



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
ΤΜΗΜΑ: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΣΑΦΩΝ ΓΝΩΣΤΙΚΩΝ ΔΙΚΤΥΩΝ (FCM)
ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ (TOPSIS) ΓΙΑ ΤΟΝ
ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

ΣΟΦΙΑ ΖΗΤΣΗ

Επιβλέπων Καθηγητής: Χρυσόστομος Στύλιος
Καθηγητής: τμήμα Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Άρτα, Ιούνιος, 2020



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

ΣΧΟΛΗ: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΤΜΗΜΑ: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

**ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΣΑΦΩΝ ΓΝΩΣΤΙΚΩΝ
ΔΙΚΤΥΩΝ (FCM) ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΟΛΥΚΡΙΤΗΡΙΑΚΗΣ
ΑΝΑΛΥΣΗΣ (TOPSIS) ΓΙΑ ΤΟΝ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟ
ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΥΠΟΣΤΗΡΙΞΗΣ ΑΠΟΦΑΣΕΩΝ**

ΣΟΦΙΑ ΖΗΤΣΗ

Επιβλέπων Καθηγητής: Χρυσόστομος Στύλιος

Καθηγητής: τμήμα Πληροφορικής & Τηλεπικοινωνιών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Άρτα, Ιούνιος, 2020

**COMPARISON AND IMPLEMENTATION FUZZY
COGNITIVE MAPS (FCMs) AND THE MULTICRITERIA
TECHNIQUE FOR ORDER OF PREFERENCE BY
SIMILARITY TO IDEAL SOLUTION (TOPSIS) FOR
DESIGNING DECISION SUPPORT SYSTEMS**

Εγκρίθηκε από τριμελή εξεταστική επιτροπή
Άρτα, .../.../2020

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1. Επιβλέπων καθηγητής

Χρυσόστομος Στύλιος

Καθηγητής

2. Αξιολογητής 1

Βασιλική Λιάγκου

Επίκουρη Καθηγήτρια

3. Αξιολογητής 2

Πέτρος Καρβέλης

Έκτακτο Εκπαιδευτικό Προσωπικό

Ο Πρόεδρος του Τμήματος

Ευριπίδης Γλαβάς

Καθηγητής

Υπογραφή

©Ζήτηση, Σοφία, 2020.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Δήλωση μη λογοκλοπής

Δηλώνω υπεύθυνα και γνωρίζοντας τις κυρώσεις του Ν. 2121/1993 περί Πνευματικής Ιδιοκτησίας, ότι η παρούσα πτυχιακή εργασία είναι εξ ολοκλήρου αποτέλεσμα δικής μου ερευνητικής εργασίας, δεν αποτελεί προϊόν αντιγραφής ούτε προέρχεται από ανάθεση σε τρίτους. Όλες οι πηγές που χρησιμοποιήθηκαν (κάθε είδους, μορφής και προέλευσης) για τη συγγραφή της περιλαμβάνονται στη βιβλιογραφία.

Ζήτηση, Σοφία

Υπογραφή

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σε αυτό το σημείο θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου, τους γονείς μου και τα αδέρφια μου για την ψυχική υποστήριξη και για την υπομονή που έκαναν όλο αυτό το διάστημα όπως επίσης και τον σύντροφο μου. Ακόμα θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέπων καθηγητή μου Χρυσόστομο Στύλιο για την υποστήριξη και την καθοδήγηση του στην ολοκλήρωση αυτής της εργασίας.

Περίληψη

Τα Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων βοηθούν να ληφθούν αποφάσεις οι οποίες αλλάζουν γρήγορα και δεν είναι σαφείς πριν τη λήψη τους. Ένα Σύστημα Υποστήριξης Αποφάσεων βοηθά τους αποφασίζοντες να συγκεντρώσουν χρήσιμες πληροφορίες μέσα από διάφορα κριτήρια, να αναγνωρίσουν και να λύσουν προβλήματα και να πάρουν αποφάσεις. Στην παρούσα πτυχιακή εργασία αναφέρονται δύο από τα σημαντικότερα Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων: η μέθοδος Ασαφής Γνωστικοί Χάρτες (FCM) και η τεχνική για την ταξινόμηση προτιμήσεων από την ομοιότητα με την ιδανική λύση (TOPSIS). Αρχικά περιγράφονται αναλυτικά οι έννοιες με τους τύπους και ενδεικτικά παραδείγματα. Στην συνέχεια αναπτύσσονται και σχεδιάζονται με την βοήθεια του παραδείγματος βροχόπτωσης στην περιοχή της Άρτας για την χρονική περίοδο 2000-2019 με την βοήθεια και των δύο μεθόδων. Στο τέλος καταλήγουμε σε αποτελέσματα και την σύγκριση των δύο μεθόδων μεταξύ τους αλλά και με την πραγματικότητα.

Λέξεις-κλειδιά: κριτήρια, αποφάσεις, Ασαφή Γνωστικοί Χάρτες, ταξινόμηση, ιδανική λύση, μη ιδανική λύση.

ABSTRACT

Decision Support Systems help make decisions that change quickly and are not clear before they are made. A Decision Support System helps decision makers gather useful information through a variety of criteria, identify and resolve problems and make decisions. The present dissertation lists two of the most important Decision Support Systems: the Fuzzy Cognitive Maps (FCM) method and the technique for classifying preferences from similarity to the ideal solution (TOPSIS). Initially, the concepts with types and indicative examples are described in details. Then they are developed and designed with the help of the example of rainfall in the area of Arta's for the period 2000-2019 with the help of both methods. In the end we come to results and the comparison of the two methods with each other and with reality.

Keywords: criteria, decisions, fuzzy cognitive maps, classification, ideal solution, non ideal solution

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	7
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	8
ABSTRACT.....	9
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ.....	10
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	13
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ/ΕΙΚΟΝΩΝ.....	16
ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Γενικές πληροφορίες.....	18
1.1 Σκοπός.....	18
1.2 Γενικές πληροφορίες λήψεις αποφάσεων.....	18
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. Εισαγωγή και περιγραφή των μοντέλων ΣΥΑ.....	21
2.1 Ασαφή Γνωστικοί Χάρτες (FCM).....	21
2.2 Η Τεχνική για την Ταξινόμηση Προτιμήσεων από την Ομοιότητα με την Ιδανική Λύση (TOSPIIS).....	22
2.3 Η Λήψη Αποφάσεων Πολλαπλών Χαρακτηριστικών (MADM).....	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. Αναλυτικά τα μοντέλα FCM και TOPSIS.....	26
3.1 Ασαφής Γνωστικός Χάρτης – Fuzzy Cognitive Maps (FCM).....	26
3.1.1 Μοντελοποίηση FCM.....	26
3.1.2 Τύπος FCM.....	28
3.1.2.1 Μέθοδος υπολογισμού.....	28
3.1.2.2 Γενική μέθοδος υπολογισμού.....	30
3.1.2.3 Συνάρτηση συμπίεσης.....	31
3.1.3 Αλγόριθμος FCM.....	31
3.1.4 Παράδειγμα FCM.....	32
3.2 Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS).....	34
3.2.1 Αναλυτικά η μέθοδος TOPSIS.....	34
3.2.2 Πλεονεκτήματα – Μειονεκτήματα.....	35
3.2.3 Τα 5 βήματα υπολογισμού.....	36
3.2.3.1 Τα βήματα υπολογισμού όπως θα χρησιμοποιηθούν στην πράξη.....	36
3.2.4 Τύπος TOPSIS.....	37
3.2.5 Παράδειγμα TOPSIS.....	39
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Εφαρμογή των μοντέλων στο παράδειγμα βροχόπτωσης.....	43

4.1 Πληροφορίες για την περιοχή της Άρτας.....	43
4.2 Μοντέλο FCM.....	44
4.2.1 Εξέταση μηνών για την χρονική περίοδο 2000-2019.....	44
4.2.1.1 Μοντέλο FCM για τους μήνες την χρονική περίοδο 2000-2009.....	44
4.2.1.1.1 Αποτελέσματα.....	46
4.2.1.1.2 Μεγαλύτερη τιμή.....	47
4.2.1.1.3 Μικρότερη τιμή.....	47
4.2.1.1.4 FCM Analyst.....	47
4.2.1.2 Μοντέλο FCM για τους μήνες την χρονική περίοδο 2010-2019.....	49
4.2.1.2.1 Αποτελέσματα.....	51
4.2.1.2.2 Μεγαλύτερη τιμή.....	52
4.2.1.2.3 Μικρότερη τιμή.....	52
4.2.1.2.4 FCM Analyst.....	52
4.2.2 Εξέταση των χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2000-2019.....	54
4.2.2.1 Μοντέλο FCM για τις χρονολογίες την χρονική περίοδο 2000-2009.....	54
4.2.2.1.1 Αποτελέσματα.....	55
4.2.2.1.2 Μεγαλύτερη τιμή.....	56
4.2.2.1.3 Μικρότερη τιμή.....	56
4.2.2.1.4 FCM Analyst.....	56
4.2.2.2 Μοντέλο FCM για τις χρονολογίες την χρονική περίοδο 2010-2019.....	58
4.2.2.2.1 Αποτελέσματα.....	60
4.2.2.2.2 Μεγαλύτερη τιμή.....	60
4.2.2.2.3 Μικρότερη τιμή.....	60
4.2.2.2.4 FCM Analyst.....	60
4.3 Μοντέλο TOPSIS.....	62
4.3.1 Εξέταση μηνών για την χρονική περίοδο 2000-2019.....	62
4.3.1.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου.....	64
4.3.1.1.1 Αποτελέσματα.....	66
4.3.1.2 Μελέτη δεύτερου κριτηρίου.....	66
4.3.1.2.1 Αποτελέσματα.....	68
4.3.1.3 Μελέτη τρίτου κριτηρίου.....	69
4.3.1.3.1 Αποτελέσματα.....	71
4.3.1.4 Μελέτη τέταρτου κριτηρίου.....	71
4.3.1.4.1 Αποτελέσματα.....	73

4.3.1.5 Μελέτη πέμπτου κριτηρίου.....	74
4.3.1.5.1 Αποτελέσματα.....	76
4.3.1.6 Συμπεράσματα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων.....	76
4.3.2 Εξέταση των μηνών για την χρονική περίοδο 2010-2019.....	78
4.3.2.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου.....	80
4.3.2.1.1 Αποτελέσματα.....	82
4.3.2.2 Μελέτη δεύτερου κριτηρίου.....	82
4.3.2.2.1 Αποτελέσματα.....	84
4.3.2.3 Μελέτη τρίτου κριτηρίου.....	84
4.3.2.3.1 Αποτελέσματα.....	87
4.3.2.4 Μελέτη τέταρτου κριτηρίου.....	87
4.3.2.4.1 Αποτελέσματα.....	89
4.3.2.5 Μελέτη πέμπτου κριτηρίου.....	89
4.3.2.5.1 Αποτελέσματα.....	91
4.3.2.6 Συμπεράσματα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων.....	92
4.3.3 Εξέταση χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2000-2009.....	93
4.3.3.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου.....	95
4.3.3.1.1 Αποτελέσματα.....	97
4.3.3.2 Μελέτη δεύτερου κριτηρίου.....	97
4.3.3.2.1 Αποτελέσματα.....	99
4.3.3.3 Συμπεράσματα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων.....	100
4.3.4 Εξέταση χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2010-2019.....	101
4.3.4.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου.....	103
4.3.4.1.1 Αποτελέσματα.....	105
4.3.4.2 Μελέτη δεύτερου κριτηρίου.....	105
4.3.4.2.1 Αποτελέσματα.....	107
4.3.4.3 Συμπεράσματα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων.....	107
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. Σύγκριση των δύο μοντέλων.....	110
5.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων FCM και TOPSIS.....	110
5.2 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα 20ετίας και Απάντηση ερωτημάτων.....	112
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	114
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	143

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 3.2 Οι κόμβοι το γνωστικού χάρτη.....	33
Πίνακας 3.3 Ο Συντελεστής Σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής.....	39
Πίνακας 3.5 Οι αποστάσεις των Υποψηφίων Από Την Ιδανική&Αντί-Ιδανική Λύση.....	42
Πίνακας 4.1 Πίνακας βροχόπτωσης μηνιαίος 2000-2009.....	44
Πίνακας 4.2 Συνολικός πίνακας μηνών 2000-2009.....	44
Πίνακας 4.3 Πίνακας βαρών.....	45
Πίνακας 4.4 Πίνακας τιμών για τις 12 επαναλήψεις για τους μήνες 2000-2009.....	46
Πίνακας 4.8 Πίνακας βροχόπτωσης μηνιαίος 2010-2019.....	49
Πίνακας 4.9 Συνολικός πίνακας μηνών 2010-2019.....	49
Πίνακας 4.10 Πίνακας βαρών.....	50
Πίνακας 4.11 Πίνακας τιμών για τις 12 επαναλήψεις για τους μήνες 2010-2019.....	51
Πίνακας 4.15 Συνολικός πίνακας κάθε χρονιάς 2000-2009.....	54
Πίνακας 4.16 Πίνακας βαρών.....	55
Πίνακας 4.17 Πίνακας τιμών για τις 10 επαναλήψεις για τις χρονιές 2000-2009.....	55
Πίνακας 4.21 Συνολικός πίνακας κάθε χρονιάς 2010-2019.....	58
Πίνακας 4.22 Πίνακας βαρών.....	59
Πίνακας 4.23 Πίνακας τιμών για τις 10 επαναλήψεις για τις χρονιές 2010-2019.....	59
Πίνακας 4.27 Συνολικός πίνακας για τις χρονιές 2000-2009.....	62
Πίνακας 4.28 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής.....	63
Πίνακας 4.29 Πίνακας αποφάσεων των decision makers.....	63
Πίνακας 4.30 Πίνακας 1 ^{ου} κριτηρίου.....	64
Πίνακας 4.31 Αριθμητικά αποτελέσματα 1 ^{ου} κριτηρίου.....	65
Πίνακας 4.32 Πίνακας βαρών για τα κριτήρια.....	65
Πίνακας 4.33 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	65
Πίνακας 4.34 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	66
Πίνακας 4.35 Πίνακας 2 ^{ου} κριτηρίου.....	67
Πίνακας 4.36 Αριθμητικά αποτελέσματα 2 ^{ου} κριτηρίου.....	67
Πίνακας 4.37 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	67
Πίνακας 4.38 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	68
Πίνακας 4.39 Πίνακας 3 ^{ου} κριτηρίου.....	69
Πίνακας 4.40 Αριθμητικά αποτελέσματα 3 ^{ου} κριτηρίου.....	69
Πίνακας 4.41 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	70

Πίνακας 4.42 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	71
Πίνακας 4.43 Πίνακας 4 ^ο κριτηρίου.....	71
Πίνακας 4.44 Αριθμητικά αποτελέσματα 4 ^ο κριτηρίου.....	72
Πίνακας 4.45 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	72
Πίνακας 4.46 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	73
Πίνακας 4.47 Πίνακας 5 ^ο κριτηρίου.....	74
Πίνακας 4.48 Αριθμητικά αποτελέσματα 5 ^ο κριτηρίου.....	74
Πίνακας 4.49 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	75
Πίνακας 4.50 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	76
Πίνακας 4.51 Πίνακας μηνών για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2000-2009.....	76
Πίνακας 4.53 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής.....	78
Πίνακας 4.54 Πίνακας ασαφών συνόλων των decision makers.....	79
Πίνακας 4.55 Πίνακας 1 ^ο κριτηρίου.....	80
Πίνακας 4.56 Αριθμητικά αποτελέσματα 1 ^ο κριτηρίου.....	80
Πίνακας 4.57 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	81
Πίνακας 4.58 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	82
Πίνακας 4.59 Πίνακας 2 ^ο κριτηρίου.....	82
Πίνακας 4.60 Αριθμητικά αποτελέσματα 2 ^ο κριτηρίου.....	83
Πίνακας 4.61 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	83
Πίνακας 4.62 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	84
Πίνακας 4.63 Πίνακας 3 ^ο κριτηρίου.....	85
Πίνακας 4.64 Αριθμητικά αποτελέσματα 3 ^ο κριτηρίου.....	85
Πίνακας 4.65 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	86
Πίνακας 4.66 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	86
Πίνακας 4.67 Πίνακας 4 ^ο κριτηρίου.....	87
Πίνακας 4.68 Αριθμητικά αποτελέσματα 5 ^ο κριτηρίου.....	88
Πίνακας 4.69 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	88
Πίνακας 4.70 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	89
Πίνακας 4.71 Πίνακας 5 ^ο κριτηρίου.....	90
Πίνακας 4.72 Αριθμητικά αποτελέσματα 5 ^ο κριτηρίου.....	90
Πίνακας 4.73 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	90
Πίνακας 4.74 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	91
Πίνακας 4.75 Πίνακας μηνών για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2010-2019.....	92

Πίνακας 4.77 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής.....	94
Πίνακας 4.78 Πίνακας ασαφών συνόλων των decision makers.....	95
Πίνακας 4.79 Πίνακας 1 ^ο κριτηρίου.....	95
Πίνακας 4.80 Αριθμητικά αποτελέσματα 1 ^ο κριτηρίου.....	96
Πίνακας 4.81 Πίνακας βαρών για τα κριτήρια.....	96
Πίνακας 4.82 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	96
Πίνακας 4.83 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	97
Πίνακας 4.84 Πίνακας 2 ^ο κριτηρίου.....	98
Πίνακας 4.85 Αριθμητικά αποτελέσματα 2 ^ο κριτηρίου.....	98
Πίνακας 4.86 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	98
Πίνακας 4.87 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	99
Πίνακας 4.88 Πίνακας χρονιάς για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2000-2009.....	100
Πίνακας 4.90 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής.....	102
Πίνακας 4.91 Πίνακας ασαφών συνόλων των decision makers.....	102
Πίνακας 4.92 Πίνακας 1 ^ο κριτηρίου.....	103
Πίνακας 4.93 Αριθμητικά αποτελέσματα 1 ^ο κριτηρίου.....	104
Πίνακας 4.94 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	104
Πίνακας 4.95 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	105
Πίνακας 4.96 Πίνακας 2 ^ο κριτηρίου.....	105
Πίνακας 4.97 Αριθμητικά αποτελέσματα 2 ^ο κριτηρίου.....	106
Πίνακας 4.98 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς.....	106
Πίνακας 4.99 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη.....	107
Πίνακας 4.100 Πίνακας χρονιάς για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2010-2019.....	108
Πίνακας 5.1 Πίνακας μηνών δεκαετίας 2000-2009.....	110
Πίνακας 5.2 Πίνακας μηνών δεκαετίας 2010-2019.....	111
Πίνακας 5.3 Πίνακας χρονολογίας δεκαετίας 2000-2009.....	111
Πίνακας 5.4 Πίνακας χρονολογίας δεκαετίας 2010-2019.....	112

ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ/ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 2.1 Ασαφής γνωστικός χάρτης.....	21
Εικόνα 3.1 Απεικόνιση ασαφή γνωστικού χάρτη για το παράδειγμα.....	32
Εικόνα 3.4 Ο τύπος R και η τελική μορφή του.....	41
Εικόνα 4.5 Ασαφής γνωστικός χάρτης για το παράδειγμα.....	48
Εικόνα 4.6 Τιμές επαναλήψεων.....	48
Εικόνα 4.7 Γράφημα για το παράδειγμα.....	49
Εικόνα 4.12 Ασαφής γνωστικός χάρτης για το παράδειγμα.....	53
Εικόνα 4.13 Γράφημα για το παράδειγμα.....	53
Εικόνα 4.14 Τιμές επαναλήψεων.....	53
Εικόνα 4.18 Ασαφής γνωστικός χάρτης.....	57
Εικόνα 4.19 Γράφημα για το παράδειγμα.....	57
Εικόνα 4.20 Τιμές επαναλήψεων.....	58
Εικόνα 4.24 Ασαφής γνωστικός χάρτης.....	61
Εικόνα 4.25 Γράφημα για το παράδειγμα.....	61
Εικόνα 4.26 Τιμές επαναλήψεων.....	62
Εικόνα 4.52 Γράφημα για τους μήνες 2000-2009.....	77
Εικόνα 4.76 Γράφημα για τους μήνες 2010-2019.....	93
Εικόνα 4.89 Γράφημα για τις χρονιές 2000-2009.....	101
Εικόνα 4.101 Γράφημα για τις χρονιές 2010-2019.....	109

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η έννοια της υποστήριξης αποφάσεων (σύμφωνα με τον Kenn-1978) έχει εξελιχθεί χάρη σε δύο κύριους τομείς έρευνας: τη θεωρητική μελέτη της οργανωτικής λήψης αποφάσεων που έγινε στο Ινστιτούτο Τεχνολογίας Carnegie στα τέλη της δεκαετίας του 1950, και των τεχνικών εργασιών σε διαδραστικά συστήματα υπολογιστών που έγινε στο MIT τη δεκαετία του 1960. Θεωρείτε ότι η έννοια των Συστημάτων Υποστήριξης Αποφάσεων έγινε τομέας ξεχωριστής έρευνας στα μέσα της δεκαετίας του 1970. [1]

Ο ορισμός και η σκοπιά των ΣΥΑ αλλάζει με την πάροδο του χρόνου (σύμφωνα με τον Sol-1987). Στη δεκαετία του 1970 τα ΣΥΑ περιγράφονται ως ένα σύστημα βασιζόμενο σε υπολογιστή που βοηθά τη λήψη αποφάσεων. Στο τέλος της δεκαετίας το κίνημα των ΣΥΑ άρχισε να επικεντρώνεται σε διαδραστικό υπολογιστικό σύστημα το οποίο βοηθά τον αποφασίζοντα να χρησιμοποιεί βάσεις δεδομένων και μοντέλα για να λύσει κακώς δομημένα προβλήματα.[2]

Η εφαρμογή των ΣΥΑ σε διάφορους τομείς ήταν συμβολική. Το 1987 η Texas Instruments ολοκλήρωσε την ανάπτυξη της απεικόνισης συστημάτων εκχώρησης πύλης. Στις αρχές του 1990 η αποθήκευση δεδομένων και η on-line αναλυτική επεξεργασία ξεκίνησαν να διευρύνουν το πεδίο των ΣΥΑ καθώς με την αλλαγή της δεκαετίας νέες αναλυτικές επεξεργασίες βασιζόμενες στο διαδίκτυο εμφανίζονται. Η έλευση όλο και καλύτερων τεχνολογιών έδωσε τη δυνατότητα στα ΣΥΑ να αναδειχθούν ως σημαντικό συστατικό του σχεδιασμού management. [3]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. Γενικές πληροφορίες

Το κεφάλαιο αυτό θεωρείτε εισαγωγικό κομμάτι της πτυχιακής εργασίας. Παρουσιάζεται ο σκοπός της έρευνας για την εργασία και γενικές πληροφορίες που θα βοηθήσουν στην κατανόηση και εκμάθηση των εννοιών που ακολουθεί στα επόμενα κεφάλαια.

1.1 Σκοπός

Σκοπός της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι η ανάλυση των ΣΥΑ που γίνεται στα πρώτα κεφάλαια με τα σημαντικότερα μοντέλα σε θεωρητικό επίπεδο. Στην συνέχεια παρουσιάζεται η σχεδίαση τους. Το πρόβλημα που εξετάστηκε και παρουσιάζονται αποτελέσματα είναι η βροχόπτωση στην περιοχή της Άρτας. Θα απαντηθούν ερωτήματα όπως: ποία χρονιά ήταν πιο καταστροφική με κίνδυνο πλημμύρας ή ποιος μήνας ήταν εκείνος που έβρεξε ελάχιστα με κίνδυνο ξηρασίας. Με την βοήθεια των τύπων και των αλγόριθμων των μοντέλων χωρίς την βοήθεια κάποιου προγράμματος αλλά καθαρά με μαθηματικό τρόπο καταλήγουμε σε αποτελέσματα που αναλύονται στο τελευταίο κεφάλαιο της παρούσας εργασίας. Τέλος στόχος της πτυχιακής εργασίας είναι η κατανόηση αλλά κυρίως το συμπέρασμα ποιο μοντέλο από αυτά που θα αναλύσουμε είναι πιο αξιόπιστο.

1.2 Γενικές πληροφορίες λήψεις αποφάσεων

Πολλές φορές προκύπτουν περιπτώσεις όπου υπάρχουν πολλοί παράγοντες ή παράμετροι στις οποίες βασίζεται μια απόφαση. Είμαστε όλοι κατά κάποιον τρόπο υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων. Ότι κάνουμε συνειδητά ή ασυνειδητά είναι το αποτέλεσμα κάποιας απόφασης. Οι πληροφορίες που συλλέγουμε είναι για να μας βοηθήσουν να καταλάβουμε περιστατικά, προκειμένου να αναπτύξουμε καλές κρίσεις απόφασης σχετικά με αυτά τα περιστατικά.

Η λήψη αποφάσεων, για την οποία συγκεντρώνουμε τις περισσότερες πληροφορίες μας, έχει γίνει σήμερα μια μαθηματική επιστήμη. Η λήψη αποφάσεων, περιλαμβάνει πολλά κριτήρια και υποκριτήρια, χρησιμοποιείται για να ταξινομήσει τις εναλλακτικές λύσεις μιας απόφασης. Πρέπει να δημιουργηθούν προτεραιότητες για τις εναλλακτικές λύσεις σε

σχέση με τα κριτήρια ή υποκείμενα αλλά και για τα κριτήρια με υψηλότερο στόχο, ή αν εξαρτώνται από τις εναλλακτικές λύσεις, τότε από την άποψη των εναλλακτικών λύσεων.

Τα κριτήρια μπορεί να είναι άυλα και δεν έχουν μετρήσεις για να χρησιμεύσουν ως οδηγός για την ταξινόμηση των εναλλακτικών λύσεων και τη δημιουργία προτεραιοτήτων για τα ίδια τα κριτήρια προκειμένου να σταθμιστούν οι προτεραιότητες των εναλλακτικών λύσεων και να προστεθούν όλα τα κριτήρια για την επίτευξη των επιθυμητών συνολικών τάξεων. Τα μοντέλα λήψης είναι μοντέλα επιλογής και χρησιμοποιούνται για την αξιολόγηση, κατατάσσοντας και επιλέγοντας την καταλληλότερη εναλλακτική λύση. Πολύ συχνά αυτά τα κριτήρια είναι αλληλοσυγκρουόμενα μεταξύ τους.

Για παράδειγμα οι εναλλακτικές λύσεις σε ένα πρόβλημα MADM αξιολογούνται από τις ιδιότητες και την πιο κατάλληλη εναλλακτική επιλογή ή κατατάσσονται σύμφωνα με την αξία του χαρακτηριστικού για κάθε εναλλακτική και τη σημασία της κάθε ιδιότητας για τον υπεύθυνο λήψης αποφάσεων.

Οι περισσότερες διαδικασίες λήψης αποφάσεων είναι δυναμικές. Απαιτούνται κρίσιμες αποφάσεις πολλαπλές και αλληλένδετες χρονοβόρες αποφάσεις μέσα σε έντονα αβέβαια και τόσο περίπλοκα σενάρια. Η ανάλυση σεναρίων, που ονομάζεται επίσης σχεδιασμός σεναρίων, είναι πρώτου στρατηγικού σχεδιασμού για τον ευέλικτο μακροπρόθεσμο προγραμματισμό. Είναι σε μεγάλο βαθμό μια προσαρμογή και γενίκευση των κλασσικών μεθόδων.[4]

Το ΣΥΑ που αναπτύχθηκε είναι ένα εργαλείο που βοηθάει τον αποφασίζοντα σε καταστάσεις όπου επιθυμεί να αξιολογήσει και κατατάξει διάφορες δράσεις (εναλλακτικές, προσφορές, στρατηγικά έργα, κλπ) οι οποίες ορίζονται από διάφορα κριτήρια. Η απόδοση αυτών των δράσεων σε κάθε ένα από τα κριτήρια μπορεί να είναι γνωστή με ένα βαθμό αβεβαιότητας με βάση τη λογική ότι αυτά χαρακτηρίζονται από μια πιθανοτική κατανομή σε κάθε εκτιμώμενο τμήμα του κριτηρίου. Γενικά, το ΣΥΑ δίνει τη δυνατότητα για κατάταξη όλων των δράσεων η οποία καθορίζεται από μια συνάρτηση χρησιμότητας που δημιουργείται για να προβάλλει το σύστημα προτιμήσεων του αποφασίζοντα.

Κατά την προσπάθεια, όμως, εξέτασης όλων των παραμέτρων ενός προβλήματος και των κριτηρίων/παραγόντων που επηρεάζουν τη λήψη της κατάλληλης απόφασης, γεννάται ένα ιδιαίτερα σημαντικό πρόβλημα, το οποίο ορισμένες φορές αποθαρρύνει τους αποφασίζοντες και αναλυτές από την υιοθέτηση αυτής της πιο ρεαλιστικής προσέγγισης. Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο μπορεί να πραγματοποιηθεί η σύνθεση όλων των παραμέτρων ώστε να επιτευχθεί η λήψη ορθολογικών αποφάσεων.

Όπως είναι κατανοητό, το αποτέλεσμα της όποιας ανάλυσης πραγματοποιείται με σκοπό την αντιμετώπιση ενός προβλήματος λήψης αποφάσεων, έχει ως τελικό αποδέκτη τον ίδιο τον αποφασίζοντα. Συνεπώς, η ανάπτυξη υποδειγμάτων λήψης αποφάσεων μέσω μεθοδολογικών προσεγγίσεων που δεν είναι σε θέση να ενσωματώσουν τον αποφασίζοντα και τις προτιμήσεις του στη διαδικασία ανάπτυξης των υποδειγμάτων αυτών, ουσιαστικά προσδίδουν στον αποφασίζοντα έναν παθητικό ρόλο, ο οποίος περιορίζεται στην παρακολούθηση και εφαρμογή των αποτελεσμάτων μαθηματικών υποδειγμάτων.

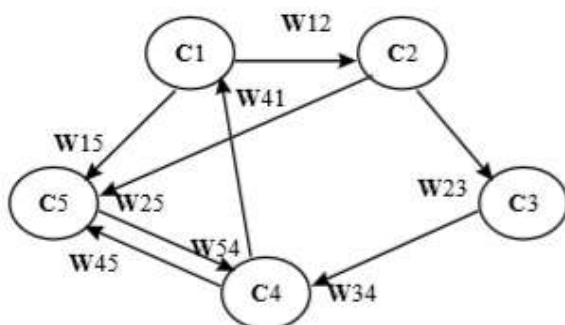
Απώτερος στόχος είναι η παροχή των απαραίτητων πληροφοριών για την υποστήριξη της διαδικασίας λήψης των αποφάσεων, συμβάλλοντας στην Λήψη αποφάσεων με πολλαπλά κριτήρια. Στην παρούσα εργασία θα αναφερθούν τρία μοντέλα ΣΥΑ. Τα οποία είναι: η μέθοδος Ασαφής Γνωστικοί Χάρτες (FCM), η τεχνική για την ταξινόμηση προτιμήσεων από την ομοιότητα με την ιδανική λύση (TOPSIS) και η λήψη αποφάσεων πολλαπλών χαρακτηριστικών (MADM).

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. Εισαγωγή και περιγραφή των μοντέλων ΣΥΑ

Μετά την εισαγωγή που έγινε παραπάνω στο κεφάλαιο αυτό γίνεται η αναλυτική περιγραφή των μοντέλων ΣΥΑ που θα εξετάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο γίνονται πιο αναλυτικά κάθε μοντέλο ξεχωριστά με τους τύπους και τον αλγόριθμο. Εδώ παρουσιάζεται και ένα ακόμη μοντέλο που δεν χρησιμοποιήθηκε στην σχεδίαση. Σκοπός της αναφοράς στο μοντέλο αυτό είναι να τονιστούν οι διαφορές και οι ομοιότητες με άλλα μοντέλα.

2.1 Ασαφής Γνωστικοί Χάρτες (FCM)

Οι Ασαφής Γνωστικοί Χάρτες (FCM) είναι ένα εργαλείο για την λήψη αποφάσεων και χρησιμοποιείται ως ένα σύστημα λήψης ομαδικών αποφάσεων. Ένα FCM είναι μια γραφική αναπαράσταση ενός συστήματος που χρησιμοποιείται για την απεικόνιση των σχέσεων αιτίας και επίδρασης μεταξύ κόμβων, δίνοντας έτσι την ευκαιρία να περιγράψουμε τη συμπεριφορά του με έναν απλό και συμβολικό τρόπο.



Εικόνα 2.1- Ασαφής γνωστικός χάρτης [24]

Η FCM είναι μια καινοτόμος και ευέλικτη τεχνική για τη μοντελοποίηση της ανθρώπινης γνώσης στη διαδικασία λήψης αποφάσεων. Επιπλέον, η FCM παρέχει άριστους μηχανισμούς για την ανάπτυξη ασκήσεων πρόβλεψης, ειδικά για ανάλυση. Οι FCMs χρησιμοποιήθηκαν ως επί το πλείστον για την κατασκευή και την ανάλυση διαφορετικών σεναρίων αντί για την επιλογή της καλύτερης εναλλακτικής λύσης μεταξύ ενός συνόλου διακριτών επιλογών.

Ένας FCM είναι ένας γνωστικός χάρτης μέσα στον οποίο μπορούν να χρησιμοποιηθούν οι σχέσεις μεταξύ των στοιχείων (π.χ. έννοιες, γεγονότα, πόροι έργου) ενός «πνευματικού τοπίου» για να υπολογιστεί η «δύναμη αντίκτυπου» αυτών των στοιχείων.[5] Ο γνωστικός

χάρτης έχει σχεδιαστεί για να συλλάβει τους αιτιώδεις ισχυρισμούς ενός ατόμου σε σχέση με ένα συγκεκριμένο τομέα και στη συνέχεια να τα χρησιμοποιήσει για να αναλύσει τις επιπτώσεις εναλλακτικών λύσεων, π.χ. πολιτικές ή επιχειρηματικές αποφάσεις σχετικά με την επίτευξη συγκεκριμένων στόχων.

Ο κύριος στόχος της οικοδόμησης ενός γνωστικού χάρτη (FCM) γύρω από ένα πρόβλημα είναι να είναι σε θέση να προβλέψει το αποτέλεσμα αφήνοντας τα σχετικά ζητήματα να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους. Αυτές οι προβλέψεις μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να διαπιστωθεί κατά πόσο μια απόφαση που έχει ληφθεί από κάποιον είναι συνεπής με ολόκληρη τη συλλογή δηλωμένων αιτιώδεις ισχυρισμών.

Θα μπορούσαμε να πούμε ότι FCM είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται για την αιτιώδη απόκτηση και εκπροσώπηση της γνώσης, υποστηρίζει τη διαδικασία αιτιολογικής αιτιώδους γνώσης και ανήκει στο νεύρο-ασαφές σύστημα που στοχεύει στην επίλυση προβλημάτων λήψης αποφάσεων, στη μοντελοποίηση και προσομοίωση πολύπλοκων συστημάτων.

Οι ασαφείς γνωστικοί χάρτες (FCM) έχουν αποκτήσει σημαντικό ερευνητικό ενδιαφέρον εξαιτίας της ικανότητάς τους να εκπροσωπούν δομημένες γνώσεις και σύνθετα συστήματα μοντέλων σε διάφορους τομείς. Αυτό το αυξανόμενο ενδιαφέρον οδήγησε στην ανάγκη βελτίωσης και δημιουργίας πιο αξιόπιστων μοντέλων που μπορούν να αντιπροσωπεύουν καλύτερα τις πραγματικές καταστάσεις. [6]

2.2 Η Τεχνική για την Ταξινόμηση Προτιμήσεων από την Ομοιότητα με την Ιδανική Λύση (TOPSIS)

Η τεχνική για την ταξινόμηση προτιμήσεων από την ομοιότητα με την ιδανική λύση (TOPSIS) είναι μια μέθοδος ανάλυσης αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων. Το TOPSIS βασίζεται στην ιδέα ότι η επιλεγμένη εναλλακτική λύση θα πρέπει να έχει τη συντομότερη γεωμετρική απόσταση από τη θετική ιδανική λύση και τη μεγαλύτερη γεωμετρική απόσταση από την αρνητική ιδανική λύση.[7] Η θετική ιδανική λύση αποτελείται από όλες τις καλύτερες τιμές που μπορούν να επιτευχθούν από τα κριτήρια, ενώ η αρνητική ιδανική λύση αποτελείται από όλες τις χειρότερες τιμές που μπορούν να επιτευχθούν από τα κριτήρια.

Η μέθοδος υποθέτει ότι κάθε ιδιότητα αναπαρίσταται από μια μονότονα αυξανόμενη ή μειούμενη συνάρτηση. Αυτό καθιστά εύκολο τον εντοπισμό της ιδανικής και της αρνητικά

ιδανικής λύσης.[8] Κατά συνέπεια, η διάταξη προτίμησης των εναλλακτικών λύσεων παράγεται μέσω της σύγκρισης των ευκλείδειων αποστάσεων ανάμεσα στην εναλλακτική και στην ιδανική και αρνητικά ιδανική λύση.

Είναι μια μέθοδος αντισταθμιστικού συνυπολογισμού που συγκρίνει ένα σύνολο εναλλακτικών λύσεων προσδιορίζοντας βάρη για κάθε κριτήριο, ομαλοποιώντας τις βαθμολογίες για κάθε κριτήριο και υπολογίζοντας τη γεωμετρική απόσταση μεταξύ κάθε εναλλακτικής και την ιδανική εναλλακτική λύση, η οποία είναι η καλύτερη βαθμολογία σε κάθε κριτήριο. Μια υπόθεση του TOPSIS είναι ότι τα κριτήρια αυξάνουν ή μειώνονται μονοτονικά.

Η κανονικοποίηση απαιτείται συνήθως επειδή οι παράμετροι ή τα κριτήρια είναι συχνά ασυνήθιστες διαστάσεις σε προβλήματα πολλαπλών κριτηρίων. Οι αντισταθμιστικές μέθοδοι όπως το TOPSIS επιτρέπουν την ανταλλαγή μεταξύ κριτηρίων, όπου ένα κακό αποτέλεσμα σε ένα κριτήριο μπορεί να απομακρυνθεί από ένα καλό αποτέλεσμα σε ένα άλλο κριτήριο. Αυτό παρέχει μια πιο ρεαλιστική μορφή μοντελοποίησης από τις μη αντισταθμιστικές μεθόδους, οι οποίες περιλαμβάνουν ή αποκλείουν εναλλακτικές λύσεις βασισμένες σε σκληρές αποκοπές.[9]

2.3 Η Λήψη Αποφάσεων Πολλαπλών Χαρακτηριστικών (MADM)

Η λήψη αποφάσεων πολλαπλών χαρακτηριστικών (MADM) είναι ένα σημαντικό μέρος της σύγχρονης επιστημονικής απόφασης. Υποθέτει ότι υπάρχει ένα σύνολο εναλλακτικών λύσεων με πολλαπλά χαρακτηριστικά τα οποία ο υπεύθυνος λήψης αποφάσεων πρέπει να αξιολογήσει και να αναλύσει. Ο στόχος του MADM είναι να βρει την πιο επιθυμητή εναλλακτική λύση ή να ταξινομήσει τις εφικτές εναλλακτικές λύσεις για τη στήριξη των αποφάσεων λήψης αποφάσεων. Έχει εφαρμοστεί εκτενώς σε πολλές πτυχές όπως η οικονομία, η διαχείριση, η μηχανική και η τεχνολογία. [10]

Το πρόβλημα της λήψης αποφάσεων πολλαπλών χαρακτηριστικών (MADM) είναι ένα από τα πιο κοινά και δημοφιλή ερευνητικά πεδία στη θεωρία της επιστήμης αποφάσεων. Έχουν προταθεί διάφορες μέθοδοι για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων. Ωστόσο, πολλοί από αυτούς υποθέτουν ότι τα βάρη των χαρακτηριστικών καθορίζονται από διαφορετικούς τύπους πρόσθετων πληροφοριών προτίμησης που θα οδηγήσουν σε υποκειμενική λήψη αποφάσεων.

Στα προβλήματα MADM, οι απαραίτητες πληροφορίες λήψης αποφάσεων περιλαμβάνουν τις τιμές των χαρακτηριστικών και τα βάρη των χαρακτηριστικών. Οι τιμές χαρακτηριστικών περιγράφουν τα χαρακτηριστικά, τις ιδιότητες και τις επιδόσεις εναλλακτικών. Τα βάρη χαρακτηριστικών χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση της σημασίας των χαρακτηριστικών. Λόγω της πολυπλοκότητας του πραγματικού κόσμου και της περιορισμένης ικανότητας γνώσης και αντίληψης των ανθρώπων, τόσο οι τιμές χαρακτηριστικών όσο και τα βάρη των χαρακτηριστικών είναι αβέβαια. Οι υπεύθυνοι λήψης αποφάσεων δεν είναι σε θέση να εκφράσουν ρητά τις προτιμήσεις ή τις εκτιμήσεις τους.[11]

Προβλήματα λήψης αποφάσεων πολλαπλών χαρακτηριστικών συναντώνται σε διάφορες καταστάσεις όπου πρέπει να επιλεγεί ένας αριθμός εναλλακτικών επιλογών και δράσεων από ένα σύνολο χαρακτηριστικών. Όταν εξετάζουμε ένα ξεχωριστό σύνολο εναλλακτικών λύσεων που περιγράφονται, υπάρχουν τρεις διαφορετικοί τύποι αναλύσεων που μπορούν να εκτελεστούν για να γίνει αυτό και παρέχουν σημαντική υποστήριξη στους υπεύθυνους λήψης αποφάσεων: οι λειτουργίες αξίας, η θεωρία χρησιμότητας και η απόσταση από το ιδανικό.

Ένα από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά μιας μεθόδου MADM είναι η ικανότητα μοντελοποίησης πιθανών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των κριτηρίων απόφασης. Ωστόσο η πλειοψηφία των μεθόδων MADM υποθέτει ότι τα κριτήρια είναι ανεξάρτητα το ένα με το άλλο που δεν είναι μια ρεαλιστική υπόθεση στα περισσότερα προβλήματα του πραγματικού κόσμου. Καθώς διάφορες μορφές αλληλεπιδράσεων μεταξύ κριτηρίων ενδέχεται να εμφανιστούν στα προβλήματα της πραγματικής ζωής απαιτούνται πιο περίπλοκες τεχνικές για την αντιμετώπιση των ιδιαίτερων αναγκών του υπό εξέταση προβλήματος. [12]

Η επιλογή της καταλληλότερης μεθόδου MADM οι πιθανές εναλλακτικές λύσεις στο μαζικό σύμπαν της λογοτεχνίας είναι ένα εξαιρετικά δύσκολο έργο στο οποίο δεν υπάρχει απλή απάντηση. Αν και οι προτεινόμενες κατευθυντήριες οδηγίες θεωρούνται χρήσιμες για την επιλογή των πλέον κατάλληλων εργαλείων ανάλυσης αποφάσεων, η διαδικασία γενικά είναι χρονοβόρα και φαίνεται απίθανη να πραγματοποιηθεί στις σημερινές εξαιρετικά ευέλικτες πρακτικές για την παραγωγή συστημάτων παραγωγής και υπηρεσιών.

Αντίθετα, δεν είναι εύκολο να βρεθεί ένας εμπειρογνώμονας ο οποίος έχει γνώση όλων των μεθόδων ανάλυσης αποφάσεων και να καταλήξει σε βέλτιστες μεθοδολογίες μετά από μια λεπτομερή συγκριτική μελέτη. Αντίθετα, μια υπερβολική πληθώρα διαθέσιμων μεθοδολογιών αναγκάζει τις επιχειρήσεις να εγκαταλείψουν τις επιστημονικές μεθόδους

λήψης αποφάσεων, μάλλον αναλύουν και αντιμετωπίζουν προβλήματα από τους τρόπους με τους οποίους εξοικειώνονται με τους οποίους είναι κυρίως διαισθητικοί.

Τα βασικά βήματα των αποφάσεων πολλαπλών χαρακτηριστικών είναι τα εξής:

- Καθορισμός χαρακτηριστικών αξιολόγησης του συστήματος που αφορούν τις δυνατότητες του συστήματος σε στόχους.
- Ανάπτυξη εναλλακτικών λύσεων συστήματα για την επίτευξη των στόχων (δημιουργία εναλλακτικών λύσεων).
- Αξιολόγηση εναλλακτικών σε όρους ιδιοτήτων (οι τιμές των λειτουργιών χαρακτηριστικών).
- Εφαρμογή μιας μεθόδου ανάλυσης κανονιστικών πολλαπλών χαρακτηριστικών.
- Αποδοχή μιας εναλλακτικής ως "βέλτιστης" (προτιμάται).
- Εάν η τελική λύση δεν γίνει αποδεκτή, συλλέξτε νέες πληροφορίες και πηγαίνετε στο επόμενο επανάληψη βελτιστοποίησης πολλαπλών χαρακτηριστικών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3. Αναλυτικά τα μοντέλα FCM και TOPSIS

Το κεφάλαιο αυτό είναι η συνέχεια του προηγούμενου. Εδώ σκοπός του κεφαλαίου είναι να μπούμε πιο βαθιά στα μοντέλα ΣΥΑ. Δεν είναι μόνο να τονίσουμε την περιγραφή τους αλλά εδώ παρουσιάζονται οι τύποι, οι αλγόριθμοι, τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα και ένα μικρό παράδειγμα στο καθένα για την καλύτερη κατανόηση τους. Τέλος αυτή η ενότητα είναι η πιο σημαντική ώστε να εφαρμόσουμε παρακάτω το παράδειγμα μας.

3.1 Ασαφής Γνωστικός Χάρτης - Fuzzy Cognitive Maps (FCM)

Οι γνωστικοί χάρτες πρωτοεμφανίστηκαν το 1948 από τον Edward C. Tolman. Ο ίδιος τόνιζε πως οι γνωστικοί χάρτες είναι μια διανοητική διεργασία με την οποία ο άνθρωπος μπορεί να αποκτήσει, να αποθηκεύσει, να κωδικοποιήσει, να θυμηθεί και να αποκωδικοποιήσει τις πληροφορίες αλληλεπιδρώντας με το περιβάλλον.

Σημαντικό ρόλο για την πορεία των γνωστικών χαρτών έπαιξε ο Ron Axelrod το 1976, εισήγαγε τους γνωστικούς χάρτες ως έναν επίσημο τρόπο εκπροσώπησης της κοινωνικής επιστημονικής γνώσης και της λήψης αποφάσεων σε μοντέλα κοινωνικών και πολιτικών συστημάτων, επίσης χρησιμοποιεί πολλές διαφορετικές τιμές για τις ακμές του γνωστικού χάρτη. Την έννοια «ασαφής» πρόσθεσε ο Bart Kosko ο οποίος επεκτείνει και απλοποιεί την μέθοδο η οποία αποτελείται από διάφορες μήτρες στις οποίες ο πολλαπλασιασμός εκτελείτε.

3.1.1 Μοντελοποίηση FCM

Ένας Ασαφής Γνωστικός Χάρτης (FCM) είναι μια γραφική παράσταση που αποτελείται από κόμβους που υποδεικνύουν τους πιο σχετικούς παράγοντες ενός περιβάλλοντος λήψης αποφάσεων. Τα FCM είναι ασαφείς υπογεγραμμένες γραφικές παραστάσεις με ανατροφοδότηση. Οι δεσμοί μεταξύ αυτών των κόμβων που αντιπροσωπεύουν τις σχέσεις μεταξύ αυτών των παραγόντων.

Το FCM είναι μια μεθοδολογία μοντελοποίησης για σύνθετα συστήματα αποφάσεων, η οποία προέρχεται από το συνδυασμό ασαφών λογικών και νευρωνικών δικτύων. Μια FCM περιγράφει τη συμπεριφορά ενός συστήματος όσον αφορά τις έννοιες. Κάθε έννοια που

αντιπροσωπεύει μια οντότητα, μια κατάσταση, μια μεταβλητή ή ένα χαρακτηριστικό του συστήματος.[13]

Οι γνωστικοί χάρτες είναι μια συλλογή κόμβων που συνδέονται με τόξα ή άκρα. Οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν έννοιες ή μεταβλητές σχετικές με ένα συγκεκριμένο τομέα. Οι αιτιώδεις δεσμοί μεταξύ αυτών των εννοιών αντιπροσωπεύονται από τις άκρες, οι οποίες προσανατολίζονται ώστε να δείχνουν την κατεύθυνση επιρροής. Το άλλο χαρακτηριστικό ενός άκρου είναι το σύμβολο του, το οποίο μπορεί να είναι θετικό (προωθητικό αποτέλεσμα) ή αρνητικό (ανασταλτικό αποτέλεσμα).

Χρήση FCMs στον πραγματικό κόσμο:

- Στις επιχειρήσεις, τα FCM μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον σχεδιασμό προϊόντων και την υποστήριξη αποφάσεων.
- Στην οικονομία, τα FCM υποστηρίζουν τη χρήση της θεωρίας των παιχνιδιών σε πιο πολύπλοκες ρυθμίσεις.
- Στην εκπαίδευση για τη μοντελοποίηση κρίσιμων παραγόντων επιτυχίας των συστημάτων διαχείρισης της μάθησης.
- Σε ιατρικές εφαρμογές σε μοντέλα συστημάτων, παρέχουν διάγνωση, αναπτύσσουν συστήματα υποστήριξης αποφάσεων και ιατρική αξιολόγηση .
- Στη μηχανική για τη μοντελοποίηση και τον έλεγχο κυρίως των πολύπλοκων συστημάτων και της μηχανικής αξιοπιστίας.
- Στο σχεδιασμό των έργων, τα FCM συμβάλλουν στην ανάλυση των αμοιβαίων εξαρτήσεων μεταξύ των πόρων του έργου.
- Στη ρομποτική τα FCM υποστηρίζουν μηχανές για την ανάπτυξη ασαφειών μοντέλων του περιβάλλοντός τους και για να χρησιμοποιήσουν αυτά τα μοντέλα για να κάνουν ομαλές αποφάσεις.
- Στην εκμάθηση που υποστηρίζεται από υπολογιστή, τα FCM επιτρέπουν στους υπολογιστές να ελέγχουν αν οι μαθητές καταλαβαίνουν τα μαθήματά τους.
- Σε συστήματα εμπειρογνομόνων μερικά ή περισσότερα FCM μπορούν να συγκεντρωθούν σε ένα FCM προκειμένου να επεξεργαστούν εκτιμήσεις των γνώριμων ατόμων.
- Στη διαχείριση έργων πληροφορικής, μια μεθοδολογία βασισμένη στην FCM συμβάλλει στην επιτυχημένη μοντελοποίηση, ανάλυση και αξιολόγηση κινδύνων, σενάρια πληροφορικής.

Με λίγα λόγια οι ασαφείς γνωστικοί χάρτες (FCM) ισχύουν περισσότερο όταν τα δεδομένα είναι στην πρώτη θέση. Οι FCM ασχολούνται με τη γνώμη εμπειρογνομόνων. Τα μοντέλα FCM διαμορφώνουν το κόσμο ως μια συλλογή τάξεων και αιτιακών σχέσεων μεταξύ των τάξεων. Το FCM είναι μια ποιοτική ή μάλλον ημιποσοτική και δυναμική μέθοδος για τη διάρθρωση της εμπειρογνωμοσύνης που στοχεύει να συλλάβει την αντίληψη ενός ατόμου για ένα συγκεκριμένο ζήτημα σε μια διαγραμματική μορφή. Τα γραφήματα FCM παρέχουν τόσο τον σχεδιαστεί όσο και τον ερωτώμενο με μια ανεπίσημη δομημένη διαδικασία που έχει την ικανότητα να δώσει πρόσθετες πεποιθήσεις, ιδέες και ιδέες σχετικά με ένα συγκεκριμένο τομέα.

Επιπλέον, αποκαλύπτονται επίσης οι αλληλεξαρτήσεις αυτών των εννοιών, παρέχοντας πληροφορίες σχετικά με το πώς η αλλαγή ενός ζητήματος μπορεί να επηρεάσει τις άλλες. Η επιλογή της μεθοδολογίας FCM για τη διερεύνηση της ανάπτυξης οφείλεται στα ακόλουθα πλεονεκτήματα: α) τα FCM είναι καλά δομημένα ώστε να αποτυπώνουν την πολυπλοκότητα. β) Οι FCMs είναι ικανές να αντιπροσωπεύουν τις ποσοτικές και ποιοτικές πληροφορίες που συλλέγονται από τη γνώμη των ενδιαφερομένων, υπερνικώντας την έλλειψη ποσοτικής αξιοπιστίας των δεδομένων λόγω αβεβαιότητας και γ) οι FCMs είναι κατάλληλες για να επεξηγήσουν τις επιπτώσεις της αλλαγής παραγόντων για ολόκληρα συστήματα, δεν είναι σε θέση να προβούν σε ποσοτικές προβλέψεις.

Επομένως, οι FCMs επιτρέπεται να προβλέπουν τις επιπτώσεις της πολιτικής που ακολουθείται στο σενάριο "what - if", υποθέτοντας ότι, δεδομένου ότι ο πραγματικός κόσμος είναι περίπλοκος, η γνώση μπορεί να αντληθεί από την αντίληψη των ατόμων που εμπλέκονται σε ένα συγκεκριμένο θέμα.

3.1.2 Τύπος FCM

3.1.2.1 Μέθοδος υπολογισμού

Κάθε κόμβος αντιπροσωπεύει ένα φυσικό ή όχι στοιχείο της περιγραφόμενης συμπεριφοράς του συστήματος και η τιμή της μεταβλητής του κόμβου καθορίζεται σε σχέση με τους διασυνδεδεμένους κόμβους αλλά και τους υπόλοιπους κόμβους του ΑΓΔ. Ακολουθούν δύο μέθοδοι υπολογισμού της τιμής της μεταβλητής κάθε κόμβου για κάθε βήμα προσομοίωσης.

Η πρώτη μέθοδος υπολογισμού λαμβάνει υπό όψιν μόνο τις αλληλεπιδράσεις από τους διασυνδεδεμένους κόμβους προκειμένου να υπολογίσει τη νέα μεταβλητή της τιμής κάθε κόμβου

$$A_i^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)})$$

Έτσι η τιμή της μεταβλητής του κόμβου C_i τη χρονική στιγμή θα είναι $A_i^{(k)}$ και εξαρτάται από τις τιμές των μεταβλητών των διασυνδεδεμένων κόμβων τη στιγμή $(k-1)$ πολλαπλασιασμένες με το αντίστοιχο βάρος W_{ij} . Το αποτέλεσμα του πολλαπλασιασμού αθροίζεται και μια συνάρτηση συμπίεσης f το επεξεργάζεται και το μετατρέπει σε μια τιμή που ανήκει στο διάστημα $[0,1]$ στο οποίο οι μεταβλητές των N κόμβων του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου παίρνουν τιμές.

Η δεύτερη μέθοδος υπολογισμού των τιμών των μεταβλητών των κόμβων χρησιμοποιεί και έναν άλλο όρο στο άθροισμα, ο οποίος περιλαμβάνει την προηγούμενη τιμή της μεταβλητής του υπολογιζόμενου κόμβου, ώστε να συμμετέχει άμεσα και η προηγούμενη τιμή στον καθορισμό της νέας. Η εφαρμογή της προηγούμενης τιμής της μεταβλητής κάθε κόμβου στον υπολογισμό της νέας τιμής επιδρά στη σύγκλιση του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου. Το Ασαφές Γνωστικό Δίκτυο οδηγείται πιο ομαλά στο επιθυμητό σημείο ισορροπίας. Ακόμη με αυτό τον τρόπο υπολογισμού επιτυγχάνεται πιο ομαλή μετάβαση από τη μια τιμή στην άλλη, καθώς κάθε κόμβος χαρακτηρίζεται από μνήμη ενός βήματος. Έτσι, η τιμή κάθε κόμβου υπολογίζεται, αθροίζοντας την προηγούμενη τιμή του και την επιρροή των άλλων κόμβων στο συγκεκριμένο κόμβο, με την εφαρμογή του ακόλουθου κανόνα υπολογισμού:

$$A_i^{(k)} = f(A_i^{(k-1)} + \sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)})$$

όπου

- $A_i^{(k)}$ είναι η τιμή του κόμβου C_i στο βήμα προσομοίωσης k ,
- $A_j^{(k-1)}$ είναι η τιμή του κόμβου C_j στο βήμα προσομοίωσης $k-1$,
- W_{ij} είναι το βάρος της αλληλεπίδρασης μεταξύ του κόμβου C_j στον κόμβο C_i και
- f είναι η σιγμοειδής συνάρτηση συμπίεσης.

Συνολικός κανόνας υπολογισμού των τιμών του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου

Γενικεύοντας τους κανόνες υπολογισμού των τιμών των μεταβλητών των κόμβων θα χρησιμοποιηθούν πίνακες για να περιγραφεί το συνολικό μαθηματικό μοντέλο. Εάν υποθεθεί ότι το Ασαφές Γνωστικό Δίκτυο αποτελείται από N κόμβους τότε ο πίνακας καταστάσεων A θα έχει διαστάσεις $1 \times n$, ο οποίος θα περιλαμβάνει τις τιμές των N κόμβων και θα υπάρχει και ο πίνακας βαρών W διάστασης $n \times n$, όπου κάθε στοιχείο e_{ij} του πίνακα βαρών W θα δίνει το βάρος w_{ij} της διασύνδεσης μεταξύ των κόμβων C_i και C_j

και οι τιμές της διαγωνίου του πίνακα βαρών είναι μηδέν αφού θεωρείται ότι κανένας κόμβος δεν επιδρά με τον εαυτό του, δηλαδή $w_{ij}=0$.

Έτσι λοιπόν η εξίσωση μπορεί να γραφεί σε μια πιο πλήρη μορφή, που περιλαμβάνει τον υπολογισμό των τιμών των μεταβλητών όλων των κόμβων του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου:

$$A^{(k)} = f(A_i^{(k-1)} + \sum W * A^{(k-1)})$$

Αυτή η εξίσωση υπολογίζει το νέο διάνυσμα κατάστασης $A(k)$, το οποίο προκύπτει από τον πολλαπλασιασμό του προηγούμενου, τη χρονική στιγμή $k - 1$, διανύσματος κατάστασης $A(k-1)$ με τον πίνακα βαρών W . Το νέο διάνυσμα κατάστασης δίνει τις νέες τιμές των n κόμβων, μετά τις αιτιατές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κόμβων του ΑΓΔ και την πρόσθεση του $A(k-1)$. [14]

3.1.2.2 Γενική μέθοδος υπολογισμού

Γενικεύοντας τη μέθοδο υπολογισμού προτάθηκε η εφαρμογή συντελεστών συμμετοχής σε καθέναν από τους παράγοντες που καθορίζουν την τελική τιμή των κόμβων του συστήματος. Με τον τρόπο αυτό υπεισέρχονται δύο νέες μεταβλητές δίνοντας μεγαλύτερη ευελιξία στην εξέταση προβλημάτων ευστάθειας-ελεγχιμότητας του συστήματος. Οπότε ο κανόνας υπολογισμού που προκύπτει από την παραπάνω σχέση θα είναι:

$$A_i^t = f(\gamma_2 A_i^{(t-1)} + \gamma_1 \sum_{j=1, j \neq i}^N W_{ij} * A_i^{(t-1)})$$

Ο συντελεστής γ_2 αντιπροσωπεύει το ποσοστό συμμετοχής της παλιάς τιμής κάθε κόμβου στο υπολογισμό της νέας τιμής και ο συντελεστής γ_1 εκφράζει το βαθμό επίδρασης των διασυνδεδεμένων κόμβων στον καθορισμό της νέας τιμής του κάθε κόμβου. Οι δύο συντελεστές γ_1 και γ_2 μπορούν να παίρνουν τιμές στο διάστημα $0 \leq \gamma_1(t), \gamma_2(t) \leq 1$ ανάλογα με τον επιθυμητό βαθμό συμμετοχής κάθε όρου στον υπολογισμό της συνολικής τιμής. Οι τιμές των δύο συντελεστών δεν είναι σταθερές και μπορεί να μεταβάλλονται μέσα στο χρόνο, δηλαδή $\gamma_1 = \gamma_1(t)$ και $\gamma_2 = \gamma_2(t)$. Κατά τη διάρκεια εκπαίδευσης του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου, η συμμετοχή της προηγούμενης τιμής κάθε κόμβου πρέπει να είναι μεγαλύτερη, ο συντελεστής γ_2 να είναι κοντά στη μονάδα και ο συντελεστής γ_1 να είναι σχετικά μικρός παίρνοντας τιμές κοντά στο 0.1, κάτι που θα αντιστραφεί με την μετάβαση στο στάδιο μόνιμης λειτουργίας του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου.

Συνολικός κανόνας υπολογισμού των τιμών του Ασαφούς Γνωστικού Δικτύου Γενικεύοντας τους κανόνες υπολογισμού των τιμών των κόμβων, θα χρησιμοποιηθούν πίνακες για να περιγραφεί το συνολικό μαθηματικό μοντέλο. Εάν υποθεθεί ότι το Ασαφές Γνωστικό Δίκτυο αποτελείται από N κόμβους, τότε ο πίνακας καταστάσεων A θα έχει διαστάσεις $1 \times n$, ο οποίος θα περιλαμβάνει τις τιμές των N κόμβων και θα υπάρχει και ο πίνακας βαρών W διάστασης $n \times n$, όπου κάθε στοιχείο e_{ij} του πίνακα βαρών W_{ij} της διασύνδεσης μεταξύ των κόμβων C_i και C_j . [15]

3.1.2.3 Συνάρτηση συμπίεσης

Η επιλογή της συνάρτησης συμπίεσης εξαρτάται από τη μέθοδο που χρησιμοποιείται για να περιγράψει τους κόμβους. Γενικά υπάρχουν δύο είδη συναρτήσεων συμπίεσης που χρησιμοποιούνται. Η πιο συνηθισμένη συνάρτηση συμπίεσης που χρησιμοποιείται είναι η σιγμοειδής που έχει την παρακάτω μορφή:

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-\lambda x}}$$

όπου η παράμετρος $\lambda > 0$, καθορίζει την κύρτωση της σιγμοειδούς συνάρτησης f . Η τιμή $\lambda=1$, η οποία δίνει πολύ καλά αποτελέσματα και προτείνεται.

Μια δεύτερη συνάρτηση συμπίεσης που μετασχηματίζει το περιεχόμενό της στο διάστημα $[-1,1]$ χρησιμοποιείται ακόμη στα ΑΓΔ σε κάποιες συγκεκριμένες εφαρμογές:

$$f(x) = \tanh(x)$$

Επίσης, οι συναρτήσεις συμπίεσης που χρησιμοποιούνται στα Νευρωνικά Δίκτυα μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στην περίπτωση των Ασαφών Γνωστικών Δικτύων. Η επιλογή κάθε συνάρτησης συμπίεσης εξαρτάται από την εφαρμογή, η οποία καθορίζει και το διάστημα, στο οποίο η μεταβλητή κάθε κόμβου μπορεί να παίρνει τιμές.

3.1.3 Αλγόριθμος FCM

Ένας απλός αλγόριθμος προσομοίωσης ενός ασαφούς γνωστικού χάρτη ακολουθεί τα εξής παρακάτω βήματα. Σκοπός του αλγόριθμου είναι να βρούμε τις κατάλληλες τιμές που θα πάρουν οι κόμβοι έτσι ώστε ο αλγόριθμος να συγκλίνει, δηλαδή ο κόμβος στο επόμενο βήμα να πάρει ίδια τιμή με αυτήν που πήρε στο προηγούμενο βήμα. Τα τελικά αποτελέσματα μας δείχνουν ότι από αλληλεπίδραση μεταξύ των κόμβων των κόμβων οι κόμβοι κατέληξαν στις συγκεκριμένες τιμές.

Αρχή

Βήμα 1: $t=0$ Διάβασε το αρχικό διάνυσμα τιμών καταστάσεων A_0 , $t=0$

Βήμα 2: Δώσε τον πίνακα με τα βάρη των διασυνδέσεων μεταξύ των κόμβων W .

Βήμα 3: $t=t+1$

Βήμα 4: Υπολόγισε την καινούρια τιμή καταστάσεως κάθε κόμβου $A_i(t)$

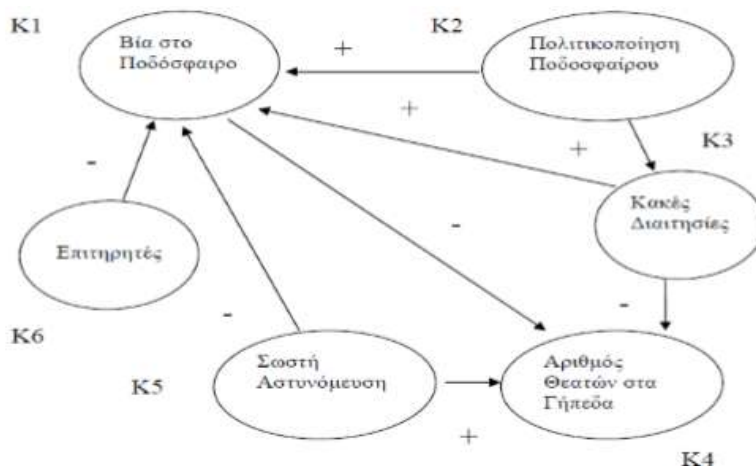
Βήμα 5: Εφαρμόζουμε τη συνάρτηση μεταφοράς στο διάνυσμα με τις νέες τιμές καταστάσεων των κόμβων $f(A(t))$

Βήμα 6: Ελέγχουμε εάν $A(t) == A(t-1)$ ή $t == \text{μέγιστος αριθμός επαναλήψεων}$ τότε ο αλγόριθμος σταματά αλλιώς

Πήγαινε στο βήμα 3 [16]

3.1.4 Παράδειγμα FCM

Ένας γνωστικός χάρτης είναι ένας κατευθυνόμενος γράφος. Αποτελείται από κόμβους και κατευθυνόμενες ακμές-διασυνδέσεις. Κάθε κόμβος αναπαριστά και μια έννοια. Όταν ένας κόμβος επηρεάζει θετικά έναν άλλο κόμβο τότε έχουμε μια θετική ακμή. Αντίστοιχα αν έχουμε μια αρνητική ακμή από τον A στον B τότε σημαίνει ότι ο A επιδρά αρνητικά στον B . Μπορούμε να θέσουμε ως παράδειγμα το πρόβλημα της βίας στο ποδόσφαιρο. Ο ακόλουθος γράφος θα είναι ως εξής:



Εικόνα 3.1 Απεικόνιση ασαφή γνωστικού χάρτη για το παράδειγμα

Όπως βλέπουμε στον παραπάνω γράφο, η σωστή αστυνόμευση επιδρά κατά τις βίας στο ποδόσφαιρο. Υπάρχει δηλαδή αρνητική σχέση μεταξύ τους. Αν υπάρχει σωστή αστυνόμευση τόσο μικρότερη θα είναι η βία στο ποδόσφαιρο. Επίσης όση μεγαλύτερη είναι η πολιτικοποίηση τόσο θα υπάρχουν κακές διαιτησίες. Υπάρχει δηλαδή θετική σχέση

μεταξύ τους. Όσο υπάρχουν κακές διαιτησίες τόσο αυξάνεται η βία στο ποδόσφαιρο. Όσο περισσότεροι επιτηρητές υπάρχουν τόσο λιγότερη βία στο ποδόσφαιρο.

Από τον παραπάνω γνωστικό χάρτη βγάζουμε το συμπέρασμα ότι η βία στο ποδόσφαιρο επηρεάζει θετικά, αυξάνεται δηλαδή, με τις κακές διαιτησίες και την πολιτικοποίηση του ποδοσφαίρου και μειώνεται με την σωστή αστυνόμευση και την παρουσία των επιτηρητών στις κερκίδες. Επίσης οι κακές διαιτησίες και η βία στα γήπεδα επηρεάζουν αρνητικά τον αριθμό των φιλάθλων που πηγαίνουν στα γήπεδα σε αντίθεση με την σωστή αστυνόμευση των γηπέδων που τον επηρεάζουν θετικά.

Ο παρακάτω πίνακας που απεικονίζεται δείχνει τις σχέσεις μεταξύ των κόμβων του γνωστικού χάρτη του παραδείγματος μας και είναι ο εξής:

	K1	K2	K3	K4	K5	K6
K1	0	0	0	-1	0	0
K2	1	0	1	0	0	0
K3	1	0	0	-1	0	0
K4	0	0	0	0	0	0
K5	-1	0	0	1	0	0
K6	-1	0	0	0	0	0

Πίνακας 3.2 Οι κόμβοι του γνωστικού χάρτη

Σε αυτόν τον πίνακα τα K1,K2,K3,K4,K5 και K6 συμβολίζουν τους κόμβους του γνωστικού χάρτη και οι τιμές e_{ij} όπου $e_{ij}=(K_i,K_j)$ συμβολίζουν τα βάρη για κάθε ακμή δηλαδή την επίδραση του κόμβου K_i στον κόμβο K_j . Το βάρος κάθε ακμής μπορεί να πάρει ως τιμή τα -1, το μηδέν και το 1. Η τιμή 1 συμβολίζει την θετική επίδραση του κόμβου K_i στον κόμβο K_j , η τιμή -1 την αρνητική επίδραση και η τιμή 0 καμία επίδραση από τον πρώτο κόμβο στον δεύτερο. Για παράδειγμα αν πάρουμε τον κόμβο K5, που αντιπροσωπεύει την σωστή αστυνόμευση, σε αντιστοίχιση με τον κόμβο K1, που αντιπροσωπεύει την βία στα γήπεδα, η τιμή που έχει το e_{51} είναι -1 κάτι που σημαίνει, όπως είπαμε και πιο πάνω, ότι εάν υπάρχει σωστή αστυνόμευση τότε τόσο λιγότερη βία στα γήπεδα δηλαδή επηρεάζει αρνητικά την βία στα γήπεδα.

Παρόλη την χρησιμότητα τους οι απλή γνωστικές χάρτες παρουσιάζουν ένα πρόβλημα σε πολλές περιπτώσεις όσον αφορά το βάρος της επίδρασης από της επίδρασης από κόμβο σε κόμβο. Για παράδειγμα στο παράδειγμα μας έχουμε τις κακές διαιτησίες και την πολιτικοποίηση του ποδοσφαίρου να επηρεάζουν θετικά τη βία στα γήπεδα. Όμως η επίδραση αυτή δεν είναι η ίδια και στις δύο περιπτώσεις. Σίγουρα οι κακές διαιτησίες αυξάνουν πολύ περισσότερο τη βία στο γήπεδο σε σχέση με την πολιτικοποίηση του ποδοσφαίρου όπου δεν επηρεάζει τόσο τη βία στο γήπεδο. [17]

3.2 Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution (TOPSIS)

Η τεχνική για την ταξινόμηση προτιμήσεων από την ομοιότητα με την ιδανική λύση (TOPSIS) είναι μια μέθοδος ανάλυσης αποφάσεων πολλαπλών κριτηρίων, η οποία αναπτύχθηκε αρχικά από τους Ching-Lai Hwang και Yoon το 1981. Με περαιτέρω εξελίξεις από τον Yoon το 1987 και Hwang, Lai και Liu το 1993. Το TOPSIS βασίζεται στην ιδέα ότι η επιλεγμένη εναλλακτική λύση θα πρέπει να έχει τη συντομότερη γεωμετρική απόσταση από τη θετική ιδανική λύση και τη μεγαλύτερη γεωμετρική απόσταση από την αρνητική ιδανική λύση.[18]

3.2.1 Αναλυτικά η μέθοδος TOPSIS

Η μέθοδος TOPSIS είναι μια διαδικασία με την οποία μπορούμε να βρούμε ποια είναι η ιδανική λύση σε κάποιο συγκεκριμένο πρόβλημα μέσα από έναν αριθμό εναλλακτικών που έχουμε θέσει.

Η μέθοδος TOPSIS απαιτεί από τον λήπτη της απόφασης μόνο ένα ελάχιστο αριθμό δεδομένων. Οι μόνες παράμετροι που τίθενται είναι τα βάρη και τα κριτήρια που θα περάσει μέσα στο λογισμικό της μεθόδου. Βασική ιδέα της μεθόδου είναι η καλύτερη λύση στο πρόβλημα μας είναι αυτή που έχει τη μικρότερη απόσταση από την καλύτερη λύση.

Είναι μια μέθοδος πολυκριτήριας ανάλυσης όπου σύμφωνα με το ακρώνυμο της Technique for Order Performance by Similarity to Ideal Solution διαπιστώνουμε ότι αναφέρεται ως μια διαδικασία λήψης αποφάσεων πολλαπλών χαρακτηριστικών με την οποία ψάχνουμε να βρούμε την ιδανική λύση στο πρόβλημα μας. Είναι μια χρήσιμη και πρακτική τεχνική για την ταξινόμηση και την επιλογή ενός αριθμού εναλλακτικών λύσεων μέσω μέτρων απόστασης.

Χρησιμοποιείται για 4 κύριους λόγους

1. Η TOPSIS είναι μέθοδος λογική και κατανοητή.
2. Οι διαδικασίες υπολογισμού της μεθόδου είναι απλές.
3. Η μέθοδος επιτρέπει την αναζήτηση των καλύτερων εναλλακτικών λύσεων για κάθε κριτήριο που απεικονίζεται σε απλή μαθηματική μορφή.
4. Τα βάρη σημαντικότητας ενσωματώνονται στις διαδικασίες σύγκρισης. [19]

Η μεθοδολογία της TOPSIS εξετάζει τόσο τις αρνητικές όσο και τις θετικές λύσεις σε μια σειρά προτιμήσεων και με βάση αυτά έχουμε και την κατάταξη μας. Η θετική ιδανική λύση είναι αυτή που μεγιστοποιεί το κριτήριο που θεωρούμε οι είναι το καλύτερο ενώ η αρνητική ιδανική λύση είναι αυτή που μεγιστοποιεί τα κριτήρια κόστους. Συνοπτικά η θετική ιδανική λύση αποτελείται από τις καλύτερες τιμές των κριτηρίων μας ενώ η αρνητική από τις χειρότερες τιμές που μπορούν να επιτευχθούν.

Σε σύγκριση με άλλες τεχνικές η TOPSIS είναι μια σημαντική τεχνική που εξαρτάται από τα δεδομένα τις μήτρες αξιολογήσεις του προβλήματος και τα βάρη που θέτει ο λήπτης της απόφασης.

Για να πραγματοποιηθεί η μεθοδολογία της TOPSIS χρειάζεται μόνο η εισαγωγή ενός μικρού όγκου δεδομένων από τον χρήστη και τα δεδομένα που εξάγουμε είναι κατανοητά από τον ερευνητή. Οι μόνες αντικειμενικές παράμετροι είναι τα βάρη. Η βασική ιδέα της TOPSIS είναι ότι η καλύτερη λύση είναι αυτή που έχει τη συντομότερη απόσταση από την πιο μακρινή απόσταση από μια όχι και τόσο ιδανική λύση. Σημαντικό στοιχείο είναι να βρούμε τα βάρη των κριτηρίων μας ώστε στη συνέχεια να τα περάσουμε μέσα στο λογισμικό της TOPSIS.[20]

3.2.2 Πλεονεκτήματα - Μειονεκτήματα

Η μεθοδολογία της TOPSIS παρουσιάζει 4 πλεονεκτήματα τα οποία την καθιστούν μια σημαντική MADM (βλ. αναλυτική περιγραφή παρακάτω) τεχνική σε σύγκριση με άλλες. Τα 4 πλεονεκτήματα της μεθόδου είναι τα εξής:

1. Είναι μια ορθή λογική που αντιπροσωπεύει το σκεπτικό της ανθρώπινης λογικής.
2. Παρέχει μια κλιμακωτή τιμή που αντιπροσωπεύει ταυτόχρονα τις καλύτερες και τις χειρότερες εναλλακτικές λύσεις.
3. Είναι μια απλή διαδικασία υπολογισμού που μπορεί να προγραμματιστεί με εύκολο τρόπο σε ένα υπολογιστικό φύλλο.
4. Τα μέτρα απόδοσης από όλες τις εναλλακτικές μπορούν να απεικονιστούν σε ένα πολυεδρικό σχήμα σε μια από τις δυο διαστάσεις.

Στα μειονεκτήματα συναντάμε αυτό της αντιστροφής. Το φαινόμενο αυτό είναι η αναστροφή βαθμού δηλαδή αλλάζει η σειρά προτίμησης των εναλλακτικών λύσεων. Με την αλλαγή αυτή μια εναλλακτική λύση μπορεί να προστεθεί ή να αφαιρεθεί από το πρόβλημα απόφασης. Σε ορισμένες περιπτώσεις αυτό μπορεί να οδηγήσει σε αντιστροφή

ολόκληρης της κατάταξης και να αλλάξει όλη η σειρά προτιμήσεων. Μια επιλογή που μπορεί να θεωρηθεί καλύτερη μπορεί με την αντιστροφή να γίνει η χειρότερη επιλογή.

3.2.3 Τα 5 βήματα υπολογισμού

Η μεθοδολογία TOPSIS βασίζεται σε πέντε βασικά βήματα υπολογισμού. Πιο συγκεκριμένα:

1. Το πρώτο βήμα είναι να συγκεντρωθούν οι επιδόσεις των εναλλακτικών επιλογών σχετικά με τα διαφορετικά κριτήρια. Οι επιδόσεις από τα διαφορετικά κριτήρια θα πρέπει να είναι κανονικοποιημένες ώστε να μπορούν να συγκριθούν με διαφορετικές μονάδες σύγκρισης.
2. Στο δεύτερο βήμα κατασκευάζεται μια μήτρα απόφασης στην οποία τα κανονικοποιημένα αποτελέσματα θα πολλαπλασιαστούν με τα βάρη για να εξαχθούν σε νέες τιμές.
3. Στο επόμενο βήμα θα πρέπει στις σταθμισμένες βαθμολογίες να τις συγκρίνουμε με μια ιδανική και με μια μη ιδανική ενέργεια ώστε να δούμε τι συμβαίνει.
4. Στο τέταρτο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση για κάθε δράση ως προς την ιδανική και την μη ιδανική ενέργεια.

Στο τελευταίο βήμα υπολογίζουμε τη σχετική εγγύτητα της κάθε δράσης ώστε να έχουμε και το τελικό αποτέλεσμα.

3.2.3.1 Τα βήματα υπολογισμού όπως θα χρησιμοποιηθούν στην πράξη

Τα βήματα της μεθόδου TOPSIS είναι τα εξής (με μικρά παραδείγματα):

1ο βήμα: Ορίζουμε τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές για τα κριτήρια αξιολόγησης (evaluation criteria) με τη βοήθεια της θεωρίας των ασαφών συνόλων. Παραδείγματα τέτοιων γλωσσικών μεταβλητών είναι: πολύ λίγο (Very Low), λίγο (Low), μέτρια (Middle), αρκετά σημαντικό (High) κ.λπ..

2ο βήμα: Στη συνέχεια ορίζουμε τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές για τους σημαντικούς υποψηφίους προς αξιολόγηση και πάλι με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων. Τέτοιες γλωσσικές μεταβλητές είναι: μέτρια καλός, καλός, πολύ καλός κ.ά.

3ο βήμα: Έπειτα ορίζονται τα κριτήρια αξιολόγησης (evaluation criteria). Τέτοια κριτήρια μπορεί να είναι η ηλικία, η εκπαίδευση, η προϋπηρεσία, η επικοινωνία κ.ά..

4ο βήμα: Αφού έχουν οριστεί όλα τα προηγούμενα, συγκεντρώνουμε τους συντελεστές στάθμισης κριτηρίων που έχουν προκύψει από τις απόψεις μιας ομάδας n -ατόμων που παίρνουν τις αποφάσεις (decision makers). Για την αξιολόγηση της σημασίας των κριτηρίων χρησιμοποιούνται οι γλωσσικές μεταβλητές όπως χαμηλής σημασίας, μέτριας σημασίας, υψηλής σημασίας κλπ.

5ο βήμα: Σε αυτό το βήμα συγκεντρώνονται οι απόψεις των συμμετεχόντων για κάθε υποψήφιο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας τις γλωσσικές μεταβλητές του βήματος δύο οι decision makers εκτιμούν κάθε υποψήφιο για κάθε κριτήριο.

6ο βήμα: Τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος, επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό το λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές, με την βοήθεια και πάλι της θεωρίας ασαφών συνόλων, μετατρέπονται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς (fuzzy triangular numbers). Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων (fuzzy decision matrix), ο οποίος περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

7ο βήμα: Στη συνέχεια, κανονικοποιούμε τους πίνακες απόφασης για κάθε εναλλακτική δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα $[0,1]$. Τέλος, αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων.

8ο βήμα: Στο τελευταίο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση κάθε υποψηφίου από την ιδανική θετική λύση A^+ και την αρνητική ιδανική λύση A^- και στη συνέχεια τον Συντελεστή Σύγκλισης (Closeness Coefficient, CC) κάθε υποψηφίου. Η ιεράρχηση των υποψηφίων γίνεται από τους decision makers σύμφωνα με τις τιμές του CC και φυσικά η επιλογή του υποψηφίου με το μεγαλύτερο CC. [21]

3.2.4 Τύπος TOPSIS

Ως πρώτο βήμα, εάν θεωρήσουμε ότι έχουμε N εναλλακτικές και n κριτήρια, σχηματίζεται ο $N \times n$ πίνακας απόφασης $X = [x_{ij}]$ με τις τιμές που λαμβάνουν οι εναλλακτικές για τα κριτήρια, σύμφωνα με τη γνώμη του εκάστοτε ειδικού, μέσα από μία δομημένη κλίμακα. Τα κριτήρια χωρίζονται σε δύο ομάδες, στην J_1 που περιλαμβάνει τα κριτήρια που επιφέρουν κάποιος όφελος και στη J_2 για τα κριτήρια που αντιστοιχούν σε κάποιο κόστος. Στη συνέχεια, υπολογίζεται ο κανονικοποιημένος πίνακας απόφασης R ,

που βασίζεται στον πίνακα απόφασης X. Τα στοιχεία του πίνακα R υπολογίζονται από τη σχέση:

$$R_{ij} = \frac{X_{ij}}{(\sum_{i=1}^n X_{ij}^2)^{1/2}}$$

όπου X_{ij} είναι η τιμή του j-οστού κριτηρίου για την i-οστή εναλλακτική πρόταση, από τον πίνακα απόφασης X. Παράλληλα, ο εκάστοτε ειδικός καλείται να αναθέσει τις τιμές των βαρών W_j για κάθε j κριτήριο. Ο σταθμισμένος κανονικοποιημένος πίνακας απόφασης σχηματίζεται χρησιμοποιώντας τον κανονικοποιημένο πίνακα απόφασης R και τους συντελεστές βαρύτητας, που έχουν αποδοθεί στα κριτήρια. Συγκεκριμένα ο πίνακας αυτός υπολογίζεται από τη σχέση $V=[v_{ij}]=[w_j \cdot r_{ij}]$, όπου w_j αναφέρεται στα μέσα κανονικοποιημένα βάρη του κριτηρίου j που δίνονται από τους ειδικούς και r_{ij} στα αντίστοιχα μέσα R_{ij} . Στη συνέχεια, προσδιορίζονται η ιδανική λύση T^+ και η αρνητικά ιδανική λύση T^- . Η T^+ ορίζεται ως το σύνολο των μέγιστων v_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελαχίστων v_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η T^- ως το σύνολο των ελαχίστων v_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των μεγίστων v_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Πιο συγκεκριμένα:

$$T^+ = \{V_1^+, V_2^+, \dots, V_j^+, \dots, V_n^+\}$$

$$T^- = \{V_1^-, V_2^-, \dots, V_j^-, \dots, V_n^-\}$$

όπου V_j^+ αντιστοιχεί στη μέγιστη ή ελάχιστη τιμή του v_{ij} για το κριτήριο j, εάν $j \in J_1$ ή $j \in J_2$ αντίστοιχα. Ενώ το V_j^- αντιστοιχεί στην ελάχιστη ή μέγιστη τιμή του v_{ij} για το κριτήριο j, εάν $j \in J_1$ ή $j \in J_2$ αντίστοιχα. Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (V_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Τέλος, η εναλλακτική πρόταση με την πλησιέστερη θέση ως προς την ιδανική λύση προκύπτει από τον υπολογισμό του λόγου που ακολουθεί και η εναλλακτική πρόταση με την υψηλότερη τιμή C_i^+ επιλέγεται ως η περισσότερο προτιμητέα (καλύτερη) εναλλακτική πρόταση:

$$C_i^+ = \frac{S_i^+}{(S_i^+ + S_i^-)}$$

όπου $0 < C_i^+ < 1$ για κάθε εναλλακτική $i=1,2,\dots,n$. [22]

3.2.5 Παράδειγμα TOPSIS

Η συγκεκριμένη εταιρεία ζητά να προσλάβει έναν οικονομικό διευθυντή, ο οποίος θα είναι υπεύθυνος για την οικονομική λειτουργία της εταιρείας αλλά και τη διοίκηση του ανθρώπινου δυναμικού. Συγκεκριμένα, θα αναλάβει την οικονομική μελέτη και επίβλεψη των έργων που αναλαμβάνει η εταιρεία, θα διαχειρίζεται τις οικονομικές διαπραγματεύσεις με πελάτες, προμηθευτές και υπεργολάβους που μπορούν ή συνεργάζονται με την εταιρεία.

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο της μεθόδου TOPSIS που θα ακολουθήσουμε, στο πρώτο βήμα ορίζουμε τα κριτήρια και τις γλωσσικές μεταβλητές για την αξιολόγηση των υποψηφίων. Οι άνθρωποι που θα αναλάβουν να διεκπεραιώσουν τη διαδικασία πρόσληψης του οικονομικού διευθυντή, δηλαδή οι decision makers, είναι ο πρόεδρος της εταιρείας (DM1), ο αντιπρόεδρος (DM2) και ο τεχνικός διευθυντής (DM3). Τα κριτήρια σύμφωνα με τα οποία θα γίνει η αξιολόγηση των υποψηφίων και τα οποία έκριναν πιο σημαντικά οι decision makers είναι τα εξής: 1) εμπειρία στην χρηματοοικονομική ανάλυση (C1), 2) οι μισθολογικές απαιτήσεις του υποψηφίου (C2), 3) η προσωπικότητα (C3), 4) η ικανότητα ηγεσίας (C4), 5) επικοινωνιακά προσόντα (C5), 6) το εκπαιδευτικό υπόβαθρο (C6), 7) η ηλικία (C7) και τέλος 8) η γνώση ξένων γλωσσών (C8). Σύμφωνα με τη μέθοδο, οι αποφασίζοντες είναι αυτοί που προσδιορίζουν τους συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής προσωπικού. Στον πίνακα 3.3 παρουσιάζουμε την αξιολόγηση κάθε κριτηρίου από κάθε decision maker με την βοήθεια των γλωσσικών μεταβλητών.

A/A	Κριτήριο Επιλογής	DM1	DM2	DM3
1	Εμπειρία στην Χρηματοοικονομική Ανάλυση	H	VH	H
2	Μισθολογικές Απαιτήσεις	M	M	H
3	Προσωπικότητα	VH	VH	VH
4	Ικανότητα Ηγεσίας	H	M	H
5	Επικοινωνιακά Προσόντα	VH	VH	VH
6	Εκπαιδευτικό Υπόβαθρο	VH	VH	H
7	Ηλικία	H	M	M
8	Ξένες Γλώσσες	VH	H	H

Πίνακας 3.3 Οι Συντελεστές Σημαντικότητας των Κριτηρίων επιλογής

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Μέτρια Σημαντικό (Medium), Σημαντικό (High), Πολύ Σημαντικό (Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε κριτηρίου επιλογής. Πολύ σημαντικά κριτήρια έχουν ομόφωνα χαρακτηριστεί η προσωπικότητα και η επικοινωνιακή ικανότητα που διαθέτουν οι υποψήφιοι. Σημαντικά κριτήρια είναι η εκπαίδευση και η εμπειρία στην χρηματοοικονομική ανάλυση και ακολουθούν τα υπόλοιπα κριτήρια με μέτρια σημασία. Στο παρακάτω γράφημα παρουσιάζεται η σπουδαιότητα των κριτηρίων αξιολόγησης με τη βοήθεια των γλωσσικών ασαφών μεταβλητών. Στο μαθηματικό μέρος του παραδείγματος, για να σταθμίσουμε τα αποτελέσματα των υποψηφίων πρέπει να υπολογίσουμε ένα αθροιστικό συντελεστή στάθμισης. Υπάρχουν αρκετές μεθοδολογίες για να υπολογίσουμε αυτούς τους συντελεστές, συγκεκριμένα εδώ, θα χρησιμοποιήσουμε το μέσο όρο. Με τη χρήση της παρακάτω εξίσωσης υπολογίζεται ο συντελεστής στάθμισης (w_j), από n decision makers για κάθε κριτήριο (j).

$$W_j = \frac{1}{n} [\sum_{e=1}^n w_j^e]$$

Το επόμενο βήμα είναι να αξιολογηθούν οι επτά πιο σημαντικοί υποψήφιοι ($A_1, A_2, \dots, A_7$), που έχουν προκύψει από τα βιογραφικά που έχει συγκεντρώσει η εταιρεία. Οι υποψήφιοι καλούνται για προσωπική συνέντευξη από την επιτροπή των decision maker, οι οποίοι στη συνέχεια αξιολογούν τους υποψήφιους και πάλι με τη χρήση των γλωσσικών μεταβολών, σύμφωνα με τα κριτήρια που έχουν καθοριστεί. Οι ασαφείς γλωσσικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση των υποψηφίων είναι: Μέτριος, Ικανός και Πολύ Ικανός.

Αφού αξιολογηθούν και οι επτά υποψήφιοι, μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα απόφασης (decision matrix ή decision table). Ο πίνακας απόφασης περιέχει τα αποτελέσματα, με τη μορφή τριγωνικών ασαφών αριθμών, κάθε υποψήφιου σε κάθε κριτήριο από κάθε decision maker. Επειδή είναι μεγάλος ο όγκος των δεδομένων και πάλι χρησιμοποιούμε το μέσο όρο για να υπολογίσουμε την συγκεντρωτική βαθμολογία των υποψηφίων σε κάθε κριτήριο. μαθηματικός τύπος του είναι:

$$\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times k} = \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} & \tilde{r}_{12} & \dots & \tilde{r}_{1k} \\ \tilde{r}_{21} & \tilde{r}_{22} & \dots & \tilde{r}_{2k} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{r}_{m1} & \tilde{r}_{m2} & \dots & \tilde{r}_{mk} \end{bmatrix}$$

Όπου $i = 1, 2, \dots, m$ και $j = 1, 2, \dots, k$

Εικόνα 3.4 Ο τύπος R και η τελική μορφή του

Όλες οι γλωσσικές μεταβλητές στον πίνακα απόφασης έχουν εκφραστεί με τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς (triangular fuzzy numbers). Εξαίρεση αποτελούν η ηλικία και οι μισθολογικές απαιτήσεις των υποψηφίων οι οποίες είναι εκφρασμένες με απόλυτους αριθμούς πχ. 25 χρονών ή 40 χιλιάδες ευρώ το χρόνο.

Επόμενο βήμα είναι η κανονικοποίηση των δεδομένων, έτσι ώστε όλες οι τιμές των δεδομένων: α) να απαλλαχθούν από μονάδες μέτρησης και β) να ανήκουν στο διάστημα μεταξύ μηδέν και ένα $[0,1]$. Με αυτό τον τρόπο επιτυγχάνουμε οι τιμές να είναι συγκρίσιμες και οι υπολογισμοί πιο εύκολοι.

Έπειτα σταθμίζουμε τον κανονικοποιημένο πίνακα απόφασης με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων.

$$V = [v_{ij}]_{m \times k} \text{ όπου } v_{ij} = r_{ij} \otimes w_j$$

Στο τελευταίο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση κάθε υποψηφίου από την ιδανική θετική λύση (A^+) και την αρνητική ιδανική λύση (A^-) και στη συνέχεια τον Συντελεστή Σύγκλισης (Closeness Coefficient, CC) κάθε υποψηφίου (πίνακας 2). Οι μαθηματικοί τύποι των A^+ , A^- είναι οι εξής:

$$A^+ = \{v_1^+, \dots, v_n^+\} = \{(\max v_{ij}/i \in I^+), (\min v_{ij}/i \in I^+)\}$$

$$A^- = \{v_1^-, \dots, v_n^-\} = \{(\min v_{ij}/i \in I^-), (\max v_{ij}/i \in I^-)\}$$

Στη δική μας εφαρμογή η ιδανική και η αρνητική ιδανική λύση είναι αυτή που φαίνεται παρακάτω, γιατί τα δεδομένα είναι κανονικοποιημένα, δηλαδή μεταξύ $[0,1]$, και το ιδανικό θα είναι ο καταλληλότερος υποψήφιος να έχει σε όλα τα κριτήρια τιμή 1, ενώ αντίστοιχα ο μη-ιδανικός την τιμή 0. $A^+ = \{(1,1,1), (1,1,1), (1,1,1), (1,1,1), (1,1,1), (1,1,1), (1,1,1)\}$ $A^- = \{(0,0,0), (0,0,0), (0,0,0), (0,0,0), (0,0,0), (0,0,0), (0,0,0)\}$ Για να υπολογίσουμε τις αποστάσεις των υποψηφίων από την ιδανική και μη ιδανική λύση αντίστοιχα χρησιμοποιήσουμε τις παρακάτω εξισώσεις:

$$d_j^+ = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ij} - v_i^+)^2}$$

$$d_j^- = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{ij} - v_i^-)^2}$$

Όπου, di^+ είναι η απόσταση από την ιδανική λύση di^- είναι η απόσταση από την αρνητική ιδανική λύση

Στο τελευταίο βήμα υπολογίζονται οι συντελεστές σύγκλισης τα αποτελέσματα τα έχουμε συγκεντρώσει στον πίνακα με την βοήθεια της εξίσωσης:

$$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}, i=1,2,\dots,m$$

Υποψήφιοι (A_i)	di^+	di^-	CC	Κατάταξη
A_1	0.3005	0.6650	2.8781	4 ^{ος}
A_2	0.2670	0.6969	3.3074	2 ^{ος}
A_3	0.3087	0.6574	2.7867	5 ^{ος}
A_4	0.2898	0.6780	3.0171	3 ^{ος}
A_5	0.2269	0.7342	3.9696	1 ^{ος}
A_6	0.4462	0.5175	1.6773	7 ^{ος}
A_7	0.4400	0.5245	1.7166	6 ^{ος}

Πίνακας 3.5 Οι Αποστάσεις Των Υποψηφίων Από Την Ιδανική & Αντί-ιδανική Λύση

Σύμφωνα με τους συντελεστές σύγκλισης η κατάταξη των υποψηφίων είναι: A_5 , A_2 , A_4 , A_1 , A_3 , A_7 , A_6 . Ο ιδανικός υποψήφιος, για τη συγκεκριμένη θέση εργασίας, είναι ο A_5 και τον οποίο θα επιλέξει η εταιρεία. Αντίθετα ο «μη ιδανικός» υποψήφιος είναι ο A_6 , ο οποίος κατατάχθηκε έβδομος.[22]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Εφαρμογή των μοντέλων στο παράδειγμα βροχόπτωσης

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε το παράδειγμα βροχόπτωσης. Η βροχή που έπεσε στην περιοχή της Άρτας έχει καταγραφή ημερησίως σε mm. Στην εργασία αυτή συγκεντρώσαμε τα στοιχεία αυτά σε μήνες και χρονιές για την χρονική περίοδο 2000-2019. Στο αρχείο με τα στοιχεία υπάρχουν περισσότερες λεπτομέρειες όπως, σε ποιες περιοχές έβρεξε πιο πολύ.

Πρώτα τα στοιχεία χρησιμοποιήθηκαν με την μέθοδο FCM για τους μήνες της πρώτης δεκαετίας, τους μήνες της δεύτερης δεκαετίας και στην συνέχεια για την χρονιά για την πρώτη δεκαετία και τέλος για την δεύτερη δεκαετία. Το ίδιο εφαρμόζετε και με το μοντέλο TOPSIS. Με την βοήθεια των αλγορίθμων και των τύπων που παρουσιάστηκαν στο προηγούμενο κεφάλαιο μεταφέρουμε τα στοιχεία και στα δύο μοντέλα. Όπως παρουσιάζεται στην ενότητα Παράρτημα αναλυτικά οι πράξεις για τις δυο μεθόδους δεν εισάγουμε τα στοιχεία σε κάποια εφαρμογή αλλά με καθαρά μαθηματικό τρόπο εφαρμόζουμε τα στοιχεία στον αλγόριθμο κάθε μοντέλου.

Μετά την χρήση και των δύο μοντέλων καλούμαστε να απαντήσουμε στα εξής ερωτήματα: α) Ποιος μήνας ήταν εκείνος που έβρεξε πιο πολύ από τους 12, β) Ποιος μήνας ήταν εκείνος που έβρεξε λιγότερο από τους 12, γ) Ποιος μήνας ήταν εκείνος που κινδύνεψε σε πλημμύρα στην περιοχή (σε αυτή την περίπτωση αναζητάμε στα στοιχεία που δόθηκαν ποιος μήνες πλημμύρισε ή παραλίγο να πλημμυρίσει και τον συγκρίνουμε με τα αποτελέσματα να δούμε ποιος μήνας πλησίασε τα στοιχεία αυτά), δ) Ποια χρονιά έβρεξε πιο πολύ, ε) Ποια χρονιά έβρεξε λιγότερο.

4.1 Πληροφορίες για την περιοχή της Άρτας

Ο νομός Άρτας βρίσκεται στη βορειοδυτική Ελλάδα και καταλαμβάνει το νοτιοανατολικό τμήμα της Ηπείρου. Έχει έκταση 1.662 τετραγωνικά χιλιόμετρα και πληθυσμό 67.877 κατοίκους. Συνορεύει στα βόρεια με τις περιφερειακές ενότητες των Ιωαννίνων και Τρικάλων, ανατολικά με τις περιφερειακές ενότητες Τρικάλων, Καρδίτσας και Αιτωλοακαρνανίας, δυτικά με τις περιφερειακές ενότητες Πρεβέζης και Ιωαννίνων, νότια με την περιφερειακή ενότητα Αιτωλοακαρνανίας ενώ βρέχεται από τον Αμβρακικό Κόλπο. Η Άρτα είναι η πρωτεύουσα του νομού.

Το μεγαλύτερο ποσοστό του εδάφους είναι ορεινό και αντιστοιχεί στο 70,4% του συνολικού εδάφους ενώ το 18,6% είναι πεδινό και το 11% ημιορεινό. Η συνολική έκταση της περιφερειακής ενότητας της Άρτας αντιστοιχεί στο 18,06% της Περιφέρειας Ηπείρου και στο 1,21% της Ελλάδας. [wiki] Ο Άραχθος εισέρχεται στο νομό Άρτας από τα βορειοδυτικά και σχηματίζει μια περιοχή S στην πόλη της Άρτας, αρδεύει την πεδιάδα και αδειάζει στον Αμβρακικό Κόλπο μετά από ένα μονοπάτι 143 χιλιομέτρων. [23]

4.2 Μοντέλο FCM

4.2.1 Εξέταση μηνών για την χρονική περίοδο 2000-2019

Θα χωρίσουμε στα δύο την περίοδο που θα εξετάσουμε έτσι θα ξεκινήσουμε το παράδειγμα με την εξέταση των μηνών για την χρονική περίοδο 2000-2009. Πρώτα θα γίνει η εφαρμογή του μοντέλου FCM και στην συνέχεια του μοντέλου TOPSIS. Ο παρακάτω πίνακας απεικονίζει το αναλυτικό ποσοστό και των 12 μηνών για τις χρονιές 2000 μέχρι 2009. Η καταγραφές έχουν γίνει σε mm δηλαδή 1 χιλιοστό του μέτρου. Να σημειωθεί εδώ πως όλα τα στοιχεία είναι από καταγραφές που έγιναν στο Φράγμα Πουρναρίου.

Έτος/ Μήνας	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Ιανουάριος	37,80	126,40	68,00	274,80	235,50	198,04	138,10	70,00	101,2	378,6
Φεβρουάριος	116,50	85,00	36,60	134,50	107,40	206,20	192,50	95,20	96,8	157,0
Μάρτιος	44,00	47,40	55,30	16,20	142,30	107,40	150,70	87,80	82,6	203,0
Απρίλιος	44,60	123,00	224,70	38,60	90,20	65,90	83,30	49,70	47,2	122,0
Μάιος	22,60	34,90	28,00	28,00	78,60	50,80	33,30	55,80	14,2	30,4
Ιούνιος	12,00	14,60	6,00	14,10	29,90	33,90	26,00	35,30	27,4	54,4
Ιούλιος	4,90	2,70	28,70	0,00	69,90	7,10	51,60	0,00	13,0	5,8
Αύγουστος	4,00		56,20	26,70	0,40	7,00	65,30	0,00	0,00	29,0
Σεπτέμβριος	5,40	38,00	156,20	103,40	76,60	31,60	164,80	131,60	118,8	35,8
Οκτώβριος	106,50	18,10	140,50	328,60	43,50	75,10	61,70	166,30	148,4	264,2
Νοέμβριος	159,80	161,10	160,70	63,10	243,20	127,40	208,10	199,30	155,2	295,2
Δεκέμβριος	114,90	220,70	242,90	136,10	231,20	445,20	90,90	47,80	243,8	191,1

Πίνακας 4.1 Πίνακας βροχόπτωσης μηνιαίος 2000-2009

4.2.1.1 Μοντέλο FCM για τους μήνες την χρονική περίοδο 2000-2009

Για μεγαλύτερη ευκολία απλοποιούμε τον παραπάνω συνολικό πίνακα. Ο πίνακας 4.2 απεικονίζει τις συνολικές τιμές για κάθε έναν μήνα ξεχωριστά για την δεκαετία 2000-

2009. Αυτό μας βοηθάει στο να ξεκινήσουμε πιο εύκολα τα παράδειγμα μας με το μοντέλο FCM πρώτα.

Μήνας	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μάι	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
Τιμές	1628,44	1227,7	936,7	889,2	376,6	253,6	183,7	188,6	862,2	1352,9	1773,1	1964,6

Πίνακας 4.2 Συνολικός πίνακας μηνών 2000-2009

Έτσι έχουμε το αρχικό διάνυσμα $[0.7, 0.6, 0.5, 0.45, 0.3, 0.2, 0.12, 0.1, 0.42, 0.65, 0.8, 0.85]$. Το αρχικό διάνυσμα είναι το διάνυσμα με τις αρχικές τιμές που μπορούν να πάρουν οι κόμβοι. Συνήθως παίρνει τιμές ανάμεσα σε 0 και 1. Εάν είναι από 0.5 τότε έχει πάρει μια αύξηση στη τιμή του δηλαδή στο παράδειγμα αυτό ο κόμβος C2 που έχει αρχική τιμή 0.6 δείχνει ότι την περίοδο 2000-2009 ο δεύτερος μήνας έχει πάρει μια μικρή αύξηση.

Αυτό το αρχικό διάνυσμα ερμηνεύεται ως εξής:

1. Ο πρώτος μήνας χαρακτηρίζεται με αύξηση βροχόπτωσης
2. Ο δεύτερος μήνας χαρακτηρίζεται με ελάχιστη μείωση σε σχέση με τον πρώτο μήνα
3. Ο τρίτος μήνας χαρακτηρίζεται με ουδέτερη κατάσταση
4. Ο τέταρτος μήνας χαρακτηρίζεται με ελάχιστη μείωση σε σχέση με τον τρίτο μήνα
5. Ο πέμπτος μήνας χαρακτηρίζεται με μείωση
6. Ο έκτος μήνας χαρακτηρίζεται ως αρκετή μείωση
7. Ο έβδομος μήνας χαρακτηρίζεται ως μεγάλη μείωση
8. Ο όγδοος μήνας χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη μείωση
9. Ο ένατος μήνας χαρακτηρίζεται με μια μικρή μείωση
10. Ο δέκατος μήνας χαρακτηρίζεται με μια ελάχιστη αύξηση
11. Ο ενδέκατος μήνας χαρακτηρίζεται με μεγάλη αύξηση αλλά όχι την μεγαλύτερη την μεγαλύτερη αύξηση όλων των κόμβων
12. Ο δωδέκατος μήνας χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη αύξηση όλων των κόμβων

Εκτός από τους κόμβους πρέπει να καθορίσουμε και τις διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων.

Έτσι έχουμε τον παρακάτω πίνακα βαρών:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
C1	0	0.10	0.2	0.25	0.4	0.5	0.58	0.6	0.28	0.05	-0.1	-0.15
C2	-0.10	0	0.10	0.15	0.3	0.4	0.48	0.5	0.18	-0.05	-0.2	-0.25
C3	-0.2	-0.10	0	0.05	0.2	0.3	0.28	0.4	0.08	-0.15	-0.3	-0.35
C4	-0.25	-0.15	-0.05	0	0.05	0.15	0.33	0.35	0.03	-0.2	-0.35	-0.4
C5	-0.4	-0.3	-0.2	-0.05	0	0.1	0.18	0.2	-0.12	-0.25	-0.5	-0.55
C6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.15	-0.1	0	0.08	0.1	-0.22	-0.45	-0.6	-0.65
C7	-0.58	-0.48	-0.28	-0.33	-0.18	-0.08	0	0.02	-0.3	-0.53	-0.68	-0.73
C8	-0.6	-0.5	-0.4	-0.35	-0.2	-0.1	-0.02	0	-0.32	-0.55	-0.7	-0.75
C9	-0.28	-0.18	-0.08	-0.03	0.12	0.22	0.3	0.32	0	-0.23	-0.33	-0.43
C10	-0.05	0.05	0.15	0.2	0.25	0.45	0.53	0.55	0.23	0	-0.15	-0.2

C11	0.1	0.2	0.3	0.35	0.5	0.6	0.68	0.7	0.33	0.15	0	-0.05
C12	0.15	0.25	0.35	0.4	0.55	0.65	0.73	0.75	0.43	0.2	0.05	0

Πίνακας 4.3 Πίνακας βαρών

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1.3 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1) δηλαδή η πρώτη επανάληψη του πίνακα.

Σύμφωνα με τον πίνακα βαρών συνεχίζουμε στο Βήμα 2

Επανάληψη $k=1$ έως 12

Βήμα 3,4 $k=1$ έως 12

Υπολογίζουμε την τιμή ανανέωσης του κάθε κόμβου και την συνάρτηση συμπίεσης ως εξής:

$$A_i^{(k)} = f\left(\sum_{j \neq i}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}\right), \quad f(u) = \frac{1}{1 + e^{-au}}$$

Οι πράξεις γίνονται σύμφωνα με τον αλγόριθμο του μοντέλου. Αναλυτικά αναφέρονται στην τελευταία ενότητα της εργασίας «Παράρτημα». Εδώ σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάζεται ο τελικός πίνακας όλων των επαναλήψεων. Η ίδια διαδικασία ακολουθείτε σε όλο το μοντέλο για την απάντηση των ερωτήσεων.

Επομένως έχουμε τον εξής πίνακα των κόμβων :

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
2	0.795	0.682	0.526	0.439	0.279	0.168	0.111	0.095	0.419	0.732	0.873	0.905
3	0.629	0.482	0.335	0.265	0.146	0.291	0.051	0.043	0.239	0.55	0.752	0.807
4	0.584	0.886	0.358	0.298	0.195	0.126	0.092	0.082	0.279	0.523	0.678	0.736
5	0.599	0.48	0.36	0.302	0.191	0.129	0.085	0.076	0.278	0.535	0.705	0.738
6	0.55	0.277	0.355	0.307	0.205	0.142	0.099	0.088	0.289	0.527	0.687	0.736
7	0.59	0.485	0.378	0.324	0.221	0.149	0.112	0.10	0.304	0.533	0.678	0.732
8	0.60	0.49	0.376	0.318	0.209	0.136	0.099	0.088	0.296	0.543	0.70	0.753
9	0.596	0.482	0.368	0.311	0.203	0.132	0.096	0.085	0.289	0.535	0.698	0.747
10	0.593	0.481	0.368	0.312	0.205	0.134	0.098	0.087	0.29	0.501	0.694	0.742
11	0.594	0.483	0.371	0.315	0.207	0.137	0.10	0.089	0.293	0.534	0.694	0.742
12	0.596	0.484	0.37	0.313	0.206	0.135	0.098	0.087	0.292	0.535	0.697	0.749

Πίνακας 4.4 Πίνακας τιμών για τις 12 επαναλήψεις για τους μήνες 2000-2009

4.2.1.1.1 Αποτελέσματα:

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα στόχος είναι να βρούμε την μεγαλύτερη τιμή. Η μεγαλύτερη τιμή εντοπίζεται στον κόμβο C12 και την επανάληψη 2 με τιμή 0.905 και η μικρότερη τιμή (εκτός του μηδέν) εντοπίζεται στον κόμβο C8 και την επανάληψη 3 με τιμή 0.043

4.2.1.1.2 Μεγαλύτερη τιμή

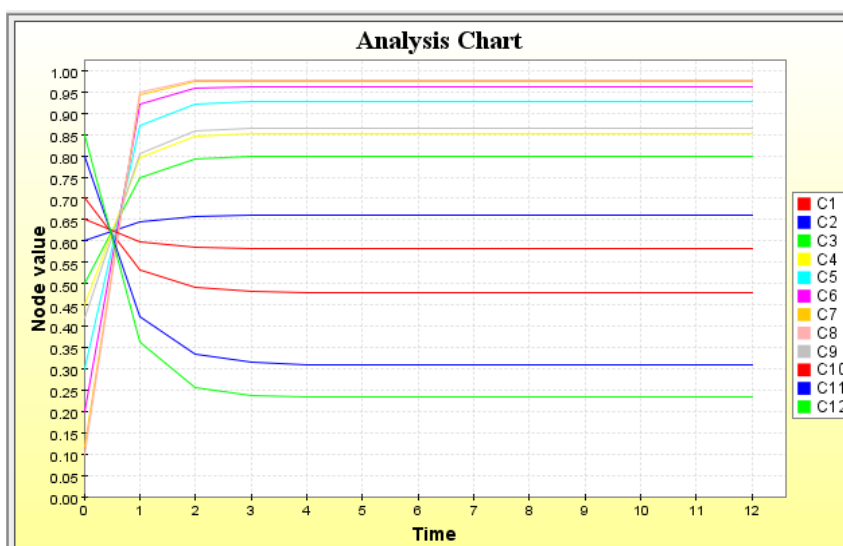
Η μεγαλύτερη τιμή είναι στον κόμβο C12 δηλαδή ο 12^{ος} μήνας ο Δεκέμβριος. Τα αποτελέσματα μετά την εφαρμογή της μεθόδου FCM είναι σωστά γιατί αν κοιτάξουμε τον συνολικό πίνακα της δεκαετίας 2000-2009 ο μήνας με την μεγαλύτερη βροχύπτωση είναι ο Δεκέμβριος. Όσο περνάνε οι επαναλήψεις παρατηρούμε ότι οι τιμές μειώνονται σε σχέση με τις πρώτες επαναλήψεις και έτσι ο κόμβος C12 εξακολουθεί να έχει τις μεγαλύτερες τιμές από τους άλλους κόμβους.

4.2.1.1.3 Μικρότερη τιμή

Η μικρότερη τιμή είναι στον κόμβο C7 δηλαδή ο 8^{ος} μήνας ο Αύγουστος. Τα αποτελέσματα είναι εν μέρη σωστά γιατί σύμφωνα με τον συνολικό πίνακα ο μήνας με την μικρότερη βροχύπτωση είναι ο Ιούλιος και με μικρή διαφορά ακολουθεί ο Αύγουστος. Άρα εδώ έχουμε την πρώτη διαφορά με τα στοιχεία και τα αποτελέσματα της εφαρμογής FCM. Η δεύτερη όμως μικρότερη τιμή να εμφανίζεται στον C7 κόμβο και την επανάληψη 3 δηλαδή ο μήνας Ιούλιος. Συμπεραίνουμε ότι η διαφορά είναι τόσο μικρή και αυτό αποδεικνύεται κιόλας.

4.2.1.1.4 FCM Analyst

Με την βοήθεια του προγράμματος FCM Analyst για κάθε στοιχείο θα δούμε τους ασαφούς χάρτες. Έτσι στην επόμενη εικόνα έχουμε τον ασαφή χάρτη για τους μήνες της δεκαετίας 2000-2009. Οι κόμβοι C1 έως C12 αντικατοπτρίζουν τους κόμβους που έχουμε δώσει και παραπάνω. Οι διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων απεικονίζονται με ευθείες γραμμές και βέλη που δείχνουν τα βάρη από τον έναν κόμβο στον άλλον.



Εικόνα 4.7 Γράφημα για το παράδειγμα

4.2.1.2 Μοντέλο FCM για τους μήνες την χρονική περίοδο 2010-2019

Για μεγαλύτερη ευκολία απλοποιούμε τον παρακάτω συνολικό πίνακα 4.8. Ο πίνακας 4.9 απεικονίζει τις συνολικές τιμές για κάθε έναν μήνα ξεχωριστά για την δεκαετία 2010-2019. Αυτό μας βοηθάει στο να ξεκινήσουμε πιο εύκολα τα παράδειγμα μας με το μοντέλο FCM πρώτα.

Έτος/ Μήνας	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Ιανουάριος	217,0	89,5	99,4	397,2	179,7	217,1	324,8	154,0	99,0	303,8
Φεβρουάριος	294,4	95,0	207,6	213,2	85,0	178,9	122,8	117,6	361,0	2,4
Μάρτιος	144,8	174,2	205,0	165,6	135,4	135,7	169,6	40,0	139,6	37,8
Απρίλιος	46,8	42,6	224,4	32,4	125,8	31,0	38,0	41,4	7,4	69,2
Μάιος	89,8	104,2	140,8	57,2	81,2	21,8	97,2	10,0	308,0	91,2
Ιούνιος	55,6	49,8	6,2	28,8	49,8	64,3	88,2	22,0	52,8	76,8
Ιούλιος	5,6	3,2	0,2	2,8	10,8	19,0	9,8	17,8	23,8	78,2
Αύγουστος	0,0	1,0	13,0	2,6	1,6	38,2	0,8	0,0	28,8	0,0
Σεπτέμβριος	181,2	46,0	77,0	96,4	120,4	129,0	180,2	18,0	14,6	-
Οκτώβριος	319,8	199,2	190,1	59,8	134,8	138,0	209,2	26,2	17,4	-
Νοέμβριος	295,6	0,6	150,8	290,3	194,4	151,0	175,0	217,6	229,0	-
Δεκέμβριος	209,0	220,2	323,4	65,6	282,0	0,0	9,0	268,6	68,4	-

Πίνακας 4.8 Πίνακας βροχόπτωσης μηνιαίος 2010-2019

Μήνας	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μάι	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
Τιμές	2081,5	1677,9	1347,7	659	1001,4	494,3	171,2	86	862,8	1294,5	1704,3	1446,2

Πίνακας 4.9 Συνολικός πίνακας μηνών 2010-2019

Έτσι έχουμε το αρχικό διάνυσμα $[0.85, 0.7, 0.55, 0.35, 0.45, 0.3, 0.1, 0.05, 0.4, 0.52, 0.75, 0.6]$. Το αρχικό διάνυσμα είναι το διάνυσμα με τις αρχικές τιμές που μπορούν να πάρουν οι κόμβοι. Συνήθως παίρνει τιμές ανάμεσα σε 0 και 1. Εάν είναι από 0.5 τότε έχει πάρει μια αύξηση στη τιμή του δηλαδή στο παράδειγμα αυτό ο κόμβος C2 που έχει αρχική τιμή 0.7 δείχνει ότι την περίοδο 2009-20019 ο δεύτερος μήνας έχει πάρει μια σημαντική αύξηση. Αυτό το αρχικό διάνυσμα ερμηνεύεται ως εξής:

1. Ο πρώτος μήνας χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη αύξηση βροχόπτωσης
2. Ο δεύτερος μήνας χαρακτηρίζεται με ελάχιστη μείωση σε σχέση με τον πρώτο μήνα
3. Ο τρίτος μήνας χαρακτηρίζεται με ουδέτερη κατάσταση
4. Ο τέταρτος μήνας χαρακτηρίζεται με μείωση σε σχέση με τον τρίτο μήνα
5. Ο πέμπτος μήνας χαρακτηρίζεται με μείωση
6. Ο έκτος μήνας χαρακτηρίζεται ως μικρή μείωση
7. Ο έβδομος μήνας χαρακτηρίζεται ως μεγάλη μείωση
8. Ο όγδοος μήνας χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη μείωση
9. Ο ένατος μήνας χαρακτηρίζεται με μια μικρή μείωση
10. Ο δέκατος μήνας χαρακτηρίζεται με μια ουδέτερη κατάσταση
11. Ο ενδέκατος μήνας χαρακτηρίζεται με μεγάλη αύξηση αλλά όχι την μεγαλύτερη την μεγαλύτερη αύξηση όλων των κόμβων
12. Ο δωδέκατος μήνας χαρακτηρίζεται με την μικρή αύξηση

Σε αυτό το σημείο να τονίσουμε τους τέσσερις τελευταίους μήνες του έτους 2019 δεν υπάρχουν καταγραφές

Έκτος από τους κόμβους πρέπει να καθορίσουμε και τις διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων.

Έτσι έχουμε τον παρακάτω πίνακα βαρών:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
C1	0	0.15	0.3	0.5	0.4	0.55	0.75	0.8	0.45	0.33	0.1	0.25
C2	-0.15	0	0.15	0.35	0.25	0.4	0.6	0.65	0.3	0.18	-0.05	0.1
C3	-0.3	-0.15	0	0.2	0.1	0.25	0.45	0.5	0.15	0.03	-0.2	-0.05
C4	-0.5	-0.35	-0.2	0	-0.1	0.05	0.25	0.3	-0.05	-0.17	-0.4	-0.25
C5	-0.4	-0.25	-0.1	0.1	0	0.15	0.35	0.4	0.05	-0.07	-0.3	-0.15
C6	-0.55	-0.4	-0.25	-0.05	-0.15	0	0.2	0.25	-0.1	-0.22	-0.45	-0.3
C7	-0.75	-0.6	-0.45	-0.25	-0.35	-0.2	0	0.05	-0.3	-0.42	-0.65	-0.5
C8	-0.8	-0.65	-0.5	-0.3	-0.4	-0.25	-0.05	0	-0.35	-0.47	-0.7	-0.55
C9	-0.45	-0.3	-0.15	0.05	-0.05	0.1	0.3	0.35	0	-0.12	-0.35	-0.2
C10	-0.33	-0.18	-0.03	0.17	0.07	0.22	0.42	0.47	0.12	0	-0.23	-0.08
C11	-0.1	0.05	0.2	0.4	0.3	0.45	0.65	0.7	0.35	0.23	0	0.15
C12	-0.25	-0.1	0.05	0.25	0.15	0.3	0.5	0.55	0.08	0.08	-0.15	0

Πίνακας 4.10 Πίνακας βαρών

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1.3 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1) δηλαδή η πρώτη επανάληψη του πίνακα.

Σύμφωνα με τον πίνακα βαρών συνεχίζουμε στο Βήμα 2

Επανάληψη $k=1$ έως 12

Βήμα 3,4 $k=1$ έως 12

Υπολογίζουμε την τιμή ανανέωσης του κάθε κόμβου και την συνάρτηση συμπίεσης ως εξής:

$$A_i^{(k)} = f\left(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}\right), \quad f(u) = \frac{1}{1 + e^{-au}}$$

Οι πράξεις γίνονται σύμφωνα με τον αλγόριθμο του μοντέλου. Αναλυτικά αναφέρονται στην τελευταία ενότητα της εργασίας «Παράρτημα». Εδώ σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάζεται ο τελικός πίνακας όλων των επαναλήψεων. Η ίδια διαδικασία ακολουθείτε σε όλο το μοντέλο για την απάντηση των ερωτήσεων

Επομένως έχουμε τον εξής πίνακα των κόμβων:

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
2	0.908	0.793	0.62	0.329	0.472	0.266	0.098	0.075	0.413	0.576	0.837	0.687
3	0.827	0.658	0.437	0.187	0.297	0.145	0.048	0.035	0.253	0.393	0.47	0.512
4	0.731	0.59	0.428	0.293	0.331	0.207	0.10	0.082	0.297	0.40	0.604	0.484
5	0.768	0.626	0.458	0.297	0.366	0.213	0.098	0.08	0.312	0.382	0.645	0.515
6	0.775	0.628	0.453	0.242	0.339	0.201	0.088	0.071	0.301	0.418	0.647	0.512
7	0.766	0.618	0.443	0.24	0.335	0.20	0.089	0.069	0.298	0.411	0.637	0.504
8	0.763	0.612	0.447	0.243	0.327	0.194	0.092	0.073	0.30	0.413	0.636	0.504
9	0.763	0.618	0.448	0.244	0.323	0.204	0.092	0.074	0.301	0.414	0.636	0.505
10	0.765	0.619	0.476	0.244	0.338	0.188	0.092	0.074	0.301	0.414	0.638	0.506
11	0.766	0.619	0.447	0.242	0.337	0.202	0.09	0.073	0.266	0.465	0.633	0.505
12	0.765	0.619	0.447	0.242	0.337	0.202	0.091	0.073	0.300	0.413	0.637	0.505

Πίνακας 4.11 Πίνακας τιμών για τις 12 επαναλήψεις για τους μήνες 2010-2019

4.2.1.2.1 Αποτελέσματα:

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα στόχος είναι να βρούμε την μεγαλύτερη τιμή. Η μεγαλύτερη τιμή εντοπίζεται στον κόμβο C1 και την επανάληψη 2 με τιμή 0.908 και η μικρότερη τιμή (εκτός του μηδέν) εντοπίζεται στον κόμβο C8 και την επανάληψη 3 με τιμή 0.035

4.2.1.2.2 Μεγαλύτερη τιμή

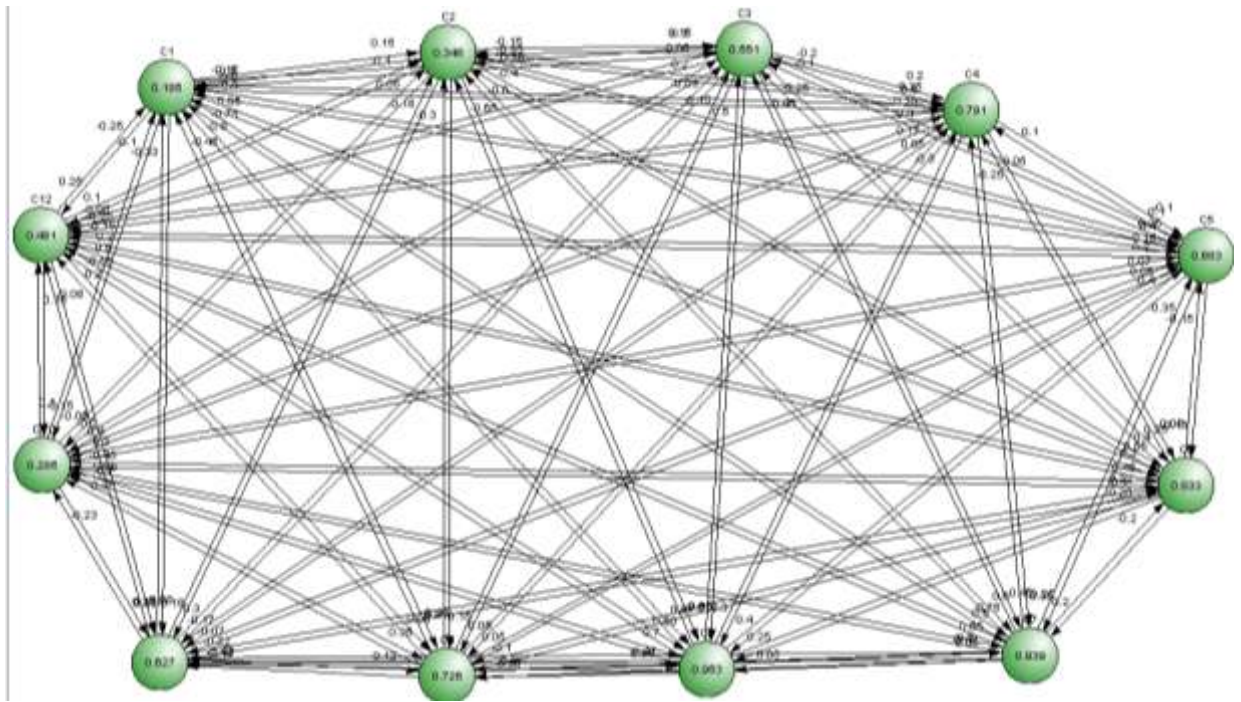
Η μεγαλύτερη τιμή είναι στον κόμβο C1 δηλαδή ο 1^{ος} μήνας δηλαδή ο Ιανουάριος. Τα αποτελέσματα μετά την εφαρμογή της μεθόδου FCM είναι σωστά γιατί αν κοιτάξουμε τον συνολικό πίνακα της δεκαετίας 2010-2019 ο μήνας με την μεγαλύτερη βροχόπτωση είναι ο Ιανουάριος. Όσο περνάνε οι επαναλήψεις παρατηρούμε ότι οι τιμές μειώνονται σε σχέση με τις πρώτες επαναλήψεις και έτσι ο κόμβος C1 εξακολουθεί να έχει τις μεγαλύτερες τιμές από τους άλλους κόμβους.

4.2.1.2.3 Μικρότερη τιμή

Η μικρότερη τιμή είναι στον κόμβο C8 δηλαδή ο 8^{ος} μήνας ο Αύγουστος. Τα αποτελέσματα είναι σωστά γιατί σύμφωνα με τον συνολικό πίνακα η χρονιά με την μικρότερη βροχόπτωση είναι ο Αύγουστος. Η δεύτερη μικρότερη τιμή εμφανίζεται στον κόμβο C7 με μικρή διαφορά και αυτό ισχύει και στον συνολικό πίνακα με τον Ιούλιο να έχει την δεύτερη μικρότερη τιμή με μικρή διαφορά. Άρα μετά την εφαρμογή της μεθόδου FCM αποδείχθηκε και αυτό.

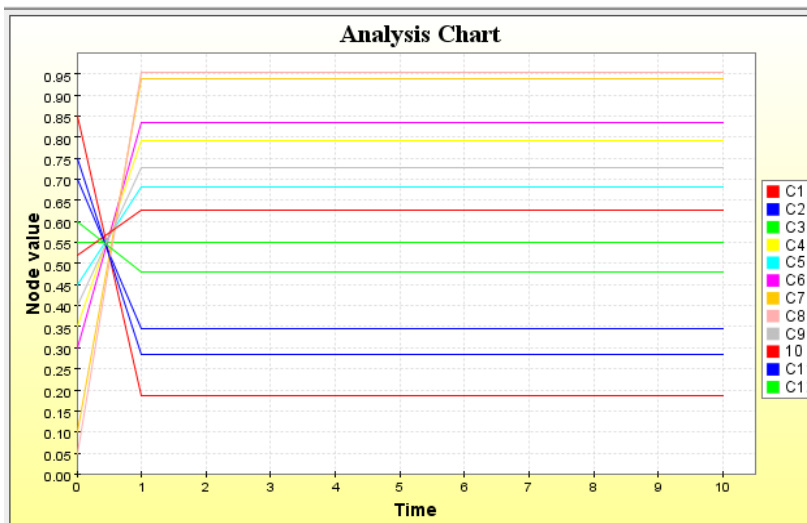
4.2.1.2.4 FCM Analyst

Με την βοήθεια του προγράμματος FCM Analyst για κάθε στοιχείο θα δούμε τους ασαφείς χάρτες. Έτσι στην επόμενη εικόνα έχουμε τον ασαφή χάρτη για τους μήνες της δεκαετίας 2010-2019. Οι κόμβοι C1 έως C12 αντικατοπτρίζουν τους κόμβους που έχουμε δώσει και παραπάνω. Οι διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων απεικονίζονται με ευθείες γραμμές και βέλη που δείχνουν τα βάρη από τον έναν κόμβο στον άλλον.



Εικόνα 4.12 Ασαφής γνωστικός χάρτης για το παράδειγμα

Στην επόμενη εικόνα εμφανίζεται το γράφημα και στην μεθεπόμενη εικόνα ο πίνακας επαναλήψεων.



Εικόνα 4.13 Γράφημα για το παράδειγμα

Time	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	10	C11	C12
0	0.85	0.7	0.55	0.35	0.45	0.3	0.1	0.05	0.4	0.52	0.75	0.6
1	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
2	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
3	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
4	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
5	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
6	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
7	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
8	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
9	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481
10	0.185	0.346	0.551	0.791	0.683	0.833	0.939	0.953	0.726	0.627	0.285	0.481

Εικόνα 4.14 Τιμές επαναλήψεων

4.2.2 Εξέταση των χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2000-2019

Θα χωρίσουμε στα δύο την περίοδο που θα εξετάσουμε έτσι θα συνεχίσουμε το παράδειγμα με την εξέταση των χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2000-2009. Πρώτα θα γίνει η εφαρμογή του μοντέλου FCM και στην συνέχεια του μοντέλου TOPSIS. Ο πίνακας στην ενότητα 4.2 απεικονίζει το αναλυτικό ποσοστό και των 12 μηνών για τις χρονιές 2000 μέχρι 2009. Η καταγραφές έχουν γίνει σε mm δηλαδή 1 χιλιοστό του μέτρου. Να σημειωθεί εδώ πως όλα τα στοιχεία είναι από καταγραφές που έγιναν στο Φράγμα Πουρναρίου.

4.2.2.1 Μοντέλο FCM για τις χρονολογίες την χρονική περίοδο 2000-2009

Χρονιά	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Τιμές	673	871,9	1.198,8	1.164,1	1.351,7	1.355,64	1.266,3	1.044,3	1.048,6	1.766,5

Πίνακας 4.15 Συνολικός πίνακας κάθε χρονιάς 2000-2009

Έτσι έχουμε το αρχικό διάνυσμα $[0.1, 0.3, 0.48, 0.45, 0.65, 0.68, 0.62, 0.42, 0.43, 0.8]$. Το αρχικό διάνυσμα είναι το διάνυσμα με τις αρχικές τιμές που μπορούν να πάρουν οι κόμβοι. Συνήθως παίρνει τιμές ανάμεσα σε 0 και 1. Εάν είναι από 0.5 τότε έχει πάρει μια αύξηση στη τιμή του δηλαδή στο παράδειγμα αυτό ο κόμβος C5 που έχει αρχική τιμή 0.65 δείχνει ότι την περίοδο 2000-2009 ο πέμπτος μήνας έχει πάρει μια αύξηση.

Αυτό το αρχικό διάνυσμα ερμηνεύεται ως εξής:

1. Ο πρώτος χρόνος χαρακτηρίζεται με μεγάλη μείωση βροχόπτωσης
 2. Ο δεύτερος χρόνος χαρακτηρίζεται με μικρή αύξηση σε σχέση με τον πρώτο χρόνο
 3. Ο τρίτος χρόνος χαρακτηρίζεται με λιγότερη ουδέτερη κατάσταση
 4. Ο τέταρτος χρόνος χαρακτηρίζεται με ελάχιστη αύξηση σε σχέση με τον τρίτο χρόνο
 5. Ο πέμπτος χρόνος χαρακτηρίζεται με αύξηση
 6. Ο έκτος χρόνος χαρακτηρίζεται ως μικρή αύξηση
 7. Ο έβδομος χρόνος χαρακτηρίζεται ως μικρή μείωση σε σχέση με τον πέμπτο χρόνο
 8. Ο όγδοος χρόνος χαρακτηρίζεται με την μεγάλη μείωση σε σχέση με τον έβδομο χρόνο
 9. Ο ένατος χρόνος χαρακτηρίζεται με μια μικρή μείωση
 10. Ο δέκατος χρόνος χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη αύξηση όλων των κόμβων
- Έκτος από τους κόμβους πρέπει να καθορίσουμε και τις διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων. Έτσι έχουμε τον παρακάτω πίνακα βαρών:

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
C1	0	-0.2	-0.38	-0.35	-0.55	-0.58	-0.52	-0.32	-0.33	-0.7

C2	0.2	0	-0.18	-0.15	-0.35	-0.38	-0.32	-0.12	-0.13	-0.5
C3	0.38	0.18	0	0.03	-0.17	-0.2	-0.14	0.06	0.05	-0.32
C4	0.35	0.15	-0.03	0	-0.2	-0.23	-0.17	0.03	0.02	-0.35
C5	0.55	0.35	0.17	0.2	0	-0.03	0.03	0.23	0.22	-0.15
C6	0.58	0.38	0.2	0.23	0.03	0	0.06	0.26	0.25	-0.12
C7	0.52	0.32	0.14	0.17	-0.03	-0.06	0	0.2	0.19	-0.18
C8	0.32	0.12	-0.06	-0.03	-0.23	-0.26	-0.2	0	-0.01	-0.38
C9	0.33	0.13	-0.05	-0.02	-0.22	-0.25	-0.19	0.01	0	-0.37
C10	0.7	0.5	0.32	0.35	0.15	-0.12	0.18	0.38	0.37	0

Πίνακας 4.16 Πίνακας βαρών

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1.3 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1) δηλαδή η πρώτη επανάληψη του πίνακα.

Σύμφωνα με τον πίνακα βαρών συνεχίζουμε στο Βήμα 2

Επανάληψη $k=1$ έως 10

Βήμα 3,4 $k=1$ έως 10

Υπολογίζουμε την τιμή ανανέωσης του κάθε κόμβου και την συνάρτηση συμπίεσης ως εξής:

$$A_i^{(k)} = f\left(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}\right), \quad f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}$$

Οι πράξεις γίνονται σύμφωνα με τον αλγόριθμο του μοντέλου. Αναλυτικά αναφέρονται στην τελευταία ενότητα της εργασίας «Παράρτημα». Εδώ σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάζεται ο τελικός πίνακας όλων των επαναλήψεων. Η ίδια διαδικασία ακολουθείτε σε όλο το μοντέλο για την απάντηση των ερωτήσεων

Επομένως έχουμε τον εξής πίνακα των κόμβων :

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
2	0.122	0.275	0.483	0.446	0.686	0.718	0.635	0.385	0.421	0.822
3	0.086	0.204	0.387	0.352	0.399	0.63	0.559	0.319	0.329	0.757
4	0.142	0.243	0.40	0.373	0.571	0.60	0.541	0.343	0.312	0.71
5	0.12	0.243	0.407	0.377	0.585	0.623	0.554	0.347	0.357	0.727
6	0.114	0.235	0.402	0.396	0.584	0.616	0.552	0.341	0.351	0.729
7	0.115	0.237	0.404	0.373	0.587	0.618	0.522	0.325	0.351	0.763
8	0.115	0.235	0.397	0.369	0.58	0.611	0.548	0.339	0.349	0.724
9	0.117	0.238	0.402	0.372	0.582	0.612	0.55	0.342	0.352	0.725
10	0.116	0.237	0.402	0.372	0.583	0.614	0.551	0.342	0.352	0.727

Πίνακας 4.17 Πίνακας τιμών για τις 10 επαναλήψεις για τις χρονιές 2000-2009

4.2.2.1.1 Αποτελέσματα

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα στόχος είναι να βρούμε την μεγαλύτερη τιμή. Η μεγαλύτερη τιμή εντοπίζεται στον κόμβο C10 και την επανάληψη 2 με τιμή 0.822 και η μικρότερη τιμή (εκτός του μηδέν) εντοπίζεται στον κόμβο C1 και την επανάληψη 3 με τιμή 0.086

4.2.2.1.2 Μεγαλύτερη τιμή

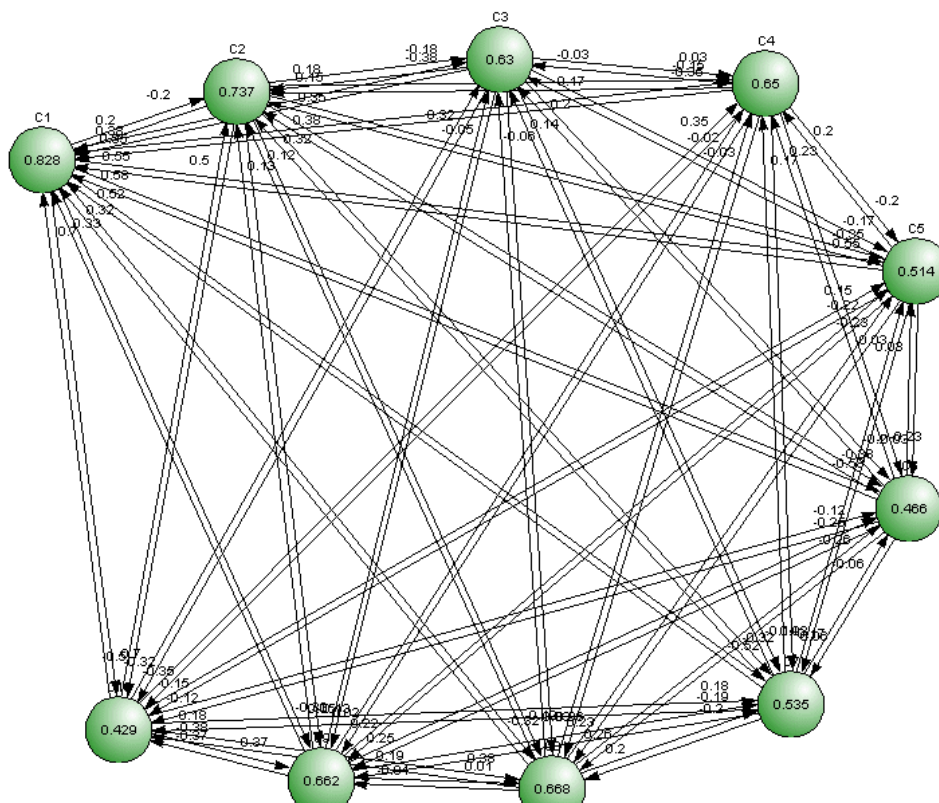
Η μεγαλύτερη τιμή είναι στον κόμβο C10 δηλαδή η 10^η χρονιά δηλαδή το 2009. Τα αποτελέσματα μετά την εφαρμογή της μεθόδου FCM είναι σωστά γιατί αν κοιτάξουμε τον συνολικό πίνακα της δεκαετίας 2000-2009 η χρονιά με την μεγαλύτερη βροχόπτωση είναι το 2009. Όσο περνάνε οι επαναλήψεις παρατηρούμε ότι οι τιμές μειώνονται σε σχέση με τις πρώτες επαναλήψεις και έτσι ο κόμβος C10 εξακολουθεί να έχει τις μεγαλύτερες τιμές από τους άλλους κόμβους.

4.2.2.1.3 Μικρότερη τιμή

Η μικρότερη τιμή είναι στον κόμβο C1 δηλαδή η πρώτη χρονιά το 2000. Τα αποτελέσματα είναι σωστά γιατί σύμφωνα με τον συνολικό πίνακα η χρονιά με την μικρότερη βροχόπτωση είναι το 2000. Η πρώτη χρονιά όμως όσο περνούν οι επαναλήψεις εξακολουθεί να έχει την μικρότερη τιμή έτσι καταλαβαίνουμε ότι η δεύτερη μικρότερη χρονιά με βροχόπτωση είναι ο δεύτερος κόμβος δηλαδή η χρονιά 2001 και σύμφωνα με τον συνολικό πίνακα.

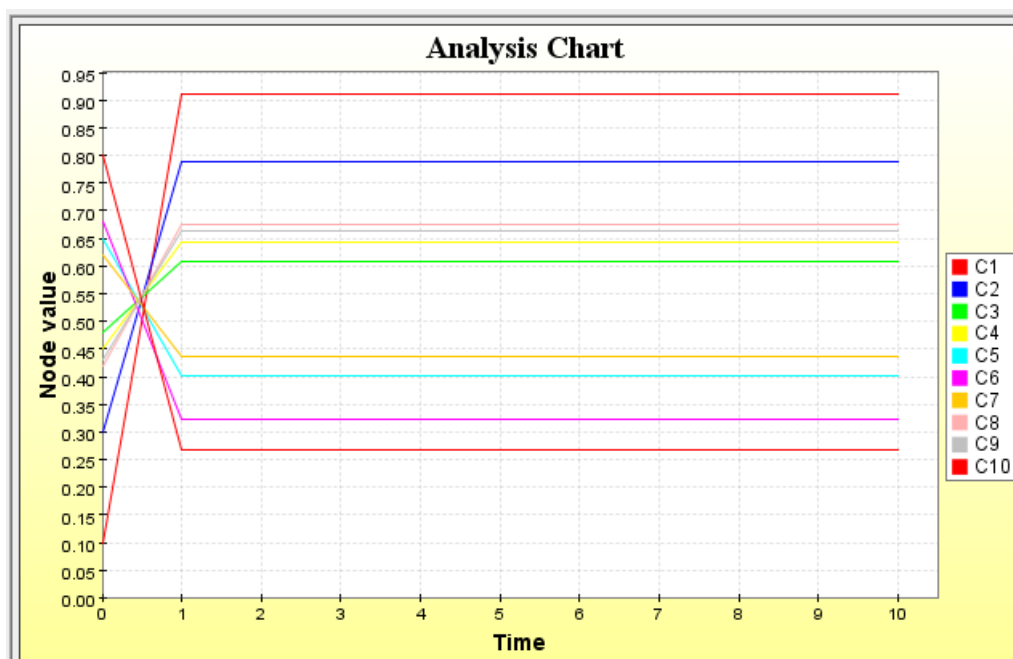
4.2.2.1.4 FCM Analyst

Με την βοήθεια του προγράμματος FCM Analyst για κάθε στοιχείο θα δούμε τους ασαφούς χάρτες. Έτσι στην επόμενη εικόνα έχουμε τον ασαφή χάρτη για της χρονιές της δεκαετίας 2000-2009. Οι κόμβοι C1 έως C10 αντικατοπτρίζουν τους κόμβους που έχουμε δώσει και παραπάνω. Οι διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων απεικονίζονται με ευθείες γραμμές και βέλη που δείχνουν τα βάρη από τον έναν κόμβο στον άλλον.



Εικόνα 4.18 Ασαφής γνωστικός χάρτης

Στην επόμενη εικόνα απεικονίζετε το γράφημα και στην μεθεπόμενη εικόνα ο πίνακας των επαναλήψεων.



Εικόνα 4.19 Γράφημα για το παράδειγμα

Time	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
0	0.1	0.3	0.48	0.45	0.65	0.68	0.62	0.42	0.43	0.8
1	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
2	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
3	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
4	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
5	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
6	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
7	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
8	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
9	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269
10	0.91	0.79	0.608	0.642	0.401	0.323	0.437	0.675	0.665	0.269

Πίνακας 4.20 Τιμές επαναλήψεων

4.2.2.2 Μοντέλο FCM για τις χρονολογίες την χρονική περίοδο 2010-2019

Χρονιά	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Τιμές	1.859,6	1.025,5	1.637,9	1.411,9	1.400,9	1.124	1.424,6	933,2	1.349,8	659,4

Πίνακας 4.21 Συνολικός πίνακας κάθε χρονιάς 2010-2019

Έτσι έχουμε το αρχικό διάνυσμα $[0.9, 0.3, 0.7, 0.58, 0.55, 0.4, 0.6, 0.2, 0.5, 0.1]$. Το αρχικό διάνυσμα είναι το διάνυσμα με τις αρχικές τιμές που μπορούν να πάρουν οι κόμβοι. Συνήθως παίρνει τιμές ανάμεσα σε 0 και 1. Εάν είναι πάνω από 0.5 τότε έχει πάρει μια αύξηση στη τιμή του δηλαδή στο παράδειγμα αυτό ο κόμβος C4 που έχει αρχική τιμή 0.58 δείχνει ότι την περίοδο 2010-2019 ο τέταρτος χρόνος έχει πάρει μια αύξηση.

Αυτό το αρχικό διάνυσμα ερμηνεύεται ως εξής:

1. Ο πρώτος χρόνος χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη αύξηση βροχόπτωσης από όλους τους κόμβους
2. Ο δεύτερος χρόνος χαρακτηρίζεται με μεγάλη μείωση σε σχέση με τον πρώτο κόμβο
3. Ο τρίτος χρόνος χαρακτηρίζεται με την δεύτερη μεγαλύτερη αύξηση από όλους τους κόμβους
4. Ο τέταρτος χρόνος χαρακτηρίζεται με μείωση σε σχέση με τον τρίτο χρόνο
5. Ο πέμπτος χρόνος χαρακτηρίζεται με μικρή αύξηση από την ουδέτερη κατάσταση
6. Ο έκτος χρόνος χαρακτηρίζεται ως μικρή μείωση από την ουδέτερη κατάσταση
7. Ο έβδομος χρόνος χαρακτηρίζεται ως αύξηση σε σχέση με τον πέμπτο χρόνο
8. Ο όγδοος χρόνος χαρακτηρίζεται με την μεγάλη μείωση σε σχέση με τον έβδομο χρόνο
9. Ο ένατος χρόνος χαρακτηρίζεται με ουδέτερη κατάσταση
10. Ο δέκατος χρόνος χαρακτηρίζεται με την μεγαλύτερη μείωση όλων των κόμβων

Έκτος από τους κόμβους πρέπει να καθορίσουμε και τις διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων.

Έτσι έχουμε τον παρακάτω πίνακα βαρών:

C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

C1	0	0.6	0.2	0.32	0.35	0.5	0.3	0.7	0.4	0.8
C2	-0.6	0	-0.4	-0.28	-0.25	-0.1	-0.3	0.1	-0.2	0.2
C3	-0.2	0.4	0	0.12	0.15	0.3	0.1	0.5	0.2	0.6
C4	-0.32	0.28	-0.12	0	0.03	0.18	-0.02	-0.38	0.08	0.48
C5	-0.35	0.25	-0.15	-0.03	0	0.15	-0.05	0.35	0.05	0.45
C6	-0.5	0.1	-0.3	-0.18	-0.15	0	-0.2	0.2	-0.1	0.3
C7	-0.3	0.3	-0.1	0.02	0.05	0.2	0	0.4	0.1	0.5
C8	-0.7	-0.1	-0.5	0.38	-0.35	-0.2	-0.4	0	-0.3	0.1
C9	-0.4	0.2	-0.2	-0.08	-0.05	0.1	-0.1	0.3	0	0.4
C10	-0.8	-0.2	-0.6	-0.48	-0.45	-0.3	-0.5	-0.1	-0.4	0

Πίνακας 4.22 Πίνακας βαρών

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1.3 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1) δηλαδή η πρώτη επανάληψη του πίνακα.

Σύμφωνα με τον πίνακα βαρών συνεχίζουμε στο Βήμα 2

Επανάληψη $k=1$ έως 10

Βήμα 3,4 $k=1$ έως 10

Υπολογίζουμε την τιμή ανανέωσης του κάθε κόμβου και την συνάρτηση συμπίεσης ως εξής:

$$A_i^{(k)} = f\left(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}\right), \quad f(u) = \frac{1}{1 + e^{-au}}$$

Οι πράξεις γίνονται σύμφωνα με τον αλγόριθμο του μοντέλου. Αναλυτικά αναφέρονται στην τελευταία ενότητα της εργασίας «Παράρτημα». Εδώ σε αυτή την ενότητα θα παρουσιάζεται ο τελικός πίνακας όλων των επαναλήψεων. Η ίδια διαδικασία ακολουθείτε σε όλο το μοντέλο για την απάντηση των ερωτήσεων. Επομένως έχουμε τον εξής πίνακα των κόμβων :

ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
2	0.889	0.285	0.747	0.526	0.582	0.397	0.642	0.262	0.521	0.128
3	0.828	0.196	0.641	0.446	0.458	0.286	0.52	0.181	0.398	0.082
4	0.768	0.227	0.596	0.442	0.446	0.306	0.497	0.216	0.397	0.116
5	0.778	0.24	0.611	0.452	0.463	0.321	0.513	0.229	0.414	0.124
6	0.787	0.236	0.618	0.452	0.465	0.318	0.517	0.207	0.414	0.106
7	0.782	0.233	0.612	0.451	0.46	0.314	0.511	0.221	0.409	0.117
8	0.784	0.235	0.614	0.451	0.462	0.317	0.514	0.223	0.412	0.119
9	0.785	0.235	0.615	0.451	0.463	0.317	0.514	0.222	0.412	0.118
10	0.785	0.234	0.615	0.451	0.462	0.316	0.514	0.222	0.357	0.118

Πίνακας 4.23 Πίνακας τιμών για τις 10 επαναλήψεις για τις χρονιές 2010-2019

4.2.2.2.1 Αποτελέσματα:

Σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα στόχος είναι να βρούμε την μεγαλύτερη τιμή. Η μεγαλύτερη τιμή εντοπίζεται στον κόμβο C1 και την επανάληψη 2 με τιμή 0.889 και η μικρότερη τιμή (εκτός του μηδέν) εντοπίζεται στον κόμβο C10 και την επανάληψη 3 με τιμή 0.082.

4.2.2.2.2 Μεγαλύτερη τιμή

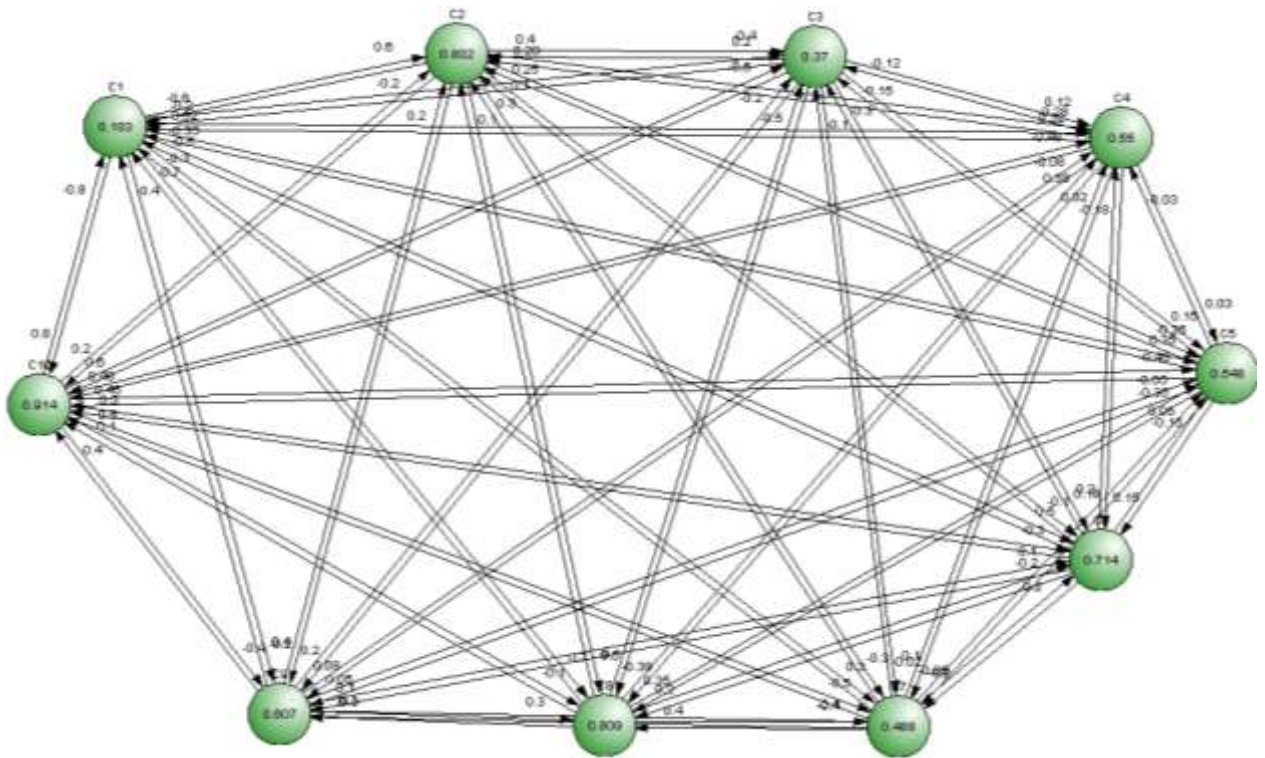
Η μεγαλύτερη τιμή είναι στον κόμβο C1 δηλαδή η 1^η χρονιά δηλαδή το 2010. Τα αποτελέσματα μετά την εφαρμογή της μεθόδου FCM είναι σωστά γιατί αν κοιτάξουμε τον συνολικό πίνακα της δεκαετίας 2010-2019 η χρονιά με την μεγαλύτερη βροχόπτωση είναι το 2010. Όσο περνάνε οι επαναλήψεις παρατηρούμε ότι οι τιμές μειώνονται σε σχέση με τις πρώτες επαναλήψεις και έτσι ο κόμβος C1 εξακολουθεί να έχει τις μεγαλύτερες τιμές από τους άλλους κόμβους.

4.2.2.2.3 Μικρότερη τιμή

Η μικρότερη τιμή είναι στον κόμβο C10 δηλαδή η 10^η χρονιά το 2019. Τα αποτελέσματα είναι σωστά γιατί σύμφωνα με τον συνολικό πίνακα η χρονιά με την μικρότερη βροχόπτωση είναι το 2019. Η δέκατη χρονιά όμως όσο περνούν οι επαναλήψεις εξακολουθεί να έχει την μικρότερη τιμή στο σημείο αυτό να υπενθυμίσουμε όπως και παραπάνω ότι η τελευταία χρονιά δεν έχουν καταγραφεί οι τελευταίοι μήνες γι αυτό και η χρονιά έχει μικρή συνολική τιμή.

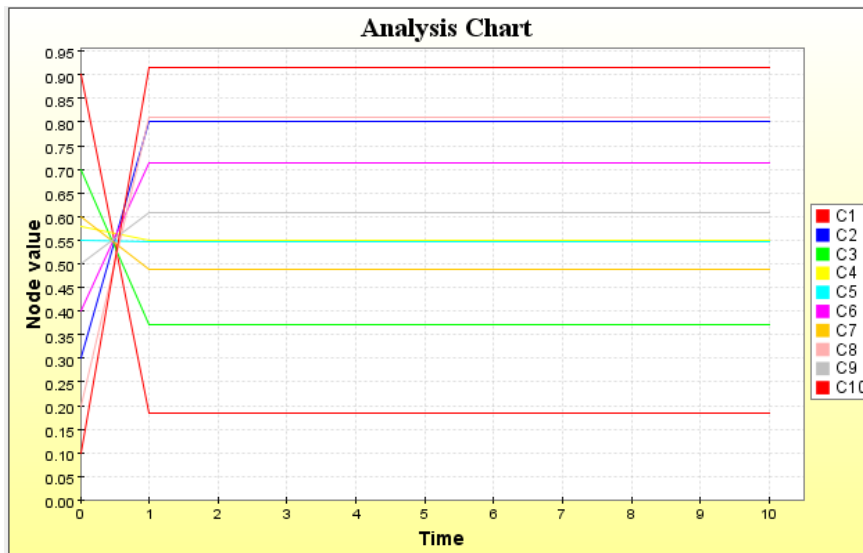
4.2.2.2.4 FCM Analyst

Με την βοήθεια του προγράμματος FCM Analyst για κάθε στοιχείο θα δούμε τους ασαφούς χάρτες. Έτσι στην επόμενη εικόνα έχουμε τον ασαφή χάρτη για της χρονιές της δεκαετίας 2010-2019. Οι κόμβοι C1 έως C10 αντικατοπτρίζουν τους κόμβους που έχουμε δώσει και παραπάνω. Οι διασυνδέσεις μεταξύ των κόμβων απεικονίζονται με ευθείες γραμμές και βέλη που δείχνουν τα βάρη από τον έναν κόμβο στον άλλον.



Εικόνα 4.24 Ασαφής γνωστικός χάρτης

Στην επόμενη εικόνα εμφανίζεται το γράφημα και στην μεθεπόμενη ο πίνακας επαναλήψεων.



Εικόνα 4.25 Γράφημα παραδείγματος

Time	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
0	0.9	0.3	0.7	0.58	0.55	0.4	0.6	0.2	0.5	0.1
1	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
2	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
3	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
4	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
5	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
6	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
7	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
8	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
9	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914
10	0.183	0.802	0.37	0.55	0.548	0.714	0.488	0.809	0.607	0.914

Εικόνας 4.26 Τιμές επαναλήψεων

4.3 Μοντέλο TOPSIS

4.3.1 Εξέταση μηνών για την χρονική περίοδο 2000-2009

Πρώτα θα μελετήσουμε τους μήνες για την περίοδο 2000-2009 με βάση τον παρακάτω συνολικό πίνακα. Όπως χρησιμοποιήθηκε παραπάνω και στο μοντέλο FCM

Μήνας	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μάι	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
Τιμές	1628,44	1227,7	936,7	889,2	376,6	253,6	183,7	188,6	862,2	1352,9	1773,1	1964,6

4.27 Συνολικός πίνακας για τις χρονιές 2000-2009

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο της μεθόδου TOPSIS όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.3.1 που θα ακολουθήσουμε, στο πρώτο βήμα ορίζουμε τα κριτήρια και τις γλωσσικές μεταβλητές για την αξιολόγηση των υποψηφίων. Οι εναλλακτικές λύσεις είναι 12 σε αριθμό. Οι άνθρωποι που θα αναλάβουν να διεκπεραιώσουν τη διαδικασία επιλογής του μήνα με τις μεγαλύτερες και λιγότερες βροχοπτώσεις για την περίοδο 2000-2009, δηλαδή οι decision makers, είναι η συγγραφέας της πτυχιακής εργασίας ως ειδική για την μελέτη που έχει κάνει (DM1) και τα υπάρχον στοιχεία του παραπάνω πίνακα (DM2) εδώ να σημειώσουμε πως οι υπολογισμοί και τα αποτελέσματα γίνονται για τον DM1, ο DM2 αναφέρετε απλά για να δείξουμε πως μπορούν να υπάρχουν περισσότεροι από ένας. Τα κριτήρια σύμφωνα με τα οποία θα γίνει η αξιολόγηση των μηνών για τις χρονολογίες 2000-2009 και τα οποία έκριναν πιο σημαντικά οι decision makers είναι τα εξής: 1) το πρώτο και σημαντικό κριτήριο είναι οι τέσσερις (4) εποχές του χρόνου Χειμώνας (C1), Άνοιξη (C2), Καλοκαίρι (C3), Φθινόπωρο (C4), 2) ο γεωγραφικός προσανατολισμός δηλαδή ορεινά και πεδινά (στο παράδειγμα μας οι καταγραφές είναι στα πεδινά της Άρτας) (C5).

Σύμφωνα με τη μέθοδο στο Βήμα 1, οι αποφασίζοντες είναι αυτοί που προσδιορίζουν τους συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής προσωπικού. Στον παρακάτω

πίνακα παρουσιάζουμε την αξιολόγηση κάθε κριτηρίου από κάθε decision maker με την βοήθεια των γλωσσικών μεταβλητών.

A/A	Κριτήρια Επιλογής	DM1	DM2
1	Εποχή 1: Χειμώνας	VH	VH
2	Εποχή 2: Άνοιξη	M	H
3	Εποχή 3: Καλοκαίρι	M	M
4	Εποχή 4: Φθινόπωρο	H	VH
5	Ορεινά-Πεδινά	VH	VH

Πίνακας 4.28 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε κριτηρίου επιλογής. Πολύ σημαντικά κριτήρια έχουν ομόφωνα χαρακτηριστεί η Εποχή 1: Χειμώνας λογικό διότι τον χειμώνα στατιστικά βρέχει πιο πολύ από τις άλλες εποχές αρκεί να το αποδείξουμε. Σημαντικά κριτήρια είναι η Εποχή 2: Άνοιξη, Εποχή 4: Φθινόπωρο και ακολουθούν τα υπόλοιπα κριτήρια με μέτρια σημασία.

Στο Βήμα 2 της μεθόδου TOPSIS πρέπει να γίνει ο ορισμός των κατάλληλων γλωσσικών μεταβλητών για τους σημαντικούς προς αξιολόγηση υποψηφίους με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων από τους ειδικούς decision makers

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	H	H
4	Απρίλιος	H	M
5	Μάιος	M	M
6	Ιούνιος	L	M
7	Ιούλιος	L	L
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	L	M
10	Οκτώβριος	M	M
11	Νοέμβριος	H	H
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.29 Πίνακας αποφάσεων των decision makers

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Πολύ Χαμηλό Σημαντικό (**VL** Very Low), Χαμηλό Σημαντικό (**L** Low), Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε υποψήφιου. Πολύ σημαντικοί υποψήφιοι έχουν ομόφωνα χαρακτηριστεί: ο Ιανουάριος, ο Φεβρουάριος και ο Δεκέμβριος. Σημαντικά υποψήφιοι έχουν χαρακτηριστεί: ο Μάρτιος και ο Φεβρουάριος

και ακολουθούν οι υπόλοιποι υποψήφιοι με μέτρια σημαντικά, χαμηλά σημαντικά, πολύ χαμηλά σημαντικά.

Μέχρι στιγμής έχουμε ορίσει τα κριτήρια αξιολόγησης όπως επίσης έχουμε ορίσει τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές για τα κριτήρια αξιολογήσεις με την βοήθεια των ασαφών συνόλων. Στην συνέχεια ορίσαμε τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές και πάλι με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων. Αφού έχουν ορισθεί όλα τα προηγούμενα και έχουν συγκεντρωθεί οι συντελεστές στάθμισης κριτηρίων που έχουν προκύψει από τις απόψεις των ειδικών decision makers.

Στο Βήμα 5 συγκεντρώνονται οι απόψεις των συμμετεχόντων για κάθε υποψήφιο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας τις γλωσσικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω οι decision makers εκτιμούν κάθε υποψήφιο για κάθε κριτήριο.

4.3.1.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου

Κριτήριο 1: Εποχή 1 Χειμώνας

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	H	H
3	Μάρτιος	H	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	M	VL
6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	L	M
10	Οκτώβριος	M	H
11	Νοέμβριος	H	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.30 Πίνακας 1^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.9	9
2	Φεβρουάριος	0.7	6

3	Μάρτιος	0.6	5
4	Απρίλιος	0.5	4
5	Μάιος	0.4	3
6	Ιούνιος	0.4	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.2	1
9	Σεπτέμβριος	0.4	4
10	Οκτώβριος	0.5	6
11	Νοέμβριος	0.6	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.31 Αριθμητικά αποτελέσματα 1^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.8	0.5	0.2	0.7	0.6

Πίνακας 4.32 Πίνακας βαρών για τα κριτήρια

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7	8

Πίνακας 4.33 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.434, 0.254, 0.239, 0.191, 0.051, 0.033, 0.371, 0.316, 0.372, 0.305\}$
- $V^- = \{0.254, 0.434, 0.191, 0.239, 0.033, 0.051, 0.316, 0.371, 0.305, 0.372\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα:

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.617	0.670	0.707	1 ^{ος}
Φεβρουάριος	1.581	0.610	0.628	9 ^{ος}
Μάρτιος	1.616	0.662	0.693	2 ^{ος}
Απρίλιος	1.625	0.656	0.676	5 ^{ος}
Μάιος	1.607	0.641	0.663	7 ^{ος}
Ιούνιος	1.607	0.641	0.663	8 ^{ος}
Ιούλιος	1.579	0.547	0.530	11 ^{ος}
Αύγουστος	1.579	0.547	0.530	12 ^{ος}
Σεπτέμβριος	1.544	0.641	0.609	10 ^{ος}
Οκτώβριος	1.625	0.656	0.676	6 ^{ος}
Νοέμβριος	1.616	0.662	0.693	3 ^{ος}
Δεκέμβριος	1.622	0.663	0.691	4 ^{ος}

Πίνακας 4.34 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.1.1.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Ιανουάριος, Μάρτιος, Νοέμβριος και Δεκέμβριος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Αύγουστος, Ιούλιος, Σεπτέμβριος και Φεβρουάριος. Τα αποτελέσματα εκτός από τον Φεβρουάριο ισχύουν να έχουν τις χαμηλότερες τιμές από τον συνολικό πίνακα.

4.3.1.2 Μελέτη δεύτερου κριτηρίου

Κριτήριο 2: Εποχή 2 Άνοιξη

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	H	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	L	VL

6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	L	M
10	Οκτώβριος	M	H
11	Νοέμβριος	H	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.35 Πίνακας 2^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.9	9
2	Φεβρουάριος	0.85	6
3	Μάρτιος	0.6	5
4	Απρίλιος	0.5	4
5	Μάιος	0.4	3
6	Ιούνιος	0.3	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.1	1
9	Σεπτέμβριος	0.4	4
10	Οκτώβριος	0.5	6
11	Νοέμβριος	0.7	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.36 Αριθμητικά αποτελέσματα 2^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.8	0.5	0.2	0.7	0.6

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιοι με τον πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	6	2	7	8

Πίνακας 4.37 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.43, 0.342, 0.238, 0.191, 0.05, 0.038, 0.401, 0.312, 0.354, 0.258\}$
- $V^- = \{0.342, 0.43, 0.191, 0.238, 0.038, 0.05, 0.312, 0.401, 0.258, 0.354\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα:

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.485	0.654	0.787	1 ^{ος}
Φεβρουάριος	1.617	0.648	0.668	7 ^{ος}
Μάρτιος	1.610	0.661	0.696	5 ^{ος}
Απρίλιος	1.506	0.63	0.719	4 ^{ος}
Μάιος	1.529	0.623	0.687	6 ^{ος}
Ιούνιος	1.620	0.638	0.649	9 ^{ος}
Ιούλιος	1.575	0.611	0.633	11 ^{ος}
Αύγουστος	1.559	0.596	0.618	12 ^{ος}
Σεπτέμβριος	1.631	0.653	0.667	8 ^{ος}
Οκτώβριος	1.658	0.647	0.639	10 ^{ος}
Νοέμβριος	1.505	0.635	0.729	3 ^{ος}
Δεκέμβριος	1.512	0.664	0.783	2 ^{ος}

Πίνακας 4.38 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.1.2.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Ιανουάριος, Δεκέμβριος, Νοέμβριος και Απρίλιος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει διότι αυτοί οι μήνες έχει δώσει με την υψηλότερη τιμή. Εδώ στις υψηλότερες τιμές εμφανίζετε και ο Απρίλιος μήνας της άνοιξης που είναι και το δεύτερο κριτήριο. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Αύγουστος, Ιούλιος, Οκτώβριος και Ιούνιος. Τα αποτελέσματα εκτός από τον Φεβρουάριο ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει ο DM1.

4.3.1.3 Μελέτη τρίτου κριτηρίου

Κριτήριο 3: Εποχή 3 Καλοκαίρι

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	H	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	VL	VL
6	Ιούνιος	VL	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	L	M
10	Οκτώβριος	M	M
11	Νοέμβριος	H	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.39 Πίνακας 3^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογήτη.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.9	6
3	Μάρτιος	0.7	5
4	Απρίλιος	0.6	4
5	Μάιος	0.45	3
6	Ιούνιος	0.3	2
7	Ιούλιος	0.2	1

8	Αύγουστος	0.1	1
9	Σεπτέμβριος	0.4	4
10	Οκτώβριος	0.6	6
11	Νοέμβριος	0.7	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.40 Αριθμητικά αποτελέσματα 3^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.8	0.5	0.2	0.7	0.6

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με τον πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	3	7	8

Πίνακας 4.41 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.434, 0.342, 0.269, 0.192, 0.058, 0.038, 0.415, 0.316, 0.364, 0.258\}$
- $V^- = \{0.342, 0.434, 0.192, 0.269, 0.038, 0.058, 0.316, 0.415, 0.258, 0.364\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα:

	S_t^+	S_t^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.631	0.651	0.664	5 ^{ος}
Φεβρουάριος	1.646	0.668	0.683	3 ^{ος}
Μάρτιος	1.644	0.664	0.677	4 ^{ος}
Απρίλιος	1.620	0.634	0.643	11 ^{ος}
Μάιος	1.618	0.673	0.712	2 ^{ος}
Ιούνιος	1.654	0.661	0.665	7 ^{ος}
Ιούλιος	1.615	0.704	0.772	1 ^{ος}
Αύγουστος	1.542	0.615	0.663	8 ^{ος}
Σεπτέμβριος	1.638	0.644	0.647	10 ^{ος}
Οκτώβριος	1.601	0.614	0.622	12 ^{ος}
Νοέμβριος	1.626	0.644	0.655	9 ^{ος}
Δεκέμβριος	1.631	0.651	0.664	6 ^{ος}

Πίνακας 4.42 Πίνακας αποστάσεις S_t^+ και S_t^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.1.3 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Ιούλιος, Μάιος, Φεβρουάριος και Μάρτιος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα για τον πρώτο μήνα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει διότι ο Ιούλιος σύμφωνα και με τον συνολικό πίνακα είναι ο μήνας με την χαμηλότερη τιμή, ανήκει και στην εποχή καλοκαίρι που είναι και το τρίτο κριτήριο. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Οκτώβριος, Απρίλιος, Σεπτέμβριος και Νοέμβριος. Σε αυτές τις τιμές βλέπουμε μήνες που δεν ανήκουν στην εποχή καλοκαίρι που είναι το κριτήριο 3 άρα αποδόθηκε σωστά.

4.3.1.4 Μελέτη τέταρτου κριτηρίου

Κριτήριο 4: Εποχή 4 Φθινόπωρο

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	H	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	L	VL
6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	L	M

10	Οκτώβριος	H	H
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.43 Πίνακας 4^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογήτη.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.95	6
3	Μάρτιος	0.8	5
4	Απρίλιος	0.6	4
5	Μάιος	0.45	3
6	Ιούνιος	0.3	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.1	1
9	Σεπτέμβριος	0.4	4
10	Οκτώβριος	0.7	6
11	Νοέμβριος	0.9	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.44 Αριθμητικών αποτελεσμάτων 4^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.8	0.5	0.2	0.7	0.6

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με τον πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7.5	8

Πίνακας 4.45 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψηφίου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.404, 0.295, 0.242, 0.197, 0.056, 0.036, 0.375, 0.315, 0.372, 0.221\}$
- $V^- = \{0.295, 0.404, 0.197, 0.242, 0.036, 0.056, 0.315, 0.375, 0.221, 0.372\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα:

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.600	0.634	0.656	5^{ος}
Φεβρουάριος	1.588	0.634	0.664	2^{ος}
Μάρτιος	1.598	0.635	0.659	4^{ος}
Απρίλιος	1.565	0.623	0.661	3^{ος}
Μάιος	1.583	0.601	0.610	10^{ος}
Ιούνιος	1.632	0.641	0.646	7^{ος}
Ιούλιος	1.631	0.611	0.599	11^{ος}
Αύγουστος	1.518	0.554	0.574	12^{ος}
Σεπτέμβριος	1.610	0.619	0.624	9^{ος}
Οκτώβριος	1.588	0.659	0.709	1^{ος}
Νοέμβριος	1.585	0.614	0.632	8^{ος}
Δεκέμβριος	1.600	0.634	0.656	6^{ος}

Πίνακας 4.46 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.1.4.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Οκτώβριος, Φεβρουάριος, Απρίλιος και Μάρτιος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ο πρώτος μήνας ανήκει στην εποχή του φθινόπωρου που είναι και το κριτήριο 4. Οι τέσσερις

τελευταίες τιμές είναι ο: Αύγουστος, Ιούλιος, Μάιος και Σεπτέμβριος. Τα αποτελέσματα εκτός από τον ισχύουν να έχουν τις χαμηλότερες τιμές από τον συνολικό πίνακα και εμφανίζεται και ο μήνας Σεπτέμβριος που ανήκει στην εποχή του φθινόπωρου και σύμφωνα με τον συνολικό πίνακα ο μήνας αυτός έχει την χαμηλότερη τιμή από τους άλλους 2 της εποχής αυτής.

4.3.1.5 Μελέτη πέμπτου κριτηρίου

Κριτήριο 5: Ορεινά-Πεδινά

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	VH	H
4	Απρίλιος	H	M
5	Μάιος	L	VL
6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	L	VL
9	Σεπτέμβριος	M	M
10	Οκτώβριος	H	H
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.47 Πίνακας 5^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.9	6
3	Μάρτιος	0.9	5
4	Απρίλιος	0.6	4
5	Μάιος	0.5	3
6	Ιούνιος	0.4	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.25	1
9	Σεπτέμβριος	0.5	4
10	Οκτώβριος	0.8	6

11	Νοέμβριος	0.9	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.48 Αριθμητικά αποτελέσματα 5^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.8	0.5	0.2	0.7	0.6

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7	8

Πίνακας 4.49 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.436, 0.348, 0.248, 0.181, 0.059, 0.036, 0.445, 0.311, 0.362, 0.217\}$
- $V^- = \{0.348, 0.436, 0.181, 0.248, 0.036, 0.059, 0.311, 0.445, 0.217, 0.362\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.614	0.651	0.676	7 ^{ος}
Φεβρουάριος	1.595	0.642	0.673	8 ^{ος}
Μάρτιος	1.595	0.642	0.673	9 ^{ος}
Απρίλιος	1.641	0.671	0.691	4 ^{ος}
Μάιος	1.619	0.638	0.650	12 ^{ος}
Ιούνιος	1.669	0.686	0.697	2 ^{ος}
Ιούλιος	1.692	0.768	0.831	1 ^{ος}
Αύγουστος	1.587	0.652	0.697	3 ^{ος}
Σεπτέμβριος	1.619	0.647	0.665	10 ^{ος}
Οκτώβριος	1.637	0.667	0.687	5 ^{ος}
Νοέμβριος	1.607	0.650	0.679	6 ^{ος}
Δεκέμβριος	1.595	0.633	0.658	11 ^{ος}

Πίνακας 4.50 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.1.5.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Ιούλιος, Ιούνιος, Αύγουστος και Απρίλιος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα διότι αυτούς τους μήνες υπάρχει μικρό ποσοστό βροχόπτωσης τόσο στα ορεινά όσο και στα πεδινά. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Μάιος, Δεκέμβριος, Σεπτέμβριος και Μάρτιος. Τα αποτελέσματα ισχύουν διότι αυτοί οι μήνες έχουν μεγάλο ποσοστό βροχόπτωσης τόσο στα ορεινά όσο και στα πεδινά. Στο σημείο αυτό να σημειώσουμε ότι τα αποτελέσματα στο κριτήριο αυτό είναι αντίθετα από τα άλλα. Δηλαδή οι μήνες αυτοί που έχουν την μεγαλύτερη τιμή σε αυτό το κριτήριο στα άλλα έχουν την χαμηλότερη.

4.3.1.6 Συμπέρασμα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
<u>Υψηλές τιμές</u>	Ιανουάριος, Μάρτιος, Νοέμβριος, Δεκέμβριος	Ιανουάριος, Δεκέμβριος, Νοέμβριος, Απρίλιος	Ιούλιος, Μάιος, Φεβρουάριος, Μάρτιος	Οκτώβριος, Φεβρουάριος, Απρίλιος, Μάρτιος	Ιούλιος, Ιούνιος, Αύγουστος, Απρίλιος
<u>Χαμηλές τιμές</u>	Αύγουστος, Ιούλιος, Σεπτέμβριος, Φεβρουάριος	Αύγουστος, Ιούλιος, Οκτώβριος, Ιούνιος	Οκτώβριος, Απρίλιος, Σεπτέμβριος, Νοέμβριος	Αύγουστος, Ιούλιος, Μάιος, Σεπτέμβριος	Μάιος, Νοέμβριος, Σεπτέμβριος, Μάρτιος

Πίνακας 4.51 Πίνακας μηνών για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2000-2009

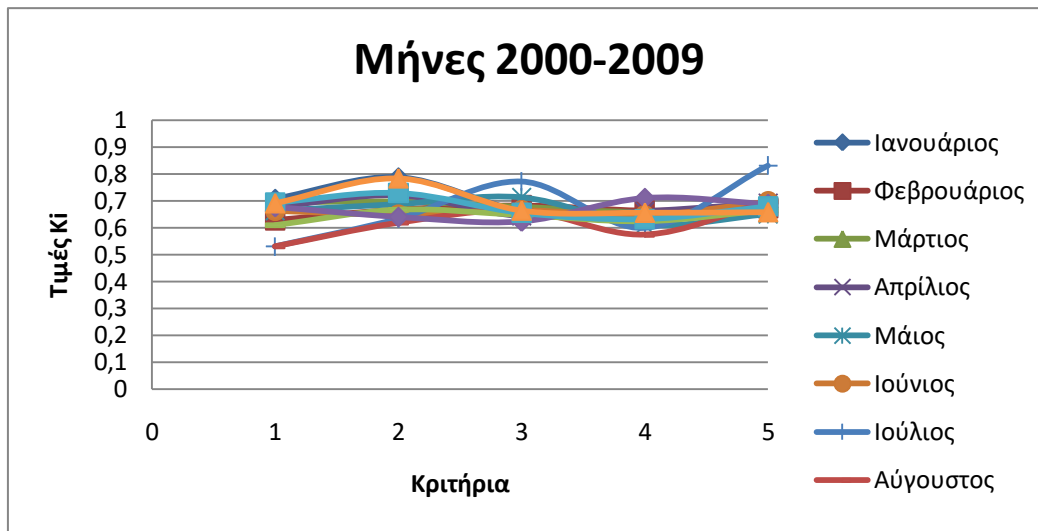
Οι τρεις υψηλές τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι ο: Μάρτιος, Απρίλιος και Ιανουάριος. Η τρίτη τιμή ήταν δύσκολο να επιλεγθεί αλλά έγινε με βάση την βαρύτητα των κριτηρίων. Αναλυτικά στο Κριτήριο 1 που είναι ο χειμώνας βλέπουμε πως εμφανίζονται οι μήνες που ανήκουν σε αυτή την εποχή στο Κριτήριο 2 που είναι η άνοιξη βλέπουμε πως εμφανίζονται πάλι μήνες που ανήκουν στον χειμώνα μόνο ο Απρίλιος εμφανίζεται στην άνοιξη.

Αυτό συμβαίνει γιατί όπως βλέπουμε στον πίνακα βαρών των κριτηρίων την μεγαλύτερη τιμή έχει το πρώτο κριτήριο και για αυτό ο κανονικοποιημένος πίνακας U έχει τις μεγαλύτερες τιμές στην πρώτη στήλη. Αν παρατηρήσουμε τον παραπάνω πίνακα θα δούμε ότι σε όλα τα κριτήρια εμφανίζεται ένας μήνας από την εποχή του χειμώνα. Εκτός από το κριτήριο 5, όπως είπαμε το κριτήριο 5 έχει αντίστροφη μορφή από τα υπόλοιπα. Στο κριτήριο αυτό χαρακτηρίζουμε την περιοχή σε ορεινά και πεδινά έτσι η εμφάνιση από τους καλοκαιρινούς μήνες στις υψηλές τιμές μας δείχνει ότι είχαμε χαμηλό ποσοστό βροχόπτωσης στην περιοχή.

Οι τρεις χαμηλότερες τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι ο: Αύγουστος, Σεπτέμβριος και Ιούλιος. Η τρίτη τιμή ήταν δύσκολο να επιλεγθεί αλλά έγινε με βάση την βαρύτητα των κριτηρίων που εμφανίζονται. Αναλυτικά βλέπουμε πως σε όλα τα κριτήρια εμφανίζεται τουλάχιστον ένας μήνας που έχει όντως χαμηλή τιμή βροχόπτωσης.

Όπως βλέπουμε στον πίνακα βαρών των κριτηρίων την χαμηλότερη τιμή έχει το τρίτο κριτήριο και για αυτό ο κανονικοποιημένος πίνακας U έχει τις μικρότερες τιμές στην τρίτη στήλη. Στο κριτήριο 5 όμως, χαρακτηρίζουμε την περιοχή σε ορεινά και πεδινά έτσι η εμφάνιση από μη καλοκαιρινούς μήνες στις χαμηλές τιμές μας δείχνει ότι είχαμε υψηλό ποσοστό βροχόπτωσης στην περιοχή.

Γράφημα



Εικόνα 4.52 Γράφημα για τους μήνες 2000-2009

4.3.2 Εξέταση των μηνών για την χρονική περίοδο 2010-2019

Στην συνέχεια θα μελετήσουμε τους μήνες για την περίοδο 2010-2019 σύμφωνα με τα στοιχεία του παρακάτω πίνακα. Χρησιμοποιούμε τον ίδιο πίνακα όπως και στο μοντέλο FCM.

Μήνας	Ιαν	Φεβ	Μαρ	Απρ	Μάι	Ιουν	Ιουλ	Αυγ	Σεπ	Οκτ	Νοε	Δεκ
Τιμές	2081,5	1677,9	1347,7	659	1001,4	494,3	171,2	86	862,8	1294,5	1704,3	1446,2

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο της μεθόδου TOPSIS όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 2.2.3 που θα ακολουθήσουμε, στο πρώτο βήμα ορίζουμε τα κριτήρια και τις γλωσσικές μεταβλητές για την αξιολόγηση των υποψηφίων. Οι εναλλακτικές λύσεις είναι 12 σε αριθμό. Οι άνθρωποι που θα αναλάβουν να διεκπεραιώσουν τη διαδικασία επιλογής του μήνα με τις μεγαλύτερες και λιγότερες βροχοπτώσεις για την περίοδο 2000-2009 , δηλαδή οι decision makers, είναι η συγγραφέας της πτυχιακής εργασίας ως ειδική για την μελέτη που έχει κάνει (DM1) και τα υπάρχον στοιχεία του παραπάνω πίνακα (DM2). Τα κριτήρια σύμφωνα με τα οποία θα γίνει η αξιολόγηση των μηνών για τις χρονολογίες 2010-2019 και τα οποία έκριναν πιο σημαντικά οι decision makers είναι τα εξής: 1) το πρώτο και σημαντικό κριτήριο είναι οι τέσσερις (4) εποχές του χρόνου Χειμώνας (C1), Άνοιξη (C2), Καλοκαίρι (C3), Φθινόπωρο (C4), 2) ο γεωγραφικός προσανατολισμός δηλαδή ορεινά και πεδινά (στο παράδειγμα μας οι καταγραφές είναι στα πεδινά της Άρτας) (C5).

Σύμφωνα με τη μέθοδο στο Βήμα 1, οι αποφασίζοντες είναι αυτοί που προσδιορίζουν τους συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής προσωπικού. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζουμε την αξιολόγηση κάθε κριτηρίου από κάθε decision maker με την βοήθεια των γλωσσικών μεταβλητών.

A/A	Κριτήρια Επιλογής	DM1	DM2
1	Εποχή 1: Χειμώνας	VH	VH
2	Εποχή 2: Άνοιξη	M	H
3	Εποχή 3: Καλοκαίρι	M	M
4	Εποχή 4: Φθινόπωρο	H	VH
5	Ορεινά-Πεδινά	VH	VH

Πίνακας 4.53 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε κριτηρίου επιλογής. Πολύ σημαντικά κριτήρια έχουν ομόφωνα χαρακτηριστεί η Εποχή 1: Χειμώνας λογικό διότι τον χειμώνα στατιστικά βρέχει πιο πολύ από τις άλλες εποχές αρκεί να το αποδείξουμε. Σημαντικά κριτήρια είναι η Εποχή 2: Άνοιξη, Εποχή 4: Φθινόπωρο και ακολουθούν τα υπόλοιπα κριτήρια με μέτρια σημασία.

Στο Βήμα 2 της μεθόδου TOPSIS πρέπει να γίνει ο ορισμός των κατάλληλων γλωσσικών μεταβλητών για τους σημαντικούς προς αξιολόγηση υποψηφίους με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων από τους ειδικούς decision makers

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	VH	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	H	M
6	Ιούνιος	L	M
7	Ιούλιος	L	L
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	M	M
10	Οκτώβριος	H	M
11	Νοέμβριος	VH	H
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.54 Πίνακας ασαφών συνόλων των decision makers

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Πολύ Χαμηλό Σημαντικό (**VL** Very Low), Χαμηλό Σημαντικό (**L** Low), Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε υποψήφιου. Πολύ σημαντικοί υποψήφιοι έχουν ομόφωνα χαρακτηριστεί: ο Ιανουάριος, ο Φεβρουάριος και ο Δεκέμβριος. Σημαντικά υποψήφιοι έχουν χαρακτηριστεί: ο Μάρτιος και ο Φεβρουάριος και ακολουθούν οι υπόλοιποι υποψήφιοι με μέτρια σημαντικά, χαμηλά σημαντικά, πολύ χαμηλά σημαντικά.

Μέχρι στιγμής έχουμε ορίσει τα κριτήρια αξιολόγησης όπως επίσης έχουμε ορίσει τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές για τα κριτήρια αξιολογήσεις με την βοήθεια των ασαφών συνόλων. Στην συνέχεια ορίσαμε τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές και πάλι με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων. Αφού έχουν ορισθεί όλα τα προηγούμενα και έχουν συγκεντρωθεί οι συντελεστές στάθμισης κριτηρίων που έχουν προκύψει από τις απόψεις των ειδικών decision makers.

Στο Βήμα 5 συγκεντρώνονται οι απόψεις των συμμετεχόντων για κάθε υποψήφιο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας τις γλωσσικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω οι decision makers εκτιμούν κάθε υποψήφιο για κάθε κριτήριο.

4.3.2.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου

Κριτήριο 1: Εποχή 1 Χειμώνας

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	H
3	Μάρτιος	VH	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	H	VL
6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	L	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	M	M
10	Οκτώβριος	H	H
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.55 Πίνακας του 1^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.9	6
3	Μάρτιος	0.95	5

4	Απρίλιος	0.5	4
5	Μάιος	0.7	3
6	Ιούνιος	0.4	2
7	Ιούλιος	0.25	1
8	Αύγουστος	0.2	1
9	Σεπτέμβριος	0.5	4
10	Οκτώβριος	0.75	6
11	Νοέμβριος	0.9	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.56 Αριθμητικά αποτελέσματα 1^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα $[0,1]$. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.85	0.55	0.2	0.7	0.6

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7	8

Πίνακας 4.57 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D , ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.454, 0.326, 0.271, 0.174, 0.058, 0.035, 0.389, 0.290, 0.396, 0.301\}$
- $V^- = \{0.326, 0.454, 0.174, 0.271, 0.035, 0.058, 0.290, 0.389, 0.301, 0.396\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.634	0.721	0.789	1^{ος}
Φεβρουάριος	1.636	0.651	0.661	11^{ος}
Μάρτιος	1.634	0.721	0.789	2^{ος}
Απρίλιος	1.626	0.648	0.662	10^{ος}
Μάιος	1.653	0.680	0.698	7^{ος}
Ιούνιος	1.625	0.669	0.699	6^{ος}
Ιούλιος	1.593	0.672	0.729	4^{ος}
Αύγουστος	1.610	0.586	0.572	12^{ος}
Σεπτέμβριος	1.661	0.669	0.674	9^{ος}
Οκτώβριος	1.664	0.692	0.711	5^{ος}
Νοέμβριος	1.637	0.661	0.677	8^{ος}
Δεκέμβριος	1.634	0.721	0.789	3^{ος}

Πίνακας 4.58 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.2.1.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Ιανουάριος, Μάρτιος, Δεκέμβριος και Ιούλιος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα εκτός από την εμφάνιση του Ιουλίου που κανονικά ανήκει στις τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Αύγουστος, Φεβρουάριος, Απρίλιος και Σεπτέμβριος. Τα αποτελέσματα εν μέρη ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά να τονίσουμε ότι μπορεί να υπάρχουν διαφορές με τα αποτελέσματα μετά την εφαρμογή της μεθόδου TOPSIS με την πραγματικότητα, τα αποτελέσματα όμως βγαίνουν σύμφωνα με την προσωπική κρίση των DM.

4.3.2.2 Μελέτη δευτέρου κριτηρίου

Κριτήριο 2: Εποχή 2 Άνοιξη

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH

2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	H	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	L	VL
6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	M	M
10	Οκτώβριος	H	H
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.59 Πίνακας 2^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.9	6
3	Μάρτιος	0.9	5
4	Απρίλιος	0.55	4
5	Μάιος	0.75	3
6	Ιούνιος	0.4	2
7	Ιούλιος	0.25	1
8	Αύγουστος	0.2	1
9	Σεπτέμβριος	0.6	4
10	Οκτώβριος	0.8	6
11	Νοέμβριος	0.9	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.60 Αριθμητικά αποτελέσματα 2^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.85	0.55	0.2	0.7	0.6

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
----------	---	---	---	---	---

Αριθμός;	9	5	2	7	8
----------	---	---	---	---	---

Πίνακας 4.61 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.454, 0.405, 0.293, 0.211, 0.058, 0.038, 0.374, 0.327, 0.337, 0.291\}$
- $V^- = \{0.405, 0.454, 0.211, 0.293, 0.038, 0.058, 0.327, 0.374, 0.291, 0.337\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.611	0.707	0.782	3^{ος}
Φεβρουάριος	1.660	0.713	0.752	7^{ος}
Μάρτιος	1.660	0.713	0.752	8^{ος}
Απρίλιος	1.688	0.738	0.776	5^{ος}
Μάιος	1.685	0.806	0.916	1^{ος}
Ιούνιος	1.648	0.625	0.610	12^{ος}
Ιούλιος	1.662	0.699	0.725	10^{ος}
Αύγουστος	1.634	0.669	0.693	11^{ος}
Σεπτέμβριος	1.676	0.708	0.731	9^{ος}
Οκτώβριος	1.707	0.752	0.787	2^{ος}
Νοέμβριος	1.660	0.713	0.752	6^{ος}
Δεκέμβριος	1.611	0.707	0.782	4^{ος}

Πίνακας 4.62 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.2.2.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Μάιος, Οκτώβριος, Ιανουάριος και Δεκέμβριος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει βλέπουμε την εμφάνιση ενός μήνα που ανήκει στην εποχή της άνοιξης και οι υπόλοιποι μήνες ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα με τα στοιχεία που έχουμε αρχικά. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Ιούνιος, Αύγουστος, Ιούλιος και Σεπτέμβριος. Τα αποτελέσματα ισχύουν με την πραγματικότητα και τα στοιχεία που έχουν δώσει οι DM.

4.3.2.3 Μελέτη τρίτου κριτηρίου

Κριτήριο 3: Εποχή 3 Καλοκαίρι

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	VH	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	L	VL
6	Ιούνιος	VL	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	L	M
10	Οκτώβριος	M	M
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.63 Πίνακας 3^{ov} κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.9	6
3	Μάρτιος	0.95	5
4	Απρίλιος	0.55	4
5	Μάιος	0.7	3

6	Ιούνιος	0.3	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.1	1
9	Σεπτέμβριος	0.6	4
10	Οκτώβριος	0.75	6
11	Νοέμβριος	0.9	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.64 Αριθμητικά αποτελέσματα 3^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα $[0,1]$. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.85	0.55	0.2	0.7	0.65

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7	8

Πίνακας 4.65 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D , ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.442, 0.412, 0.277, 0.207, 0.062, 0.037, 0.397, 0.303, 0.356, 0.308\}$
- $V^- = \{0.412, 0.442, 0.207, 0.277, 0.037, 0.062, 0.303, 0.397, 0.308, 0.356\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.650	0.650	0.650	7 ^{ος}
Φεβρουάριος	1.657	0.654	0.652	5 ^{ος}
Μάρτιος	1.650	0.650	0.650	9 ^{ος}
Απρίλιος	1.681	0.681	0.681	1 ^{ος}
Μάιος	1.684	0.682	0.680	2 ^{ος}
Ιούνιος	1.651	0.649	0.647	10 ^{ος}
Ιούλιος	1.625	0.633	0.638	11 ^{ος}
Αύγουστος	1.615	0.620	0.623	12 ^{ος}
Σεπτέμβριος	1.664	0.664	0.664	3 ^{ος}
Οκτώβριος	1.664	0.664	0.664	4 ^{ος}
Νοέμβριος	1.657	0.654	0.652	6 ^{ος}
Δεκέμβριος	1.650	0.650	0.650	8 ^{ος}

Πίνακας 4.66 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.2.3.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Απρίλιος, Μάιος, Σεπτέμβριος και Οκτώβριος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει αλλά δεν ισχύουν και με την πραγματικότητα διότι κανένας από αυτούς τους μήνες δεν ανήκει στην εποχή του καλοκαιριού. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Αύγουστος, Ιούλιος, Ιούνιος και Μάρτιος. Τα αποτελέσματα ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά και με τις τιμές που έχει δώσει ο DM εμφανίζονται όλοι οι μήνες του καλοκαιριού που είναι και το κριτήριο μας.

4.3.2.4 Μελέτη τέταρτου κριτηρίου

Κριτήριο 4: Εποχή 4 Φθινόπωρο

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	VH	H
4	Απρίλιος	M	M
5	Μάιος	H	VL
6	Ιούνιος	L	VL
7	Ιούλιος	VL	VL

8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	H	M
10	Οκτώβριος	VH	H
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.67 Πίνακας 4^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.95	9
2	Φεβρουάριος	0.95	6
3	Μάρτιος	0.9	5
4	Απρίλιος	0.55	4
5	Μάιος	0.75	3
6	Ιούνιος	0.4	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.1	1
9	Σεπτέμβριος	0.7	4
10	Οκτώβριος	0.9	6
11	Νοέμβριος	0.95	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.68 Αριθμητικά αποτελέσματα 4^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.85	0.55	0.2	0.7	0.65

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7	8

Πίνακας 4.69 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψηφίου ως προς το

κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.442, 0.412, 0.277, 0.207, 0.062, 0.037, 0.397, 0.303, 0.356, 0.308\}$
- $V^- = \{0.412, 0.442, 0.207, 0.277, 0.037, 0.062, 0.303, 0.397, 0.308, 0.356\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.602	0.641	0.667	3^{ος}
Φεβρουάριος	1.602	0.641	0.667	4^{ος}
Μάρτιος	1.687	0.647	0.622	11^{ος}
Απρίλιος	1.682	0.672	0.665	5^{ος}
Μάιος	1.645	0.637	0.631	8^{ος}
Ιούνιος	1.664	0.653	0.645	6^{ος}
Ιούλιος	1.655	0.643	0.635	7^{ος}
Αύγουστος	1.648	0.637	0.630	9^{ος}
Σεπτέμβριος	1.621	0.614	0.609	12^{ος}
Οκτώβριος	1.687	0.647	0.622	10^{ος}
Νοέμβριος	1.602	0.641	0.667	1^{ος}
Δεκέμβριος	1.602	0.641	0.667	2^{ος}

Πίνακας 4.70 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.2.4.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι οι: Νοέμβριος, Δεκέμβριος, Ιανουάριος και

Φεβρουάριος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και πλήρως με την πραγματικότητα, με την εμφάνιση του μήνα που ανήκει στην εποχή του κριτηρίου μας. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Σεπτέμβριος, Μάρτιος, Οκτώβριος και Αύγουστος. Τα αποτελέσματα δεν ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά ισχύουν με τα στοιχεία που έχει δώσει ο DM με την εμφάνιση των υπόλοιπων μηνών της εποχής κριτηρίου 4.

4.3.2.5 Μελέτη πέμπτου κριτηρίου

Κριτήριο 5: Ορεινά-Πεδινά

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	VH	VH
2	Φεβρουάριος	VH	VH
3	Μάρτιος	VH	H
4	Απρίλιος	H	M
5	Μάιος	H	VL
6	Ιούνιος	VL	VL
7	Ιούλιος	VL	VL
8	Αύγουστος	VL	VL
9	Σεπτέμβριος	H	M
10	Οκτώβριος	VH	H
11	Νοέμβριος	VH	VH
12	Δεκέμβριος	VH	VH

Πίνακας 4.71 Πίνακας 5^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	Ιανουάριος	0.9	9
2	Φεβρουάριος	0.95	6
3	Μάρτιος	0.9	5
4	Απρίλιος	0.7	4
5	Μάιος	0.75	3
6	Ιούνιος	0.3	2
7	Ιούλιος	0.2	1
8	Αύγουστος	0.1	1
9	Σεπτέμβριος	0.7	4

10	Οκτώβριος	0.9	6
11	Νοέμβριος	0.9	8
12	Δεκέμβριος	0.95	11

Πίνακας 4.72 Αριθμητικά αποτελέσματα 5^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2	C3	C4	C5
Weight	0.85	0.55	0.2	0.7	0.65

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.32

Κριτήριο	1	2	3	4	5
Αριθμός;	9	5	2	7	8

Πίνακας 4.73 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 12 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψηφίου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, κριτήριο 4 και κριτήριο 5 σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2 και το κριτήριο 3. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.480, 0.400, 0.266, 0.211, 0.065, 0.034, 0.395, 0.329, 0.367, 0.308\}$
- $V^- = \{0.400, 0.480, 0.211, 0.266, 0.034, 0.065, 0.329, 0.395, 0.308, 0.367\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
Ιανουάριος	1.651	0.668	0.679	3 ^{ος}
Φεβρουάριος	1.647	0.664	0.675	7 ^{ος}
Μάρτιος	1.651	0.668	0.679	4 ^{ος}
Απρίλιος	1.696	0.736	0.666	9 ^{ος}
Μάιος	1.641	0.653	0.660	10 ^{ος}
Ιούνιος	1.670	0.684	0.693	1 ^{ος}
Ιούλιος	1.666	0.677	0.684	2 ^{ος}
Αύγουστος	1.619	0.636	0.646	11 ^{ος}
Σεπτέμβριος	1.622	0.620	0.618	12 ^{ος}
Οκτώβριος	1.651	0.668	0.679	5 ^{ος}
Νοέμβριος	1.651	0.668	0.679	6 ^{ος}
Δεκέμβριος	1.647	0.664	0.675	8 ^{ος}

Πίνακας 4.74 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.2.5.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι ο: Ιούνιος, Ιούλιος, Ιανουάριος και Μάρτιος. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα διότι αυτοί οι μήνες έχουν το μικρότερο ποσοστό βροχόπτωσης είτε στα ορεινά είτε στα πεδινά. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι ο: Σεπτέμβριος, Αύγουστος, Μάιος και Απρίλιος. Τα αποτελέσματα ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά και με τα στοιχεία που έχει δώσει ο DM. Με την πραγματικότητα όμως δεν ισχύει διότι αυτοί οι μήνες έχουν χαρακτηριστεί με μέτρια βροχόπτωση.

4.3.2.6 Συμπέρασμα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
<u>Υψηλές τιμές</u>	Ιανουάριος, Μάρτιος, Δεκέμβριος, Ιούλιος	Μάιος, Οκτώβριος Ιανουάριος, Δεκέμβριος	Απρίλιος, Μάιος, Σεπτέμβριος, Οκτώβριος	Νοέμβριος, Δεκέμβριος, Ιούνιος Φεβρουάριος	Ιούνιος, Ιούλιος, Ιανουάριος, Μάρτιος
<u>Χαμηλές τιμές</u>	Αύγουστος, Φεβρουάριος, Απρίλιος Σεπτέμβριος	Ιούνιος Αύγουστος, Ιούλιος, Σεπτέμβριος	Αύγουστος, Ιούλιος, Ιούνιος, Μάρτιος	Σεπτέμβριος, Μάρτιος, Οκτώβριος, Αύγουστος	Σεπτέμβριος, Αύγουστος, Μάιος, Απρίλιος

Πίνακας 4.75 Πίνακας μηνών για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2010-2019

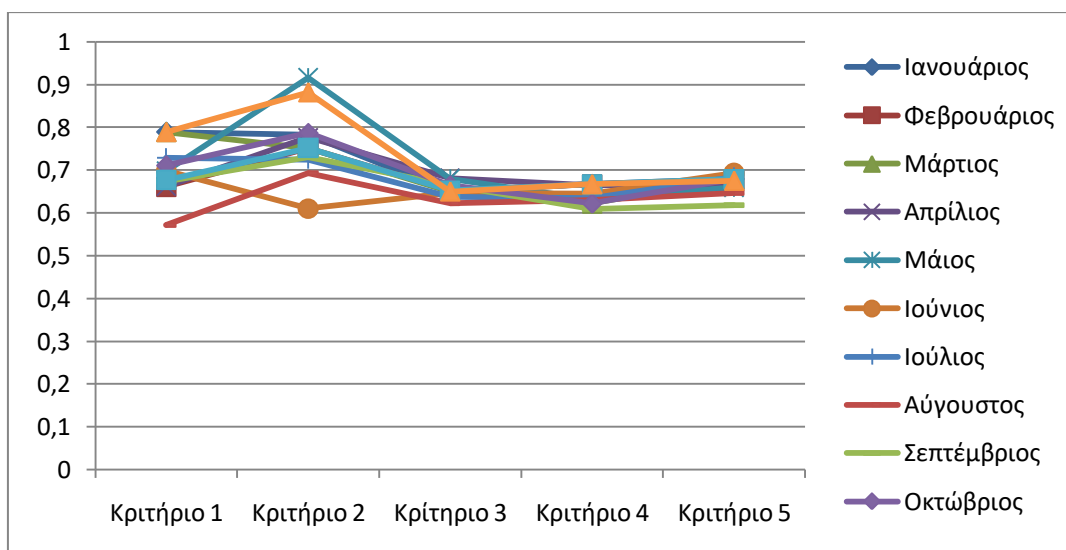
Οι τρεις υψηλές τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι ο: Ιανουάριος Δεκέμβριος και Μάρτιος. Η τρίτη τιμή ήταν δύσκολο να επιλεγθεί αλλά έγινε με βάση την βαρύτητα των κριτηρίων. Εδώ σε αυτή την δεκαετία βλέπουμε πως σε κάθε κριτήριο εμφανίζεται τουλάχιστον ένας μήνας που να ανήκει στην κατάλληλη εποχή. Το ίδιο που συμβαίνει στην προηγούμενη δεκαετία στο πέμπτο κριτήριο εμφανίζονται μήνες με χαμηλό ποσοστό βροχόπτωσης όμως με υψηλές τιμές.

Στο τρίτο κριτήριο παρατηρούμε ότι μπορεί στον πίνακα βαρών να έχει την μικρότερη τιμή αλλά και πάλι δεν εμφανίζονται μήνες που να ανήκουν στην κατάλληλη εποχή. Αυτό συμβαίνει διότι οι τιμές αυτές είναι υψηλές και με τον υπολογισμό της τιμής U που ο τύπος περιέχει το βάρος των κριτηρίων εξακολουθούν οι υψηλές τιμές να έχουν τον μεγαλύτερο βαθμό.

Οι τρεις χαμηλότερες τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι ο: Αύγουστος, Σεπτέμβριος και Ιούλιος. Η τρίτη τιμή ήταν δύσκολο να επιλεγθεί αλλά έγινε με βάση την βαρύτητα των κριτηρίων που εμφανίζονται. Σε όλα τα κριτήρια εμφανίζεται έστω ένας μήνας που να έχει και στην πραγματικότητα χαμηλό ποσοστό βροχόπτωσης. Πιο συγκεκριμένα και στα πέντε κριτήρια εμφανίζεται ο Αύγουστος που είναι ο μήνας με την χαμηλότερη τιμή.

Στις χαμηλές τιμές στο τρίτο κριτήριο βλέπουμε για πρώτη φορά ότι εμφανίζονται και οι τρεις μήνες του καλοκαιριού. Οι τιμές εδώ είναι χαμηλές και με τον υπολογισμό της τιμής U που περιέχει τα βάρη των κριτηρίων όπου το βάρος στο συγκεκριμένο κριτήριο είναι το χαμηλότερο από τα υπόλοιπα έτσι εκ του αποτελέσματος οι τιμές εξακολουθούν να είναι μικρές.

Γράφημα



Εικόνα 4.76 Γράφημα για τους μήνες 2010-2019

4.3.3 Εξέταση χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2000-2009

Στην συνέχεια υπολογίζουμε τις χρονιές χωρισμένες σε 10ετίες

Χρονιά	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Τιμές	673	871,9	1.198,8	1.164,1	1.351,7	1.355,64	1.266,3	1.044,3	1.048,6	1.766,5

Συνολικός πίνακας κάθε χρονιάς 2000-2009

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο της μεθόδου TOPSIS όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.3.1 που θα ακολουθήσουμε, στο πρώτο βήμα ορίζουμε τα κριτήρια και τις γλωσσικές μεταβλητές για την αξιολόγηση των υποψηφίων. Οι εναλλακτικές λύσεις είναι 10 σε αριθμό. Οι άνθρωποι που θα αναλάβουν να διεκπεραιώσουν τη διαδικασία επιλογής της χρονιάς με τις μεγαλύτερες και λιγότερες βροχοπτώσεις για την περίοδο 2000-2009 , δηλαδή οι decision makers, είναι η συγγραφέας της πτυχιακής εργασίας ως ειδική για την μελέτη που έχει κάνει (DM1) και τα υπάρχον στοιχεία του παραπάνω πίνακα (DM2), εδώ να σημειώσουμε πως οι υπολογισμοί και τα αποτελέσματα γίνονται για τον DM1, ο DM2 αναφέρετε απλά για να δείξουμε πως μπορούν να υπάρχουν περισσότεροι από ένας.. Τα κριτήρια σύμφωνα με τα οποία θα γίνει η αξιολόγηση του έτους για τις χρονολογίες 2000-2009 και τα οποία έκριναν πιο σημαντικά οι decision makers είναι τα εξής: 1) το πρώτο κριτήριο είναι η κλιματική αλλαγή που παρουσιάζετε τα τελευταία χρόνια σε σχέση με δύο δεκαετίες πριν (C1), 2) το δεύτερο κριτήριο είναι διαφορετικό, ορίζουμε την μεγαλύτερη σε βροχόπτωση χρονιά και στην συνέχεια συγκρίνουμε τις υπόλοιπες χρονιές (C2) σε αυτή την περίπτωση ορίζουμε την χρονιά 2009 με την μεγαλύτερη βροχόπτωση με βάση τα στοιχεία μας.

Σύμφωνα με τη μέθοδο στο Βήμα 1, οι αποφασίζοντες είναι αυτοί που προσδιορίζουν τους συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής υψηλής και χαμηλής βροχόπτωσης. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζουμε την αξιολόγηση κάθε κριτηρίου από κάθε decision maker με την βοήθεια των γλωσσικών μεταβλητών.

A/A	Κριτήρια Επιλογής	DM1	DM2
1	Κλιματική Αλλαγή	VH	H
2	2009 Χρονιά με την μεγαλύτερη βροχόπτωση	H	H

Πίνακας 4.77 Πίνακας: Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μμεταβλητές: Μέτρια Σημαντικό (M Medium), Σημαντικό (H High), Πολύ

Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε κριτηρίου επιλογής. Πολύ σημαντικό κριτήριο έχει ομόφωνα η Κλιματική Αλλαγή λογικό διότι τα τελευταία χρόνια η κλιματική αλλαγή έχει αλλάξει και επηρεάσει τον πλανήτη μας αρκεί να το αποδείξουμε. Σημαντικό κριτήριο είναι 2009 Χρονιά με την μεγαλύτερη βροχόπτωση όπως είπαμε και παραπάνω σύμφωνα με αυτή την χρονολογία θα συγκριθούν και οι υπόλοιπες

Στο Βήμα 2 της μεθόδου TOPSIS πρέπει να γίνει ο ορισμός των κατάλληλων γλωσσικών μεταβλητών για τους σημαντικούς προς αξιολόγηση υποψηφίους με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων από τους ειδικούς decision makers

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2000	L	L
2	2001	M	M
3	2002	H	H
4	2003	H	H
5	2004	VH	VH
6	2005	VH	VH
7	2006	VH	VH
8	2007	M	M
9	2008	H	M
10	2009	VH	VH

Πίνακας 4.78 Πίνακας ασαφών συνόλων των decision makers

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Πολύ Χαμηλό Σημαντικό (**VL** Very Low), Χαμηλό Σημαντικό (**L** Low), Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε υποψήφιου. Πολύ σημαντικοί υποψήφιοι έχουν χαρακτηριστεί: το 2004, το 2005 το 2006 και το 2009. Σημαντικά υποψήφιοι έχουν χαρακτηριστεί: το 2002, το 2003 και το 2008 και ακολουθούν οι υπόλοιποι υποψήφιοι με μέτρια σημαντικά, χαμηλά σημαντικά.

Μέχρι στιγμής έχουμε ορίσει τα κριτήρια αξιολόγησης όπως επίσης έχουμε ορίσει τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές για τα κριτήρια αξιολογήσεις με την βοήθεια των ασαφών συνόλων. Στην συνέχεια ορίσαμε τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές και πάλι με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων. Αφού έχουν ορισθεί όλα τα προηγούμενα και έχουν συγκεντρωθεί οι συντελεστές στάθμισης κριτηρίων που έχουν προκύψει από τις απόψεις των ειδικών decision makers.

Στο Βήμα 5 συγκεντρώνονται οι απόψεις των συμμετεχόντων για κάθε υποψήφιο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας τις γλωσσικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω οι decision makers εκτιμούν κάθε υποψήφιο για κάθε κριτήριο.

4.3.3.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου

Κριτήριο 1: Κλιματική Αλλαγή

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2000	VL	L
2	2001	L	L
3	2002	H	H
4	2003	H	H
5	2004	VH	H
6	2005	VH	VH
7	2006	VH	VH
8	2007	M	M
9	2008	M	M
10	2009	VH	VH

Πίνακας 4.79 Πίνακας 1^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2000	0.2	3
2	2001	0.4	4
3	2002	0.6	6
4	2003	0.7	7
5	2004	0.8	7.5
6	2005	0.85	9
7	2006	0.9	9.5
8	2007	0.5	5
9	2008	0.55	5.5
10	2009	0.95	9.8

Πίνακας 4.80 Αριθμητικά αποτελέσματα 1^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2
Weight	0.9	0.75

Πίνακας 4.81 Πίνακας βαρών για τα κριτήρια

Κριτήριο	1	2
Αριθμός;	9	7.5

Πίνακας 4.82 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 10 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D , ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.676, 0.523, 0.576, 0.493\}$
- $V^- = \{0.523, 0.676, 0.493, 0.576\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
2000	1.187	0.104	0.096	10^{ος}
2001	1.118	0.164	0.171	9^{ος}
2002	1.081	0.236	0.279	6^{ος}
2003	1.087	0.281	0.348	3^{ος}
2004	1.086	0.277	0.342	4^{ος}
2005	1.104	0.311	0.392	1^{ος}
2006	1.100	0.294	0.364	2^{ος}
2007	1.094	0.238	0.278	8^{ος}
2008	1.081	0.236	0.279	7^{ος}
2009	1.084	0.270	0.331	5^{ος}

Πίνακας 4.83 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.3.1.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι το: 2005, 2006, 2003 και 2004. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα εκτός από την μη εμφάνιση της χρονιάς 2009 με την υψηλότερη τιμή. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι το: 2000, 2001, 2007 και 2008. Τα αποτελέσματα ισχύουν απολύτως με την πραγματικότητα αλλά και τα στοιχεία που έχει δώσει ο DM. Εμφανίζονται ακριβώς και με την σειρά που πρέπει.

4.3.3.2 Μελέτη δευτέρου κριτηρίου

Κριτήριο 2: 2009 Χρονιά με την μεγαλύτερη απόδοση

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2000	VL	VL
2	2001	VL	VL
3	2002	M	M
4	2003	M	M
5	2004	VH	H
6	2005	VH	H
7	2006	H	H
8	2007	M	M
9	2008	M	M
10	2009	VH	VH

Πίνακας 4.84 Πίνακας 2^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2000	0.2	2
2	2001	0.25	3.5
3	2002	0.4	4
4	2003	0.45	5
5	2004	0.65	7
6	2005	0.7	7.5
7	2006	0.6	6

8	2007	0.55	5.5
9	2008	0.5	5
10	2009	0.9	9

Πίνακας 4.85 Αριθμητικά αποτελέσματα 2^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2
Weight	0.9	0.75

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με τον πίνακα 4.81

Κριτήριο	1	2
Αριθμός;	9	8.5

Πίνακας 4.86 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 10 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D, ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.686, 0.402, 0.670, 0.483\}$
- $V^- = \{0.402, 0.686, 0.483, 0.670\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
2000	1.508	0.082	0.057	9 ^{ος}
2001	1.444	0.060	0.043	10 ^{ος}
2002	1.216	0.272	0.288	7 ^{ος}
2003	1.209	0.279	0.300	6 ^{ος}
2004	1.242	0.242	0.242	8 ^{ος}
2005	1.109	0.389	0.540	5 ^{ος}
2006	1.082	0.444	0.695	1 ^{ος}
2007	1.104	0.398	0.563	4 ^{ος}
2008	1.100	0.408	0.589	3 ^{ος}
2009	1.094	0.420	0.623	2 ^{ος}

Πίνακας 4.87 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.3.2.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι το: 2006, 2009, 2008 και 2007. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα και την εμφάνιση της χρονιάς 2009 με την υψηλότερη τιμή, όπως και την εμφάνιση τιμών με χαμηλή τιμή διότι αυτές οι χρονιές έχουν μεγάλη διαφορά με την πρώτη τιμή. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι το: 2001, 2000, 2008 και 2002. Τα αποτελέσματα ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά και τα στοιχεία που έχει δώσει ο DM.

4.3.3.3 Συμπεράσματα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2
<u>Υψηλές τιμές</u>	2005, 2006, 2003, 2004	2006, 2009, 2008, 2007
<u>Χαμηλές τιμές</u>	2000, 2001, 2007, 2008	2001, 2000, 2004, 2002

Πίνακας 4.88 Πίνακας χρονιάς για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2000-2009

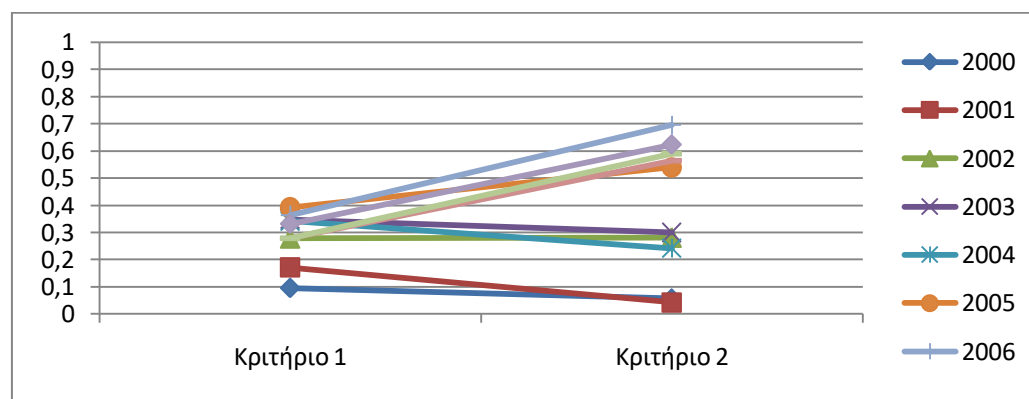
Οι δυο υψηλές τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι η: 2006. Δεύτερη χρονιά δεν καταγράφεται διότι δεν εμφανίζετε κάποια δυο φορές αλλά με βάση τη βαρύτητα των κριτηρίων η επόμενη τιμή είναι η 2009. Παρατηρούμε ότι στις υψηλές τιμές

εμφανίζονται οι χρονιές από το 2003 και έπειτα. Είναι φυσιολογικό διότι όσο περνούν τα χρόνια η κλιματική αλλαγή επηρεάζει το ποσοστό βροχόπτωσης.

Στο δεύτερο κριτήριο τώρα παρατηρούμε πως οι χρονιές με τις υψηλότερες τιμές είναι κοντά στην χρονιά που θέσαμε ως η υψηλότερη για την δεκαετία αυτή. Αυτό συνδέεται και με τον άλλο κριτήριο δηλαδή όσο οι χρονιές περνάνε τόσο η βροχόπτωση είναι μεγαλύτερη.

Οι τρεις χαμηλότερες τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι η: 2000, 2001. Και οι δυο τιμές εμφανίζονται ομόφωνα και στα δυο κριτήρια. Οι πρώτες τιμές τις δεκαετίας 2000-2009 δικαιολογημένα εμφανίζονται γιατί είναι στις αρχές τις και δεν υπάρχει ακόμα κλιματική αλλαγή αλλά είναι μακριά και από την τιμή που θέσαμε ως η υψηλότερη.

Γράφημα



Εικόνα 4.89 Γράφημα για τις χρονιές 2000-2009

4.3.4 Εξέταση χρονολογιών για την χρονική περίοδο 2010-2019

Συνολικός πίνακας κάθε χρονιάς 2010-2019

Χρονιά	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019
Τιμές	1.859,6	1.025,5	1.637,9	1.411,9	1.400,9	1.124	1.424,6	933,2	1.349,8	659,4

Σύμφωνα με τον αλγόριθμο της μεθόδου TOPSIS όπως αναφέρθηκε στην ενότητα 3.2.3.1 που θα ακολουθήσουμε, στο πρώτο βήμα ορίζουμε τα κριτήρια και τις γλωσσικές μεταβλητές για την αξιολόγηση των υποψηφίων. Στο σημείο αυτό να τονίσουμε πως οι καταγραφές για την χρονιά 2019 δεν είναι για ολόκληρη την χρονιά για την ακρίβεια λείπουν οι τέσσερις τελευταίοι μήνες. Οι εναλλακτικές λύσεις είναι 10 σε αριθμό. Οι άνθρωποι που θα αναλάβουν να διεκπεραιώσουν τη διαδικασία επιλογής της χρονιάς με τις μεγαλύτερες και λιγότερες βροχοπτώσεις για την περίοδο 2010-2019 , δηλαδή οι decision

makers, είναι η συγγραφέας της πτυχιακής εργασίας ως ειδική για την μελέτη που έχει κάνει (DM1) και τα υπάρχον στοιχεία του παραπάνω πίνακα (DM2). Τα κριτήρια σύμφωνα με τα οποία θα γίνει η αξιολόγηση του έτους για τις χρονολογίες 2010-2019 και τα οποία έκριναν πιο σημαντικά οι decision makers είναι τα εξής: 1) το πρώτο κριτήριο είναι η κλιματική αλλαγή που παρουσιάζετε τα τελευταία χρόνια σε σχέση με δύο δεκαετίες πριν (C1), 2) το δεύτερο κριτήριο είναι διαφορετικό, ορίζουμε την μεγαλύτερη σε βροχόπτωση χρονιά και στην συνέχεια συγκρίνουμε τις υπόλοιπες χρονιές (C2) σε αυτή την περίπτωση ορίζουμε την χρονιά 2010 με την μεγαλύτερη βροχόπτωση με βάση τα στοιχεία μας.

Σύμφωνα με τη μέθοδο στο Βήμα 1, οι αποφασίζοντες είναι αυτοί που προσδιορίζουν τους συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής υψηλής και χαμηλής βροχόπτωσης. Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζουμε την αξιολόγηση κάθε κριτηρίου από κάθε decision maker με την βοήθεια των γλωσσικών μεταβλητών.

A/A	Κριτήρια Επιλογής	DM1	DM2
1	Κλιματική Αλλαγή	VH	H
2	2010 Χρονιά με την μεγαλύτερη βροχόπτωση	H	H

Πίνακας 4.90 Οι συντελεστές σημαντικότητας των κριτηρίων επιλογής

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μμεταβλητές: Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε κριτηρίου επιλογής. Πολύ σημαντικό κριτήριο έχει ομόφωνα η Κλιματική Αλλαγή λογικό διότι τα τελευταία χρόνια η κλιματική αλλαγή έχει αλλάξει και επηρεάσει τον πλανήτη μας αρκεί να το αποδείξουμε. Σημαντικό κριτήριο είναι 2010 Χρονιά με την μεγαλύτερη βροχόπτωση όπως είπαμε και παραπάνω σύμφωνα με αυτή την χρονολογία θα συγκριθούν και οι υπόλοιπες

Στο Βήμα 2 της μεθόδου TOPSIS πρέπει να γίνει ο ορισμός των κατάλληλων γλωσσικών μεταβλητών για τους σημαντικούς προς αξιολόγηση υποψηφίους με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων από τους ειδικούς decision makers

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2010	VH	L
2	2011	M	M
3	2012	VH	H
4	2013	H	H
5	2014	H	VH
6	2015	M	VH
7	2016	H	VH

8	2017	L	M
9	2018	H	M
10	2019	VL	VH

Πίνακας 4.91 Πίνακας ασαφών συνόλων των decision makers

Όπως μπορούμε να παρατηρήσουμε, οι decision makers χρησιμοποιούν τις εξής γλωσσικές μεταβλητές: Πολύ Χαμηλό Σημαντικό (**VL** Very Low), Χαμηλό Σημαντικό (**L** Low), Μέτρια Σημαντικό (**M** Medium), Σημαντικό (**H** High), Πολύ Σημαντικό (**VH** Very High), προκειμένου να αποδώσουν τη σημαντικότητα κάθε υποψήφιου. Πολύ σημαντικοί υποψήφιοι έχουν χαρακτηριστεί: το 2010 και το 2012. Σημαντικά υποψήφιοι έχουν χαρακτηριστεί: το 2013, το 2014, το 2016 και το 2018 και ακολουθούν οι υπόλοιποι υποψήφιοι με μέτρια σημαντικά, χαμηλά σημαντικά.

Μέχρι στιγμής έχουμε ορίσει τα κριτήρια αξιολόγησης όπως επίσης έχουμε ορίσει τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές για τα κριτήρια αξιολογήσεις με την βοήθεια των ασαφών συνόλων. Στην συνέχεια ορίσαμε τις κατάλληλες γλωσσικές μεταβλητές και πάλι με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων. Αφού έχουν ορισθεί όλα τα προηγούμενα και έχουν συγκεντρωθεί οι συντελεστές στάθμισης κριτηρίων που έχουν προκύψει από τις απόψεις των ειδικών decision makers.

Στο Βήμα 5 συγκεντρώνονται οι απόψεις των συμμετεχόντων για κάθε υποψήφιο. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας τις γλωσσικές μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν παραπάνω οι decision makers εκτιμούν κάθε υποψήφιο για κάθε κριτήριο.

4.3.4.1 Μελέτη πρώτου κριτηρίου

Κριτήριο 1: Κλιματική Αλλαγή

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2010	L	L
2	2011	M	L
3	2012	M	H
4	2013	M	H
5	2014	H	H
6	2015	H	VH
7	2016	VH	VH
8	2017	M	M
9	2018	VH	M
10	2019	VH	VH

Πίνακας 4.92 Πίνακας 1^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το

βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2010	0.3	3
2	2011	0.45	4
3	2012	0.5	6
4	2013	0.5	7
5	2014	0.6	7.5
6	2015	0.65	9
7	2016	0.8	9.5
8	2017	0.55	5
9	2018	0.85	5.5
10	2019	0.9	9.8

Πίνακας 4.93 Αριθμητικά αποτελέσματα 1^{ου} κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα $[0,1]$. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2
Weight	0.95	0.75

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.81

Κριτήριο	1	2
Αριθμός;	9	7.5

Πίνακας 4.94 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 10 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψηφίου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D , ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.690, 0.625, 0.564, 0.506\}$
- $V^- = \{0.625, 0.690, 0.506, 0.564\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
2010	1.122	0.173	0.182	10^{ος}
2011	1.122	0.189	0.199	9^{ος}
2012	1.148	0.234	0.256	5^{ος}
2013	1.148	0.234	0.256	6^{ος}
2014	1.144	0.236	0.259	3^{ος}
2015	1.144	0.236	0.259	4^{ος}
2016	1.167	0.268	0.253	7^{ος}
2017	1.126	0.196	0.210	8^{ος}
2018	1.167	0.266	0.295	1^{ος}
2019	1.164	0.264	0.293	2^{ος}

Πίνακας 4.95 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.4.1.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι το: 2018, 2019, 2014 και 2015. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα διότι τα τελευταία χρόνια με την κλιματική αλλαγή έχει επηρεάσει σημαντικά τα καιρικά φαινόμενα με την εμφάνιση της χρονιάς 2015 που είχαμε ακραία φαινόμενα για την περιοχή της Άρτας. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι το: 2010, 2011, 2017 και 2016. Τα αποτελέσματα ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά και τα στοιχεία που έχει δώσει ο DM διότι στην αρχή της δεκαετίας του 2010 άρχιζαν να γίνονται εμφανή οι κλιματικές αλλαγές.

4.3.4.2 Μελέτη δευτέρου κριτηρίου

Κριτήριο 2: 2010 Χρονιά με την μεγαλύτερη απόδοση

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2010	VH	L
2	2011	M	L
3	2012	VH	H
4	2013	H	H
5	2014	H	H
6	2015	M	VH
7	2016	H	VH
8	2017	L	M
9	2018	H	M
10	2019	VL	VH

Πίνακας 4.96 Πίνακας 2^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 6 λοιπόν τα αποτελέσματα του παραπάνω βήματος επειδή είναι γλωσσικές μεταβλητές δεν μπορούν να αξιοποιηθούν περαιτέρω και για αυτό τον λόγο σε αυτό το βήμα οι γλωσσικές μεταβλητές με την βοήθεια της θεωρίας ασαφών συνόλων μετατρέπεται σε τριγωνικούς ασαφείς αριθμούς. Αφού γίνει η μετατροπή μπορούμε να κατασκευάσουμε τον πίνακα αποφάσεων ο οποίος θα περιέχει τα αριθμητικά αποτελέσματα κάθε υποψηφίου σε κάθε κριτήριο από κάθε αξιολογητή.

A/A	Υποψήφιοι	DM1	DM2
1	2010	0.9	3
2	2011	0.5	4
3	2012	0.8	6
4	2013	0.7	7
5	2014	0.75	7.5
6	2015	0.55	9
7	2016	0.7	9.5
8	2017	0.4	5
9	2018	0.65	5.5
10	2019	0.3	9.8

Πίνακας 4.97 Αριθμητικά αποτελέσματα 2^ο κριτηρίου

Στο Βήμα 7 κοινωνικοποιούμε τον πίνακα απόφασης για κάθε εναλλακτική λύση δηλαδή για κάθε υποψήφιο. Η κανονικοποίηση γίνεται ώστε οι αριθμοί που περιέχονται στους πίνακες να ανήκουν στο διάστημα [0,1]. Αυτούς τους πίνακες τους σταθμίζουμε με τη βοήθεια των συντελεστών στάθμισης των κριτηρίων. Ο πίνακας απόφασης έχει την ακόλουθη δομή:

	C1	C2
Weight	0.95	0.75

Πίνακας βαρών για τα κριτήρια ίδιος με πίνακα 4.81

Κριτήριο	1	2
Αριθμός;	9	7.5

Πίνακας 4.98 Πίνακας κριτηρίων σε αριθμούς

Οι γραμμές είναι οι υποψήφιοι που στο παράδειγμα μας είναι 10 και οι στήλες είναι το βάρος των κριτηρίων. Το x_{ij} υποδηλώνει την ποσοτική επίδοση του υποψήφιου ως προς το κριτήριο. Ο πίνακας απόδοσης D , ο κανονικοποιημένος πίνακας R και ο βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U εμφανίζονται αναλυτικά στην ενότητα Παράρτημα.

Στη συνέχεια ορίζονται η θετική και αρνητική ιδανική λύση V^+ και V^- αντίστοιχα. Η V^+ ορίζεται ως σύνολο των μέγιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2). Με παρόμοιο τρόπο ορίζεται η V^- ως το σύνολο των ελάχιστων U_{ij} για κάθε κριτήριο (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_2) και των ελάχιστων U_{ij} (αν το κριτήριο j ανήκει στην ομάδα J_1). Χωρίζουμε τα κριτήρια σε J_1 με θετικό αντίκτυπο το κριτήριο 1, σε J_2 με αρνητικό αντίκτυπο το κριτήριο 2. Πιο συγκεκριμένα έχουμε:

- $V^+ = \{0.749, 0.621, 0.566, 0.459\}$
- $V^- = \{0.621, 0.749, 0.459, 0.566\}$

Συνεχίζοντας στο επόμενο βήμα υπολογίζουμε την απόσταση της κάθε εναλλακτικής λύσης από την θετική V^+ και την αρνητική V^- λύση.

Κατά συνέπεια οι Ευκλείδειες αποστάσεις της κάθε μία εναλλακτικής πρότασης από την ιδανική και την αρνητικά ιδανική λύση προσδιορίζονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

$$S_i^+ = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^+)^2]^{1/2}$$

$$S_i^- = [\sum_{j=1}^n (U_{ij} - V_j^-)^2]^{1/2}$$

Άρα έχουμε τον εξής πίνακα

	S_i^+	S_i^-	K_i	Κατάταξη
2010	1.181	0.340	0.404	4^{ος}
2011	1.216	0.404	0.497	2^{ος}
2012	1.173	0.279	0.312	7^{ος}
2013	1.173	0.309	0.357	5^{ος}
2014	1.181	0.246	0.263	10^{ος}
2015	1.176	0.264	0.289	9^{ος}
2016	1.173	0.309	0.357	6^{ος}
2017	1.242	0.442	0.452	3^{ος}
2018	1.173	0.268	0.296	8^{ος}
2019	1.216	0.404	0.497	1^{ος}

Πίνακας 4.99 Πίνακας αποστάσεις S_i^+ και S_i^- , συντελεστής K_i και τελική κατάταξη

4.3.4.2.1 Αποτελέσματα:

Σε κάθε κριτήριο θα δώσουμε έμφαση στις τέσσερις πρώτες και τέσσερις τελευταίες τιμές. Οι τέσσερις πρώτες τιμές είναι το: 2019, 2011, 2017 και 2010. Σύμφωνα με τον DM1 τα αποτελέσματα ισχύουν με τις τιμές που έχει δώσει και ισχύουν και με την πραγματικότητα εκτός από την εμφάνιση της χρονιάς 2019 και 2017 που έχουν την μικρότερες τιμές. Οι τέσσερις τελευταίες τιμές είναι το: 2014, 2015, 2018 και 2012. Τα αποτελέσματα ισχύουν με την πραγματικότητα αλλά και τα στοιχεία που έχει δώσει ο DM με την εμφάνιση των χαμηλών τιμών που έχουν μεγάλη διαφορά με την χρονιά 2010 που έχει ορισθεί ως η υψηλότερη τιμή.

4.3.4.3 Συμπέρασμα μετά την μελέτη όλων των κριτηρίων

	<u>Κριτήριο 1</u>	<u>Κριτήριο 2</u>
<u>Υψηλές τιμές</u>	2018, 2019, 2014, 2015	2019, 2011, 2017, 2010
<u>Χαμηλές τιμές</u>	2010, 2011, 2017, 2016	2014, 2015, 2018, 2012

Πίνακας 4.100 Πίνακας χρονιάς για κάθε κριτήριο της δεκαετίας 2010-2019

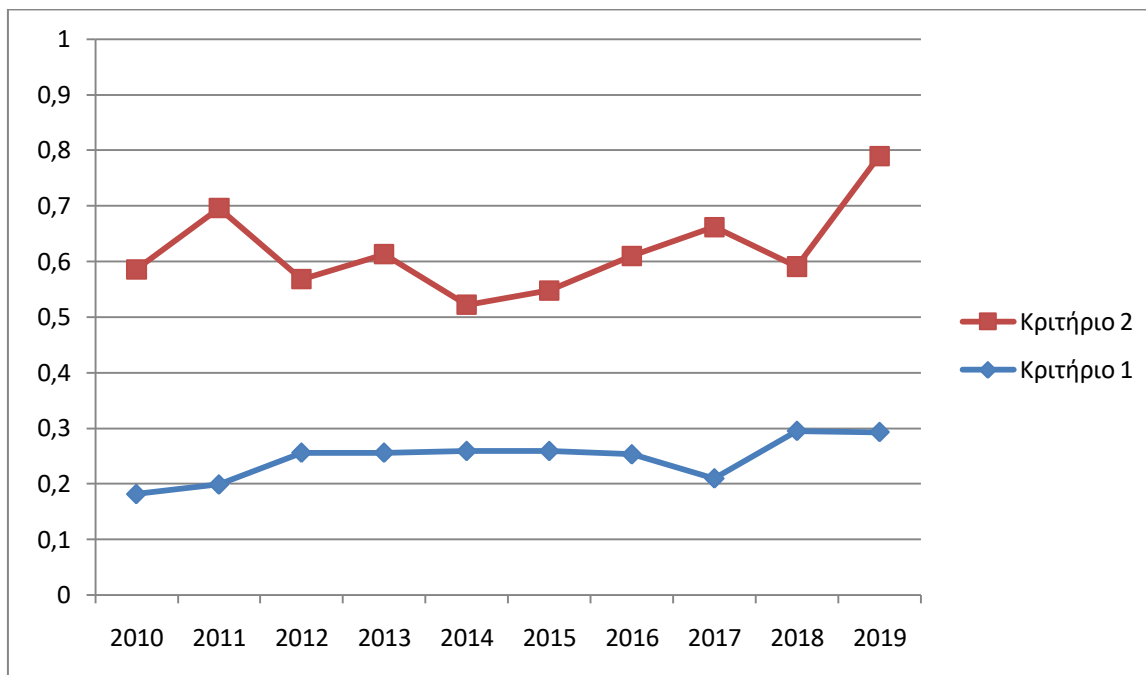
Οι δυο υψηλές τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια είναι η: 2019. Δεν υπάρχει δεύτερη τιμή διότι δεν εμφανίζετε κάποια άλλη χρονιά αλλά με την βαρύτητα των κριτηρίων οι δεύτερη χρονιά είναι η 2018. Οι τιμές στο πρώτο κριτήριο παρατηρούμε ότι είναι οι τελευταίες χρονιές τις δεκαετίας. Αυτό θεωρείτε σωστό διότι με την πάροδο των χρόνων η κλιματική αλλαγή αλλάζει.

Εδώ να σε αυτό το σημείο μπορούμε να συνδυάσουμε τους μήνες με τις χρονολογίες. Συγκεκριμένα αν δούμε τον πίνακα 4.75 θα παρατηρήσουμε ότι στις υψηλές τιμές εμφανίζονται μήνες όπως ο Μάιος ή ο Σεπτέμβριος μήνες που σε παλιότερες χρονολογίες δεν είχαν υψηλό ποσοστό βροχόπτωσης. Αυτό μπορούμε να πούμε πως οφείλετε στην κλιματική αλλαγή.

Οι δυο χαμηλότερες τιμές που εμφανίζονται στα περισσότερα κριτήρια δεν υπάρχουν αλλά με βάση την βαρύτητα των κριτηρίων μπορούμε να θεωρήσουμε το έτος 2017 και 2016. Μπορούμε να πούμε πως οι τιμές εδώ είναι μακριά από την τιμή που θέσαμε ως η υψηλότερη. Επίσης τιμές που είναι στην αρχή της δεκαετίας εμφανίζονται στις χαμηλές τιμές διότι η κλιματική αλλαγή σιγά-σιγά άρχιζε τότε να επηρεάζει τον πλανήτη.

Αν συνδυάσουμε και εδώ τους μήνες με τις χρονολογίες θα δούμε πως στις χαμηλές τιμές βλέπουμε πως εμφανίζονται μήνες όπως ο Απρίλιος ή ο Μάρτιος όπου άλλες χρονιές ήταν μήνες με σημαντικό ποσοστό βροχόπτωσης εδώ όμως βλέπουμε πως η κλιματική αλλαγή επηρεάζει. Μήνες όπου παλιότερα είχαν χαμηλό ποσοστό βροχής τώρα έχουν υψηλό ή και το αντίστροφο.

Γράφημα



Εικόνα 4.101 Γράφημα για τις χρονιές 2010-2019

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. Σύγκριση των δυο μοντέλων

Το κεφάλαιο αυτό είναι η συνέχεια του 4^{ου} κεφαλαίου. Εδώ παρουσιάζετε σύγκριση στα δύο μοντέλα. Στην συνέχεια θα απαντήσουμε στα ερωτήματα που θέσαμε παραπάνω. Σκοπός την ενότητας αυτής είναι να κατανοήσουμε τις διαφορές και τις ομοιότητες των δυο μοντέλων μεταξύ τους αλλά και με την πραγματικότητα.

5.1 Σύγκριση αποτελεσμάτων FCM και TOPSIS

	FCM	TOPSIS	Πραγματικότητα
Υψηλές τιμές	1) Δεκέμβριος, 2) Νοέμβριος, 3) Ιανουάριος	1) Μάρτιος, 2) Απρίλιος, 3) Ιανουάριος	1) Δεκέμβριος, 2) Νοέμβριος, 3) Ιανουάριος
Χαμηλές τιμές	12) Αύγουστος, 11) Ιούλιος, 10) Ιούνιος	12) Αύγουστος, 11) Σεπτέμβριος, 10) Ιούλιος	12) Ιούλιος, 11) Αύγουστος, 10) Ιούνιος

Πίνακας 5.1 Πίνακας μηνών δεκαετίας 2000-2009

Για αρχή θα συγκρίνουμε τις τιμές από την μέθοδο FCM και TOPSIS και στην συνέχεια με την πραγματικότητα. Οι τρεις πρώτες τιμές που εμφανίζουν υψηλή τιμή στις δυο μεθόδους που είχαμε για μελέτη παρατηρούμε ότι έχουν μόνο μια τιμή κοινή τον Ιανουάριο και στις τρεις χαμηλές τιμές παρατηρούμε ότι έχουν δυο κοινές τιμές τον Αύγουστο και τον Ιούλιο.

Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι δυο μέθοδοι σαφώς και δεν είναι ίδιοι όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της θεωρίας αλλά το βλέπουμε και στην πράξη με τα αποτελέσματα.

Η μέθοδος που ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα με τα αρχικά στοιχεία είναι η FCM. Οι υψηλές και οι χαμηλές τιμές ανταποκρίνονται πλήρως στην πραγματικότητα ακόμη και με την σειρά που συνέβησαν. Αυτό το στοιχείο μας οδηγεί στο αποτέλεσμα ότι η μέθοδος αυτή είναι η πιο σωστή και κατά την προσωπική μου άποψη την FCM θα προτιμούσα και για άλλη μελλοντική μελέτη ή προτροπή άλλων υποψηφίων για μια ενδιαφέρουσα απασχόληση. Από την πλευρά της μεθόδου οι μέθοδοι αυτή είναι πιο απλή και κατά συνέπεια πιο αποτελεσματική.

	FCM	TOPSIS	Πραγματικότητα
Υψηλές τιμές	1) Ιανουάριος, 2) Νοέμβριος, 3) Φεβρουάριος	1) Ιανουάριος, 2) Δεκέμβριος, 3) Μάρτιος	1) Ιανουάριος, 2) Νοέμβριος, 3) Φεβρουάριος

Χαμηλές τιμές	12) Αύγουστος, 11) Ιούλιος, 10) Ιούνιος	12) Αύγουστος, 11) Σεπτέμβριος, 10) Ιούλιος	12)Αύγουστος, 11)Ιούλιος, 10)Ιούνιος
----------------------	---	---	--

Πίνακας 5.2 Πίνακας μηνών δεκαετίας 2010-2019

Για αρχή θα συγκρίνουμε τις τιμές από την μέθοδο FCM και TOPSIS και στην συνέχεια με την πραγματικότητα. Οι τρεις πρώτες τιμές που εμφανίζουν υψηλή τιμή στις δυο μεθόδους που είχαμε για μελέτη παρατηρούμε ότι έχουν μόνο μια τιμή κοινή τον Ιανουάριο και στις τρεις χαμηλές τιμές παρατηρούμε ότι έχουν δυο κοινές τιμές τον Αύγουστο και τον Ιούλιο.

Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι δυο μέθοδοι σαφώς και δεν είναι ίδιοι όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της θεωρίας αλλά το βλέπουμε και στην πράξη με τα αποτελέσματα.

Η μέθοδος που ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα με τα αρχικά στοιχεία είναι η FCM. Οι υψηλές και οι χαμηλές τιμές ανταποκρίνονται πλήρως στην πραγματικότητα ακόμη και με την σειρά που συνέβησαν. Αυτό το στοιχείο μας οδηγεί στο αποτέλεσμα ότι η μέθοδος αυτή είναι η πιο σωστή.

	FCM	TOPSIS	Πραγματικότητα
Υψηλές τιμές	1) 2009, 2) 2005	1) 2006, 2) 2009	1) 2009, 2) 2005
Χαμηλές τιμές	10) 2000, 9) 2001	10) 2000, 9) 2001	10) 2000 9) 2001

Πίνακας 5.3 Πίνακας χρονολογίας δεκαετίας 2000-2009

Για αρχή θα συγκρίνουμε τις τιμές από την μέθοδο FCM και TOPSIS και στην συνέχεια με την πραγματικότητα. Οι δυο πρώτες τιμές που εμφανίζουν υψηλή τιμή στις δυο μεθόδους που είχαμε για μελέτη παρατηρούμε ότι έχουν μόνο μια τιμή κοινή το 2009 και στις δυο χαμηλές τιμές παρατηρούμε ότι έχουν και τις δυο κοινές τιμές το 2000 και το 2001.

Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι δυο μέθοδοι σαφώς και δεν είναι ίδιοι όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της θεωρίας αλλά το βλέπουμε και στην πράξη με τα αποτελέσματα.

Η μέθοδος που ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα με τα αρχικά στοιχεία είναι η FCM τόσο στις θετικές τιμές όσο και στις αρνητικές. Οι υψηλές και χαμηλές τιμές ανταποκρίνονται πλήρως στην πραγματικότητα ακόμη και με την σειρά που συνέβησαν. Αυτό το στοιχείο μας οδηγεί στο αποτέλεσμα ότι η μέθοδος αυτή είναι η πιο σωστή. Επίσης να τονίσουμε πως οι αρνητικές τιμές της μεθόδου TOPSIS ανταποκρίνεται και

εκείνη πλήρως στην πραγματικότητα. Με εξαίρεση μια τιμή στην υψηλές τιμές θα λέγαμε πως και η μέθοδος αυτή ανταποκρίνεται εν μέρη στην πραγματικότητα.

	FCM	TOPSIS	Πραγματικότητα
Υψηλές τιμές	1) 2010, 2) 2012	1) 2019, 2) 2018	1) 2010, 2) 2012
Χαμηλές τιμές	10) 2019, 9) 2017	10) 2017, 9) 2016	10) 2019, 9) 2017

Πίνακας 5.4 Πίνακας χρονολογίας δεκαετίας 2010-2019

Για αρχή θα συγκρίνουμε τις τιμές από την μέθοδο FCM και TOPSIS και στην συνέχεια με την πραγματικότητα. Οι δυο πρώτες τιμές που εμφανίζουν υψηλή τιμή στις δυο μεθόδους που είχαμε για μελέτη παρατηρούμε ότι δεν έχουν καμία τιμή κοινή και στις δυο χαμηλές τιμές παρατηρούμε ότι έχουν μια κοινή τιμή το 2017.

Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι δυο μέθοδοι σαφώς και δεν είναι ίδιοι όπως αναφέρθηκε και στην αρχή της θεωρίας αλλά το βλέπουμε και στην πράξη με τα αποτελέσματα.

Η μέθοδος που ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα με τα αρχικά στοιχεία είναι η FCM. Οι υψηλές και οι χαμηλές τιμές ανταποκρίνονται πλήρως στην πραγματικότητα ακόμη και με την σειρά που συνέβησαν. Αυτό το στοιχείο μας οδηγεί στο αποτέλεσμα ότι η μέθοδος αυτή είναι η πιο σωστή και κατά την προσωπική μου άποψη την FCM θα προτιμούσα και για άλλη μελλοντική μελέτη.

5.2 Συγκεντρωτικά αποτελέσματα 20ετίας και Απάντηση ερωτημάτων

Για την πρώτη δεκαετία της χιλιετίας (2000-2009) με την μέθοδο της FCM όπως τονίσαμε και πιο πριν την προτιμούμε γιατί ανταποκρίνεται πλήρως στην πραγματικότητα ο μήνας Δεκέμβριος εμφανίζει την υψηλότερη τιμή με 0.905 και για την δεύτερη δεκαετία (2010-2019) ο μήνας Ιανουάριος με τιμή 0.908 άρα για την εικοσαετία ο μήνας με την υψηλότερη τιμή είναι ο μήνας Ιανουάριος. Τώρα η πραγματικότητα για την εικοσαετία ο μήνας με την υψηλότερη τιμή είναι ο Ιανουάριος με τιμή 2081,5.

Άρα στην ερώτηση «Ποιος μήνας ήταν εκείνος που έβρεξε περισσότερο από τους 12» η απάντηση είναι ο μήνας: Ιανουάριος. Η αιτιολόγηση της απάντησης βρίσκεται στην παραπάνω παράγραφο.

Στην χαμηλότερη τιμή για την πρώτη δεκαετία (2000-2009) εμφανίζετε τον μήνα Αύγουστο με τιμή 0.043 και την δεύτερη δεκαετία (2010-2019) ο μήνας Αύγουστος με τιμή 0.035. Άρα η χαμηλότερη τιμή για την εικοσαετία είναι ο μήνας Αύγουστος στην

πραγματικότητα ο μήνας με την χαμηλότερη τιμή είναι όντως ο Αύγουστος με τιμή 86. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι σωστά επιλέξαμε την μέθοδο αυτή ως την προτιμότερη διότι και εδώ βγαίνει σωστή.

Οπότε στην ερώτηση «Ποιος μήνας ήταν εκείνος που έβρεξε λιγότερο» η απάντηση είναι ο μήνας: Αύγουστος. Η αιτιολόγηση της απάντησης βρίσκεται στην παραπάνω παράγραφο.

Για την χρονολογία της πρώτης δεκαετίας (2000-2009) με την μέθοδο της FCM που ανταποκρίνεται πλήρως στην πραγματικότητα η χρονιά 2009 εμφανίζει την υψηλότερη τιμή με 0.822 και για την δεύτερη δεκαετία (2010-2019) η χρονιά 2010 με τιμή 0.889 άρα για την εικοσαετία η χρονιά με την υψηλότερη τιμή είναι η 2010. Τώρα η πραγματικότητα για την εικοσαετία η χρονιά με την υψηλότερη τιμή είναι η 2010 με τιμή 1859,6. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι σωστά επιλέξαμε την μέθοδο αυτή ως την προτιμότερη διότι και εδώ βγαίνει σωστή.

Άρα στην ερώτηση «Ποία χρονιά ήταν εκείνη που έβρεξε περισσότερο» η απάντηση είναι η χρονιά: 2010. Η αιτιολόγηση της απάντησης βρίσκεται στην παραπάνω παράγραφο.

Η χαμηλότερη τιμή για την πρώτη δεκαετία (2000-2009) εμφανίζετε στην χρονιά 2000 με τιμή 0.086 και την δεύτερη δεκαετία (2010-2019) η χρονιά 2019 με τιμή 0.082. Άρα η χαμηλότερη τιμή για την εικοσαετία είναι η χρονιά 2019 στην πραγματικότητα η χρονιά με την χαμηλότερη τιμή είναι όντως η 2019 με τιμή 659,4. Αυτό μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι σωστά επιλέξαμε την μέθοδο αυτή ως την προτιμότερη διότι και εδώ βγαίνει σωστή.

Οπότε στην ερώτηση «Ποια χρονιά ήταν εκείνη που έβρεξε λιγότερο» η απάντηση είναι η χρονιά: 2019. Η αιτιολόγηση της απάντησης είναι στην πιο πάνω παράγραφο.

Υπάρχει ακόμα μια ερώτηση που πρέπει να απαντηθεί. «Ποιος μήνας ήταν εκείνος που κινδύνεψε σε πλημμύρα η περιοχή». Σε αυτή την περίπτωση αναζητάμε στα στοιχεία που δόθηκαν ποιος μήνες πλημμύρισε ή παραλίγο να πλημμυρίσει και τον συγκρίνουμε με τα αποτέλεσμα να δούμε ποιος μήνας πλησίασε τα στοιχεία αυτά. Όπως αναφέρουν και τα στοιχεία η μήνας που πλημμύρισε η περιοχή ή κινδύνεψε να πλημμυρίσει είναι ο Ιανουάριος, ο Οκτώβριος και ο Δεκέμβριος από την πρώτη δεκαετία και ο Ιανουάριος από την δεύτερη . Αυτοί ήταν οι μήνες που σημειώθηκαν καταστροφές στην περιοχή. Έτσι από τον πίνακα 4.4 και τον πίνακα 4.11 οι μήνες που πλησιάζουν σε τιμές τους μήνες που είχαν προκληθεί καταστροφές είναι ο Νοέμβριος και ο Φεβρουάριος.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Στην ενότητα αυτή θα δείξουμε τις πράξεις που έγιναν και στα δύο μοντέλα αναλυτικά.

Πράξεις για το μοντέλο FCM

Υπολογισμός του μήνα για την χρονολογία 2000-2009

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 3.1.4 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1)

Σύμφωνα με τον πίνακα βαρών συνεχίζουμε στο Βήμα 2

Επανάληψη $k=1$

Βήμα 3,4 $k=1$

Υπολογίζουμε την τιμή ανανέωσης του κάθε κόμβου ως εξής:

$$A_{11}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0*0+0*(-0.10)+0*(-0.2)+0*(-0.25)+0*(-0.4)+0*(-0.5)+0*(-0.58)+0*(-0.6)+0*(-0.28)+0*(-0.05)+0*0.1+0*0.15=f(0), f(0)=\frac{1}{1+e^{-0}}=0.5$$

Αφού οι αρχικές τιμές είναι 0 όπως υπολογίσαμε στο $k=1$ είναι 0.5 τότε και οι υπόλοιποι κόμβοι θα είναι 0.5

Επανάληψη $k=2$

Υπολογίζουμε την τιμή ανανέωσης του κάθε κόμβου ως εξής:

$$A_{21}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0+0.5*(-0.10)+0.5*(-0.2)+0.5*(-0.25)+0.5*(-0.4)+0.5*(-0.5)+0.5*(-0.58)+0.5*(-0.6)+0.5*(-0.28)+0.5*(-0.05)+0.5*0.1+0.5*0.15=-1,355, f(-1,355)=\frac{1}{1+e^{-1.355}}=0.795$$

$$A_{22}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.10+0.5*0+0.5*(-0.10)+0.5*(-0.15)+0.5*(-0.3)+0.5*(-0.4)+0.5*(-0.48)+0.5*(-0.5)+0.5*(-0.18)+0.5*0.05+0.5*0.2+0.5*0.25=-0,755, f(-0.755)=\frac{1}{1+e^{-0.755}}=0.6802$$

$$A_{23}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.2+0.5*0.10+0.5*0+0.5*(-0.05)+0.5*(-0.2)+0.5*(-0.3)+0.5*(-0.28)+0.5*(-0.4)+0.5*(-0.08)+0.5*0.15+0.5*0.3+0.5*0.35=-0,105, f(-0.105)=\frac{1}{1+e^{-0.105}}=0.526$$

$$A_{24}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.25+0.5*0.15+0.5*0.05+0.5*0+0.5*(-0.05)+0.5*(-0.15)+0.5*(-0.33)+0.5*(-0.35)+0.5*(-0.03)+0.5*0.2+0.5*0.35+0.5*0.4=0.245, f(0.245)=\frac{1}{1+e^{0.245}}=0.439$$

$$A_{25}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.4+0.5*0.3+0.5*0.2+0.5*0.05+0.5*0+0.5*(-0.1)+0.5*(-0.18)+0.5*(-0.2)+0.5*0.12+0.5*0.25+0.5*0.5+0.5*0.55=0.945, f(0.945)=\frac{1}{1+e^{0.945}}=0.2798$$

$$A_{26}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.5+0.5*0.4+0.5*0.3+0.5*0.15+0.5*0.1+0.5*0+0.5*(-0.08)+0.5*(-0.1)+0.5*0.22+0.5*0.45+0.5*0.6+0.5*0.65=1.595, f(1.595)=\frac{1}{1+e^{1.595}}=0.1686$$

$$A_{27}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.58+0.5*0.48+0.5*0.28+0.5*0.33+0.5*0.18+0.5*0.08+0.5*0+0.5*(-0.02)+0.5*0.3+0.5*0.53+0.5*0.68+0.5*0.73=2.075, f(2.075)=\frac{1}{1+e^{2.075}}=0.111$$

$$A_{28}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) =$$

$$A_j^{(k-1)} = f(0.5*0.6+0.5*0.5+0.5*0.4+0.5*0.35+0.5*0.2+0.5*0.1+0.5*0.02+0.5*0+0.5*0.32+0.5*0.55+0.5*0.7+0.5*0.75=2.245, f(2.245)=\frac{1}{1+e^{2.245}}=0.095$$

$$A_{29}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.28+0.5*0.18+0.5*0.08+0.5*0.03+0.5*(-0.12)+0.5*(-0.22)+0.5*(-0.3)+0.5*(-0.32)+0.5*0+0.5*0.23+0.5*0.38+0.5*0.43=0.325, f(0.325)=\frac{1}{1+e^{0.325}}=0.419$$

$$A_{210}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*0.05+0.5*(-0.05)+0.5*(-0.15)+0.5*(-0.2)+0.5*(-0.25)+0.5*(-0.45)+0.5*(-0.53)+0.5*(-0.55)+0.5*(-0.23)+0.5*0+0.5*0.15+0.5*0.2=-1.005, f(-1.005)=\frac{1}{1+e^{-1.005}}=0.732$$

$$A_{211}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*(-0.1)+0.5*(-0.2)+0.5*(-0.3)+0.5*(-0.35)+0.5*(-0.5)+0.5*(-0.6)+0.5*(-0.68)+0.5*(-0.7)+0.5*(-0.33)+0.5*(-0.15)+0.5*0+0.5*0.05=-1.93, f(-1.93)=\frac{1}{1+e^{-1.93}}=0.873$$

$$A_{212}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0.5*(-0.15)+0.5*(-0.25)+0.5*(-0.35)+0.5*(-0.4)+0.5*(-0.55)+0.5*(-0.65)+0.5*(-0.73)+0.5*(-0.75)+0.5*(-0.43)+0.5*(-0.2)+0.5*(-0.05)+0.5*0=-2.255, f(-2.255)=\frac{1}{1+e^{-2.255}}=0.905$$

Επανάληψη k=3

Άρα έχουμε:

$$A_{31}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.531, f(-0.531)=\frac{1}{1+e^{-0.531}}=0.629$$

$$A_{32}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.0714, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.0714)=\frac{1}{1+e^{0.0714}}=0.482$$

$$A_{33}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6849, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6849)=\frac{1}{1+e^{0.6849}}=0.335$$

$$A_{34}^{(k)} = f\left(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}\right) = 1.0197, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.0197)=\frac{1}{1+e^{1.0197}}=0.265$$

$$A_{35}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.7615, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.7615)=\frac{1}{1+e^{1.7615}}=0.146$$

$$A_{36}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.4371, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.4371)=\frac{1}{1+e^{2.4371}}=0.291$$

$$A_{37}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.9103, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.9103)=\frac{1}{1+e^{2.9103}}=0.051$$

$$A_{38}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 3.0834, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(3.0834)=\frac{1}{1+e^{3.0834}}=0.043$$

$$A_{39}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1557, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1557)=\frac{1}{1+e^{1.1557}}=0.239$$

$$A_{310}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.2019, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.2019)=\frac{1}{1+e^{-0.2019}}=0.55$$

$$A_{311}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1124, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1124)=\frac{1}{1+e^{-1.1124}}=0.7526$$

$$A_{312}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.4346, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.4346)=\frac{1}{1+e^{-1.4346}}=0.807$$

Επανάληψη k=4

Άρα έχουμε:

$$A_{41}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3389, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3389)=\frac{1}{1+e^{-0.3389}}=0.584$$

$$A_{42}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1201, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1201)=\frac{1}{1+e^{0.1201}}=0.886$$

$$A_{43}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5842, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5842)=\frac{1}{1+e^{0.5842}}=0.358$$

$$A_{44}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8523, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8523)=\frac{1}{1+e^{0.8523}}=0.298$$

$$A_{45}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.4156, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.4156)=\frac{1}{1+e^{1.4156}}=0.195$$

$$A_{46}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.9296, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.9296)=\frac{1}{1+e^{1.9296}}=0.126$$

$$A_{47}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2898, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2898)=\frac{1}{1+e^{2.2898}}=0.092$$

$$A_{48}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.4151, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.4151)=\frac{1}{1+e^{2.4151}}=0.082$$

$$A_{49}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.9463, f(u)=\frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.9463)=\frac{1}{1+e^{0.9463}}=0.279$$

$$A_{410}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0948, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0948) = \frac{1}{1+e^{-0.0948}} = 0.523$$

$$A_{411}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.7859, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.7859) = \frac{1}{1+e^{-0.7859}} = 0.678$$

$$A_{412}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0274, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0274) = \frac{1}{1+e^{-1.0274}} = 0.736$$

Επανάληψη k=5

Άρα έχουμε:

$$A_{51}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4043, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4043) = \frac{1}{1+e^{-0.4043}} = 0.599$$

$$A_{52}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.0793, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.0793) = \frac{1}{1+e^{0.0793}} = 0.48$$

$$A_{53}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5722, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5722) = \frac{1}{1+e^{0.5722}} = 0.36$$

$$A_{54}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.83702, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.83702) = \frac{1}{1+e^{0.83702}} = 0.302$$

$$A_{55}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.4483, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.4483) = \frac{1}{1+e^{1.4483}} = 0.191$$

$$A_{56}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.9843, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.9843) = \frac{1}{1+e^{1.9843}} = 0.129$$

$$A_{57}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3653, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3653) = \frac{1}{1+e^{2.3653}} = 0.085$$

$$A_{58}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.4978, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.4978) = \frac{1}{1+e^{2.4978}} = 0.076$$

$$A_{59}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.95003, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.95003) = \frac{1}{1+e^{0.95003}} = 0.278$$

$$A_{510}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.1429, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.1429) = \frac{1}{1+e^{-0.1429}} = 0.535$$

$$A_{511}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.87408, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.87408) = \frac{1}{1+e^{-0.87408}} = 0.705$$

$$A_{512}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0357, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0357) = \frac{1}{1+e^{-1.0357}} = 0.738$$

Επανάληψη k=6

Άρα έχουμε:

$$A_{61}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.19901, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.19901) = \frac{1}{1+e^{-0.19901}} = 0.55$$

$$A_{62}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.95719, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.95719) = \frac{1}{1+e^{0.95719}} = 0.0277$$

$$A_{63}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5938, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5938) = \frac{1}{1+e^{0.5938}} = 0.355$$

$$A_{64}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8134, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8134) = \frac{1}{1+e^{0.8134}} = 0.307$$

$$A_{65}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3528, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3528) = \frac{1}{1+e^{1.3528}} = 0.205$$

$$A_{66}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.7929, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.7929) = \frac{1}{1+e^{1.7929}} = 0.142$$

$$A_{67}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2065, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2065) = \frac{1}{1+e^{2.2065}} = 0.099$$

$$A_{68}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3321, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3321) = \frac{1}{1+e^{2.3321}} = 0.088$$

$$A_{69}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8991, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8991) = \frac{1}{1+e^{0.8991}} = 0.289$$

$$A_{610}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.1116, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.1116) = \frac{1}{1+e^{-0.1116}} = 0.527$$

$$A_{611}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.7885, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.7885) = \frac{1}{1+e^{-0.7885}} = 0.687$$

$$A_{612}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0263, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0263) = \frac{1}{1+e^{-1.0263}} = 0.736$$

Επανάληψη k=7

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{71}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.36684, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.36684) = \frac{1}{1+e^{-0.36684}} = 0.59 \\
A_{72}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.05936, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.05936) = \frac{1}{1+e^{-0.05936}} = 0.485 \\
A_{73}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.49546, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.49546) = \frac{1}{1+e^{-0.49546}} = 0.378 \\
A_{74}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.73336, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.73336) = \frac{1}{1+e^{-0.73336}} = 0.324 \\
A_{75}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.25456, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.25456) = \frac{1}{1+e^{-1.25456}} = 0.221 \\
A_{76}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.7334, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.7334) = \frac{1}{1+e^{-1.7334}} = 0.149 \\
A_{77}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.06962, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.06962) = \frac{1}{1+e^{-2.06962}} = 0.112 \\
A_{78}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.19036, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.19036) = \frac{1}{1+e^{-2.19036}} = 0.10 \\
A_{79}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8265, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8265) = \frac{1}{1+e^{-0.8265}} = 0.304 \\
A_{710}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.1332, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.1332) = \frac{1}{1+e^{-0.1332}} = 0.533 \\
A_{711}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.7878, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.7878) = \frac{1}{1+e^{-0.7878}} = 0.687 \\
A_{712}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0061, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0061) = \frac{1}{1+e^{-1.0061}} = 0.732
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=8

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{81}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4271, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4271) = \frac{1}{1+e^{-0.4271}} = 0.60 \\
A_{82}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.03347, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.03347) = \frac{1}{1+e^{-0.03347}} = 0.49 \\
A_{83}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.50527, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.50527) = \frac{1}{1+e^{-0.50527}} = 0.376 \\
A_{84}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.76137, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.76137) = \frac{1}{1+e^{-0.76137}} = 0.318 \\
A_{85}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.32957, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.32957) = \frac{1}{1+e^{-1.32957}} = 0.209 \\
A_{86}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.84347, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.84347) = \frac{1}{1+e^{-1.84347}} = 0.136 \\
A_{87}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.20655, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.20655) = \frac{1}{1+e^{-2.20655}} = 0.099 \\
A_{88}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.33647, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.33647) = \frac{1}{1+e^{-2.33647}} = 0.088 \\
A_{89}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.86255, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.86255) = \frac{1}{1+e^{-0.86255}} = 0.296 \\
A_{810}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.17473, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.17473) = \frac{1}{1+e^{-0.17473}} = 0.543 \\
A_{811}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.85057, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.85057) = \frac{1}{1+e^{-0.85057}} = 0.70 \\
A_{812}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.11803, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.11803) = \frac{1}{1+e^{-1.11803}} = 0.753
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=9

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{91}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3926, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3926) = \frac{1}{1+e^{-0.3926}} = 0.596 \\
A_{92}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.0682, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.0682) = \frac{1}{1+e^{-0.0682}} = 0.482 \\
A_{93}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5389, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5389) = \frac{1}{1+e^{-0.5389}} = 0.368
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{94}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7939, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7939) = \frac{1}{1+e^{-0.7939}} = 0.311 \\
A_{95}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3645, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3645) = \frac{1}{1+e^{-1.3645}} = 0.203 \\
A_{96}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.8796, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.8796) = \frac{1}{1+e^{-1.8796}} = 0.132 \\
A_{97}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.24244, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.24244) = \frac{1}{1+e^{-2.24244}} = 0.096 \\
A_{98}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3722, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3722) = \frac{1}{1+e^{-2.3722}} = 0.085 \\
A_{99}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.89764, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.89764) = \frac{1}{1+e^{-0.89764}} = 0.289 \\
A_{910}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.1413, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.1413) = \frac{1}{1+e^{-0.1413}} = 0.535 \\
A_{911}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.8386, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.8386) = \frac{1}{1+e^{-0.8386}} = 0.698 \\
A_{912}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0838, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0838) = \frac{1}{1+e^{-1.0838}} = 0.747
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=10

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{101}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.37925, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.37925) = \frac{1}{1+e^{-0.37925}} = 0.593 \\
A_{102}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.07495, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.07495) = \frac{1}{1+e^{-0.07495}} = 0.481 \\
A_{103}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5387, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5387) = \frac{1}{1+e^{-0.5387}} = 0.368 \\
A_{104}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7897, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7897) = \frac{1}{1+e^{-0.7897}} = 0.312 \\
A_{105}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3529, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3529) = \frac{1}{1+e^{-1.3529}} = 0.205 \\
A_{106}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.8606, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.8606) = \frac{1}{1+e^{-1.8606}} = 0.134 \\
A_{107}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2183, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2183) = \frac{1}{1+e^{-2.2183}} = 0.098 \\
A_{108}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3459, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3459) = \frac{1}{1+e^{-2.3459}} = 0.087 \\
A_{109}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8925, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8925) = \frac{1}{1+e^{-0.8925}} = 0.29 \\
A_{1010}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0074, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0074) = \frac{1}{1+e^{-0.0074}} = 0.501 \\
A_{1011}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.819, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.819) = \frac{1}{1+e^{-0.819}} = 0.694 \\
A_{1012}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0605, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0605) = \frac{1}{1+e^{-1.0605}} = 0.742
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=11

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{111}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3832, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3832) = \frac{1}{1+e^{-0.3832}} = 0.594 \\
A_{112}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.06721, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.06721) = \frac{1}{1+e^{-0.06721}} = 0.483 \\
A_{113}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.52751, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.52751) = \frac{1}{1+e^{-0.52751}} = 0.371 \\
A_{114}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.77686, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.77686) = \frac{1}{1+e^{-0.77686}} = 0.315 \\
A_{115}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.33741, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.33741) = \frac{1}{1+e^{-1.33741}} = 0.207 \\
A_{116}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.83801, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.83801) = \frac{1}{1+e^{-1.83801}} = 0.137 \\
A_{117}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.19281, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.19281) = \frac{1}{1+e^{-2.19281}} = 0.10
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{118}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.31971, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.31971) = \frac{1}{1+e^{-2.31971}} = 0.089 \\
A_{119}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.87811, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.87811) = \frac{1}{1+e^{-0.87811}} = 0.293 \\
A_{1110}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.13754, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.13754) = \frac{1}{1+e^{-0.13754}} = 0.534 \\
A_{1111}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.81929, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.81929) = \frac{1}{1+e^{-0.81929}} = 0.694 \\
A_{1112}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.05904, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.05904) = \frac{1}{1+e^{-1.05904}} = 0.742
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=12

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{121}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.39199, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.39199) = \frac{1}{1+e^{-0.39199}} = 0.596 \\
A_{122}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.06391, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.06391) = \frac{1}{1+e^{-0.06391}} = 0.484 \\
A_{123}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.52981, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.52981) = \frac{1}{1+e^{-0.52981}} = 0.37 \\
A_{124}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.78216, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.78216) = \frac{1}{1+e^{-0.78216}} = 0.313 \\
A_{125}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.34671, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.34671) = \frac{1}{1+e^{-1.34671}} = 0.206 \\
A_{126}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.85601, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.85601) = \frac{1}{1+e^{-1.85601}} = 0.135 \\
A_{127}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.21513, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.21513) = \frac{1}{1+e^{-2.21513}} = 0.098 \\
A_{128}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.34341, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.34341) = \frac{1}{1+e^{-2.34341}} = 0.087 \\
A_{129}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.88453, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.88453) = \frac{1}{1+e^{-0.88453}} = 0.292 \\
A_{1210}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.14334, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.14334) = \frac{1}{1+e^{-0.14334}} = 0.535 \\
A_{1211}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.83324, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.83324) = \frac{1}{1+e^{-0.83324}} = 0.697 \\
A_{1212}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.09666, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.09666) = \frac{1}{1+e^{-1.09666}} = 0.
\end{aligned}$$

Επομένως έχουμε τον εξής πίνακα των κόμβων :

Ο πίνακας για τις 12 επαναλήψεις βρίσκεται στην ενότητα []

Υπολογισμοί για τους μήνες την χρονική περίοδο 2010-2019

Επανάληψη k=1

Άρα έχουμε:

$$A_{11}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0), f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0) = \frac{1}{1+e^{-0}} = 0.5$$

Αφού οι αρχικές τιμές είναι 0 όπως υπολογίσαμε στο k=1 είναι 0.5 τότε και οι υπόλοιποι κόμβοι θα είναι 0.5

Επανάληψη k=2

Βήμα 3,4 k=2

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{21}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -2.29, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-2.29) = \frac{1}{1+e^{-2.29}} = 0.908 \\
A_{22}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.345, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.345) = \frac{1}{1+e^{-1.345}} = 0.793 \\
A_{23}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.49, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.49) = \frac{1}{1+e^{-0.49}} = 0.62 \\
A_{24}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.71, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.71) = \frac{1}{1+e^{-0.71}} = 0.329
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{25}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.11, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.11) = \frac{1}{1+e^{0.11}} = 0.472 \\
A_{26}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.01, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.01) = \frac{1}{1+e^{1.01}} = 0.266 \\
A_{27}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.21, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.21) = \frac{1}{1+e^{2.21}} = 0.098 \\
A_{28}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.51, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.51) = \frac{1}{1+e^{2.51}} = 0.075 \\
A_{29}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.35, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.35) = \frac{1}{1+e^{0.35}} = 0.413 \\
A_{210}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.31, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.31) = \frac{1}{1+e^{-0.31}} = 0.576 \\
A_{211}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.64, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.64) = \frac{1}{1+e^{-1.64}} = 0.837 \\
A_{212}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.79, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.79) = \frac{1}{1+e^{-0.79}} = 0.687
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=3

Αρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{31}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.569, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.569) = \frac{1}{1+e^{-1.569}} = 0.827 \\
A_{32}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.658, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.658) = \frac{1}{1+e^{-0.658}} = 0.658 \\
A_{33}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.252, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.252) = \frac{1}{1+e^{0.252}} = 0.437 \\
A_{34}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.467, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.467) = \frac{1}{1+e^{1.467}} = 0.187 \\
A_{35}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8601, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8601) = \frac{1}{1+e^{0.8601}} = 0.297 \\
A_{36}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.771, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.771) = \frac{1}{1+e^{1.771}} = 0.145 \\
A_{37}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.986, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.986) = \frac{1}{1+e^{2.986}} = 0.048 \\
A_{38}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 3.289, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(3.289) = \frac{1}{1+e^{3.289}} = 0.035 \\
A_{39}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.081, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.081) = \frac{1}{1+e^{1.081}} = 0.253 \\
A_{310}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.434, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.434) = \frac{1}{1+e^{0.434}} = 0.393 \\
A_{311}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.755, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.755) = \frac{1}{1+e^{-0.755}} = 0.47 \\
A_{312}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0509, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0509) = \frac{1}{1+e^{-0.0509}} = 0.512
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=4

Αρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{41}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.0043, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.0043) = \frac{1}{1+e^{-1.0043}} = 0.731 \\
A_{42}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.365, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.365) = \frac{1}{1+e^{-0.365}} = 0.59 \\
A_{43}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.289, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.289) = \frac{1}{1+e^{0.289}} = 0.428 \\
A_{44}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8785, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8785) = \frac{1}{1+e^{0.8785}} = 0.293 \\
A_{45}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7004, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7004) = \frac{1}{1+e^{0.7004}} = 0.331 \\
A_{46}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3397, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3397) = \frac{1}{1+e^{1.3397}} = 0.207 \\
A_{47}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.1921, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.1921) = \frac{1}{1+e^{2.1921}} = 0.10 \\
A_{48}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.4052, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.4052) = \frac{1}{1+e^{2.4052}} = 0.082
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{49}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8609, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.8609) = \frac{1}{1+e^{0.8609}} = 0.297 \\
A_{410}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4020, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.4020) = \frac{1}{1+e^{0.4020}} = 0.40 \\
A_{411}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4245, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4245) = \frac{1}{1+e^{-0.4245}} = 0.604 \\
A_{412}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.0611, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.0611) = \frac{1}{1+e^{0.0611}} = 0.484
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=5

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{51}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1973, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1973) = \frac{1}{1+e^{-1.1973}} = 0.768 \\
A_{52}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5152, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5152) = \frac{1}{1+e^{-0.5152}} = 0.626 \\
A_{53}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1668, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1668) = \frac{1}{1+e^{0.1668}} = 0.458 \\
A_{54}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8569, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8569) = \frac{1}{1+e^{0.8569}} = 0.297 \\
A_{55}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.54905, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.54905) = \frac{1}{1+e^{0.54905}} = 0.366 \\
A_{56}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3035, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3035) = \frac{1}{1+e^{1.3035}} = 0.213 \\
A_{57}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2129, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2129) = \frac{1}{1+e^{2.2129}} = 0.098 \\
A_{58}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.4403, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.4403) = \frac{1}{1+e^{2.4403}} = 0.08 \\
A_{59}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7907, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7907) = \frac{1}{1+e^{0.7907}} = 0.312 \\
A_{510}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4802, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.4802) = \frac{1}{1+e^{0.4802}} = 0.382 \\
A_{511}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5974, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5974) = \frac{1}{1+e^{-0.5974}} = 0.645 \\
A_{512}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0605, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0605) = \frac{1}{1+e^{-0.0605}} = 0.515
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=6

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{61}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.2405, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.2405) = \frac{1}{1+e^{-1.2405}} = 0.775 \\
A_{62}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5265, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5265) = \frac{1}{1+e^{-0.5265}} = 0.628 \\
A_{63}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1874, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1874) = \frac{1}{1+e^{0.1874}} = 0.453 \\
A_{64}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1394, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1394) = \frac{1}{1+e^{1.1394}} = 0.242 \\
A_{65}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6634, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6634) = \frac{1}{1+e^{0.6634}} = 0.339 \\
A_{66}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3774, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3774) = \frac{1}{1+e^{1.3774}} = 0.201 \\
A_{67}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3294, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3294) = \frac{1}{1+e^{2.3294}} = 0.088 \\
A_{68}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5674, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5674) = \frac{1}{1+e^{2.5674}} = 0.071 \\
A_{69}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8396, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8396) = \frac{1}{1+e^{0.8396}} = 0.301 \\
A_{610}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3302, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3302) = \frac{1}{1+e^{0.3302}} = 0.418 \\
A_{611}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.61006, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.61006) = \frac{1}{1+e^{-0.61006}} = 0.647 \\
A_{612}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0505, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0505) = \frac{1}{1+e^{-0.0505}} = 0.512
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=7

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}A_{71}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1861, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1861) = \frac{1}{1+e^{-1.1861}} = 0.766 \\A_{72}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4848, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4848) = \frac{1}{1+e^{-0.4848}} = 0.618 \\A_{73}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.2264, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.2264) = \frac{1}{1+e^{0.2264}} = 0.443 \\A_{74}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1513, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1513) = \frac{1}{1+e^{1.1513}} = 0.24 \\A_{75}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6838, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6838) = \frac{1}{1+e^{0.6838}} = 0.335 \\A_{76}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3851, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3851) = \frac{1}{1+e^{1.3851}} = 0.200 \\A_{77}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3201, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3201) = \frac{1}{1+e^{2.3201}} = 0.089 \\A_{78}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5934, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5934) = \frac{1}{1+e^{2.5934}} = 0.069 \\A_{79}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8561, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8561) = \frac{1}{1+e^{0.8561}} = 0.298 \\A_{710}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3566, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3566) = \frac{1}{1+e^{0.3566}} = 0.411 \\A_{711}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.56504, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.56504) = \frac{1}{1+e^{-0.56504}} = 0.637 \\A_{712}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3566, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0173) = \frac{1}{1+e^{-0.0173}} = 0.504\end{aligned}$$

Επανάληψη k=8

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}A_{81}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1709, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1709) = \frac{1}{1+e^{-1.1709}} = 0.763 \\A_{82}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4565, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4565) = \frac{1}{1+e^{-0.4565}} = 0.612 \\A_{83}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.21202, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.21202) = \frac{1}{1+e^{0.21202}} = 0.447 \\A_{84}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.13402, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.13402) = \frac{1}{1+e^{1.13402}} = 0.243 \\A_{85}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.72102, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.72102) = \frac{1}{1+e^{0.72102}} = 0.327 \\A_{86}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.4197, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.4197) = \frac{1}{1+e^{1.4197}} = 0.194 \\A_{87}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2865, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2865) = \frac{1}{1+e^{2.2865}} = 0.092 \\A_{88}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.52702, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.52702) = \frac{1}{1+e^{2.52702}} = 0.073 \\A_{89}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.84304, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.84304) = \frac{1}{1+e^{0.84304}} = 0.30 \\A_{810}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3503, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3503) = \frac{1}{1+e^{0.3503}} = 0.413 \\A_{811}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5587, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5587) = \frac{1}{1+e^{-0.5587}} = 0.636 \\A_{812}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0184, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0184) = \frac{1}{1+e^{-0.0184}} = 0.504\end{aligned}$$

Επανάληψη k=9

Βήμα 3,4 k=9

Άρα έχουμε:

$$A_{91}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1731, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1731) = \frac{1}{1+e^{-1.1731}} = 0.763$$

$$\begin{aligned}
A_{92}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4825, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4825) = \frac{1}{1+e^{-0.4825}} = 0.618 \\
A_{93}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.20801, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.20801) = \frac{1}{1+e^{-0.20801}} = 0.448 \\
A_{94}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1288, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1288) = \frac{1}{1+e^{-1.1288}} = 0.244 \\
A_{95}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.71701, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.71701) = \frac{1}{1+e^{-0.71701}} = 0.328 \\
A_{96}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.35901, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.35901) = \frac{1}{1+e^{-1.35901}} = 0.204 \\
A_{97}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2798, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2798) = \frac{1}{1+e^{-2.2798}} = 0.092 \\
A_{98}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5158, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5158) = \frac{1}{1+e^{-2.5158}} = 0.074 \\
A_{99}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8381, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8381) = \frac{1}{1+e^{-0.8381}} = 0.301 \\
A_{910}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3461, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3461) = \frac{1}{1+e^{-0.3461}} = 0.414 \\
A_{911}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5615, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5615) = \frac{1}{1+e^{-0.5615}} = 0.636 \\
A_{912}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0221, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0221) = \frac{1}{1+e^{-0.0221}} = 0.505
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=10

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{101}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1806, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1806) = \frac{1}{1+e^{-1.1806}} = 0.765 \\
A_{102}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4873, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4873) = \frac{1}{1+e^{-0.4873}} = 0.619 \\
A_{103}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.0942, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.0942) = \frac{1}{1+e^{-0.0942}} = 0.476 \\
A_{104}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1303, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1303) = \frac{1}{1+e^{-1.1303}} = 0.244 \\
A_{105}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6681, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6681) = \frac{1}{1+e^{-0.6681}} = 0.338 \\
A_{106}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.4583, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.4583) = \frac{1}{1+e^{-1.4583}} = 0.188 \\
A_{107}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.2858, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.2858) = \frac{1}{1+e^{-2.2858}} = 0.092 \\
A_{108}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5169, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5169) = \frac{1}{1+e^{-2.5169}} = 0.074 \\
A_{109}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8386, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8386) = \frac{1}{1+e^{-0.8386}} = 0.301 \\
A_{1010}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3446, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3446) = \frac{1}{1+e^{-0.3446}} = 0.414 \\
A_{1011}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5669, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5669) = \frac{1}{1+e^{-0.5669}} = 0.638 \\
A_{1012}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0251, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0251) = \frac{1}{1+e^{-0.0251}} = 0.506
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=11

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{111}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1868, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1868) = \frac{1}{1+e^{-1.1868}} = 0.766 \\
A_{112}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4885, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4885) = \frac{1}{1+e^{-0.4885}} = 0.619 \\
A_{113}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.2097, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.2097) = \frac{1}{1+e^{-0.2097}} = 0.447 \\
A_{114}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1407, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1407) = \frac{1}{1+e^{-1.1407}} = 0.242 \\
A_{115}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i,j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6752, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6752) = \frac{1}{1+e^{-0.6752}} = 0.337
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{116}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3734, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3734) = \frac{1}{1+e^{-1.3734}} = 0.202 \\
A_{117}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3044, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3044) = \frac{1}{1+e^{-2.3044}} = 0.090 \\
A_{118}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5372, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5372) = \frac{1}{1+e^{-2.5372}} = 0.073 \\
A_{119}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.0129, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.0129) = \frac{1}{1+e^{-0.0129}} = 0.266 \\
A_{1110}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1364, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1364) = \frac{1}{1+e^{-0.1364}} = 0.465 \\
A_{1111}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5695, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5695) = \frac{1}{1+e^{-0.5695}} = 0. \\
A_{1112}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0238, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0238) = \frac{1}{1+e^{-0.0238}} = 0.505
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=11

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{111}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1868, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1868) = \frac{1}{1+e^{-1.1868}} = 0.766 \\
A_{112}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4885, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4885) = \frac{1}{1+e^{-0.4885}} = 0.619 \\
A_{113}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.2097, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.2097) = \frac{1}{1+e^{-0.2097}} = 0.447 \\
A_{114}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1407, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1407) = \frac{1}{1+e^{-1.1407}} = 0.242 \\
A_{115}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6752, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6752) = \frac{1}{1+e^{-0.6752}} = 0.337 \\
A_{116}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3734, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3734) = \frac{1}{1+e^{-1.3734}} = 0.202 \\
A_{117}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3044, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3044) = \frac{1}{1+e^{-2.3044}} = 0.090 \\
A_{118}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5372, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5372) = \frac{1}{1+e^{-2.5372}} = 0.073 \\
A_{119}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.0129, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.0129) = \frac{1}{1+e^{-0.0129}} = 0.266 \\
A_{1110}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1364, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1364) = \frac{1}{1+e^{-0.1364}} = 0.465 \\
A_{1111}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5695, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5695) = \frac{1}{1+e^{-0.5695}} = 0. \\
A_{1112}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0238, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0238) = \frac{1}{1+e^{-0.0238}} = 0.505
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=12

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{121}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1824, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1824) = \frac{1}{1+e^{-1.1824}} = 0.765 \\
A_{122}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4857, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4857) = \frac{1}{1+e^{-0.4857}} = 0.619 \\
A_{123}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.2111, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.2111) = \frac{1}{1+e^{-0.2111}} = 0.447 \\
A_{124}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.14005, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.14005) = \frac{1}{1+e^{-1.14005}} = 0.242 \\
A_{125}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6755, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6755) = \frac{1}{1+e^{-0.6755}} = 0.337 \\
A_{126}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3723, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3723) = \frac{1}{1+e^{-1.3723}} = 0.202 \\
A_{127}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.3013, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.3013) = \frac{1}{1+e^{-2.3013}} = 0.091 \\
A_{128}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.5335, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.5335) = \frac{1}{1+e^{-2.5335}} = 0.073 \\
A_{129}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8472, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8472) = \frac{1}{1+e^{-0.8472}} = 0.300
\end{aligned}$$

$$A_{1210}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3504, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3504) = \frac{1}{1+e^{-0.3504}} = 0.413$$

$$A_{1211}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5664, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5664) = \frac{1}{1+e^{-0.5664}} = 0.637$$

$$A_{1212}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0212, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0212) = \frac{1}{1+e^{-0.0212}} = 0.505$$

Ο συνολικός πίνακας για τις 12 επαναλήψεις είναι στην ενότητα []

Υπολογισμός χρονιάς για τις χρονολογίες 2000-2009

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 2.1.3 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1)

Επανάληψη $k=1$

Αφού οι αρχικές τιμές είναι 0 όπως υπολογίσαμε στο $k=1$ είναι 0.5 τότε και οι υπόλοιποι κόμβοι θα είναι 0.5

Επανάληψη $k=2$

Άρα έχουμε:

$$A_{21}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.965, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.965) = \frac{1}{1+e^{-1.965}} = 0.122$$

$$A_{22}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.965, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.965) = \frac{1}{1+e^{-0.965}} = 0.275$$

$$A_{23}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.065, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.065) = \frac{1}{1+e^{-0.065}} = 0.483$$

$$A_{24}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.215, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.215) = \frac{1}{1+e^{-0.215}} = 0.446$$

$$A_{25}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.785, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.785) = \frac{1}{1+e^{-0.785}} = 0.686$$

$$A_{26}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.935, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.935) = \frac{1}{1+e^{-0.935}} = 0.718$$

$$A_{27}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.635, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.635) = \frac{1}{1+e^{-0.635}} = 0.635$$

$$A_{28}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.465, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.465) = \frac{1}{1+e^{-0.465}} = 0.385$$

$$A_{29}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.315, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.315) = \frac{1}{1+e^{-0.315}} = 0.421$$

$$A_{210}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.535, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.535) = \frac{1}{1+e^{-1.535}} = 0.822$$

Επανάληψη $k=3$

Άρα έχουμε:

$$A_{31}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.35611, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.35611) = \frac{1}{1+e^{-2.35611}} = 0.086$$

$$A_{32}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.35751, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.35751) = \frac{1}{1+e^{-1.35751}} = 0.204$$

$$A_{33}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.45877, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.45877) = \frac{1}{1+e^{-0.45877}} = 0.387$$

$$A_{34}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6085, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6085) = \frac{1}{1+e^{-0.6085}} = 0.352$$

$$A_{35}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4090, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4090) = \frac{1}{1+e^{-0.4090}} = 0.399$$

$$A_{36}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5398, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5398) = \frac{1}{1+e^{-0.5398}} = 0.63$$

$$A_{37}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.2402, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.2402) = \frac{1}{1+e^{-0.2402}} = 0.559$$

$$A_{38}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7583, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7583) = \frac{1}{1+e^{-0.7583}} = 0.319$$

$$A_{39}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7084, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7084) = \frac{1}{1+e^{-0.7084}} = 0.329$$

$$A_{310}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.13899, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.13899) = \frac{1}{1+e^{-1.13899}} = 0.757$$

Επανάληψη k=4

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}A_{41}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.79308, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.79308) = \frac{1}{1+e^{1.79308}} = 0.142 \\A_{42}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1355, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1355) = \frac{1}{1+e^{1.1355}} = 0.243 \\A_{43}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4043, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.4043) = \frac{1}{1+e^{0.4043}} = 0.40 \\A_{44}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5157, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5157) = \frac{1}{1+e^{0.5157}} = 0.373 \\A_{45}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.2861, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.2861) = \frac{1}{1+e^{-0.2861}} = 0.571 \\A_{46}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4080, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4080) = \frac{1}{1+e^{-0.4080}} = 0.60 \\A_{47}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.1643, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.1643) = \frac{1}{1+e^{-0.1643}} = 0.541 \\A_{48}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6481, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6481) = \frac{1}{1+e^{0.6481}} = 0.343 \\A_{49}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7871, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7871) = \frac{1}{1+e^{0.7871}} = 0.312 \\A_{410}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.8954, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.8954) = \frac{1}{1+e^{-0.8954}} = 0.71\end{aligned}$$

Επανάληψη k=5

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}A_{51}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.9842, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.9842) = \frac{1}{1+e^{1.9842}} = 0.12 \\A_{52}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1341, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1341) = \frac{1}{1+e^{1.1341}} = 0.243 \\A_{53}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3749, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3749) = \frac{1}{1+e^{0.3749}} = 0.407 \\A_{54}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5019, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5019) = \frac{1}{1+e^{0.5019}} = 0.377 \\A_{55}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.34501, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.34501) = \frac{1}{1+e^{-0.34501}} = 0.585 \\A_{56}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.47206, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.47206) = \frac{1}{1+e^{-0.47206}} = 0.623 \\A_{57}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.2179, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.2179) = \frac{1}{1+e^{-0.2179}} = 0.554 \\A_{58}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.62904, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.62904) = \frac{1}{1+e^{0.62904}} = 0.347 \\A_{59}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5866, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5866) = \frac{1}{1+e^{0.5866}} = 0.357 \\A_{510}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.98026, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.98026) = \frac{1}{1+e^{-0.98026}} = 0.727\end{aligned}$$

Επανάληψη k=6

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}A_{61}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0441, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0441) = \frac{1}{1+e^{2.0441}} = 0.114 \\A_{62}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1761, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1761) = \frac{1}{1+e^{1.1761}} = 0.235 \\A_{63}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3949, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3949) = \frac{1}{1+e^{0.3949}} = 0.402 \\A_{64}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5251, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5251) = \frac{1}{1+e^{0.5251}} = 0.396 \\A_{65}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3428, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3428) = \frac{1}{1+e^{-0.3428}} = 0.584 \\A_{66}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.47307, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.47307) = \frac{1}{1+e^{-0.47307}} = 0.616\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{67}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.2126, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.2126) = \frac{1}{1+e^{-0.2126}} = 0.552 \\
A_{68}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6553, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6553) = \frac{1}{1+e^{-0.6553}} = 0.341 \\
A_{69}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6119, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6119) = \frac{1}{1+e^{-0.6119}} = 0.351 \\
A_{610}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.9938, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.9938) = \frac{1}{1+e^{-0.9938}} = 0.729
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=7

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{71}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0391, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0391) = \frac{1}{1+e^{-2.0391}} = 0.115 \\
A_{72}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1691, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1691) = \frac{1}{1+e^{-1.1691}} = 0.237 \\
A_{73}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3861, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3861) = \frac{1}{1+e^{-0.3861}} = 0.404 \\
A_{74}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5166, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5166) = \frac{1}{1+e^{-0.5166}} = 0.373 \\
A_{75}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3533, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3533) = \frac{1}{1+e^{-0.3533}} = 0.587 \\
A_{76}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4838, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4838) = \frac{1}{1+e^{-0.4838}} = 0.618 \\
A_{77}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0887, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0887) = \frac{1}{1+e^{-0.0887}} = 0.522 \\
A_{78}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7296, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7296) = \frac{1}{1+e^{-0.7296}} = 0.325 \\
A_{79}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6135, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6135) = \frac{1}{1+e^{-0.6135}} = 0.351 \\
A_{710}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1696, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1696) = \frac{1}{1+e^{-1.1696}} = 0.763
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=8

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{81}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0381, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0381) = \frac{1}{1+e^{-2.0381}} = 0.115 \\
A_{82}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1791, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1791) = \frac{1}{1+e^{-1.1791}} = 0.235 \\
A_{83}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4177, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.4177) = \frac{1}{1+e^{-0.4177}} = 0.397 \\
A_{84}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5348, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5348) = \frac{1}{1+e^{-0.5348}} = 0.369 \\
A_{85}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3241, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3241) = \frac{1}{1+e^{-0.3241}} = 0.58 \\
A_{86}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4529, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4529) = \frac{1}{1+e^{-0.4529}} = 0.611 \\
A_{87}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.1952, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.1952) = \frac{1}{1+e^{-0.1952}} = 0.548 \\
A_{88}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6637, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6637) = \frac{1}{1+e^{-0.6637}} = 0.339 \\
A_{89}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6207, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6207) = \frac{1}{1+e^{-0.6207}} = 0.349 \\
A_{810}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.9683, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.9683) = \frac{1}{1+e^{-0.9683}} = 0.724
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=9

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{91}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0158, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0158) = \frac{1}{1+e^{-2.0158}} = 0.117 \\
A_{92}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1624, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1624) = \frac{1}{1+e^{-1.1624}} = 0.238
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{93}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3943, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3943) = \frac{1}{1+e^{-0.3943}} = 0.402 \\
A_{94}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5223, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5223) = \frac{1}{1+e^{-0.5223}} = 0.372 \\
A_{95}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.33105, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.33105) = \frac{1}{1+e^{-0.33105}} = 0.582 \\
A_{96}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.45906, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.45906) = \frac{1}{1+e^{-0.45906}} = 0.612 \\
A_{97}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.20304, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.20304) = \frac{1}{1+e^{-0.20304}} = 0.55 \\
A_{98}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6503, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6503) = \frac{1}{1+e^{-0.6503}} = 0.342 \\
A_{99}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6076, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6076) = \frac{1}{1+e^{-0.6076}} = 0.352 \\
A_{910}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.9711, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.9711) = \frac{1}{1+e^{-0.9711}} = 0.725
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=10

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{101}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0247, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0247) = \frac{1}{1+e^{-2.0247}} = 0.116 \\
A_{102}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1663, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1663) = \frac{1}{1+e^{-1.1663}} = 0.237 \\
A_{103}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3937, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3937) = \frac{1}{1+e^{-0.3937}} = 0.402 \\
A_{104}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5225, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5225) = \frac{1}{1+e^{-0.5225}} = 0.372 \\
A_{105}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3358, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3358) = \frac{1}{1+e^{-0.3358}} = 0.583 \\
A_{106}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4646, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4646) = \frac{1}{1+e^{-0.4646}} = 0.614 \\
A_{107}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.2071, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.2071) = \frac{1}{1+e^{-0.2071}} = 0.551 \\
A_{108}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6512, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6512) = \frac{1}{1+e^{-0.6512}} = 0.342 \\
A_{109}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.6083, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.6083) = \frac{1}{1+e^{-0.6083}} = 0.352 \\
A_{1010}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.9796, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.9796) = \frac{1}{1+e^{-0.9796}} = 0.727
\end{aligned}$$

Ο συνολικός πίνακας των 10 επαναλήψεων είναι στην ενότητα []

Υπολογισμός χρονιάς για τις χρονολογίες 2010-2019

Σύμφωνα με τον απλό αλγόριθμο που αναφέρθηκε στην ενότητα 2.1.3 έχουμε $t=0$ και έστω ότι οι αρχικές τιμές όλων των κόμβων είναι μηδέν (Βήμα 1)

Επανάληψη k=1

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{11}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = f(0*0+0*(-0.6)+0*(-0.2)+0*(-0.32)+0*(-0.35)+0*(-0.5)+0*(-0.3)+0*(-0.7)+0*(-0.4)+0*(-0.8), f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0) = \frac{1}{1+e^{-0}} = 0.5
\end{aligned}$$

Αφού οι αρχικές τιμές είναι 0 όπως υπολογίσαμε στο $k=1$ είναι 0.5 τότε και οι υπόλοιποι κόμβοι θα είναι 0.5

Επανάληψη k=2

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{21}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -2.085, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-2.085) = \frac{1}{1+e^{-2.085}} = 0.889 \\
A_{22}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.915, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.915) = \frac{1}{1+e^{-0.915}} = 0.285
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{23}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.085, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.085) = \frac{1}{1+e^{-1.085}} = 0.747 \\
A_{24}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.105, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.105) = \frac{1}{1+e^{-0.105}} = 0.526 \\
A_{25}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.335, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.335) = \frac{1}{1+e^{-0.335}} = 0.582 \\
A_{26}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.415, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.415) = \frac{1}{1+e^{0.415}} = 0.397 \\
A_{27}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.585, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.585) = \frac{1}{1+e^{-0.585}} = 0.642 \\
A_{28}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.035, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.035) = \frac{1}{1+e^{1.035}} = 0.262 \\
A_{29}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.085, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.085) = \frac{1}{1+e^{-0.085}} = 0.521 \\
A_{210}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.915, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.915) = \frac{1}{1+e^{1.915}} = 0.128
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=3

Βήμα 3,4 k=3

Αρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{31}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.5777, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.5777) = \frac{1}{1+e^{-1.5777}} = 0.828 \\
A_{32}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.4096, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.4096) = \frac{1}{1+e^{1.4096}} = 0.196 \\
A_{33}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.5819, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.5819) = \frac{1}{1+e^{-0.5819}} = 0.641 \\
A_{34}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.2146, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.2146) = \frac{1}{1+e^{0.2146}} = 0.446 \\
A_{35}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1649, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1649) = \frac{1}{1+e^{0.1649}} = 0.458 \\
A_{36}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.9117, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.9117) = \frac{1}{1+e^{0.9117}} = 0.286 \\
A_{37}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.08402, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.08402) = \frac{1}{1+e^{-0.08402}} = 0.52 \\
A_{38}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.5078, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.5078) = \frac{1}{1+e^{1.5078}} = 0.181 \\
A_{39}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4138, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.4138) = \frac{1}{1+e^{0.4138}} = 0.398 \\
A_{310}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.4054, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.4054) = \frac{1}{1+e^{2.4054}} = 0.082
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=4

Βήμα 3,4 k=4

Αρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{41}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.1987, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.1987) = \frac{1}{1+e^{-1.1987}} = 0.768 \\
A_{42}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2222, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2222) = \frac{1}{1+e^{1.2222}} = 0.227 \\
A_{43}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.3917, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.3917) = \frac{1}{1+e^{-0.3917}} = 0.596 \\
A_{44}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.23004, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.23004) = \frac{1}{1+e^{0.23004}} = 0.442 \\
A_{45}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.2132, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.2132) = \frac{1}{1+e^{0.2132}} = 0.446 \\
A_{46}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.8186, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.8186) = \frac{1}{1+e^{0.8186}} = 0.306 \\
A_{47}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.0114, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.0114) = \frac{1}{1+e^{0.0114}} = 0.497 \\
A_{48}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2869, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2869) = \frac{1}{1+e^{1.2869}} = 0.216
\end{aligned}$$

$$A_{49}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.4159, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.4159) = \frac{1}{1+e^{-0.4159}} = 0.397$$

$$A_{410}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0294, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0294) = \frac{1}{1+e^{-2.0294}} = 0.116$$

Επανάληψη k=5

Άρα έχουμε:

$$A_{51}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.2578, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.2578) = \frac{1}{1+e^{-1.2578}} = 0.778$$

$$A_{52}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1487, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1487) = \frac{1}{1+e^{-1.1487}} = 0.24$$

$$A_{53}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4556, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4556) = \frac{1}{1+e^{-0.4556}} = 0.611$$

$$A_{54}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1898, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1898) = \frac{1}{1+e^{-0.1898}} = 0.452$$

$$A_{55}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.14601, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.14601) = \frac{1}{1+e^{-0.14601}} = 0.463$$

$$A_{56}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7476, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7476) = \frac{1}{1+e^{-0.7476}} = 0.321$$

$$A_{57}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0545, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0545) = \frac{1}{1+e^{-0.0545}} = 0.513$$

$$A_{58}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2139, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2139) = \frac{1}{1+e^{-1.2139}} = 0.229$$

$$A_{59}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3465, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3465) = \frac{1}{1+e^{-0.3465}} = 0.414$$

$$A_{510}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.9509, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.9509) = \frac{1}{1+e^{-1.9509}} = 0.124$$

Επανάληψη k=6

Άρα έχουμε:

$$A_{61}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.3123, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.3123) = \frac{1}{1+e^{-1.3123}} = 0.787$$

$$A_{62}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1746, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1746) = \frac{1}{1+e^{-1.1746}} = 0.236$$

$$A_{63}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4833, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4833) = \frac{1}{1+e^{-0.4833}} = 0.618$$

$$A_{64}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1886, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1886) = \frac{1}{1+e^{-0.1886}} = 0.452$$

$$A_{65}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1383, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1383) = \frac{1}{1+e^{-0.1383}} = 0.465$$

$$A_{66}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7601, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7601) = \frac{1}{1+e^{-0.7601}} = 0.318$$

$$A_{67}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0688, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0688) = \frac{1}{1+e^{-0.0688}} = 0.517$$

$$A_{68}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.3371, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.3371) = \frac{1}{1+e^{-1.3371}} = 0.207$$

$$A_{69}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3456, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3456) = \frac{1}{1+e^{-0.3456}} = 0.414$$

$$A_{610}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.1276, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.1276) = \frac{1}{1+e^{-2.1276}} = 0.106$$

Επανάληψη k=7

Άρα έχουμε:

$$A_{71}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.2819, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.2819) = \frac{1}{1+e^{-1.2819}} = 0.782$$

$$A_{72}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.19001, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.19001) = \frac{1}{1+e^{-1.19001}} = 0.233$$

$$A_{73}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4579, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4579) = \frac{1}{1+e^{-0.4579}} = 0.612$$

$$A_{74}^{(k)} = f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1937, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1937) = \frac{1}{1+e^{-0.1937}} = 0.451$$

$$\begin{aligned}
A_{75}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.16001, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.16001) = \frac{1}{1+e^{0.16001}} = 0.46 \\
A_{76}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.77801, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.77801) = \frac{1}{1+e^{0.77801}} = 0.314 \\
A_{77}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0459, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0459) = \frac{1}{1+e^{-0.0459}} = 0.511 \\
A_{78}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2584, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2584) = \frac{1}{1+e^{1.2584}} = 0.221 \\
A_{79}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.36601, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.36601) = \frac{1}{1+e^{0.36601}} = 0.409 \\
A_{710}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.01401, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.01401) = \frac{1}{1+e^{2.01401}} = 0.117
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=8

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{81}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.2897, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.2897) = \frac{1}{1+e^{-1.2897}} = 0.784 \\
A_{82}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1762, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1762) = \frac{1}{1+e^{1.1762}} = 0.235 \\
A_{83}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4677, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4677) = \frac{1}{1+e^{-0.4677}} = 0.614 \\
A_{84}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1934, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1934) = \frac{1}{1+e^{0.1934}} = 0.451 \\
A_{85}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1487, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1487) = \frac{1}{1+e^{0.1487}} = 0.462 \\
A_{86}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7652, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7652) = \frac{1}{1+e^{0.7652}} = 0.317 \\
A_{87}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0567, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0567) = \frac{1}{1+e^{-0.0567}} = 0.514 \\
A_{88}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2445, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2445) = \frac{1}{1+e^{1.2445}} = 0.223 \\
A_{89}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3542, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3542) = \frac{1}{1+e^{0.3542}} = 0.412 \\
A_{810}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.9982, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.9982) = \frac{1}{1+e^{1.9982}} = 0.119
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=9

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{91}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.2986, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.2986) = \frac{1}{1+e^{-1.2986}} = 0.785 \\
A_{92}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1799, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1799) = \frac{1}{1+e^{1.1799}} = 0.235 \\
A_{93}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4724, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4724) = \frac{1}{1+e^{-0.4724}} = 0.615 \\
A_{94}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1927, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1927) = \frac{1}{1+e^{0.1927}} = 0.451 \\
A_{95}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1472, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1472) = \frac{1}{1+e^{0.1472}} = 0.463 \\
A_{96}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7668, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7668) = \frac{1}{1+e^{0.7668}} = 0.317 \\
A_{97}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.0593, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.0593) = \frac{1}{1+e^{-0.0593}} = 0.514 \\
A_{98}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2503, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2503) = \frac{1}{1+e^{1.2503}} = 0.222 \\
A_{99}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.3537, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.3537) = \frac{1}{1+e^{0.3537}} = 0.412 \\
A_{910}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0061, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0061) = \frac{1}{1+e^{2.0061}} = 0.118
\end{aligned}$$

Επανάληψη k=10

Άρα έχουμε:

$$\begin{aligned}
A_{101}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -1.2976, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-1.2976) = \frac{1}{1+e^{-1.2976}} = 0.785 \\
A_{102}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.1815, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.1815) = \frac{1}{1+e^{-1.1815}} = 0.234 \\
A_{103}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.4712, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.4712) = \frac{1}{1+e^{-0.4712}} = 0.615 \\
A_{104}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1932, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1932) = \frac{1}{1+e^{-0.1932}} = 0.451 \\
A_{105}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.1485, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.1485) = \frac{1}{1+e^{-0.1485}} = 0.462 \\
A_{106}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.7683, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.7683) = \frac{1}{1+e^{-0.7683}} = 0.316 \\
A_{107}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = -0.05807, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(-0.05807) = \frac{1}{1+e^{-0.05807}} = 0.514 \\
A_{108}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 1.2519, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(1.2519) = \frac{1}{1+e^{-1.2519}} = 0.222 \\
A_{109}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 0.5866, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(0.5866) = \frac{1}{1+e^{-0.5866}} = 0.357 \\
A_{1010}^{(k)} &= f(\sum_{j \neq i, j=1}^N W_{ij} * A_j^{(k-1)}) = 2.0079, f(u) = \frac{1}{1+e^{-au}}, f(2.0079) = \frac{1}{1+e^{-2.0079}} = 0.118
\end{aligned}$$

Πράξεις για το μοντέλο TOPSIS

Στην ενότητα αυτή θα περιγράφονται οι πίνακες που δεν καταγράφηκαν στην ενότητα 4.3

Μήνες 2000-2009

Κριτήριο 1

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9	7	4	7.5	8.5
Φεβρουάριος	6	6.5	3	7	7.5
Μάρτιος	6.5	5.5	2.5	6.5	7
Απρίλιος	5.5	5	2	5.5	7.5
Μάιος	4.5	4	2.5	5.5	6
Ιούνιος	4.5	4	2.5	5.5	6
Ιούλιος	3	4.5	2	5	5.5
Αύγουστος	3	4.5	2	5	5.5
Σεπτέμβριος	4.5	4	2.5	5.5	6
Οκτώβριος	5.5	5	2	5.5	7.5
Νοέμβριος	6.5	5.5	2.5	6.5	7
Δεκέμβριος	9.5	7.5	4.5	8	9

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.543	0.422	0.241	0.452	0.513
Φεβρουάριος	0.432	0.468	0.216	0.504	0.54
Μάρτιος	0.5	0.42	0.192	0.5	0.536
Απρίλιος	0.45	0.414	0.165	0.455	0.621
Μάιος	0.431	0.383	0.24	0.527	0.575
Ιούνιος	0.431	0.383	0.24	0.527	0.575
Ιούλιος	0.318	0.478	0.212	0.531	0.584
Αύγουστος	0.318	0.478	0.212	0.531	0.584
Σεπτέμβριος	0.431	0.383	0.24	0.527	0.575
Οκτώβριος	0.45	0.414	0.165	0.455	0.621
Νοέμβριος	0.5	0.42	0.192	0.5	0.536
Δεκέμβριος	0.538	0.424	0.255	0.453	0.509

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.434	0.211	0.048	0.316	0.307
Φεβρουάριος	0.345	0.234	0.043	0.352	0.324
Μάρτιος	0.4	0.21	0.038	0.35	0.321
Απρίλιος	0.36	0.207	0.033	0.318	0.372

Μάιος	0.344	0.191	0.048	0.368	0.345
Ιούνιος	0.344	0.191	0.048	0.368	0.345
Ιούλιος	0.254	0.239	0.042	0.371	0.35
Αύγουστος	0.254	0.239	0.042	0.371	0.35
Σεπτέμβριος	0.344	0.191	0.048	0.368	0.345
Οκτώβριος	0.36	0.207	0.033	0.318	0.372
Νοέμβριος	0.4	0.21	0.038	0.35	0.321
Δεκέμβριος	0.43	0.212	0.051	0.317	0.305

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 2

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9	7.5	4	7.5	8.5
Φεβρουάριος	8	7	3.5	7	8
Μάρτιος	6.5	6	3	6.5	7
Απρίλιος	5.5	5.5	2.5	5.5	6.5
Μάιος	4.5	5	2	5	6
Ιούνιος	4	4	2	4.5	5.5
Ιούλιος	3	3.5	1.5	4	3
Αύγουστος	2	2.5	1	2.5	2
Σεπτέμβριος	4.5	4.5	2	5	6
Οκτώβριος	5.5	5.5	2.5	5.5	6.5
Νοέμβριος	7	6.5	3.6	7	7.5
Δεκέμβριος	9.5	7.5	4.5	8	9

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.536	0.446	0.238	0.446	0.506
Φεβρουάριος	0.518	0.453	0.226	0.453	0.518
Μάρτιος	0.486	0.449	0.224	0.486	0.523
Απρίλιος	0.466	0.466	0.211	0.466	0.55
Μάιος	0.428	0.476	0.19	0.476	0.571
Ιούνιος	0.43	0.43	0.215	0.483	0.591
Ιούλιος	0.43	0.502	0.215	0.574	0.43
Αύγουστος	0.432	0.539	0.215	0.539	0.432
Σεπτέμβριος	0.431	0.383	0.24	0.527	0.575
Οκτώβριος	0.438	0.438	0.194	0.486	0.584
Νοέμβριος	0.483	0.449	0.248	0.483	0.518
Δεκέμβριος	0.538	0.424	0.254	0.453	0.509

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.428	0.223	0.047	0.312	0.303
Φεβρουάριος	0.414	0.226	0.045	0.317	0.31
Μάρτιος	0.388	0.224	0.044	0.34	0.313
Απρίλιος	0.372	0.233	0.042	0.326	0.33
Μάιος	0.342	0.238	0.038	0.333	0.342
Ιούνιος	0.344	0.215	0.043	0.338	0.354
Ιούλιος	0.344	0.251	0.043	0.401	0.258
Αύγουστος	0.345	0.269	0.043	0.377	0.259
Σεπτέμβριος	0.344	0.191	0.048	0.368	0.345
Οκτώβριος	0.358	0.219	0.038	0.34	0.35
Νοέμβριος	0.386	0.224	0.049	0.338	0.31
Δεκέμβριος	0.43	0.212	0.05	0.317	0.305

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 3

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9	7.5	4.5	8	9
Φεβρουάριος	9	7	4	7.5	8.5
Μάρτιος	6.5	6	3	7	7.5

Απρίλιος	5.5	5.5	2.5	5.5	6.5
Μάιος	4.5	5	2	5	6
Ιούνιος	4	3.5	2	4.5	5.5
Ιούλιος	3	3	1.5	4	3
Αύγουστος	2	2.5	1	2.5	2
Σεπτέμβριος	4.5	4.5	2.5	5	6.5
Οκτώβριος	5.5	5.5	3.5	5.5	6.5
Νοέμβριος	7	6.5	3	7	7.5
Δεκέμβριος	9	7.5	4.5	8	9

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.517	0.431	0.258	0.459	0.517
Φεβρουάριος	0.543	0.422	0.241	0.452	0.513
Μάρτιος	0.505	0.432	0.216	0.504	0.540
Απρίλιος	0.466	0.466	0.211	0.466	0.55
Μάιος	0.428	0.476	0.190	0.476	0.571
Ιούνιος	0.439	0.384	0.219	0.494	0.604
Ιούλιος	0.445	0.445	0.222	0.594	0.445
Αύγουστος	0.431	0.539	0.215	0.539	0.431
Σεπτέμβριος	0.431	0.421	0.234	0.468	0.608
Οκτώβριος	0.456	0.456	0.290	0.456	0.539
Νοέμβριος	0.488	0.453	0.209	0.488	0.523
Δεκέμβριος	0.517	0.431	0.258	0.459	0.517

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.413	0.215	0.051	0.321	0.310
Φεβρουάριος	0.434	0.211	0.048	0.316	0.307
Μάρτιος	0.404	0.216	0.043	0.352	0.324
Απρίλιος	0.372	0.233	0.042	0.326	0.33
Μάιος	0.342	0.238	0.038	0.333	0.342
Ιούνιος	0.351	0.192	0.043	0.345	0.362
Ιούλιος	0.356	0.222	0.044	0.415	0.267
Αύγουστος	0.344	0.269	0.043	0.377	0.258
Σεπτέμβριος	0.344	0.210	0.046	0.327	0.364
Οκτώβριος	0.364	0.228	0.058	0.319	0.323
Νοέμβριος	0.39	0.226	0.041	0.341	0.313
Δεκέμβριος	0.413	0.215	0.051	0.321	0.310

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 4

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9	7.5	5	9	9
Φεβρουάριος	9	7.5	5	9	8.5
Μάρτιος	7	6	4	8	7.5
Απρίλιος	6	5.5	3	6	6.5
Μάιος	4.5	5	2.5	5.5	6
Ιούνιος	4	3.5	2	4	5.5
Ιούλιος	3	3	1.5	3	3
Αύγουστος	2	2.5	1	2.5	2
Σεπτέμβριος	4.5	4.5	2.5	5	6.5
Οκτώβριος	7	6	3.5	7.5	6.5
Νοέμβριος	8	7	4.5	8.5	7.5
Δεκέμβριος	9	7.5	5	9	9

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.500	0.416	0.277	0.500	0.500
Φεβρουάριος	0.506	0.422	0.281	0.506	0.478
Μάρτιος	0.470	0.403	0.268	0.537	0.504
Απρίλιος	0.484	0.443	0.242	0.484	0.524

Μάιος	0.414	0.460	0.230	0.506	0.552
Ιούνιος	0.451	0.395	0.225	0.451	0.620
Ιούλιος	0.485	0.485	0.242	0.485	0.485
Αύγουστος	0.369	0.462	0.184	0.462	0.369
Σεπτέμβριος	0.421	0.421	0.234	0.468	0.608
Οκτώβριος	0.500	0.428	0.250	0.536	0.464
Νοέμβριος	0.494	0.432	0.278	0.525	0.463
Δεκέμβριος	0.500	0.416	0.277	0.500	0.500

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.400	0.208	0.055	0.350	0.300
Φεβρουάριος	0.404	0.211	0.056	0.354	0.286
Μάρτιος	0.376	0.201	0.053	0.375	0.302
Απρίλιος	0.387	0.221	0.048	0.338	0.314
Μάιος	0.331	0.230	0.046	0.354	0.331
Ιούνιος	0.360	0.197	0.045	0.315	0.372
Ιούλιος	0.388	0.242	0.048	0.339	0.291
Αύγουστος	0.295	0.231	0.036	0.323	0.221
Σεπτέμβριος	0.336	0.210	0.046	0.327	0.364
Οκτώβριος	0.400	0.214	0.050	0.375	0.278
Νοέμβριος	0.395	0.216	0.054	0.367	0.277
Δεκέμβριος	0.400	0.208	0.055	0.350	0.300

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 5

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9.5	8.5	5.5	8.5	9
Φεβρουάριος	9	8	5	8	8.5
Μάρτιος	9	8	5	8	8.5
Απρίλιος	6.5	5.5	3.5	6.5	7
Μάιος	5	5	3	5.5	6
Ιούνιος	4	3.5	2	4.5	5.5
Ιούλιος	3	2	1	3.5	2
Αύγουστος	2.5	2.5	1.5	3	3
Σεπτέμβριος	5	5	3	5.5	6
Οκτώβριος	7.5	6.5	4	7.5	8
Νοέμβριος	9	8	5	8	8.5
Δεκέμβριος	9.5	9.5	5.5	8.5	9

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.510	0.456	0.295	0.456	0.483
Φεβρουάριος	0.514	0.457	0.285	0.457	0.485
Μάρτιος	0.414	0.457	0.285	0.457	0.485
Απρίλιος	0.489	0.414	0.263	0.489	0.527
Μάιος	0.446	0.446	0.268	0.491	0.536
Ιούνιος	0.439	0.384	0.219	0.494	0.604
Ιούλιος	0.545	0.363	0.181	0.636	0.363
Αύγουστος	0.436	0.436	0.262	0.524	0.524
Σεπτέμβριος	0.446	0.446	0.268	0.491	0.536
Οκτώβριος	0.489	0.424	0.261	0.489	0.522
Νοέμβριος	0.514	0.457	0.285	0.457	0.485
Δεκέμβριος	0.497	0.497	0.288	0.445	0.471

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.408	0.228	0.059	0.319	0.289
Φεβρουάριος	0.411	0.228	0.057	0.320	0.291
Μάρτιος	0.411	0.228	0.057	0.320	0.291
Απρίλιος	0.391	0.207	0.052	0.342	0.316
Μάιος	0.356	0.223	0.053	0.343	0.321

Ιούνιος	0.351	0.192	0.043	0.345	0.362
Ιούλιος	0.436	0.181	0.036	0.445	0.217
Αύγουστος	0.348	0.218	0.052	0.366	0.314
Σεπτέμβριος	0.356	0.223	0.053	0.343	0.321
Οκτώβριος	0.391	0.212	0.052	0.342	0.313
Νοέμβριος	0.411	0.228	0.057	0.320	0.291
Δεκέμβριος	0.397	0.248	0.057	0.311	0.282

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Μήνες 2010-2019

Κριτήριο 1

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9.5	7.5	4.5	8.5	9
Φεβρουάριος	9	7	4	8	8.5
Μάρτιος	9.5	7.5	4.5	8.5	9
Απρίλιος	5.5	5	2	5.5	6
Μάιος	7.5	5.5	3	7	7.5
Ιούνιος	4.5	4	2.5	5	5
Ιούλιος	3.5	4.5	2	4	5.5
Αύγουστος	2	3	2	3	4.5
Σεπτέμβριος	5.5	4	2.5	7	7.5
Οκτώβριος	8	5.5	3	7.5	8
Νοέμβριος	9	7	4.5	8	8.5
Δεκέμβριος	9.5	7.5	4.5	8.5	9

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.531	0.419	0.251	0.475	0.503
Φεβρουάριος	0.530	0.416	0.238	0.476	0.505
Μάρτιος	0.531	0.419	0.251	0.475	0.503
Απρίλιος	0.490	0.446	0.178	0.490	0.535
Μάιος	0.529	0.388	0.211	0.494	0.529
Ιούνιος	0.467	0.415	0.207	0.415	0.571
Ιούλιος	0.384	0.494	0.219	0.439	0.604
Αύγουστος	0.294	0.441	0.294	0.441	0.661
Σεπτέμβριος	0.437	0.318	0.199	0.557	0.597
Οκτώβριος	0.535	0.367	0.200	0.501	0.535
Νοέμβριος	0.531	0.413	0.265	0.472	0.502
Δεκέμβριος	0.531	0.419	0.251	0.475	0.503

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.451	0.230	0.050	0.332	0.301
Φεβρουάριος	0.450	0.228	0.047	0.333	0.303
Μάρτιος	0.451	0.230	0.050	0.332	0.301
Απρίλιος	0.416	0.245	0.035	0.343	0.321
Μάιος	0.449	0.213	0.042	0.345	0.317
Ιούνιος	0.396	0.228	0.041	0.290	0.342
Ιούλιος	0.326	0.271	0.043	0.307	0.362
Αύγουστος	0.249	0.242	0.058	0.308	0.396
Σεπτέμβριος	0.371	0.174	0.039	0.389	0.340
Οκτώβριος	0.454	0.201	0.040	0.350	0.321
Νοέμβριος	0.451	0.227	0.053	0.330	0.301
Δεκέμβριος	0.451	0.230	0.050	0.332	0.301

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 2

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	8.5	6.5	4.5	7.5	8
Φεβρουάριος	8	6	4	7	7.5
Μάρτιος	8	6	4	7	7.5

Απρίλιος	5.5	4	2	6	5.5
Μάιος	6.5	4.5	3	6.5	6
Ιούνιος	4	3	2.5	4	4
Ιούλιος	3.5	3.5	1	4.5	3.5
Αύγουστος	2	2	1.5	3	2
Σεπτέμβριος	6	5	2.5	5.5	6.5
Οκτώβριος	7.5	5.5	3	6.5	7
Νοέμβριος	8	6	4	7	7.5
Δεκέμβριος	8.5	6.5	4.5	7.5	8

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.532	0.407	0.281	0.469	0.500
Φεβρουάριος	0.537	0.403	0.268	0.470	0.504
Μάρτιος	0.537	0.403	0.268	0.470	0.504
Απρίλιος	0.509	0.370	0.185	0.555	0.509
Μάιος	0.531	0.367	0.245	0.531	0.490
Ιούνιος	0.502	0.377	0.314	0.502	0.502
Ιούλιος	0.459	0.459	0.131	0.590	0.459
Αύγουστος	0.414	0.414	0.311	0.622	0.414
Σεπτέμβριος	0.507	0.422	0.211	0.465	0.549
Οκτώβριος	0.584	0.402	0.219	0.475	0.512
Νοέμβριος	0.537	0.403	0.268	0.470	0.504
Δεκέμβριος	0.532	0.407	0.281	0.469	0.500

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.447	0.225	0.058	0.327	0.299
Φεβρουάριος	0.447	0.225	0.058	0.327	0.299
Μάρτιος	0.452	0.223	0.056	0.328	0.300
Απρίλιος	0.454	0.213	0.038	0.374	0.291
Μάιος	0.417	0.231	0.049	0.343	0.316
Ιούνιος	0.435	0.211	0.051	0.358	0.307
Ιούλιος	0.408	0.220	0.048	0.336	0.337
Αύγουστος	0.453	0.293	0.053	0.373	0.320
Σεπτέμβριος	0.405	0.242	0.058	0.334	0.307
Οκτώβριος	0.452	0.223	0.056	0.328	0.300
Νοέμβριος	0.447	0.225	0.058	0.327	0.299
Δεκέμβριος	0.447	0.225	0.058	0.327	0.299

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 3

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	8	6.5	4.5	7.5	8.5
Φεβρουάριος	7.5	6	4	7	8
Μάρτιος	8	6.5	4.5	7.5	8.5
Απρίλιος	5.5	4	2	6	5
Μάιος	6.5	4.5	3	6.5	6.5
Ιούνιος	4	3	2.5	4	4
Ιούλιος	3.5	3.5	1.5	3	3.5
Αύγουστος	2	2	1	2	2
Σεπτέμβριος	6	5	2.5	5.5	6.5
Οκτώβριος	7	5.5	3.5	6.5	7.5
Νοέμβριος	7.5	6	4	7	8
Δεκέμβριος	8	6.5	4.5	7.5	8.5

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.501	0.407	0.281	0.469	0.532
Φεβρουάριος	0.504	0.403	0.268	0.470	0.537
Μάρτιος	0.501	0.407	0.281	0.469	0.532
Απρίλιος	0.521	0.379	0.189	0.568	0.474

Μάιος	0.520	0.360	0.240	0.520	0.520
Ιούνιος	0.502	0.377	0.314	0.502	0.502
Ιούλιος	0.505	0.505	0.216	0.433	0.505
Αύγουστος	0.485	0.485	0.242	0.485	0.485
Σεπτέμβριος	0.507	0.422	0.211	0.465	0.549
Οκτώβριος	0.507	0.399	0.253	0.471	0.544
Νοέμβριος	0.504	0.403	0.268	0.470	0.537
Δεκέμβριος	0.501	0.407	0.281	0.469	0.532

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.425	0.223	0.056	0.328	0.345
Φεβρουάριος	0.428	0.221	0.053	0.329	0.349
Μάρτιος	0.425	0.223	0.056	0.328	0.345
Απρίλιος	0.442	0.208	0.037	0.397	0.308
Μάιος	0.442	0.198	0.048	0.364	0.338
Ιούνιος	0.426	0.207	0.062	0.351	0.326
Ιούλιος	0.429	0.277	0.043	0.303	0.328
Αύγουστος	0.412	0.266	0.048	0.339	0.315
Σεπτέμβριος	0.430	0.232	0.042	0.325	0.356
Οκτώβριος	0.430	0.219	0.050	0.329	0.353
Νοέμβριος	0.428	0.221	0.053	0.329	0.349
Δεκέμβριος	0.425	0.223	0.056	0.328	0.345

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 4

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9	7	5	8	8.5
Φεβρουάριος	9	7	5	8	8.5
Μάρτιος	8.5	6.5	4.5	7.5	8
Απρίλιος	5.5	4	2	5.5	5
Μάιος	7	6	3.5	7	7.5
Ιούνιος	4	3	2	4	4
Ιούλιος	3	2.5	1.5	3	3.5
Αύγουστος	2	2	1	2	2
Σεπτέμβριος	6.5	6	4	6.5	7
Οκτώβριος	8.5	6.5	4.5	7.5	8
Νοέμβριος	9	7	5	8	8.5
Δεκέμβριος	9	7	5	8	8.5

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.527	0.410	0.292	0.468	0.498
Φεβρουάριος	0.527	0.410	0.292	0.468	0.598
Μάρτιος	0.532	0.407	0.281	0.469	0.501
Απρίλιος	0.535	0.389	0.194	0.535	0.486
Μάιος	0.491	0.421	0.245	0.491	0.527
Ιούνιος	0.512	0.384	0.256	0.512	0.512
Ιούλιος	0.481	0.401	0.241	0.481	0.562
Αύγουστος	0.534	0.534	0.267	0.534	0.534
Σεπτέμβριος	0.477	0.440	0.293	0.477	0.513
Οκτώβριος	0.532	0.407	0.281	0.469	0.501
Νοέμβριος	0.527	0.410	0.292	0.468	0.498
Δεκέμβριος	0.527	0.410	0.292	0.468	0.498

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.425	0.223	0.056	0.328	0.345
Φεβρουάριος	0.428	0.221	0.053	0.329	0.349
Μάρτιος	0.425	0.223	0.056	0.328	0.345
Απρίλιος	0.442	0.208	0.037	0.397	0.308
Μάιος	0.442	0.198	0.048	0.364	0.338

Ιούνιος	0.426	0.207	0.062	0.351	0.326
Ιούλιος	0.429	0.277	0.043	0.303	0.328
Αύγουστος	0.412	0.266	0.048	0.339	0.315
Σεπτέμβριος	0.430	0.232	0.042	0.325	0.356
Οκτώβριος	0.430	0.219	0.050	0.329	0.353
Νοέμβριος	0.428	0.221	0.053	0.329	0.349
Δεκέμβριος	0.425	0.223	0.056	0.328	0.345

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 5

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2	Κριτήριο 3	Κριτήριο 4	Κριτήριο 5
Ιανουάριος	9	7	5	8	8
Φεβρουάριος	9.5	7.5	5.5	8.5	8.5
Μάρτιος	9	7	5	8	8
Απρίλιος	6.5	5	2	6	5
Μάιος	7	6.5	3.5	7	7.5
Ιούνιος	4	3	2	4	4
Ιούλιος	3	2.5	1.5	3	3.5
Αύγουστος	2	2	1	2	2
Σεπτέμβριος	6.5	6	4.5	6.5	7
Οκτώβριος	9	7	5	8	8
Νοέμβριος	9	7	5	8	8
Δεκέμβριος	9.5	7.5	5.5	8.5	8.5

Πίνακας απόδοσης D

Ιανουάριος	0.534	0.416	0.297	0.475	0.475
Φεβρουάριος	0.530	0.418	0.306	0.474	0.474
Μάρτιος	0.534	0.416	0.297	0.474	0.474
Απρίλιος	0.565	0.434	0.173	0.565	0.565
Μάιος	0.484	0.449	0.242	0.484	0.519
Ιούνιος	0.512	0.384	0.256	0.512	0.512
Ιούλιος	0.481	0.401	0.240	0.481	0.562
Αύγουστος	0.485	0.485	0.242	0.485	0.485
Σεπτέμβριος	0.471	0.435	0.326	0.471	0.508
Οκτώβριος	0.534	0.416	0.297	0.475	0.475
Νοέμβριος	0.534	0.416	0.297	0.475	0.475
Δεκέμβριος	0.530	0.418	0.306	0.474	0.474

Κανονικοποιημένος πίνακας R

Ιανουάριος	0.453	0.228	0.059	0.332	0.308
Φεβρουάριος	0.450	0.229	0.061	0.331	0.308
Μάρτιος	0.453	0.228	0.059	0.332	0.308
Απρίλιος	0.480	0.238	0.034	0.395	0.367
Μάιος	0.411	0.246	0.048	0.338	0.337
Ιούνιος	0.435	0.211	0.051	0.358	0.332
Ιούλιος	0.408	0.220	0.048	0.336	0.365
Αύγουστος	0.412	0.266	0.048	0.339	0.315
Σεπτέμβριος	0.400	0.239	0.065	0.329	0.330
Οκτώβριος	0.453	0.228	0.059	0.332	0.308
Νοέμβριος	0.453	0.228	0.059	0.332	0.308
Δεκέμβριος	0.450	0.229	0.061	0.331	0.308

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Χρονολογίες 2000-2009

Κριτήριο 1

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2
2000	2.5	3
2001	3.5	4
2002	5	5

2003	6.5	6
2004	7	6.5
2005	8	7
2006	8.5	7.5
2007	5	4.5
2008	5.5	5.5
2009	9	8.5

Πίνακας απόδοσης D

2000	0.581	0.768
2001	0.658	0.752
2002	0.707	0.707
2003	0.734	0.678
2004	0.732	0.680
2005	0.752	0.658
2006	0.749	0.661
2007	0.743	0.668
2008	0.707	0.707
2009	0.727	0.686

Κανονικοποιημένος πίνακας R

2000	0.523	0.576
2001	0.592	0.564
2002	0.636	0.530
2003	0.660	0.508
2004	0.658	0.510
2005	0.676	0.493
2006	0.674	0.495
2007	0.668	0.501
2008	0.636	0.530
2009	0.54	0.514

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 2

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2
2000	1.5	3
2001	2	3.5
2002	3.5	4
2003	4	4.5
2004	5	6
2005	7	6.5
2006	6.5	5.5
2007	6	5.5
2008	5	4.5
2009	8.5	7.5

Πίνακας απόδοσης D

2000	0.447	0.894
2001	0.496	0.868
2002	0.658	0.752
2003	0.664	0.747
2004	0.640	0.768
2005	0.732	0.680
2006	0.763	0.645
2007	0.737	0.675
2008	0.743	0.668
2009	0.749	0.661

Κανονικοποιημένος πίνακας R

2000	0.402	0.670
2001	0.446	0.651
2002	0.592	0.564
2003	0.597	0.560
2004	0.576	0.576
2005	0.658	0.510
2006	0.686	0.483
2007	0.663	0.506
2008	0.668	0.501
2009	0.674	0.495

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Χρονολογίες 2010-2019

Κριτήριο 1

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2
2010	3.5	4
2011	5	5.5
2012	5.5	6
2013	5.5	6
2014	6.5	6.5
2015	7	7
2016	8.5	8
2017	6	6.5
2018	9	8.5
2019	9.5	9

Πίνακας απόδοσης D

2010	0.658	0.752
2011	0.672	0.739
2012	0.675	0.675
2013	0.675	0.675
2014	0.707	0.707
2015	0.707	0.707
2016	0.728	0.685
2017	0.678	0.734
2018	0.727	0.686
2019	0.725	0.687

Κανονικοποιημένος πίνακας R

2010	0.625	0.564
2011	0.638	0.554
2012	0.641	0.506
2013	0.641	0.506
2014	0.671	0.530
2015	0.671	0.530
2016	0.691	0.513
2017	0.644	0.550
2018	0.690	0.514
2019	0.688	0.515

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

Κριτήριο 2

	Κριτήριο 1	Κριτήριο 2
2010	9	8.5
2011	6	5
2012	7.5	8
2013	7	7

2014	6.5	7.5
2015	5	5.5
2016	7	7
2017	4.5	3.5
2018	5.5	6
2019	3	2.5

Πίνακας απόδοσης D

2010	0.787	0.686
2011	0.768	0.640
2012	0.683	0.729
2013	0.707	0.707
2014	0.654	0.755
2015	0.672	0.739
2016	0.707	0.707
2017	0.789	0.613
2018	0.675	0.737
2019	0.768	0.640

Κανονικοποιημένος πίνακας R

2010	0.690	0.514
2011	0.729	0.480
2012	0.648	0.546
2013	0.671	0.530
2014	0.621	0.566
2015	0.638	0.554
2016	0.671	0.530
2017	0.749	0.459
2018	0.641	0.552
2019	0.729	0.480

Βεβαρημένος κανονικοποιημένος πίνακας U

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Michael S., Scott Keen Peter G.W., Decision support systems: an organizational perspective, 1978
- [2] Sol, Henk G, Takkenberg, Cees A. Th., Pieter F., Expert systems and artificial intelligence in decision support systems: proceedings of the Second Mini Euro conference, 1985
- [3] Efraim Turban, Jay E. Aronson, Ting-Peng Liang, Decision Support Systems and Intelligent Systems, 2008
- [4] Adil Baykasoglu, Iker Golcuk, Development of novel multiple-attribute decision making model via fuzzy cognitive maps and hierarchical fuzzy TOPSIS, 2015
- [5] Bart Kosko, Fuzzy Cognitive Maps, 1986
- [6] Bart Kosko, Fuzzy Thinking, 1995
- [7] Assari A., Mahesh T., Assari E., Role of public participation in sustainability of historical city: usage of TOPSIS method, 2012
- [8] Yoon K.P., Hwang C., Multiple Attribute Decision Making, 1995
- [9] Greene R., Devillers R., Luther J.E., Eddy B.G., GIS-based multi-criteria analysis, 2011
- [10] Tao Ding, Liang Liang Min Yang Huaqing Wu, Multiple Attribute Decision Making Based on Cross-Evaluation with Uncertain Decision Parameters, 2016
- [11] Tao Ding, Liang Liang Min Yang Huaqing Wu, Multiple Attribute Decision Making Based on Cross-Evaluation with Uncertain Decision Parameters, 2016
- [12] Adil Baykasoglu, Iker Golcuk, Development of novel multiple-attribute decision making model via fuzzy cognitive maps and hierarchical fuzzy TOPSIS, 2015
- [13] Jose Salmeron, Rosario Vidal, Angel Mena, Ranking Fuzzy Cognitive Maps based scenarios with TOPSIS, 2012
- [14] Αγγέλης Γεώργιος, Ασαφή Γνωστικά Δίκτυα σε Ιατρικές Εφαρμογές, 2012
- [15] Αγγέλης Γεώργιος, Ασαφή Γνωστικά Δίκτυα σε Ιατρικές Εφαρμογές, 2012
- [16] Καλλιρρόη Κωνσταντινάκου, Ασαφή Γνωστικοί Χάρτες, 2013
- [17] Καλλιρρόη Κωνσταντινάκου, Ασαφή Γνωστικοί Χάρτες, 2013
- [18] Αικατερίνη Αναστασιάδου, Ιεραρχική Κατάταξη Ακαδημαϊκών Ψηφιακών Αποθετηρίων, 2017
- [19] Αικατερίνη Αναστασιάδου, Ιεραρχική Κατάταξη Ακαδημαϊκών Ψηφιακών Αποθετηρίων, 2017
- [20] Αντωνία Λινάρδου, Μαθηματικά Υποδείγματα Επιλογής και Αξιολόγησης Προσωπικού, 2008
- [21]α Πάνος Ξυδώνας, Ιωάννης Ψαρράς, Χάρης Δούκας, Πολυκριτηριακά Συστήματα Υποστήριξης Αποφάσεων, 2016,
- [21]β Γεωργία Δέδε, Μέθοδοι Λήψης Αποφάσεων και Μελέτη Αβεβαιότητας για τη Δημιουργία Οδικού Χάρτη με εφαρμογή στα Οικιακά Δίκτυα Επόμενης Γενιάς, 2015
- [22] Αντωνία Λινάρδου, Μαθηματικά Υποδείγματα Επιλογής και Αξιολόγησης Προσωπικού, 2008
- [23] Chrysostomos Stylios, Peter Groupas, Integrated Information System for Natural Disaster Management, 2009
- [24] Chrysostomos Stylios, Peter Groupas, Mathematical Formulation of Fuzzy Cognitive Maps, 1999

