέλα και μεθόδους πέρα από αυτά των λογίων της ελληνιστικής περιόδου ενώ η αποστολή για την ανάκτηση και διάδοση της αρχαίας γραμματείας και γνώσης μέσω της αραβικής γλώσσας ανήκει στους ακαδημαϊκούς κύκλους¹⁸⁴. Τον 8^ο αιώνα, η *Μεγίστη Σύναξις* του Πτολεμαίου φτάνει στη Βαγδάτη και έναν αιώνα αργότερα του δίνεται ο τίτλος *Αλμαγέστη*. Οι αριστοτελικές και πτολεμαϊκές δοξασίες συνεχίζουν να ασκούν επιρροή, τόσο στον αραβικό όσο και στον βυζαντινό κόσμο, αφού το γεωκεντρικό κοσμικό μοντέλο δεν δεχόταν αμφισβήτησης· το μοντέλο δε, του πυθαγόρειου Φιλόλαου με τα δέκα σώματα να περιφέρονται γύρω από το κεντρικό πυρ είχε ολότελα ξεχαστεί.

Από τον 8^ο μέχρι τον 12^ο αιώνα περίπου ανθίζει η επιστήμη της αστρονομίας, δομημένη σε νέες αρχές και δοξασίες, βαθιά επηρεασμένες όμως από τον ελληνικό πολιτισμό και κυρίως την αριστοτελική φιλοσοφία στο πλαίσιο του ανθρωποκεντρισμού. Ερευνητές αστρονόμοι όπως ο Αλ Κίντι (796-873), ο Αλ Φαραμπί (872-950), ο Ιμπν Χαϊτάμ (965-1039), ο Αβικέννας (Ibn Sina, 980-1037) και ο Αβερρόης (Ibn Rushd, 1128-1198) - στον οποίον αποδίδεται η ανακάλυψη των ηλιακών

¹⁸⁴ Ο «Οίκος της Σοφίας» ή *Bayt al-hikma* υπήρξε μία ακαδημία σκοπός της οποίας ήταν η διάσωση και διάδοση της αρχαίας καθολικής γνώσης. Βλ. Kaviani, Rahim, «The significance of the Bayt Al-Hikma (House of Wisdom) in early Abbasid Caliphate (132 A.H-218 A.H)», *Middle-East Journal of Scientific Research* 11 (9), Idosi Publications, 2012, 1272-1277.

κηλίδων και περιγράφει την κίνηση των σφαιρών στο *Kitab fi-Harakat al-Falak* – συνδέουν τα μαθηματικά τόσο με την αριθμητική και τη γεωμετρία, όσο και με την αστρονομία και τη μουσική. Το σύνολο των τεσσάρων αυτών τομέων, το *quadrivium*, που αποτελεί την ψυχή της ανώτατης κλασσικής εκπαίδευσης από την αρχαιότητα ως το τέλος του Μεσαίωνα περιγράφεται νεοπλατωνικά από τον Κασσιόδωρο στο *De artibus ac disciplinis liberalium litterarum* στις αρχές του 6^{ου} μ.Χ. αιώνα¹⁸⁵.

Η πυθαγόρεια αρμονία των σφαιρών στον ισλαμικό κόσμο αποτελούσε μέσο για την υγεία του σώματος και για την ευεξία και ηθική της ψυχής. Υπήρξε αντικείμενο μελέτης των οπαδών του συγγραφέα, αρχίατρου της αυλής του Χαλίφη al-Mutawwakil στη Βαγδάτη και μέλος του Bayt al-hikma, *Hunayn* (ή Honein) *Ibn Ishak al-Ibadi*, στον οποίον ανήκει το πρώτο γνωστό σε εμάς ισλαμικό έργο που σχετίζεται με τη μουσική και περιγράφει πλήθος πυθαγόρειων και πλατωνικών ιδεών¹⁸⁶.

Εκατό χρόνια μετά την εποχή του, εμφανίστηκε μία ισλαμική εγκυκλοπαίδεια που περιείχε ορισμένους από τους ανθολογούμενους αφορισμούς του Hunayn. Η εγκυκλοπαίδεια αυτή ανήκε σε μία κοινότητα του 10^{ου} αιώνα γνωστή ως *Ikhwan al-Safa'* (Αδελφοί της Αγνότητας) που θεωρούσαν το σύνολο της γνώσης ένα *συνεχές αποκάλυψης*¹⁸⁷ που περνάει από όλες τις εποχές και όλες τις φυλές και τις θρησκείες: Ο

¹⁸⁵ Τα μαθηματικά, που στα λατινικά μπορούμε να τα ονομάσουμε δογματική φιλοσοφία, είναι η επιστήμη που εξετάζει την αφηρημένη ποσότητα. Στην πραγματικότητα ονομάζεται αφηρημένη η ποσότητα με τη βοήθεια της οποίας η νόηση παραμερίζει στην άκρη την ύλη ή τα άλλα συμβάντα, για παράδειγμα οι ζυγοί και οι περιττοί ή άλλες έννοιες αυτού του είδους που μας επιτρέπουν να επεμβαίνουμε μόνο στη λογική. Τα μαθηματικά διαχωρίζονται ως εξής:

Αριθμητική
Μουσική
Γεωμετρία
Αστρονομία

Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάυλος, Αθήνα, 2008, σελ. 70-71.

¹⁸⁶ Ferguson, Kitty, *Η Μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, 2008, Αθήνα, σελ. 328.

¹⁸⁷ Ο Godwin χρησιμοποιεί τη φράση *continuity of revelation*. Βλ. Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: The Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 112. Υιοθετώ την μετάφραση του Κωνσταντίνου Σίμου στο Ferguson, ό.π. σελ. 330.

Ερμής ο Τρισμέγιστος, Ο Πυθαγόρας, ο Πλάτωνας, ο Αβραάμ, ο Ιησούς, Ο Μωάμεθ και οι διάδοχοί του, αποτελούν όλοι μέρος του συνόλου της γνώσης¹⁸⁸. Οι Αδελφοί συνέθεσαν το δικό τους κεκοσμημένο σύμπαν με τις ομόκεντρες σφαίρες να απέχουν μεταξύ τους ένα διάστημα $4/3$ και συνέδεσαν τα τέσσερα στοιχεία με την ανθρώπινη ευεξία, τη διάταξη του Κόσμου και τις τέσσερις χορδές του ουτιού:

*Στην πραγματικότητα, η πρώτη χορδή μπορεί να συγκριθεί με το στοιχείο του πυρός, και η ηχηρότητά της αντιστοιχεί στη θερμότητα και την έντασή του. Η δεύτερη χορδή μπορεί να συγκριθεί με το στοιχείο του αέρα και η ηχηρότητά της αντιστοιχεί στην ηπιότητα του αέρα και στην ευγένειά του. Η τρίτη χορδή μπορεί να συγκριθεί με το στοιχείο του νερού και τη φρεσκάδα του. Η τέταρτη χορδή μπορεί να συγκριθεί με το στοιχείο της γης, και η ηχηρότητά της αντιστοιχεί στο βάρος της γης και στην πυκνότητά της.*¹⁸⁹

Παράλληλα με τους *Ikhwan al-Safa'*, η άρτια πυθαγόρεια παράδοση που θέλει τους αριθμούς και τις σχέσεις μεταξύ τους να δομούν το σύμπαν και να αποτελούν το κλειδί για την αντίληψη και κατανόησή του βρίσκει έδαφος στο έργο του σίιτη *Al-Hasan Ibn Ahmad Ibn 'Ali al-Katib* από τη Συρία που θέλει τις κινήσεις των σφαιρών και της ζωδιακής ζώνης να αντιστοιχούν σε μουσικούς όρους. Ως πηγή για τις ιδέες αυτές μνημονεύει τόσο την ιεραρχική δόμηση της μουσικής του Βοήθιου όσο και το έργο του Νικόμαχου του Γερασηνού¹⁹⁰.

Γεννημένος στην Κορδούη, ο *Abu Imran Musa Ibn Maymun ibn Abd Allah* (1135-1204), γιατρός του σουλτάνου Σαλαδίνου, ασχολείται με αστρονομικές μελέτες και το 1190 συγγράφει το έργο *Οδηγός των πλανητών* στο οποίο προτείνει ένα ηλιοκεντρικό σύμπαν που συμφωνεί περισσότερο με τις μουσικές κλίμακες¹⁹¹.

¹⁸⁸ Godwin και Ferguson, ό.π.

¹⁸⁹ Godwin, ό.π. σελ. 112 και Ferguson, ό.π. σελ. 331.

¹⁹⁰ Για περισσότερα βλ. Godwin, ό.π. σελ. 120-122.

¹⁹¹ Proust, ό.π. σελ. 76.

Κατά τη διάρκεια της χρυσής εποχής της θρησκευτικής ανεξαρτησίας και ελευθερίας που έδρευε στην Ισπανία της Αραβικής κυριαρχίας, ο Ιουδαίος φιλόσοφος *Isaac ben Abraham ibn Latif* (1220-1290), καββαλιστικών αντιλήψεων, θεωρεί τη μουσική προπαιδευτική επιστήμη στην επιστήμη της αστρονομίας που οδηγεί στη «βελτίωση των ψυχικών καταστάσεων αλλά και στην κατανόηση κάποιων ανώτατων πνευματικών δοξασιών»¹⁹².

Τον 13^ο αιώνα, ο Πέρσης Τζαλάλ αντ Ντιν αρ-Ρουμί (1212-1273) αποκαλύπτει στο ποίημα *Enren dile geldi* την μουσικότητα του σύμπαντος:

Οι μουσικές μας είναι η ηχώ των ύμνων που οι σφαίρες τραγουδούν στην περιστροφή τους

Τα τραγούδια των κόσμων που εξελίσσονται, οι άνθρωποι προσπαθούν να τα αναπαραγάγουν με λαούτα και φωνές

Έχουμε όλοι ακούσει τις υψηλές μελωδίες του παραδείσου που έχουμε χάσει

Και αφού η Γη και το νερό μας έχουν περικυκλώσει

*Κρατάμε την ανάμνηση των τραγουδιών του ουρανού.*¹⁹³

3.1.1.2. Η ευρωπαϊκή επίδραση

3.1.1.2.1. Μεσαίωνας

Στις περιοχές της Ευρώπης που βρίσκονταν εκτός των ορίων της ισλαμικής κυριαρχίας, η γλώσσα που αποτελούσε τη *λίγκουα φράνκα* των λογίων ήταν η λατινική. Η γνώση των ελληνικών, όπως είχε ήδη προβλέψει ο Βοήθιος, είχε εκλείψει αφού τα περισσότερα αρχαία ελληνικά χειρόγραφα βρίσκονταν στις βιβλιοθήκες και στα εντευκτήρια του ισλαμικού κόσμου. Για αιώνες, οι λόγιοι της χριστιανικής λατινόφωνης μεσαιωνικής Ευρώπης μελετούσαν τους αρχαίους συγγραφείς μέσω των λατινικών μεταφράσεων του Βοήθιου και του Μακρόβιου και τα έργα τους δεν άργησαν να αποτελέσουν σχολικά εγχειρίδια· η προσέγγιση της διδασκαλίας ήταν αρκετά πυθαγόρεια, συνδέοντας ορισμένους φθόγγους της κλίμακας με τα ουράνια σώματα και τονίζοντας ιδιαίτερα την σπουδαιότητα των μουσικών λόγων.

¹⁹² Ο.π. σελ. 127.

¹⁹³ Proust, ό.π. σελ. 77.

Πληροφορίες που αφορούν την ουράνια μηχανική στο σύνολό της - περιλαμβάνοντας την αρμονία των ουρανών και τις πλανητικές αποστάσεις - έχουν μεταφερθεί στον Μεσαίωνα μέσω των κειμένων του Μαρτιανού Καπέλλα και θεωρείται σημαντικός κρίκος μεταξύ του Πλάτωνα και του Κοπέρνικου¹⁹⁴.

Τον 9^ο και 10^ο αιώνα, οι χριστιανοί λόγιοι συνεχίζουν τις μελέτες τους στις πυθαγόρειες και πλατωνικές θεωρίες που αφορούν τα μαθηματικά, τη μουσική και την σύνδεση της τελευταίας με την μηχανική του ουρανού¹⁹⁵. Το έργο *Musica Disciplina* θεωρείται το παλαιότερο μεσαιωνικό έργο της μουσικής που έχει διασωθεί και το πρώτο που περιγράφει τους οκτώ εκκλησιαστικούς τρόπους¹⁹⁶ συγγραφέας του οποίου είναι ο *Αυρηλιανός της Réôme* (9^{ος} αιώνας), περιοχή που ανήκε στο σημερινό Moutiers-Saint-Jean. Η πραγματεία αυτή είναι βασισμένη στα έργα παλαιότερων θεωρητικών της μουσικής και ερευνητών, με πρώτη βασική μορφή αυτή του Βοήθιου και τον Κασσιόδωρο και τον Ισίδωρο από τη Σεβίλλη να ακολουθούν¹⁹⁷. Στο 8^ο κεφάλαιο του έργου, ο Αυρηλιανός συσχετίζει τους εκκλησιαστικούς τρόπους με τις οκτώ κινήσεις των πλανητών¹⁹⁸ και ακολουθώντας τους πυθαγόρειους, θεωρούσε την αλήθεια του σύμπαντος αποκάλυψη των αριθμών.

Ο *Ιωάννης Σκώτος Εριγένης* (815-877), σύγχρονος του Hunayn και του Αυρηλιανού, ανέπτυξε ένα κοσμολογικό μοντέλο στο οποίο τα άστρα, η Σελήνη, ο Ήλιος και ο Κρόνος περιφέρονται γύρω από τη Γη και ο Ερμής με την Αφροδίτη, τον Άρη και τον Δία εκτελούν περιοδικές κινήσεις γύρω από τον Ήλιο. Αφού η απόσταση των πλανητών που περιφέρονται γύρω από τον Ήλιο μεταβάλλεται συνέχεια από τη Γη, αποτέλεσμα στην κοσμική αρμονία είναι να υπάρχει μεταβολή του τονικού ύψους των ηλιοκεντρικών πλανητών. Έτσι, ο Εριγένης είναι ο πρώτος που προσδίδει στους πλανήτες μεταβαλλόμενο τονικό ύψος, επτά αιώνες πριν τον *Giorgio Anselmi* και οκτώ

¹⁹⁴ Ό.π. σελ. 71.

¹⁹⁵ Ferguson, ό.π. σελ. 334.

¹⁹⁶ Godwin, ό.π. σελ. 99 και Ferguson, ό.π.

¹⁹⁷ Godwin, ό.π.

¹⁹⁸ Ό.π. και Ferguson, ό.π. σελ. 335.

αιώνες πριν τον *Kepler*¹⁹⁹. Στον Εριγένη επίσης ανήκει και η πρώτη θεωρητική ενσωμάτωση της πολυφωνίας στην κοσμική αρμονία²⁰⁰ στο *De divisione naturae* βεβαιώνεται πως η ομορφιά της *musica mundana* εκφράζεται από τις αναλογίες των ήχων που λειτουργούν ταυτόχρονα και όχι διαδοχικά.

Πέρα από την πραγματεία του Βοήθιου *De musica*, που αποτελεί ίσως τη πιο βασική και ανεξάντλητη πηγή για τη μελέτη των μουσικών φαινομένων από τους ερευνητές του πρώιμου Μεσαίωνα, έρχεται ξανά στην επιφάνεια η ιδέα του Αρχύτα για τη σύνδεση μεταξύ του τονικού ύψους και της ταχύτητας των σωμάτων στον αέρα. Ο *Regino* του Πριμ (915), σύγχρονος του Αυρηλιανού και του Εριγένη, στην εισαγωγή ενός βιβλίου που αναφέρεται στις μελωδίες της εκκλησιαστικής μονωδίας στο Τρίερ, αναφέρεται στους πυθαγορείους και αποτίει φόρο τιμής στο «Όνειρο του Σκιπίωνος» του Κικέρωνα²⁰¹.

Ο *Hucbald* (840-930) στις αρχές του 10^{ου} αιώνα συγγράφει το έργο *Αξιώματα της αρμονίας* το οποίο παρουσιάζει τη διαφορά μεταξύ της *αρμονίας* που παρατηρείται στο σύνολο του κόσμου και περιλαμβάνει είτε τη μουσική, είτε τους ανθρώπους, και της *συμφωνίας*, *consonantia*, που εκφράζεται μεταξύ δύο ήχων.

Η *Hildegarde von Bingen* (1098-1179), ηγούμενη μίας θρησκευτικής κοινότητας που ανήκει στους Βενεδικτίνους του Disibodenberg θεωρεί τη μουσική ως το μοναδικό μέσο για την *κατανόηση του κόσμου και τη γνώση των σχεδίων του Θεού* και αφιέρωσε όλη τη ζωή της στην σύνταξη της μεγάλης συλλογής από μουσική και ποίηση, *Symponia armoniae celestium revelationum*²⁰².

Κατά τη διάρκεια του Μεσαίωνα, το αρμονικό πεδίο που κληροδοτήθηκε από την Αρχαιότητα μεταβάλλεται δραματικά και βλέπουμε πλέον χαρακτηριστικά παραδείγματα εξύμνωσης του Θεού και του έργου του μέσα από την αρμονία των *κόσμων* και του ουρανού. Σε ένα ανώνυμο ποίημα του 11^{ου} αιώνα η κοσμική κλίμακα που παρατίθεται ηχεί σε δύο οκτάβες· η πρώτη οκτάβα είναι αυτή των πλανητών με τη Γη να ακινητεί και να διατηρεί το *silentium*, η δεύτερη οκτάβα απεικονίζει τον ουράνιο

¹⁹⁹ Godwin, ό.π. σελ. 104 και Ferguson, ό.π. σελ. 336-337.

²⁰⁰ Proust, ό.π. σελ. 79.

²⁰¹ Ferguson, ό.π. σελ. 338-339.

²⁰² Proust, ό.π. σελ. 77.

θόλο, τις Δυνάμεις, τις Εντάσεις, τις Κυριαρχίες, τους Θρόνους, τα Χερουβείμ και τα Σεραφεείμ, για να καταλήξει στον Θεό. Ο συγγραφέας, για να δομήσει την πρώτη οκτάβα, χρησιμοποιεί την πλανητική κλίμακα που ο Βοήθιος αποδίδει στον Κικέρωνα και παρόλο που η ενσωμάτωση των πλανητών και των απλανών αστερών στην προστιθέμενη σειρά των αγγελικών σφαιρών ήταν συχνό φαινόμενο στην μεσαιωνική χριστιανική και μουσουλμανική κοσμολογία, η συγκεκριμένη λογική δόμησης αυτών των σφαιρών σε μία διπλή οκτάβα θα εμφανιστεί ξανά στο τέλος του 16^{ου} αιώνα²⁰³. Ανώνυμος είναι επίσης ο συνθέτης του ύμνου *Naturalis concordia vocum cum planetis* που χρονολογείται περί τον 12^ο αιώνα. Χρησιμοποιεί και αυτός μία πλανητική κλίμακα δύο οκτάβων με την πρώτη να αφιερώνεται στα άστρα και τους πλανήτες και τη δεύτερη να εκφράζει τις αγγελικές μορφές. Οι ύμνοι, τέλος, *Conditor alme siderum* και *Lucis creator optime* αποτελούν για τον Proust την «αντανάκλαση των ερευνών για μία τέλεια αρμονία που ενώνει τον κόσμο και τη μουσική»²⁰⁴.

Οι λόγιοι του μεσαιωνικού κόσμου και μέχρι την Αναγέννηση έχουν την τάση να συνδέουν όσο το δυνατόν περισσότερο τη μουσική με τον κόσμο και να αναδεικνύουν την τέλεια συναρμογή τους. Η αρμονία των σφαιρών ηχεί στη *Θεία Κωμωδία* του Δάντη Αλιγκιέρι (1265-1321) στις 33 ωδές του έργου *Παράδεισος* και χρησιμοποιεί εικόνες και σχήματα δανεισμένα τόσο από τον πλατωνικό *Τίμαιο* όσο και από το *όνειρο του Σκιπίωνος*²⁰⁵. Το 1245 ο *Gauthier* του *Metz* συντάσσει την πρώτη εγκυκλοπαίδεια σε γαλλική γλώσσα και την παρουσιάζει ως ένα βιβλικής έμπνευσης κοσμογράφημα στο οποίο συνδυάζεται η αρμονία της μουσικής με τα κοσμικά συστήματα²⁰⁶. Ο *Ρογήρος Βάκων*, γεννημένος το 1214, αναδεικνύει όλες τις αδυναμίες του πτολεμαϊκού συστήματος και συνδέει τις αστρικές κινήσεις με τις μουσικές αρχές των θεωρητικών της μουσικής του Μεσαίωνα²⁰⁷ ενώ ο *Jacques de Liège* (1260 – 1330

²⁰³ Godwin, ό.π. σελ. 123-124.

²⁰⁴ Proust, ό.π. σελ. 80.

²⁰⁵ Ό.π. σελ. 81.

²⁰⁶ Ό.π. σελ. 82.

²⁰⁷ Ό.π.

περίπου) ασχολείται ξανά με τον Βοήθιο και επεκτείνει το έργο του στο *Speculum Musicae*, μία από τις μεγαλύτερες μεσαιωνικές μουσικές πραγματείες²⁰⁸.

Πριν ακόμα από την Αναγέννηση, η ανάγκη για αντιστοιχισή των αστερισμών του ζωδιακού κύκλου με μουσικά όργανα φαίνεται να έχει αποδώσει καρπούς στην καθολική εκκλησία του Saint Bonnet le Château. Ο Proust δίνει μία παραστατική εικόνα των τοιχογραφιών της εκκλησίας:

«Οι θόλοι και οι τοίχοι της κρύπτης, κατασκευασμένοι περί το 1400, είναι διακοσμημένοι με τοιχογραφίες που αναπαριστούν με σύμβολα τους δώδεκα αστερισμούς του ζωδιακού. Σε καθέναν από αυτούς αντιστοιχεί είτε ένα όργανο μουσικής είτε ένας μουσικός-άγγελος. Στον Υδροχόο αντιστοιχεί το λαούτο, στους Ιχθείς η μαντόλα, στον Κριό το ψαλτήριο, στον Ταύρο το κλαβίχορδο, στους Διδύμους η άσκαυλος, στον Καρκίνο το εκκρεμές, στον Λέοντα το δεξί κέρασ, στην Παρθένο το αριστερό κέρασ, στον Ζυγό το εκκλησιαστικό όργανο, στον Σκορπιό η άρπα, στον Τοξότη η βιόλα ντα γκάμπα και στον Αιγόκερω η σαμβύκη.»²⁰⁹

3.1.1.2.2. Αναγέννηση

Στα μέσα του 15^{ου} αιώνα ιδρύεται από τον *Λορέντζο τον Μεδίκων* – μαθητή του *Marsilio Ficino* – η *Academia Platonica*, σε μια προσπάθεια αναγέννησης της Ακαδημίας του Πλάτωνα. Ο *Ficino*, που θεωρείται ο πατέρας της πλατωνικής σχολής²¹⁰, μετέφρασε στα λατινικά το σύνολο των έργων του Πορφύριου, του Ιάμβλιχου, του Πρόκλου, του Πλωτίνου και το έργο *Corpus Hermeticum* που αποδίδεται στον ίδιο τον *Ερμή τον Τρισμέγιστο*. Μετά τον θάνατο του Κόσμο, το 1464, ο *Ficino* προχωράει στην μετάφραση των έργων του Πλάτωνα. Η πλατωνική του θεολογία, *Prisca theologia*, περιλαμβάνει την αποκάλυψη της αρμονίας στους Αρχαίους και εκφράζει κάποιες βασικές ιδέες της αρμονίας των σφαιρών:

²⁰⁸ Godwin, ό.π. σελ. 128.

²⁰⁹ Proust, ό.π. σελ. 83.

²¹⁰ Proust, ό.π. και Godwin, ό.π. σελ. 163.

[Τα αστέρια] έχουν επιλέξει τους ήχους, ο συνδυασμός των οποίων σε συμφωνία επιτρέπει την απήχηση χαρισματικών σχημάτων. Αλλά είναι δύσκολο να γνωρίζουμε πώς οι ήχοι συναθροίζονται σε συνδυασμούς αστεριών και πώς τα αστέρια προετοιμάζονται για να συγχρονίσουν τους ήχους.²¹¹

Σύγχρονος του Ficino, ο φιλόσοφος και ιατρός *Giorgio Anselmi*, παρουσιάζει ένα κοσμικό μουσικό πρότυπο κατά το οποίο η μεταβολή των πλανητικών αποστάσεων από τη Γη προϋποθέτει την μεταβολή της τονικότητας του κάθε πλανήτη. Αφού υπολόγισε πρώτα τις περιόδους των πλανητών, ο Anselmi παρήγαγε μία κοσμική κλίμακα - από τους απλανείς αστέρες ως τη σελήνη - που έφτανε σε εύρος τις οκτώ οκτάβες· αν και κανένα είδος μουσικής εκείνης της εποχής δεν ξεπερνούσε τις τρεις.

Στενός συνεργάτης του Ficino στην Ακαδημία υπήρξε ο *Ντομένικο Μαρία ντε Νοβάρα*, καθηγητής αστρονομίας και αστρολογίας του πανεπιστημίου της Μπολόνια, μαθηματικός και νεοπλατωνικός «*πυθαγόρειας υφής*»²¹². Καταδίκασε το πτολεμαϊκό μοντέλο ως μία πολύπλοκη και ασυμμάζευτη θεωρία που δεν μπορεί να αναπαριστά την φυσική πραγματικότητα του κόσμου· ο Κοπέρνικος, φοιτητής στο πανεπιστήμιο της Μπολόνια και φίλος του Νοβάρα, θεωρεί ότι το πυθαγόρειο όραμα ενός απλού πρότυπου που εκφράζεται με αριθμούς και εναρμονίζει τη φύση είναι ικανό να αναδιατάξει την μέχρι τότε γεωκεντρική αντίληψη για το σύμπαν. Στο 10^ο κεφάλαιο του πρώτου τόμου του έργου *De revolutionibus orbium coelestium* (Περί των περιφορών των ουράνιων σφαιρών), ο Κοπέρνικος παρουσιάζει ποιητικά την νέα συμφωνία του συστήματός του:

«Στο κέντρο ολόκληρου του βασιλείου ο Ήλιος πάνω στον βασιλικό του θρόνο... κυβερνά την οικογένεια των πλανητών που περιφέρονται γύρω από αυτόν... Βρίσκουμε λοιπόν σε αυτήν τη συμφωνία τη θαυμαστή αρμονία του Σύμπαντος»²¹³

²¹¹ Proust, ό.π.

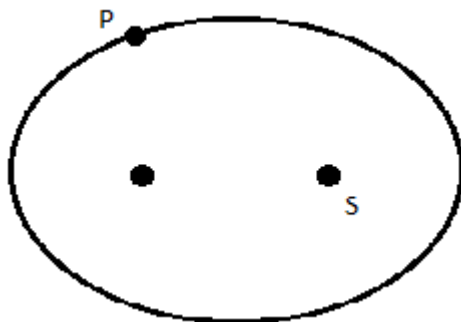
²¹² Ferguson, ό.π. σελ. 365.

²¹³ Proust, ό.π. σελ. 85.

3.1.3. Γιοχάνες Κέπλερ

Το έργο του Κέπλερ, μία από τις πιο καταλυτικές προσωπικότητες της αστρονομίας του 17^{ου} αιώνα, είναι αυτό που θα περιορίσει την πυθαγόρεια αντίληψη της μουσικής των σφαιρών στο πλαίσιο μίας καθαρά ποιητικής εικόνας και ταυτόχρονα θα θέσει αληθινά παραδείγματα αυτής της αρμονίας στην επιστήμη της αστρονομίας. Κάθε έργο του ίδιου αλλά και κάθε βιβλίο των ιστορικών της αστρονομίας αναφέρεται στην ουράνια αρμονία που ο Κέπλερ παρουσίασε στο *Harmonices Mundi*. Οι τρεις νόμοι του Κέπλερ για τις πλανητικές κινήσεις προϋποθέτουν δύο βασικές συνέπειες στην μουσική αρμονία των κινήσεων αυτών:

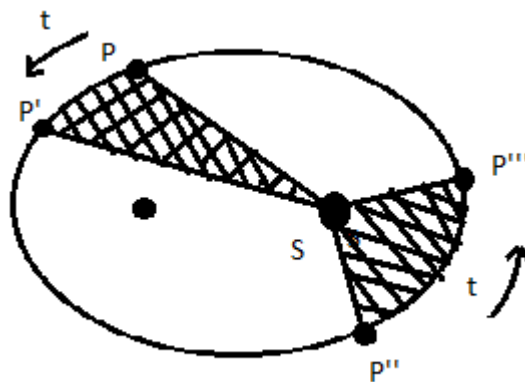
- **1^{ος} νόμος:** Κάθε πλανήτης περιφέρεται περί τον Ήλιο σε ελλειπτική τροχιά, στην οποία ο Ήλιος καταλαμβάνει μία από τις εστίες



Εικόνα 7: 1ος νόμος του Κέπλερ

Όπου S ο Ήλιος, η μία εστία της έλλειψης, και P ο πλανήτης κατά την περιφορά του περί αυτόν.

- **2^{ος} νόμος:** Η επιβατική ακτίνα που ενώνει τον πλανήτη με τον Ήλιο σε ίσους χρόνους σαρώνει ίσα εμβαδά



Εικόνα 8: 2ος νόμος του Κέπλερ

Όπου S ο Ήλιος, η μία εστία της έλλειψης, P ο πλανήτης κατά την περιφορά του περί αυτόν και P', P'', P''' οι διάφορες θέσεις του πλανήτη στην τροχιά του. Αν οι P και P'' χρειάζονται t χρόνο για να φτάσουν στα σημεία P' και P''' αντίστοιχα, τότε τα εμβαδά PSP' και $P''SP'''$ είναι ίσα.

- **3^{ος} νόμος:** Αν a είναι ο μεγάλος ημιάξονας της ελλειπτικής τροχιάς του πλανήτη και T η περίοδός του, τότε η αναλογία a^3/T^2 είναι σταθερή²¹⁴.

Από τον 2^ο νόμο συνεπάγεται πως όσο εγγύτερα βρίσκεται κάποιος πλανήτης στον Ήλιο τόσο γρηγορότερα κινείται αντίστοιχα, όσο απομακρύνεται από τον Ήλιο μετατόπισή του γίνεται πιο αργή (βλ. σχήμα 3.2.). Η μετατόπιση του πλανήτη κατά την περιφορά του μεταφράζεται στο μουσικό πλαίσιο με την μετατόνιση του βασικού ήχου. Έτσι ο τόνος γίνεται χαμηλότερος κατά την απομάκρυνση του πλανήτη και ψηλότερος κατά την προσέγγισή του στον Ήλιο λόγω της αναλογίας a^3/T^2 , αποτέλεσμα του 3^{ου} νόμου. Η δεύτερη συνέπεια συνδέεται με την εκκεντρότητα²¹⁵.

²¹⁴ Με άλλα λόγια ο τρίτος νόμος μπορεί να οριστεί ως εξής: Το τετράγωνο της περιόδου περιστροφής ενός πλανήτη γύρω από τον Ήλιο (T) είναι ανάλογο του κύβου της μέσης απόστασης του πλανήτη από τον Ήλιο (a).

²¹⁵ Ως *Εκκεντρότητα* E ορίζεται ο σταθερός λόγος των αποστάσεων ενός τυχόντος σημείου μίας κωνικής τομής από ένα σημείο (την εστία) και από μία εστία καλούμενη διευθυτούσα:

$$E = \sqrt{1 - K \frac{b^2}{a^2}}$$

όπου a = το μήκος του μεγάλου ημιάξονα

Όσο μεγαλύτερη είναι η εκκεντρότητα, τόσο επιμηκύνεται η διαγραφόμενη έλλειψη της τροχιάς και αυξάνεται η έκταση της μουσικής φράσης που *τραγουδά* ο πλανήτης κατά την περιφορά του περί τον Ήλιο.

Αν η απόσταση Γη – Ήλιου θεωρηθεί ως μονάδα, οι αποστάσεις και οι εκκεντρότητες των τότε γνωστών πλανητών (17^{ος} αιώνας) έχουν ως εξής:

Πλανήτης	Απόσταση	Εκκεντρότητα
Ερμής	0,387	0,206
Αφροδίτη	0,723	0,007
Γη	1	0,017
Άρης	1,524	0,048
Δίας	5,203	0,048
Κρόνος	9,539	0,055 ²¹⁶

Το πρώτο βιβλίο που δημοσίευσε ο Κέπλερ το 1596 υπήρξε μία πρώτη απόπειρα του συγγραφέα για να εξηγήσει τον αριθμό, τα μεγέθη και τις αποστάσεις των πλανητών του ηλιακού συστήματος. Στο *Mysterium Cosmographicum* οι διαστάσεις αυτές αναλύονται μέσω της πολυεδρικής θεωρίας, αρχή της οποίας αποτέλεσε η ανακάλυψη του Κέπλερ ότι ένα τρίγωνο μοιάζει να οριοθετεί την απόσταση μεταξύ των τροχιών Δία και Κρόνου²¹⁷ στις Μεγάλες Συνόδους που παρατηρήθηκαν²¹⁸. Τα

b = το μήκος του μικρού ημιάξονα

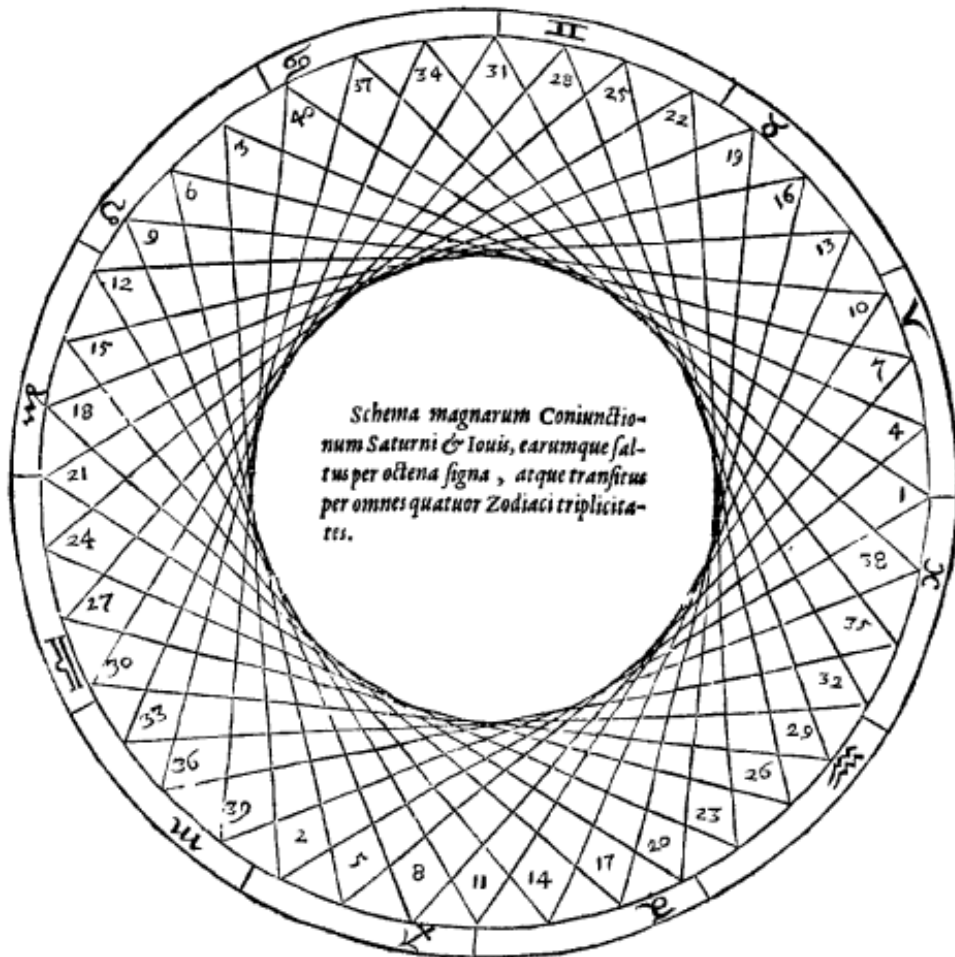
K = σταθερά που παίρνει τις τιμές +1 για έλλειψη, 0 για παραβολή και -1 για υπερβολή.

²¹⁶ Proust, ό.π. σελ. 99.

²¹⁷ Ferguson, ό.π. σελ. 381. Η δήλωση της Ferguson ότι το τρίγωνο αυτό ήταν η πυθαγόρεια τετρακτύς δε μπορεί να υποστηριχθεί με βάσιμα στοιχεία. Πρόκειται μάλλον για μία υπερβολή για να δείξει το πώς αντικατοπτρίζεται ο πυθαγορισμός στη λογική του Κέπλερ.

²¹⁸ Κάθε 20 περίπου χρόνια ο Δίας φαίνεται να περνάει μπροστά από τον Κρόνο. Αυτό σημαίνει πως όταν ο Κρόνος συμπληρώσει τα 2/3 της τροχιάς του, ο Δίας διανύει μία ολόκληρη περιφορά συν 2/3 μίας ακόμη τροχιάς. Αναπαραστατικά, τρεις Μεγάλες Σύνοδοι σχηματίζουν ένα σχεδόν ισόπλευρο τρίγωνο. Το επόμενο τρίγωνο που αρχίζει από εκεί που σταμάτησε το προηγούμενο δεν ακολουθεί ακριβώς τη φορά του πρώτου τριγώνου· σημειώνοντας τις δύο επόμενες Συνόδους σε έναν κύκλο που αναπαριστά τη

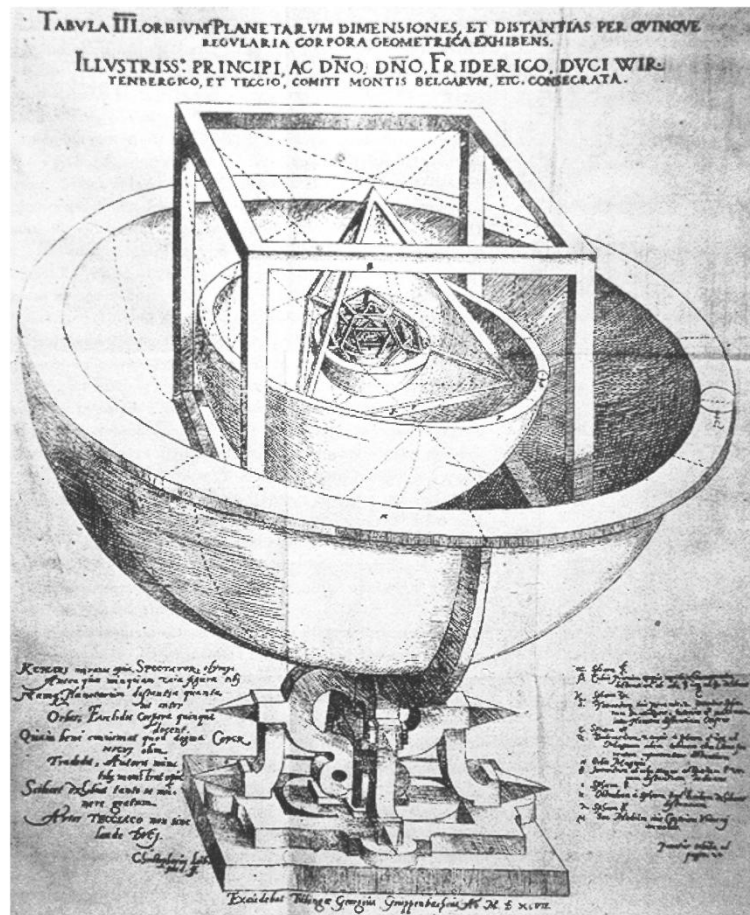
ζωδιακή ζώνη σχηματίζεται ακόμη ένα τρίγωνο, οι πλευρές του οποίου είναι ελαφρώς μετατοπισμένες σε σχέση με το πρώτο τρίγωνο. Αν προσθέσουμε και τις υπόλοιπες παρατηρούμενες Συνόδους, θα δούμε ένα τρίγωνο που περιστρέφεται εγγεγραμμένο μέσα στον κύκλο. Εικονικά:



Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 77.

Η πρώτη Σύνοδος του 1583 που παρατηρήθηκε (1) έλαβε χώρα όταν οι δύο πλανήτες βρίσκονταν στον αστερισμό Κριού/Ιχθύων. Το 1603, η Σύνοδος βρίσκεται στον Τοξότη (2) και το 1623, ο Δίας προσπερνά τον Κρόνο στον αστερισμό του Λέοντα (3). Τα τρία σημεία των Συνόδων σχηματίζουν το πρώτο τρίγωνο. Το δεύτερο τρίγωνο εγγράφεται όταν η τέταρτη Σύνοδος του 1643 παρατηρείται στον Κριό (4), η πέμπτη του 1663 στον Τοξότη (5) και η έκτη του 1683 στον Λέοντα (6) επίσης φαίνεται όμως στο σχήμα ότι τα σημεία του πρώτου και του δεύτερου τριγώνου δεν συμπίπτουν ακριβώς. Έτσι υπάρχει η εντύπωση ότι το τρίγωνο που σηματοδοτεί τις Μεγάλες Συνόδους περιστρέφεται αριστερόστροφα στον Ζωδιακό Κύκλο και ουσιαστικά είναι αυτό που ορίζει την απόσταση μεταξύ των δύο πλανητών. Η Ferguson σχολιάζει πως η ακτίνα του εσωτερικού κύκλου προς αυτή του εξωτερικού, δηλαδή του Ζωδιακού, σχηματίζει λόγο $\frac{1}{2}$. Πρακτικά, αυτό σημαίνει πως η ακτίνα της τροχιάς του Δία αντιστοιχεί

σχήματα όμως που ανήκουν στον δισδιάστατο χώρο δε μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα τρισδιάστατο σύμπαν και ο Κέπλερ αποφάσισε να επιστρατεύσει τα κανονικά πολύεδρα: Κάθε στερεό ή κανονικό πολύεδρο εντάσσεται στο εσωτερικό μίας σφαίρας με τέτοιο τρόπο ώστε κάθε σημείο του να «αγγίζει» το «τοίχωμα» της σφαίρας και μία ακόμα μικρότερη σφαίρα μπορεί να εντεθεί στο εσωτερικό καθενός από τα πολύεδρα αυτά, έτσι ώστε να «αγγίζει» το κέντρο κάθε πλευράς του²¹⁹.



Ο Κέπλερ προσπάθησε να συνδυάσει τα πέντε στερεά²²⁰ με τις έξι σφαίρες στις οποίες περιφέρονται οι πλανήτες²²¹ και να δείξει έτσι την αρμονική τους μετάφραση:

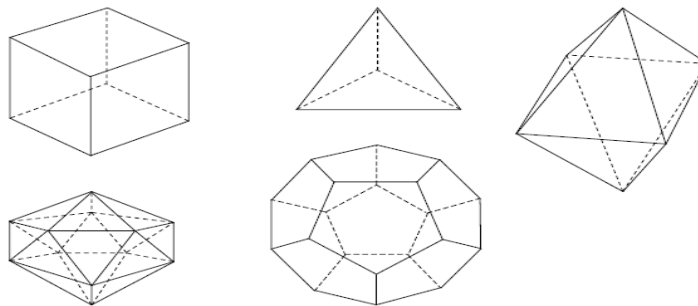
στην μισή ακτίνα της τροχιάς του Κρόνου, κάτι που επαληθεύεται από τις ουράνιες παρατηρήσεις του Κέπλερ. Βλ. Ferguson, ό.π. σελ. 382.

²¹⁹ Ferguson, ό.π. σελ. 385-386.

²²⁰ Ο Ευκλείδης στα *Στοιχεία*, Βιβλίο XIII, έχει αποδείξει ότι υπάρχουν μόνο πέντε κανονικά πολύεδρα: το τετράεδρο ή πυραμίδα, ο κύβος, το οκτάεδρο, το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο.

- Ο κύβος οριοθετεί την απόσταση μεταξύ του Κρόνου και του Δία: Κάθε κορυφή του κύβου ενώνει τρία επίπεδα τετράγωνα με γωνίες ίσες με 90° . Το άθροισμα των γωνιών, 270° προς τον συνολικό αριθμό των μοιρών σε έναν πλήρη κύκλο, 360° δίνει την αναλογία $3/4$, ένα μουσικό διάστημα τετάρτης.
- Το τετράεδρο χωρίζει τις τροχιές του Δία και του Άρη: Κάθε κορυφή του τετράεδρου ενώνει τρία επίπεδα τετράγωνα με γωνίες ίσες με 60° . Το άθροισμα των γωνιών, 180° προς τον αριθμό των μοιρών ενός κύκλου, δίνει την αναλογία $1/2$, ένα μουσικό διάστημα οκτάβας.
- Το εικοσάεδρο χωρίζει την απόσταση μεταξύ της Γης και της Αφροδίτης. Κάθε κορυφή του εικοσάεδρου ενώνει πέντε επίπεδα τετράγωνα των 60° . Το άθροισμά τους 300° προς τον αριθμό των μοιρών ενός κύκλου δίνει την αναλογία $5/6$, μία μικρή τρίτη.

Η ίδια λογική δε λειτουργεί τόσο καλά στα υπόλοιπα δύο στερεά και, ως εκ τούτου, στα πλανητικά διαστήματα που απομένουν. Σύμφωνα με προηγούμενες παρατηρήσεις του Κέπλερ²²², οι κινήσεις της Αφροδίτης και του Ερμή παράγουν διάστημα τέταρτης, ενώ το εγγραφόμενο μεταξύ τους οκτάεδρο σχηματίζει το διάστημα



Βλ. Martens, Rhonda, *Kepler's Philosophy and the New Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, 2000, σελ. 41.

²²¹ Υπάρχει διάκριση ανάμεσα στις «σφαίρες» και τους πλανήτες. Η Ferguson εξηγεί πως, σύμφωνα με τον Πτολεμαίο, οι πλανήτες κινούνται μέσα σε διαφανείς «κρυστάλλινες σφαίρες» με κέντρο τη Γη. Βλ. ό.π. σελ. 385, σημ. **.

²²² Βλ. Stephenson, ό.π. σελ. 90-94.

2/3. Παρόμοια, το διάστημα ανάμεσα στον Άρη και τη Γη δημιουργεί μία κακοφωνία που προκύπτει από δύο μικρές τρίτες²²³.

Πέρα από το *Mysterium Cosmographicum* και την αρμονική θεωρία που σχολιάζεται, ο Κέπλερ φτάνει στο απόγειο της αρμονικής αποκάλυψης του κόσμου στο 5^ο βιβλίο του *Harmonice Mundi*. Το βιβλίο αποτελείται από δέκα κεφάλαια:

- 1^ο κεφάλαιο: *Κανονικά πολύεδρα*
- 2^ο κεφάλαιο: *Αρμονικές αναλογίες*
- 3^ο κεφάλαιο: *Αστρονομική θεωρία*
- 4^ο κεφάλαιο: *Κανονικές και ακρότατες πλανητικές αρμονίες*
- 5^ο κεφάλαιο: *Η μουσική των πλανητικών κινήσεων*
- 6^ο κεφάλαιο: *Ουράνιοι μουσικοί τρόποι*
- 7^ο κεφάλαιο: *Συμπαντικές αρμονίες*
- 8^ο κεφάλαιο: *Οι τέσσερις φωνές της ουράνιας αρμονίας*
- 9^ο κεφάλαιο: *Τα αίτια των εκκεντροτήτων*
- 10^ο κεφάλαιο: *Παρατηρήσεις από τον Ήλιο*

Εδώ αναλύονται τέσσερα από τα δέκα κεφάλαια του βιβλίου. Τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται, οι πίνακες, οι αναλύσεις και τα αποτελέσματα αντλούνται σχεδόν εξ'ολοκλήρου από το αναλυτικότατο έργο του Bruce Stephenson, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*. Εκτός από συγκεκριμένες και ελάχιστες περιπτώσεις δεν προχώρησα στις επαληθεύσεις των αποτελεσμάτων και λόγω των πρακτικών και θεωρητικών δυσκολιών που προκύπτουν από ένα τέτοιο εγχείρημα, τα παραθέτω αυτούσια.

Ξεκινώντας από τις αρμονίες που παρατηρούνται στις ακρότατες και κανονικές αποστάσεις των πλανητών (εξηγώ παρακάτω) του 4^{ου} κεφαλαίου, θα δούμε το πώς κάθε πλανήτης αντιστοιχεί σε ένα συγκεκριμένο ύψος και τις κλίμακες που προκύπτουν από την αφηλιακή ή την περιηλιακή κίνηση του Κρόνου (5^ο κεφάλαιο) και της Αφροδίτης. Παρατίθενται οι μουσικές φράσεις που αντιστοιχούν στον κάθε πλανήτη (6^ο κεφάλαιο) και πώς συνδυάζονται με τους εκκλησιαστικούς τρόπους και τέλος παρουσιάζεται η τετράφωνη χορωδία των πλανητών (8^ο κεφάλαιο) υποδεικνύοντας έτσι την πολυφωνία της πλανητικής μουσικής.

²²³ Stephenson, ό.π. σελ. 95.

3.2. Ακρότατες και κανονικές πλανητικές αρμονίες

Η συζήτηση για τις αρμονίες των πλανητικών κινήσεων οδήγησε τον Κέπλερ να τις αναζητήσει στα μεγέθη που παρουσιάζουν και μπορούν να σχηματίσουν μαθηματικές αναλογίες. Τέτοια μεγέθη είναι:

- Η απόσταση ενός πλανήτη από τον Ήλιο,
- Η περίοδος του πλανήτη,
- Τα ημερήσια διαγραφόμενα έκκεντρα τόξα,
- Οι ημερήσιες επιβραδύνσεις στα έκκεντρα τόξα,
- Τα φαινόμενα καθημερινά τόξα ή η γωνιακή κίνηση όπως θα φαινόταν από έναν παρατηρητή στον Ήλιο, και
- Η πραγματική κίνηση του πλανήτη επί της τροχιάς²²⁴.

Αφού οι παρατηρούμενοι περίοδοι δε μπορούν να σχηματίσουν αρμονικούς λόγους²²⁵, προχωράει στις επιβραδύνσεις. Οι περιοδικοί χρόνοι προκύπτουν από τις ποικίλες επιβραδύνσεις των πλανητών στα διάφορα μέρη των τροχιών τους· οι αρμονίες, ωστόσο, φαίνεται να έχουν εδραιωθεί στα άκρα: Στο αφήλιο και στο περιήλιο. Αυτές είναι οι καλύτερα σημειωμένες περιοχές στην τροχιά, όπως επίσης οι περιοχές στις οποίες οι καθυστερήσεις, τα γωνιακά τόξα και οι αποστάσεις μεταβάλλονται πολύ αργά²²⁶.

Έχοντας υπόψη τα παραπάνω ο Κέπλερ παρουσιάζει έναν πίνακα με τις αφηλιακές και περιηλιακές αποστάσεις των πλανητών (A για το αφήλιο και P για το

²²⁴ Stephenson, ό.π. σελ. 145.

²²⁵ Fauvel, John, Flood, Raymond, Wilson, Robin, *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, Oxford University Press, New York, 2006, σελ. 33.

²²⁶ Stephenson, ό.π. σελ. 146.

περιήλιο) για να ανακαλύψει τις αρμονίες που βρίσκονται στις αποστάσεις από τον Ήλιο, στις επιβραδύνσεις ή στα γωνιακά διαγραφόμενα τόξα.

Πίνακας 3: Αφηλιακές και περιηλιακές αποστάσεις των πλανητών²²⁷

1	2	3	4
<i>Diverging proportion</i>	<i>Converging proportion</i>	<i>Interval</i>	<i>Proper proportion</i>
		Saturn A 10,052	More than a minor tone, less than a major tone
		Saturn P 8,968	
$\frac{2}{1}$	$\frac{5}{3}$	Jupiter A 5,451	Not harmonic but about $\frac{11}{10}$; or half of $\frac{6}{5}$
		Jupiter P 4,949	
$\frac{4}{1}$	$\frac{3}{1}$	Mars A 1,665	$\frac{1,665}{1,388}$ would be $\frac{6}{5}$; $\frac{1,665}{1,332}$ would be $\frac{5}{4}$
		Mars P 1,382	
$\frac{5}{3}$	$\frac{27}{20}$	Earth A 1,018	$\frac{1,020}{980}$ is a diesis, so this is less than a diesis
		Earth P 982	
$\frac{10,000}{7,071}$	$\frac{27}{20}$	Venus A 729	Less than $1\frac{1}{2}$ comma, more than $\frac{1}{3}$ diesis
		Venus P 719	
$\frac{12}{5}$	$\frac{243}{160}$	Mercury A 470	More than $\frac{243}{160}$, less than $\frac{8}{5}$
		Mercury P 307	

²²⁷ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 146. Η αποκλίνουσα αναλογία (diverging proportion) αναφέρεται στην αναλογία της αφηλιακής κίνησης ενός πλανήτη προς την περιηλιακή κίνηση του αμέσως κατώτερου. Η συγκλίνουσα αναλογία (converging proportion) αναφέρεται στην αναλογία της περιηλιακής κίνησης του πλανήτη προς την αφηλιακή κίνηση του αμέσως κατώτερου. Βλ. Martens, Rhonda, *Kepler's Philosophy and the New Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, 2000, σελ. 124. Η κανονική αναλογία (proper proportion) αναφέρεται στην αναλογία των ακρότατων αποστάσεων του πλανήτη.

Οι «κανονικές αναλογίες» μεταξύ των ακρότατων αποστάσεων του κάθε πλανήτη απέτυχαν να αποκαλύψουν αρμονίες· οι αποκλίνουσες και συγκλίνουσες όμως αποστάσεις μεταξύ δύο πλανητών, στις στήλες 1 και 2 δείχνουν αρκετά υποσχόμενες. Έξι από τις δέκα αναλογίες είναι σχεδόν αρμονικές:

- Μεταξύ του Κρόνου και του Δία παράγεται μία οκτάβα στην αποκλίνουσα και μία μεγάλη έκτη στη συγκλίνουσα απόσταση.
- Ο Δίας και ο Άρης σχηματίζουν μία διπλή οκτάβα στο αποκλίνον και μία οκτάβα συν μία πέμπτη στο συγκλίνον διάστημα.
- Ο Άρης και η Γη δημιουργούν μία μεγάλη έκτη στην αποκλίνουσα απόσταση
- Η Αφροδίτη και ο Ερμής σχηματίζουν μία οκτάβα συν μία μικρή τρίτη επίσης στο αποκλίνον διάστημα.

Ο Κέπλερ δεν προβάλλει κανένα ακριβές κριτήριο για να καθορίσει την αρμονικότητα μίας παρατηρούμενης αναλογίας. Έξι από τις αναλογίες που παρατίθενται στον πίνακα στις στήλες 1 και 2 είναι κανονικές αρμονίες. Μεταξύ αυτών των έξι, η μεγαλύτερη απόκλιση με τις αποστάσεις στη στήλη 3 λαμβάνει χώρα στο αποκλίνον διάστημα μεταξύ Άρη και Γης, των οποίων η μεγάλη έκτη διαφέρει από τα διαστήματα της στήλης 3 κατά περίπου 58:59.

Τρεις από τις τέσσερις αναλογίες που απομένουν στις στήλες 1 και 2 κλίνουν προς τα αρμονικά διαστήματα, αν και ο Κέπλερ δε φαίνεται να τα εντοπίζει. Οι συγκλίνουσες αναλογίες μεταξύ των Άρης – Γη και Γη – Αφροδίτη είναι ακριβώς 20:27, λόγος που είναι πολύ κοντά στον αρμονικό λόγο 3:4, δηλαδή μία καθαρή τέταρτη. Η αναλογία Άρης – Γη σφάλει κατά 55:56, ποσοστό που την τοποθετεί σε δεύτερη θέση από αυτές που παρατίθενται. Από την άλλη, η αναλογία Γη – Αφροδίτη χάνει κατά μόνο 97:98 και έτσι είναι η πιο αρμονική από όλες τις αναλογίες. Παρόμοια, η συγκλίνουσα αναλογία Αφροδίτης – Ερμή είναι περίπου 50:51 μίας καθαρής πέμπτης. Μόνο η αποκλίνουσα αναλογία Γης – Αφροδίτης 719:1018 δε μπορεί να προσεγγίσει αρμονικό διάστημα²²⁸.

²²⁸ Stephenson, ό.π. σελ. 147.

Ο Κέπλερ συνεχίζει υπολογίζοντας τα μήκη των τόξων του κάθε πλανήτη στο περιήλιο και το αφήλιο, αφού πολλαπλασιάσει τη γωνία μέτρησης των τόξων με τη μέση ακτίνα της τροχιάς του κάθε πλανήτη. Τα αποτελέσματα που προκύπτουν δείχνουν τις ακρότατες ημερήσιες ταχύτητες των πλανητών²²⁹.

Οι ημερήσιες κινήσεις της στήλης 4 παράγονται από την μετατροπή των ημερήσιων κινήσεων της στήλης 2 σε δευτερόλεπτα και πολλαπλασιάζοντας το αποτέλεσμα με τις μέσες αποστάσεις της στήλης 3 (Η μέση απόσταση Γης – Ήλιου θεωρείται μονάδα.) Έτσι, ο Κρόνος στο αφήλιό του κινείται κατά 1' 53'' (δηλαδή 113'') και η κίνησή του επί τη μέση απόσταση από τον Ήλιο 9,510 δίνει περίπου 1,075, την ημερήσια κίνηση του πλανήτη στο αφήλιο.

²²⁹ Johannes Kepler, *Harmonices mundi*, libri V, Linz, 1619, Book V, Chapter III, Πρόταση 9: *To πραγματικό ημερήσιο τόξο του κάθε πλανήτη πρέπει να πολλαπλασιαστεί με την ημιδιάμετρο της τροχιάς του.* Μετάφραση του γραφόντος από την αγγλική έκδοση Martens, Rhonda, *Kepler's Philosophy and the New Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, 2000, σελ. 123.

Πίνακας 4: Ακρότατες ημερήσιες πλανητικές κινήσεις

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
Motion	Diurnal Minutes Seconds	Mean Distance	Diurnal motion
Saturn A	1' 53"		1,075
Saturn P	2' 7"	9,510	1,208
Jupiter A	4' 44"		1,477
Jupiter P	5' 15"	5,200	1,638
Mars A	28' 44"		2,627
Mars P	34' 34"	1,524	3,161
Earth A	58' 6"		3,486
Earth P	60' 13"	1,000	3,613
Venus A	95' 29"		4,148
Venus P	96' 50"	724	4,207
Mercury A	201' 0"		4,680
Mercury P	307' 3"	388	7,148

Ο Κέπλερ βρίσκει πως οι «κανονικές» αναλογίες που μπορούν να υπολογιστούν από τις ημερήσιες κινήσεις των πλανητών στη στήλη 4 του πίνακα 4, είναι μεγέθη αντίστροφα των «κανονικών» αναλογιών της στήλης 4 του πίνακα 3²³⁰: Ο νόμος της

²³⁰ Stephenson, ό.π. σελ. 148.

απόστασης ορίζει πως για κάθε πλανήτη, η ημερήσια κίνηση είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόστασης από τον Ήλιο. Οι αποκλίνουσες και συγκλίνουσες αναλογίες είναι διαφορετικές στον πίνακα 4, ο Κέπλερ όμως δεν τις παρουσιάζει σχολιάζοντας πώς είναι αρκετά λιγότερο αρμονικές από πριν²³¹. Η έρευνα του Stephenson έδειξε ότι στην πραγματικότητα καμία από τις δέκα ακρότατες αναλογίες των ταχυτήτων δεν είναι τόσο μακριά από την αρμονική τους πλευρά όσο είναι οι αποκλίνουσες αναλογίες των αποστάσεων Γης και Αφροδίτης. Τέσσερις στις δέκα αναλογίες που προκύπτουν από τον πίνακα 4 όμως δεν είναι κοντά σε κανένα σύμφωνο διάστημα και οι αποκλίσεις μεταξύ των αναλογιών και των κοντινότερων σύμφωνων διαστημάτων είναι στο σύνολό τους μεγαλύτερες από τις αποκλίσεις του πίνακα 3²³².

Αφού όμως οι ουράνιες αρμονίες δε μπορούν να ακουστούν, ο Κέπλερ καταλήγει στην οπτική τους αντίληψη μέσα από τα φαινόμενα τόξα των πλανητικών κινήσεων. Κατασκευάζει έτσι έναν πίνακα (Πίνακας 5) με τις φαινόμενες παρατηρούμενες ημερίσιες κινήσεις στην στήλη 4 ενώ στη στήλη 5 παρουσιάζονται οι αρμονίες που συμφωνούν πλήρως με τις κανονικές αναλογίες που βρίσκονται στα δεξιά. Για να παραχθούν οι αρμονικές κινήσεις, ο Κέπλερ έχει ρυθμίσει τη μία από τις ακρότατες κινήσεις του κάθε πλανήτη – την περιηλιακή κίνηση για τους «εσωτερικούς» πλανήτες και την αφηλιακή κίνηση για τη Γη και τους «εξωτερικούς πλανήτες» - ώστε η κανονική αναλογία για τον κάθε πλανήτη να ισούται ακριβώς με το δοσμένο διάστημα. Οι ρυθμισμένες αυτές κινήσεις παρατίθενται στη στήλη 5 για να δείξουν πόσο κοντά στους αρμονικούς λόγους βρίσκονται οι πραγματικές κανονικές αναλογίες.

Έτσι, η Αφροδίτη παραμένει διάφωνη διότι η παρατηρούμενη κανονική αναλογία 34:35 είναι μικρότερη από τη δίεση. Το σφάλμα για την πέμπτη καθαρή του Άρη είναι 29:30, οι υπόλοιπες όμως προσεγγίσεις είναι αρκετά κοντινές. Και οι κανονικές αναλογίες είναι σύμφωνες με εξαίρεση αυτές της Αφροδίτης και της Γης²³³.

²³¹ Stephenson, ό.π., σελ. 148.

²³² Ό.π., σημ. 21.

²³³ Ό.π. σελ. 151.

Πίνακας 5: Φαινόμενες παρατηρούμενες ημερήσιες κινήσεις

1	2		3	4		5	6		7
	Harmonies of paired planets			Apparent diurnal motions			Closest proper harmonies of single planets		
Diverging	Converging		Planet, apse	Minutes, seconds	Minutes, seconds	Minutes, seconds	Minutes, seconds	Minutes, seconds	
$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$	Saturn A Saturn P	1'46" 2'15"	1'48" 2'15"		$\frac{4}{6}$		Major third
$\frac{1}{8}$		$\frac{5}{24}$	Jupiter A Jupiter P	4'30" 5'30"	4'35" 5'30"		$\frac{6}{8}$		Minor third
$\frac{5}{12}$		$\frac{2}{3}$	Mars A Mars P	26'14" 38' 1"	25'21" 38' 1"		$\frac{9}{3}$		Fifth
$\frac{2}{5}$		$\frac{5}{8}$	Earth A Earth P	57' 3" 61'18"	57'28" 61'18"		$\frac{16}{16}$		Semitone
$\frac{1}{4}$		$\frac{3}{5}$	Venus A Venus P	94'50" 97'37"	94'50" 98'47"		$\frac{24}{25}$		Diesis
			Mercury A Mercury P	164' 0" 384' 0"	164' 0" 394' 0"		$\frac{5}{12}$		Octave + minor third

234

²³⁴ Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994, σελ. 151. Ο πίνακας του Κέπλερ στο Johannes Kepler, *Harmonices mundi*, libri V, Linz, 1619, Book V, Chapter IV που δείχνει τις πλανητικές κινήσεις σε τόξο, παρατηρούμενες από ένα σημείο στον Ήλιο παρατίθεται και στο Fauvel, John, Flood, Raymond, Wilson, Robin, *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, Oxford University Press, New York, 2006, σελ. 33:

Η τέταρτη στήλη που παραθέτει τις φαινόμενες ημερίσιες κινήσεις δίνει τις ημερίσιες ταχύτητες σε λεπτά και δευτερόλεπτα του τόξου, ξεκινώντας από τις ακρότατες τιμές του Κρόνου ενώ η έκτη στήλη δίνει τους λόγους που προκύπτουν από τον κάθε πλανήτη και μεταφράζονται σε μουσικά διαστήματα στη στήλη 7. Η πρώτη και δεύτερη στήλη δίνουν τους λόγους των ακρότατων ταχυτήτων των διπλανών ζεύγων αρχίζοντας με τον Κρόνο και τον Δία. Ο λόγος της πρώτης στήλης, ο αποκλίνων (diverging), αναφέρεται στον λόγο της αηλιακής ταχύτητας του Κρόνου προς την περιηλιακή ταχύτητα του Δία ενώ ο πρώτος λόγος της δεύτερης στήλης, ο συγκλίνων, (converging) δίνει τον λόγο της περιηλιακής ταχύτητας του Κρόνου προς την αηλιακή ταχύτητα του Δία.

Ο Κέπλερ προχωράει στις ακρότατες αρμονίες που παρατηρούνται ανάμεσα στα ζεύγη των διπλανών πλανητών, αυτές που δίνονται από τις συγκλίνουσες και αποκλίνουσες αναλογίες των φαινόμενων κινήσεων. Τα αποτελέσματα δίνονται στην αριστερή στήλη του πίνακα 5. Ο Κρόνος και ο Δίας σχηματίζουν ακριβώς μία οκτάβα ενώ ο Δίας και ο Άρης σχηματίζουν δύο οκτάβες και μία μικρή τρίτη και ο Άρης και η

<i>Harmonia visoria</i>		<i>Apparentes diurni</i>		<i>Harmonia visoria propria</i>	
<i>Diurn.</i>	<i>Cumf.</i>		<i>diurni Prim. Sec.</i>	<i>Prim. Sec.</i>	
<u>a 1</u>	<u>b 1</u>	♄ Aphelius	1.46. a.	Inter 1.48	est $\frac{4}{5}$ Tertia major.
		Perihelius	2.15. b.	& 2.15.	
<u>d 5</u>	<u>c 2</u>	♃ Aphelius	4.30. c.	Inter 4.35.	est $\frac{5}{6}$ Tertia mi- nor.
<u>c 8</u>	<u>d 1</u>	Perihelius	5.30. d.	& 5.30.	
<u>f 1</u>	<u>e 5</u>	♂ Aphelius	26.14. e.	Inter 25.27.	est $\frac{2}{3}$ Diapente
<u>e 5</u>	<u>f 2</u>	Perihelius	3.81. f.	& 38.1.	
<u>h 12</u>	<u>g 3</u>	♁ Aphelius	57.3. g	Inter 57.28.	est $\frac{15}{16}$ Semitonis
<u>g 3</u>	<u>h 5</u>	Perihelius	61.18. h	& 61.18.	
<u>k 5</u>	<u>i 3</u>	♂ Aphelius	94.50. i.	Inter 94.50.	est $\frac{24}{25}$ Diesis
<u>i 1</u>	<u>k 7</u>	Perihelius	97.37. k.	& 98.47.	
<u>m 4</u>	<u>l 5</u>	♁ Aphelius	164.0. l.	Inter 164. 0.	est $\frac{5}{12}$ Diapason. cum tertia minore
		Perihelius	384.0. m.	& 394. 0.	

Γη μία σχεδόν καθαρή πέμπτη στις συγκλίνουσες αναλογίες. Οι ακρότατες αναλογίες που απομένουν δε συμφωνούν ακριβώς με τις σχετικές προς αυτές αρμονίες. Η περισσότερο ασύμφωνη είναι η αναλογία της αποκλίνουσας κίνησης του Δία και του Άρη η οποία διαγράφει τρεις οκτάβες με ένα διάστημα ανάμεσα στη δίεση και το ημιτόνιο.

Σύμφωνα με τον Stephenson, ο Κέπλερ έχει ήδη υπογραμμίσει ότι οι αποκλίσεις από τις κανονικές αναλογίες του Άρη και του Ερμή είναι περίπου 34:35 ή 35:36 – περίπου το ίδιο μέγεθος με την κανονική αναλογία της Αφροδίτης²³⁵. Εδώ σημειώνει ότι τρεις από τις ακρότατες αναλογίες (οι αποκλίνουσες αναλογίες των Άρη – Γης και Γης – Αφροδίτης και η συγκλίνουσα αναλογία Γης και Αφροδίτης) διαφέρουν από τις κοντινότερες προς αυτές αρμονίες κατά ένα μέγεθος που βρίσκεται πολύ κοντά στην κανονική αναλογία της Αφροδίτης. Ακόμη, αν η αφηλιακή κίνηση του Κρόνου αυξάνεται κατά μόνο ένα δευτερόλεπτο του φαινόμενου τόξου, το σφάλμα στις αποκλίνουσες κινήσεις του Κρόνου και του Δία θα είναι σχεδόν το ίδιο ποσό²³⁶.

Δε φαίνεται να απασχολεί τον Κέπλερ ότι τα σφάλματα και οι αποκλίσεις αποτρέπουν το συνολικό αποτέλεσμα που παράγεται από τις ακρότατες κινήσεις των διπλανών πλανητών από το να είναι μουσικά ευχάριστο. Αν ζεύγη χορδών κουρδιστούν στις συγκλίνουσες και αποκλίνουσες κινήσεις, η ατέλεια στις αρμονίες δε θα γίνει εύκολα αντιληπτή, εκτός από την περίπτωση των αποκλινόντων κινήσεων του Δία και του Άρη. Στην πραγματικότητα επιχειρεί να δείξει ότι υπάρχουν λόγοι για όλες τις ατέλειες που παρατηρούνται στην αρμονία των πλανητικών κινήσεων – λόγοι που προκύπτουν από εσωτερικούς περιορισμούς μέσα στον συνολικό σχεδιασμό²³⁷.

Ο Κέπλερ προσέχει έναν διαφορετικό τύπο αρμονίας ανάμεσα στις κινήσεις των διπλανών πλανητών, αυτόν που ο ίδιος ονομάζει *eiusdem plagae*. Αυτός είναι ο όρος του για τα ζεύγη των αφηλιακών ή περιηλιακών κινήσεων των πλανητών. Η φράση σημαίνει «στην ίδια περιοχή» και περιγράφει κινήσεις που είναι και οι δύο είτε εξωτερικές είτε εσωτερικές. Αντί να τις υπολογίσει από τον πίνακα 5, τις παίρνει από τις προηγούμενες παρατηρούμενες ακρότατες και κανονικές αναλογίες χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις

²³⁵ Stephenson, ό.π. σελ. 151.

²³⁶ Ό.π. σελ. 152.

²³⁷ Ό.π.

$$A_s : A_i = A_s : P_s + P_s : A_i$$

$$P_s : P_i = P_s : A_i + A_i : P_i$$

όπου A_s, A_i , είναι οι φαινόμενες αφηλιακές κινήσεις των εξωτερικών και εσωτερικών πλανητών και P_s, P_i οι φαινόμενες περιηλιακές κινήσεις. Οι όροι στα δεξιά είναι γνωστοί αφού αποτελούν τις κανονικές αναλογίες και τις συγκλίνουσες αναλογίες των δύο πλανητών. (Ο Κέπλερ επιλέγει να εργαστεί πάνω στις συγκλίνουσες αναλογίες παρά να κάνει ανάλογους υπολογισμούς για τις λιγότερο αρμονικές αποκλίνουσες αναλογίες.)

Οι περισσότερες από τις *eiusdem plagae* αναλογίες είναι τόσο κοντά στο να γίνουν αρμονικές όσο οι κανονικές και ακρότατες αναλογίες που χρησιμοποιήθηκαν για να υπολογιστούν. Σε μερικές περιπτώσεις (η περιηλιακή αναλογία του Δία και του Άρη, η αφηλιακή αναλογία του Άρη και της Γης και οι δυο αναλογίες της Αφροδίτης και του Ερμή) τα σφάλματα αυξάνονται ώστε οι αναλογίες *eiusdem plagae* να είναι σε αυτές τις περιπτώσεις λιγότερο αρμονικές από τις συγκλίνουσες αναλογίες.

Μεταξύ της Γης και της Αφροδίτης πάντως, ο Κέπλερ μειώνει πετυχημένα τις αρμονικές αποκλίσεις - αποκλίσεις που όπως ο ίδιος έχει επισημάνει, μόλις που ισούνται με την κανονική αναλογία της Αφροδίτης – χρησιμοποιώντας τις παραπάνω εξισώσεις:

$$\begin{aligned} A_e : A_v &= A_e : P_v - A_v : P_v \\ &= (3:5 + 34:35) - 34:35 \\ &= 3:5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_e : P_v &= P_e : A_v + A_v : P_v \\ &= (5:8 - 29:30) + 34:35 \\ &\sim 5:8 \end{aligned}$$

Συνοψίζοντας τα παραπάνω, ο Κέπλερ έχει βρει, εξετάζοντας τις παρατηρούμενες αρμονίες των διπλανών πλανητών, λογικά ακριβείς αρμονίες μεταξύ των συγκλινόντων κινήσεων του Κρόνου και του Δία, του Δία και του Άρη, του Άρη και της Γης και της Αφροδίτης και του Ερμή· μεταξύ των αποκλινόντων κινήσεων της Αφροδίτης και του Ερμή· μεταξύ των αφηλιακών κινήσεων της Γης και της Αφροδίτης· και μεταξύ των

περιηλιακών κινήσεων του Άρη και της Γης, της Γης και της Αφροδίτης και της Αφροδίτης και του Ερμή.

Συνοπτικά:

1. Η μικρότερη ακριβής από τις ακρότατες αρμονίες λαμβάνει χώρα εκεί όπου η πολυεδρική υπόθεση είναι πιο ακριβής, στο αποκλίνον διάστημα μεταξύ του Δία και του Άρη.
2. Η μικρή κανονική αναλογία της Αφροδίτης ορίζεται από διάφορα μέρη, για κάποιον λόγο, ως ένα σφάλμα στις παρατηρούμενες ακρότατες αναλογίες.
3. Οι καλύτερες αρμονίες ανάμεσα στους εξωτερικούς πλανήτες είναι μεταξύ των συγκλινόντων κινήσεων, ενώ οι καλύτερες αρμονίες ανάμεσα στους εσωτερικούς πλανήτες είναι μεταξύ των *eiusdem plagae* κινήσεων.
4. Οι αφηλιακές κινήσεις του Κρόνου και της Γης δημιουργούν ακριβώς πέντε οκτάβες.

3.3. Η μουσική των πλανητικών κινήσεων

Η αρμονική αναλογία μεταξύ της αφηλιακής και περιηλιακής κίνησης δε μπορεί να παρατηρηθεί οποιαδήποτε στιγμή επειδή ο πλανήτης δε μπορεί να είναι ταυτόχρονα στο περιήλιο και στο αφήλιό του. Έτσι, οι αρμονίες μεταξύ διαφορετικών πλανητών μπορούν να παρατηρηθούν σε εκείνες τις στιγμές όπου ένας πλανήτης είναι στο αφήλιό του ενώ ο εξωτερικός γείτονας πλανήτης είναι στο περιήλιο²³⁸.

Οι πρώτες προσπάθειες σύνδεσης των πλανητικών κινήσεων με τις νότες της κλίμακας οδηγούν τον Κέπλερ να αγνοήσει αποκλίσεις που είναι μικρότερες του ημιτονίου. Σε μία προσπάθεια να συνδυάσει τις «νότες» των διαφόρων πλανητών, διαιρεί στα δύο τις ακρότατες κινήσεις όσες φορές είναι απαραίτητο για να καταστούν τα μεγέθη συγκρίσιμα. Οι ψηλές νότες έχουν κατέβει τόσες οκτάβες ώστε να λειτουργήσουν μέσα στην οκτάβα που καθορίζεται από τη χαμηλότερη νότα της αφηλιακής κίνησης του Κρόνου²³⁹. Ο πίνακας 6 δείχνει τις ακρότατες κινήσεις μειωμένες έτσι ώστε να συγχρονιστούν σε αυτή την οκτάβα.

²³⁸ Stephenson, ό.π. σελ. 154

²³⁹ Stephenson, ό.π.

Πίνακας 6: Ακρότατες κινήσεις συγχρονισμένες στην οκτάβα²⁴⁰

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>
<i>Motion</i>	<i>Octaves reduced</i>	<i>Divisor</i>	<i>Reduced motion</i>
Mercury P	7	128	3'0"
Mercury A	6	64	2'34" –
Venus P	5	32	3'3" +
Venus A	5	32	2'58" –
Earth P	5	32	1'55" –
Earth A	5	32	1'47" –
Mars P	4	16	2'23" –
Mars A	3	8	3'17" –
Jupiter P	1	2	2'45"
Jupiter A	1	2	2'15"
Saturn P	0	1	2'15"
Saturn A	0	1	1'46"

Το επόμενο βήμα είναι να εκφράσει τις μειωμένες κινήσεις της στήλης 4 σε μουσικούς φθόγγους²⁴¹. Το πετυχαίνει σε δύο διαφορετικά τονικά επίπεδα: Στο πρώτο, τοποθετεί το αφήλιο του Κρόνου 1' 46'' στη βασική G²⁴² ενώ η αφηλιακή κίνηση της

²⁴⁰ Ο.π. σελ. 155.

²⁴¹ Ο.π.

²⁴² Ο Κρόνος διατρέχει στο αφήλιό του 106'' του τόξου καθημερινά. Αν η γωνιακή ταχύτητα του πλανήτη υπολογισμένη σε δευτερόλεπτα/ημέρα δίνει τον αριθμό των παλμών κάθε τόνου, τότε 106 Hz

Γης, 5 οκτάβες ψηλότερα, είναι στα $1' 47''$. Οι άλλες κινήσεις συνδέονται με τις νότες σύμφωνα με τις αναλογίες μεταξύ τους παίρνοντας ως βάση το $1' 47''$ της Γης. Αν προστεθεί στο $1' 47''$ ένα τέταρτο από αυτό, δηλαδή $27''$, τότε η κίνηση του Κρόνου στο περιήλιο και του Δία στο αφήλιο είναι και οι δύο περίπου μία μεγάλη τρίτη πάνω από το G από τη στιγμή που $5/4$ φορές το $1' 46''$ ισούται με $2' 13 \frac{3}{4}''$, έτσι και οι δύο κινήσεις αντιστοιχούν στο B. Το B του Δία είναι δύο οκτάβες ψηλότερα, αλλά αυτό δεν επηρεάζει τις αρμονίες²⁴³. Αν αφαιρεθεί από το $1' 47''$ το ένα τρίτο και προστεθεί στο σύνολο, το αποτέλεσμα $2' 23''$ αντικατοπτρίζει τη νότα C, το περιήλιο του Άρη. Αν προστεθεί στο $1' 47''$ το μισό του, $54''$ το αποτέλεσμα $2' 41''$ για τη νότα D αντικατοπτρίζει το περιήλιο του Δία, μία οκτάβα ψηλότερα. Αν προστεθούν δύο τρίτα του $1' 47''$ σε αυτό, δηλαδή το $1' 11''$, τότε παράγεται το αφήλιο της Αφροδίτης $2' 58''$ αναπαριστώντας τη νότα E, πέντε οκτάβες ψηλότερα²⁴⁴. Το περιήλιο του Ερμή στα $3' 0''$, είναι επτά οκτάβες ψηλότερα. Τέλος, διαιρώντας το δις $1' 47''$ ($3' 34''$) με το 9 και αφαιρώντας το $\frac{1}{24}''$ από το σύνολο αφήνονται $3' 10''$ για τη νότα F που σχεδόν αναπαριστά το αφήλιο του Άρη, $3' 17''$ αλλά τρεις οκτάβες ψηλότερα²⁴⁵ ο αριθμός αυτός είναι λίγο μεγαλύτερος προσεγγίζοντας τη νότα F#. Το $\frac{1}{16}$ του $3' 34''$, δηλαδή το $13 \frac{3}{2}''$, αφαιρούμενο από το $3' 34''$, δίνει $3' 20 \frac{1}{2}''$, που είναι πολύ κοντά στο $3' 17''$.

Οι κινήσεις των δύο πλανητών στο G ανάγκασαν τον Κέπλερ να τοποθετήσει τον έναν στην αρχή της οκτάβας και τον άλλον στην κορυφή. Η αφηλιακή κίνηση του Άρη πέφτει περισσότερο στο F# απ' ό,τι στο F. Όλες οι νότες της κλίμακας συνδέονται εκτός από το A και όλες οι ακρότατες κινήσεις συνδέονται με τις νότες της κλίμακας εκτός από τα περιήλια της Αφροδίτης και της Γης και το αφήλιο του Ερμή του οποίου η τιμή $2' 34''$ προσεγγίζει το C#. Αφαιρώντας το $\frac{1}{16}$ του D, δηλαδή το $\frac{1}{16}$ του $2' 41''$, το $2' 30''$ που μένει αντιπροσωπεύει το C#²⁴⁵. Εντούτοις, μόνο τα περιήλια της Αφροδίτης και της Γης απουσιάζουν από την κλίμακα:

αντιστοιχούν σε σολ δίεση. Ο Κέπλερ έπεσε έξω κατά ένα ημιτόνιο. Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάυλος, Αθήνα, 2008, σελ. 99.

²⁴³ Stephenson, ό.π. σελ. 156.

²⁴⁴ Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: The Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 230.

²⁴⁵ Godwin, ό.π.

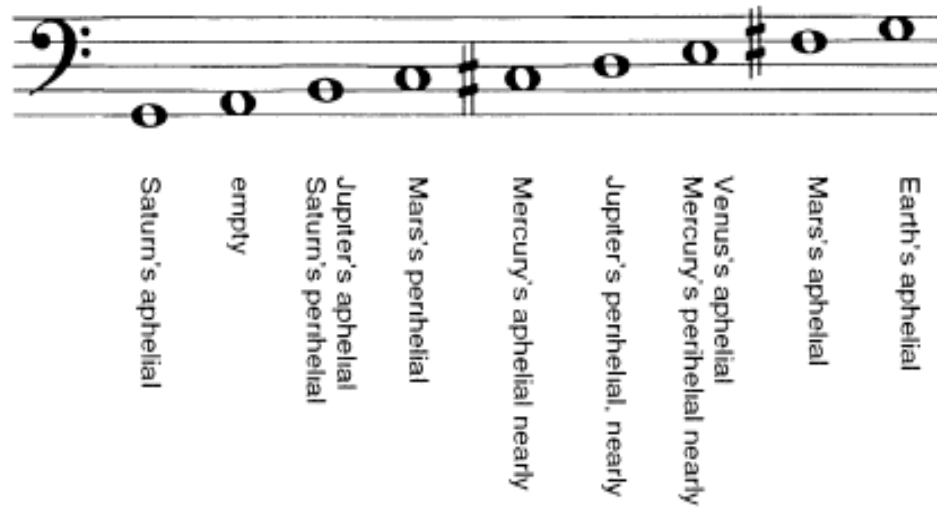


Figure 3: Ακρότατες πλανητικές κινήσεις στο πρώτο τονικό επίπεδο²⁴⁶

Στο δεύτερο τονικό επίπεδο, το G αντιστοιχεί στο 2' 15'' της περιηλιακής κίνησης του Κρόνου. Έτσι, η A αντιπροσωπεύεται από το 2' 32'' που προσεγγίζει το αφήλιο του Ερμή· η Bb θα είναι 2' 42'', πολύ κοντά στο περιήλιο του Δία. Το C θα είναι 3' 0'', τα περιήλια του Ερμή και της Αφροδίτης· το D θα είναι 3' 23'', λίγο χαμηλότερα από το αφήλιο του Άρη στα 3' 18''. Η Eb είναι στα 3' 36'' που προσεγγίζει αρκετά το αφήλιο της Γης· η νότα E είναι στα 3' 50'' ενώ το περιήλιο της Γης είναι 3' 49''. Ο Δίας, στο αφήλιό του, λαμβάνει τη νότα G. Εδώ, η νότα που δεν αντιστοιχεί σε καμία πλανητική κίνηση είναι το F.

Έτσι, όλοι οι φθόγγοι της ελάσσονας κλίμακας, εκτός από το F, εκφράζονται από τις περισσότερες ακρότατες πλανητικές κινήσεις.

²⁴⁶ Ο.π.

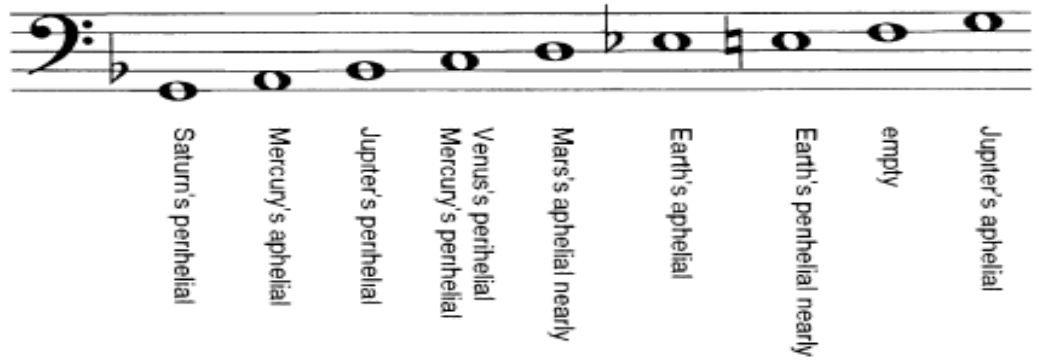


Figure 4: Ακρότατες πλανητικές κινήσεις στο δεύτερο τονικό επίπεδο²⁴⁷

²⁴⁷ Ο.π. σελ. 157. Οι κλίμακες που δείχνουν τα πεντάγραμμα (Figure 3 και Figure 4) παρατίθενται και στο Fauvel, John, Flood, Raymond, Wilson, Robin, *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, Oxford University Press, New York, 2006, σελ. 34. Οι συγγραφείς παραπέμπουν στο *Harmonics Mundi*, libri V, Linz, 1619, Book V, Chapter V:



Στον πίνακα 3.5. οι ακρότατες κινήσεις εμφανίζονται στη στήλη 1 ως αναφορά. (Οι κινήσεις για τις υψηλότερες τρεις νότες έχουν αυξηθεί μία οκτάβα για να εξηγηθεί η εμφάνισή τους στην κορυφή της κλίμακας.) Οι στήλες 3 και 4 δίνουν τις νότες του κουρδίσματος του πενταγράμμου-Figure 3, μαζί με τις κινήσεις που θα μπορούσαν να ανταποκριθούν ακριβώς σε αυτές τις νότες. Οι στήλες 5 και 6 είναι ανάλογες για το κούρδισμα του πενταγράμμου-Figure 4. (Σημείωση: Η λέξη *nearly (fere)* ανταποκρίνεται στις πραγματικές κινήσεις, όχι τα τονικά ύψη).

Μεταφέροντας τη βασική G από το αφήλιο του Κρόνου στο περιήλιό του, ο Κέπλερ έχει αλλάξει τις τονικότητες όλων των φθόγγων των πλανητικών κινήσεων κατά μία μεγάλη τρίτη περίπου. Από τη στιγμή που οι νότες στην κλίμακα δεν είναι ίσα διατεταγμένες, κάποιες από τις κινήσεις είναι πιο κοντά στις νότες της κλίμακας που είναι κουρδισμένη στην αφηλιακή κίνηση του Κρόνου και κάποιες προσεγγίζουν τις νότες της κλίμακας που χτίζεται πάνω στην περιηλιακή κίνησή του. Ο Stephenson υπογραμμίζει πως αυτή η ασυμφωνία είναι περισσότερο ορατή στην περιηλιακή κίνηση της Αφροδίτης που ο Κέπλερ έχει μειώσει κατά πέντε οκτάβες στα $3' 3''^{248}$. Δημιουργούνται έτσι οι αναλογίες α) $3:5 + 28:29$ στην αφηλιακή κίνηση του Κρόνου, σχεδόν μία δίεση από μία μεγάλη έκτη (βλ. Figure 3) και β) $3:4 + 60:61$ στην περιηλιακή κίνηση του Κρόνου που προσεγγίζει το διάστημα καθαρής τέταρτης²⁴⁹ (βλ. Figure 4).

Ο Κέπλερ ονομάζει την πρώτη κλίμακα *cantus durus*, που αντιστοιχεί, όχι ακριβώς, στην *διατονική μείζονα κλίμακα* και την δεύτερη κλίμακα *cantus mollis*, που αντιστοιχεί στην *διατονική ελάσσονα κλίμακα*. Ενδιαφέρον έχει η λέξη *fere* (περίπου, σχεδόν) που αναγράφεται στην αφηλιακή και περιηλιακή κίνηση του Ερμή και στην περιηλιακή κίνηση του Δία στο *cantus durus*, και στην αφηλιακή κίνηση του Άρη και στην περιηλιακή κίνηση της Γης στο *cantus mollis*. Στην πραγματικότητα οι προσεγγίσεις αυτές έδειξαν αρκετά σύμφωνες.

²⁴⁸ Stephenson, ό.π. σελ. 157.

²⁴⁹ Ό.π.

Πίνακας 7: Ακρότατες πλανητικές κινήσεις σε δύο τονικά επίπεδα²⁵⁰

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
	<i>Extreme motion</i>	<i>Saturn's aphelial motion = G</i>		<i>Saturn's perihelial motion = G</i>	
4'30"	Jupiter's aphelial	(B in lower octave)		G	4'30"
3'49"–	Earth's perihelial	—		nearly E	3'45"
3'34"–	Earth's aphelial	G	3'34"	D#	3'36"
3'17"–	Mars's aphelial	F#	3'21"	nearly D	3'23"
3' 3"+	Venus's perihelial	—		C	3' 0"
3' 0"	Mercury's perihelial	nearly E	2'58"	C	3' 0"
2'58"	Venus's aphelial	E	2'58"	—	
2'45"	Jupiter's perihelial	nearly D	2'41"	Bb	2'42"
2'34"–	Mercury's aphelial	nearly C#	2'30"	A	2'32"
2'23"–	Mars's perihelial	C	2'23"	—	
2'15"	Jupiter's aphelial	B	2'14"	(G in higher octave)	
2'15"	Saturn's perihelial	B	2'14"	G	2'15"
1'46"	Saturn's aphelial	G	1'46"	—	

Να σημειωθούν κάποιες από τις νότες που δεν περιλαμβάνονται στον πίνακα 7. Η αφηλιακή κίνηση της Αφροδίτης ανήκει στο C, στη δεύτερη κλίμακα, και είναι περισσότερο κοντά στο να σχηματίσει μία καθαρή τέταρτη από το G από ότι είναι το περιήλιό της. Στην πρώτη κλίμακα, η περιηλιακή κίνηση της Γης είναι πέντε οκτάβες και ένα λείμμα συν 35:36 πάνω από το αφήλιο του Κρόνου το οποίο αντιστοιχεί σε λίγο χαμηλότερο G#. Στη δεύτερη κλίμακα, η περιηλιακή κίνηση του Άρη είναι σχεδόν ακριβώς τέσσερις οκτάβες και ένα λείμμα πάνω από το περιήλιο του Κρόνου που αντιστοιχεί σε G#. Ο λόγος που δεν το περιλαμβάνει ο Κέπλερ στις κλίμακες είναι

²⁵⁰ Ο.π. σελ. 158.

προφανής. Τόσο στο *cantus durus* όσο και στο *cantus mollis*, το G# είναι διάφωνο. Η αφηλιακή κίνηση του Κρόνου, στη δεύτερη κλίμακα, που αντιστοιχεί σε μία μικρή έκτη πλην 53:54 πάνω από το περιήλιό του προσεγγίζει τη νότα D# που ο Κέπλερ έχει ήδη τοποθετήσει στο αφήλιο της Γης²⁵¹.

Ο Κέπλερ συνοψίζει τα αποτελέσματά του στο σχήμα Figure 5. Στο κάτω μισό δείχνει τις κλίμακες *durus* και *mollis* και στο πάνω μισό τις κλίμακες που εκφράζονται στους ουρανοί. Οι αριθμοί που βρίσκονται κάτω από κάθε νότα δείχνουν τα σχετικά μήκη των χορδών που δίνουν τις συγκεκριμένες συχνότητες και ως εκ τούτου, τα ανάλογα τονικά ύψη. Οι αριθμοί αυτοί είναι τα ελάχιστα νούμερα που εκφράζουν ακριβώς τις αναλογίες μεταξύ των δώδεκα φθόγγων στην οκτάβα του Κέπλερ. Από τη στιγμή που αναπαριστούν μήκη χορδών, μεγαλύτεροι αριθμοί ανταποκρίνονται σε χαμηλότερα τονικά ύψη.

Το πάνω μισό του πίνακα περιλαμβάνει τις περισσότερες νότες που παρουσιάζονται στα πεντάγραμμα Figure 3 και Figure 4 και αφήνει εκτός αυτές που δεν έχουν λειτουργικό ρόλο στις κλίμακες (λ.χ. το C# στο *durus* και Eb στο *mollis*). Στο αριστερό μέρος του πίνακα είναι οι νότες του *cantus durus* (Figure 3) ενώ στο δεξί μέρος παρουσιάζονται οι νότες του *cantus mollis* (Figure 4). Όλες οι νότες και των δύο κλιμάκων αντιπροσωπεύονται από τα αντίστοιχα μήκη χορδών.

Τα μήκη των χορδών της ελάσσονος κλίμακας των ουράνιων κινήσεων (πάνω δεξιά) προφανώς διαφέρουν από αυτά της κλίμακας που προκύπτει από αρμονικούς διαχωρισμούς (κάτω δεξιά) αλλά συμφωνούν με τα μήκη χορδών των πλανητικών κινήσεων της μείζονος κλίμακας. Η βασική νότα G στην ελάσσονα (πάνω δεξιά) αναπαριστάται από μήκος χορδής 1,728 επειδή εκφράζεται από την περιηλιακή κίνηση του Κρόνου, κίνηση που στην μείζονα κλίμακα (πάνω αριστερά) αντιστοιχεί στο B με μήκος χορδής 1,728. Παρόμοια, το Bb στην ελάσσονα κλίμακα έχει μήκος χορδής 1,440 επειδή εκφράζεται από την περιηλιακή κίνηση του Δία, κίνηση που στη μείζονα κλίμακα αντιστοιχεί στο D με μήκος χορδής 1,440. Ο γενικός κανόνας που συνεπάγεται είναι ότι τα μήκη χορδών της ελάσσονος κλίμακας που αντιστοιχεί στις πλανητικές κινήσεις καθορίζονται από τις κινήσεις και όχι τις νότες²⁵².

²⁵¹ Stephenson, ό.π. σελ. 159.

²⁵² Ό.π. σελ. 159 - 161.

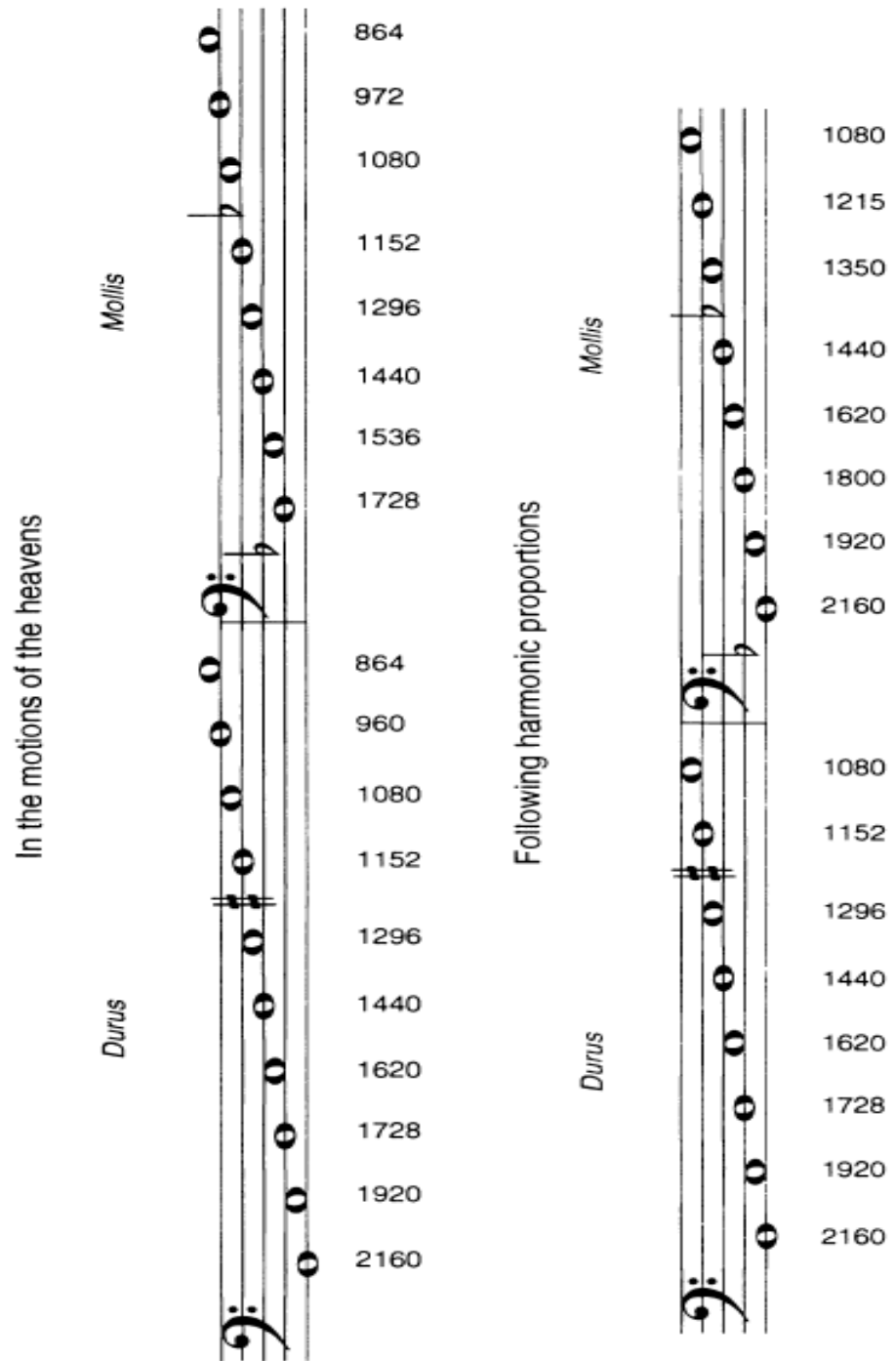


Figure 5: Σύνοψη αποτελεσμάτων με τα αντίστοιχα μήκη χορδών²⁵³

²⁵³ Stephenson, ό.π. σελ. 160.

Ο Κέπλερ επιχειρεί να ξεκαθαρίσει τις σχέσεις αυτές αλλάζοντας τη θέση του κλειδιού στην ελάσσονα κλίμακα των πλανητικών κινήσεων (πάνω δεξιά). Η περιηλιακή κίνηση του Κρόνου με μήκος χορδής 1,728 εμφανίζεται στη δεύτερη γραμμή του πενταγράμμου στα αριστερά. Ομοίως, η περιηλιακή κίνηση του Δία παραμένει στην τρίτη γραμμή του πενταγράμμου. Η περιηλιακή κίνηση του Ερμή παραμένει στο τρίτο διάστημα· το αφήλιο του Άρη στην τέταρτη γραμμή και της Γης στο τέταρτο διάστημα. Στον πίνακα 8 είναι συγκεντρωμένες όλες οι περίπλοκες σχέσεις που προκύπτουν από τα πεντάγραμμα:

Πίνακας 8: Συνοψιση σε πίνακα οι περίπλοκες σχέσεις που προκύπτουν απο τα πεντάγραμμα²⁵⁴

Scales in the Motions of the Heavens				
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Position on staff</i>	<i>Motion</i>	<i>Length of string</i>	<i>Durus note</i>	<i>Mollis note</i>
Space above staff	same as second line	864	B	G
Top line	None	972	not in scale	F
	None	960	A	not in scale
Top space	Earth A 3'34"	1,080	G	E♭
Fourth line from bottom	Mars A 3'17"	1,152	F♯	D
	Venus A 2'58"	1,296	E	not used
Third space	Mercury P 3'00"		E	C
	Venus P 3'03"		not used	C
Middle line	Jupiter P 2'45"	1,440	D	B♭
Second space	Mars P 2'23"	1,620	C	not in scale
	Mercury A 2'34"	1,536	not in scale	A
Second line from bottom	Saturn P 2'15"	1,728	B	G
	Jupiter A 2'15"		B	G
Bottom space	None	1,920	A	
Bottom line	Saturn A 1'46"	2,160	G	

²⁵⁴ Stephenson, ό.π. σελ. 162.

3.4. Κλίμακες στις κινήσεις της Αφροδίτης

Αν η αφηλιακή κίνηση της Αφροδίτης συγχρονιστεί *ακριβώς* στο E, στη νότα που προσεγγίζει περισσότερο στο κούρδισμα της αφηλιακής κίνησης του Κρόνου, τότε οι υπόλοιπες κινήσεις που δίνονται στην τρίτη στήλη του πίνακα 7 μπορούν ακόμα να αναγνωριστούν με τις ίδιες νότες της μείζονας κλίμακας. Κουρδίζοντας την κλίμακα στην Αφροδίτη δεν αλλάζει καμία από τις νότες της κλίμακας.

Αν η περιηλιακή κίνηση της Αφροδίτης – σε αντίθεση με το αφήλιό της – μεταφερθεί στο E, θα παραχθεί μία εναλλακτική μορφή της μείζονας κλίμακας που ο Κέπλερ σχολιάζει περιληπτικά²⁵⁵. Η κλίμακα αυτή έχει ως εξής:

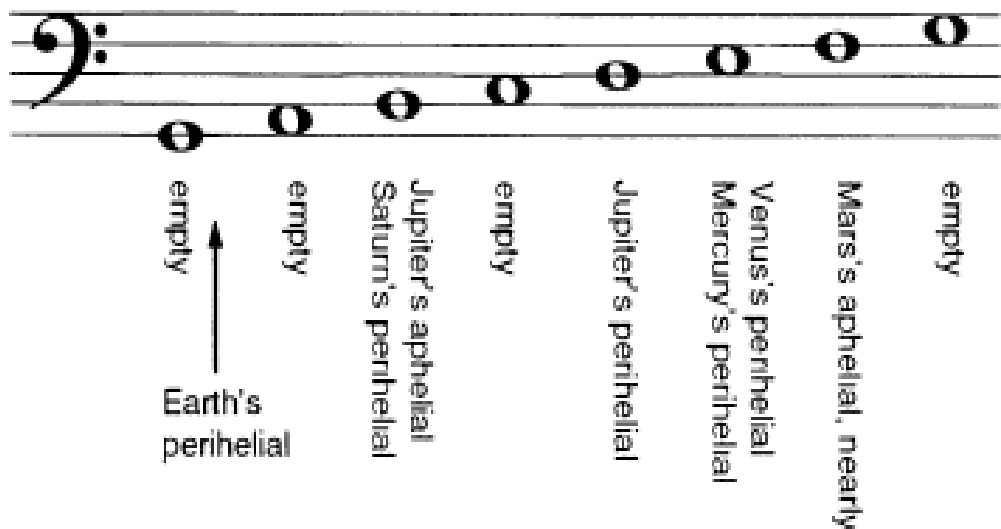


Figure 6: Εναλλακτική μορφή μείζονας κλίμακας²⁵⁶

Ο Κέπλερ σημειώνει ότι η περιηλιακή κίνηση της Γης, μία μικρή έκτη κάτω από το περιήλιο της Αφροδίτης E, δε μπορεί να ταιριάζει σε αυτό το σύστημα. Αυτό συμβαίνει επειδή μία μικρή έκτη κάτω από το E είναι ακριβώς μία δίεση πάνω από το G

²⁵⁵ Ο Stephenson αναφέρει πως αν ο Κέπλερ ερευνούσε την κλίμακα πιο διεξοδικά, θα συμπεριλάμβανε τη νότα G, από τη στιγμή που μία μικρή έκτη κάτω από τα 3' 3'' είναι 1' 50'', αρκετά κοντά στο αφήλιο της Γης 1' 47'' και τη νότα C, αφού μία μεγάλη τρίτη κάτω από τα 3' 3'' είναι 2' 26'', κοντά στην περιηλιακή κίνηση του Άρη 2' 23''. Stephenson, ό.π. σελ. 164.

²⁵⁶ Ό.π.

και σαν αποτέλεσμα η Γη κινείται μεταξύ G και G#. Ο Κέπλερ πρέπει να συμπεριλάβει αυτές τις δύο περιηλιακές κινήσεις στην ίδια κλίμακα και έτσι απορρίπτει αυτή την εναλλακτική μείζονα κλίμακα.

Μία δεύτερη μείζονα κλίμακα μπορεί να μετατραπεί σε ελάσσονα αν η περιηλιακή κίνηση της Αφροδίτης μεταφερθεί κάτω ακριβώς από τη δίεση που χωρίζει την περιηλιακή κίνηση τη Γης από το G. Αυτό επιτυγχάνεται διορθώνοντας την περιηλιακή κίνηση της Αφροδίτης 3' 3'' στο D# (μία δίεση κάτω από το E) καθώς το D# μετατρέπει την κλίμακα σε ελάσσονα. Η περιηλιακή κίνηση του Ερμή, δυο οκτάβες ψηλότερα από την κίνηση της Αφροδίτης ανήκει επίσης στο D#. Το περιήλιο της Γης είναι μία μικρή έκτη κάτω από το D#, δηλαδή ακριβώς G. Η αφηλιακή κίνηση του Ερμή είναι μία μεγάλη έκτη ψηλότερα από το περιήλιο της Αφροδίτης και ανήκει στο C.

Πίνακας 9: Εναλλακτική ελάσσονα κλίμακα²⁵⁷

Alternate Mollis Scale

1	2	3	
	<i>Extreme motion</i>	<i>Venus's perihelial motion = D#</i>	
3' 3"+	Venus perihelial	D#	3' 3"
3' 0"	Mercury perihelial	D#	3' 3"
2'34"-	Mercury aphelial	C	2'32"
1'55"	Earth perihelial	G	1'54"

Στον πίνακα 9 οι κινήσεις των πλανητών παρουσιάζονται στη στήλη 1 και οι νότες στις οποίες ανταποκρίνονται στη στήλη 3. Ο πίνακας δείχνει μόνο τις νότες που σημειώνει ο Κέπλερ· αν και κάποιες από τις υπόλοιπες ακρότατες κινήσεις ανταποκρίνονται σε νότες, δεν ανήκουν όλες στην ελάσσονα κλίμακα. Ο Stephenson δίνει ένα παράδειγμα: Μία τέταρτη κάτω από τα 3' 3'' είναι 2' 17'', πολύ κοντά στην αφηλιακή κίνηση του Δία και στο περιήλιο του Κρόνου οπότε οι δυο αυτές κινήσεις

²⁵⁷ Stephenson, ό.π. σελ. 165.

ανήκουν στο Bb. Κάποιες άλλες κινήσεις μπορούν να κουρδιστούν στο C#, όπως το περιήλιο του Δία, στο E, το αφήλιο του Άρη και στο F#, το αφήλιο του Κρόνου και της Γης²⁵⁸.

Εάν προσθέσουμε το αφήλιο του Δία και το περιήλιο του Κρόνου, η εναλλακτική ελάσσονα κλίμακα αναπαρίσταται ως εξής:

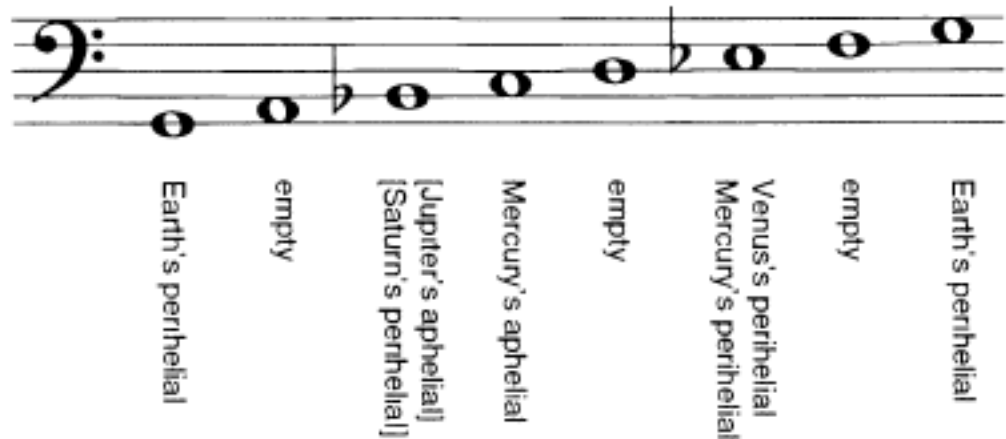


Figure 7: Εναλλακτική ελάσσονα κλίμακα με την προσθήκη του αφηλίου του Δία και του περιηλίου του Κρόνου²⁵⁹

3.5. Πλανητικές μελωδίες και μουσικοί τρόποι στους ουρανούς

Κάθε πλανήτης κατά την κίνηση στο περιήλιό του, αναπαριστά τα συγκεκριμένα βήματα που του έχουν δοθεί ώστε να διασχίσει ένα συγκεκριμένο διάστημα στη μουσική κλίμακα. Το πρώτο βήμα αντικατοπτρίζει τη βασική νότα εκκίνησης των πλανητών στην αφηλιακή κίνησή τους που παρουσιάστηκε στο υποκεφάλαιο 3.3: G για τον Κρόνο και την Γη, B για τον Δία, F# για τον Άρη, E για την Αφροδίτη, A για τον Ερμή. Κατά τον Κέπλερ, η κίνησή τους από το ένα ακρότατο σημείο στο άλλο είναι μία

²⁵⁸ Ο.π.

²⁵⁹ Ο.π. σελ. 166.

συνεχής τονική αύξηση ή μείωση²⁶⁰, «παίζοντας» όλες τις ενδιαμέσες νότες, πιθανά άπειρες σε αριθμό²⁶¹. Ο πλανήτης φτάνει στη μέγιστη τονική τιμή του στο περιήλιό του. Μόνο η Αφροδίτη παραμένει σχεδόν σε ταυτοφωνία επειδή το εύρος της μουσικής κίνησης δεν είναι καν ίσο με το ελάχιστο μελωδικό διάστημα²⁶².

Για τον Κέπλερ, ο στόχος αυτού του κεφαλαίου είναι να συνδυάσει τον κάθε πλανήτη με έναν από τους τρόπους που χρησιμοποιούνται στην εκκλησιαστική μουσική. Το πρώτο πρόβλημα που βλέπει εδώ ο Stephenson είναι ο μεγάλος αριθμός των κλειδιών που χρησιμοποιεί ο Κέπλερ και η ελεύθερη χρήση τους: Ο Κρόνος, στο κλειδί F διαγράφει ένα διάστημα μεγάλης τρίτης από το G στο B και ξανά πίσω²⁶³· η κίνηση του Δία λειτουργεί στο κλειδί F μετακινούμενο στην πέμπτη γραμμή του πενταγράμμου. Η μελωδική του κίνηση διαγράφει μία μικρή τρίτη από το G μέχρι το Bb και πάλι πίσω. Η μελωδία του Άρη χρησιμοποιεί το κλειδί C τοποθετημένο στην τέταρτη γραμμή για να αναπτυχθεί από το F στο C και ξανά πίσω· η Γη κινείται μεταξύ G και Ab στο κλειδί G της τρίτης γραμμής²⁶⁴ ενώ η Αφροδίτη, στο κλειδί G στη συνήθη θέση του, μένει πάντα στο E. Ο Ερμής, στο κλειδί C της δεύτερης γραμμής του πενταγράμμου, διαγράφει ένα μακρύ glissando από το A μέχρι το C, ένα διάστημα μικρής δεκάτης.

Για τη Σελήνη, ο Proust είναι ιδιαίτερα αναλυτικός: Αν η τροχιακή εκκεντρότητά της είναι 0,0549 και διαγράφει 30' του τόξου, τότε η μελωδία που παράγει είναι ένα τεταρτημόριο G – A – B – C σε κλειδί G στην τρίτη γραμμή του πενταγράμμου· ο

²⁶⁰ Ο Godwin χρησιμοποιεί τη φράση *continuous rising or falling* για να περιγράψει την συνεχόμενη αύξηση ή μείωση της βασικής νότας του πλανήτη κατά την κίνησή του προς τα ακρότατα σημεία. Βλ. Godwin, ό.π. σελ. 233.

²⁶¹ Ο Κέπλερ εδώ περιγράφει αυτό που σήμερα λαμβάνει τον μουσικό όρο glissando.

²⁶² Σύμφωνα με τον Proust, το τραγούδι της Αφροδίτης είναι σαν ένα κοντράλτο που επαναλαμβάνει την ίδια νότα εξαιτίας μιας μηδενικής φυγόκεντρου δυνάμεως. Proust, ό.π. σελ. 100.

²⁶³ Το αφήλιο του Κρόνου στα 106'' προς το περιήλιό του 135'' δίνει την αναλογία 4/5, μία μεγάλη τρίτη.

²⁶⁴ Η κίνηση της Γης μπορεί να ερμηνευτεί ως Mi-Fa-Mi. Ο Proust αναφέρει πως ο Κέπλερ, στο τέλος του Harmonices Mundi, σημειώνει πως το τραγούδι της Γης διαγράφει τη μελωδία μι, φα, μι ως αρχικά για τη φτώχεια (*miseria*) και τη πείνα (*fames*) που υπερισχύουν στον πλανήτη. Proust, ό.π. σελ. 100. σημ. 1.

Κέπλερ υποδεικνύει έτσι ότι η μουσική φράση της Σελήνης είναι *συνάρτηση της ημερομηνίας*²⁶⁵.

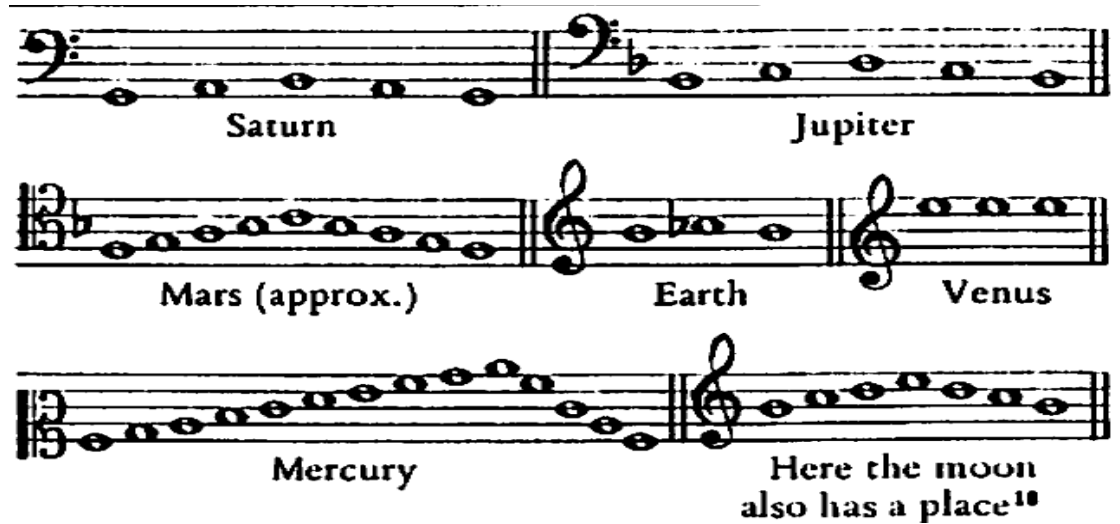


Figure 8: Μελωδικές κινήσεις των πλανητών²⁶⁶

Τα διαφορετικά πεντάγραμμα του πενταγράμμου-Figure 8 είναι αποτέλεσμα των δύο βασικών κουρδισμάτων του πίνακα 8. Οι αφηλιακές κινήσεις του Κρόνου, της

²⁶⁵ Proust, ό.π.

²⁶⁶ Godwin, ό.π. σελ. 234. Οι αντίστοιχες πλανητικές μελωδίες στο χειρόγραφο του Κέπλερ έχουν ως εξής:



Βλ. Fauvel, John, Flood, Raymond, Wilson, Robin, *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, Oxford University Press, New York, 2006, σελ. 35.

Αφροδίτης και της Γης ξεκινούν από τα τονικά ύψη G, E, και G αντίστοιχα όπως δείχνει το πεντάγραμμο-Figure 3, στην μείζονα κλίμακα του Κρόνου. Οι κινήσεις του Άρη τοποθετούνται «περίπου» από το F στο C επειδή η κανονική αναλογία είναι περίπου μία τέταρτη και η αφηλιακή του κίνηση είναι μεταξύ F και F#. Ο Δίας και ο Ερμής ανήκουν στο G και το A αντίστοιχα, όπως δείχνει το πεντάγραμμο-Figure 4, στην ελάσσονα κλίμακα που προκύπτει από την περιηλιακή κίνηση του Κρόνου.

Η μείζονα κλίμακα του Κρόνου που καθορίζεται από τις ακρότατες νότες G και B μπορεί να σχετιστεί με τον Μιξολύδιο ή Υπομιξολύδιο τρόπο, αφού είναι οι μοναδικοί τρόποι που συνδυάζονται με την μείζονα κλίμακα του Κέπλερ. Τα ακρότατα σημεία του Δία, G και Bb παράγουν τον Δώριο ή τον Υποδώριο τρόπο. Το διάστημα πέμπτης που σχεδόν αντιπροσωπεύει την κανονική αναλογία του Άρη εμφανίζεται σε κάθε τρόπο· η αφηλιακή νότα όμως F δείχνει περισσότερο τον Λύδιο ή τον Υπολύδιο. Ο Φρύγιος και ο Υποφρύγιος είναι οι μόνοι τρόποι που ξεκινούν με ημιτόνιο· έτσι ο Κέπλερ τους ταυτίζει με τη Γη και την Αφροδίτη. Το διάστημα που καλύπτει ο Ερμής είναι μεγαλύτερο της οκτάβας και ο Κέπλερ καταλήγει στην αστρολογική ανδρόγυνη συμπεριφορά του· η μελωδική κίνησή του ενυπάρχει σε όλους τρόπους αδιακρίτως²⁶⁷.

3.6. Τέσσερις φωνές στην ουράνια αρμονία

Ο διαχωρισμός των φωνών που παρατηρείται στη *humana musica* σε μπάσο, τενόρο, άλτο και σοπράνο κατά τον Κέπλερ αντικατοπτρίζεται και στις ουράνιες αρμονίες, αν και παραδέχεται πως δεν μπορεί να υπάρξει ήχος λόγω της απόλυτης σιωπής των τροχιακών κινήσεων των πλανητών. Το γεγονός επίσης ότι υπάρχουν έξι πλανήτες (επειδή τα κανονικά πολύεδρα είναι πέντε) καθιστά παράλογη τη συσχέτισή τους με τις φωνές της *humana musica*· η πυθαγόρεια οπτική όμως που θέλει τη μουσική των ανθρώπων να είναι αποτέλεσμα της *κοσμικής* μουσικής τον οδηγεί να σχολιάσει τις αναλογίες που φαίνεται να ενυπάρχουν μεταξύ των πλανητικών κινήσεων και τις φωνές μίας ανθρώπινης χορωδίας.

²⁶⁷ Stephenson, ό.π. σελ. 170.

Έτσι, προσδίδει στον Κρόνο και τον Δία τις φωνές του μπάσου, ο Άρης είναι ο τενόρος, η Γη με την Αφροδίτη μοιράζονται τις άλτο φωνές και ο Ερμής ανήκει στην σοπράνο.²⁶⁸ Ο Κέπλερ υποστηρίζει αυτές τις αναλογίες δίνοντας πέντε εξηγήσεις:

Η μπάσο φωνή βρίσκεται διαμετρικά αντίθετα από την άλτο, έτσι τα ζευγάρια Κρόνος-Δίας και Γη-Αφροδίτη αντικατοπτρίζουν αυτή τη σχέση.

Η άλτο φωνή βρίσκεται πιο κοντά στη σοπράνο και η μουσική της έκταση βρίσκεται σε περιορισμένα πλαίσια, χαρακτηριστικά που προσδίδονται εύκολα στην Αφροδίτη και τη Γη.

Ο τενόρος είναι *ελεύθερος* αλλά προχωράει *ταπεινά* και ο Κέπλερ τον συγκρίνει με τον Άρη του οποίου το κανονικό διάστημα της πέμπτης ξεπερνιέται μόνο από τον Ερμή.

Η μπάσο φωνή κινείται αρμονικά, όπως ακριβώς οι ακρότατες αναλογίες του Κρόνου και του Δία.

Τέλος, στη σοπράνο ανήκει τόσο η μεγαλύτερη μουσική έκταση όσο και η γρήγορη κίνηση, χαρακτηριστικά που τη σχετίζουν σε προφανή αναλογία με τον Ερμή.²⁶⁹

²⁶⁸ Ο Κέπλερ στο 3^ο βιβλίο των Αρμονικών του Κόσμου, χαρακτηρίζει τη μπάσο φωνή ως βαθιά και αργή περνώντας μέσα από αρμονικά διαστήματα. Ο τενόρος και η άλτο, που αποτελούν τις ενδιάμεσες φωνές, έχουν περιορισμένο εύρος και έκταση, κυρίως η άλτο ενώ το τονικό ύψος της σοπράνο είναι ιδιαίτερα υψηλό και η φωνή που παράγει είναι βίαια, γρήγορη και τα διαστήματα που διαπερνά στην κίνησή της αναλογούν σε πολύ μικρά βήματα. Οι ομοιότητες των χαρακτηρισμών αυτών με τις μουσικές φράσεις των πλανητών του υποκεφάλαιου 3.5. είναι περίεργα αξιοσημείωτες.

²⁶⁹ Stephenson, ό.π. σελ. 185.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΑΠΟΗΧΟΣ ΤΟΥ BIG BANG

4.1. Εισαγωγή: Από τον Νεύτωνα στις κοσμικές αρμονίες

Μετά τις ανακαλύψεις του Κέπλερ για τις κινήσεις των τροχιών των πλανητών, ο αριστοτελικός/πτολεμαϊκός κόσμος αρχίζει να καταρρέει· επιστήμονες και αστρονόμοι πρέπει να εγκαταλείψουν εκατοντάδες χρόνια επιστημονικής παράδοσης. Σύμφωνα με τον Νεύτωνα (1642-1727), οι νόμοι που λειτουργούν στους ουραμούς είναι ακριβώς αυτοί που λειτουργούν στη Γη και κατά κάποιον τρόπο η θεωρία του συνδυάζει τις απόψεις του Πυθαγόρα, του Κοπέρνικου και του Κέπλερ τοποθετημένες σε μία καινούρια επιστημονική βάση.

Ο Νεύτωνα χρησιμοποιεί μουσικούς όρους για να καταλήξει στη θεωρία του φάσματος του ορατού φωτός. Επεκτείνοντας το φάσμα ώστε να συμπεριλαμβάνει επτά χρώματα, ίσα διατεταγένα μεταξύ τους, θεώρησε ότι οι αποστάσεις μεταξύ τους συμπληρώνονταν από τους επτά φθόγγους της διατονικής κλίμακας. Εύστοχα επισημαίνει ο Godwin πως ο Νεύτωνα *παρακινήθηκε από την ανάγκη για μία μουσική αναλογία*²⁷⁰.

Σύμφωνα με τον νόμο Titus-Bode, υπάρχει μία μαθηματική σχέση που η απόσταση των πλανητών από τον Ήλιο εκφράζεται με τη γεωμετρική πρόοδο:

$$D = 0,4 + (0,3 \times 2^n)^{271}$$

²⁷⁰ Godwin, Joscelyn, *Music and the Occult: French Musical Philosophies 1750-1950*, University of Rochester, New York, 1995, σελ. 10.

²⁷¹ Ο νόμος των Titus και Bode σχετίζει τις μέσες αποστάσεις των πλανητών από τον ήλιο. Έστω η σειρά των αριθμών:

0 3 6 12 24 48 96 192 384

Εκτός από τους δύο πρώτους αριθμούς (0, 3) οι υπόλοιποι είναι διπλάσιοι της τιμής του προηγούμενου αριθμού.

Αν προστεθεί ο αριθμός 4 σε κάθε αριθμό τότε η σειρά έχει ως εξής:

Μέση απόσταση Ερμή - Ήλιου θεωρείται το 4 και πάνω σε αυτήν υπολογίστηκαν οι θέσεις των υπόλοιπων πλανητών και αστεροειδών στο σύμπαν. Τοποθετώντας τον φθόγγο C στην απόσταση του Ερμή από τον Ήλιο, ο Godwin βλέπει τους αριθμούς του Bode να αντιπροσωπεύουν την προοδευτική προσέγγιση μίας τέλει οκτάβας:

Πίνακας 10: Οι αποστάσεις των πλανητών σύμφωνα με τον νόμο Titus-Bode

<i>Planet</i>	<i>Titus-Bode Distance</i>	<i>Actual Mean Distance</i>	<i>Approximate Tone</i>
Mercury	4+ 0 = 4	0.387	c''''''
Venus	4+ 3 = 7	0.723	d-flat''''
Earth	4+ 6 = 10	1.000	g'''
Mars	4+ 12 = 16	1.524	c''
*Ceres (asteroid)	4+ 24 = 28	2.77	d-flat''
Jupiter	4+ 48 = 52	5.203	e-flat'
Saturn	4+ 96 =100	9.539	e-natural
*Uranus	4+192=196	19.182	E+
*Neptune	4+384=388	30.055	A,
*Pluto	4+768=772	39.5	E,,

*²⁷²

4 7 10 16 28 52 100 196 388

Διαιρώντας με το 10:

0,4 0,7 1 1,6 2,8 5,2 10 19,6 38,8

Το αποτέλεσμα είναι πολύ στις μέσες αποστάσεις των πλανητών από τον ήλιο.

* Οι αστερίσκοι δίπλα στους πλανήτες Δήμητρα (Ceres), Ουρανό, Ποσειδώνα και Πλούτωνα δηλώνουν ότι αυτοί οι πλανήτες δεν ήταν γνωστοί την εποχή που δημοσιεύτηκε ο νόμος (1772). Η προβληματική της έννοιας «πλανήτης» για τα ουράνια σώματα Δήμητρα και Πλούτωνα δεν συζητιέται εδώ.

Κατά τον αιώνα του Διαφωτισμού, η μουσική των σφαιρών ανήκει στο πλαίσιο της επίσημης επιστήμης χωρίς όμως να απουσιάζει από τα μουσικά και τα επιστημονικά γεγονότα. Η ερμητική παράδοση των Νεοπλατωνικών θέτει την σύνδεση αστρονομίας και μουσικής σε τεκτονική βάση μέσω ενός αρχαίου απόκρυφου κειμένου κατά το περιεχόμενο του οποίου ο Θεός χάραξε τη θεμελιώδη γνώση σε δύο κολόνες που υπήρχαν στην αρχή του σύμπαντος. Η μία κολόνα έχει χαραγμένη πάνω της την αστρονομική γνώση ενώ η δεύτερη κολόνα τη μουσική γνώση, χαραγμένη από το κοπίδι του Ιουβάλ, ο καταδείζας ψαλτήριον και κιθάραν²⁷³. Μετά τον κατακλυσμό οι κολόνες επανήλθαν στο φως από τον Πυθαγόρα και τον Ερμή τον Τρισμέγιστο²⁷⁴.

Το 1772 ο Mozart ανεβάζει την όπερα *Il sogno di Scipione* κατά την οποία ο Σκιπίων περιφέρεται ανάμεσα στους πλανήτες συνοδευόμενος από την Fortuna και την Constanza. Η τελευταία τραγουδά την αρμονία του κόσμου:

*Questo mirabil nodo
Che gl'inequali unisce,
Questa ragione arcana
Che i dissimili accorda,
Proporzion s'appella, ordine e norma
Universal delle create cose.
Questa è quel che nascose,
D'alto saper misterioso raggio,
Entro i numeri suoi di Samo il Saggio*²⁷⁵.

²⁷² Buckland, Jennifer, «Music of the Spheres and beyond; the interstellar orchestra», A thesis submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfillment of the requirements for the degree of master's, Graduate Program in Higher Education, York University, Toronto, Ontario, September 2005, σελ. 107.

²⁷³ Γένεσις, 4.21.

²⁷⁴ Proust, Domonique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάλογος, Αθήνα, 2008, σελ. 145.

²⁷⁵ Metastasio, Pietro, *Il Sogno di Scipione*.

Βλ. http://www.liberliber.it/mediateca/libri/m/metastasio/il_sogno_di_scipione/pdf/il_sog_p.pdf σελ. 5.

Το τέλος του 18^{ου} αιώνα σηματοδοτεί την παράλληλη πορεία που διέγραψαν η αρμονία και η αρχιτεκτονική σε άμεση επιρροή με τις επιστημονικές ανακαλύψεις. Η μεταφυσική κοσμολογία περιορίζεται χάρη στον Καντ που ορίζει το πλαίσιο μέσα στο οποίο πρέπει και μπορεί να λειτουργήσει η επιστήμη.

Το 1899, ο *Azbel (Emile Abel Chizat)* συγγράφει το έργο *Le Beau et sa loi*, στο οποίο η αρμονία των σφαιρών συναρμόζεται στην σύγχρονη επιστήμη. Ο *Azbel* χρησιμοποιεί τις αποστάσεις των πλανητών και των αστεροειδών από τον Ήλιο όπως εκφράστηκαν από τον νόμο του Bode και υπολογίζει τους τόνους που αντιστοιχούν στις αποστάσεις αυτές²⁷⁶:

Η έξοχη αυτή μουσική

Η μυστηριώδης αυτή σχέση

Που συνδέει το διαχωρισμό

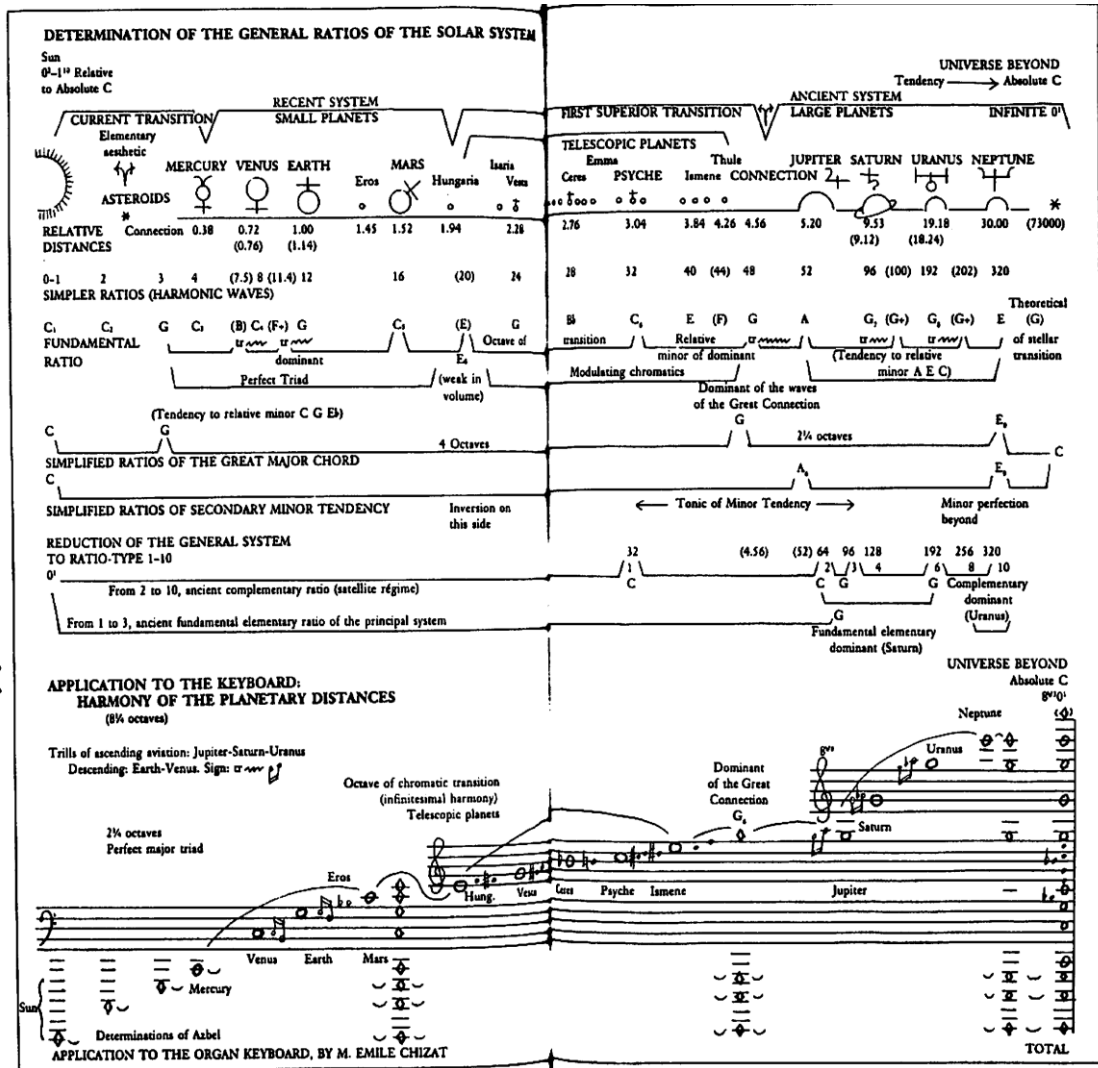
Ονομάζεται άνιση αναλογία.

Η τάξη και ο νόμος της δημιουργίας μας κρύβονται

Αλλά μπορούμε να αποκωδικοποιήσουμε τα απόκρυφα

Της διδασκαλίας του Σοφού από τη Σάμο.

²⁷⁶ Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: The Pythagorean tradition in music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993, σελ. 400.



Εικόνα 9: Μουσική των σφαιρών του Azbel

Η αστρονομία και η μουσική έχουν συνδεθεί ιστορικά και θα συνεχίσουν να συνδέονται. Κατά την Jennifer Buckland, δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι η κοινότητα της σύγχρονης επιστήμης, και ιδιαίτερα της κοσμολογίας προσθέτω, χρησιμοποιεί μουσικούς όρους για να εξηγήσουν αστρονομικά φαινόμενα²⁷⁷.

Η Kristine Larsen δίνει μερικά παραδείγματα στα οποία ο «ήχος», και ειδικότερα η αρμονία των σφαιρών, χρησιμοποιείται μεταφορικά στην επιστήμη της αστρονομίας για να περιγράψει διαφορετικά μεταξύ τους φαινόμενα²⁷⁸. Στο έργο *Longing for*

²⁷⁷ Buckland, Jennifer, ό.π. σελ. 29.

²⁷⁸ Larsen, Kristine, «From Pythagoras to WMAP: The ‘Music of the Spheres’ Revisited», Society of Literature, Science, and the Arts, November 13, 2005.

Harmonies: Themes and Variations from Modern Physics των Frank Wilczek και Betsy Devine, τη θέση των σφαιρών παίρνουν τα ηλεκτρόνια και οι ατομικοί πυρήνες και η παραγόμενη αρμονία δεν είναι σε μορφή ήχου αλλά φως. Η Marcia Bartusiak περιγράφει τη δυνατότητα ανίχνευσης μιας μελανής οπής από τη μελωδία του τραγουδιού των βαρυτικών κυμάτων²⁷⁹ ενώ ο Bourke αναφέρει την μετατροπή των ραδιοκυμάτων των pulsars²⁸⁰ σε ηχητικά σήματα ίδιας συχνότητας για να εξυπηρετήσει εκπαιδευτικούς και παιδαγωγικούς σκοπούς²⁸¹.

Ο κοσμολόγος συγγραφέας Dennis Overbye δημοσίευσε το 2003 ένα άρθρο στο περιοδικό *The Toronto Star*, που φέρει τον τίτλο «The Deep Bass Sound of Space». Σύμφωνα με το άρθρο, έχει ανακαλυφθεί μία μελανή οπή που κατά τον αστρονόμο Andrew Fabian παράγει τον χαμηλότερο ήχο του σύμπαντος²⁸² σε συχνότητα που αντιστοιχεί στο Bb, 57 οκτάβες κάτω από το μεσαίο C στο πιάνο. Ο Steve Allen του Ινστιτούτου Αστρονομίας και ερευνητής στην έρευνα καταλήγει πως τα ηχητικά κύματα του αστερισμού του Περσέα (στον αστερισμό που βρίσκεται η μελανή οπή 250.000.000 έτη φωτός μακριά από τη Γη) «δεν είναι απλά μία ενδιαφέρουσα εκδοχή των ακουστικών των μελανών οπών αλλά μπορεί να αποτελούν το κλειδί στο να καταλάβουμε πώς αυξάνονται τα σμήνη γαλαξιών, οι μεγαλύτερες δομές στο σύμπαν»²⁸³.

Η ιστορία των ηχητικών κυμάτων ξεκινά από τις πρώτες στιγμές της δημιουργίας του σύμπαντος. Τα πυκνώματα ύλης που διαμόρφωσαν στον χώρο συγκέντρωσαν περισσότερη μάζα λόγω της βαρυτικής επίδρασης: τα αποτελέσματα μπορούν να διακριθούν χρονικά σε τρεις περιόδους:

²⁷⁹ Bartusiak, Marcia, *Einstein's Unfinished Symphony: Listening to the Sounds of Space-Time*, Joseph Henry Press, Washington, 2000, σελ. 197.

²⁸⁰ Για τα pulsars και τις ραδιοεκπομπές που παράγουν βλ. <http://www.jb.man.ac.uk/research/pulsar/Education/Sounds/> (Τελευταία πρόσβαση 25/10/2014)

²⁸¹ Larsen, Kristine, ό.π.

²⁸² Whitehouse, David, «Black hole hums in B flat», news.bbc.co.uk/2/hi/science_and_environment/ 10 Sept, 2003. (Τελευταία πρόσβαση 25/10/14)

²⁸³ http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2003/09sep_blackholesounds/ (Τελευταία πρόσβαση 25/10/2014)

1. μετά από **100 εκατομμύρια χρόνια** ορισμένα πυκνώματα που αντιστοιχούν στις ανώτερες αρμονικές των κοσμικών ήχων δίνουν την ύλη για τη δημιουργία των πρώτων άστρων
2. μετά από **1 δισεκατομμύρια χρόνια** δημιουργηθούν οι πρώτοι γαλαξίες από τις κατώτερες αρμονικές και
3. **10 δισεκατομμύρια χρόνια** αργότερα σχηματίζονται τα σμήνη γαλαξιών από τις *αρμονικές των συμπαντικών ήχων*²⁸⁴.

4.1. Ηχητικά κύματα στο Big Bang

Ο όρος *Big Bang*, *Μεγάλη Έκρηξη*, αποτελεί μία έκφραση που περιγράφει σχεδόν ειρωνικά την εκ του μηδενός δημιουργία²⁸⁵, θεωρία που ακολούθησε τη διαπίστωση του *Edwin Powell Hubble* της συνεχής διαστολής του σύμπαντος²⁸⁶. Πρακτικά, αυτό σημαίνει πως αν δεχτούμε την «ηλικία» του σύμπαντος στην επικρατούσα τιμή των $13,7 \pm 0,13$ δισεκατομμυρίων ετών²⁸⁷, σε υποτιθέμενο χρόνο $t = 1$, χρόνος της στιγμής

²⁸⁴ Παπαμαστοράκης, Γιάννης, «Συμπαντικές αρμονίες και η γένεση των γαλαξιών», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007, σελ. 156.

²⁸⁵ Η φράση είναι επινόηση του Βρετανού αστρονόμου *Fred Hoyle*, ενός από τους πιο σταθερούς αρνητές της θεωρίας. Balbi, Amedeo, *The Music of the Big Bang: The Cosmic Microwave Background and New Cosmology*, Springer, Berlin, 2008, σελ. 2. Η δημοσίευση του κειμένου στο οποίο αναφέρεται για πρώτη φορά ο όρος Big Bang χρονολογείται από το 1950.

²⁸⁶ Η διαστολή του σύμπαντος περιγράφεται από το νόμο του Hubble: Έστω ένα τυχαίο ζεύγος γαλαξιών. Αν η μεταξύ τους απόσταση είναι d , τότε ο ένας γαλαξίας απομακρύνεται από τον άλλον με ταχύτητα v :

$$v = H \times d$$

όπου H , σταθερά του Hubble υπολογισμένη σε 70,6 Km/s Mpc με ένα parsec να ισούται με $3,058 \times 10^{16}$ m.

²⁸⁷ Μία ενδιαφέρουσα προβληματική της ηλικίας του σύμπαντος αναλύεται από τον επίκουρο καθηγητή αστροφυσικής Μάνο Δανέζη. Βλ.

<http://www.manosdanezis.gr/attachments/article/175/%CE%97%20%CE%B7%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CE%AF%CE%B1%20%CF%84%CE%BF%CF%85%20%CF%83%CF%8D%CE%BC%CF%80%CE%B1%CE%BD%CF%84%CE%BF%CF%82.pdf>

του Big Bang, ο χώρος είναι σημειακός από τη στιγμή που το διαστελλόμενο σύμπαν γίνεται αραιότερο και ως εκ τούτου ψυχρότερο, τη στιγμή ακριβώς της Μεγάλης Έκρηξης, τόσο η πυκνότητα όσο και η θερμοκρασία του λαμβάνουν άπειρες τιμές.

Απειροελάχιστα δευτερόλεπτα από τη στιγμή της «δημιουργίας», ο χώρος περιήλθε σε μία φάση ταχύτατης υπερδιαστολής, φάση του λεγόμενου *πληθωρισμού*, που ολοκληρώνεται μόλις 10^{-35} δευτερόλεπτα μετά τη Μεγάλη Έκρηξη. Κατά τη διάρκεια της εποχής του πληθωρισμού σχηματίζονται τα φωτόνια, τα νετρίνα και τα ποζιτρόνια καθώς και τα αντισωματίδιά τους ενώ το μεγαλύτερο μέρος της πυκνότητας του σύμπαντος βρίσκεται σε μορφή ακτινοβολίας. Τα σωματίδια ύλης που «επέζησαν» και αποτελούν το σημερινό σύμπαν είναι της τάξης του $1/1.000.000.000$ του συνολικού αριθμού των ζευγών των σωματιδίων ύλης και αντιύλης που δημιουργήθηκαν τα υπόλοιπα εξαυλώθηκαν σε ακτινοβολία αδιάσπαστα ενωμένη με την ύλη. Ταυτόχρονα, το σύμπαν που βρίσκεται πλέον σε μορφή ιονισμένου πλάσματος διπλασιάστηκε ισοτροπικά τουλάχιστον εκατό φορές από το αρχικό του μέγεθος, η κατανομή της πυκνότητας της ύλης όμως δεν ήταν απόλυτα ομοιόμορφη λόγω των κβαντικών διακυμάνσεων του κενού που υπάρχουν στον μικρόκοσμο²⁸⁸.

²⁸⁸ Το «κενό» με όρους φυσικής δεν ανταποκρίνεται στην κατάσταση του *τίποτα* αλλά στην κατάσταση *ελάχιστης ενέργειας*. Σύμφωνα με την κλασική φυσική, η ελάχιστη ενέργεια ηλεκτρομαγνητικού πεδίου επιτυγχάνεται στις μηδενικές τιμές τόσο του ηλεκτρικού όσο και του μαγνητικού πεδίου. Η πυκνότητα ενέργειας ενός EM πεδίου δίνεται από τον τύπο:

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

όπου ϵ_0 = επιτρεπτότητα κενού, μ_0 = μαγνητική διαπερότητα κενού

Επομένως $u = 0$ όταν $E = 0$ και $B = 0$

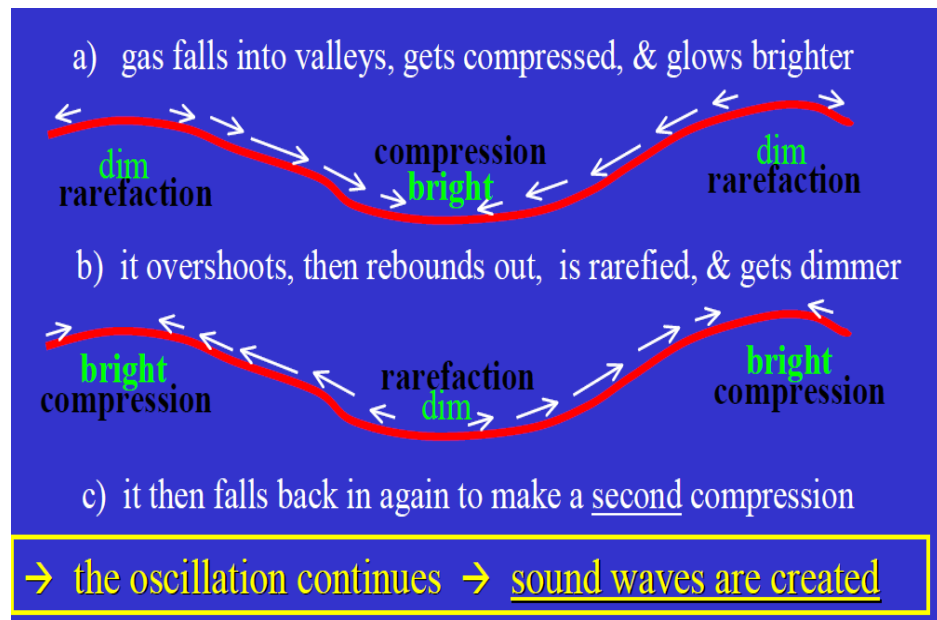
Στην κβαντική φυσική όμως η επίτευξη μηδενικής ενέργειας είναι αδύνατη διότι το ηλεκτρικό και το μαγνητικό πεδίο υπόκεινται στην αρχή της απροσδιοριστίας:

$$\Delta E \times \Delta B \approx h$$

όπου h = σταθερά του Planck

Η αρχή της απροσδιοριστίας (ή αβεβαιότητας) δεν επιτρέπει τον ταυτόχρονο μηδενισμό του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου. Αν το ηλεκτρικό πεδίο γίνει ακριβώς μηδέν, οι διακυμάνσεις του μαγνητικού

Αυτές οι κβαντικές μικροδιακυμάνσεις μετατράπηκαν σε πυκνώματα και αραιώματα μέσα στο πλάσμα-αέριο που κάλυπτε τον συμπαντικό χώρο· τα πυκνώματα και τα αραιώματα όμως σε αέριο είναι χαρακτηριστικά των ηχητικών κυμάτων. Οι βαρυτικές δυνάμεις της σκοτεινής ύλης που δρούσαν στον τρισδιάστατο χώρο είχε σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία λοφίσκων και κοιλάδων που υπερκαλύπτονται από το ιονισμένο πλάσμα. Η δράση των φωτονίων σε αυτό το σημείο υπήρξε καθοριστική. Κατά ένα δισεκατομμύριο φορές περισσότερα από τα μόρια του πλάσματος, η ταλαντωτική τους δράση στο κοσμικό αέριο μέσα και έξω από τις κοιλάδες επέτρεπε τη δημιουργία πειστικών ηχητικών κυμάτων. Ο Mark Whittle δείχνει σε εικόνα αυτή τη διαδικασία:



Εικόνα 10: Διαδικασία παραγωγής ηχητικών κυμάτων στο πρώιμο σύμπαν²⁸⁹

πεδίου θα τείνουν στο άπειρο. Έτσι, η ενέργεια και η μάζα σε ένα ομοιογενές και ισοτροπικό σύμπαν δε μπορούν να κατανεμηθούν απολύτως ομοιόμορφα.

²⁸⁹ Whittle, Mark, «Big Bang Acoustics: Sounds from the Newborn Universe: A brief story of how we know about primordial sound, and how we make it audible».

http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html. (Τελευταία πρόσβαση 25/10/2014)

4.2. Κοσμική Μικροκυματική Ακτινοβολία Υποβάθρου: Απόηχος του Big Bang

Η Kristine Larsen αναφέρει ότι τα μεγέθη αυτών των ακουστικών κυμάτων πίεσης ποικίλλουν ανάλογα την ταχύτητα και τον χρόνο δημιουργίας από την Μεγάλη Έκρηξη²⁹⁰. Δεδομένου ότι η ταχύτητα του ήχου μέσα στο κοσμικό αέριο ήταν περίπου 60% της ταχύτητας του φωτός, κατά τη διάρκεια της «ακουστικής περιόδου» που κάλυπτε το χρονικό διάστημα ενός εκατομμυρίου ετών από τη δημιουργία, τα μεγαλύτερα μήκη κύματος (και ταυτόχρονα οι πιο βαθείς τόνοι) που μπορούσαν να παραχθούν ήταν περίπου 220.000 έτη φωτός. Την περίοδο της λεγόμενης επανασύνδεσης, 380.000 χρόνια μ.μ.ε. όπου η θερμοκρασία του αερίου ελαττώθηκε αρκετά και μεγάλωσαν οι αποστάσεις στο σύμπαν, πρωτόνια και νετρόνια άρχισαν να σχηματίζουν ουδέτερα άτομα ενώ σταμάτησε η πιεστική ταλαντωτική δράση των φωτονίων που αποκόπηκαν από την ύλη και για πρώτη φορά μπορούσαν να «ταξιδεύουν» σε μεγάλες αποστάσεις στον χώρο. Ο χάρτης που δείχνει η εικόνα 11 παρουσιάζει τη στιγμή της επανασύνδεσης και χάρη στον δορυφόρο WMAP μπορούμε να δούμε το αρχαιότερο απομεινάρι της Μεγάλης Έκρηξης, την Κοσμική Μικροκυματική Ακτινοβολία Υποβάθρου (CMB)²⁹¹. Η εικόνα έχει υποστεί την τεχνική της

²⁹⁰ Larsen, Kristine, «From Pythagoras to WMAP: The ‘Music of the Spheres’ Revisited», Society of Literature, Science, and the Arts, November 13, 2005

²⁹¹ Παραθέτω από την ιστοσελίδα http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html μία σύντομη και συνοπτική περιγραφή της ιστορίας της Κοσμικής Μικροκυματικής Ακτινοβολίας Υποβάθρου:

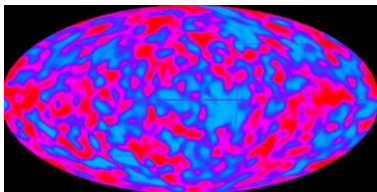
- Το σύμπαν ξεκινά τη ζωή του καυτό, φωτεινό, πυκνό και ομιχλώδες. Είναι φωτεινό επειδή είναι καυτό και ομιχλώδες επειδή είναι πολύ καυτό για να δημιουργηθούν άτομα – το αέριο είναι ιονισμένο. Μέσα στο ιονισμένο αέριο, τα ηλεκτρόνια είναι ελεύθερα να σκεδάσουν το φως – όπως τα σταγονίδια νερού σε γήινη ομίχλη.
- Καθώς το σύμπαν διαστέλλεται, ταυτόχρονα ψύχεται. Μετά από 400.000 χρόνια, όταν η θερμοκρασία πέφτει κάτω από 3.000 K, τα ηλεκτρόνια τελικά δεσμεύονται από τα πρωτόνια και σχηματίζουν άτομα. Χωρίς ελεύθερα ηλεκτρόνια, η ομίχλη καθαρίζει και το σύμπαν γίνεται διαφανές.
- Έτσι, όταν κοιτάμε στο διαφανές σύμπαν, πίσω στο χρόνο, η ματιά μας τελικά συναντάει ένα φωτεινό τείχος από λαμπερή ομίχλη.

κανονικοποίησης (*contrast stretching*) για να δείξει τις ανισοτροπίες στην μικροκυματική φωτεινότητα: σε αντίθεση, δείχνει τις διακυμάνσεις της θερμοκρασίας και της πίεσης²⁹². Οι ανισοτροπίες αυτές αποτελούν κατά κύριο λόγο τις κορυφές και τις κοιλάδες των ηχητικών κυμάτων που κινούνται μέσα στο καυτό πλάσμα, στην ακτινοβολία υποβάθρου.

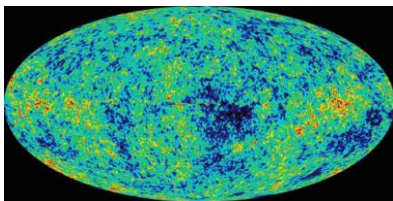
- Ωστόσο, καθώς το φως από το τείχος αυτό ταξιδεύει προς τα εμάς, η διαστολή του σύμπαντος επεκτείνει τα κύματα φωτός χιλιάδες φορές και τελικά φτάνουν ως μικροκύματα, ορατά στα μικροκυματικά τηλεσκόπια.

²⁹² Whittle, Mark, «Big Bang Acoustics: Sound in the Early Universe», Article for the Acoustical Society of America magazine: ECHOES.

Παραθέτω δύο εικόνες της ακτινοβολίας υποβάθρου.

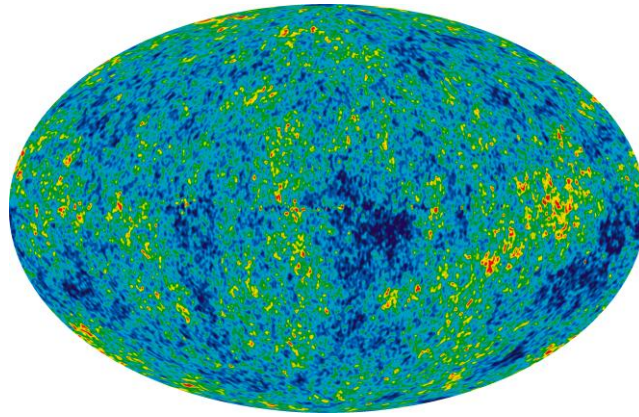


Η εικόνα προέρχεται από τον δορυφόρο COBE του 1992 και δείχνει για πρώτη φορά τις ανισοτροπίες με ανάλυση 7° . Οι ανισοτροπίες αυτές οφείλονται στις βαρυτικές μετατοπίσεις του φωτός (από κόκκινο σε μπλε)



Η εικόνα προέρχεται από τον δορυφόρο WMAP, το 2003 με ανάλυση $1/4^\circ$. Οι μεταβολές από τις κορυφές στις κοιλάδες (από το κόκκινο χρώμα στο μπλε) είναι της τάξης του 0,001% που ισοδυναμεί με ένα βακτήριο στην επιφάνεια μίας μπάλας bowling. Σε κλίμακες ανάλυσης μικρότερες του 1° , οι ανισοτροπίες δείχνουν τα ηχητικά κύματα.

Και οι δύο εικόνες, καθώς και τα σχόλια προέρχονται από την ιστοσελίδα http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html.



Εικόνα 11: Χάρτης της Κοσμικής Μικροκυματικής Ακτινοβολίας Υποβάθρου²⁹³

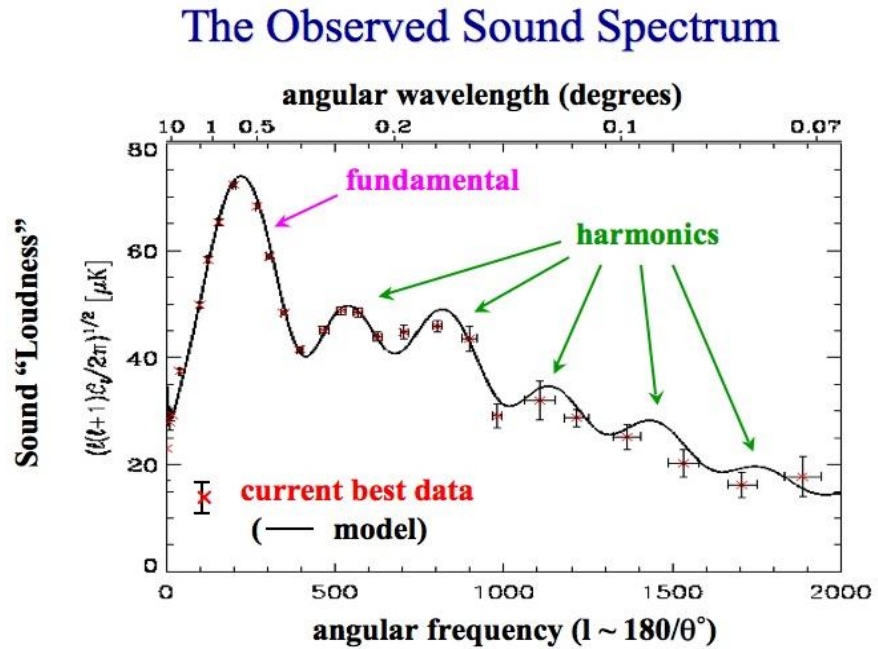
4.2.1. Ηχητικά χαρακτηριστικά της CMB. Βασική τονικότητα και αρμονικές

Αναλύοντας την εικόνα, ο Whittle έχει αποκαλύψει τα βασικά χαρακτηριστικά αυτών των κοσμικών ήχων:

- Το *ύψος* που μπορεί να αντιληφθεί το ανθρώπινο αυτί εξαρτάται από τον αριθμό των κυμάτων που διαπερνά το αυτί το δευτερόλεπτο, δηλαδή από την συχνότητα του ήχου που εκφράζεται σε Hz. Αν τα ανθρώπινα όρια ακουστότητας κυμαίνονται μεταξύ 20 και 20.000 κύματα/sec (20Hz – 20kHz), για τις συχνότητες των αρχέγονων ηχητικών κυμάτων έχουμε 1 κύμα κάθε 20.000 με 200.000 χρόνια, δηλαδή $10^{-12} - 10^{-13}$ Hz, περίπου 48-52 οκτάβες κάτω από το Α στα 440 Hz.
- Η *ένταση* εξαρτάται από τη δύναμη των πιεστικών κυμάτων – πόσο ποικίλλει δηλαδή η πίεση από τις κορυφές στις κοιλάδες, συγκρινόμενη με την μέση πίεση ($\Delta P/P$). Οι φωτεινές μεταβολές στη CMB δείχνουν ότι η δύναμη των κυμάτων πίεσης κυμαίνεται μεταξύ 10^{-4} και 10^{-5} που αντιστοιχεί σε ένταση ήχου περίπου ίση με 110 dB.

²⁹³ http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/m_images.cfm (Τελευταία πρόσβαση 25/10/2014)

- **Ποιότητα του ήχου.** Το φάσμα ισχύος των ακουστικών κυμάτων (ηχητικό φάσμα²⁹⁴) δείχνει μία βασική νότα και αρμονικές²⁹⁵.



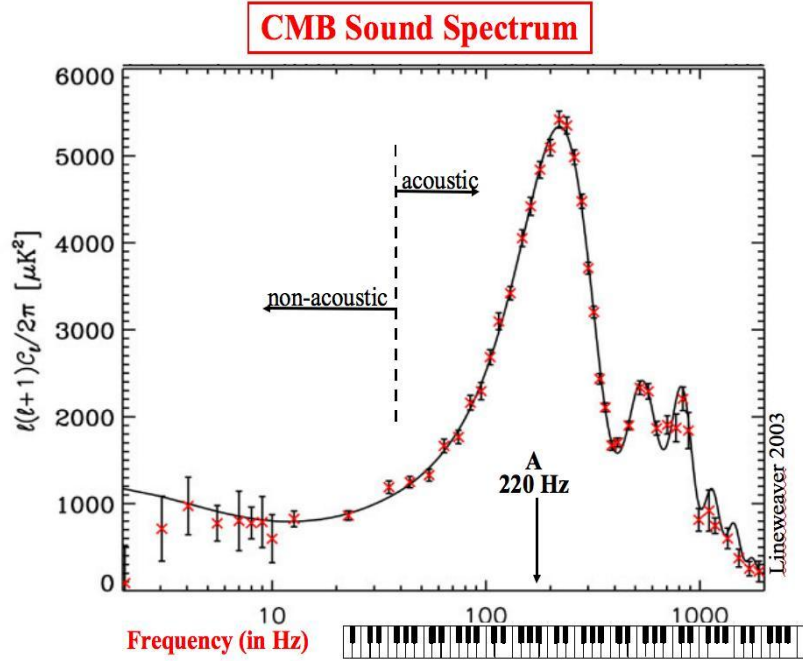
Εικόνα 12: Φάσμα ισχύος του παρατηρήσιμου κοσμικού ήχου με συχνότητα που εξελίσσεται γραμμικά στον άξονα χ^{-296}

Η παρακάτω εικόνα δείχνει το ηχητικό φάσμα της CMB σε κλίμακα που απεικονίζει εκθετικά τις συχνότητες των ηχητικών κυμάτων:

²⁹⁴ Η ποιότητα του ήχου εξαρτάται από τη σχετική ποσότητα κάθε ύψους. Το γράφημα που παρουσιάζει αυτές τις ποσότητες ονομάζεται ηχητικό φάσμα ή φάσμα ισχύος.

²⁹⁵ http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html.

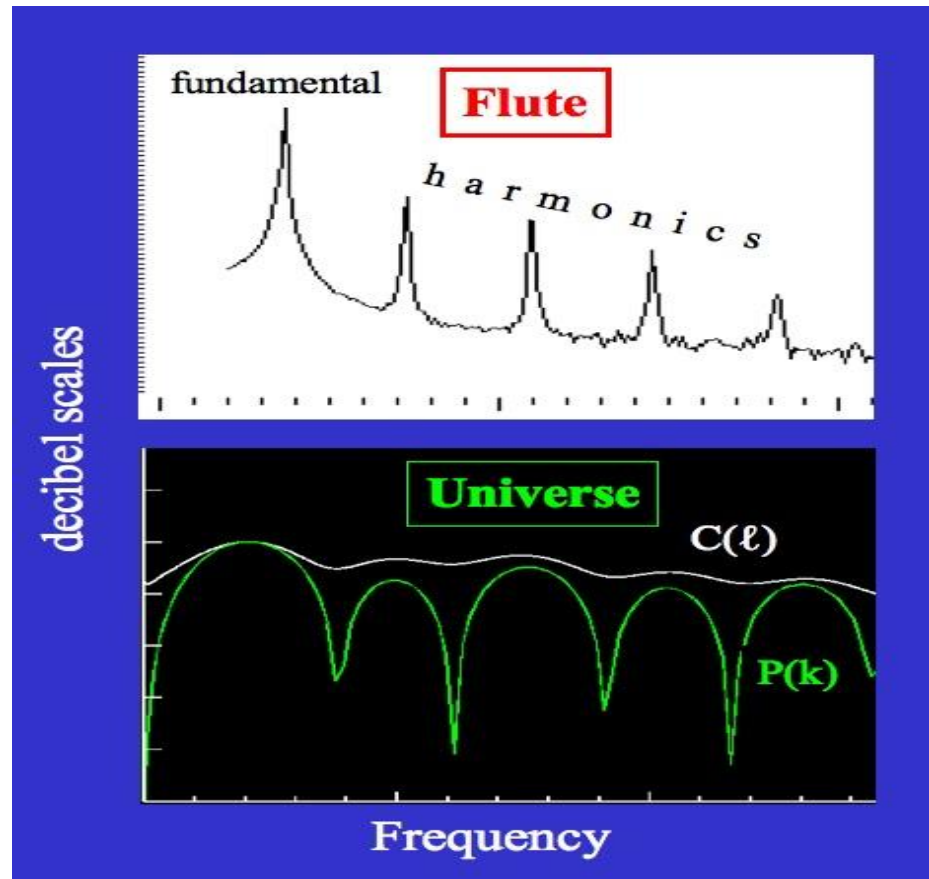
²⁹⁶ http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html κεφ. 5.



Εικόνα 13: Φάσμα ισχύος του κοσμικού ήχου με τη συχνότητα να εξελίσσεται εκθετικά στον άξονα x^{297}

Το ηχητικό αποτέλεσμα απέχει αρκετά από το να είναι μελωδικό γιατί από την εικόνα συνεπάγεται ότι η βασική νότα καλύπτει σχεδόν δύο οκτάβες στο πιάνο. Αν συγκρίνουμε το ηχητικό φάσμα που παράγει ένα φλάουτο με αυτό της CMB σε μία παράσταση decibel-συχνότητα, η εικόνα που προκύπτει είναι η εξής:

²⁹⁷ Ο.π.



Εικόνα 14: Σύγκριση ηχητικού φάσματος φλάουτου και πρώιμου σύμπαντος. Η πράσινη γραμμή δηλώνει την εξέλιξη των αρμονικών χωρίς την παραμόρφωση από τη μετατόπιση Doppler. $C(l)$ παρατηρήσιμος ήχος και $P(k)$ ο καθαρός/χωρίς παραμόρφωση ήχος²⁹⁸

Σε αντίθεση με τις αρμονικές που παράγει το φλάουτο, οι αρμονικές της CMB είναι τόσο ευρείες που είναι σχεδόν δυσδιάκριτες στην κλίμακα decibel. Δεδομένου ότι το σήμα της CMB είναι παραμορφωμένο από τη μετατόπιση Doppler, η πράσινη γραμμή δείχνει το ηχητικό κύμα χωρίς την παραμόρφωση· ακόμα και σε αυτήν την περίπτωση, τα πλάτη των αρμονικών είναι εξαιρετικά ευρέα για να δώσουν «αρμονικό» ήχο²⁹⁹.

Σε αυτό το σημείο θυμίζω τη διαδικασία παραγωγής των ηχητικών κυμάτων στο πρώιμο σύμπαν, αντιπαραβαλλόμενη αυτή τη φορά στη βασική νότα και στις αρμονικές της.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, οι κοσμικοί ήχοι προκύπτουν από την «πτώση» του πλάσματος-αερίου σε μία βαρυτική «κοιλιάδα» - σε περιοχή μεγάλης πυκνότητας - και

²⁹⁸ Ο.π.

²⁹⁹ Ο.π.

την «αναπήδηση» του έξω από αυτήν. Ο χρόνος που χρειάζεται μία τέτοια διαδικασία είναι συναρτήσει του μεγέθους της «κοιλιάδας»: όσο πιο μεγάλη είναι μία «κοιλιάδα», τόσο πιο πολύ χρόνο χρειάζεται το αέριο για να ολοκληρώσει τη διαδικασία. 400.000 χρόνια μ.μ.ε, το αέριο μόλις που φτάνει για πρώτη φορά στο κατώτατο σημείο μίας τεράστιας «κοιλιάδας» όπου είναι πλήρως συμπιεσμένο και φωτεινό. Μέγιστες κοιλιάδες μεταφράζονται εικονικά στη CMB σε μέγιστες ανομοιομορφίες της πυκνότητας της ύλης και αυτές, με τη σειρά τους, σε θεμελιώδη ηχητικά κύματα. Το μέγεθος του βασικού ήχου προκύπτει από την απόσταση που διανύουν τα πιεστικά κύματα σε 400.000 χρόνια κινούμενα με την ταχύτητα του ήχου (περίπου 60% της ταχύτητας του φωτός). Έτσι, τα κύματα που δίνουν τις πιο βαθιές συχνότητες στον κοσμικό ήχο είναι 220.000 έτη φωτός.

Η παραγωγή των αρμονικών χωρίζεται σε τρία επίπεδα. Στο πρώτο επίπεδο, το αέριο «πέφτει» σε μία σειρά από ολοένα και μικρότερες κοιλιάδες που σε διάστημα 400.000 ετών μ.μ.ε. αντιστοιχούν σε αρκετά μεγάλο αριθμό ταλαντώσεων. Έτσι, καθώς φτάσει στο κάτω μέρος της κοιλιάδας για δεύτερη, τρίτη, τέταρτη, πέμπτη κ.ο.κ. φορά, προσθέτει ανισοτροπίες στην CMB που σηματοδοτούν τις 3^{ες}, 5^{ες}, 7^{ες}, 9^{ες} κ.ο.κ. αρμονικές κορυφές. Αυτές οι κορυφές συμπίεσης παράγονται από το αέριο που συμπιέζεται στα κατώτερα μέρη των κοιλιάδων³⁰⁰.

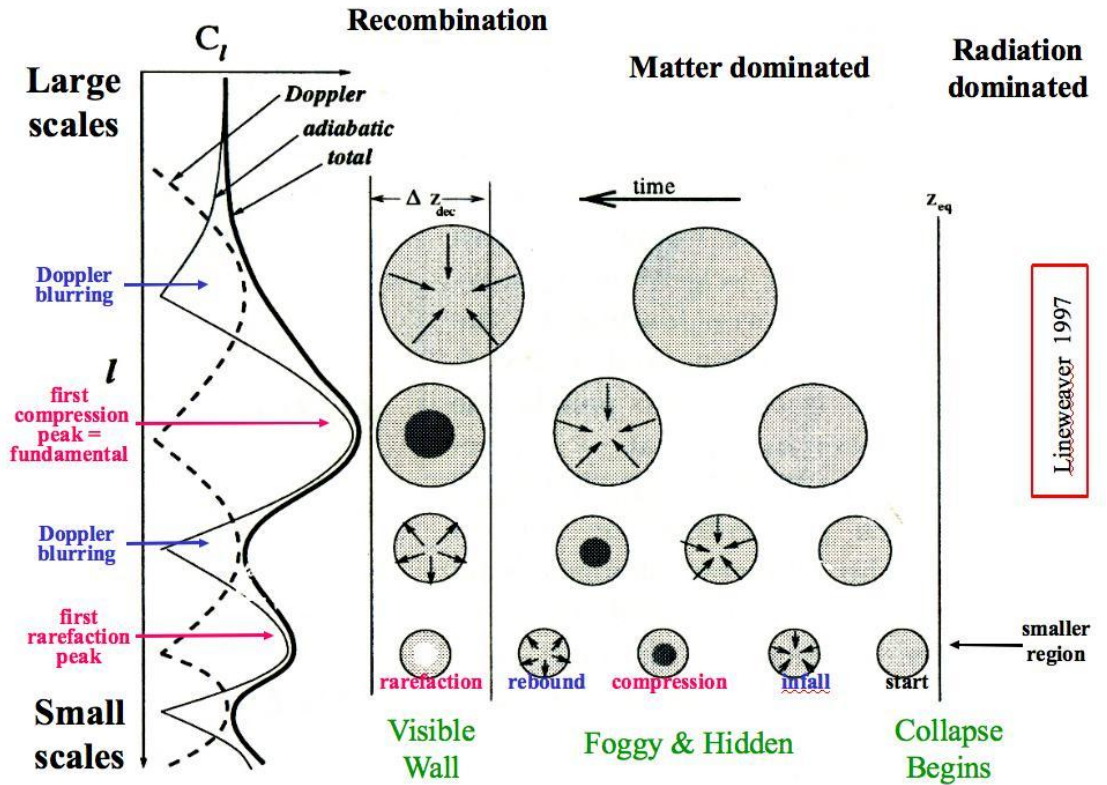
Το δεύτερο επίπεδο σχετίζεται με την παραγωγή των ζυγών αριθμών των αρμονικών. Αυτές προέρχονται από μία σειρά ακόμα μικρότερων κοιλιάδων από όπου το αέριο έχει αναπηδήσει έξω για πρώτη, δεύτερη, τρίτη, τέταρτη κ.ο.κ. φορά δίνοντας αραιώσεις στα κατώτατα μέρη των κοιλιάδων και ανισοτροπίες στην CMB που σηματοδοτούν τις 2^{ες}, 4^{ες}, 6^{ες}, 8^{ες} αρμονικές που καλούνται κορυφές αραιώσης.

Στο τρίτο επίπεδο, η μετατόπιση Doppler του αερίου που πέφτει σε κοιλιάδες ενδιάμεσου μεγέθους δυναμώνει τις αρμονικές και τις θολώνει.³⁰¹

Εικονικά:

³⁰⁰ Ο.π.

³⁰¹ http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html.



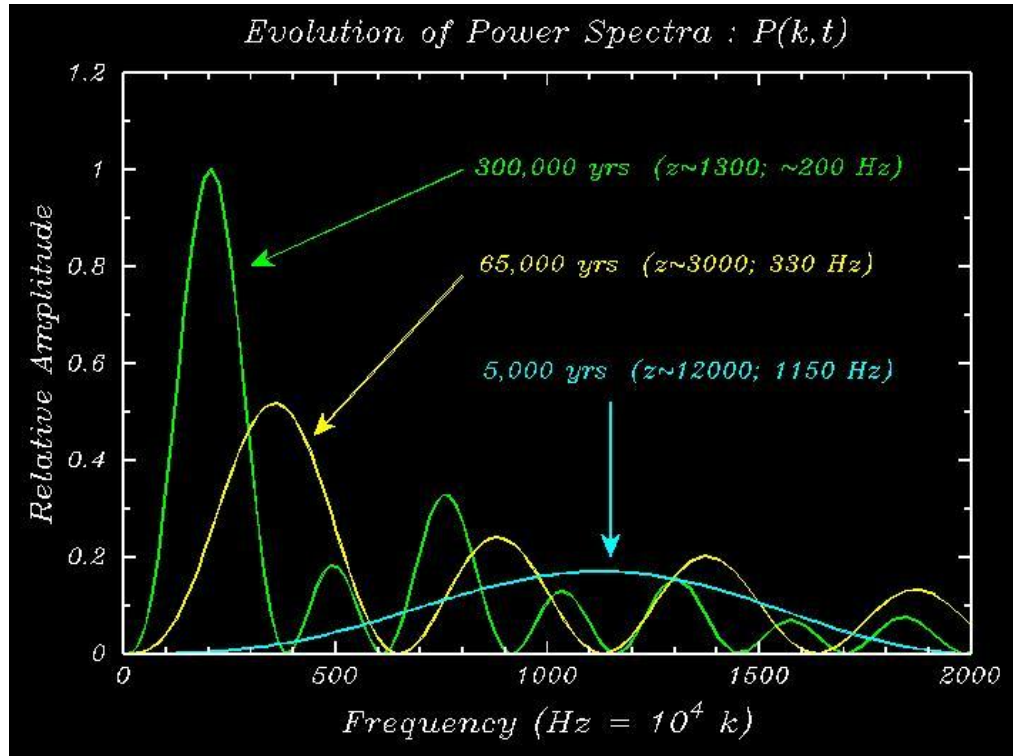
Εικόνα 15: Γραφική δημιουργία της βασικής νότας και των αρμονικών της³⁰²

4.2.2. Πριν τα 400.000 χρόνια μ.μ.ε. Η εξέλιξη του κοσμικού ήχου ως το 400.000

Μέχρι στιγμής οι παρατηρήσεις αυτές έχουν επικεντρωθεί σε ένα μοναδικό σημείο της ιστορίας, στα 400.000 χρόνια μ.μ.ε. όπου τα ηχητικά κύματα εμφανίζονται «παγωμένα» στον «τοίχο» της ομίχλης και μπορούμε να έχουμε μόνο ένα ακουστικό στιγμιότυπο. Αυτό σημαίνει ότι δε μπορούμε να έχουμε παρατηρησιακή πρόσβαση σε προγενέστερους ή μεταγενέστερους χρόνους λόγω του ότι ο τοίχος αυτός αποτελεί παρατηρησιακά το αρχαιότερο κατάλοιπο της Μεγάλης Έκρηξης πίσω από το οποίο η παρατήρηση είναι αδύνατη· στους μεταγενέστερους χρόνους το αέριο γίνεται διάφανο και επομένως αόρατο. Με τη βοήθεια του CMBFAST, υπολογιστικού μοντέλου με το οποίο «καθαρίστηκαν» επίσης οι παραμορφώσεις της CMB, επαναδημιουργείται προσομοιωστικά ολόκληρη η ιστορία της ακουστικής εποχής. Μία σειρά μοντέλων που χρησιμοποίησε ο Whittle παράγει την ιστορία των ηχητικών κυμάτων από 100 μέχρι

³⁰² http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html. κεφ. 6.

100.000.000 χρόνια μ.μ.ε. Η επόμενη εικόνα δείχνει το φάσμα ισχύος της εξέλιξης των ηχητικών κυμάτων σε τρεις διαφορετικούς χρονικούς σταθμούς: στα 5.000 χρόνια, 65.000 και στα 300.000 χρόνια μ.μ.ε.³⁰³



Εικόνα 16: Ήχος σε χρόνους πριν τα 400.000 χρόνια μ.μ.ε³⁰⁴

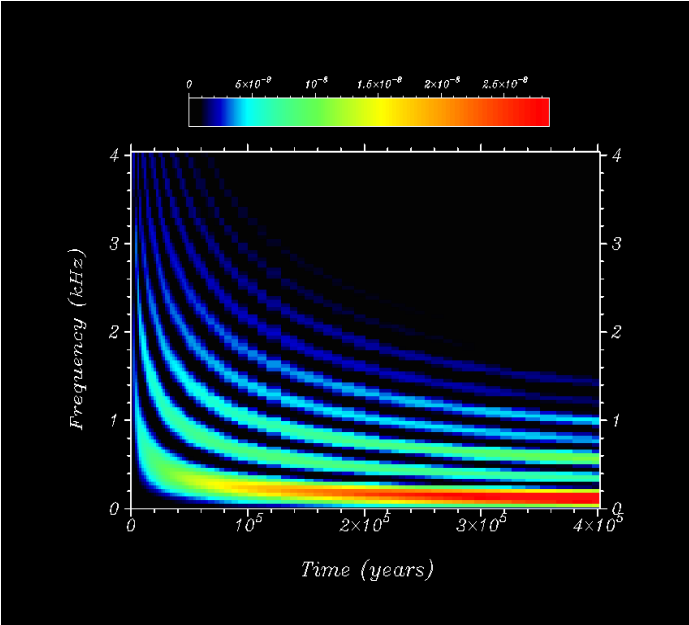
Ο πίνακας δείχνει δύο ενδιαφέροντα γεγονότα: Όσο το σύμπαν «μεγαλώνει», οι συχνότητες «πέφτουν» ενώ τα πλάτη των κυμάτων δείχνουν την εξέλιξη έντασης του ήχου. Σε μία ιδιαίτερα ποιητική μεταφορά, αυτό σημαίνει πως ο ήχος ξεκίνησε από την ησυχία. Αν κάποιος συνδέσει όλα τα καρέ των πρώτων 400.000 ετών, το ηχητικό αποτέλεσμα θα είναι ένας ένας εξελισσόμενος φθίνων ήχος.

Η εξέλιξη αυτή μπορεί να παραστεί σε δύο γραφήματα.

Στο πρώτο έχουμε τον χρόνο στον άξονα x και τη συχνότητα στον άξονα y. Έτσι, η εξέλιξη των αρμονικών στο πρώτο γράφημα έχει ως εξής:

³⁰³ Ο.π.

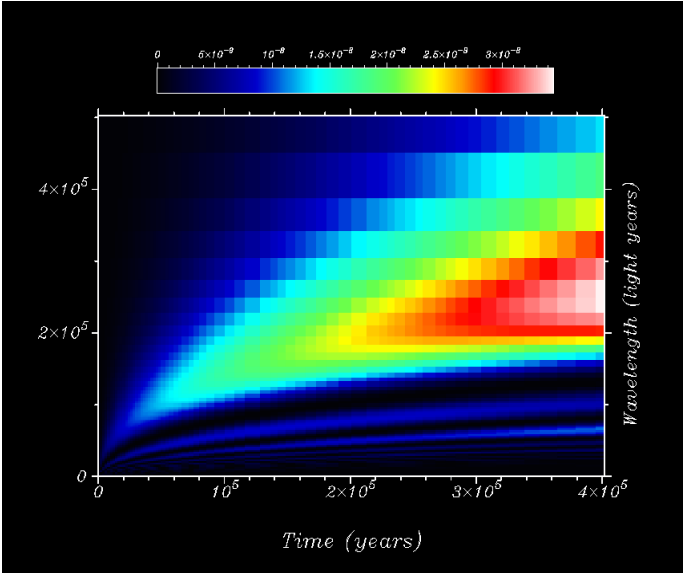
³⁰⁴ http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html, κεφ. 9.



305

Εικόνα 17: Γραφική εξέλιξη του ήχου κατά τα πρώτα 400.000 χρόνια με τον χρόνο στον άξονα x και τη συχνότητα στον άξονα y. Τα χρώματα δείχνουν την ένταση. Κόκκινο για πολύ υψηλή ένταση και μπλε/μαύρο για πολύ χαμηλή έως και ελάχιστη ένταση

Στο δεύτερο γράφημα απεικονίζεται η εξέλιξη του ήχου με το μήκος κύματος στον άξονα y.



Εικόνα 18: Εξέλιξη του ήχου με το μήκος κύματος στον άξονα y³⁰⁶

³⁰⁵ Ο.π.

³⁰⁶ Ο.π.

Η φθίνουσα πορεία του ήχου συμβαίνει διότι καθώς ο χρόνος είναι πεπερασμένος, κάποιες διαδικασίες δε μπορούν να αναπτυχθούν αν πρώτα δεν έχει παρέλθει ο χρόνος που απαιτείται για την υλοποίησή τους. Η βαρυτική δημιουργία ενός ήχου για παράδειγμα, μέσα σε μία κοιλάδα 1.000 ετών φωτός σε μέγεθος δε μπορεί να συμβεί παρά μόνο όταν το σύμπαν έχει περάσει τα 1.000 χρόνια από τη δημιουργία. Αυτό συμβαίνει γιατί η βαρυτική έλξη, κινούμενη με την ταχύτητα του φωτός χρειάζεται τουλάχιστον τόσο χρόνο να διασχίσει την περιοχή και να ανταποκριθεί στην δική της βαρύτητα. Έτσι, καθώς ο χρόνος περνάει, το ύψος του αρχέγονου ήχου μειώνεται καθώς μεγαλύτερα μήκη κύματος προστίθενται και τα υπάρχοντα μεγαλώνουν ακολουθώντας την κοσμική διαστολή³⁰⁷.

Η αύξηση στην ένταση προκύπτει από τη συνεχομένη συλλογή της ύλης στις μάζες λόγω της βαρύτητας. Οι βαρυτικές κοιλάδες γίνονται πιο βαθείς με αυτόν τον τρόπο και το κοσμικό αέριο «πέφτει» μέσα σε αυτές με μεγαλύτερη δύναμη. Αυτό συνεπάγεται την αύξηση στην πίεση και, με τη σειρά του, την αύξηση της έντασης.³⁰⁸

4.2.3. Αναδημιουργία των μουσικών πτυχών του αρχέγονου ήχου

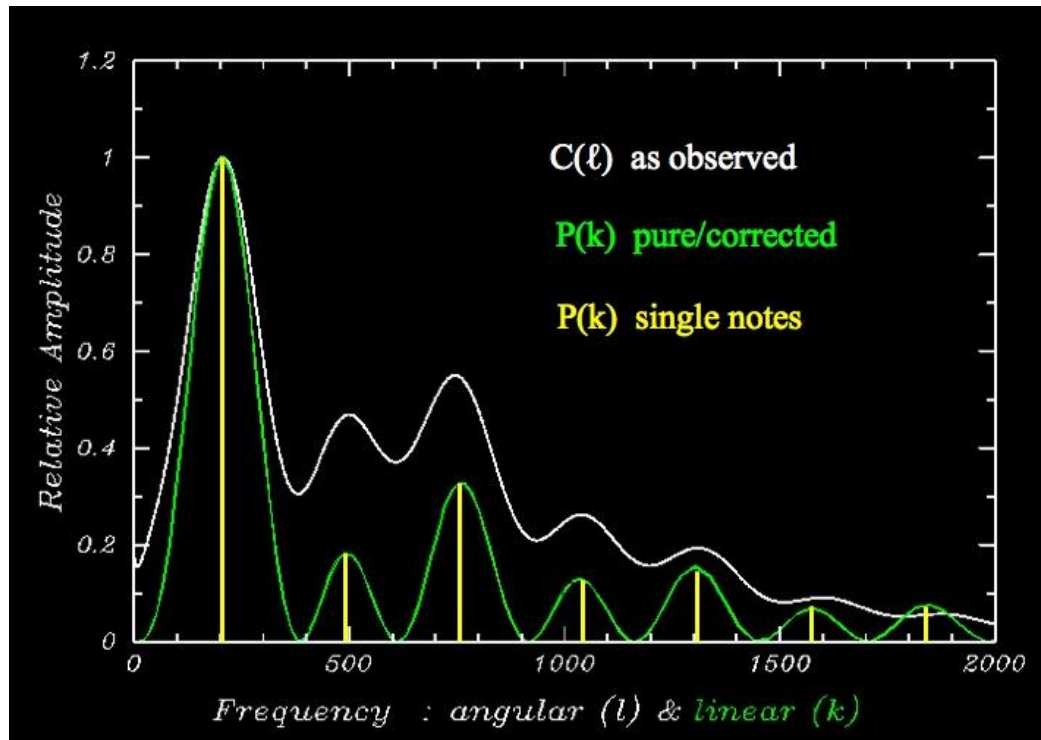
4.2.3.1. Βασικός ήχος και αρμονικές την εποχή της CMB

Το παρακάτω διάγραμμα περιλαμβάνει την εξέλιξη του κοσμικού ήχου σε τρεις διαφορετικές εκφάνσεις του. Η άσπρη γραμμή C(l) δηλώνει τον παρατηρούμενο ήχο, η πράσινη γραμμή P(k) δηλώνει τον «καθαρισμένο» ήχο και οι κίτρινες κάθετες ευθείες P(k) δηλώνουν τον ηλεκτρονικό ήχο.³⁰⁹

³⁰⁷ Whittle, Mark, «Big Bang Acoustics: Sound in the Early Universe», Article for the Acoustical Society of America magazine: ECHOES, σελ. 3. και Whittle, Mark, «Primordial Sounds: Big Bang Acoustics», AAS meeting, 6/1/04, σελ. 2.

³⁰⁸ http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html.

²⁵ http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html. κεφ. 10.



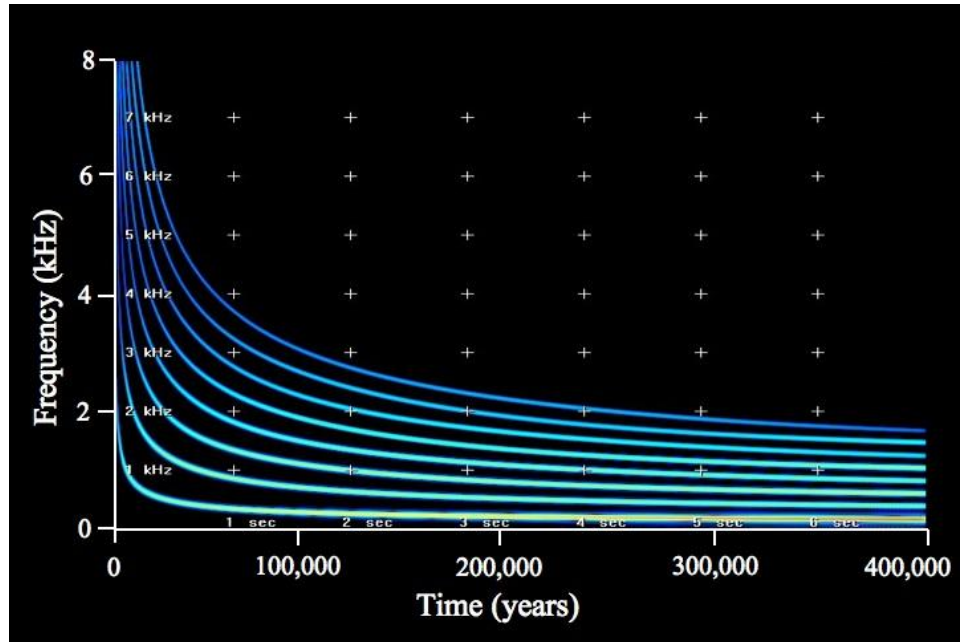
Εικόνα 19: Φάσμα ισχύος του βασικού ήχου και των αρμονικών του σε τρεις διαφορετικές εκφάνσεις του

Το διάγραμμα δείχνει μία ανωμαλία στην τοποθέτηση των κορυφών: ενώ οι ανώτερες αρμονικές είναι ίσα χωρισμένες μεταξύ τους, το διάστημα μεταξύ της βασικής και της δεύτερης αρμονικής είναι μεγαλύτερο. Παίρνοντας αναλογίες συχνοτήτων από τις σύνθετες νότες, ο Whittle κατόρθωσε να προσδιορίσει τη μουσική συγχορδία. Για τις δύο πρώτες συχνότητες έχει βρει ένα μουσικό διάστημα μεταξύ 3^{ης} μεγάλης και 3^{ης} μικρής.

4.2.3.2. Ηχητική ανάλυση, εξέλιξη και ποιότητα της συγχορδίας τα πρώτα 1.000.000 χρόνια μ.μ.ε.

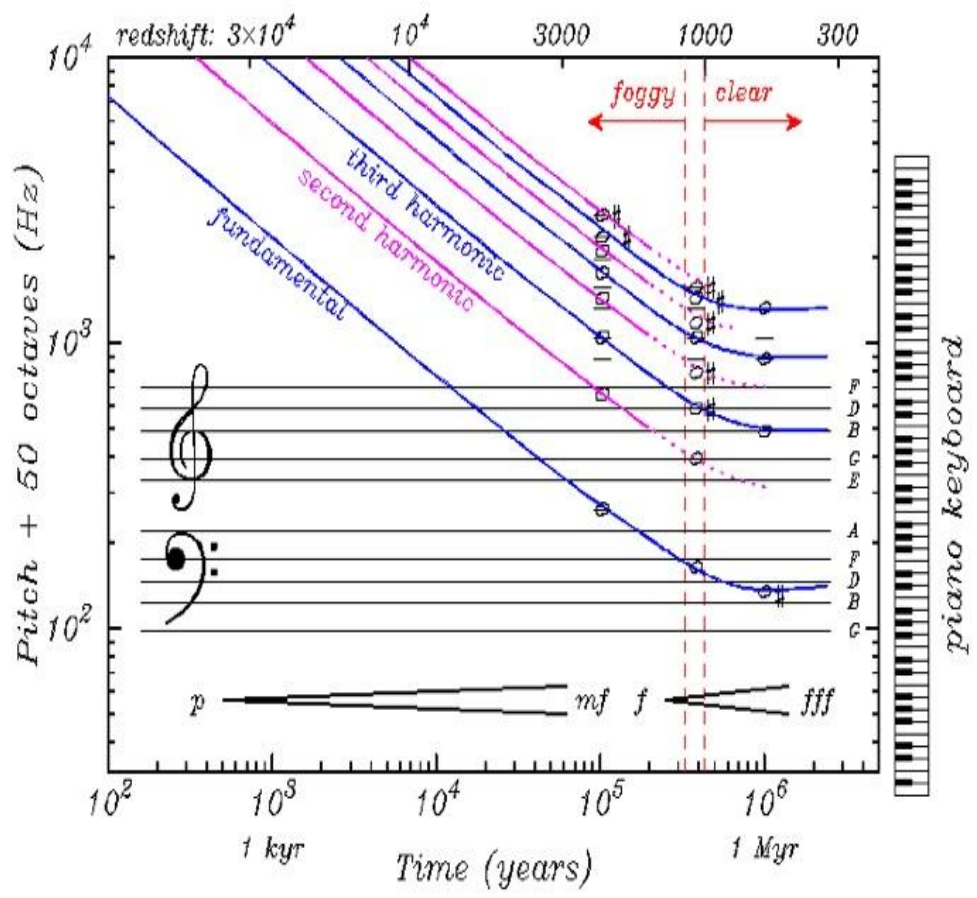
Στη εικόνα 20 παρουσιάζονται οι πρώτοι οκτώ αρμονικοί της συγχορδίας και η εξέλιξή τους κατά τα πρώτα 400.000 χρόνια μ.μ.ε.³¹⁰

³¹⁰ Ο.π.



Εικόνα 20: Εξέλιξη των οκτώ πρώτων αρμονικών της συγχορδίας στα πρώτα 400.000 χρόνια μ.μ.ε.

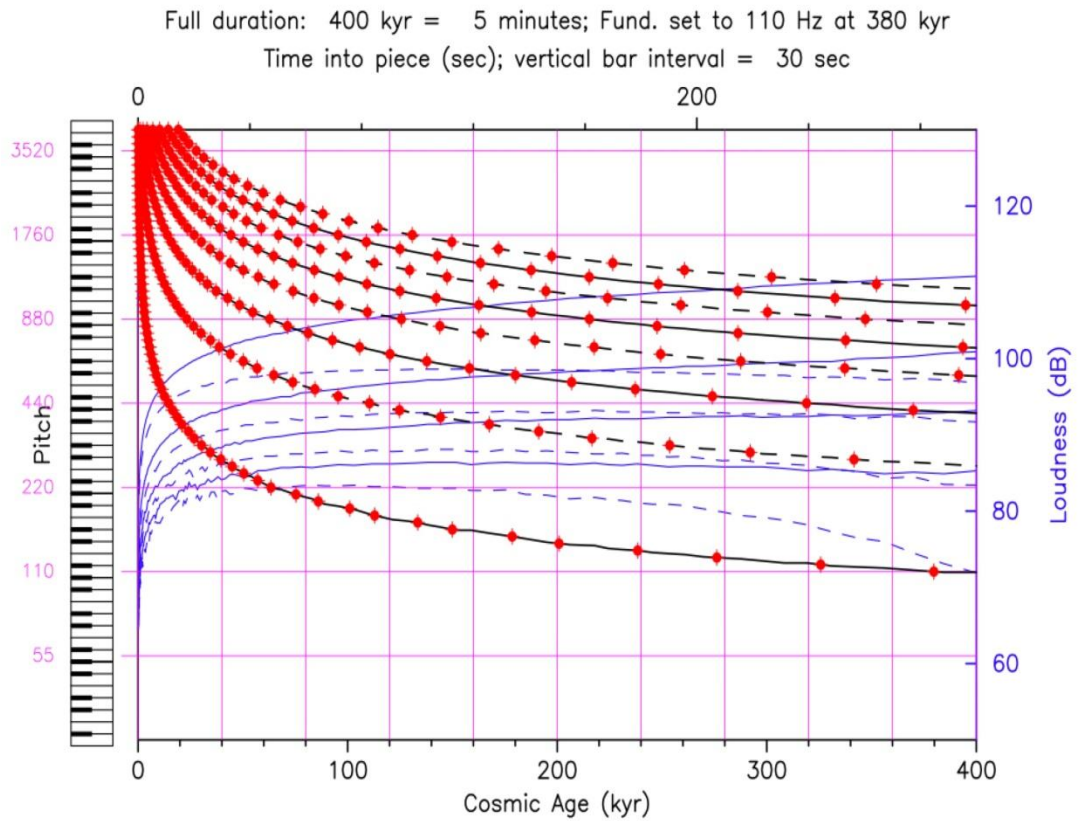
Σε αυτήν την ανάλυση η φθίνουσα πορεία του ύψους εμφανίζεται ως γλίστρημα. Αν οι άξονες του χρόνου (x) και της συχνότητας (y) εξελίσσονται εκθετικά, η πάνω εικόνα μπορεί να απεικονιστεί σε μουσική σημειογραφία. (βλ. Εικόνα 21)



Εικόνα 21: Μουσική σημειογραφία των αρμονικών στα πρώτα 1.000.000 χρόνια³¹¹

³¹¹ Ο.π.

Το επόμενο διάγραμμα δείχνει μία ηχητική απεικόνιση της μουσικής σημειογραφίας. Ο χρόνος είναι γραμμικός ενώ η συχνότητα του τονικού ύψους είναι ρυθμισμένη ώστε στα 380.000 χρόνια η βασική να λαμβάνει την τιμή 110 Hz.

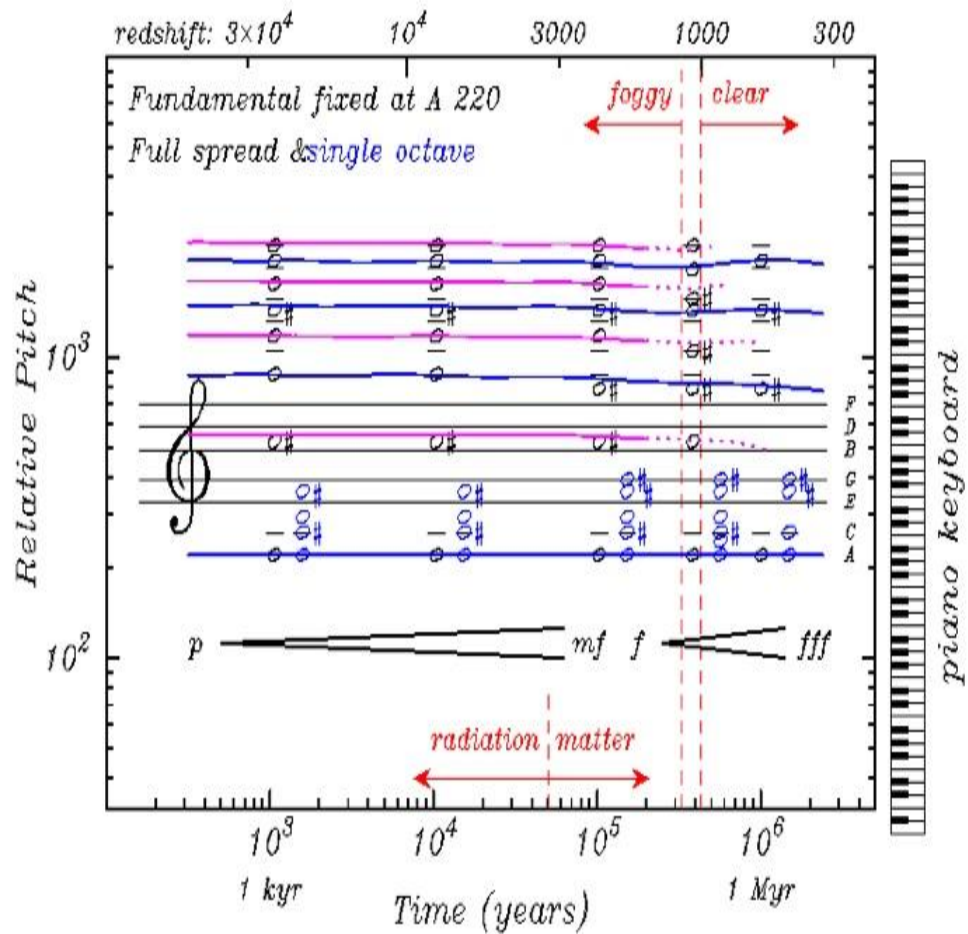


Εικόνα 22: Ηχητική αναπαράσταση της μουσικής σημειογραφίας³¹²

Ο άξονας πάνω x δείχνει την μουσική διάρκεια του φθίνοντα τονικού ύψους σε πέντε λεπτά της ώρας (κάθετες μωβ γραμμές τοποθετημένες ανά 30 δευτερόλεπτα) σε κοσμικό χρόνο 400.000 ετών (άξονας x). Ο αριστερός άξονας δείχνει τις συχνότητες κάθε αρμονικής (οριζόντιες μωβ γραμμές) ενώ ο δεξιός την έντασή τους. Οι διακεκομμένες γραμμές αναπαριστούν τις αρμονικές που εξαφανίζονται.

Αν αφαιρεθεί η πτώση του ύψους, μπορεί να υπολογιστεί ο χαρακτήρας της συγχορδίας.

³¹² Ο.π.



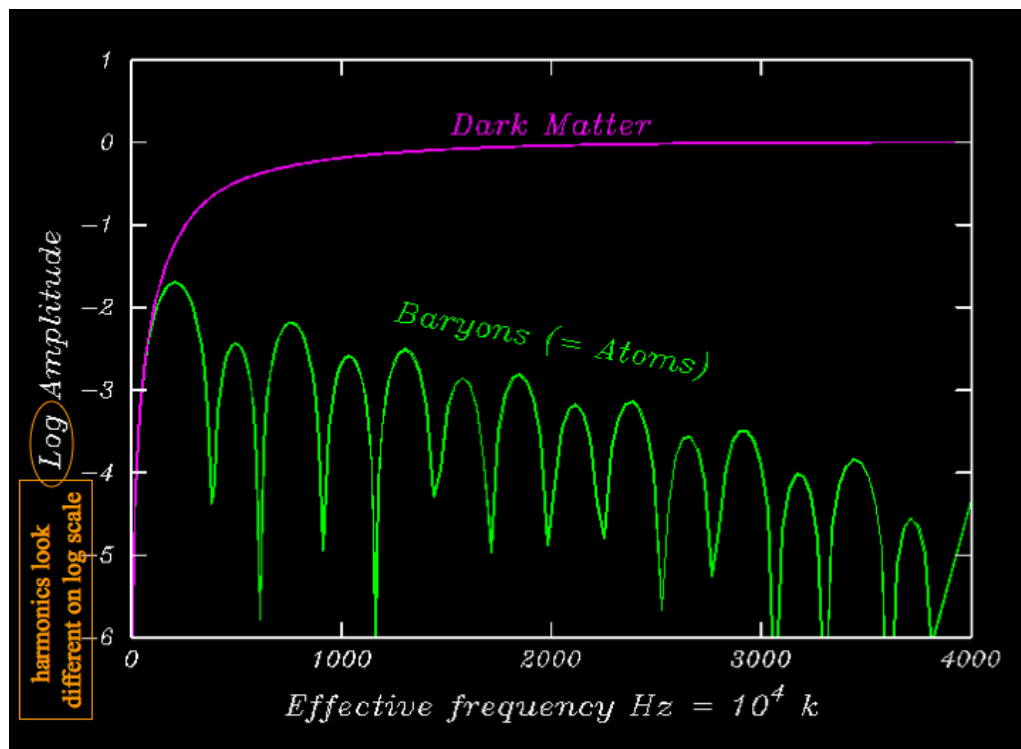
Εικόνα 23: Αρμονική ανάλυση της συγχορδίας³¹³

Αφού το τονικό ύψος της βασικής νότας είναι προσαρμοσμένο στο A 220 Hz, η συγχορδία που προκύπτει στα πρώτα περίπου 1.000 – 100.000 χρόνια μ.μ.ε. είναι μία λα ματζόρε με 4^η και 6^η μεγάλη (λα - ντο# - ρε - φα# - ντο#). Στα 380.000 χρόνια μ.μ.ε. η συγχορδία περιλαμβάνει μία μεγάλη τρίτη (λα-ντο#) και μία μικρή τρίτη (λα-ντο) και μετά τα 1.000.000 χρόνια μ.μ.ε. η ντο πάνω από τη βασική λα γίνεται φυσική που σηματοδοτεί τη μετάβαση της συγχορδίας από ματζόρε σε μινόρε.

³¹³ Ο.π.

4.2.4. Ήχος της σκοτεινής ύλης

Μετά τα 300.000 χρόνια, όταν η ομίχλη γίνεται διάφανη, η πίεση σταματά τη συσσώρευση ατομικής ύλης στις μάζες και παράγει αμονικές· η συσσώρευση όμως σκοτεινής ύλης στις μάζες συνεχίζεται ανά πάσα στιγμή. Τα φάσματα ισχύος των δύο ειδών ύλης είναι επομένως ριζικά διαφοροποιημένα. Η σκοτεινή ύλη έχει ιδιαίτερα υψηλές συχνότητες αλλά καθόλου αρμονικές λόγω μηδενικής πίεσης³¹⁴. Η εικόνα 24 δείχνει τα δύο φάσματα ισχύος στα 300.000 χρόνια μ.μ.ε.

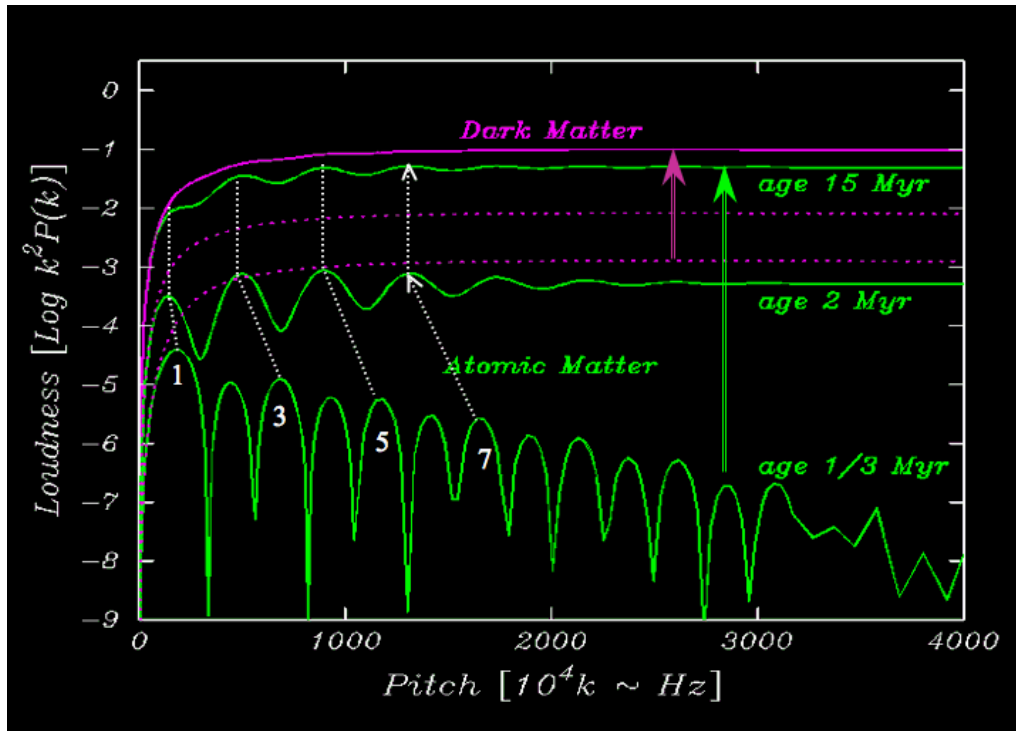


Εικόνα 24: Φάσμα ισχύος σκοτεινής και ατομικής ύλης

Στα 400.000 χρόνια μ.μ.ε. το φως σταματά να αλληλεπιδρά με την ύλη και η πίεση που ασκεί στην τελευταία ελαττώνεται. Η ύλη «απελευθερώνεται» από το φως και υπό την επιρροή της βαρύτητας «πέφτει» σε κοιλάδες σκοτεινής ύλης. Έτσι, η ατομική ύλη επηρεάζει τις ανωμαλίες της σκοτεινής ύλης δίνοντάς της ήχο.

³¹⁴ Η μηδενική πίεση της σκοτεινής ύλης προϋποθέτει εξορισμού και την ανυπαρξία ήχου. Έτσι, το φάσμα ισχύος της σκοτεινής ύλης δεν αναφέρεται σε μεταβολές της πίεσης αλλά στο πλάτος των πυκνοτήτων μάζας διαφορετικών μεγεθών. Ο.π. κεφ. 11.

Τα ηχητικά κύματα που προέκυψαν από τις διακυμάνσεις πίεσης του αερίου έχουν μεταβληθεί. Η θεμελιώδης νότα έχει εξαφανιστεί ενώ κυριαρχούν οι πολύ υψηλές συχνότητες.



Εικόνα 25: Φάσμα ισχύος σκοτεινής και ατομικής ύλης

Η εικόνα δείχνει πως οι άρτιες αρμονικές εξαφανίζονται γρηγορότερα από τις περιττές. Θυμίζω πως οι άρτιες αρμονικές προκύπτουν από μάζες μέγιστης αραιώσης ενώ οι περιττές αρμονικές από μάζες μέγιστης συμπίεσης. Με την πίεση να ελαττώνεται, το αέριο δε μπορεί να αναπηδήσει από τις κοιλάδες τόσο εύκολα και οι αραιώσεις γίνονται αδύναμες. Η βαρύτητα, από την άλλη πλευρά, ενισχύει τις περιττές αρμονικές κορυφές συμπίεσης.

Το ηχητικό αποτέλεσμα είναι ο φθίνων κοσμικός ήχος που διαμόρφωσε τη δομή και την εξέλιξη του σύμπαντος να καταλήγει σε «σφύριγμα» πολύ μεγάλης έντασης³¹⁵.

³¹⁵ Whittle, Mark, «Primordial Sounds: Big Bang Acoustics», AAS meeting, 6/1/04, σελ. 2.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

ΕΠΙΛΟΓΟΣ - ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η πορεία της *αρμονίας των σφαιρών*, από την αρχική εκδήλωση της θεωρίας μέχρι και τις έρευνες της σύγχρονης επιστήμης, καλύπτει μία περίοδο περίπου 2.500 ετών, άρρηκτα συνδεδεμένη με τις εκάστοτε αστρονομικές και κοσμολογικές παρατηρήσεις. Εν συνόψει, μπορούμε να παρουσιάσουμε χονδρικά τον τρόπο δόμησης της θεωρίας σε τρεις σταθμούς:

Ο *πρώτος* αφορά την πυθαγόρεια αντιμετώπιση που *φιλοσοφικά* χωρίζεται σε τρία επίπεδα. Στον *καθαρό πυθαγορισμό*, στην *πλατωνική επίδραση* και στον *ύστερο πυθαγορισμό/πλατωνισμό* που ολοκληρώνεται στον Βοήθιο. Σε αυτή τη φάση η μουσική έκφανση της θεωρίας περιορίζεται σε δύο βασικά χαρακτηριστικά: Στις αποστάσεις των μουσικών διαστημάτων μεταξύ των πλανητών από τη γη και στην πρόσδοση ενός συγκεκριμένου τονικού ύψους σε κάθε πλανήτη χωρίς να αποκλείεται η ταυτόχρονη συναρμογή των χαρακτηριστικών αυτών· βλ. λ.χ. το έργο του Κλαύδιου Πτολεμαίου.

Ο *δεύτερος* σταθμός που καλύπτει το έργο του Κέπλερ παρουσιάζει δυο σημαντικές αλλαγές σε σχέση με τον πρώτο και αυτές οι αλλαγές καθορίζουν τη δόμηση της θεωρίας:

1. Ο κόσμος πλέον είναι ηλιοκεντρικός, που σημαίνει ότι οι αποστάσεις των πλανητών λαμβάνονται με βάση τη θέση του Ήλιου και
2. Οι τροχιακές κινήσεις των πλανητών δεν είναι κυκλικές αλλά ελλειπτικές.

Η γη, παρά τις όποιες προσπάθειες ταύτισης με έναν τόνο³¹⁶, χάνει οριστικά τον χαρακτήρα του *silentium* και κάθε πλανήτη κινείται γύρω από το τονικό κέντρο που του έχει αποδοθεί λόγω της ελλειπτικής τροχιάς. Όσο μεγαλύτερη είναι η έλλειψη, τόσο η διαγραφόμενη χρωματική κίνηση επί της τροχιάς αυξάνεται.

Όπως είδαμε, ο Κέπλερ είναι αυτός που θέτει την *αρμονία των σφαιρών* σε επιστημονικό επίπεδο· τα βασικά χαρακτηριστικά όμως μίας *παράδοσης* που ήδη κρατούσε μιάμιση χιλιετία από την εποχή του Πτολεμαίου ήταν παρόντα στο συνολικό αρμονικό έργο του. Τα πυθαγόρεια ή πλατωνικά στερεά/πολύεδρα αποτέλεσαν την πρώτη προσπάθεια για την οριοθέτηση των αποστάσεων μεταξύ των πλανητών ενώ η

³¹⁶ Προσπάθειες που σχετίζονταν συνήθως με λανθασμένη εκτίμηση των αστρονομικών και φιλοσοφικών παρατηρήσεων ή με ύστατη «λύση» των συγγραφέων για απόδειξη των αποτελεσμάτων τους.

διαστηματική θεωρία εφαρμόστηκε στην ουράνια μηχανική με σκοπό την παραγωγή των αρμονιών μεταξύ τους· αυτή τη φορά με βάση μέτρησης τον Ήλιο.

Ο *τρίτος* και τελευταίος σταθμός αντικατοπτρίζει τη θεωρία στη σύγχρονη κοσμολογία· σχεδόν κάθε εκλαϊκευμένο έργο κοσμολογίας ή αστροφυσικής αναφέρεται στην *αρμονία του κόσμου* του Κέπλερ. Ο όρος «αρμονία» ή «μουσική» εδώ χρησιμοποιείται ευρέως αλλά μεταφορικά. Η *αρμονία των σφαιρών* μεταφράζεται σε *αρμονία* ή *μουσική του σύμπαντος* αφού αυτή «εκδηλώνεται» όχι μόνο στις *σφαίρες* των πλανητών κατά τους πυθαγόρειους ή στους ίδιους τους πλανήτες κατά τον Κέπλερ αλλά σε κάθε ουράνιο ή μη σώμα που εκπέμπει ακτινοβολία. Ξεκινώ από το Big Bang:

Ένα έργο που επιλέχθηκε για τη συνεδρίαση της American Astronomical Society τον Ιούνιο του 2004 ήταν το «Sounds from the Infant Universe»³¹⁷ που υποβλήθηκε από τον Mark Whittle σε μία πετυχημένη προσπάθεια αναπαραγωγής του φάσματος ισχύος της CMB σε ακουστικό ήχο. Σε αντίθεση με τη δημοφιλή παρανόηση που ενισχύθηκε από τον όρο «Big Bang», ο Whittle έδειξε ότι το σύμπαν ξεκίνησε στην ησυχία και οι κβαντικές μικροδιακυμάνσεις έδωσαν ζωή στα ηχητικά κύματα. Μεγαλύτερες διακυμάνσεις πίεσης αντιστοιχούν σε 110 dB που κατά τον Whittle συγκρίνονται με την «ένταση μίας ροκ συναυλίας»³¹⁸. Ο ίδιος περιγράφει την εξέλιξη του ήχου ως «μία φθίνουσα κραυγή δομημένη σε ένα βαθύ βρυχηθμό που καταλήγει σε εκκωφαντικό σφύριγμα»³¹⁹. Το έργο του Whittle χρησιμοποιήθηκε από τον επιστημονικό τύπο σε άρθρα με τίτλο «Here's What the Big Bang Sounded Like»³²⁰ και «Listen to the universe's primal scream»³²¹. Για την Kristine Larsen η μουσική αλληγορία φαίνεται να

³¹⁷ Whittle, Mark, «Sounds from the Infant Universe» Abstract for talk at AAS session on public outreach, 6/3/04.

³¹⁸ Whittle, Mark, «Big Bang Acoustics – Sound in the Early Universe», Article for the Acoustical Society of America magazine: ECHOES, σελ. 1.

³¹⁹ Larsen, Kristine, «From Pythagoras to WMAP: The 'Music of the Spheres' Revisited», Society of Literature, Science, and the Arts, November 13, 2005.

³²⁰ Scharr, Jilian, TechNewsDaily Staff Writer, April 16, 2013.
<http://www.technewsdaily.com/17750-sound-of-big-bang.html>.

³²¹ David, Leonard, Senior Space Writer, 6/1/2004.

εδραιώνεται καθώς η σύνδεση μεταξύ των ακουστικών κυμάτων στο πρώιμο σύμπαν και του «ήχου» κατείχε μία ιδιαίτερα σημαντική θέση γύρω από μία από τις σημαντικότερες ανακαλύψεις στις αρχές του 21^{ου} αιώνα³²². Αυτό ακριβώς επιτυγχάνει το εγχείρημα του Whittle: Παραβάλλει το σύμπαν με μουσικό όργανο όπου παράγονται μία βασική νότα και οι αρμονικές της και αναγράφονται σε φασματική και μουσική σημειογραφία.

Στο σημείο αυτό ανοίγω παρένθεση και θυμίζω την φιλοσοφική θεώρηση του Φιλόλαου του Κροτωνιάτη για τη δημιουργία του κόσμου: «*Α φύσις δ' εν τω κόσμω αρμόχθη εξ' απείρων τε και περαινόντων και όλος <ο> κόσμος και τα εν αυτώ πάντα*». Τα *εξ' απείρων τε και περαινόντων* λειτουργούν συνδεδετικά με τη βοήθεια της *αρμονίας*, η ουσία της οποίας είναι *ίδια* τόσο στην καθημερινά παρατηρούμενη μουσική αρμονία όσο και ως «*αρχέγονη οργανωτική αρχή*» που εκφράζεται μέσω της τετρακτύος. Οι αναλογίες μεταξύ των αριθμών που διοικούν την τετρακτύ αποτελούν τα σύμφωνα μουσικά διαστήματα κατά τους Πυθαγόρειους και η σχέση μεταξύ τους, $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{1}$ επιβεβαιώνει την μουσική εκδήλωση της τετρακτύος ως οντολογική *αρχή*.

Σε μία απόλυτα ποιητική μεταφορά, φαίνεται να υπάρχει μία φιλοσοφική σχέση που συνδέει τους πρώιμους *κοσμικούς ήχους* με την πυθαγορική τετρακτύ από τη στιγμή που οι δύο αυτές εκφάνσεις της «*αρμονίας των σφαιρών*» λειτουργούν *οργανωτικά και καθοριστικά* για την *αρχή* και εξέλιξη του σύμπαντος.

Ο αντικατοπτρισμός της πυθαγόρειας ποιητικής εικόνας της μουσικής των πλανητών στις επιστημονικές παρατηρήσεις λειτουργεί επίσης στο επίπεδο των *απλανών ή πλανητών αστέρων*. Η «*αρμονία των σφαιρών*» εδώ δεν εκφράζεται μέσω της κίνησης των σωμάτων τεραστίων διαστάσεων του Αρχύτα, ούτε μέσω της πλανητικής κίνησης επί της ελλειπτικής τροχιάς του Κέπλερ· οι παλμοί της ακτινοβολίας των *pulsars* που «εκτινάζεται» από τους μαγνητικούς πόλους του λαμβάνονται από ισχυρά ραδιοτηλεσκόπια καθώς οι δέσμες ακτίνων της ακτινοβολίας κατευθύνονται προς τη Γη³²³.

http://www.nbcnews.com/id/5112560/ns/technology_and_science-space/t/listen-universes-primal-scream/#.VFTGwvmsXl4.

³²² Larsen, Kristine, ό.π.

³²³ Παραθέτω τρεις ιστοσελίδες στις οποίες μπορείτε να ακούσετε αυτούς τους ήχους:

1. <http://www.jb.man.ac.uk/pulsar/Education/Sounds/sounds.html>

Από την αρχαιότητα η μουσική και η αστρονομία είχαν μία αναμφισβήτητη σύνδεση στο μυαλό κάποιων εκφραστών του κάθε πεδίου. Στη σύγχρονη εποχή έχει υπάρξει και υπάρχει ακόμη μία επιστροφή σε αυτή τη σχέση. Η επιστροφή αυτή εκφράζεται μέσω μουσικών έργων που είναι επηρεασμένα από την κίνηση των πλανητών και τη μουσική των σφαιρών. Αξιοθαύμαστα παραδείγματα αυτή της προσέγγισης στο πεδίο της σύνθεσης είναι η σουίτα σε επτά πράξεις *The Planets* του *Gustav Holst*, το *Atlas Eclipticalis* του *John Cage*, η συμφωνία του *Paul Hindemith* που βασίζεται στο έργο του Κέπλερ, *Die Harmonie der Welt* και η συλλογή κομματιών της *Jennifer Buckland* με τίτλο *Music and the Spheres and Beyond: The Interstellar Orchestra*³²⁴.

2. <http://www.dd1us.de/spacesounds%206.html>

3. http://www.astro.cornell.edu/~deneva/psr_sounds/pulsars_sounds.htm

³²⁴ Παρατίθεται στο Buckland, Jennifer, ό.π. σελ. 65-101.

Βιβλιογραφία

Αρχαία Γραμματεία

Cicero, De Republica

Pliny, Natural History

Ptolemy, Harmonics

Αριστοτέλης, Περί Ουρανού

Διογένης Λαέρτιος, Βίοι και γνώμαι των εν φιλοσοφία ευδοκιμησάντων

Νικόμαχος Γερασηνός, Αριθμητικής Εισαγωγής

Νικόμαχος Γερασηνός, Αρμονικόν Εγχειρίδιον

Πλάτων, Πολιτεία

Πλάτων, Φίληβος

Πλάτων, Τίμαιος

Στοβαίος, Εκλογαί

Ξενόγλωσση Βιβλιογραφία

Balbi, Amedeo, *The Music of the Big Bang: The Cosmic Microwave Background and New Cosmology*, Springer, Berlin, 2008

Barker, Andrew, *Greek Musical Writings Volume II: Harmonic and Acoustic Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1989

Bartusiak, Marcia, *Einstein's Unfinished Symphony: Listening to the Sounds of Space-Time*, Joseph Henry Press, Washington, 2000

Behling, Phyllis Jacqueline, "Pythagoras, the cult of Apollo, and the birth of philosophy", *Faculty of California State University Dominguez Hills*, December, 2000

Blumenthal, H.J., Clark, E.G., *The divine Iamblichus: Philosopher and Man of Gods*, Bristol Classical Press, London, 1993

- Bruhn, Siglind, "Explorations of Universal Order and Beauty in Paul Hindemith's Symphony Die Harmonie der Welt, *The Nordic Journal of Aesthetics*, No. 39, pp. 80-99, 2010
- Buckland, Jennifer, «Music of the Spheres and beyond; the interstellar orchestra», A thesis submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfillment of the requirements for the degree of master's, Graduate Program in Higher Education, York University, Toronto, Ontario, September 2005
- Burkert, Walter, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts, 1972
- Censorinus, *De Die Natali*, translated into English by William Maude, The Cambridge Encyclopedia Co., New York, 1900
- Censorinus, Otto Jahn, *Censorini de die Natali liber*, Ashmolean Library, Oxford, 1970
- Cowen, Ron, "Ultimate retro: Modern echoes of the early universe", *Science News*, volume 167, issue 3, page 35, 15 January 2005
- de Vogel, Cornelia J., *Pythagoras and Early Pythagoreanism: An interpretation of neglected evidence on the philosopher Pythagoras*, Volgoede Couragie, Utrecht, 1966
- Diogenes Laertius: *Lives of Eminent Philosophers Vol. II*, translated by R.D. Hicks, Loeb Classical Library, 1925
- Dreyer, Johan, *History of the Planetary Systems from Thales to Kepler*, Cosimo Classics, New York, 2007
- Eastwood Bruce, Grasshof Gerd, *Planetary diagrams for Roman Astronomy in Medieval Europe, CA. 800-1500*, American Philosophical Society, Philadelphia, 2004
- Fauvel, John, Flood, Raymond, Wilson, Robin, *Music and Mathematics: From Pythagoras to Fractals*, Oxford University Press, New York, 2006
- Georgiades, Thrasybulos, *Musik und Rhythmus bei den Griechen*, Hamburg, 1958
- Godwin, Joscelyn, *Music and the Occult: French Musical Philosophies 1750-1950*, University of Rochester, New York, 1995
- Godwin, Joscelyn, *The Harmony of the Spheres: the Pythagorean Tradition in Music*, Inner Traditions International, Rochester, Vermont, 1993
- Guthrie, W.K.C., *A History of Greek Philosophy – Volume I: The Earlier Presocratics and the Pythagoreans*, Cambridge University Press, Cambridge, 1991
- H. Diels & W. Kranz, *Die Fragmente der Vorsokratiker*, 47 B1., Dublin, 1966
- Hermann Arnold, *To think like a God: Pythagoras and Parmenides*, Parmenides Publishing, Las Vegas, 2004
- Huffman, Carl A., *Archytas of Tarentum: Pythagorean, Philosopher and Mathematician King* Cambridge University Press, Cambridge, 1993
- Huffman, Carl A., *Philolaus of Croton: Pythagorean and Presocratic – A Commentary on the Fragments and Testimonia with Interpretive Essays*, Cambridge University Press, New York, 2005

- James, Jamie, *The Music of the Spheres: Music, Science and the Natural Order of the Universe*, Grove Press, New York, 1993
- Karamanolis, George, *Plato and Aristotle in agreement? Platonists on Aristotle from Antiochus to Porphyry*, Oxford University Press, 2006
- Khan, Charles H., *Pythagoras and the Pythagoreans: A Brief History*, Hackett Publishing Company, Indianapolis/Cambridge, 2001
- Marenbon, John, *Great Medieval Thinkers: Boethius*, Oxford University Press, 2003
- Martens, Rhonda, *Kepler's Philosophy and the New Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, 2000
- Larsen, Kristine, «From Pythagoras to WMAP: The 'Music of the Spheres' Revisited», Society of Literature, Science, and the Arts, November 13, 2005
- Lasserre, Francois, *The birth of mathematics in the age of Plato*, American Research Council, Larchmont, New York
- Pecker, Jean-Claude, *Understanding the Heavens: Thirty Centuries of Astronomical Ideas from Ancient Thinking to Modern Cosmology*, Springer, New York, χ.χ
- Pedersen, Olaf, *A survey of the Almagest: With annotation and new commentary by Alexander Jones*, Springer, New York, 2010
- Pliny the Elder, *Natural History*, Cambridge Massachusetts Harvard University Press, translated by H. Rackham M.A., Glasgow, 1967
- Scäfke, Rudolf, *Geschichte der Musikästhetik in Umrissen*, Tutzing, 1964
- Snider, C.F. Gillian, «In Defense of Music's Eternal Nature: On the Pre-eminence of Musica Theorica Over Musica Practica», *Master Thesis*, Saskatoon, Sk., January, 2005
- Solomon, Jon, *Ptolemy Harmonics: Translation and Commentary*, Brill, Leiden, 2000
- Stephenson, Bruce, *The Music of the Heavens: Kepler's Harmonic Astronomy*, Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994
- Whitehouse, David, «Black hole hums in B flat», news.bbc.co.uk/2/hi/science_and_environment/10 Sept, 2003
- Whittle, Mark, «Big Bang Acoustics: Sound in the Early Universe», Article for the Acoustical Society of America magazine: ECHOES
- Zeller, Eduard, *Die Philosophie der Griechen I,1*, Hildesheim, 1963

Ελληνόγλωσση Βιβλιογραφία

- Bogomolov, A.S., *Ιστορία της Αρχαίας Φιλοσοφίας (Ελλάδα και Ρώμη)*, Ειρμός, Αθήνα, 1995
- Burkert, Walter, *Αρχαία Ελληνική Θρησκεία*, Καρδαμίτσα, Αθήνα, 1993
- Ferguson, Kitty, *Η Μουσική του Πυθαγόρα*, Τραυλός, Αθήνα, 2009
- Proust, Dominique, *Η Αρμονία των Σφαιρών: Η σχέση της Αστρονομίας με τη Μουσική*, Διάυλος, Αθήνα, 2008
- Schrödinger, Erwin, *Η Φύση και οι Έλληνες: Ο Κόσμος και η Φυσική*, Τραυλός, Αθήνα, 2003
- Szlezák, A. Thomas, *Πώς να διαβάζουμε τον Πλάτωνα*, μτφρ. Π. Κοτζιά, Θύραθεν, Θεσσαλονίκη, 2004
- West, L.M., *Αρχαία Ελληνική Μουσική*, Παπαδήμας, Αθήνα, 1999
- Αργυρόπουλος, Χαράλαμπος, «Τίμαιος του Πλάτωνα», Πτυχιακή εργασία, Εθνικό Μετσόβειο Πολυτεχνείο, Αθήνα, 2013
- Αριστοτέλης, *Άπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια Φιλολογική Ομάδα Κάκτου, Κάκτος, Αθήνα, 1995
- Γαϊτάνη, Αντωνία, «Σχέση Μαθηματικών και Μουσικής μέσω Αρχαίων Ελληνικών Κειμένων», Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών “Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών”
- Γουλέρμας, Αναστάσιος, Διπλωματική Εργασία «Η αστρονομία του Εύδοξου του Κνίδιου», Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο, Σχολή Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, Τομέας Ανθρωπιστικών, Κοινωνικών Επιστημών και Δικαίου
- Θεοδοσίου, Στράτος, Δανέζης, Μάνος, *Μετρώντας τον άχρονο χρόνο: Ο χρόνος στην Αστρονομία*, Διάυλος, Αθήνα, 1996
- Καϊμάκης, Παύλος, *Φιλοσοφία και Μουσική: Η μουσική στους Πυθαγορείους, τον Πλάτωνα, τον Αριστοτέλη και τον Πλωτίνο*, Μεταίχμιο, Αθήνα, 2005
- Καϊμάκης, Παύλος, «Η Αρμονία των Σφαιρών στην Όψιμη Αρχαιότητα», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007
- Κάλφας, Βασίλης, «Νοητική Μουσική και Αόρατη Αστρονομία στον Πλάτωνα», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007
- Κυργιόπουλος, Νικόλαος (εισαγωγή-μετάφρασεις-σημειώσεις), *Διογένης Λαέρτιου Βίοι και Γνώμαι των εν Φιλοσοφία Ευδοκιμησάντων*, Πάπυρος, Αθήνα, 1975
- Μήλιος, Γιώργος, «Μετάβαση από το $\eta\mu\omega$, $0^\circ \leq \omega \leq 90^\circ$ στο $\eta\mu\chi$, $\chi \in \mathbb{R}$ μέσω της χρήσης του λογισμικού Geogebra», Διαπανεπιστημιακό – Διατμηματικό Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών “Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθηματικών”
- Μπούσουλας, Νικόλαος-Ιωάννης, *Φιλοσοφικής στοχαστικότητας εκφάνσεις-κορυφώσεις*, ΑΠΘ, Θεσσαλονίκη, 1973

Νικόμαχος, «Αρμονικόν Εγχειρίδιον», *Άπαντα*, εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια: Φιλολογική Ομάδα Κόκτου, Κόκτος, Αθήνα, 2009

Παπαμαστοροάκης, Γιάννης, «Συμπαντικές αρμονίες και η γένεση των γαλαξιών», *Συμπαντική Αρμονία, Μουσική και Επιστήμη*, Πανεπιστημιακές Εκδόσεις Κρήτης, Ηράκλειο, 2007

Πέτρου, Α. Αλέξιος (εισαγωγή-μετάφραση-σχόλια), *Ιάμβλιχος: Περί του Πυθαγορικού Βίου*, Ζήτρος, Θεσσαλονίκη, 2001

Σκουτερόπουλος, Ν.Μ., *Πλάτων Πολιτεία*, εισαγωγή-μετάφραση-ερμ. σημειώματα: Ν.Μ. Σκουτερόπουλος, Πόλις, 2007

Χατζηνικολάκη, Ευαγγελία, «Μουσική και Παιδεία στον Πλάτωνα», Master Thesis, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, Θεσσαλονίκη, 2007

Χόλλαντ, Τομ, Ρουβίκωνας – Ο θρίαμβος και η τραγωδία της Ρωμαϊκής Δημοκρατίας, Ωκεανίδα, Αθήνα, 2005

Ιστοσελίδες

http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/map/current/m_images.cfm

http://penelope.uchicago.edu/Thayer/L/Roman/Texts/Pliny_the_Elder/24*.html

http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2003/09sep_blackholesounds/

<http://www.archive.org/stream/philologus52deutuoft#page/12/mode/2up>

http://www.astro.virginia.edu/~dmw8f/BBA_web/index_frames.html

http://www.chmtl.indiana.edu/tml/6th-8th/BOEMUS1C_MCTC944.html

<http://www.e-bookspdf.org/view/aHR0cDovL2V5YXRvLnV2dC5ubC9maWxlc9pbWdsbmtzL3VzaW1nLzIvMjIvSU1TTFA0MjY2OS1QTUxOQOTI0NzQtQm9ldGhpdXNfLV9EZV9JbnN0aXR1dGlvbmVfTXVzaWNhLnBkZg==/RGUgSW5zdGl0dXRpb25lIE11c2ljYQ>

<http://www.jb.man.ac.uk/research/pulsar/Education/Sounds/>

http://www.masseiana.org/pliny.htm#BOOK_XXIII

http://www.masseiana.org/pliny.htm#BOOK_XXXIV

<http://www.thelatinlibrary.com/censorinus.html>