





Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική

ACMININAL PROPERTY IN THE PROPERTY INTERPOPERTY IN THE PROPERTY INTERPOPERTY IN THE PROPERTY INTERPOPERTY INTERPOP



Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική

Π. Α. ΑΣΗΜΑΚΟΠΟΥΛΟΥ Καθηγητού του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

BID TOOHKH

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2005

Eleayen in erriv Nopavika Overka

II A 15-MARCHINARY AOY

the Amin Add



 $\{ \hat{r}_{i}^{(t)} \}$

and the second second

and a second provide the second s



1870 B.V.

1.14

en en en en arrendes arrendes **arrendes arrendes arrendes arrendes arrendes arrendes arrendes arrendes arrendes**



ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΛΤΑ ΤΗΝ ΤΡΙΑΚΟΝΤΑΕΤΙΑ ΠΟΥ ΔΙΕΡΡΕΥΣΕ, καταπιάστηκα τρεις φορές με τη συγγραφή διδακτικού συγγράμματος στην Πυρηνική Φυσική. Η πρώτη προσπάθεια, ομολογουμένως κάπως φιλόδοξη, αποσκοπούσε, λόγω της παντελούς έλλειψης σχετικής βιβλιογραφίας στην Ελληνική γλώσσα, να διαμορφώσει ένα βιβλίο, το οποίο θα περιελάμβανε ύλη, τόσο για προπτυχιακό όσο και για μεταπτυχιακό επίπεδο. Η προσπάθεια αυτή στηρίχθηκε στη διδασκαλία του μαθήματος επί μια περίπου δεκαετία, αρχικά στη σχολή του Κέντρου Ανωτέρων Φυσικών Σπουδών και Φιλοσοφίας της Επιστήμης (Κ.Α. Φ .Σ. και Φ .Ε.) του «Δημοκρίτου» και μετέπειτα, ως προπτυχιακό μάθημα, στο Τμήμα Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Έτσι, το 1981, εκδόθηκε ο πρώτος τόμος του συγγράμματος Πυρηνική Φυσική, ο οποίος πραγματευόταν τη φαινομενολογία του πυρηνικού συστήματος και τα πρότυπα πυρηνικής δομής (μετά την εξάντληση των αντιτύπων της πρώτης έκδοσης, ο Τόμος Ι επανεκδόθηκε με μικρές τροποποιήσεις το 1985). Ο δεύτερος τόμος, ο οποίος κάλυπτε τις πειραματικές μεθόδους της εργώδους εκείνη την εποχή έρευνας στην Πυρηνική Φυσική – και προοριζόταν κυρίως για μεταπτυχιακούς φοιτητές - είδε το φως της δημοσιότητας το 1984. Τέλος, ένας τρίτος τόμος, με τον οποίο θα ολοκληρωνόταν το έργο με την κάλυψη της μεγάλης περιοχής των πυρηνικών αντιδράσεων και των πληροφοριών που μπορούμε να αντλήσουμε από τα αντίστοιγα πειράματα σχετικά με την πυρηνική δομή, λόγω άλλων ασχολιών, παρέμεινε στο επίπεδο σημειώσεων. « ^{BIBA} Στις αρχές του 1998, μου ζητήθηκε από το Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο να συγγράψω ένα σχετικά μικρό σε έκταση (περί τις 200 σελίδες) διδακτικό βιβλίο, με τον τίτλο Πυρήνες, για τις ανάγκες της θεματικής ενότητας «Δομή και Ύλη του Σύμπαντος». Είναι ένα βιβλίο, το οποίο αποσκοπεί στη μεταφορά γνώσεων στα πλαίσια ελεύθερων σπουδών (αυτών που στις αγγλοσαξονικές χώρες ονομάζονται liberal studies), σε φοιτητές οι οποίοι δεν θα ακολουθήσουν απαραίτητα μεταπτυχιακές σπουδές ή ενδεχομένως δεν θα ασχοληθούν στο μέλλον αποκλειστικά με τη Φυσική. Έτσι, κατά τη γνώμη μου, το ύφος και περιεχόμενο του βιβλίου αυτού δεν επαρκούν, ώστε ο προπτυχιακός φοιτητής να ακολουθήσει με σταθερές βάσεις μεταπτυχιακές σπουδές και να διεξαγάγει έρευνα στην Πυρηνική Φυσική.

Η τρίτη – και ελπίζω τελευταία – παρούσα προσπάθεια αποσκοπεί σε ένα ενδιάμεσο επίπεδο προσέγγισης της Πυρηνικής Φυσικής. Το ανά χείρας σύγγραμμα αποτελεί μια πρώτη, αλλά ολοκληρωμένη, προσέγγιση στο θέμα – εξ ου και ο τίτλος Εισαγωγή στην Πυρηνική Φυσική – και προορίζεται για τη διδασκαλία του αντίστοιχου προπτυχιακού μαθήματος (στα Ελληνικά Πανεπιστήμια και Πολυτεχνικές Σχολές, συνήθως στο τέταρτο έτος του προγράμματος σπουδών). Πιστεύω ότι παρέχει όλες τις γνώσεις, πάνω στις οποίες ο αυριανός μεταπτυχιακός φοιτητής και ερευνητής θα στηριχτεί για να εμβαθύνει στα θέματα που σήμερα απασχολούν την έρευνα και την τεχνολογική ανάπτυξη στην Πυρηνική Φυσική.

Η προσέγγιση στην Πυρηνική Φυσική αρχίζει στο Κεφάλαιο 1 με μια πρώτη γνωριμία με τον ατομικό πυρήνα και τη μελέτη των βασικών ιδιοτήτων του. Το Κεφάλαιο 2 εξετάζει τις συνθήκες σταθερότητας του πυρηνικού συστήματος και την εφαρμογή του προτύπου της υγρής σταγόνας στον υπολογισμό της πυρηνικής μάζας. Η άλλη όψη του νομίσματος, η κινηματική της πυρηνικής αποδιέγερσης εξετάζεται στο Κεφάλαιο 3, ενώ οι τρεις κυριότεροι τρόποι αποδιέγερσης – α, β και γ – μελετώνται στα τρία επόμενα κεφάλαια. Το Κεφάλαιο 7 συγκεντρώνει τις σημερινές γνώσεις μας γύρω από την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων με ιδιαίτερη έμφαση στις ιδιότητες της μόνης δέσμιας κατάστασης πρωτονίου-ουδετερονίου.

Πυρηνικά πρότυπα που αποσκοπούν στην περιγραφή της πυρηνικής δομής από δύο εναλλακτικές οπτικές γωνίες – την ανεξάρτητη και συλλογική κίνηση των νουκλεονίων – εξετάζονται στο Κεφάλαιο 8. Στο ίδιο κεφάλαιο γίνεται επίσης μια προσπάθεια να απαντηθεί το μεγάλο ερώτημα γιατί όντως δουλεύει τόσο καλά το πρότυπο των φλοιών.

Στο εκτενές Κεφάλαιο 9 μελετάται η μεγάλη περιοχή των πυρηνικών αντιδράσεων και οι πληροφορίες που μας παρέχουν σχετικά με τη δομή του πυρήνα. Τα ίδια τα εργαλεία που χρησιμοποιούνται σήμερα στην πειραματική Πυρηνική Φυσική (επιταχυντές και ανιχνευτές) εξετάζονται με κάποια λεπτομέρεια στο ίδιο κεφάλαιο.

Δύο ειδικές πυρηνικές αντιδράσεις, η σχάση και η σύντηξη, αποτέλεσαν ίσως δύο από τα πλέον αμφιλεγόμενα φαινόμενα στον πολιτισμό του 20^{ου} αιώνα. Έχουν δώσει στην ανθρωπότητα τρομερές δυνατότητες καταστροφής αλλά και παραγωγής ωφέλιμης ενέργειας. Από την πλευρά της Πυρηνικής Φυσικής εξετάζονται στο Κεφάλαιο 10. Τέλος, το τελευταίο κεφάλαιο του βιβλίου παρουσιάζει τις επιπτώσεις των τεχνολογικών εφαρμογών της Πυρηνικής Φυσικής στο περιβάλλον, καθώς και τα οφέλη που προκύπτουν στην ιατρική στη βιομηχανία και στην παραγωγή ενέργειας.

Το βιβλίο ολοκληρώνεται με δύο παραρτήματα. Στο Παράρτημα Α παρατίθενται οι μονάδες μέτρησης που χρησιμοποιούνται στην Πυρηνική Φυσική και οι τιμές των φυσικών σταθερών για τη διεξαγωγή υπολογισμών. Το Παράρτημα Β περιέχει δεδομένα σχετικά με τη μάζα, το μέσο χρόνο ζωής, την αφθονία στη φύση και τους λοιπούς κβαντικούς αριθμούς των γνωστών σήμερα ισοτόπων.

Σε όλες μου τις προσπάθειες στη συγγραφή διδακτικών βιβλίων

Πυρηνικής Φυσικής είχα πολλαπλή βοήθεια. Κατ΄ αργάς υπήρξε ανεκτίμητη η αλληλεπίδραση με τους φοιτητές, κυρίως του Πανεπστημίου Ιωαννίνων, που επί σειρά ετών παρακολούθησαν τα μαθήματά μου, είτε σε προπτυχιακό ή μεταπτυχιακό επίπεδο. Ιδιαίτερα εποικοδομητική ήταν η συμβολή των μεταπτυχιακών φοιτητών που υπό την εποπτεία μου διεξήγαγαν έρευνα για την απόκτηση διδακτορικού τίτλου. Απ' όλους, μέσω του ενθουσιασμού τους για έρευνα, έμαθα πολλά. Θα ήθελα όλους να τους ευγαριστήσω, τον Τέλη Χαρτά (σήμερα καθηγητή Πυρηνικής Φυσικής στη Σ. Σ. Ευελπίδων), τον Κώστα Παπαδόπουλο (σήμερα αναπληρωτή καθηγητή στο Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεγνείο), τους Περικλή Μπακογιώργο, Αθηνά Πάκου, Κώστα Ιωαννίδη (οι δύο τελευταίοι, σήμερα συνάδελφοι στο Εργαστήριο Πυρηνικής Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων), Γιώργο Κουτρουμπή, Γιώργο Γκάλιο, Δημήτρη Καραμάνη, Κώστα Σταμούλη, Χριστίνα Παπαγριστοδούλου και τον «βενιαμίν» Νικόλα Πατρώνη, με τον οποίο συνεγίζουμε σήμερα την έρευνα στη φυσική ουδετερονίων. Από τους συναδέλφους - και, ας με συγγωρέσουν για την προσθήκη, συνομήλικους μου – θα ήθελα να ευγαριστήσω τους Νίκο Γάγγα, Στάθη Κοσιονίδη, Νίκο Μπατάκη, Γιάννη Βέργαδο, Κώστα Κάλφα, Λεωνίδα Σκούρα και τον αείμνηστο Θέμι Παραδέλλη, που με κριτικό μάτι κατά καιρούς διάβασαν τα δοκίμιά μου σε διάφορες μορφές και προσέφεραν πολύτιμες παρατηρήσεις. Τέλος, είναι βέβαιο ότι το βιβλίο αυτό, όπως και τα προηγούμενα, δεν θα είχε δει το φως της δημοσιότητας αν κατά την τελευταία τριακονταετία δεν είχα κλέψει ένα μεγάλο μέρος του χρόνου που δικαιωματικά ανήκει στην οικογένειά μου. Για το λόγο αυτό ευχαριστώ από βάθους καρδίας τη σύζυγό μου Ιωάννα και τις κόρες μου Άννα και Δάφνη.

Το βιβλίο αυτό αφιερώνεται στη μνήμη του δασκάλου μου, μέντορα και φίλου, του «Νέστορα της Πυρηνικής Φυσικής στην Ελλάδα», όπως αποκαλέστηκε, Θέμι Κανελόπουλου. Ο Θέμις Κανελόπουλος υπήρξε ο πρώτος επιστημονικός διευθυντής του τότε Κέντρου Πυρηνικών Ερευνών «Δημόκριτος», το οποίο ουσιαστικά ίδρυσε και του προσέδωσε την πνοή και το όραμα που διατηρεί μέχρι σήμερα. Η μικρή οικογένεια των πυρηνικών φυσικών στην Ελλάδα του οφείλει πολλά.

> Π.Α.Α. Ιωάννινα, Αύγουστος, 2002



	AT .
viii	ANNIA
	THIN
ALNALCIL	ATH BIBAIO
ο-2 εσωτερικη μετατροπη	100
6-1 Ο τελεστής της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης	139
	150
ΚΕΦΑΑΑΙΟ 6 Αποδιάνορπον	158
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	155
5-5 Ηλεκτρονική σύλληψη	149
5-4 Ο ρόλος της στροφορμής	145
5-3 Ηλεκτροστατική διόρθωση και η τιμή logft	138
5-2 Ενεργειακό φάσμα σωματίων β	131
5-1 Κινητική ενέργεια και Θεωρία της Σχετικότητας	130
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5. Αποδιέγερση β	128
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	124
4-3 Η σταθερά αποδιέγερσης	123
4-2 Ο συντελεστής διέλευσης	118
4-1 Σωμάτια α και φράγμα δυναμικού	111
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4. Αποδιέγερση α	109
	105
ΔΥΥΠΣΕΙΣ	70 105
$3-3 \Pi \mu $	90
$3-2$ Nopol outooziki ζ unodiszepol ζ	00 06
3-1 Fubicvepyeu 3-2 Néuel Sussemble ano Subvector	80
ΚΕΨΑΛΑΙΟ 5. Πυρηνικη ασταθεία	/9
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	75
2-3 Πυρηνική σταθερότητα	63
2-2.6 Η ΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ	62
2-2.5 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΖΕΥΞΗΣ	60

КЕФА	ΛΑΙΟ 7. Αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων	174
7-1	Εξάρτηση του δυναμικού από την απόσταση	176
7-2	Καταστάσεις δύο νουκλεονίων	184
7-3	Δυναμικό εναλλαγής	194
7-4	Ανεξαρτησία των πυρηνικών δυνάμεων	201
7-5	Το δευτέριο και ο τανυστικός τελεστής	203
7-6	Το δυναμικό δύο νουκλεονίων όπως	208
	είναι γνωστό σήμερα	
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	211
КЕФА	ΛΑΙΟ 8. Πυρηνική δομή και πυρηνικά	215
	πρότυπα	
8-1	Κεντρικό δυναμικό και ανεξάρτητη κίνηση	216
	νουκλεονίων	
8-2	Συμμετρίες ανταλλαγής συντεταγμένων	220
	και η απαγορευτική αρχή του Pauli	
8-3	Το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή	225
8-4	Μαγικοί αριθμοί και το πρότυπο των φλοιών	231
8-5	Γιατί δουλεύει το πρότυπο των φλοιών	245
8-6	Συλλογική κίνηση νουκλεονίων	248
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	256
КЕФА	ΑΑΙΟ 9. Πυρηνικές αντιδράσεις	259
9-1	Κινηματική των πυρηνικών αντιδράσεων	26 0
9-2	Ενεργός διατομή	265
9-3	Επιτάχυνση φορτισμένων σωματίων	272
9-4	Ανίχνευση φορτισμένων σωματίων και φωτονίων	287
9-5	Ανίχνευση ουδετερονίων	298
9-6	Πυρηνικές αντιδράσεις και πυρηνική δομή	301
	ΑΣΚΗΣΕΙΣ	311
		KH



.

.

.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10. Σχάση και σύντηξη	316
10-1 Πυρηνική σχάση	317
10-2 Πυρηνική σύντηξη	328
10-3 Παραγωγή πυρηνικής ενέργειας	334
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	339
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11. Πυρηνική Φυσική και περιβάλλον	342
11-1 Φυσική ακτινοβολία	343
11-2 Εφαρμογές της ραδιενέργειας	351
11-3 Επιπτώσεις της ραδιενέργειας στον άνθρωπο	362
και στο περιβάλλον. Ακτινοπροστασία	
ΑΣΚΗΣΕΙΣ	368
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α. Μονάδες μέτρησης στην	371
Πυρηνική Φυσική	
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β. Πυρηνικά δεδομένα	377
Γενική Βιβλιογραφία	381
Ευρετήριο	384



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Ο πυρήνας του ατόμου

ΤΟ ΑΤΟΜΟ αποτελείται από ένα μικροσκοπικό πυρήνα που περιέχει σχεδόν όλη τη μάζα του και από ένα σύστημα ηλεκτρονίων σε τροχιές γύρω από τον πυρήνα. Οι δυνάμεις που συγκρατούν τα ηλεκτρόνια σε τροχιές γύρω από τον πυρήνα οφείλονται στη γνωστή μας ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση και η κίνησή τους μπορεί να περιγραφεί, τουλάχιστον κατ' αρχήν, στα πλαίσια της κβαντικής θεωρίας. Στο κεφάλαιο αυτό θα κάνουμε μια πρώτη γνωριμία με τον ατομικό πυρήνα. Θα εξετάσουμε τις διαστάσεις και το σχήμα του, τις μακροσκοπικές του ιδιότητες, αλλά και το φυσικομαθηματικό πλαίσιο που θα επιτρέψει την περιγραφή του.

1-1 Δομικοί λίθοι, μάζα και ηλεκτρικό φορτίο

Ο πυρήνας του ατόμου αποτελείται από πρωτόνια και ουδετερόνια, δύο σωμάτια με μάζα περίπου 1840 φορές μεγαλύτερη από τη μάζα του ηλεκτρονίου. Το πρωτόνιο έχει θετικό φορτίο, σε απόλυτη τιμή ίσο με το φορτίο του ηλεκτρονίου, ενώ το ουδετερόνιο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο. Έτσι, το ολικό φορτίο του πυρήνα χαρακτηρίζεται από τον αριθμό των πρωτονίων που περιέχει και που είναι ίσος με τον αριθμό των ηλεκτρονίων στο αντίστοιχο ουδέτερο άτομο. Η μάζα του πυρήνα χαρακτηρίζεται από τον ολικό αριθμό των πρωτονίων και ουδετερονίων, ή όπως αναφέρονται με μια λέξη των νουκλεονίων, που τον συγκροτούν.

Ο πυρήνας συμβολίζεται με την έκφραση

$^{A}_{Z}\mathbf{X}_{N}$

όπου X είναι το σύμβολο του στοιχείου στο Περιοδικό Σύστημα των Στοιχείων, Z είναι ο **ατομικός αριθμός** του πυρήνα και ισούται με των αριθμό των πρωτονίων (ή ηλεκτρονίων στο αντίστοιχο ουδέτερο άτομο), N είναι ο αριθμός των ουδετερονίων και A = Z + N είναι ο **μαζικός αριθμό**ς του πυρήνα. Πυρήνες με τον ίδιο αριθμό πρωτονίων Z ονομάζονται **ισοτοπικοί** ή απλώς **ισότοπα**. Πυρήνες με τον ίδιο μαζικό αριθμό A ονομάζονται **ισοβαρείς**. Τέλος, πυρήνες με τον ίδιο αριθμό ουδετερονίων N ονομάζονται **ισότονοι**. Έτσι, οι πυρήνες

$${}^{40}_{20}$$
Ca ${}_{20}$, ${}^{41}_{20}$ Ca ${}_{21}$, ${}^{42}_{20}$ Ca ${}_{22}$, ${}^{43}_{20}$ Ca ${}_{23}$ και ${}^{44}_{20}$ Ca ${}_{24}$

είναι ισότοπα του ασβεστίου. Οι πυρήνες

$$^{135}_{53}I_{82}$$
, $^{135}_{54}Xe_{81}$, $^{135}_{55}Cs_{80}$, $^{135}_{56}Ba_{79}$, $^{135}_{57}La_{78}$, $^{135}_{58}Ce_{77}$ $\kappa\alpha\iota$ $^{135}_{59}Pr_{76}$

είναι ισοβαρείς με μαζικό αριθμό A = 135, ενώ οι πυρήνες

$$^{136}_{58}$$
Ce₇₈, $^{135}_{57}$ La₇₈, $^{134}_{56}$ Ba₇₈, $^{133}_{55}$ Cs₇₈, $^{132}_{54}$ Xe₇₈, $^{131}_{53}$ I₇₈ και $^{130}_{52}$ Te₇₈

είναι ισότονοι με αριθμό ουδετερονίων N = 78. Όπως είναι φανερό, στον προηγούμενο συμβολισμό του πυρήνα οι τιμές των αριθμών Z και N δεν είναι απαραίτητες για τον πλήρη προσδιορισμό του. Η τιμή του ατομικού αριθμού Z προσδιορίζεται μονοσήμαντα από το σύμβολο του στοιχείου ενώ, αν είναι γνωστός ο μαζικός αριθμός A, ο αριθμός των ουδετερονίων δίνεται από τη σχέση N = A - Z. Έτσι, στη συνέχεια του βιβλίου θα χρησιμοποιήσουμε τον καθιερωμένο περιληπτικό συμβολισμό ^AX.

1-2 Μέγεθος και σχήμα του πυρήνα

Όταν θέλουμε να "δούμε" ένα αντικείμενο, δηλαδή να παρατηρήσουμε το μέγεθος και το σχήμα του, το "φωτίζουμε" κατάλληλα, ήτοι το παρεμβάλουμε στη ροή σωματίων γνωστής ενέργειας και μελετούμε την σκέδασή των σωματίων από το αντικείμενο. Η διεργασία είναι οικεία από την καθημερινή ζωή όπου, για αντικείμενα με διαστάσεις μεγαλύτερες των μερικών mm, ο φωτισμός πραγματοποιείται με φωτόνια, τα κβάντα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, και ανιχνευτής του αποτελέσματος της σκέδασης είναι το ανθρώπινο μάτι. Η μεταφορά της διεργασίας στον υποατομικό κόσμο δίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 1-1. Μια δέσμη σωματίων με



Σχήμα 1-1 Πειραματική διάταξη για την παρατήρηση της πιθανότητας σκέδασης μονοχρωματικής δέσμης φορτισμένων σωματίων από πυρήνες ως συνάρτηση της γωνίας Θ. Η γωνία Θ μεταβάλλεται με περιστροφή του ανιχνευτή γύρω από το κέντρο του στόχου.



κινητική ενέργεια Ε βομβαρδίζει τους πυρήνες μέσα σε ένα λεπτό φύλλο και το σχήμα του πυρήνα προσδιορίζεται από την χαρακτηριστική κατανομή ως προς τη γωνία απόκλισης των σωματίων που σκεδάζονται. Υπάρχει όμως ένας βασικός περιορισμός στην διακριτική ικανότητα του πειράματος που είναι άμεσα συνδεδεμένος με την ενέργεια των σωματίων της αρχικής δέσμης. Όπως γνωρίζουμε από την κβαντική μηχανική, ένα σωμάτιο με μάζα *m* που κινείται με ταχύτητα *ν* συνδέεται με ένα κύμα μήκους

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2Em}}.$$
 (1.1)

Είναι επομένως φανερό ότι μόνο σωμάτια που έχουν μήκος κύματος της εξ. (1.1) συγκρίσιμο ή μικρότερο από τις διαστάσεις του πυρήνα θα δώσουν πληροφορίες για τις λεπτομέρειές του. Το κοινό φως, για παράδειγμα, με μήκος κύματος της τάξης των 10^{-7} m (10^8 fm) είναι τελείως ακατάλληλο. Εξ ίσου ακατάλληλη είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία με μικρό μήκος κύματος (ακτίνες Χ ή ακτίνες γ) καθώς η αλληλεπίδρασή της με τα ηλεκτρόνια που περιβάλλουν τον ατομικό πυρήνα στη συνήθη κατάσταση της ύλης είναι κατά πολύ πιο ισχυρή. Έτσι, σε πειράματα που αποσκοπούν στον προσδιορισμό του μεγέθους και του σγήματος του πυρήνα, αναγκαστικά οδηγείται κανείς στη χρησιμοποίηση σωματίων, όπως ηλεκτρόνια, πρωτόνια και ουδετερόνια. Οι αντίστοιχες ενέργειες¹ που απαιτούνται σύμφωνα με την προηγούμενη ανάλυση δίνονται στον Πίνακα 1-1. Παρατηρείται ότι για το ίδιο μήκος κύματος η απαιτούμενη ενέργεια μειώνεται με την αύξηση της μάζας ακολουθώντας την εξ. (1.1) Για σωμάτια a (πυρήνες του ισοτόπου ⁴He) και νουκλεόνια η ενέργεια

¹ Οι μονάδες μέτρησης που χρησιμοποιούνται στην πυρηνική φυσική ορίζονται στο Παράρτημα Α.



	Κινητική ενέργεια (MeV)		
Σωμάτιο	$\lambda = 1 \text{ fm}$	$\lambda = 5 \text{ fm}$	
e	1240	247	
p. n	620	32	
α	200	8.2	

Πίνακας 1-1. Κινητική ενέργεια σωματίων με μήκος κύματος $\lambda = 1$ fm και $\lambda = 5$ fm. Η κινητική ενέργεια έχει υπολογιστεί στα πλαίσια της θεωρίας της σχετικότητας με έκφραση ανάλογη προς την εξ. (1.1).

αυτή παρέχεται εύκολα από τους σύγχρονους επιταχυντές, ενώ για ηλεκτρόνια απαιτείται ενέργεια της τάξης του 1 GeV. Παρ' όλα αυτά, τα ηλεκτρόνια παρουσιάζουν το σημαντικό πλεονέκτημα ότι η αλληλεπίδρασή τους με τον ατομικό πυρήνα, η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση, είναι γνωστή με μεγάλη ακρίβεια και από τα μέχρι σήμερα πειράματα τα καλύτερα αποτελέσματα έχουν εξαχθεί με τη χρήση ηλεκτρονίων.

Τυπικά αποτελέσματα σκέδασης ηλεκτρονίων με τη διάταξη του σχήματος 1-1 για μια σειρά αντιπροσωπευτικών πυρήνων περιέχονται στο σχήμα 1-2. Τα ηλεκτρόνια βέβαια αλληλεπιδρούν και σκεδάζονται μόνο από τα πρωτόνια του πυρήνα, τα οποία είναι δυνατόν να θεωρηθεί ότι απαντώνται με κάποια πυκνότητα $\rho(r)$, όπου r είναι η ακτινική απόσταση από το κέντρο του. Αν τώρα θεωρήσουμε επιπλέον ότι τα ουδετερόνια απαντώνται με την ίδια πυκνότητα, μπορούμε να δοκιμάσουμε διάφορες συναρτησιακές μορφές της πυκνότητας $\rho(r)$ και να υπολογίσουμε θεωρητικά την πιθανότητα σκέδασης των ηλεκτρονίων ως συνάρτηση της γωνίας Θ. Η συνάρτηση $\rho(r)$ που θα δώσει την καλύτερη συμφωνία μεταξύ πειραματικών αποτελεσμάτων και θεωρητικών υπολογισμών θα αντιπροσωπεύει και την πυκνότητα νουκλεονίων στο εσωτερικό του πυρήνα.

Κατά τη δεκαετία του 1950, η ερευνητική ομάδα του Πανε-

BIBAR

5



Σχήμα 1-2. Γωνιακή κατανομή σκέδασης ηλεκτρονίων ενέργειας 185 MeV από διάφορους πυρήνες. Οι συνεχείς γραμμές μέσω των πειραματικών σημείων αντιπροσωπεύουν θεωρητικούς υπολογισμούς της γωνιακής κατανομής με βάση τη συνάρτηση πυκνότητας της εξ. (1.2) [B. Hahn. D.G. Ravenhall and R. Hofstadter, Phys. Rev. 101 (1956) 1131].

πιστημίου Stanford της Καλιφόρνιας υπό τον R. Hofstadter πραγματοποίησε μια μεγάλη σειρά πειραμάτων σκέδασης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε όλη την έκταση του Περιοδικού Συστήματος. Σε όλες τις περιπτώσεις τα πειραματικά αποτελέσματα μπόρεσαν να αποδοθούν με την υπόθεση ότι η πυκνότητα των νουκλεονίων στο εσωτε-



Σχήμα 1-3. Γραφική παράσταση της πυκνότητας νουκλεονίων $\rho(r)$ της εξ. (1.2). Η φυσική σημασία των παραμέτρων $\rho_{\phi} R$ και a δίνεται στη γραφική παράσταση.

ρικό του πυρήνα δίνεται από την έκφραση

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R}{a}\right)}.$$
 (1.2)

BIBAIOO

Η τελευταία συνάρτηση, που παρουσιάζει σφαιρική συμμετρία, δίνεται στη γραφική παράσταση του σχήματος 1-3, όπου επίσης περιέχεται η φυσική σημασία των παραμέτρων ρ_0 , R και a. Για $r \ll R$ η παράμετρος ρ_0 αντιπροσωπεύει τη σταθερή πυκνότητα των νουκλεονίων στο εσωτερικό του πυρήνα, ενώ R, η παράμετρος που μπορεί να θεωρηθεί ως η *ακτίνα* του πυρήνα, είναι η απόσταση από το κέντρο στην οποία η πυκνότητα μειώνεται σε $\frac{1}{2}\rho_0$. Η παράμετρος *α* προσδιορίζει τον ρυθμό με τον οποίο μειώνεται η πυκνότητα των νουκλεονίων στην επιφάνεια του πυρήνα. Ειδικότερα, η πυκνό τητα $\rho(r)$ μειώνεται από 90% σε 10% της τιμής ρ_0 σε μια απόσταση t = 4.4a που μπορεί να χαρακτηριστεί ως το πάχος του πυρηνικού φλοιού. Τα αποτελέσματα των προηγούμενων πειραμάτων είναι αρκετά απλά. Ο πυρήνας παρουσιάζεται ως μια σφαίρα με σταθερή πυκνότητα νουκλεονίων στο εσωτερικό του και μια διάχυτη επιφάνεια κατά την έκταση της οποίας μειώνεται ομαλά η πυκνότητα. Κάθε πυρήνας χαρακτηρίζεται από μια ομάδα παραμέτρων ρ_0 , R και a που προσδιορίζουν την αριθμητική τιμή της συνάρτησης στην εξ. (1.2), όπως απεικονίζεται στη γραφική παράσταση του σχήματος 1-4 για μια ομάδα των αντιπροσωπευτικών πυρήνων. Τα αποτελέσματα όμως γίνονται ακόμη πιο απλά αν παρακολουθήσει κανείς τη συστηματική μεταβολή των παραμέτρων της εξ. (1.2) σε όλη την έκταση του Περιοδικού Συστήματος. Όπως απέδειξαν τα πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων που περιγράψαμε, το σχήμα πυρήνων με μαζικό αριθμό A > 40 μπορεί να αποδοθεί σε καλή προσέγγιση με αριθμητικές τιμές των παραμέτρων

$$ρ_0 ≈ 0.165$$
 νουκλεόνια/fm³ = 0.165 × 10³⁹ νουκλεόνια/cm³
 $R ≈ 1.07 A^{1/3}$ fm (1.3)
 $a ≈ 0.55$ fm.

Ισως πρέπει να παρατηρηθεί ότι η σταθερή τιμή της πυκνότητας νουκλεονίων στο εσωτερικό του πυρήνα είναι συνεπής με την εξάρτηση της ακτίνας από τον μαζικό αριθμό. Σταθερή πυκνότητα συνεπάγεται πυρηνικό όγκο ανάλογο του αριθμού των νουκλεονίων A και ο όγκος βεβαίως είναι ανάλογος του κύβου της ακτίνας R^3 .

1-3 Δυνάμεις μεταξύ νουκλεονίων

Ισως το πιο εκπληκτικό αποτέλεσμα των πειραμάτων για τον προσδιορισμό του πυρηνικού σχήματος είναι ο μεγάλος συνωστισμός νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα. Σε σύγκριση με τον αριθμό του Loschmidt (πυκνότητα μορίων μέσα σε ένα ιδανικό αέριο = 2.687 × 10¹⁹ μόρια/cm³) η αντίστοιχη πυκνότητα νουκλεονίων μέσα στον



Σχήμα 1-4. Μεταβολή της πυκνότητας νουκλεονίων σε αντιπροσωπευτικούς πυρήνες ως συνάρτηση της απόστασης από το κέντρο του πυρήνα. Ο προσδιορισμός προέρχεται από πειράματα σκέδασης με ηλεκτρόνια ενέργειας 1 GeV [R. Hofstadter, Ann. Rev. Nucl. Scie. 7 (1957) 231].

πυρήνα εμφανίζεται μεγαλύτερη κατά 19 τάξεις μεγέθους! Μέσα στον εκπληκτικά μικρό όγκο του πυρήνα περιορίζεται ένας μεγάλος αριθμός νουκλεονίων με αποτέλεσμα να δημιουργούνται τεράστιες απωστικές δυνάμεις μεταξύ των θετικά φορτισμένων πρωτονίων. Μια χαρακτηριστική τιμή των ηλεκτροστατικών αυτών δυνάμεων μπορεί να υπολογιστεί αν θεωρήσουμε δύο πρωτόνια σε απόσταση 1 fm. Στην περίπτωση αυτή η απωστική δύναμη είναι

$$F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 1.44 \text{ MeV/fm} = 231 \text{ N}$$
(1.4)

BIBAIOO

ίση περίπου με τη δύναμη που χρειάζεται για να σηκώσουμε 23 χιλιόγραμμα.



Ανάλογα υψηλή είναι και η αντίστοιχη ηλεκτροστατική ενέργεια που περιέχεται στον πυρήνα. Αποτελεί απλή άσκηση της ηλεκτροστατικής να δείξουμε ότι η ενέργεια που περιέχεται σε ένα σφαιρικό πυρήνα με ακτίνα R και ολικό φορτίο Ze δίνεται από τη σχέση

$$W = \frac{3}{5} \frac{Z^2 e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0.81 \frac{Z^2}{A^{1/3}} \text{ MeV}$$
(1.5)

όπου στο δεξιό μέρος της τελευταίας εκτίμησης έχουν χρησιμοποιηθεί η εξ. (1.3) και η εξ. (Α.9) του Παραρτήματος Α. Για ένα πυρήνα στο μέσον του Περιοδικού Συστήματος, όπως ο ¹²⁰Sn (Z=50, A=120), η ηλεκτροστατική ενέργεια του πυρήνα ανέρχεται σε 500 MeV.

Οι προηγούμενοι υπολογισμοί οδηγούν σε ένα αναπόφευκτο ερώτημα: Τι συγκρατεί τα νουκλεόνια μέσα στο πυρηνικό σύστημα; Ο πυρήνας είναι ένα σύστημα σωματίων, συγκεντρωμένων σε ένα πολύ μικρό γώρο, όπου περιέγεται ένα μεγάλο ποσό ενέργειας και όπου μεταξύ των σωματίων (τουλάχιστον των πρωτονίων) αναπτύσσονται ισχυρές δυνάμεις με τάση να διασπείρουν τα σωμάτια. Η συνοχή σταθερών συστημάτων είναι αναπόσπαστα συνδεδεμένη με την ύπαρξη δυνάμεων και οι μόνες δυνάμεις που έχουμε συναντήσει ως τώρα στην κλασική και στην ατομική φυσική είναι οι δυνάμεις βαρύτητας και οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Είναι φανερό ότι οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις δεν είναι δυνατόν να εξηγήσουν τη συνοχή του πυρήνα. Κατ' αρχάς, τα ουδετερόνια δεν έχουν φορτίο, αλλά και οι ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις μεταξύ των πρωτονίων είναι απωστικές. Η δύναμη της βαρύτητας μεταξύ των νουκλεονίων είναι βέβαια ελκτική, αλλά πολύ ασθενέστερη απ' ότι θα χρειαζόταν για να υπερνικήσει την ηλεκτροστατική δύναμη. Είναι εύκολο να υπολογιστεί ότι μεταξύ δύο πρωτονίων ο λόγος της ηλεκτροστατικής δύναμης προς τη δύναμη της βαρύτητας είναι (βλ.

Άσκηση 1-10) περίπου 10³⁶! Στην πραγματικότητα η επίδραση της βαρύτητας στα μοριακά, ατομικά και πυρηνικά φαινόμενα είναι αμελητέα.

Έτσι, οι μόνες δυνάμεις που έχουμε μέχρι τώρα γνωρίσει στη φυσική δεν είναι δυνατόν να εξηγήσουν τη συνοχή του ατομικού πυρήνα. Το βασικό μας ερώτημα οδηγεί αναπόφευκτα στην αναγνώριση ότι υπάρχει ένα τρίτο είδος δυνάμεων στη φύση που αναπτύσσεται μεταξύ νουκλεονίων και που θα ονομάσουμε πυρηνικές δυνάμεις. Από όσα λίγα είδαμε ως τώρα είναι αμέσως φανερό ότι οι πυρηνικές δυνάμεις θα πρέπει να έχουν δύο χαρακτηριστικές ιδιότητες. Κατ' αρχάς, θα πρέπει να είναι πολύ ισχυρές για αποστάσεις συγκρίσιμες με τις διαστάσεις του πυρήνα μια και έχουν τη δυνατότητα να υπερνικούν τις απωστικές δυνάμεις Coulomb. Από την άλλη πλευρά, όπως γνωρίζουμε, τα ατομικά και μοριακά φαινόμενα είναι δυνατόν να εξηγηθούν με μεγάλη ακρίβεια μόνο με βάση τις ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις. Επομένως οι πυρηνικές δυνάμεις θα πρέπει να είναι αμελητέες για τις χαρακτηριστικές αποστάσεις μεταξύ πυρήνων στη μοριακή δομή. Με άλλα λόγια η εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων πρέπει να είναι μικρή και η συναρτησιακή τους σχέση με την απόσταση θα πρέπει να είναι πολύ πιο δραστική από την ομαλή εξάρτηση r^{-2} των δυνάμεων βαρύτητας και Coulomb.

Η ακριβής μορφή των δυνάμεων μεταξύ νουκλεονίων αποτελεί ακόμη ανοικτό θέμα και αποσπά ένα μεγάλο μέρος της σύγχρονης ερευνητικής προσπάθειας. Η συστηματική μελέτη των γνώσεών μας γύρω από τις πυρηνικές δυνάμεις θα μας απασχολήσει εκτενέστερα στο Κεφάλαιο 7.

1-4 Φυσικά πλαίσια της πυρηνικής φυσικής

Προτού προχωρήσουμε στην εξέταση του πυρηνικού συστήματος είναι χρήσιμο να διερευνήσουμε τα φυσικά και μαθηματικά πλαίσια μέσα στα οποία θα κινηθούμε. Είναι ο πυρήνας ένα κλασικό σύστη-

IBAIOO

μα ή θα πρέπει να ανατρέξουμε σε μεθόδους της κβαντικής μηχανικής; Είναι οι ταχύτητες που θα συναντήσουμε αρκετά μεγάλες, ώστε να έχει εφαρμογή η θεωρία της σχετικότητας;

Χαρακτηριστικό κριτήριο για την εφαρμογή της κβαντικής μηχανικής σε ένα σύστημα είναι η σχέση του μήκους κύματος των σωματίων που αποτελούν το σύστημα με τις διαστάσεις του ίδιου του συστήματος. Γενικά, αν το μήκος κύματος είναι πολύ μικρότερο από τις χαρακτηριστικές διαστάσεις του συστήματος, τότε η κλασική φυσική αποτελεί μια ικανοποιητική προσέγγιση στην περιγραφή του. Είδαμε στην προηγούμενη Παράγραφο ότι η ηλεκτροστατική ενέργεια ενός πρωτονίου μέσα σε ένα πυρήνα μεσαίου μεγέθους είναι της τάξης των 10 MeV. Το αντίστοιχο μήκος κύματος είναι εύκολο να υπολογιστεί από την εξ. (1.1) ως $\lambda \cong 9$ fm. Η τιμή αυτή έχει ασφαλώς την ίδια τάξη μεγέθους με τις πυρηνικές διαστάσεις και ως επακόλουθο συνηγορεί στην εφαρμογή της κβαντικής μηχανικής στην πυρηνική φυσική. Η ορθότητα της κβαντικής θεωρίας έγει οριστικά πλέον επαληθευτεί στον μικρόκοσμο του μορίου και του ατόμου, όπου η αλληλεπίδραση είναι γνωστή και οι χαρακτηριστικές διαστάσεις της τάξης των 10⁻¹⁰ m. Αν και υπάρχουν ενδείξεις ότι η κβαντική περιγραφή παύει να ισχύει για αποστάσεις μικρότερες των 10^{-15} m, πιστεύουμε σήμερα ότι το πεδίο εφαρμογής της καλύπτει το πεδίο της πυρηνικής φυσικής. Έτσι, μολονότι θα κρατήσουμε εικόνες και ονοματολογία από την κλασική φυσική, η πλήρης περιγραφή του πυρηνικού συστήματος θα προκύψει από μια κυματοσυνάρτηση και μια σειρά ιδιοτιμών που θα είναι λύσεις της εξίσωσης του Schroedinger. Πρέπει να παρατηρηθεί ότι το γεγονός ότι η κβαντική θεωρία καλύπτει μια τόσο μεγάλη περιοχή διαστάσεων, περίπου έξι τάξεων μεγέθους και περιγράφει όχι μόνο τα ατομικά, αλλά και τα πυρηνικά φαινόμενα, είναι συνάμα αξιοσημείωτο και ευτυγές. BIBALOO

Μια άμεση εφαρμογή της κβαντικής θεωρίας είναι ο υπολογι-

σμός της μέσης κινητικής ενέργειας ενός νουκλεονίου μέσα στον πυρήνα. Όπως σε προηγούμενους υπολογισμούς, στο στάδιο αυτό ενδιαφέρει μια εκτίμηση τάξης μεγέθους που σε πρώτη προσέγγιση μπορεί να δώσει η αρχή της αβεβαιότητας του Heisenberg

$$\Delta p \cdot \Delta x \ge \hbar \,. \tag{1.6}$$

Στην εξ. (1.6) μπορεί να δοθεί η ερμηνεία ότι αν μέσα στον πυρήνα το νουκλεόνιο κινείται σε διαστάσεις του Δx , τότε η ορμή του πρέπει να βρίσκεται σε επίπεδα μεγαλύτερα από το $\hbar/\Delta x$. Για αποστάσεις της τάξης του 1 fm η εξ. (1.6) δίνει ενέργεια για ένα νουκλεόνιο περί τα 20 MeV. Όπως θα δούμε αργότερα το αποτέλεσμα αυτό υπολείπεται κατά τι από την πραγματικότητα, αν και δίνει τη σωστή τάξη μεγέθους. Ένα όμως άμεσο αποτέλεσμα του υπολογισμού είναι ότι ένα νουκλεόνιο μέσα στο πυρηνικό σύστημα κινείται με μια μέση ταχύτητα της τάξης του

$$\frac{v}{c} = \sqrt{\frac{2E}{mc^2}} \cong 0.2 \tag{1.7}$$

που βρίσκεται έξω από το πεδίο της θεωρίας της σχετικότητας. Όπως θα δούμε και στη συνέχεια, σχετικιστικά φαινόμενα παίζουν μικρό ρόλο στην πυρηνική φυσική και οι γνωστές μας μη σχετικιστικές σχέσεις που συνδέουν τη μάζα, την ενέργεια, την ταχύτητα και την ορμή μπορούν να χρησιμοποιηθούν με πολύ καλή προσέγγιση.

1-5 Πυρηνικές καταστάσεις και κβαντικοί αριθμοί

Όπως κάθε κβαντικό σύστημα, ο πυρήνας περιγράφεται από μια κυματοσυνάρτηση |Ψ) που είναι λύση της εξίσωσης του Schroed-inger



$$H |\Psi) = E |\Psi)$$
(1.8)

όπου² Η είναι η χαμιλτονιανή που περιγράφει την κίνηση και αλληλεπίδραση των νουκλεονίων που τον αποτελούν. Από τις μέγρι τώρα γνώσεις μας με κβαντικά συστήματα περιμένουμε ότι η λύση της εξ. (1.8) θα δώσει μια σειρά ιδιοσυναρτήσεων και μια αντίστοιγη σειρά διακριτών ιδιοτιμών της ενέργειας. Κάθε ιδιοσυνάρτηση επιπλέον θα γαρακτηρίζεται από ένα αριθμό μεταβλητών με αριθμητικές τιμές τις ιδιοτιμές των τελεστών που αντιπροσωπεύουν τα παρατηρήσιμα μεγέθη του συστήματος. Θα συμβολίσουμε την ιδιοκατάσταση του πυρήνα ως $|E_k, \lambda_k^{(j)}\rangle$, όπου E_k είναι η ενέργεια της ιδιοκατάστασης και $\lambda_k^{(j)}$ αντιπροσωπεύει ιδιοτιμές των λοιπών j = 1, 2, ... μεταβλητών που την χαρακτηρίζουν. Από φυσική άποψη, κάθε ιδιοκατάσταση θα αντιστοιχεί σε μια διαφορετική σχετική κίνηση, διάταξη ή προσανατολισμό των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα. Την ιδιοκατάσταση με τη χαμηλότερη ενέργεια θα ονομάσουμε βασική κατάσταση και θα την χρησιμοποιήσουμε ως αφετηρία για τη μέτρηση της ενέργειας των λοιπών καταστάσεων.

Μια από τις ιδιότητες που χαρακτηρίζουν τις ιδιοκαταστάσεις του πυρήνα είναι η ολική του στροφορμή. Όπως είναι γνωστό από τη γενική φυσική, όταν σε ένα σύστημα δεν επιδρούν εξωτερικές ροπές η στροφορμή του διατηρείται και εφόσον ο πυρήνας είναι ένα

$$(\Psi | Q | \Psi) = \int \Psi^* Q \Psi d^3 \mathbf{r}$$

όπου Ψ* είναι η συζυγής συνάρτηση της Ψ και d³r το στοιχείο του χώρου.

Σε ορισμένες περιπτώσεις όπου η αναλυτική μορφή της κυματοσυνάρτησης είναι γνωστή θα διατηρήσουμε τον συμβολισμό της κυματικής μηχανικής Ψ(r).

² Για τον συμβολισμό των καταστάσεων ενός κβαντικού συστήματος θα χρησιμοποιήσουμε τον συμβολισμό Dirac. Θα γράψουμε την κυματοσυνάρτηση μιας κατάστασης ως $|\Psi$) και τη συζυγή της ως (Ψ |. στον συμβολισμό αυτό η αναμενόμενη τιμή ενός τελεστή Q γράφεται ως (Ψ |Q| Ψ) και αντιπροσωπεύει το ολοκλήρωμα

κλειστό σύστημα, η στροφορμή αποτελεί μια από τις χαρακτηριστικές σταθερές των ιδιοκαταστάσεων. Στην κβαντική θεωρία μαθαίνουμε ότι η στροφορμή ενός συστήματος προσδιορίζεται από δύο αριθμούς: τον κβαντικό αριθμό της στροφορμής J και τον μαγνητικό κβαντικό αριθμό M. Οι αριθμοί αυτοί προέρχονται από τις ιδιοτιμές των αντίστοιχων τελεστών J και J_z οι οποίοι μετρούν ταυτόχρονα τη στροφορμή του συστήματος και την προβολή της σε μια επιλεγμένη διεύθυνση στο χώρο. Οι αντίστοιχες ιδιοεξισώσεις είναι

$$\mathbf{J}^{2} | J, M, \lambda_{k}^{(j)}) = J(J+1)\hbar^{2} | J, M, \lambda_{k}^{(j)})$$
(1.9a)

$$J_{z}|J,M,\lambda_{k}^{(j)}) = M\hbar|J,M,\lambda_{k}^{(j)})$$
(1.9β)

όπου ο κβαντικός αριθμός M μπορεί να πάρει τις 2J+1 ιδιοτιμές M = -J, -J+1, ..., -1, 0, 1, ..., J-1, J.

Η ολική στροφορμή μιας ιδιοκατάστασης είναι η συνισταμένη των στροφορμών κάθε νουκλεονίου μέσα στον πυρήνα. Ο τελεστής J επομένως μπορεί να γραφεί ως το ανυσματικό άθροισμα

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^{A} (\ell_k + \mathbf{s}_k) \tag{1.10}$$

όπου l_k και s_k είναι αντίστοιχα οι τελεστές που μετρούν την τροχιακή στροφορμή και την ιδιοστροφορμή κάθε νουκλεονίου. Τις δύο αυτές κατηγορίες στροφορμής θα εξετάσουμε στη συνέχεια.

Η τροχιακή στροφορμή ενός νουκλεονίου είναι το φυσικό μέγεθος που στην κλασική φυσική αντιστοιχεί στο εξωτερικό γινόμενο

$$\ell = \mathbf{r} \times \mathbf{p} \tag{1.11}$$

όπου **p** είναι η ορμή και **r** η θέση του νουκλεονίου σε σχέση με κάποιο σημείο αναφοράς στο χώρο. Αν το νουκλεόνιο δεν αλληλε-

πιδράσει με άλλα σωμάτια, η τροχιακή του στροφορμή παραμένει σταθερή. Η ύπαρξη ή μη καθορισμένων τροχιών των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα, σε αναλογία με τις ηλεκτρονικές τροχιές στο άτομο, θα μας απασχολήσει σε μεγάλη έκταση αργότερα. Μέσα στο μικρό σχετικά πυρηνικό χώρο περιμένουμε εκ πρώτης όψεως ότι πολλαπλές σκεδάσεις μεταξύ των νουκλεονίων θα αποτρέψουν τη διαμόρφωση καθορισμένων τροχιών. Τουλάχιστον όμως στιγμιαία μπορούμε να επιλέξουμε ένα σημείο αναφοράς στο χώρο και να υπολογίσουμε το κβαντομηχανικό ανάλογο της εξ. (1.11).

Όπως αποδεικνύεται στην κβαντική θεωρία, ο τελεστής της τροχιακής στροφορμής ικανοποιεί ιδιοεξισώσεις ανάλογες με αυτές των εξ. (1.9)

$$\ell^{2} \mid \ell, m, \lambda_{k}^{(j)} \rangle = \ell(\ell+1)\hbar^{2} \mid \ell, m, \lambda_{k}^{(j)} \rangle \qquad (1.12\alpha)$$

$$\ell_{z} | \ell, m, \lambda_{k}^{(j)} \rangle = m\hbar | \ell, m, \lambda_{k}^{(j)} \rangle \qquad (1.12\beta)$$

όπου ℓ_z είναι ο τελεστής της προβολής της τροχιακής στροφορμής στον άξονα Ζ. Στις εξ. (1.12) ο κβαντικός αριθμός της τροχιακής στροφορμής μπορεί να πάρει τις ιδιοτιμές $\ell = 0, 1, 2, ...,$ ενώ ο μαγνητικός κβαντικός αριθμός της στροφορμής έχει ως ιδιοτιμές τους $2\ell+1$ ακεραίους που προσδιορίζει η σχέση

$$-\ell \le m \le \ell \,. \tag{1.13}$$

Η ιδιοστροφορμή ή σπιν του νουκλεονίου που μετρά ο τελεστής $\mathbf{s}_{\mathbf{k}}$ της εξ. (1.10) είναι μια ιδιότητα χωρίς ανάλογο στην κλασική φυσική. Όπως έχει προσδιοριστεί πειραματικά, τα δύο νουκλεόνια, όπως και το ηλεκτρόνιο, συμπεριφέρονται ωσάν να περιστρέφονται γύρω από ένα κεντρικό τους άξονα με σταθερή στροφορμή $\frac{1}{2}\hbar$. Την ιδιότητά τους αυτή μετρούν, σε αντιστοιχία με τις εξ. (1.9), οι τελεστές s και sz που ικανοποιούν τις ιδιοεξισώσεις

$$s^{2}|s = \frac{1}{2}, m_{s}, \lambda_{k}^{(j)}| = s(s+1)\hbar^{2}|s = \frac{1}{2}, m_{s}, \lambda_{k}^{(j)}|$$
 (1.14a)

$$\mathbf{s}_{z} | s = \frac{1}{2}, m_{s}, \lambda_{k}^{(j)}) = m_{s} \hbar | s = \frac{1}{2}, m_{s}, \lambda_{k}^{(j)}).$$
 (1.14a)

Όπως δηλώνουν οι τελευταίες ιδιοεξισώσεις, η τιμή του κβαντικού αριθμού s παίρνει για τα νουκλεόνια την τιμή $\frac{1}{2}$, ενώ ο κβαντικός αριθμός m_s , λόγω της περιοριστικής σχέσης της εξ. (1.13) έχει τιμές μόνον $m_s = -\frac{1}{2}$ και $m_s = \frac{1}{2}$. Οι εξ. (1.14) επομένως μπορούν να γραφούν απλούστερα ως

$$\mathbf{s}^{2} | \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}, \lambda_{k}^{(j)} \rangle = \frac{3}{4} \hbar^{2} | \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}, \lambda_{k}^{(j)} \rangle \qquad (1.15\alpha)$$

$$s_{\pm} \mid \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}, \lambda_{k}^{(j)} \rangle = \pm \frac{1}{2}\hbar \mid \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{2}, \lambda_{k}^{(j)} \rangle.$$
(1.15a)

Είναι άξιο να σημειωθεί ότι η ανακάλυψη το 1927 ότι το πρωτόνιο διαθέτει σπιν $\frac{1}{2}$ οδήγησε νωρίς στην ιστορία της πυρηνικής φυσικής στην απόρριψη της υπόθεσης ότι ο πυρήνας συγκροτείται από πρωτόνια και ηλεκτρόνια. Αν ο πυρήνας αποτελείτο από *Α* πρωτόνια και *Α-Ζ* ηλεκτρόνια (ώστε να εμφανίζεται μακροσκοπικά με ηλεκτρικό φορτίο *Ze*) τότε πυρήνες με άρτιο *Α* και περιττό *Ζ* όπως οι ²H, ⁶Li και ¹⁴N θα έπρεπε να χαρακτηρίζονται από ολική στροφορμή ίση με περιττό πολλαπλάσιο του $\frac{1}{2}$. Στην πραγματικότητα, η στροφορμή όλων των προηγούμενων πυρήνων έχει μετρηθεί και έχει βρεθεί ίση με τη μονάδα. Η διαπίστωση αυτή οδήγησε στην πρόταση για την ύπαρξη του ουδετερονίου και την πειραματική του ανακάλυψη πέντε χρόνια αργότερα.

Μια τελευταία ιδιοτιμή που θα περιλάβουμε σ' αυτό το στάδιο στο σύνολο των μεταβλητών $\lambda_k^{(j)}$ είναι η πάριτη³ της ιδιοσυνάρτησης $|E_k$, $\lambda_k^{(j)}$). Η πάριτη χαρακτηρίζει τη συμμετρία της κυματοσυνάρτησης ως προς την αντιστροφή του ανύσματος θέσης $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. Ο τελεστής P που μετρά την ιδιότητα αυτή – η οποία επίσης δεν έχει ανάλογο στο μακρόκοσμο της κλασικής φυσικής – έχει μόνον δύο δυνατές ιδιοτιμές, ±1, και ικανοποιεί την ιδιοεξίσωση

$$P\Psi(\mathbf{r}) = \pm \Psi(-\mathbf{r}). \qquad (1.16)$$

Συμβατικά, κυματοσυναρτήσεις που ικανοποιούν την εξ. (1.16) με το θετικό πρόσημο λέγεται ότι έχουν θετική ή άρτια πάριτη, ενώ κυματοσυναρτήσεις που την ικανοποιούν με το αρνητικό πρόσημο λέγεται ότι έχουν αρνητική ή περιττή πάριτη. Συνήθως, όταν δεν υπάρχει φόβος για σύγχυση με τη γεωμετρική σταθερά π (=3.14...), ο κβαντικός αριθμός της πάριτης συμβολίζεται με το ελληνικό γράμμα π και κατά παράδοση παρατίθεται ως εκθέτης της στροφορμής των ιδιοκαταστάσεων του πυρήνα στη μορφή J^{π} (π.χ. $J^{\pi} = 0^{+}$,

2⁺, 1⁻, $\frac{3}{2}^+$, $\kappa.\lambda\pi.$)

³ Όπως και στην περίπτωση του σπιν θα χρησιμοποιήσουμε τη λέξη πάριτη ως νέα ελληνική λέξη (η πάριτη, της πάριτης, ...). Η επιλογή αυτή είναι ίσως από μια άποψη επιτυχής. Οι ιδιότητες που περιγράφονται από τους δύο αυτούς όρους είναι καθαρά κβαντικές έννοιες χωρίς ανάλογα φυσικά μεγέθη στην κλασική φυσική. Η επιστράτευση ήδη γνωστών λέξεων για την απόδοσή τους (όπως ιδιοστροφορμή ή αρτιότητα) συνδέει αναπόφευκτα τις έννοιες αυτές με κλασικές εικόνες με περιορισμένη χρησιμότητα.

1-6 Ισοτοπικό σπιν

Το πρωτόνιο και το ουδετερόνιο, εκτός από τη διαφορά στο φορτίο τους, παρουσιάζουν αρκετή ομοιότητα ώστε να είναι δυνατή η θεώρησή τους ως ένα σωμάτιο, το **νουκλεόνιο**, σε δύο κβαντικές καταστάσεις. Στην ενοποιημένη αυτή εικόνα πρέπει φυσικά να ορίσουμε μια νέα μεταβλητή που προσδιορίζει το φορτίο του νουκλεονίου. Η νέα μεταβλητή θα μπορεί να πάρει δύο δυνατές τιμές και από την άποψη αυτή θυμίζει το σπιν των στοιχειωδών δομικών λίθων του πυρήνα. Η ομοιότητα αυτή των δύο καταστάσεων του νουκλεονίου οδήγησε στην ονομασία **ισοτοπικό σπιν** ή **ισοσπίν** για την εν λόγω μεταβλητή που αναφέρεται στο φορτίο του νουκλεονίου και στη διαπίστωση ότι η περιγραφή της μπορεί να γίνει μέσω του ιδίου μαθηματικού πλαισίου που χρησιμοποιείται για την περιγραφή του σπιν.

Όπως είναι γνωστό από την κβαντική μηχανική, η απεικόνιση των τελεστών του σπιν s (s_x, s_y, s_z) μπορεί να γίνει μέσω των δισδιάστατων πινάκων του Pauli

$$\mathbf{s} = \frac{1}{2} \hbar \boldsymbol{\sigma} \tag{1.17}$$

όπου

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (1.18)$$

Στην απεικόνιση αυτή οι δύο καταστάσεις του σπιν παίρνουν τη μορφή ανυσμάτων μιας στήλης

$$\chi_{1/2}^{1/2} = \alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2}^{1/2} = \beta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$
19

ενώ είναι εύκολο να επαληθευθούν οι σχέσεις

$$\sigma^2 \alpha = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) \alpha = 3\alpha \qquad (1.20\alpha)$$

$$\sigma^2 \beta = 3\beta \tag{1.20\beta}$$

και

$$\sigma_{z}\alpha = \alpha, \quad \sigma_{z}\beta = -\beta.$$
 (1.20 γ)

Σε απόλυτη αναλογία με το σπιν του νουκλεονίου, μπορούμε να εισαγάγουμε τον τελεστή του ισοτοπικού σπιν t (t_x , t_y , t_z) που ικανοποιεί τις εξισώσεις

$$\mathbf{t}^2 \varphi_{\pm 1/2}^{1/2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \varphi_{\pm 1/2}^{1/2} \tag{1.21a}$$

και

$$t_{z}\varphi_{\pm 1/2}^{1/2} = \pm \frac{1}{2}\varphi_{\pm 1/2}^{1/2}$$
(1.21β)

για τις δύο καταστάσεις του νουκλεονίου που περιγράφονται από τις κυματοσυναρτήσεις $\varphi_{\pm 1/2}^{1/2}$. Συμβατικά έχει καθιερωθεί η πρώτη κατάσταση ($t_z = 1/2$) να ταυτίζεται με το πρωτόνιο και η δεύτερη ($t_z = -1/2$) με το ουδετερόνιο.

Η απεικόνιση του τελεστή **t** από τους πίνακες του Pauli μπορεί να μεταφερθεί ατόφια με τη σχέση

$$\mathbf{t} = \frac{1}{2} \, \boldsymbol{\tau} \tag{1.22}$$

όπου ο πίνακας τ έχει τη μορφή της εξ. (1.18)


$$\tau_{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_{y} = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_{z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.23)$$

και οι κυματοσυναρτήσεις των δύο νουκλεονίων, πρωτόνιο (p) και ουδετερόνιο (n), τη μορφή των ανυσμάτων

$$\varphi_{1/2}^{1/2} = p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_{-1/2}^{1/2} = n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (1.24)$$

Προφανώς, ισχύουν επιπλέον οι ανάλογες σχέσεις των εξ. (1.20).

Ενδεχομένως πρέπει να τονιστεί ότι η χρησιμοποίηση του ισοτοπικού σπιν δεν εισάγει καμιά νέα φυσική έννοια. Η θεώρηση του νουκλεονίου ως μιας διττής οντότητας είναι απόλυτα ισοδύναμη με τη θεώρηση του πρωτονίου και του ουδετερονίου ως δύο διαφορετικών δομικών μονάδων του πυρήνα. Η έννοια όμως του ισοτοπικού σπιν αποκτά ιδιαίτερη χρησιμότητα με την εισαγωγή του τελεστή **T** που προσδιορίζει τους κβαντικούς αριθμούς του ισοτοπικού σπιν μιας ιδιοκατάστασης του πυρηνικού συστήματος. Σε αναλογία με την εξ. (1.10) μπορούμε να ορίσουμε το **ολικό ισοσπίν** του πυρήνα ως το ανυσματικό άθροισμα του ισοτοπικού σπιν όλων των νουκλεονίων που τον αποτελούν ως

$$\mathbf{T} = \sum_{i=1}^{A} \mathbf{t}_{i} \tag{1.25a}$$

με προβολή

$$\Gamma_{z} = \sum_{i=1}^{A} t_{z}(i) \qquad (1.25\beta)$$

 (1.26α)

όπου ο τελεστής \mathbf{T} (T_x , T_y , T_z) ικανοποιεί τις σχέσεις

$$\Gamma^{2}|T,T_{z},\lambda_{i})=T(T+1)|T,T_{z},\lambda_{i}\rangle$$

και

$$\Gamma_{z}\left[T, T_{z}, \lambda_{i}\right] = T_{z}\left[T, T_{z}, \lambda_{i}\right]$$
(1.26β)

ενώ ο κβαντικός αριθμός T είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του 1/2 και ο αριθμός T_z παίρνει τις 2T + 1 διακριτές τιμές που περιορίζονται από τη σχέση $-T \le T_z \le T$. Στις εξ. (1.26) λ_i είναι όλοι οι λοιποί κβαντικοί αριθμοί που χαρακτηρίζουν την ιδιοκατάσταση.

Για ένα πυρήνα με Z πρωτόνια και N ουδετερόνια η προβολή του ισοτοπικού σπιν T_z δίνεται προφανώς από τη σχέση

$$T_{z} = \frac{1}{2} \left(Z - N \right) \tag{1.27}$$

και έχει την ίδια τιμή για όλες τις ιδιοκαταστάσεις του συστήματος. Η τιμή αυτή προσδιορίζει την τιμή του κβαντικού αριθμού του ολικού ισοσπίν *T* μέσα στα όρια $-T \le T_z \le T$. Σε μια ομάδα ισοβαρών πυρήνων με ορισμένο μαζικό αριθμό *A*, οι ιδιοκαταστάσεις με συγκεκριμένη προβολή του ισοσπίν *T_z* [που δίνεται από την εξ. (1.27)], αποτελούν ένα από τα 2T + 1 μέλη ιδιοκαταστάσεων με ισοτοπικό σπιν *T*, που πρέπει να αναζητηθούν στους γειτονικούς ισοβαρείς πυρήνες. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση της τριάδας των ισοβαρών πυρήνων ¹⁴C, ¹⁴N, ¹⁴O που απεικονίζονται στο ενεργειακό διάγραμμα του σχήματος 1-5. Η βασική κατάσταση του ¹⁴N χαρακτηρίζεται από τους κβαντικούς αριθμούς του ισοσπίν $T = T_z = 0$, ενώ οι βασικές καταστάσεις των πυρήνων ¹⁴C και ¹⁴O, με αντίστοιχες προβολές του ισοσπίν $T_z = -1$ και $T_z = 1$, συνδέονται με την πρώτη διεγερμένη κατάσταση του ¹⁴N, η οποία έχει κβαντικούς αριθμούς T = 1, $T_z = 0$.

Για ιδιοκαταστάσεις με το ίδιο ισοτοπικό σπιν T σε μια ομάδα 2T+ 1 ισοβαρών πυρήνων έχει καθιερωθεί η ορολογία ανάλογες καταστάσεις. Όπως το σπιν και η πάριτη της κυματοσυνάρτησης που αποδίδει μια ιδιοκατάσταση του πυρηνικού συστήματος, έτσι και το



Σχήμα 1-5 Ανάλογες καταστάσεις με κβαντικό αριθμό του ισοσπίν T = 1 στην τριάδα των ισοβαρών πυρήνων ¹⁴C ($T_z = -1$). ¹⁴N ($T_z = 0$). ¹⁴O ($T_z =$ 1). Η αποδιέγερση β⁺ [βλ. Κεφάλαιο 2] που σημειώνεται στο σχήμα ισοδυναμεί με τη μετατροπή ενός πρωτονίου σε ουδετερόνιο με ταυτόχρονη εκπομπή ενός θετικού ηλεκτρονίου. Η μεγάλη πιθανότητα αποδιέγερσης του ¹⁴O προς την πρώτη διεγερμένη κατάσταση του ¹⁴N (99.4 %) αντανακλά την ομοιότητα των κυματοσυναρτήσεων με ίδιο κβαντικό αριθμό T ως προς την αντικατάσταση ενός πρωτονίου από ένα ουδετερόνιο.

ισοτοπικό σπιν είναι μια καθαρά κβαντική ιδιότητα και η δυνατότητα να αποδοθεί με κλασικές έννοιες είναι αρκετά περιορισμένη. Σε γενικές γραμμές, το ισοτοπικό σπιν αντανακλά την ομοιότητα κυματοσυναρτήσεων μεταξύ ιδιοκαταστάσεων ισοβαρών πυρήνων ως προς την αντικατάσταση ενός πρωτονίου από ένα ουδετερόνιο⁴. Η ιδιότητα αυτή είναι φανερή από τον τρόπο αποδιέγερσης του ¹⁴O στο σχήμα 1-5.

⁴ Η ιδιότητα του ισοσπίν έχει αποδοθεί παραστατικά με την έκφραση ότι σε μια πλειάδα ιδιοκαταστάσεων με τον ίδιο κβαντικό αριθμό T > 0, ένα ή περισσότερα πρωτόνια «νομίζουν» ότι είναι ουδετερόνια ή αντιστρόφως.

1-7 Ηλεκτρική ροπή του πυρήνα

Η ύπαρξη πρωτονίων μέσα στον πυρήνα δημιουργεί μια μέση κατανομή φορτίου που. όπως προκύπτει από πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων, χαρακτηρίζεται από την πυκνότητα $\rho(\mathbf{r})$ της εξ. (1.2). Αν ο πυρήνας βρεθεί μέσα σε ένα ηλεκτρικό δυναμικό $\Phi(\mathbf{r})$ (όπως, για παράδειγμα, το δυναμικό που δημιουργούν τα ατομικά ηλεκτρόνια ή το κρυσταλλικό πλέγμα), η ηλεκτροστατική ενέργεια του συστήματος θα είναι

$$W = \int \rho(\mathbf{r}) \Phi(\mathbf{r}) d^3 r \qquad (1.28)$$

όπου η ολοκλήρωση εκτείνεται σε όλο το χώρο και d^3r είναι, ως συνήθως, το στοιχείο του όγκου.

Αν η μεταβολή του δυναμικού $\Phi(\mathbf{r})$ δεν είναι πολύ δραστική μέσα στις διαστάσεις της κατανομής $\rho(\mathbf{r})$, τότε τούτο μπορεί να αναπτυχθεί σε σειρά Taylor γύρω από το κέντρο του πυρήνα, που για ευκολία θα θεωρήσουμε επιπλέον ως αρχή των συντεταγμένων, ως

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(0) + \mathbf{r} \cdot \nabla \Phi(0) + \frac{1}{2} \sum_{i} \sum_{j} r_{i} r_{j} \frac{\partial^{2} \Phi}{\partial r_{i} \partial r_{j}} (0) + \dots$$
(1.29)

όπου οι μεταβλητές r_i , i = 1, 2, 3 συμβολίζουν τις τρεις συνιστώσες του ανύσματος **r**, $r_1 = x$, $r_2 = y$, $r_3 = z$.

Χρησιμοποιώντας τη σύνδεση μεταξύ ηλεκτρικού πεδίου και δυναμικού

$$\mathbf{E} = -\nabla\Phi \tag{1.30}$$

η εξ. (1.29) μπορεί να γραφεί ως



$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(0) + \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(0) + \frac{1}{2} \sum_{i} \sum_{j} r_{i} r_{j} \frac{\partial E_{i}}{\partial r_{j}} (0) + \dots$$
(1.31)

ενώ, από την εξίσωση Laplace που ικανοποιεί το εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο E,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -\nabla^2 \Phi = 0 \tag{1.32}$$

μπορούμε να αφαιρέσουμε από την εξ. (1.31) την ποσότητα

$$\frac{1}{6} r^2 \nabla \cdot \mathbf{E}(0) = \frac{1}{6} r^2 \delta_{ij} \frac{\partial E_i}{\partial r_j} (0)$$

ώστε το ανάπτυγμα Taylor για το δυναμικό να πάρει τη μορφή

$$\Phi(\mathbf{r}) = \Phi(0) + \mathbf{r} \cdot \mathbf{E}(0) + \frac{1}{6} \sum_{i} \sum_{j} (3r_{i}r_{j} - r^{2}\delta_{ij}) \frac{\partial E_{i}}{\partial r_{j}} (0) + \dots (1.31)$$

Σε συνδυασμό με την εξ. (1.28), η τελευταία έκφραση δίνει την ενέργεια αλληλεπίδρασης μεταξύ εξωτερικού δυναμικού και κατανομής φορτίου του πυρήνα ως

$$W = \left(\int \rho(\mathbf{r}) d^{3}r\right) \Phi(0) - \left(\int \mathbf{r}\rho(\mathbf{r}) d^{3}r\right) \cdot \mathbf{E}(0)$$
$$-\frac{1}{6} \sum_{i} \sum_{j} \left(\left(3r_{i}r_{j} - r^{2}\delta_{ij}\right)\rho(\mathbf{r})\right) \frac{\partial E_{i}}{\partial r_{j}}(0) + \dots$$
$$= q\Phi(0) - \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}(0) - \frac{1}{6} \sum_{i} \sum_{j} Q_{ij} \frac{\partial E_{i}}{\partial r_{j}}(0) + \dots \qquad (1.32)$$

όπου στο τελευταίο βήμα έχει χρησιμοποιηθεί ο ορισμός για τις γνωστές ποσότητες της ηλεκτροστατικής



ηλεκτρικό φορτίο:
$$q = \int \rho(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$$
 (1.33α)

ηλεκτρική διπολική ροπή:
$$\mathbf{p} = \int \mathbf{r} \rho(\mathbf{r}) d^3 \mathbf{r}$$
 (1.33β)

ηλεκτρική τετραπολική ροπή:
$$Q_{ij} = \int (3r_i r_j - r^2 \delta_{ij}) \rho(\mathbf{r}) d^3 r$$
.
(1.33γ)

Η εξ. (1.32) δείχνει τον τρόπο με τον οποίο μια κατανομή φορτίου αλληλεπιδρά με ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο. Το φορτίο αλληλεπιδρά με το δυναμικό, η διπολική ροπή με το ηλεκτρικό πεδίο, η τετραπολική ροπή με την πρώτη παράγωγο του πεδίου, κ.ο.κ.

Η αλληλεπίδραση ενός εξωτερικού πεδίου με το ηλεκτρικό φορτίο του πυρήνα q = eZ δεν παρουσιάζει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Για τη μελέτη της αλληλεπίδρασης ενός εξωτερικού πεδίου με την ηλεκτρική διπολική ροπή του πυρήνα θα πρέπει πρώτα να ορίσουμε το κβαντικό ανάλογο της πυκνότητας φορτίου $\rho(\mathbf{r})$. Για το σκοπό αυτό ας θεωρήσουμε την κυματοσυνάρτηση

 $\Psi(\mathbf{r}_{1}^{(p)},\mathbf{r}_{2}^{(p)},...\mathbf{r}_{Z}^{(p)},\mathbf{r}_{Z+1}^{(n)},...\mathbf{r}_{A}^{(n)})$

που, όπως δείχνει ο συμβολισμός των μεταβλητών, περιγράφει την κατάσταση του πυρήνα με Z πρωτόνια (p) και A-Z ουδετερόνια (n). Η πιθανότητα ώστε το πρωτόνιο με δείκτη k να βρεθεί στη θέση \mathbf{r} δίνεται από την ποσότητα $P_k(\mathbf{r})dr$, όπου

$$P_{k}(\mathbf{r}) = \int |\Psi(\mathbf{r}_{1}^{(p)},...,\mathbf{r}_{A}^{(n)})|^{2} d^{3}r_{1}^{(p)}...d^{3}r_{k-1}^{(p)} d^{3}r_{k+1}^{(p)}...d^{3}r_{A}^{(n)} \quad (1.34)$$

Η ολοκλήρωση στην εξ. (1.34) καλύπτει όλες τις μεταβλητές πλην της μεταβλητής $\mathbf{r}_{k}^{(p)}$ που παίρνει την τιμή **r**. Η πυκνότητα ηλεκτρι-

κού φορτίου σε κάποιο σημείο του πυρήνα r εκφράζεται από την πιθανότητα να βρεθεί κάποιο πρωτόνιο στο σημείο αυτό και δίνεται προφανώς από την έκφραση

$$\rho(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{Z} e P_k(\mathbf{r})$$
(1.35)

όπου το άθροισμα εκτείνεται σε όλα τα πρωτόνια του πυρήνα.

Αν χρησιμοποιήσουμε την έκφραση της εξ. (1.35) για τον υπολογισμό μιας συνιστώσας της διπολικής ροπής, π.χ., τη συνιστώσα κατά τον άξονα Ζ, η εξ. (1.33β) παίρνει τη μορφή

$$p_{z} = \sum_{k=1}^{Z} \int ez_{k} |\Psi(\mathbf{r}_{1},...,\mathbf{r}_{A})| d^{3}r_{1}...d^{3}r_{A}$$

$$= (\Psi|\sum_{k=1}^{Z} ez_{k}|\Psi) = (\Psi|\mathbf{P}_{z}|\Psi)$$
(1.36)

όπου στο τελευταίο σκέλος έχει εισαχθεί ο τελεστής της ηλεκτρικής διπολικής ροπής

$$\mathbf{P} = \sum_{k=1}^{Z} e \mathbf{r}_k \ . \tag{1.37}$$

Από την έκφραση της εξ. (1.36) είναι τώρα εύκολο να δούμε ότι κάθε συνιστώσα της ηλεκτρικής διπολικής ροπής του πυρήνα p_i είναι ίση με το μηδέν. Το αποτέλεσμα αυτό είναι άμεση συνέπεια του γεγονότος ότι οι κυματοσυναρτήσεις που περιγράφουν τις ιδιοκαταστάσεις του πυρηνικού συστήματος έχουν συγκεκριμένη πάριτη. Ανεξάρτητα από την τιμή της πάριτης (άρτια ή περιττή) της κυματοσυνάρτησης $\Psi(\mathbf{r}_1,...,\mathbf{r}_A)$, το τετράγωνό της $|\Psi(\mathbf{r}_1,...,\mathbf{r}_A)|^2$ έχει πάντα άρτια πάριτη, δηλαδή



$$|\Psi(\mathbf{r}_{1},...,\mathbf{r}_{A})|^{2} = |\Psi(-\mathbf{r}_{1},...,-\mathbf{r}_{A})|^{2}.$$
 (1.38)

Επομένως, κάθε όρος του αθροίσματος στην εξ. (1.36) είναι το ολοκλήρωμα του γινομένου μιας άρτιας και μιας περιττής συνάρτησης και το ολοκλήρωμα μηδενίζεται. Όπως μπορεί να αποδειχτεί και γενικότερα, η ηλεκτρική διπολική ροπή ενός στατικού κβαντικού συστήματος μηδενίζεται.

Ο πρώτος όρος της εξ. (1.32) που συνεισφέρει ουσιαστικά στην ενέργεια αλληλεπίδρασης είναι ο όρος που περιέχει την ηλεκτρική τετραπολική ροπή και την πρώτη παράγωγο του ηλεκτρικού πεδίου. Σε αναλογία με την εξ. (1.36), η κβαντική έκφραση για την τετραπολική ροπή μπορεί να γραφεί ως

$$Q_{ij} = \sum_{k=1}^{Z} \int e(3(\mathbf{r}_{k})_{i}(\mathbf{r}_{k})_{j} - \delta_{ij}\mathbf{r}_{k}^{2}) |\Psi(\mathbf{r}_{1},...,\mathbf{r}_{A})|^{2} d^{3}r_{1}...d^{3}r_{A}$$

= $(\Psi | \sum_{k=1}^{Z} e(3(\mathbf{r}_{k})_{i}(\mathbf{r}_{k})_{j} - \delta_{ij}\mathbf{r}_{k}^{2}) |\Psi)$ (1.39)

όπου το άθροισμα εκτείνεται σε όλα τα πρωτόνια του πυρήνα. Αντίθετα με την ηλεκτρική διπολική ροπή, κάθε όρος της εξ. (1.39) περιέχει την ολοκλήρωση μιας άρτιας συνάρτησης που δεν έχει απαραίτητα μηδενικό αποτέλεσμα.

Η εξ. (1.39), όπως εκφράζεται από τους δείκτες *ij*, αντιπροσωπεύει τα εννέα στοιχεία του πίνακα της τετραπολικής ροπής Q_{ij} για *i,j* = x,y,z. Επιπλέον, κάθε στοιχείο του πίνακα της τετραπολικής ροπής μιας κατάστασης με σπιν J παίρνει 2J+1 τιμές που αντιστοιχούν στις 2J+1 κυματοσυναρτήσεις των μαγνητικών υποκαταστάσεων με προβολή του σπιν M = -J, ..., J. Ο αριθμός που κατά παράδοση αναφέρεται για την απόδοση της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής μιας πυρηνικής κατάστασης είναι η τιμή του στοιχείου του πίνακα

$$Q = (J, M = J) \frac{1}{e} Q_{zz} |J, M = J)$$

$$Q = (J, M = J) \sum_{k=1}^{Z} (3z_k^2 - r_k^2) |J, M = J)$$
(1.40)

όπου ο προφανής συμβολισμός εκφράζει την αναμενόμενη τιμή για την υποκατάσταση με τη μεγαλύτερη προβολή του σπιν κατά τον άξονα Z (M = J). Σύμφωνα με ένα βασικό θεώρημα της κβαντικής θεωρίας, το θεώρημα Wigner-Eckart, που αποδεικνύεται σε προχωρημένα συγγράμματα Κβαντικής Μηχανικής⁵, τα υπόλοιπα στοιχεία του πίνακα και οι ανάλογες εκφράσεις για υποκαταστάσεις με προβολή του σπιν $M \neq J$, συνδέονται με την ποσότητα της εξ. (1.40) με απλές γεωμετρικές σχέσεις.

Ο τελεστής της τετραπολικής ροπής που ορίσαμε υπό τη μορφή του ολοκληρώματος της εξ. (1.39) είναι δυνατόν να συνδεθεί με τις σφαιρικές αρμονικές $Y'_m(\theta, \varphi)$ για $\ell = 2$. Συγκεκριμένα, ο τελεστής

 $Q = \frac{1}{e} Q_{zz}$ της εξ. (1.40) μπορεί να γραφεί ως

$$Q = \sum_{k=1}^{Z} r_k^2 (3\cos^2\theta_k - 1) = \sqrt{\frac{16}{5}} \sum_{k=1}^{Z} r_k^2 Y_0^2(\theta_k, \varphi_k)$$
(1.41)

και η αντίστοιχη τιμή της τετραπολικής ροπής

$$Q = \sqrt{\frac{16}{5}} (J, M = 1) \sum_{k=1}^{Z} r_k^2 Y_0^2(\theta_k, \varphi_k) | J, M = 1).$$
(1.42)

Με την τελευταία μορφή της τετραπολικής ροπής είναι εύκολο να διαπιστώσουμε μια σημαντική ιδιότητα του πυρηνικού συστήμα-

⁵ B λ ., π . χ ., A. Messiah, *Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons, 1966.



τος: Η ηλεκτρική τετραπολική ροπή πυρηνικών καταστάσεων με σπιν J < I μηδενίζεται. Για να αποδείξουμε αυτή την ιδιότητα ας θεωρήσουμε την κυματοσυνάρτηση | F) που είναι το αποτέλεσμα της δράσης του τελεστή Q στην ιδιοσυνάρτηση του πυρήνα | J, M=J)

$$|\mathbf{F}) = \mathbf{Q}|J, \ M = J) = \sqrt{\frac{16}{5}} \sum_{k=1}^{Z} r_k^2 \, \mathbf{Y}_0^2(\theta_k, \varphi_k) | J, \ M = J). \quad (1.43)$$

Ο τελεστής $Y_0^2(\theta, \varphi)$ αντιστοιχεί σε στροφορμή $\ell = 2$ και περιμένουμε ότι η κατάσταση | F) στην εξ. (1.43) θα έχει στροφορμή L που θα δίνεται από το ανυσματικό άθροισμα

$$\mathbf{L} = \ell + \mathbf{J}. \tag{1.44}$$

Μπορούμε επομένως να γράψουμε το αποτέλεσμα της εξ. (1.43) ως ένα άθροισμα κυματοσυναρτήσεων

$$|\mathbf{F}) = \sum_{L=J-2}^{J+2} a_L |\mathbf{F}, L)$$
(1.45)

όπου οι καταστάσεις | F, L) είναι ιδιοσυναρτήσεις του τελεστή της στροφορμής. Καθ' όσον καταστάσεις με διαφορετική στροφορμή είναι ορθογώνιες, είναι φανερό ότι η αναμενόμενη τιμή (J, M=J|F) της εξ. (1.42) είναι διάφορη από το μηδέν αν μια από τις τιμές L στο άθροισμα της εξ. (1.45) είναι ίση με J. Αυτό βεβαίως δεν είναι δυνατόν για J = 0 [η μόνη τιμή που προκύπτει από την εξ. (1.44) είναι L = 2] και για J = 1/2 (L = 3/2, 5/2), αλλά είναι δυνατόν για L ≥ 1.

Όπως είναι φανερό από τον ορισμό της εξ. (1.40), η ηλεκτρική τετραπολική ροπή έχει διαστάσεις επιφανείας με μονάδα μέτρησης το barn (1 barn = 10^{-24} cm²). Η τιμή της τετραπολικής ροπής είναι στενά συνδεδεμένη με το σχήμα του πυρήνα (ακριβέστερα με το σχήμα της κατανομής ηλεκτρικού φορτίου μέσα στον πυρήνα). Για

σφαιρική κατανομή, η αναμενόμενη τιμή κάθε συνιστώσας κατά τους τρεις άξονες Χ,Υ,Ζ είναι ίση

$$\langle x^{2} \rangle = \langle y^{2} \rangle = \langle z^{2} \rangle = \frac{1}{3} \langle r^{2} \rangle$$
 (1.46)

και η έκφραση της εξ. (1.40) μηδενίζεται. Θετική τιμή της τετραπολικής ροπής αντανακλά επιμήκυνση του πυρήνα κατά τον άξονα Ζ, ενώ αρνητική τιμή αντιστοιχεί σε συμπίεση κατά τον άξονα Ζ.

1-8 Μαγνητική ροπή του πυρήνα

Η κατανομή των πρωτονίων μέσα στον πυρήνα διαμορφώνει μια πυκνότητα ηλεκτρικού φορτίου $\rho(\mathbf{r})$, ενώ η συνεχής κίνησή τους μια πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος $\mathbf{J}(\mathbf{r})$. Όπως και στην περίπτωση αλληλεπίδρασης του φορτίου με ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο $\mathbf{E}(\mathbf{r})$, μπορούμε να εξετάσουμε την αλληλεπίδραση της κατανομής ρεύματος με ένα εξωτερικό μαγνητικό πεδίο. Ακολουθώντας παράλληλη διαδικασία μπορούμε, σε αναλογία με την εξ. (1.32), να εκφράσουμε την ενέργεια αλληλεπίδρασης με μια προσεγγιστική σειρά

$$W = -\mathbf{\mu} \cdot \mathbf{B}(0) + \dots \tag{1.47}$$

όπου **B**(0) είναι η μαγνητική επαγωγή στην αρχή των συντεταγμένων και **μ** η **μαγνητική διπολική ροπή** (ή, συνήθως για συντομία, η **μαγνητική ροπή**) της πυκνότητας ρεύματος **J**(**r**)

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} \int \mathbf{r} \times \mathbf{J}(\mathbf{r}) d^3 r . \qquad (1.48)$$

BIBA

Θα έχει παρατηρηθεί ότι στην εξ. (1.47) έχει διατηρηθεί μόνον ο πρώτος όρος του αναπτύγματος. Όπως θα δούμε αμέσως στη συνέ-

χεια, σε αντίθεση με τις ηλεκτρικές ιδιότητες του πυρηνικού συστήματος, η μαγνητική διπολική ροπή δεν είναι απαραίτητα ίση με το μηδέν. Εξ' άλλου, σε αναλογία με την εξ. (1.32), ο επόμενος όρος της εξ. (1.47) περιέχει την αλληλεπίδραση της μαγνητικής τετραπολικής ροπής με την πρώτη παράγωγο της μαγνητικής επαγωγής και μπορεί να παραληφθεί στην προσέγγιση που αντιπροσωπεύει η εξ. (1.32).

Η μαγνητική ροπή που χαρακτηρίζει ένα σύστημα σωματίων με φορτίο q_k , μάζα m_k και ταχύτητα \mathbf{v}_k είναι δυνατόν να συνδεθεί με τη στροφορμή των σωματίων. Η πυκνότητα ρεύματος στην περίπτωση αυτή δίνεται από την έκφραση⁶

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{k} q_{k} \mathbf{v}_{k} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{k})$$
(1.49)

όπου \mathbf{r}_k είναι η συντεταγμένη του σωματίου k, ενώ η μαγνητική ροπή της εξ. (1.48) δίνει

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{1}{2} \sum_{k} q_{k} \left(\mathbf{r}_{k} \times \mathbf{v}_{k} \right) = \frac{1}{2} \sum_{k} \frac{q_{k}}{m_{k}} \ell_{k} \qquad (1.50)$$

όπου στο τελευταίο βήμα έχει χρησιμοποιηθεί ο ορισμός της τροχιακής στροφορμής

$$\int \delta(\mathbf{r}) d^3 r = 1$$

$$\delta(\mathbf{r}) = 0, \ \mathbf{r} \neq 0.$$

Από τον ορισμό έπεται ότι για μια συνεχή συνάρτηση $f(\mathbf{r})$

$$\int f(\mathbf{r})\delta(\mathbf{r}-\mathbf{a})d^3r = f(\mathbf{a}).$$



⁶ Στην εξ. (1.49) χρησιμοποιείται η συνάρτηση δέλτα του Dirac, που ορίζεται από τις σχέσεις

$$\ell = m(\mathbf{r} \times \mathbf{v}). \tag{1.51}$$

Η μαγνητική ροπή του πυρηνικού συστήματος που προέρχεται από την κίνηση των πρωτονίων μπορεί να προσδιοριστεί αμέσως από την εξ. (1.50) με την αντικατάσταση $q_k = e$ και $m_k = m_p$ ως

$$\mu = \frac{e}{2m_p} \sum_{k=1}^{Z} \ell_k = \frac{e}{2m_p} \mathbf{L}. \qquad (1.52)$$

όπου, βεβαίως, L είναι η ολική τροχιακή στροφορμή των πρωτονίων στο πυρηνικό σύστημα.

Ανάλογο αποτέλεσμα ως προς τη σύνδεση της μαγνητικής ροπής με τη στροφορμή επιτυγχάνεται για μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα με ολικό φορτίο Q και μάζα M. Αν στην εξ. (1.50) θεωρήσουμε το όριο $k \rightarrow \infty$ και σταθερό λόγο

$$\frac{q_k}{m_k} = \frac{Q}{M}$$

τότε η μαγνητική ροπή δίνεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{Q}{2M} \sum_{k=1}^{Z} \ell_k = \frac{Q}{2M} \mathbf{J}. \qquad (1.53)$$

όπου J είναι η ιδιοστροφορμή της σφαίρας.

Στο σημείο αυτό είναι άξιο να σημειώσουμε ότι η μαγνητική ροπή, όπως δίνεται στις εξ. (1.52) και (1.53), είναι άρτια συνάρτηση ως προς την αντιστροφή των συντεταγμένων $\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r}$. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η ταχύτητα μετασχηματίζεται ως

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \rightarrow -\frac{d\mathbf{r}}{dt} = -\mathbf{v}$$



και η στροφορμή ως

$$\ell = \mathbf{r} \times \mathbf{v} \to \ell \, .$$

Για το λόγο αυτό, αντίθετα με την περίπτωση της ηλεκτρικής διπολικής ροπής, περιμένουμε ότι η αναμενόμενη τιμή της μαγνητικής διπολικής ροπής για ένα κβαντικό σύστημα δεν μηδενίζεται απαραίτητα και διατηρήσαμε τον όρο $\mu \cdot \mathbf{B}$ στην εξ. (1.47).

Οι κλασικές εκφράσεις των εξ. (1.52) και (1.53) μπορούν να μεταφερθούν στην κβαντική μηχανική με αντικατάσταση των ανυσμάτων στροφορμής από τους αντίστοιχους τελεστές

$$\ell_k \rightarrow \hbar \ell_k$$
 για την τροχιακή στροφορμή (1.54a)

 $J \rightarrow \hbar s$ gia to spin. (1.54b)

Η σχέση που προκύπτει στην ατομική φυσική με την αντικατάσταση της εξ. (1.54α) στην εξ. (1.52) για την απόδοση της μαγνητικής ροπής που δημιουργεί η τροχιακή στροφορμή των ηλεκτρονίων

$$\boldsymbol{\mu}_{\ell} = \frac{e\hbar}{2m_e} \,\ell \tag{1.55}$$

όπου m_e είναι η μάζα του ηλεκτρονίου και ℓ ο τελεστής της στροφορμής, επιβεβαιώνεται από το πείραμα. Η κλασική όμως αντιστοιχία των εξ. (1.54) αποτυγχάνει στην πρόβλεψη της μαγνητικής ροπής των στοιχειωδών σωματίων. Το ηλεκτρόνιο, όπως προβλέπεται στη σχετικιστική κβαντική ηλεκτροδυναμική και όπως επιβεβαιώθηκε κατά τη δεκαετία του 1920 με τα κλασικά πλέον πειράματα των Stern και Gerlach, έχει μαγνητική ροπή διπλάσια απ' ότι προβλέπει η αντικατάσταση της εξ. (1.54β) στην εξ. (1.53), ήτοι μαγνητική διπολική ροπή του σπιν



$$\boldsymbol{\mu}_s = \frac{e\hbar}{m_e} \, \mathbf{s} \,. \tag{1.56}$$

Μεταγενέστερα πειράματα απέδειξαν επιπλέον ότι η μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου είναι στην πραγματικότητα κατά τι μεγαλύτερη⁷ από την πρόβλεψη της εξ. (1.56), γεγονός που οδήγησε κατά τη δεκαετία του 1940 στη βασική αναθεώρηση της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής. Τα αποτελέσματα αυτά, όπως επανειλημμένα έχει τονιστεί, αντανακλούν το γεγονός ότι το σπιν των στοιχειωδών σωματίων είναι καθαρά κβαντική έννοια και δεν επιδέχεται ταύτιση με κλασικές έννοιες όπως η ιδιοστροφορμή.

Η απόκλιση των κλασικών προβλέψεων από την μετρούμενη μαγνητική ροπή ενός σωματίου στον υποατομικό κόσμο αποδίδεται συμβατικά με την εισαγωγή ενός συντελεστή $g_J^{(X)}$, ο οποίος έχει καθιερωθεί με την ονομασία συντελεστής Landé, ενώ στο συμβολισμό ο άνω δείκτης αναφέρεται στη φύση του σωματίου και ο κάτω δείκτης στον τύπο της στροφορμής. Έτσι, η μαγνητική ροπή αποδίδεται από τη σχέση

$$\boldsymbol{\mu}_{J} = g_{J}^{(\chi)} \frac{e\hbar}{2m_{\chi}} \mathbf{J}$$
(1.57)

για X = p, n, e και $J = \ell$, s. Παράλληλα, ο συντελεστής αναλογίας μεταξύ μαγνητικής ροπής και στροφορμής

⁷ Η ακριβής πρόβλεψη της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής θεωρίας είναι

$$g_s^{(e)} = 2\left(1 + \frac{\alpha}{2\pi}\right) = 2.00232$$

όπου $\alpha = \frac{1}{137}$ είναι η σταθερά λεπτής υφής [βλ. J. Schwinger, Phys. Rev. 73 (1948) 416L; Phys. Rev. 76 (1949) 760].



$$\gamma = g_J^{(\chi)} \frac{e\hbar}{2m_\chi} \tag{1.58}$$

έχει καθιερωθεί με την ονομασία γυρομαγνητικός λόγος.

Όπως είδαμε, για το ηλεκτρόνιο, ο συντελεστής Landé παίρνει τις τιμές

$$g_{\ell}^{(c)} = 1$$
 (1.59)

και

$$g_s^{(e)} = 2$$
 (1.60)

και η μαγνητική ροπή του ηλεκτρονίου λόγω τροχιακής στροφορμής και σπιν δίνεται αντίστοιχα από τις εξ. (1.55) και (1.56). Με σκοπό την έκφραση της μαγνητικής ροπής του ατομικού συστήματος με αριθμούς χωρίς διαστάσεις, έχει καθιερωθεί ως μονάδα μέτρησης η ποσότητα

$$\mu_{\rm B} = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.789 \times 10^{-9} \text{ eV/Gauss}$$
 (1.61)

που, προς τιμή του πρωτεργάτη της Ατομικής Φυσικής Niels Bohr, ονομάζεται μαγνητόνη Bohr.

Η εξέταση της μαγνητικής ροπής που οφείλεται στην ύπαρξη των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα οδηγεί σε ακόμη πιο παράξενα αποτελέσματα. Αν ως μονάδα μέτρησης της μαγνητικής ροπής υιοθετήσουμε, σε αναλογία με την εξ. (1.61), την πυρηνική μαγνητόνη

$$\mu_{\rm N} = \frac{e\hbar}{2m_p} = 3.153 \times 10^{-12} \text{ eV/Gauss}$$
 (1.62)

όπου mp είναι η μάζα του πρωτονίου, από την προηγούμενη ανάλυ-

ση αναμένουμε για μεν το πρωτόνιο

$$\mu_{\ell}^{(p)} = 1 \ \mu_{N}, \ \mu_{s}^{(p)} = 2 \ \mu_{N}$$
(1.63)

για δε το αφόρτιστο ουδετερόνιο

$$\mu_{\ell}^{(n)} = \mu_{s}^{(n)} = 0. \tag{1.64}$$

Όπως θα δούμε αργότερα, τα αποτελέσματα από τη μελέτη της πυρηνικής δομής είναι συνεπή με τιμές της μαγνητικής ροπής που δημιουργείται από την τροχιακή κίνηση των νουκλεονίων

$$\mu_{\ell}^{(p)} = 1 \ \mu_{N} \ \kappa \alpha \iota \ \mu_{\ell}^{(n)} = 0. \tag{1.65}$$

Αντίθετα όμως με τις προβλέψεις των εξ. (1.63) και (1.64) η μαγνητική ροπή των νουκλεονίων που προέρχεται από το σπιν έχει μετρηθεί ως

$$\mu_s^{(p)} = 2.7927 \ \mu_N \tag{1.66}$$

και

$$\mu_s^{(n)} = -1.9131 \ \mu_N. \tag{1.67}$$

Οι τιμές αυτές αντανακλούν το γεγονός ότι, σύμφωνα με τα όσα γνωρίζουμε σήμερα, το νουκλεόνιο δεν είναι «στοιχειώδες» σωμάτιο, όπως το ηλεκτρόνιο και η εξήγησή τους πρέπει να αναζητηθεί στην εσωτερική του δομή.

Η ολική μαγνητική διπολική ροπή του πυρήνα είναι το ανυσματικό άθροισμα των μαγνητικών ροπών (τροχιακής και σπιν) κάθε νουκλεονίου, ήτοι



$$\mu = \sum_{k=1}^{Z} \left[(\mu_{\ell}^{(p)})_{k} + (\mu_{s}^{(p)})_{k} \right] + \sum_{k=1}^{N} \left[(\mu_{\ell}^{(n)})_{k} + (\mu_{s}^{(n)})_{k} \right]$$
$$= \frac{e\hbar}{2m_{p}} \sum_{k=1}^{Z} \left[g_{\ell}^{(p)} \ell_{k} + g_{s}^{(p)} \mathbf{s}_{k} \right] + \sum_{k=1}^{N} g_{s}^{(n)} \mathbf{s}_{k} \qquad (1.68)$$

όπου

$$g_{\ell}^{(p)} = 1$$

$$g_{\ell}^{(n)} = 0$$

$$g_{s}^{(p)} = 5.5854$$

$$g_{s}^{(n)} = -3.8262.$$
(1.69)

Παρατηρείται ότι αν και ο ανυσματικός τελεστής της εξ. (1.68) έχει κάποια ομοιότητα με τον τελεστή της ολικής στροφορμής J του πυρήνα

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^{A} (\ell_{k} + \mathbf{s}_{k}), \qquad (1.70)$$

τα ανύσματα J και μ δεν έχουν την ίδια διεύθυνση. Σε κάθε όρο του αθροίσματος της εξ. (1.68), τα ανύσματα (μ_{ℓ})_k και (μ_{s})_k είναι αντίστοιχα παράλληλα προς τα ανύσματα ℓ_{k} και s_k, αλλά, επειδή πολλαπλασιάζονται με διαφορετικούς συντελεστές, το άθροισμά τους

$$\boldsymbol{\mu}_{k} = (\boldsymbol{\mu}_{\ell})_{k} + (\boldsymbol{\mu}_{s})_{k}$$

den écei thn ídia dieú θ unsh me thn olikh strogormh tou noukleoníou $\mathbf{j}_k = \ell_k + \mathbf{s}_k$.

Η σχετική φορά της μαγνητικής ροπής και της ολικής στροφορμής για ένα νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα απεικονίζεται στο σχήμα 1-6. Όπως φαίνεται από το σχήμα, η ολική μαγνητική ροπή του πυρήνα μ δεν είναι απαραίτητα παράλληλη προς την ολική στροφορμή J. Τούτο σημαίνει ότι, καθ' όσον η στροφορμή είναι το φυσικό μέγεθος που διατηρείται, η μαγνητική ροπή της εξ. (1.68) δεν αποτελεί σταθερά του συστήματος. Η ποσότητα που παραμένει σταθερή ως προς το χρόνο και μετράται σε ένα πείραμα είναι η προβολή του ανύσματος μ στο άνυσμα J

$$\boldsymbol{\mu}_0 = \frac{\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{J}}{J^2} \, \mathbf{J} \,. \tag{1.71}$$

Αν, ως συνήθως, θεωρήσουμε ένα σύστημα συντεταγμένων με τον άξονα Ζ κατά τη διεύθυνση J, τότε η αναμενόμενη τιμή του τελεστή της μαγνητικής ροπής είναι

$$\mu_{z} = (JM) \mu_{z} | JM) = (JM) \mu_{0} | JM)$$
(1.72)

ενώ η μέση τιμή προς το χρόνο για όλες τις άλλες συνιστώσες του τελεστή μ μηδενίζονται.

Η εξ. (1.72) αντιπροσωπεύει 2J + 1 αριθμούς για τις ισάριθμες υποκαταστάσεις $|JM\rangle$ με M = -J, -J+1, ..., J. Όπως και στην περίπτωση της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής, η μαγνητική διπολική ροπή μιας κατάστασης του πυρηνικού συστήματος δίνεται συμβατικά για την κατάσταση με την μεγαλύτερη προβολή του σπιν

$$\mu = (J, M = J | \mu_z | J, M = J)$$
(1.73)

που συνδέεται με την αναμενόμενη τιμή για τις υπόλοιπες μαγνητικές υποκαταστάσεις μέσω απλών γεωμετρικών σχέσεων.

Όπως διαφαίνεται από την εξ. (1.68), η μορφή του τελεστή της μαγνητικής διπολικής ροπής είναι αρκετά πολύπλοκη. Η τροχιακή



Σχήμα 1-6 Ανυσματικό διάγραμμα της σχετικής διάταξης της στροφορμής και μαγνητικής ροπής ενός νουκλεονίου μέσα στον πυρήνα. (α) πρωτόνιο. (β) ουδετερόνιο.

στροφορμή l_k και η διεύθυνση του σπιν s_k κάθε νουκλεονίου δεν είναι καλοί κβαντικοί αριθμοί. Συνεχώς μεταβάλλονται μέσα στο πυρηνικό σύστημα με μόνο περιορισμό να διατηρούν σταθερό το ανυσματικό άθροισμα J της εξ. (1.70). Η αναλυτική μορφή του τελεστή μ θα μας απασχολήσει πάλι όταν θα εξετάσουμε τα διάφορα πρότυπα διάταξης των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1-1 Δίνονται οι πυρήνες

⁴²Ti, ⁴⁵Ar, ⁵⁰Mn, ⁴⁵K, ⁴⁶Sc, ⁴⁴Ti, ⁴⁷Ti, ⁴⁸V, ⁴⁶Ti, ⁴⁴K, ⁵⁰Ti, ⁴⁵Cr, ⁴³Ar

α. Συμβουλευτείτε ένα πίνακα ατομικών αριθμών (που θα βρείτε π.χ.
 στο βιβλίο Χημείας του Λυκείου) και αποδώστε τους προηγούμε νους πυρήνες στον αναλυτικό συμβολισμό ^A/_Z X_N.

- β. Κατατάξτε τους προηγούμενους πυρήνες σε ομάδες ισοτόπων του ίδιου στοιχείου, ισοβαρών πυρήνων και ισότονων πυρήνων.
- 1-2 Στον προφορικό λόγο, ένας συγκεκριμένος πυρήνας αναφέρεται με το όνομα του στοιχείου συνοδευόμενο από τον μαζικό αριθμό. Για τον πυρήνα ⁹⁰Sr λέμε για παράδειγμα «στρόντιο-90». Γράψτε στον αναλυτικό συμβολισμό ^A_ZX_N τους πυρήνες: καίσιο-137, οξυγόνο-16, ουράνιο-235, δημήτριο-140, ήλιο-3, χρυσός-197 και μόλυβδος-208.
- 1-3 Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα της εξ. (1.3) υπολογίστε τη συνάρτηση της εξ. (1.2) για τους πυρήνες ⁵²Cr, ¹³⁷Cs και ²⁰⁹Bi. Αποδώστε τα αποτελέσματά σας σε γραφική παράσταση.
- 1-4 Δείξτε ότι η εξ. (1.2) μπορεί να γραφεί ως

$$\lambda = \frac{876.7}{\sqrt{E}\sqrt{mc^2}} \text{ fm}$$

όπου οι ποσότητες mc^2 και E εκφράζονται σε μονάδες MeV.

- 1-5 Δείξτε ότι η πυκνότητα των νουκλεονίων $\rho(r)$ μειώνεται στην τιμή $\frac{1}{2}\rho_0$ σε απόσταση r = R από το κέντρο του.
- 1-6 Δείξτε ότι η πυκνότητα των νουκλεονίων $\rho(r)$ μειώνεται από 90% σε 10% της τιμής ρ_0 σε μια απόσταση t = 4.4a.
- 1-7 Πόσο θα ζύγιζε μια σφαιρική σταγόνα βροχής με διάμετρο 3 mm av
 το νερό είχε την ίδια πυκνότητα με τον πυρήνα του ατόμου;
- 1-8 Αποδώστε σε γραφική παράσταση την εξ. (1.2) για τον πυρήνα ²⁰⁹Bi.



- 1-9 Ένα ιδανικό αέριο σε θερμοκρασία 0 C και κανονική πίεση περιέχει 2.687×10^{19} μόρια ανά κυβικό εκατοστόμετρο.
 - α. Εκτιμείστε τη μέση απόσταση μεταξύ πυρήνων στο αέριο ²⁰Ne, αν αυτό θεωρηθεί ως ιδανικό, ως συνάρτηση της ακτίνας του πυρήνα του *R*.
 - β. Εκτιμείστε το ποσοστό του όγκου της ατμόσφαιρας που καταλαμβάνουν τα νουκλεόνια των συστατικών της (σε θερμοκρασία 0 C). Θεωρείστε ότι η ατμόσφαιρα αποτελείται από 78 % ¹⁴N και 22 % ¹⁶O.

Σχολιάστε τα προηγούμενα αποτελέσματα.

- 1-10 Ποιος είναι ο λόγος της ηλεκτροστατικής δύναμης προς τη δύναμη βαρύτητας για δύο πρωτόνια σε απόσταση 1 cm; Πως μεταβάλλεται ο λόγος των δύο δυνάμεων ως συνάρτηση της απόστασης μεταξύ των δύο πρωτονίων;
- 1-11 Υπολογίστε την ελκτική δύναμη Coulomb που αναπτύσσεται μεταξύ του πρωτονίου και του ηλεκτρονίου στο άτομο του υδρογόνου. Συγκρίνετε τη δύναμη αυτή με τις δυνάμεις που υπολογίσατε στην προηγούμενη άσκηση.
- 1-12 Αποδείξτε την εξ. (1.5).
- 1-13 Η ηλεκτροστατική ενέργεια του πυρήνα δίνεται από την εξ. (1.5) αν υποθέσουμε ότι ο πυρήνας είναι μια ομοιόμορφα φορτισμένη σφαίρα με ολικό ηλεκτρικό φορτίο Ze. Πώς μεταβάλλεται η εξ. (1.5) αν θεωρήσουμε ότι το φορτίο Ze είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα μόνο στην επιφάνεια του πυρήνα, όπως στην περίπτωση ενός σφαιρικού αγωγού; Υπολογίστε την ηλεκτροστατική ενέργεια που περιέχεται στους πυρήνες ¹¹⁸Sn, ¹⁵⁷Gd και ²⁰⁸Pb για τα δύο πρότυπα κατανομής

φορτίου. Πόση είναι η % διαφορά που προβλέπεται για την ηλεκτροστατική ενέργεια μεταξύ των δύο προτύπων;

1-14 Σύμφωνα με την εξ. (1.10), κάθε νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα συνεισφέρει στροφορμή που μετράται από τον τελεστή

$$\mathbf{j} = \ell + \mathbf{s}$$

όπου οι τελεστές **j**, ℓ και **s** ικανοποιούν ιδιοεξισώσεις ανάλογες προς τις εξ. (1.9) με κβαντικούς αριθμούς αντίστοιχα (j,m_j) , (ℓ,m_j) και (s,m_s) .

α. Ποια είναι γενικά η σχέση μεταξύ των κβαντικών αριθμών j, l και

s; Ποια η σχέση στην ειδική περίπτωση $s = \frac{1}{2}$;

- β. Ποια είναι γενικά η ιδιοτιμή του τελεστή l·s;
- γ. Δείξτε ότι στην ειδική περίπτωση $s = \frac{1}{2}$, ο τελεστής ℓ ·s μπορεί να πάρει μόνο δύο διακριτές ιδιοτιμές.
- 1-15 Η πρώτη διεγερμένη κατάσταση του πυρήνα ⁹² Μο έχει στροφορμή J
 = 2. Αν θεωρήσετε τον πυρήνα ως μια στερεή σφαίρα, πόσες φορές ανά δευτερόλεπτο εκτελεί μια πλήρη περιστροφή και ποια η ενέργεια περιστροφής;
- 1-16 Αποδείξτε τις εξ. (1.20).
- 1-17 Αν ορίσουμε τους τελεστές

$$\tau_{\pm} = \tau_x \pm \tau_y$$

ποιο είναι το αποτέλεσμα της δράσης των τελεστών αυτών στις κυ-

ματοσυναρτήσεις του νουκλεονίου $\varphi_{\pm 1/2}^{1/2}$;

1-18 Θεωρείστε ότι ένας πυρήνας έχει σφαιροειδές σχήμα με ημιάξονες μήκους c και a αντίστοιχα κατά τον άξονα Z και το επίπεδο XY. Αν το ηλεκτρικό φορτίο των πρωτονίων Ze είναι κατανεμημένο ομοιόμορφα καθ' όλο τον όγκο του πυρήνα, δείξτε ότι η ηλεκτρική τετραπολική ροπή δίνεται από τη σχέση

$$Q=\frac{4}{5}\eta R^2 Ze$$

όπου

$$\eta = \frac{c^2 - a^2}{c^2 + a^2}$$
$$R = \frac{1}{2} (c^2 + a^2)$$

και

Υπολογίστε την τετραπολική ροπή του πυρήνα 238 U av a = 1.07 A^{1/3} και c = 1.2a.

- 1-19 Η μαγνητική διπολική ροπή της γης έχει μετρηθεί ως $\mu = 8.1 \times 10^{25}$ erg/Gauss. Συγκρίνετε το γυρομαγνητικό λόγο της γης με το γυρομαγνητικό λόγο του ηλεκτρονίου και του πρωτονίου.
- 1-20 Με βάση τη διάταξη του σχήματος 1-6(α) για ένα πρωτόνιο σε τροχιά στροφορμής *l*, υπολογίστε την προβολή της μαγνητικής δι-πολικής ροπής μ₀. Αν ορίσουμε το συντελεστή g_j με τη σχέση

$$\mu_0 = g_j j_k \mu_N$$

αποδείξτε ότι, για τις δύο περιπτώσεις $j = \ell \pm s$, ισχύει



Ι.Ο πυρήνας του Ατόμου

$$g_{j}^{(+)} = g_{\ell} \frac{\ell}{\ell + s} + g_{s} \frac{s}{\ell + s} \quad (j = \ell + s)$$

$$g_{j}^{(-)} = g_{\ell} \frac{\ell}{\ell - s + 1} - g_{s} \frac{s}{\ell - s + 1} \quad (j = \ell - s)$$

.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Πυρηνική σταθερότητα

Η ΣΥΓΚΡΟΤΗΣΗ ΤΟΥ ΑΤΟΜΙΚΟΥ ΠΥΡΗΝΑ από πρωτόνια και ουδετερόνια συνεπάγεται καταβολή έργου. Αν το τελικό σύστημα είναι σταθερό σημαίνει ότι κατά τη συγκρότησή του απελευθερώθηκε ενέργεια, η οποία θα πρέπει να καταβληθεί αν θελήσουμε να το διασπείρουμε πάλι σε ελεύθερα νουκλεόνια. Αντίθετα, αν το τελικό σύστημα είναι ασταθές, θα πρέπει να έχει καταβληθεί κάποιο έργο για τη συγκρότησή του – για τη συγκέντρωση των νουκλεονίων στον περιορισμένο χώρο του πυρήνα – το οποίο παραμένει με τη μορφή αποθηκευμένης ενέργειας και θα αποδοθεί στο περιβάλλον αν κάποτε ο πυρήνας αποσυντεθεί σε ελεύθερα νουκλεόνια. Αν επιπλέον συμπεριλάβουμε και τη μικρή επιπρόσθετη ενέργεια που απαιτείται για τη δημιουργία του τελικού ουδέτερου ατόμου με την προσθήκη ηλεκτρονίων, το ισοζύγιο ενέργειας οδηγεί στον ορισμό της **ενέργειας σύνδεσης**

$$B(A,Z) = ZM_{H} + (A - Z)m_{n} - M(A,Z)$$
(2.1)

όπου M_H είναι η μάζα του ουδέτερου ατόμου του υδρογόνου, m_n η μάζα του ουδετερονίου και M(A, Z) η μάζα του ουδέτερου ατόμου με μαζικό αριθμό A και ατομικό αριθμό Z. Η ποσότητα B(A, Z) στην εξ.

(2.1) μπορεί να εκφραστεί, σύμφωνα με το Παράρτημα Α, είτε σε ατομικές μονάδες μάζας (amu) ή, μέσω της σχέσης $E = mc^2$, σε MeV. Θα έχει θετική τιμή για σταθερά πυρηνικά συστήματα και αρνητική για ασταθή.

Είναι βέβαιο ότι η συλλογή ενός αυθαίρετου αριθμού Z πρωτονίων και N ουδετερονίων δεν είναι απαραίτητο ότι θα δημιουργήσει ένα σταθερό σύστημα. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα μελετήσουμε τη μάζα του πυρήνα M(A,Z), την οποία εμφανίζει ένα σύστημα Aνουκλεονίων, όπως είναι γνωστή σήμερα από πειραματικές μετρήσεις και θεωρητικές εκτιμήσεις. Θα μελετήσουμε ακόμη τους μηχανισμούς που, στην περίπτωση όπου το σύστημα είναι ασταθές, μπορούν να προκαλέσουν τη μετάπτωσή του σε ένα ή περισσότερα συστήματα με μικρότερη αποθηκευμένη ενέργεια.

2-1 Μάζα και ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα

Η μάζα *M*(*A*,*Z*) του ατομικού πυρήνα είναι σήμερα γνωστή σε όλη την έκταση του Περιοδικού Συστήματος με ακρίβεια 6 ή 7 σημαντικών ψηφίων. Η πληθώρα των δεδομένων που έχουμε στη διάθεσή μας προέρχεται κυρίως από δύο κατηγορίες μετρήσεων. Στην πρώτη κατηγορία η πυρηνική μάζα προσδιορίζεται από την απόκλιση του αντίστοιχου ιονισμένου ατόμου κατά τη διέλευσή του μέσα από ηλεκτρικά και μαγνητικά πεδία γνωστής έντασης. Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν μετρήσεις ενεργειακής διαφοράς μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης σε πυρηνικές αντιδράσεις.

Όπως είναι γνωστό, ένα φορτισμένο σωμάτιο, το οποίο κινείται με ταχύτητα ν μέσα σε ένα ηλεκτρικό πεδίο Ε και ένα μαγνητικό πεδίο B, υπόκειται στη δύναμη Lorentz

$$\mathbf{F} = q\left(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}\right). \tag{2.2}$$

Η μεταβολή της ορμής του p ως προς το χρόνο δίνεται επομένως 🔊



Σχήμα 2-1 Πηγή ιόντων και ηλεκτροστατικό φίλτρο ενέργειας.

από τη σχέση

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \tag{2.3}$$

η οποία προσδιορίζει την τροχιά του. Η σχέση αυτή είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της μάζας του σωματίου.

Αν, για παράδειγμα, το σωμάτιο κινείται απλώς μέσα σε ένα ομογενές ηλεκτρικό πεδίο Ε, κάθετο προς την ταχύτητα του σωματίου, η εξ. (2.3) παίρνει την απλή μορφή

$$\frac{mv^2}{\rho_E} = qE \tag{2.4}$$

που περιγράφει κυκλική κίνηση με ακτίνα ρ_E . Η πειραματική εκμετάλλευση της τελευταίας σχέσης περιγράφεται διαγραμματικά στο σχήμα 2-1. Στο δεξιό μέρος της διάταξης μια πηγή ιόντων δημιουργεί άτομα με φορτίο q = ne αφαιρώντας n ηλεκτρόνια από ουδέτερα άτομα ενός ισοτόπου. Ο ιονισμός αυτός μπορεί να προέλθει είτε με βομβαρδισμό ηλεκτρονίων ή με συντονισμό σε κατάλληλη ραδιο-

συχνότητα όταν το στοιχείο βρίσκεται σε αέρια μορφή. Η εξαγωγή ιόντων συγκεκριμένης ενέργειας πραγματοποιείται με την βοήθεια ενός ηλεκτροδίου με αρνητικό δυναμικό στην έξοδο της πηγής. Οι δύο κυκλικές γραμμές στο αριστερό μέρος της συσκευής αντιπροσωπεύουν ένα κυλινδρικό πυκνωτή σε διαφορά δυναμικού *V*. Ιόντα με φορτίο *ne* και ταχύτητα **v** που ικανοποιεί την εξ. (2.4) ακολουθούν την τροχιά που σημειώνεται με την διακεκομμένη γραμμή ενώ ιόντα με μεγαλύτερη ή μικρότερη ταχύτητα καταλήγουν αντίστοιχα στους οπλισμούς του πυκνωτή A ή B. Av η απόσταση ℓ μεταξύ των οπλισμών A και B είναι πολύ μικρότερη από την ακτίνα της τροχιάς ρ_E ($\ell << \rho_E$), τότε το ηλεκτρικό πεδίο είναι παράλληλο προς την ακτίνα και ίσο προς *V*/ ℓ . Η εξ. (2.4) στην περίπτωση αυτή παίρνει τη μορφή

$$\frac{1}{2}mv^2 = neV\frac{\rho_E}{2\ell}$$
(2.5)

Η ηλεκτροστατική διάταξη του σχήματος 2-1 είναι επομένως ένα φίλτρο ενέργειας. Αν τροφοδοτηθεί με ιόντα φορτίου ne με διάφορες μάζες και ταχύτητες, θα επιτρέψει τη διέλευση μόνον εκείνων που η ενέργειά τους έχει την τιμή που προσδιορίζει το δεξιό μέρος της εξ. (2.5).

Διάφορη είναι η συμπεριφορά ενός ιόντος κατά τη διέλευσή του μέσα από ένα μαγνητικό πεδίο. Η δύναμη πάνω στο φορτισμένο σωμάτιο δίνεται από την εξ. (2.2) ως *nevB* και έχει διεύθυνση κάθετη προς τη διεύθυνση της μαγνητικής επαγωγής και της ταχύτητας. Σε αναλογία με την εξ. (2.4), η κεντρομόλος δύναμη δίνεται από τη σχέση

$$\frac{mv^2}{\rho_M} = nevB$$



Σχήμα 2-2 Διαγραμματική παράσταση φασματογράφου για τη μέτρηση πυρηνικής μάζας.

ή

$$mv = neB\rho_{M} \tag{2.7}$$

όπου ρ_M είναι η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς του ιόντος.

Από την τελευταία σχέση μπορούμε να αναγνωρίσουμε το μαγνητικό πεδίο ως ένα φίλτρο ορμής. Η ακτίνα της τροχιάς ιόντων με φορτίο *ne* και διάφορες μάζες και ταχύτητες χαρακτηρίζει την ορμή του ιόντος.

Ο συνδυασμός ενός φίλτρου ενέργειας και ενός φίλτρου ορμής μπορεί να οδηγήσει στο μονοσήμαντο προσδιορισμό της μάζας ενός ιόντος. Η διάταξη που δίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 2-2 απαντάται με την ονομασία φασματογράφος και αποτέλεσε στο παρελθόν ένα από τα ισχυρότερα εργαλεία της πυρηνικής φυσικής. Σύμφωνα με το διάγραμμα, άτομα που ιονίζονται με φορτίο *ne* στην πηγή της διάταξης οδηγούνται μέσω ενός επιλεγμένου δυναμικού *V* και ενός μαγνητικού πεδίου σε διακριτές τροχιές, οι οποίες καταλήγουν σε μια φωτογραφική πλάκα. Από το συνδυασμό των εξ. (2.5) και (2.7), ένα ιόν που διαγράφει τις δύο κυκλικές τροχιές με ακτίνες ρ_E και ρ_M έχει μάζα

$$m = ne \frac{\rho_M^2 B^2 \ell}{\rho_E V}.$$
 (2.8)

Σύγχρονοι φασματογράφοι αποτελούνται από μια σειρά φίλτρων ενέργειας και ορμής και η ακρίβειά τους στον προσδιορισμό της πυρηνικής μάζας ξεπερνά το 1:10⁶.

Σε μια δεύτερη κατηγορία μετρήσεων, η ακριβής γνώση της μάζας ορισμένων ισοτόπων μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της μάζας άλλων, κυρίως ασταθών, πυρήνων που εμφανίζονται ως παράγωγα πυρηνικών αντιδράσεων. Αν σε μια αντίδραση της μορφής

$$a + b \rightarrow c + x \tag{2.9}$$

είναι γνωστές οι μάζες των πυρήνων a, b και c, τότε, όπως θα δούμε στο Κεφάλαιο 9, η μάζα του πυρήνα x είναι δυνατόν να προσδιοριστεί από την εφαρμογή της διατήρησης ενέργειας και ορμής που συνδέουν την αρχική με την τελική κατάσταση.

Τιμές της πυρηνικής μάζας δίνονται συνήθως μέσω της ποσότητας Δ κατά την οποία η μάζα του αντίστοιχου ουδέτερου ατόμου M(A,Z) υπερβαίνει τον μαζικό αριθμό A

$$\Delta = M(A,Z) - A \tag{2.10}$$

BIBA

η οποία αναφέρεται ως πλεόνασμα μάζας ή έλλειμμα μάζας. Ένας σύγχρονος πίνακας ταξινόμησης πυρηνικών μαζών μέσω του πλεονάσματος μάζας (σε μονάδες ενέργειας) περιέχεται στο Παράρτημα Β. Μέσω του πλεονάσματος μάζας Δ η μάζα του πυρήνα μπορεί να υπολογιστεί είτε σε ατομικές μονάδες μάζας (amu) ή σε μονάδες ενέργειας (MeV) ως

$$M(A,Z) = A + \frac{\Delta}{931.478}$$
 amu = 931.478 $A + \Delta$ MeV (2.11)

όπου στην τελευταία σχέση έχει χρησιμοποιηθεί η σχέση 1 amu = 931.478 MeV.

Το πλεόνασμα μάζας που ορίζεται στην εξ. (2.10) είναι στενά συνδεδεμένο με την ενέργεια σύνδεσης της εξ. (2.1). Μια παράγωγη ποσότητα που θα φανεί χρήσιμη στη συνέχεια είναι και η μέση ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο που θα ορίσουμε ως B(A,Z)/A. Η μεταβολή της ποσότητας αυτής για τους σταθερούς πυρήνες σε όλη την έκταση του περιοδικού συστήματος δίνεται στο σχήμα 2-3. Αν εξαιρέσουμε μερικές ανωμαλίες για A < 30, η ποσότητα B/A αυξάνει ομαλά μέχρι την περιοχή $A \cong 50$ και εφεξής παραμένει σταθερή γύρω στα 8.5 MeV. Σε βαρύτερους πυρήνες η μέση ενέργεια σύνδεσης ελαττώνεται κάπως μέχρι την τιμή των 7.4 MeV στην περιοχή του ουρανίου.

Είναι ενδιαφέρον να συγκρίνουμε τα δεδομένα του σχήματος 2-3 με τη μεταβολή της μέσης ενέργειας Coulomb ανά πρωτόνιο W/Z που προκύπτει από την εξ. (1.14). Στην περίπτωση της ηλεκτροστατικής ενέργειας που βρίσκεται αποθηκευμένη μέσα στον πυρήνα

$$\frac{W}{Z} \propto Z \tag{2.12}$$

και η μέση ενέργεια σύνδεσης ανά πρωτόνιο αυξάνει γραμμικά με τον αριθμό των πρωτονίων μέσα στο σύστημα. Αυτό είναι φυσικά το αποτέλεσμα που περιμένουμε αν θεωρήσουμε ότι κάθε πρωτόνιο αλληλεπιδρά με καθένα από τα άλλα πρωτόνια μέσα στον πυρήνα.

Σε ένα πυρήνα με ατομικό αριθμό Z σχηματίζονται $\frac{1}{2}Z(Z-1)$ δια-



Σχήμα 2-3 Μεταβολή της μέσης ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο ως προς τον μαζικό αριθμό Α για τους σταθερούς πυρήνες του περιοδικού συστήματος. Η περιοχή $.4 \le 32$ δίνεται σε μεγέθυνση στο αριστερό μέρος του σχήματος.

κριτά ζεύγη και περιμένουμε ότι η ολική ενέργεια σύνδεσης θα είναι ανάλογη του Z^2 . Αντίθετα η καμπύλη του σχήματος 2-3 δείχνει ότι η ολική ενέργεια σύνδεσης του πυρήνα είναι ανάλογη προς τον αριθμό των νουκλεονίων που τον αποτελούν, δηλαδή, ότι κάθε νουκλεόνιο είναι προσαρτημένο στον πυρήνα με περίπου ίση ενέργεια σύνδεσης. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί στο συμπέρασμα ότι ένα νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα θα πρέπει να αλληλεπιδρά μόνο με ένα περιορισμένο αριθμό νουκλεονίων στο άμεσο περιβάλλον του. Η συμπεριφορά αυτή που θα αποδώσουμε με τον όρο κορεσμός των πυρηνικών δυνάμεων θα μας απασχολήσει στην επόμενη παράγραφο.

Μια επιπλέον ποσότητα που αποδίδει την πυρηνική σταθερότητα

BIBAN

είναι η ελάχιστη ενέργεια S_X που απαιτείται για την απόσπαση από τον πυρήνα ενός νουκλεονίου ή ενός συστήματος νουκλεονίων. Η ποσότητα αυτή ενέργειας, που θα ονομάσουμε ενέργεια διαχωρισμού, δίνεται, με την βοήθεια της εξ. (2.1), από τις σχέσεις

για ουδετερόνιο (X = n)

$$S_{n} = [M(A-1,Z) + m_{n}] - M(A,Z)$$

= B(A,Z) - B(A-1,Z) (2.13a)

για πρωτόνιο (X = p)

$$S_{p} = [M(A-1, Z-1) + M_{H}] - M(A, Z)$$
$$= B(A, Z) - B(A-1, Z-1)$$
(2.13β)

για σωμάτιο α ($X = \alpha$)

$$S_{\alpha} = [M(A-4, Z-2) + M_{\text{He}}] - M(A, Z)$$

= $B(A, Z) - B(A-4, Z-2) - B(4, 2)$ (2.13 γ)

όπου m_n , M_H και M_{He} είναι αντίστοιχα οι μάζες του ουδετερονίου, του ατόμου του υδρογόνου και του ατόμου του ⁴He. Είναι φανερό ότι αν η ενέργεια διαχωρισμού για κάποιο σωμάτιο έχει αρνητική τιμή, τότε ο πυρήνας (A,Z) μπορεί να εκπέμψει αυτό το σωμάτιο με ταυτόχρονη αποδέσμευση ενέργειας. Στην αντίθετη περίπτωση, η ενέργεια διαχωρισμού αντιπροσωπεύει την ελάχιστη ενέργεια διέγερσης που απαιτείται ώστε ο πυρήνας να εκπέμψει το αντίστοιχο σωμάτιο. Η ενέργεια διαχωρισμού για διάφορα σωμάτια και ελαφρούς πυρήνες στον ¹¹C δίνεται στο ενεργειακό διάγραμμα του σχήματος 2-4.



Σχήμα 2-4 Ενεργειακό διάγραμμα του ¹¹C και ενέργειες διαχωρισμού για διάφορους ελαφρείς πυρήνες.

2-2 Το πρότυπο της υγρής σταγόνας

Η συμπεριφορά της μέσης ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο μέσα στον πυρήνα που απεικονίζεται στο σχήμα 2-3 θυμίζει κατά πολύ τη λανθάνουσα ενέργεια υγροποίησης στην κλασική φυσική. Όπως παρατηρήθηκε και προηγουμένως η ποσότητα *B/A* παραμένει

AIBAN

σχεδόν σταθερή καθ' όλο το εύρος του περιοδικού συστήματος. Η μείωση που παρατηρείται για μεγάλες τιμές του μαζικού αριθμού A είναι εύκολο να εξηγηθεί από την ηλεκτροστατική αλληλεπίδραση μεταξύ των πρωτονίων, η οποία παρουσιάζει συμπεριφορά ανάλογη προς Z^2 . Αντίθετα, η μειωμένη μέση ενέργεια σύνδεσης στους πολύ ελαφρείς πυρήνες μπορεί να αποδοθεί σε αλληλεπίδραση των επι-

Η ποιοτική συμπεριφορά της καμπύλης του σχήματος 2-3 παρουσιάζει ενδιαφέρον και από μια καθαρά πρακτική άποψη. Από τη μείωση της μέσης τιμής προς τα δύο άκρα του φάσματος συμπεραίνουμε ότι η ενέργεια σύνδεσης μπορεί να αυξηθεί είτε με τη διάσπαση ενός πυρήνα με μεγάλο μαζικό αριθμό *A* ή με τη σύντηξη δύο ελαφρών πυρήνων. Η ενέργεια που θα αποδοθεί από την μεταβολή της ενέργειας σύνδεσης μπορεί να εμφανιστεί σε μια άλλη μορφή χρήσιμης ή, όπως έχει αρκετές φορές γίνει στο παρελθόν, καταστροφικής ενέργειας. Είναι επίσης άξιο να παρατηρηθεί ότι το μέγιστο της μέσης ενέργειας σύνδεσης βρίσκεται στην περιοχή του σιδήρου. Στο γεγονός αυτό οφείλεται η μεγάλη αφθονία του στοιχείου αυτού στη φύση.

Η ποιοτική ανάλυση της συμπεριφοράς της μέσης ενέργειας σύνδεσης ανά νουκλεόνιο είναι δυνατόν να εκφραστεί σε πιο συγκεκριμένα μαθηματικά πλαίσια με οδηγό τις γενικές παρατηρήσεις που κάναμε ως τώρα και την πειραματική τιμή του λόγου *B/A*, που όπως είδαμε στην προηγούμενη Παράγραφο, είναι γνωστή με μεγάλη ακρίβεια από φασματοσκοπικές μελέτες. Η πρώτη επιτυχής προσπάθεια προς την κατεύθυνση αυτή οφείλεται στον γερμανό φυσικό von Weizsäcker που θεώρησε τον πυρήνα ως μια υγρή σταγόνα και απέδωσε την ενέργεια σύνδεσης των νουκλεονίων ως μια σειρά

$$B = B_1 + B_2 + B_3 + \dots$$
όπου η συναρτησιακή μορφή κάθε όρου βασίζεται στο είδος της αλληλεπίδρασης που συνεισφέρει στην ολική ενέργεια σύνδεσης, ενώ το σχετικό μέγεθος κάθε όρου προσδιορίζεται μέσω εμπειρικών παραμέτρων από τη σύγκριση της εξ. (2.14) προς τα πειραματικά δεδομένα. Στη συνέχεια θα εξετάσουμε με λεπτομέρεια κάθε όρο της εξ. (2.14) που είναι γνωστή ως ημιεμπειρικός τύπος της μάζας ή ημιεμπειρικός τύπος του Weizsäcker.

2-2.1 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΟΓΚΟΥ

Η μεγαλύτερη συνεισφορά στην ενέργεια σύνδεσης προέρχεται από την αλληλεπίδραση των νουκλεονίων μέσω των πυρηνικών δυνάμεων. Όπως είδαμε, ο κορεσμός των πυρηνικών δυνάμεων οδηγεί σε σταθερή ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο που μας επιτρέπει να γράψουμε για τον πρώτο όρο της εξ. (2.14)

$$B_1 = a_V A \tag{2.15}$$

όπου *a_r* είναι μια σταθερά με τιμή που προβλέπεται να προσδιοριστεί εμπειρικά από τη σύγκριση με πειραματικά δεδομένα.

Λόγω της αναλογίας του όρου B_1 προς τον όγκο του πυρήνα, η ποσότητα της εξ. (2.15) ονομάζεται όρος όγκου ή ενέργεια όγκου.

2-2.2 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Η μικρή εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων συνεπάγεται ότι κάθε νουκλεόνιο αλληλεπιδρά με ένα ορισμένο αριθμό νουκλεονίων στην άμεση γειτονία του. Έτσι επέρχεται πλήρης κορεσμός των πυρηνικών δυνάμεων στο εσωτερικό του πυρήνα. Αντίθετα, νουκλεόνια που βρίσκονται στην επιφάνεια του πυρήνα αλληλεπιδρούν με μικρότερο αριθμό νουκλεονίων με αποτέλεσμα να παρουσιάζουν μειωμένη ενέργεια σύνδεσης. Το πλήθος των νουκλεονίων αυτών είναι ανάλογο προς την επιφάνεια του πυρήνα



$$S \propto R^2 \propto A^{2/3} \tag{2.16}$$

και η ενέργεια που πρέπει να αφαιρεθεί από την εξ. (2.15) ώστε να ληφθεί υπ' όψιν η μειωμένη ενέργεια σύνδεσης των επιφανειακών νουκλεονίων μπορεί να εκφραστεί από τον όρο B_2 της εξ. (2.14) με τη μορφή

$$B_2 = -a_S A^{2/3} \tag{2.17}$$

Ο όρος B₂, που θυμίζει έντονα την επιφανειακή τάση των υγρών, ονομάζεται ενέργεια επιφανείας ή όρος επιφανείας.

2-2.3 ENEPFEIA COULOMB

Η ηλεκτροστατική ενέργεια που προέρχεται από το θετικό φορτίο των πρωτονίων έχει ήδη υπολογιστεί στην Παράγραφο 1-3. Όπως αναμένεται, η ενέργεια αυτή είναι ανάλογη των $\frac{1}{2} Z(Z-1)$ ζευγών πρωτονίων που αλληλεπιδρούν και αντιστρόφως ανάλογη της ακτίνας του πυρήνα, η οποία με τη σειρά της είναι ανάλογη της κυβικής ρίζας του μαζικού αριθμού. Η ενέργεια Coulomb επομένως που θα πρέπει να συμπεριληφθεί στη σειρά της εξ. (2.14) θα έχει τη συναρτησιακή μορφή

$$B_3 = -a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}}$$
(2.18)

όπου η σταθερά *a*_c αναμένεται πάλι να προσδιοριστεί από πειραματικά δεδομένα.

2-2.4 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑΣ

Σε σχετικά ελαφρούς πυρήνες, όπου οι απωστικές δυνάμεις Coulomb παίζουν σχετικά μικρό ρόλο, η μέγιστη σταθερότητα απα-



Σχήμα 2-5 Γραφική παράσταση σταθερών και ασταθών πυρήνων στο χώρο N προς Z. Με μαύρους κύκλους σημειώνονται σταθεροί πυρήνες ενώ ανοικτοί κύκλοι αντιπροσωπεύουν πυρήνες ασταθείς ως προς την αποδιέγερση β.

ντάται σε πυρήνες με ίσο αριθμό πρωτονίων και ουδετερονίων. Για πυρήνες βαρύτερους από το ασβέστιο (Z = 20, A = 40) η αλληλεπίδραση Coulomb γίνεται σημαντική και η περιοχή μέγιστης σταθερότητας αποκλίνει από τη συνθήκη N = Z. Η εμπειρική αυτή διαπίστωση προέρχεται από τη γραφική παράσταση του σχήματος 2-5 όπου οι γνωστοί σήμερα σταθεροί πυρήνες του περιοδικού συστήματος απεικονίζονται στο χώρο N προς Z.

Δυστυχώς η ανάλυση του όρου της εξ. (2.14) που αποδίδει τις

προηγούμενες παρατηρήσεις απαιτεί έννοιες της κβαντικής θερμοδυναμικής. Έτσι, θα αρκεστούμε εδώ στην παράθεση του τελικού αποτελέσματος¹ ως προς την ενέργεια που πρέπει να αφαιρεθεί από τον όρο όγκου και που προβλέπεται ανάλογη προς το τετράγωνο του πλεονάσματος ουδετερονίων N - Z και αντιστρόφως ανάλογη προς τον μαζικό αριθμό A, ήτοι

$$B_4 = -a_a \frac{(N-Z)^2}{A} = -a_a \frac{(A-2Z)^2}{A}.$$
 (2.19)

2-2.5 ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΖΕΥΞΗΣ

Όλοι οι όροι που συμπεριλήφθηκαν μέχρι τώρα στο ανάπτυγμα της εξ. (2.14) αποσκοπούν στην απόδοση της ενέργειας σύνδεσης ως μιας ομαλής συνάρτησης του μαζικού αριθμού *Α*. Η περιγραφή αυτή έρχεται σε άμεση αντίθεση με δύο πειραματικές παρατηρήσεις.

- Πυρήνες με άρτιο αριθμό πρωτονίων Z και άρτιο αριθμό ουδετερονίων N (άρτιοι-άρτιοι ή α-α πυρήνες) είναι γενικά πολύ σταθεροί. Πυρήνες με άρτιο Z και περιττό N ή περιττό Z και άρτιο N (α-π ή π-α πυρήνες) είναι λιγότερο σταθεροί, ενώ πυρήνες με περιττό Z και περιττό N (π-π πυρήνες) είναι γενικά ασταθείς.
- 2. Πυρήνες με αριθμό πρωτονίων ή ουδετερονίων

$$N \dot{\eta} Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$$
 (2.20)

παρουσιάζουν ασυνήθιστα υψηλή ενέργεια σύνδεσης.

¹ Για την απόδειξη της εξ. (2.19) βλ. Ε. Fermi, Nuclear Physics (Διαλέξεις του Enrico Fermi στο Πανεπιστήμιο του Σικάγου), Σημειώσεις των J. Orear, A.H. Rosenfeld και R.A. Schluter, The University of Chicago Press, 1950

Σε σχέση με την πρώτη παρατήρηση ο Πίνακας 2-1 δίνει τη σχετική αφθονία σταθερών πυρήνων με άρτιο και περιττό αριθμό νουκλεονίων. Αν εξαιρέσουμε τους πολύ ελαφρούς π-π πυρήνες ${}^{2}_{1}$ H, ${}^{6}_{3}$ Li, ${}^{10}_{5}$ B και ${}^{14}_{7}$ N όπου το πρότυπο της υγρής σταγόνας περιμένουμε να έχει μικρή εφαρμογή, είναι αμέσως φανερή η τάση του πυρηνικού συστήματος να παρουσιάζει μεγαλύτερη σταθερότητα όταν υπάρχουν ζεύγη πρωτονίων ή ουδετερονίων. Την πρόσθετη αυτή ενέργεια σύζευξης θα συμπεριλάβουμε στο ανάπτυγμα της εξ. (2.14) με ένα τελευταίο όρο

$$B_5 = \delta(A, Z) \tag{2.21}$$

όπου

$$\delta(A,Z) = \begin{cases} +\delta, & \text{fia } a - a \pi \text{urghyez} \\ 0, & \text{fia } a - \pi \eta & \pi - a \pi \text{urghyez} \end{cases}$$
(2.22)
-δ, & fia $\pi - \pi \pi \text{urghyez}$

και δ είναι μια εμπειρική σταθερά με τιμή που προσδιορίζεται από την προσαρμογή του ημιεμπειρικού τύπου προς τα πειραματικά δεδομένα.

Πίνακας 2-1. Αφθονία στη φύση σταθερών πυρήνων με άρτιο ή περιττό αριθμό νουκλεονίων.

A	Z	N	Είδος	Αριθμός σταθερών πυρήνων + μακρό- βιων πυρήνων	Συνήθης αριθμός σταθερών ισοτό- πων ανά στοιχείο
άρτιος	άρτιος	άρτιος	a-a	166 + 11 = 177	2 - 3
περιττός	άρτιος	περιττός	α-π	55 + 3 = 58	1
περιττός	περιττός	άρτιος	π-α	51 + 3 = 54	1
άρτιος	περιττός	περιττός	π-π	6 + 4 = 10	0



Στο στάδιο αυτό δεν θα συμπεριλάβουμε στην έκφραση για την ενέργεια σύνδεσης την ασυνέχεια που προέρχεται από τη δεύτερη εμπειρική παρατήρηση που αναφέρεται στην εξ. (2.20). Η ύπαρξη των μαγικών αριθμών της εξ. (2.20) και ο ρόλος τους στην πυρηνική δομή θα μας απασχολήσει πολύ στο Κεφάλαιο 8.

2-2.6 Η ΟΛΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΝΔΕΣΗΣ

Συγκεντρώνοντας τα αποτελέσματα των προηγούμενων παραγράφων είναι δυνατόν να γράψουμε την ολική ενέργεια του πυρηνικού συστήματος στο πρότυπο της υγρής σταγόνας ως

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-I)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \delta \qquad (2.23)$$

και την αντίστοιχη μάζα του πυρήνα στη βασική κατάσταση

$$M(A,Z) = ZM_{H} + (A-Z)m_{n} - a_{v}A + a_{s}A^{2/3} + a_{c}\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_{a}\frac{(A-2Z)^{2}}{A} \mp \delta$$
(2.24)

όπου M_H και m_n είναι αντίστοιχα η μάζα του υδρογόνου και του ουδετερονίου.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, οι εμπειρικές σταθερές στην εξ. (2.24) μπορούν να προσδιοριστούν από την προσαρμογή του ημιεμπειρικού τύπου προς πειραματικά δεδομένα της μάζας του πυρήνα σε όλη την έκταση του Περιοδικού Συστήματος. Με τη συνεχή προσθήκη πειραματικών δεδομένων υψηλής ακριβείας η διαδικασία αυτή έχει επαναληφθεί αρκετές φορές στο παρελθόν από διάφορους ερευνητές [βλ. Εν 55, Wa 58]. Αν εξαιρεθούν τα δύο άκρα του περιοδικού συστήματος, η ενέργεια σύνδεσης είναι δυνατόν να αποδοθεί με ακρίβεια της τάξης του 1 % από τις τιμές των παραμέτρων

$$a_{V} = 15.6 \text{ MeV}$$

$$a_{S} = 17.4 \text{ MeV}$$

$$a_{C} = 0.70 \text{ MeV}$$

$$a_{a} = 23.3 \text{ MeV}$$

$$\delta = 0.6 - 1.0 \text{ MeV}.$$
(2.25)

Για τις τιμές αυτές των εμπειρικών σταθερών, η συνεισφορά κάθε όρου της εξ. (2.23) δίνεται στο σχήμα 2-6.

2-3 Πυρηνική σταθερότητα

Σε ένα σύνολο ισοβαρών πυρήνων ο σταθερότερος θα είναι αυτός που διαθέτει ατομικό αριθμό Ζ για τον οποίο η εξ. (2.23) δίνει την μεγαλύτερη ενέργεια σύνδεσης ή, ισοδύναμα, η εξ. (2.24) τη μικρότερη μάζα. Η συνθήκη αυτή προσδιορίζεται από τη σχέση

$$\frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z} \bigg|_{A = \sigma \tau \alpha \theta} = 0.$$
 (2.26)

Η παραγώγιση της εξ. (2.26) μπορεί να πραγματοποιηθεί αν γράψουμε την εξ. (2.24) ως συνάρτηση του ατομικού αριθμού Z με την παραβολική μορφή

$$M(A,Z) = C_0 + C_1 Z + C_2 Z^2 \pm \delta$$
 (2.27)

όπου

$$C_0 = (m_n - a_V + a_a)A + a_S A^{2/3}$$
 (2.28a)

$$C_1 = M_H - m_n - 4a_a - a_C A^{-1/3} \qquad (2.28\beta)$$

$$C_2 = a_C A^{-1/3} + 4a_a A^{-1}.$$

02
KHIS
ANN
NON



Σχήμα 2-6 Σχετική συνεισφορά των διαφόρων όρων του ημιεμπειρικού τύπου στη μέση ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνο ως συνάρτηση του μαζικού αριθμού 4 [Ev 55].

Με τη μορφή αυτή, η συνθήκη μέγιστης σταθερότητας της εξ. (2.26) δίνει

$$Z_{\sigma\tau\alpha\theta} = -\frac{C_1}{2C_2} \tag{2.29}$$

Όπως δείχνει η συναρτησιακή μορφή της εξ. (2.27), η μάζα ενός πυρηνικού συστήματος με A νουκλεόνια περιγράφεται από μια παραβολή με ελάχιστη τιμή (και μέγιστη σταθερότητα) την τιμή του ατομικού αριθμού Z που προσδιορίζει η εξ. (2.29). Για ελαφρούς πυρήνες, η συνθήκη της εξ. (2.29) προβλέπει μέγιστη σταθερότητα για $Z = \frac{A}{2}$, ενώ για βαρύτερους πυρήνες ο δεύτερος όρος στον παρονομαστή αντανακλά την απόκλιση προς πλεόνασμα ουδετερονίων που είναι φανερή στα πειραματικά δεδομένα του σχήματος 2-5.

Η μεταβολή της πυρηνικής μάζας σε ένα σύνολο ισοβαρών πυρήνων περιέχεται στα διαγράμματα των σχημάτων 2-7 και 2-8. Για περιττό A (δ = 0) η εξ.(2.26) προβλέπει μία παραβολή ενώ για άρτιο A σχηματίζονται δύο παραβολές λόγω του διαφορετικού προσήμου στον τελευταίο όρο. Ο πλέον σταθερός ή οι πλέον σταθεροί πυρήνες έχουν ακέραιο ατομικό αριθμό Z που βρίσκεται πλησιέστερα στο ελάχιστο της παραβολής.

Από τις γραφικές παραστάσεις στα σχήματα 2-7 και 2-8 είναι φανερό ότι η ολική ενέργεια ενός πυρήνα που βρίσκεται αριστερά από το ελάχιστο κάθε καμπύλης μπορεί να μειωθεί αν ένα ουδετερόνιο μεταβληθεί σε πρωτόνιο. Αντίθετα, η ολική ενέργεια ενός πυρήνα που βρίσκεται στη δεξιά πλευρά της καμπύλης μπορεί να μειωθεί (και επομένως η σταθερότητά του να αυξηθεί) αν ένα πρωτόνιο μεταβληθεί σε ουδετερόνιο. Τίποτε όμως από όσα έγουμε μελετήσει μέχρι τώρα δεν προβλέπει τη μεταβολή της φύσης ενός νουκλεονίου από πρωτόνιο σε ουδετερόνιο ή αντίστροφα. Οι διάφορες μεταπτώσεις που γνωρίζουμε στη φύση προέρχονται από αλληλεπιδράσεις και καμιά από τις βασικές αλληλεπιδράσεις που έχουμε δει μέχρι τώρα (βαρύτητα, ηλεκτρομαγνητική, πυρηνική) δεν μπορεί να αποδώσει παρόμοια εναλλαγή της φύσης του νουκλεονίου. Για μεταπτώσεις μεταξύ πρωτονίου και ουδετερονίου θα πρέπει να εισαγάγουμε την τέταρτη γνωστή σήμερα αλληλεπίδραση στη φύση που είναι υπεύθυνη για τη βασική μετάπτωση

$$n \Leftrightarrow p + e^- + \overline{\nu} \tag{2.30}$$

όπου e^- είναι το κοινό (αρνητικό) ηλεκτρόνιο και \overline{v} το αντινετρίνο, ένα αφόρτιστο στοιχειώδες σωμάτιο με μηδενική μάζα.





Σχήμα 2-7 Μεταβολή της μάζας για μια ομάδα ισοβαρών πυρήνων με περιττό Α. Η ελάχιστη τιμή αντιπροσωπεύει τη συνθήκη μέγιστης σταθερότητας.



Σχήμα 2-8 Μεταβολή της μάζας για μια ομάδα ισοβαρών πυρήνων με άρτιο *A*. Οι δύο προβολές για α-α πυρήνες και π-π πυρήνες διαφέρουν κατά 2δ στην τιμή της μέγιστης σταθερότητας.

Η ασθενής αλληλεπίδραση, που σύμφωνα με την εξ. (2.30) είναι υπεύθυνη για τη μετάπτωση του ουδετερονίου σε πρωτόνιο, θα μελετηθεί με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο Κεφάλαιο 5. Στο στάδιο αυτό θα αρκεστούμε σε δύο θεμελιώδεις ιδιότητες της νέας αυτής αλληλεπίδρασης.

- Όπως τονίζεται με τον συμβολισμό στην εξ. (2.30), η αντίδραση είναι αμφίδρομη.
- Όλες οι αντιδράσεις που προκύπτουν από την εξ. (2.30) με μεταφορά ενός σωματίου από το ένα σκέλος της αντίδρασης στο άλλο με ταυτόχρονη αντικατάσταση του σωματίου από το αντισωμάτιό του είναι δυνατές. Έτσι, για παράδειγμα, ένα πρωτόνιο μπορεί να μεταπέσει σε ουδετερόνιο με την ταυτόχρονη εκπομπή ενός θετικού ηλεκτρονίου (που είναι το αντισωμάτιο του ηλεκτρονίου) και ενός νετρίνου σύμφωνα με την αντίδραση

$$p \Leftrightarrow n + e^+ + \nu. \tag{2.31}$$

Για να προχωρήσει μια από τις μεταπτώσεις των εξ. (2.30) ή (2.31) προς τα δεξιά ή προς τα αριστερά θα πρέπει φυσικά να ικανοποιούνται οι βασικοί νόμοι διατήρησης ενέργειας και ορμής. Αν εξετάσουμε τη μάζα των διαφόρων σωματίων που λαμβάνουν μέρος στις αντιδράσεις

$$m_n = 939.550 \text{ MeV}$$

 $m_p = 938.236 \text{ MeV}$
 $m_e = 0.511 \text{ MeV}$
 $m_v = 0 \text{ MeV}$

είναι φανερό ότι μόνο η εξ. (2.30) μπορεί να προχωρήσει προς τα δεξιά. Πράγματι, όπως είναι πειραματικά γνωστό, το ελεύθερο ουδετερόνιο είναι ασταθές και γρήγορα μεταπίπτει σε πρωτόνιο. Αντίθετα, ένα ελεύθερο πρωτόνιο δεν διαθέτει αρκετή μάζα ώστε να δημιουργήσει την τελική κατάσταση στο δεξιό μέρος της εξ. (2.31). Η μετάπτωση αυτή μπορεί να πραγματοποιηθεί μέσα στον πυρήνα αν, με τη μεταβολή ενός πρωτονίου σε ουδετερόνιο, ο πυρήνας που



θα προκύψει περιέχει λιγότερη ενέργεια από τον αρχικό. Βεβαίως και οι δύο μεταπτώσεις μπορούν να προχωρήσουν προς τα αριστερά, αλλά μόνο στην τελείως απίθανη περίπτωση όπου τα τρία σωμάτια στο δεξιό μέρος βρεθούν στο ίδιο σημείο του χώρου με την κατάλληλη ενέργεια και ορμή ώστε να διατηρηθούν τα μεγέθη αυτά κατά τη μετάπτωση.

Σύμφωνα με τον κανόνα που αναφέραμε, η βασική μετάπτωση της εξ. (2.30) μπορεί να γραφεί υπό τη μορφή

$$\vec{\nu} + p \to n + e^+ \tag{2.32}$$

όπου ένα αντινετρίνο αλληλεπιδρά με ένα πρωτόνιο και δημιουργεί ένα ουδετερόνιο και ένα θετικό ηλεκτρόνιο. Ιστορικά, η αλληλεπίδραση αυτή χρησιμοποιήθηκε για την πρώτη άμεση πειραματική επιβεβαίωση ύπαρξης των νετρίνων.

Μια πιο ενδιαφέρουσα μετάπτωση που μπορεί να προκύψει από την εξ. (2.30) είναι η αλληλεπίδραση ενός πρωτονίου με ένα ηλεκτρόνιο

$$p + e^- \to n + \nu. \tag{2.33}$$

Στην πράξη η μετάπτωση αυτή μπορεί να προκύψει από την αλληλεπίδραση ενός πρωτονίου του πυρήνα με ένα τροχιακό ηλεκτρόνιο. Όπως είναι γνωστό από την ατομική φυσική, τα ηλεκτρόνια των πρώτων ατομικών τροχιών, κυρίως στα βαριά άτομα, καταναλώνουν ένα σημαντικό μέρος του χρόνου μέσα στον πυρήνα. Έτσι, έχουν τη δυνατότητα να αλληλεπιδράσουν με τα πρωτόνια μέσω της εξ. (2.33) αν με τη μεταλλαγή ενός πρωτονίου σε ουδετερόνιο μειώνεται η ολική ενέργεια του πυρηνικού συστήματος.

Τέλος, η μετάπτωση της εξ. (2.33) έχει μια ακόμη ενδιαφέρουσα εφαρμογή στην κοσμολογία. Στα τελευταία στάδια εξέλιξης της

ύλης οι δυνάμεις βαρύτητας, λόγω της ιδιότητάς τους να μην εμφανίζουν κορεσμό, γίνονται πολύ ισχυρές και προκαλούν μεγάλη αύξηση της πυκνότητας. Μέσα στην εξαιρετικά συμπυκνωμένη αυτή ύλη η πιθανότητα ώστε ένα ηλεκτρόνιο να συναντήσει ένα πρωτόνιο αυξάνει κατά πολύ και ο μηχανισμός της εξ. (2.33) κυριαρχεί, δημιουργώντας έτσι μια μάζα που αποτελείται από ουδετερόνια. Η μορφή αυτή της ύλης, που κατά τη δημιουργία της προβλέπεται να εκπέμπει μεγάλο αριθμό νετρίνων, είναι γνωστή ως **αστέρας ουδετερονίων** (βλ. Άσκηση 2-15).

Ιστορικά, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται κατά τη μεταστοιχείωση μεταξύ ισοβαρών πυρήνων ονομάστηκαν ακτίνες **β** και ο βασικός μηχανισμός που συμβολίζεται στις εξ. (2.30) - (2.33) έμεινε γνωστός με τη γενική ονομασία **αποδιέγερση β**. Στη συνέχεια θα διακρίνουμε μεταστοιχειώσεις ισοβαρών πυρήνων μέσω των βασικών μηχανισμών στις εξ. (2.30) και (2.31) αντίστοιχα με τις ονομασίες **αποδιέγερση β**⁻ και **αποδιέγερση β**⁺. Θα ονομάσουμε ακόμη τη μεταστοιχείωση της εξ. (2.33), που παράγει το ίδιο αποτέλεσμα με την αποδιέγερση β⁺, **ηλεκτρονική σύλληψη** και θα τη συμβολίσουμε με τα γράμματα **EC** (από τα αρχικά του αντίστοιχου αγγλικού όρου Electron Capture).

Αν, ως συνήθως, συμβολίσουμε την ατομική μάζα ως M(A,Z) και την πυρηνική μάζα ως m(A,Z), τότε οι τρεις μεταστοιχειώσεις μεταξύ ισοβαρών πυρήνων που θεωρούμε είναι

apodiéyers β^- : ${}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}_{Z+1}X_{N-1} + e^- + \overline{\nu}$ (2.34)

με αποδιδόμενη ενέργεια

$$E_{\beta^{-}} = m(A,Z) - m(A,Z+1) - m_{e}$$

= $[M(A,Z) - Zm_{e}] - M(A,Z+1) - (Z+1)m_{e}] - m_{e}$
= $M(A,Z) - M(A,Z+1)$.

(2.35)	HBIBAL	OCHAL
III2THA		A IQANA
ILANE		UNDN.

aποδιέγερση β⁺:
$${}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X_{N+1} + e^{+} + v$$
 (2.36)

με αποδιδόμενη ενέργεια

$$E_{\beta} = m(A,Z) - m(A,Z-1) - m_{e}$$

=[M(A,Z) - Zm_e] - M(A,Z-1) - (Z-1)m_e] - m_e
= M(A,Z) - M(A,Z-1) - 2m_e. (2.37)

ηλεκτρονική σύλληψη (EC), για σύλληψη ηλεκτρονίου της τροχιάς Κ που έχει και τη μεγαλύτερη πιθανότητα να αλληλεπιδράσει με τον πυρήνα:

$${}^{A}_{Z}X_{N} + e_{K}^{-} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X_{N+1} + \nu$$
 (2.38)

με αποδιδόμενη ενέργεια

$$E_{EC} = m(A,Z) - m(A,Z-1) + m_e - E_K$$

=[M(A,Z) - Zm_e] - M(A,Z-1) - (Z-1)m_e] + m_e - E_K
= M(A,Z) - M(A,Z-1) - E_K. (2.39)

όπου E_{κ} είναι η ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου e_{κ}^{-} στο ουδέτερο άτομο.

Είναι φανερό ότι τα τρία είδη μεταπτώσεων που εξετάζουμε συμβαίνουν αυθόρμητα αν οι αντίστοιχες ενέργειες στις εξ. (2.35), (2.37) και (2.39) είναι θετικές. Στην περίπτωση αυτή η αποδιδόμενη ενέργεια εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια του ηλεκτρονίου, του νετρίνου και του θυγατρικού πυρήνα. Έτσι, για να πραγματοποιηθεί αποδιέγερση β^- αρκεί απλώς η μάζα του θυγατρικού πυρήνα να είναι μικρότερη από τη μάζα του μητρικού.





Σχήμα 2-9 Μεταστοιχείωση μεταξύ ισοβαρών πυρήνων μέσω αποδιέγερσης β. (α) Πυρήνες με περιττό A (A = 135). (β) Πυρήνες με άρτιο A (A = 136).

αποδιέγερση β-:

$$M(A,Z) - M(A,Z+1) > 0.$$
 (2.40)

Αντίθετα, για να μειωθεί ο ατομικός αριθμός κατά μία μονάδα μέσω της αποδιέγερσης β^+ απαιτείται πρόσθετη ενέργεια ίση με το διπλάσιο της μάζας του ηλεκτρονίου

αποδιέγερση β⁺:

$$M(A,Z) - M(A,Z-1) > 2m_e = 1.022 \text{ MeV}.$$



Στην περίπτωση που ισχύει η τελευταία ανισότητα η αποδιέγερση β΄ βρίσκεται σε συναγωνισμό με την αποδιέγερση ΕC. Για χαμηλότερες διαφορές ενέργειας η μεταστοιχείωση πραγματοποιείται αποκλειστικά με ηλεκτρονική σύλληψη αν ικανοποιείται η σχέση

EC:

$$M(A,Z) - M(A,Z-1) > 0.$$
 (2.42)

Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποδιεγέρσεων β σε ομάδες ισοβαρών πυρήνων με περιττό ή άρτιο Α δίνονται στο σχήμα 2-9. Σε κάθε περίπτωση η αποδιέγερση β μεταβάλλει τον ατομικό αριθμό κατά μια μονάδα με διεύθυνση προς την κοιλάδα της σταθερότητας, όπως συνήθως ονομάζεται η περιοχή γύρω από το ελάχιστο της παραβολής. Μεταπτώσεις μεταξύ γειτονικών πυρήνων πραγματοποιούνται προς τα δεξιά (με αύξηση του ατομικού αριθμού) μέσω της αποδιέγερσης β^- , ενώ μεταστοιχειώσεις προς τα αριστερά της καμπύλης (με αντίστοιχη μείωση του ατομικού αριθμού) πραγματοποιούνται μέσω αποδιέγερσης β^{+} ή ηλεκτρονικής σύλληψης. Από το σχήμα 2-9(α) είναι φανερό ότι για δεδομένο περιττό Α υπάρχει μόνο ένας σταθερός πυρήνας. Όλοι οι άλλοι ισοβαρείς πυρήνες με τον ίδιο μαζικό αριθμό Α τελικά καταλήγουν στον πυρήνα που βρίσκεται πλησιέστερα προς το ελάχιστο της παραβολής με μια ή περισσότερες διαδοχικές αποδιεγέρσεις β. Για άρτιο Α, όπως δείχνει το σχήμα 2-9(β), είναι δυνατόν να υπάρξουν περισσότεροι από ένας σταθεροί πυρήνες, καθόσον στην περίπτωση αυτή η αποδιέγερση β προγωρεί διαδοχικά από την μια καμπύλη στην άλλη. Στο παράδειγμα του σχήματος 2-9(β) υπάρχουν τρεις σταθεροί πυρήνες με Α = 136, οι ¹³⁶Xe, ¹³⁶Ba και ¹³⁶Ce. Η μελέτη του σχήματος 2-9(β) εξηγεί ακόμη γιατί στη φύση υπάρχουν περισσότεροι σταθεροί α-α πυρήνες απ' ότι σταθεροί π-π πυρήνες [βλ. Πίνακα 2-1]: π-π πυρήνες που βρίσκονται στη υψηλότερη παραβολή συνήθως βρίσκουν ένα γειτονικό α-α πυρήνα στη χαμηλότερη παραβολή, στον οποίο και μεταπίπτουν με αποδιέγερση β. Μια εξαίρεση του κανόνα αυτού στην περιοχή των ελαφρών πυρήνων δίνεται στο σχήμα 2-10.

Στο παράδειγμα των ισοβαρών πυρήνων του σχήματος 2-9(β), οι πυρήνες ¹³⁹Xe και ¹³⁶Ce εμφανίζονται σταθεροί, αν και η ολική τους ενέργεια είναι κατά 3 MeV περίπου μεγαλύτερη από την ενέργεια του ¹³⁶Ba. Οι δύο αυτοί πυρήνες δεν θα ήσαν βεβαίως σταθεροί αν υπήρχε μια αλληλεπίδραση, ανάλογη προς την αλληλεπίδραση β, μέσω της οποίας θα ήταν δυνατή η ταυτόχρονη εναλλαγή δύο πρωτονίων σε ουδετερόνια ή αντίστροφα. Απ' ότι γνωρίζουμε σήμερα, δεν υπάρχει τέτοια αλληλεπίδραση στη φύση. Θα μπορούσε όμως κανείς να σκεφτεί μια μετάπτωση σε δύο διαδοχικά βήματα, εκμεταλλευόμενος την αρχή απροσδιοριστίας του Heisenberg. Αν θεωρήσουμε τη διαδοχική μεταστοιχείωση

¹³⁶ Xe
$$\xrightarrow{\beta^-}$$
 ¹³⁶ Cs $\xrightarrow{\beta^+}$ ¹³⁶ Ba (2.43)

τότε η πρώτη μετάπτωση μπορεί να παραβιάσει την αρχή διατήρησης της ενέργειας κατά μια ποσότητα ΔΕ, αν η δεύτερη μετάπτωση πραγματοποιηθεί μέσα σε χρόνο της τάξης

$$\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E} \,. \tag{2.44}$$

Στη συγκεκριμένη περίπτωση, για διαφορά μάζας

$$\Delta E = M(^{136} \text{ Xe}) - M(^{136} \text{ Cs}) = -67 \text{ keV},$$

ο απαιτούμενος χρόνος που προβλέπει η εξ. (2.44) για τη δεύτερη μετάπτωση είναι





Σχήμα 2-10 Μεταπτώσεις β μεταξύ ισοβαρών πυρήνων με .4 = 14. Σε αντίθεση με τον γενικό κανόνα, το μόνο σταθερό πυρηνικό σύστημα είναι ο π-π πυρήνας¹⁴N.

$$\Delta t = \frac{6.582 \times 10^{-19}}{67} = 9.8 \times 10^{-21} \text{ sec}. \qquad (2.45)$$

ş

Οι συνήθεις όμως χρόνοι αποδιέγερσης στις μεταπτώσεις β είναι της τάξης των μερικών δευτερολέπτων ή και ημερών (στην περίπτωση του ¹³⁶Cs ο μέσος χρόνος ζωής² είναι 13 d) και επομένως η πιθανότητα να αποδιεξερθεί το ¹³⁶Cs μέσα στο μικρό χρονικό διάστημα

² Ο ακριβής ορισμός του μέσου χρόνου ζωής ενός ασταθούς πυρήνα θα δωθεί στο επόμενο Κεφάλαιο.

της εξ. (2.45) ελάχιστη. Λόγω της πολύ μικρής πιθανότητας να συμβεί, η διαδοχική μετάπτωση που περιγράψαμε, γνωστή με την ονομασία διπλή αποδιέγερση β, δεν έχει μέχρι σήμερα παρατηρηθεί πειραματικά.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 2-1 Σε μια πυρηνική αντίδραση με τη μορφή της εξ. (2.9) το ισοζύγιο ενέργειας εκφράζεται από την τιμή Q, η οποία ορίζεται ως το άθροισμα των μαζών στην αρχική κατάσταση μείον το άθροισμα των μαζών στην τελική κατάσταση.
 - α. Εκφράστε την τιμή Q ως συνάρτηση του πλεονάσματος μάζας Δ των πυρήνων που συμμετέχουν σε μια αντίδραση.
 - β. Υπολογίστε την τιμή Q των αντιδράσεων

 ${}^{2}H + {}^{3}H \rightarrow {}^{4}He + n$ n + ${}^{12}C \rightarrow {}^{2}H + {}^{11}B$ ${}^{2}H + {}^{56}Fe \rightarrow n + {}^{57}Fe.$

- γ. Σχολιάστε με συντομία τη σημασία της τιμής Q στην τέλεση μιας πυρηνικής αντίδρασης.
- 2-2 Αν ένα ουδετερόνιο, έστω και με αμελητέα κινητική ενέργεια, προσκρούσει σε ένα πυρήνα ²³⁵U μπορεί να τον διασπάσει σε δύο ελαφρύτερους πυρήνες με ταυτόχρονη έκλυση δύο ή περισσότερων ουδετερονίων. Θεωρείστε την πυρηνική αντίδραση

$$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{137}Cs + {}^{94}Rb + 5n$$

α. Υπολογίστε την ενέργεια που εκλύεται κατά την προηγούμενη διάσπαση του ²³⁵U.



- β. Αν διασπασθεί σύμφωνα με την προηγούμενη αντίδραση ένα γραμμάριο καθαρού²³⁵U, πόση ενέργεια θα παραχθεί;
- γ. Συγκρίνετε την προηγούμενη ενέργεια με την ενέργεια που παράγεται κατά την καύση ενός γραμμαρίου άνθρακα (περίπου 33 kJ/g).
- 2-3 Επαναλάβετε την προηγούμενη άσκηση για την αντίδραση «σύντηξης» δύο ισοτόπων του υδρογόνου σε ήλιο

$$^{2}H+^{2}H \rightarrow ^{3}He+n$$

- 2-4 Το φίλτρο ενέργειας του σχήματος 2-1 είναι κατασκευασμένο με ακτίνα τροχιάς $\rho_E = 1$ m και απόσταση μεταξύ των οπλισμών A και B $\ell = 2.5$ cm. Ποια η διαφορά δυναμικού που απαιτείται για την ανάλυση πρωτονίων, σωματίων α και πυρήνων ¹⁶O με ενέργεια 500 keV;
- 2-5 Προσδιορίστε το μαγνητικό πεδίο που απαιτείται ώστε τα ιόντα της προηγούμενης Άσκησης να διαγράψουν τόξο κυκλικής τροχιάς με ακτίνα 25 cm.
- 2-6 Υπολογίστε την ενέργεια διαχωρισμού S_n για ένα ουδετερόνιο στο ⁵¹Sc, (a) από τον ημιεμπειρικό τύπο της μάζας και (β) από τα δεδομένα του Παραρτήματος B.
- 2-7 Υπολογίστε την ενέργεια διαχωρισμού πρωτονίου, ουδετερονίου και σωματίου α στα ισότοπα του ασβεστίου ⁴⁰C έως ⁴⁸C. Αποδώστε τα αποτελέσματα υπό μορφή γραφικής παράστασης και σχολιάστε τυχόν συστηματική συμπεριφορά που παρατηρείτε.
- 2-8 Προσδιορίστε τη σχέση που συνδέει την ενέργεια σύνδεσης B(A,Z)με το πλεόνασμα μάζας $\Delta(A,Z)$.



2. Πυρηνική σταθερότητα

2-9 Υπολογίστε την ενέργεια που αποδίδεται κατά τη συμμετρική διάσπαση ενός πυρήνα²³⁵U

$$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{236}U \rightarrow 2X$$

(α) από τη γραφική παράσταση του σχήματος 2-1 και

(β) από τοον ημιεμπειρικί τύπο της μάζας.

- 2-10 Υπολογίστε την ενέργεια που αποδίδεται αν δύο πυρήνες ²Η συντηχθούν σε ένα πυρήνα ⁴He. Αν το δευτέριο καεί στην ατμόσφαιρα, αποδίδει (σε μονάδες που χρησιμοποιούν συνήθως μηχανικοί) 318.8 BTU ανά κυβικό πόδα. Υπολογίστε πόση ποσότητα αερίου δευτερίου απαιτείται ώστε με την καύση του να παραχθεί το ίδιο ποσό θερμότητας που προέρχεται από τη σύντηξη ενός κυβικού εκατοστομέτρου δευτερίου.
- 2-11 Δείξτε ότι η εξ. (2.29) οδηγεί στην προσεγγιστική σχέση

$$Z_{\sigma\tau\alpha\theta} \cong \frac{A}{1.983 + 0.015A^{2/3}}$$
(2.46)

2-12 Ο ημιεμπειρικός τύπος της μάζας αναφέρεται ορισμένες φορές και ως πρότυπο της υγρής σταγόνας. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι, όπως και με τα νουκλεόνια στο εσωτερικό του πυρήνα, κάθε μόριο ενός υγρού μέσα σε μια σταγόνα αλληλεπιδρά μόνο με ένα περιορισμένο αριθμό γειτονικών του μορίων. Έτσι, σε μια σταγόνα νερού, η ολική ενέργεια σύνδεσης των μορίων είναι ανάλογη προς τον αριθμό των μορίων. Εκτιμείστε την ενέργεια σύνδεσης ανά μόριο, σε θερμοκρασία δωματίου, σε μια σταγόνα νερού.

Για να βοηθηθείτε στη δραστηριότητα αυτή, ακολουθείστε τα ακόλουθα βήματα:

- α. Προσδιορίστε (σε γραμμάρια) τη μάζα ενός μορίου νερού.
- β. Προσδιορίστε τον αριθμό των μορίων σε ένα γραμμάριο νερού, μ

NNAULTINAL

- γ. Προσδιορίστε την ενέργεια που απαιτείται ώστε να εξαερωθεί πλήρως μια σταγόνα νερού που αρχικά βρίσκεται σε θερμοκρασία δωματίου.
- δ. Υπολογίστε την ενέργεια σύνδεσης ανά μόριο εκφράζοντας το αποτέλεσμα σε μονάδες eV.
- 2-13 Χρησιμοποιώντας τη συνθήκη της εξ. (2.46) κατασκευάστε μια γραφική παράσταση που δίνει τον αριθμό ουδετερονίων Ν ως συνάρτηση του ατομικού αριθμού Ζ σε όλη την έκταση του Περιοδικού Συστήματος από το υδρογόνο έως τον μόλυβδο.
- 2-14 Χρησιμοποιώντας την εξ. (2.46) υπολογίστε το σταθερότερο στοιχείο για μαζικό αριθμό A = 20, 72, 96 και 128. Συγκρίνετε τα αποτελέσματά σας με τα πειραματικά δεδομένα στο Παράρτημα Β.
- 2-15 Ένας τυπικός αστέρας ουδετερονίων έχει μάζα περίπου διπλάσια από αυτή του ηλίου, αλλά ακτίνα μόλις 10 km. Υπολογίστε την ενέργεια βαρύτητας που βρίσκεται συσσωρευμένη στον αστέρα ουδετερονίων και σε πρώτη προσέγγιση (περιλαμβάνοντας μόνο την ενέργεια όγκου και την ενέργεια επιφανείας) συγκρίνετέ την με την ενέργεια που προκύπτει από το πρότυπο της υγρής σταγόνας.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 Πυρηνική αστάθεια

ΣΤΟΡΙΚΑ, η πυρηνική αποδιέγερση παρατηρήθηκε πρώτα από τον γάλλο φυσικό Antoine Henri Bequerel, ο οποίος περί τα τέλη του 19^{συ} αιώνα ανακάλυψε ότι ορισμένα ουρανιούχα ορυκτά είχαν την ιδιότητα να αμαυρώνουν φωτογραφικές πλάκες, όπως οι ακτίνες Χ, που εκείνη την εποχή μόλις είχαν ανακαλυφθεί. Λεπτομερέστερη παρατήρηση έδειξε ότι η ακτινοβολία που ήταν υπεύθυνη για την αμαύρωση των φωτογραφικών πλακών αποτελείτο από τρεις συνιστώσες. Κατά τη διέλευσή τους μέσα από ένα μαγνητικό πεδίο, η πρώτη απέκλινε ως ένα θετικά φορτισμένο σωμάτιο, η δεύτερη ως ένα ελαφρύ αρνητικά φορτισμένο σωμάτιο, ενώ η τρίτη παρέμενε ανεπηρέαστη από το μαγνητικό πεδίο. Τα τρία είδη ακτινοβολίας

ονομάστηκαν α, β και γ - μια ονομασία, που μεταξύ άλλων, έδειχνε άγνοια ως προς τη φύση της – και για ένα σχεδόν αιώνα συμβολίζεται σχηματικά από τη συμπεριφορά της σε ένα μαγνητικό πεδίο με την παράσταση στο αριστερό μέρος της σελίδας.



Σήμερα γνωρίζουμε ότι η ακτινοβολία α είναι πυρήνες ⁴He που εκπέμπονται αυθόρμητα από ορισμένους ασταθείς βαρείς πυρήνες, η ακτινοβολία β είναι ηλεκτρόνια που προέρχονται από τη βασική αλληλεπίδραση της εξ. (2.30) και η ακτινοβολία γ είναι ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία που εκπέμπεται κατά τις μεταπτώσεις μεταξύ ενεργειακών καταστάσεων του πυρήνα.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε αρχικά τους βασικούς νόμους της πυρηνικής αποδιέγερσης που είναι ανεξάρτητοι από το είδος της ακτινοβολίας η οποία εκπέμπεται σε μια μετάπτωση. Στα αμέσως επόμενα κεφάλαια θα εξετάσουμε χωριστά τους μηχανισμούς που είναι υπεύθυνοι για καθένα από τα τρία είδη ακτινοβολίας.

3-1 Ραδιενέργεια

Ο βαθμός σταθερότητας ενός πυρηνικού συστήματος μπορεί να εκφραστεί από την πιθανότητα που έχει ώστε μέσα σε ένα χρονικό διάστημα Δt να μεταπέσει σε ένα σταθερότερο σύστημα. Εφόσον ο πυρήνας παραμένει αμετάβλητος μέχρι τη στιγμή που πραγματοποιείται η μετάπτωση, η πιθανότητα αυτή είναι μια χαρακτηριστική σταθερά του συστήματος, ανεξάρτητη από το χρόνο. Με άλλα λόγια, σε οποιαδήποτε δεδομένη στιγμή, η πιθανότητα ώστε να αποδιεγερθεί ο πυρήνας μέσα στο αμέσως επόμενο χρονικό διάστημα Δt είναι η ίδια. Έτσι, για ένα συγκεκριμένο πυρήνα δεν είναι δυνατόν να προβλέψουμε την ακριβή στιγμή που θα μεταπέσει σε μια άλλη κατάσταση. Η περιγραφή της αποδιέγερσης μπορεί να γίνει μόνο για ένα στατιστικό σύνολο όμοιων ασταθών πυρήνων, από τους οποίους ο καθένας έχει την ίδια πιθανότητα λ να αποδιεγερθεί μέσα στην αμέσως επόμενη μονάδα του χρόνου. Τότε, αν N είναι ο ολικός αριθμός των πυρήνων στο στατιστικό σύνολο που θεωρού-

με, ο ρυθμός αποδιέγερσης $\frac{dN}{dt}$ (αποδιεγέρσεις ανά μονάδα χρό-



Σχήμα 3-1 Χρονική εξέλιξη ενός ραδιενεργού δείγματος με μέσο χρόνο ζωής τ. Η αρχική κλίση της καμπύλης (διακεκομμένη γραμμή) τέμνει τον άζονα του χρόνου στην τιμή τ. Το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη αποδιέγερσης είναι ίσο με το πλήθος των ασταθών πυρήνων

νου) θα είναι κατά μέσον όρο ίσος με λΝ, δηλαδή

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \tag{3.1}$$

όπου το αρνητικό σημείο εκφράζει τη μείωση του αριθμού N με την πάροδο του χρόνου t. Η σταθερά λ στην εξ. (3.1) ονομάζεται σταθερά αποδιέγερσης ενώ η ποσότητα λN έχει καθιερωθεί στην ελληνική επιστημονική ορολογία με την ατυχή ονομασία ραδιενέργεια. Εξ ίσου ατυχείς είναι οι όροι ραδιενεργός πυρήνας, που αναφέρεται σε ένα γενικά ασταθή πυρήνα, ο οποίος αποδιεγείρεται με εκπομπή ακτινοβολίας α, β ή γ, και ραδιενεργός πηγή, που αναφέρεται σε ένα δείγμα, το υλικό του οποίου περιέχει ραδιενεργούς πυρή- vec^{1} .

Ολοκλήρωση της εξ. (3.1) δίνει τη χρονική εξέλιξη ενός συνόλου ραδιενεργών πυρήνων. Αν σε χρόνο t = 0 υπάρχουν N_0 πυρήνες στο ραδιενεργό δείγμα, τότε ο αριθμός των ραδιενεργών πυρήνων που παραμένουν μετά από πάροδο χρόνου t είναι

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} . \tag{3.2}$$

Αν και η σταθερά αποδιέγερσης λ έχει συγκεκριμένη φυσική σημασία είναι πιο εύκολο να παρακολουθήσουμε τη χρονική εξέλιξη ενός ραδιενεργού δείγματος μέσω μιας αντίστοιχης σταθεράς με διαστάσεις χρόνου. Ο μέσος χρόνος ζωής ενός ασταθούς πυρήνα ορίζεται ως

$$\tau \equiv \langle t \rangle = \frac{\int_{N_0}^0 t \, dN}{\int_{N_0}^0 dN} = \frac{\int_0^\infty t \, \frac{dN}{dt} \, dt}{\int_0^\infty \frac{dN}{dt} \, dt} = \frac{1}{\lambda}$$
(3.3)

ενώ η εξ. (3.2) μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$
(3.4)

που αποδίδεται σε γραφική παράσταση στο σχήμα 3-1. Παρατηρείται ότι σε χρόνο $t = \tau$ οι διεγερμένοι πυρήνες που έχουν απομείνει στο δείγμα είναι

¹ Τα τελευταία χρόνια γίνεται μια προσπάθεια να καθιερωθεί στην ελληνική ορολογία ο όρος ενεργότητα για την απόδοση του ρυθμού αποδιέγεροης ενός ασταθούς ισοτόπου.

$$N(\tau) = \frac{N_0}{e} = 0.368 N_0 \tag{3.5}$$

δηλαδή, μέσα στο πρώτο χρονικό διάστημα, ίσο προς ένα μέσο χρόνο ζωής, τα 63.2 % των πυρήνων του αρχικού δείγματος έχουν αποδιεγερθεί.

Εναλλακτικά, είναι δυνατόν να χρησιμοποιήσουμε για την περιγραφή της χρονικής εξέλιξης ενός συνόλου ασταθών πυρήνων το χρόνο ημιζωής ή χρόνο υποδιπλασιασμού, δηλαδή το χρόνο που απαιτείται ώστε να αποδιεγερθούν οι μισοί από τους πυρήνες στο αρχικό δείγμα. Από την εξ. (3.4) ο χρόνος ημιζωής $T_{1/2}$ δίνεται από τη σχέση

$$\frac{1}{2}N_0 = N_0 e^{-\frac{T_{1/2}}{\tau}}$$

ή

 $T_{1/2} = (\ell n 2) \tau = 0.693 \tau \tag{3.6}$

Οι μέσοι χρόνοι ζωής που χαρακτηρίζουν ασταθή πυρηνικά συστήματα καλύπτουν πολλές τάξεις μεγέθους. Χαρακτηριστικοί χρόνοι για αποδιέγερση μέσω εκπομπής σωματίου α εκτείνονται από 10^{-6} s έως 10^{10} y ενώ η σχετικά βραδύτερη αποδιέγερση β πραγματοποιείται με χρόνους ημιζωής που κυμαίνονται μεταξύ 10^{-2} s και 10^{14} y. Η αποδιέγερση γ είναι συνήθως ταχύτερη με χαρακτηριστικούς χρόνους ημιζωής μεταξύ 10^{-17} s και 10^{-10} s. Μια σημαντική εξαίρεση στον κανόνα αυτό παρουσιάζουν μεταπτώσεις γ χαμηλής ενέργειας μεταξύ διεγερμένων πυρηνικών καταστάσεων με μεγάλη διαφορά σπιν. Για $\Delta J = 4$ και διαφορά ενέργειας μεταξύ των καταστάσεων της τάξης των 100 keV, ο μέσος χρόνος ζωής μπορεί να φτάσει τα μερικά έτη. Με τη σημαντική αυτή εξαίρεση, που

ονομάζεται πυρηνικός ισομερισμός, θα ασχοληθούμε αργότερα.

Μια τελευταία παράμετρος που μπορεί να χαρακτηρίσει την αστάθεια ενός πυρηνικού συστήματος παρέχεται από την αρχή απροσδιοριστίας του Heisenberg, που συνδέει το μέσο χρόνο ζωής με μια αβεβαιότητα στην ολική ενέργεια της κατάστασης μέσω της σχέσης

$$\Gamma = \Delta E = \frac{\hbar}{\tau} = \frac{0.658 \times 10^{-15}}{\tau} \text{ eV}$$
 (3.7)

Η φυσική σημασία του εύρους Γ που ορίζεται στην εξ. (3.7) στηρίζεται στη στατιστική έννοια που δώσαμε στο μέσο χρόνο ζωής τ. Αν ο μέσος χρόνος ζωής ενός πυρηνικού συστήματος είναι τ, τότε η ολική του ενέργεια δεν είναι δυνατόν να προσδιοριστεί με μεγαλύτερη ακρίβεια από ΔΕ. Έτσι, για ένα σύνολο πυρήνων μιας ραδιενεργού πηγής, η ολική ενέργεια κάθε πυρήνα δίνεται από μια στατιστική κατανομή² με χαρακτηριστικό εύρος Γ.

² Το είδος της κατανομής που χρησιμοποιείται για την απόδοση στατιστικών φαινομένων στην πυρηνική φυσική είναι συνήθως ένα μίγμα που υπαγορεύεται από την απλοποίηση των εκφράσεων με μικρή προσήλωση στη μαθηματική αυστηρότητα. Για παράδειγμα, στη μέτρηση της ενέργειας μιας μετάπτωσης, οι επιμέρους μετρήσεις θεωρείται ότι ακολουθούν την κατανομή Gauss, ενώ κατά παράδοση το πειραματικό σφάλμα στη μέτρηση ενός αριθμού γεγονότων με συγκεκριμένη ενέργεια υπολογίζεται από την έκφραση $\sigma = \sqrt{N}$, που αποτελεί ιδιότητα της κατανομής Poisson. Συνήθως η ανάμιξη εννοιών από τα δύο είδη κατανομών έχει μικρή σημασία ως προς το αριθμητικό αποτέλεσμα των παραμέτρων που χαρακτηρίζουν το στατιστικό φαινόμενο. Και οι δύο κατανομές αποτελούν προσέγγιση της διώνυμης κατανομής υπό συνθήκες που συνήθως ικανοποιούνται ταυτόχρονα στα πειράματα της πυρηνικής φυσικής. Μια εξαιρετική ανασκόπηση των στατιστικών εννοιών, όπως εφαρμόζονται στην πυρηνική φυσική, δίνεται από τον P.R. Bevington, Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences, McGraw Hill Book Co., 1969.

Όπως θα δούμε κατά την εξέταση των πυρηνικών αντιδράσεων, η αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ενέργειας μιας ασταθούς κατάστασης δίνεται από την κατανομή Lorentz

Στην πράξη, η απροσδιοριστία Γ στην ενέργεια μιας ασταθούς κατάστασης αντανακλάται στην κατανομή των σωματίων (στην περίπτωση του σχήματος 3-2, των φωτονίων) που εκπέμπονται κατά την αποδιέγερσή της. Στα πλαίσια της φυσικής ακτινοβολίας που εξετάζουμε, πυρήνες ασταθείς ως προς την αποδιέγερση α ή β, με χαρακτηριστικούς χρόνους ζωής μεταξύ 10^{-7} s και 10^{11} y, προβλέπονται από την εξ. (3.7) με ένα εύρος Γ μεταξύ 10^{-8} και 10^{-34} eV. Η περιοχή αυτή βρίσκεται σήμερα έξω από τις δυνατότητες διακριτικής ικανότητας των ανιχνευτών σωματίων α ή ηλεκτρονίων. Αντίθετα, διεγερμένες καταστάσεις, ασταθείς ως προς την εκπομπή νουκλεονίων ή σωματίων α, είναι δυνατόν να παρουσιάζουν εύρος της τάξης των MeV. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα της τελευταί-

Ο πλέον άμεσος προσδιορισμός του μέσου χρόνου ζωής ενός ασταθούς ισοτόπου προέρχεται από την παρακολούθηση της χρονικής εξέλιξης ενός ραδιενεργού δείγματος και τη σύγκριση με το νόμο αποδιέγερσης της εξ. (3.4). Στην πράξη είναι πιο εύκολη η μέτρηση της μεταβολής της ραδιενέργειας $\frac{dN}{dt}$ (αποδιεγέρσεις ανά μονάδα χρόνου) ως προς το χρόνο. Όπως προκύπτει από την εξ. (3.4), η ραδιενέργεια ακολουθεί τον ίδιο εκθετικό νόμο εξέλιξης

$$\frac{dN}{dt}(t) = \frac{dN}{dt}(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$
(3.9)

$$P_{L}(E, E_{0}, \Gamma) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma/2}{(E - E_{0})^{2} + (\Gamma/2)^{2}}$$
(3.8)

BIBAR

όπου E_0 είναι η ενέργεια με τη μέγιστη πιθανότητα. Στη συνέχεια θα χρησιμοποιήσουμε το εύρος Γ μιας ασταθούς πυρηνικής κατάστασης που ορίζεται στην εξ. (3.7) με την έννοια της εξ. (3.8).



Σχήμα 3-2 Κατανομή ολικής ενέργειας για μια πυρηνική κατάσταση. ασταθή ως προς την αποδιέγερση γ. Το εύρος Γ της κατανομής αντανακλάται στο φάσμα ενέργειας των φωτονίων που εκπέμπονται κατά την αποδιέγερση. Στην πράζη, το εύρος Γ' της κορυφής του φάσματος είναι μεγαλύτερο του Γ. λόγω πεπερασμένης διακριτικής ικανότητας του ανιχνευτή φωτονίων, ηλεκτρονικού θορύβου, κ.λ.π.

ή

$$\ell n \left[\frac{dN}{dt}(t) \right] = C - \frac{t}{\tau} \tag{3.10}$$

όπου C είναι ο φυσικός λογάριθμος της ραδιενέργειας στην αρχή της μέτρησης. Ο μέσος χρόνος ζωής τ είναι επομένως δυνατόν να βρεθεί με προσαρμογή πειραματικών δεδομένων στη γραμμική σχέση της εξ. (3.10).

Η μέθοδος που αντανακλά η εξ. (3.10) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για σχετικά μακρόβιες πυρηνικές καταστάσεις (μεγαλύτερες του ενός πρώτου λεπτού). Για πολύ μεγάλους χρόνους ζωής, όπου η μεταβολή της ραδιενέργειας μέσα σε λογικά χρονικά όρια είναι ανεπαίσθητη, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε απόλυτες μετρήσεις ραδιενέργειας. Η ραδιενέργεια ενός δείγματος δίνεται από τη σχέση

$$\left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N = \frac{1}{\tau} \left(\frac{m}{A} A_0\right)$$





Σχήμα 3-3 Διάγραμμα ενεργειακών καταστάσεων του ⁸Be. Οι γραμμοσκιασμένες περιοχές αντιπροσωπεύουν την αβεβαιότητα στην ενέργεια καταστάσεων με μεγάλο εύρος Γ [C.M. Laederer and V.S. Shirley. Tables of Isotopes. Seventh Edition. John Wiley & Sons. Inc., 1990].



όπου *m* είναι η μάζα του δείγματος, *A* το ατομικό βάρος του ασταθούς ισοτόπου και A_0 ο αριθμός του Avogadro. Για τη μέτρηση βραχύτερων χρόνων ημιζωής ασταθών πυρήνων, που συνήθως εκπέμπονται σε πυρηνικές αντιδράσεις, έχουν αναπτυχθεί εξειδικευμένες ηλεκτρονικές μέθοδοι που δεν θα εξετάσουμε όμως στα πλαίσια του παρόντος βιβλίου.

Ως βασική μονάδα μέτρησης της ραδιενέργειας έχει καθιερωθεί το *Becquerel*, με τον συμβολισμό **Bq** και ορίζεται ως μία αποδιέγερση ανά δεύτερο λεπτό. Η παλαιότερη μονάδα μέτρησης ραδιενέργειας, το *Curie* (3.7 × 10¹⁰ Bq), έχει πλέον περιέλθει σε αχρησία.

Πρέπει να σημειωθεί ότι οι φυσικές διαστάσεις μιας πηγής εξαρτώνται από το μέσο χρόνο ζωής της μετάπτωσης που την προκαλεί. Η ειδική ραδιενέργεια μιας πηγής, δηλαδή η ραδιενέργεια ανά γραμμάριο υλικού της πηγής, δίνεται από την έκφραση

$$\rho = \frac{\lambda N}{m} = \frac{1}{\tau} \frac{A_0}{A}$$
(3.12)

όπου *m* είναι η μάζα της πηγής, A₀ ο αριθμός του Avogadro και A το ατομικό βάρος του υλικού. Η μάζα επομένως μιας πηγής με ραδιενέργεια 1 Bq δίνεται από την έκφραση

$$m = \frac{\lambda N}{A_0} A\tau = 1.07 \times 10^{-24} A\tau = 2.4 \times 10^{-24} AT_{1/2}.$$
 (3.13)

Έτσι, μια πηγή καθαρού ²³⁵U ($T_{1/2} = 7.07 \times 10^8$ y) με ραδιενέργεια 1 GBq (= 10⁹ Bq) έχει μάζα περίπου 12.5 kg, ενώ πηγή ¹¹C ($T_{1/2} = 20$ min) με την ίδια ραδιενέργεια έχει μάζα μόλις 3.2×10^{-11} g.

3-2 Νόμοι διαδοχικής αποδιέγερσης

Σε πολλές περιπτώσεις, ένας πυρήνας αποδιεγείρεται με μια σειρά

διαδοχικών μεταπτώσεων, μέχρις ότου δημιουργηθεί ένα σταθερό σύστημα. Στην αλυσίδα αυτών των αποδιεγέρσεων

$$.. A \xrightarrow{\lambda_{A}} B \xrightarrow{\lambda_{B}} C \xrightarrow{\lambda_{C}} ... \qquad (3.14)$$

ο πληθυσμός για κάθε είδος πυρήνα συνεχώς αυξάνει με τροφοδοσία από τον αμέσως προηγούμενο μητρικό πυρήνα, ενώ ταυτόχρονα μειώνεται με αποδιέγερση προς τον αμέσως επόμενο θυγατρικό. Σε μια δεδομένη στιγμή, η κατανομή του πληθυσμού ενός δείγματος μεταξύ των ισοτόπων της σειράς διέπεται από το βασικό νόμο αποδιέγερσης της εξ. (3.2) και εξαρτάται από τις τιμές των πιθανοτήτων ..., λ_A , λ_B , λ_C , ...

Η χαρακτηριστική συμπεριφορά μια τέτοιας σειράς αποδιεγέρσεων μπορεί να διερευνηθεί με τη θεώρηση της διπλής αποδιέγερσης

$$A \xrightarrow{\lambda_{A}} B \xrightarrow{\lambda_{B}} C . \qquad (3.15)$$

Αν N_A και N_B είναι ο πληθυσμός των πυρήνων Α και Β σε μια δεδομένη στιγμή, τότε, σύμφωνα με τα προηγούμενα, η μεταβολή τους δίνεται από τις εξισώσεις

$$\frac{dN_A}{dt} = -\lambda_A N_A \tag{3.16a}$$

και

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A - \lambda_B N_B. \qquad (3.16\beta)$$

Η λύση της πρώτης εξίσωσης έχει ήδη δοθεί στην εξ. (3.2). Υπό τη μορφή εξέλιξης της ραδιενέργειας μπορεί να γραφεί ως



$$\lambda_{A}N_{A}(t) = \lambda_{A}N_{A}(0)e^{-\lambda_{A}t}$$
(3.17)

όπου $\lambda_A N_A(0)$ είναι η ραδιενέργεια του πυρήνα A σε χρόνο t = 0. Με τη βοήθεια της τελευταίας σχέσης, η εξ. (3.16β) παίρνει τη μορφή

$$\frac{dN_B}{dt} = \lambda_A N_A(0) e^{-\lambda_A t} - \lambda_B N_B$$
$$\frac{dN_B}{dt} + \lambda_B N_B = \lambda_A N_A(0) e^{-\lambda_A t}.$$
(3.18)

Πολλαπλασιάζοντας και τα δύο σκέλη της εξ. (3.18) με τη συνάρτηση $e^{\lambda_{B}t}$, παίρνουμε

$$\frac{dN_B}{dt} e^{\lambda_B t} + \lambda_B N_B e^{\lambda_B t} = \lambda_A N_A(0) e^{(\lambda_B - \lambda_A) t}$$

ή

ή

 $\frac{d}{dt}\left(\frac{dN_B}{dt}e^{\lambda_B t}\right) = \lambda_A N_A(0)e^{(\lambda_B - \lambda_A)t}$ (3.19)

που με μια ολοκλήρωση δίνει

 $N_B e^{\lambda_B t} = \frac{\lambda_A N_A(0)}{\lambda_B - \lambda_A} e^{-(\lambda_B - \lambda_A)t} + K$

ή

$$N_B(t) = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) e^{-\lambda_A t} + K e^{-\lambda_B t}$$
(3.20)

όπου Κ είναι η σταθερά της ολοκλήρωσης

Αν σε χρόνο t = 0, ο πυρήνας Β έχει πληθυσμό $N_B = N_B(0)$, τότε η σταθερά Κ παίρνει την τιμή

$$K = N_B(0) - \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0)$$
 (3.21)

και η λύση της εξ. (3.16β) μπορεί να γραφεί ως

$$\lambda_B N_B(t) = \lambda_B N_B(0) e^{-\lambda_B t} + \frac{\lambda_B \lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}). \quad (3.22)$$

Στην περίπτωση όπου σε χρόνο t = 0 το ραδιενεργό δείγμα αποτελείται αποκλειστικά από πυρήνες A ($N_B(0) = 0$), η εξ. (3.22) παίρνει την απλούστερη μορφή

$$\lambda_B N_B(t) = \frac{\lambda_B \lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t})$$
(3.23)

ή, υπό μορφή σχετικής εξέλιξης των δύο ραδιενεργειών

$$\frac{\lambda_B N_B(t)}{\lambda_A N_A(t)} = \frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \quad (1 - e^{-(\lambda_B - \lambda_A) t}). \quad (3.24)$$

Η χρονική εξέλιξη του ραδιενεργού δείγματος που θεωρούμε εξαρτάται από τη σχέση των πιθανοτήτων λ_A και λ_B (ή ισοδύναμα των αντίστοιχων μέσων χρόνων ζωής $\tau_A = \lambda_A^{-1}$ και $\tau_B = \lambda_B^{-1}$). Αν λ_A $< \lambda_B$, δηλαδή ο μητρικός πυρήνας Α έχει μεγαλύτερο μέσο χρόνο ζωής από το θυγατρικό Β, τότε ο εκθετικός όρος της εξ. (3.24) φθίνει με το χρόνο και ο λόγος των δύο ραδιενεργειών τείνει προς το σταθερό λόγο

$$\frac{\lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} = \frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_B}.$$
 (3.25)

Στην αντίθετη περίπτωση, όπου ο θυγατρικός πυρήνας έχει μεγαλύ-

τερο μέσο χρόνο ζωής από το μητρικό $(\lambda_A > \lambda_B)$, ο εκθετικός όρος της εξ. (3.24) συνεχώς αυξάνει. Στην τελευταία περίπτωση, η ραδιενέργεια του πυρήνα Α στην εξ. (3.17) φθίνει πιο γρήγορα από τη ραδιενέργεια του πυρήνα Β που, από την εξ. (3.22) έχει [για $N_B(0) =$ 0] τη χρονική εξέλιξη

$$\lambda_B N_B(t) = \frac{\lambda_B \lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} N_A(0) e^{-\lambda_B t}. \qquad (3.26)$$

Από την εξ. (3.16β) είναι φανερό ότι, ανεξάρτητα από τη σχέση των μέσων χρόνων ζωής στις δύο αποδιεγέρσεις, η ραδιενέργεια του πυρήνα Β γίνεται μέγιστη $\left(\frac{dN_B}{dt} = 0\right)$ όταν $\lambda_A N_A = \lambda_B N_B$.

$$\lambda_A e^{-\lambda_A t} = \lambda_B e^{-\lambda_B t} \tag{3.27}$$

δηλαδή σε χρόνο

$$t_{\max} = \frac{1}{\lambda_B - \lambda_A} \ln\left(\frac{\lambda_B}{\lambda_A}\right) = \frac{\tau_A}{\tau_A - \tau_B} \ln\left(\frac{\tau_A}{\tau_B}\right). \quad (3.28)$$

Η χρονική εξέλιξη της ραδιενέργειας ενός δείγματος με σταθερές αποδιέγερσης $\lambda_A < \lambda_B$ δίνεται στο σχήμα 3-4 για την αποδιέγερση

²²⁸ Ra
$$(\xrightarrow{\beta^{-}})^{228}$$
 Ac $)\xrightarrow{\beta^{-}})^{228}$ Th $(\dots \longrightarrow \dots)^{208}$ Pb (3.29)
92


Σχήμα 3-4 Αποδιέγερση δείγματος ²²⁸Ra. Η μεταβατική ισορροπία επιτυγχάνεται μετά από 4.8 y.

Στη σειρά αυτή, το ²²⁸Ra έχει χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 6.7$ y ($\lambda_A = 3.35 \times 10^{-9}$ s⁻¹), ενώ το ²²⁸Th, $T_{1/2} = 1.90$ y ($\lambda_B = 1.2 \times 10^{-8}$ s⁻¹). To ²²⁸Ac, με χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 6.1$ h, καθώς και οι λοιπές διαδοχικές αποδιεγέρσεις μέχρι το σταθερό πυρήνα ²⁰⁸Pb, με χρόνους ημιζωής της ίδιας τάξης, μπορούν να θεωρηθούν ως άμεσες. Η μεταβατική ισορροπία $\lambda_A N_A = \lambda_B N_B$, όπου απαντάται και το μέγιστο της ραδιενέργειας B, επιτυγχάνεται μετά από 4.8 έτη και μετέπειτα οι δύο ραδιενέργειες φθίνουν ουσιαστικά με το μέσο χρόνο ζωής του μητρικού πυρήνα.

Μια ακραία περίπτωση μακρόβιου μητρικού πυρήνα, που ακολουθείται από ένα βραχύβιο θυγατρικό, δίνεται στο σχήμα 3-5 για την αποδιέγερση

²³⁸ U
$$\xrightarrow{\alpha}$$
 ²³⁴ Th $\xrightarrow{\beta}$ ²³⁴ Pa (\longrightarrow ...). (3.30)

Στην περίπτωση αυτή, όπου $T_{1/2}(^{238}U) = 4.468 \times 10^9 \text{ y} >> T_{1/2}(^{234}Th)$ = 24.10 d, ο λόγος της εξ. (3.29) τείνει προς τη μονάδα. Έτσι, η



Σχήμα 3-5 Αποδιέγερση δείγματος ²³⁸U. Ο θυγατρικός πυρήνας ²³⁴Th αποδιεγείρεται με χρόνο ημιζωής $T_{1,2}(^{234Th}) = 24 \text{ d} << T_{1,2}(^{238}\text{U}) = 4.51 \times 10^9 \text{ y}.$

ραδιενέργεια του θυγατρικού πυρήνα τείνει ασυμπτωτικά προς τη ραδιενέργεια του μητρικού και μετέπειτα φθίνει με τον ίδιο χρόνο ημιζωής. Στην πραγματικότητα, για τη φυσική ραδιενεργό σειρά του ουρανίου [βλ. Κεφάλαιο 11, σχήμα 11-3], που η εξ. (3.30) αποτελεί την αρχή, όλα τα λοιπά μέλη μέχρι το σταθερό πυρήνα ²⁰⁶Pb, έχουν χρόνο ημιζωής τουλάχιστον πέντε τάξεις μεγέθους μικρότερο από αυτόν του ²³⁸U και η συνθήκη $\lambda_4 \ll \lambda_B$ ισχύει για όλα τα μέλη. Σήμερα, όλα τα ισότοπα στη σειρά του ουρανίου [βλ. σχήμα 11-3] απαντώνται στη φύση με ίση ραδιενέργεια

$$\lambda_A N_A = \lambda_B N_B = \lambda_C N_C = ... = σταθερά$$
 (3.31)

(3.32

δηλαδή σε ποσότητες ανάλογες προς το χρόνο ημιζωής καθενός.

Η αντίθετη περίπτωση, ενός μητρικού πυρήνα με χρόνο ημιζωής μικρότερο από αυτόν του θυγατρικού, δίνεται στο σχήμα 3-6 με την αποδιέγερση

²¹¹ Bi
$$\xrightarrow{\alpha}$$
 ²⁰⁷ Tl $\xrightarrow{\beta^-}$ ²⁰⁷ Ph



Σχήμα 3-6 Η αποδιέγερση ²¹¹ Bi $\xrightarrow{\alpha}$ ²⁰⁷ Tl $\xrightarrow{\beta}$ ²⁰⁷ Pb. O κατακόρυφος άξονας δίνεται σε αυθαίρετες μονάδες για $\lambda_A N_A = 1$ σε χρόνο t = 0. Οι διακεκομμένες γραμμές δείχνουν το σημείο της μεταβατικής ισορροπίας. Το ένθετο σχήμα περιέχει την εξέλιξη του λόγου των δύο ραδιενεργειών που, όπως προβλέπεται από την εξ. (3.24), αυξάνει εκθετικά.

που αποτελεί τα δύο τελευταία βήματα της φυσικής ραδιενεργού σειράς του ακτινίου [βλ. Κεφάλαιο 11, σχήμα 11-4]. Η μεταβατική ισορροπία επιτυγχάνεται μετά από 4.5 min, ενώ μετά από 15 min η μητρική ακτινοβολία έχει ουσιαστικά εκλείψει. Στο ένθετο του σχήματος δίνεται η συνεχής αύξηση του λόγου των δύο ραδιενεργειών που προβλέπει η εξ. (3.24).

3-3 Παραγωγή ραδιενεργών πηγών

Η προηγούμενη ανάλυση της διπλής αποδιέγερσης στην εξ. (3.15) μπορεί να μεταφερθεί ατόφια στην περίπτωση παραγωγής ενός ραδιενεργού ισοτόπου μέσω μιας πυρηνικής αντίδρασης. Για το σκοπό αυτό ας θεωρήσουμε την αντίδραση

$$a + A \rightarrow b + B \tag{3.33}$$

όπου a είναι (συνήθως ελαφροί) ενεργειακοί πυρήνες υπό μορφή δέσμης ενός επιταχυντή ή ουδετερόνια από ένα αντιδραστήρα, Α είναι ένας σταθερός ή μακρόβιος πυρήνας υπό μορφή στόχου, Β είναι ένας ασταθής πυρήνας που αποδιεγείρεται στον πυρήνα C με μέσο χρόνο ζωής $\tau_B = \lambda_B^{-1}$ και b το κατάλοιπο της αντίδρασης (συνήθως ένας ελαφρύς πυρήνας ή νουκλεόνιο). Αν N_A είναι τα άτομα του στόχου που βρίσκονται εκτεθειμένα στη δέσμη των σωματίων a και λ_A η πιθανότητα ώστε να πραγματοποιηθεί η αντίδραση της εξ. (3.33), τότε ο ρυθμός παραγωγής των πυρήνων B είναι ίσος με $\lambda_A N_A$ και ο ρυθμός αποδιέγερσης δίνεται από την εξ. (3.16β). Η πυρηνική αντίδραση επομένως της εξ. (3.33) μπορεί να συμβολιστεί, σε αναλογία με την εξ. (3.15), ως

$$A \xrightarrow{(a,b)} B \xrightarrow{\lambda_B} C$$
 (3.34)

και η χρονική εξέλιξη της ραδιενέργειας του πυρήνα Β μπορεί να αποδοθεί από την εξ. (3.22).

Στην περίπτωση των πυρηνικών αντιδράσεων, η πιθανότητα λ_A είναι πολύ μικρή ενώ ο αριθμός N_A (συγκρίσιμος με τον αριθμό του Avogadro) πολύ μεγάλος. Σε μαθηματικό συμβολισμό

$$\lambda_{A} \to 0, \ N_{A} \to \infty$$
 (3.35)

ενώ το γινόμενο λ_AN_A είναι μια σταθερά με πεπερασμένη αριθμητι

κή τιμή. Επομένως, στην εξ. (3.22) η πιθανότητα λ_A μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα, με αποτέλεσμα η ραδιενέργεια του πυρήνα B να εκφράζεται με τη μορφή

$$\lambda_B N_B = \lambda_A N_A \left(1 - e^{-\lambda_B t} \right). \tag{3.36}$$

Η χρονική εξέλιξη της ραδιενέργειας του πυρήνα που προβλέπεται από την εξ. (3.36) δίνεται στη γραφική παράσταση του σχήματος 3-7. Ο ρυθμός παραγωγής ραδιενεργών πυρήνων B είναι $\lambda_A N_A$, που μπορεί να θεωρηθεί ως η «ισοδύναμη ραδιενέργεια» του στόχου, κάτω από τις συνθήκες βομβαρδισμού του με τη δέσμη των σωματίων a. Ο **ρυθμός παραγωγής ραδιενέργειας** του πυρήνα B, που ονομάζεται και **απόδοση** Y της αντίδρασης, είναι επομένως ίσος με $N_A \lambda_A \lambda_B$. Στην περίπτωση ενός μόνο θυγατρικού πυρήνα, η απόδοση είναι σταθερή και ίση με την κλίση της καμπύλης της εξ. (3.36) στη χρονική στιγμή t = 0

$$Y = \frac{d(\lambda_B N_B)}{dt} \bigg|_{t=0}.$$
 (3.37)

Ως συνάρτηση της απόδοσης, η ραδιενέργεια που συσσωρεύεται μετά από χρόνο t μπορεί, σύμφωνα με την εξ. (3.36), να γραφεί στη μορφή

$$\lambda_{B}N_{B} = Y\tau_{B}(1 - e^{-t/\tau_{B}}). \qquad (3.38)$$

Είναι φανερό από την τελευταία σχέση ότι η μέγιστη ραδιενέργεια που μπορούμε να δημιουργήσουμε κατά την παρασκευή ενός ασταθούς ισοτόπου μέσω πυρηνικής αντίδρασης είναι ίση με Υτ_B. Όπως δείχνει το σχήμα 3-7, είναι άσκοπο σε μια τέτοια παρασκευή να βομβαρδιστεί ο στόχος για χρονική περίοδο μεγαλύτερη από δύο ή



Σχήμα 3-7 Χρονική εξέλιξη της ραδιενέργειας του θυγατρικού πυρήνα Β στην πυρηνική αντίδραση της εξ. (3.). Το μέγιστο του κατακόρικου άξονα αντιστοιχεί στη μέγιστη δυνατή ραδιενέργεια T_{B} . Ο οριζόντιος άξονας είναι βαθμονομημένος σε πολλαπλάσια του χρόνου ημιζωής. Η εφαπτομένη της καμπύλης σε χρόνο t = 0, που αντιπροσωπεύει την απόδοση T, τέμνει το επίπεδο της μέγιστης δυνατής ραδιενέργειας στο σημείο $t = t_B$.

τρία πολλαπλάσια του χρόνου ημιζωής. Ήδη σε δύο χρόνους ημιζωής έχει δημιουργηθεί το 75% της μέγιστης δυνατής ραδιενέργειας. Μετά από ένα μικρό αριθμό χρόνων ημιζωής, το υλικό του στόχου φτάνει σε μια κατάσταση ισορροπίας όπου οι πυρήνες Β αποδιεγείρονται με τον ίδιο ρυθμό που δημιουργούνται.

3-4 Πιθανότητα μετάπτωσης

Ο θεμελιώδης νόμος της εξ. (3.2) περιγράφει σε στατιστικά πλαίσια τη χρονική εξέλιξη ενός συνόλου ασταθών πυρήνων. Με την έννοια αυτή μπορούμε να πούμε ότι αποδίδει την κινηματική της μετάπτωσης. Η δυναμική του φαινομένου περιέχεται στην σταθερά αποδιέγερσης λ που χαρακτηρίζει τη μετάπτωση και που μέχρι τώρα πραγματευτήκαμε ως μια εμπειρική σταθερά. Το επόμενο βήμα της μελέτης μας επομένως θα πρέπει να είναι ο υπολογισμός της σταθεράς αυτής για μια συγκεκριμένη μετάπτωση με βάση την αλληλεπίδραση που την προκαλεί και τη δομή του αρχικού και τελικού πυρηνικού συστήματος.

Όπως κάθε άλλη πυρηνική ιδιότητα, η σταθερά αποδιέγερσης θα προέλθει από την επίλυση της εξίσωσης του Schroedinger που περιγράφει τη χρονική εξέλιξη του φαινομένου

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |q,t\rangle = \mathbf{H}|q,t\rangle$$
 (3.39)

όπου η χαμιλτονιανή Η και οι ιδιοκαταστάσεις $|q,t\rangle$ είναι συναρτήσεις των σχετικών συντεταγμένων q και του χρόνου t.

Η εξ. (3.39) είναι δυνατόν να επιλυθεί προσεγγιστικά στην περίπτωση όπου ο χαμιλτονιακός τελεστής Η μπορεί να γραφεί ως άθροισμα δύο όρων

$$H = H_0 + V \tag{3.40}$$

όπου H₀ είναι ο όρος που περιγράφει τις διάφορες καταστάσεις στις οποίες μπορεί να βρεθεί ένα σύστημα A νουκλεονίων. Από τη φύση του ο όρος αυτός είναι ανεξάρτητος από το χρόνο, οι δε καταστάσεις που περιγράφει, στον συμβολισμό της Παραγράφου 1-5, προέρχονται από τις λύσεις της εξίσωσης

$$H_0|E_k, q_k^{(j)}) = E_k | E_k, q_k^{(j)}) = E_k | k)$$
(3.41)

όπου E_k είναι η ενέργεια και $q_k^{(j)}$ οι τιμές των j = 1, 2, ... μεταβλητών της κατάστασης k, ενώ, χάριν συντομίας, έχει εισαχθεί ο συνοπτικός συμβολισμός $|E_k, q_k^{(j)}| = |k|$. Ο τελεστής V στην εξ. (3.40) αντιπροσωπεύει την αλληλεπίδραση, η οποία μπορεί να οδηγήσει σε μετάπτωση του συστήματος από μια κατάσταση της εξ. (3.41) σε μια άλλη.

Αν ο τελεστής V είναι μικρός σε σχέση με τον τελεστή H_0 , ήτοι μπορεί να θεωρηθεί ως διαταραχή του τελεστή H, οι ιδιοκαταστάσεις της εξ. (3.39) είναι δυνατόν να αποδοθούν με βάση τις ιδιοκαταστάσεις της εξ. (3.41) ως

$$|q,t) = \sum_{n} a_{n}(t) |n) \exp\left(-i\frac{E_{n}t}{\hbar}\right)$$
(3.42)

όπου οι συντελεστές του αναπτύγματος³ είναι συναρτήσεις του χρόνου. Αντικαθιστώντας την εξ. (3.42) στην εξ. (3.39) προκύπτει η σχέση

$$i\hbar \sum_{n} \frac{\partial a_{n}}{\partial t} | n \right) \exp\left(-i \frac{E_{n}t}{\hbar}\right) + \sum_{n} a_{n}E_{n} | n \right) \exp\left(-i \frac{E_{n}t}{\hbar}\right)$$
$$= \sum_{n} a_{n}(H_{0} + V) | n \right) \exp\left(-i \frac{E_{n}t}{\hbar}\right). \qquad (3.43)$$

Από την εξ. (3.41) μπορούμε να αντικαταστήσουμε την έκφραση $H_0|n)$ με $E_n|n)$. Αν πολλαπλασιάσουμε την εξ. (3.43) από τα αριστερά με τη συζυγή ιδιοκατάσταση (k | και ολοκληρώσουμε σε όλο το χρόνο, τότε, με τη χρησιμοποίηση της ορθοκανονικής ιδιότητας των ιδιοκαταστάσεων, η εξ. (3.43) παίρνει τη μορφή

³ Στο ανάπτυγμα της εξ. (3.42) έχει χρησιμοποιηθεί το σύμβολο Σ που ισχύει μόνο για διακριτές ιδιοτιμές της ενέργειας E_n . Για απλούστευση του συμβολισμού, θα θεωρήσουμε ότι το ίδιο σύμβολο αντιπροσωπεύει και την ολοκλήρωση ως προς dE στην περιοχή των συνεχών ιδιοτιμών της ενέργειας.

$$i\hbar \frac{\partial a_k}{\partial t} \exp\left(-i \frac{E_k t}{\hbar}\right) = \sum_n a_n \left(k \mid V \mid n\right) \exp\left(-i \frac{E_n t}{\hbar}\right)$$

ή

$$\frac{\partial a_k}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} \sum_n a_n (k \mid V \mid n) \exp(i\omega_{kn} t)$$
(3.44)

όπου στο τελευταίο βήμα έχει χρησιμοποιηθεί ο ορισμός της γωνιακής συχνότητας Bohr

$$\omega_{kn} \equiv \frac{E_k - E_n}{\hbar}.$$
 (3.45)

Ως τώρα, η ανάλυση είναι ακριβής και το σύστημα των εξ. (3.44) είναι απόλυτα ισοδύναμο με την εξίσωση του Schroedinger (3.39). Η προσεγγιστική αντιμετώπιση των εξισώσεων μπορεί να εισαχθεί στο σημείο αυτό για την ολοκλήρωση των συναρτήσεων $\frac{\partial a_k}{\partial t}$. Η παραδοχή ότι ο τελεστής V είναι μικρός επιτρέπει την έκφραση των διαταραγμένων ιδιοκαταστάσεων ως πολυωνύμων του V. Αν στα πλαίσια αυτά αντικαταστήσουμε τη διαταραχή με εV, όπου $0 \le \varepsilon \le 1$, και εκφράσουμε τους συντελεστές a_n ως

$$a_n = a_n^{(0)} + a_n^{(1)}\varepsilon + a_n^{(2)}\varepsilon^2 + \dots$$
 (3.46)

τότε η σταδιακή εύρεση κάθε όρου $a_n^{(\ell)}$ του αθροίσματος αντιστοιχεί σε βελτίωση της προσέγγισης του υπολογισμού κατά μια τάξη. Η μέθοδος συνίσταται στην αντικατάσταση της σειράς της εξ. (3.46) στην εξ. (3.44), εξίσωση των αντίστοιχων δυνάμεων του ε και επαναφορά στο τελικό αποτέλεσμα της τιμής $\varepsilon = 1$. Με τον τρόπο αυτό προκύπτει η ομάδα των εξισώσεων

$$\frac{\partial a_k^{(0)}}{\partial t} = 0 \tag{3.47a}$$

$$\frac{\partial a_k^{(\ell+1)}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \sum_n (k \mid \mathbf{V} \mid n) a_n^{(\ell)} \exp(i\omega_{kn}t) \qquad (3.47\beta)$$

που κατ' αρχήν μπορούν να ολοκληρωθούν διαδοχικά και να δώσουν προσεγγιστικές λύσεις σε οποιαδήποτε επιθυμητή τάξη της διαταραχής.

Η εξ. (3.47α) προβλέπει ότι σε μηδενική τάξη διαταραχής οι συντελεστές a_n του αναπτύγματος (3.46) είναι σταθεροί. Αν το σύστημα βρίσκεται αρχικά σε μια κατάσταση $|l\rangle$, τότε δεν μετα-βάλλεται με την πάροδο του χρόνου. Οι συντελεστές μηδενικής τάξης $a_n^{(0)}$ έχουν επομένως τη μορφή

$$a_n^{(0)} = \delta_{\ell n} \,. \tag{3.48}$$

Στην επόμενη τάξη προσέγγισης, η εξ. (3.47β) δίνει

$$\frac{\partial a_k^{(1)}}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} \sum_n (k \mid V \mid n) a_n^{(0)} \exp(i\omega_{kn} t)$$
$$= -\frac{i}{\hbar} (k \mid V \mid \ell) \exp(i\omega_{\ell\ell} t)$$

ή

$$a_k^{(1)} = -\frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} (k \mid \mathbf{V}(t') \mid \ell) \exp(i\omega_{k\ell}t') dt'. \qquad (3.49)$$

Η τελευταία σχέση μπορεί να ολοκληρωθεί αν θεωρηθεί μια συγκεκριμένη συναρτησιακή μορφή για τη μεταβολή με το χρόνο της αναμενόμενης τιμής $(k | V(t) | \ell)$. Θα θεωρήσουμε για το σκοπό αυτό, σε συνέπεια με τη σταθερή πιθανότητα που αποδώσαμε στην παράμετρο λ , ότι η διαταραχή έχει μια συγκεκριμένη σταθερή τιμή κατά το χρονικό διάστημα $0 \le t' \le t$ και μηδενική τιμή κατά τον υπόλοιπο χρόνο. Με τη χρονική αυτή εξάρτηση της διαταραχής V, η εξ. (3.49) μπορεί να γραφεί ως

$$a_{l}^{(1)} = -\frac{i}{\hbar} (k | \mathbf{V} | \ell) \int_{\infty}^{t} \exp(i\omega_{k\ell}t') dt'$$
$$= \frac{1}{\hbar\omega_{k\ell}} (k | \mathbf{V} | \ell) [1 - \exp(i\omega_{k\ell}t)]. \qquad (3.50)$$

Το τετράγωνο του συντελεστή $a_k(t)$ εκφράζει την πιθανότητα ώστε το σύστημα, το οποίο αρχικά βρίσκεται στην κατάσταση $| l \rangle$, να μεταπέσει, μετά από χρόνο t, στην κατάσταση $| k \rangle$. Σε πρώτη επομένως προσέγγιση, η πιθανότητα για μια συγκεκριμένη μετάπτωση

$$|i\rangle \to |f\rangle \tag{3.51}$$

δίνεται από την έκφραση

$$|a_{f}|^{2} = |a_{f}^{(1)}|^{2} = \frac{4|(f|V|i)|^{2}\sin^{2}\left(\frac{1}{2}\omega_{f}t\right)}{\hbar^{2}\omega_{f}^{2}}.$$
 (3.52)

Η ποσότητα που αναλογεί στη σταθερά αποδιέγερση λ για μια μετάπτωση είναι η πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου⁴

⁴ Για το ίδιο μέγεθος θα χρησιμοποιήσουμε ακόμη στο μέλλον εναλλακτικά τον όρο ρυθμός μετάπτωσης.



που μπορεί να υπολογιστεί από την εξ. (3.52) αν διαιρέσουμε με το χρόνο. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις που απαντούμε στην πυρηνική φυσική, η τελική κατάσταση $| f \rangle$ δεν αποτελεί μια μεμονωμένη κατάσταση του συστήματος, αλλά μέλος μιας ομάδας ιδιοκαταστάσεων με μικρή διαφορά ενέργειας μεταξύ τους. Χαρακτηριστική είναι η περίπτωση των μαγνητικών υποκαταστάσεων που μελετήσαμε στην Παράγραφο 1-5 και που σε πρώτη προσέγγιση είναι εκφυλισμένες ως προς την ενέργεια. Η πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου επομένως για όλες τις προσφερόμενες τελικές καταστάσεις του συστήματος δίνεται από την έκφραση

$$\lambda_{fi} = \frac{1}{t} \int_{-\infty}^{\infty} |a_{fi}|^2 \rho(E_f) dE_f$$
 (3.53)

όπου $\rho(E_f)$ είναι η πυκνότητα των καταστάσεων ανά διάστημα ενέργειας $dE_f = \hbar d\omega_f$.

Σε περαιτέρω καλή προσέγγιση μπορούμε να θεωρήσουμε επιπλέον ότι σε ένα διάστημα ενέργειας ΔΕ, γύρω από την ενέργεια της τελικής κατάστασης E_f, τόσο η πυκνότητα $\rho(E_f)$, όσο και το πλάτος πιθανότητας (f | V | i) δεν μεταβάλλονται πολύ γρήγορα με την ενέργεια και να γράψουμε την εξ. (3.53) ως

$$\lambda_{fi} = \frac{4 \left| \left(f \mid \mathbf{V} \mid i \right) \right|^2 \rho(E_f)}{\hbar t} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 \omega_{fi} t}{\omega_{fi}^2} d\omega_{fi} \qquad (3.54)$$

όπου το συγκεκριμένο ολοκλήρωμα παίρνει την τιμή $\frac{\pi}{2}$. Η πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου για τη μετάβαση από μια αρχική κατάσταση $|i\rangle$ σε μια τελική κατάσταση $|f\rangle$ δίνεται επομένως από τη την έκφραση

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} |(f | \mathbf{V} | i)|^2 \rho(E_f). \qquad (3.55)$$

Η εξ. (3.55) είναι γνωστή⁵ ως ο δεύτερος χρυσός κανόνας του Fermi και θα την χρησιμοποιήσουμε στα αμέσως επόμενα κεφάλαια για τον υπολογισμό της σταθεράς λ κατά την αποδιέγερση του πυρηνικού συστήματος μέσω των τριών μηχανισμών α, β και γ.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 3-1 Πόσος χρόνος απαιτείται ώστε να αποδιεγερθεί το 75 %, 90 % και
 99 % των πυρήνων μιας ραδιενεργού πηγής με μέσο χρόνο ζωής τ;
- 3-2 Δείξτε ότι η ραδιενέργεια μιας πηγής ακολουθεί επίσης τον εκθετικό νόμο της εξ. (3.2).
- 3-3 Το καίσιο-137 που μόλυνε το οικοσύστημα του βόρειου ημισφαιρίου μετά το ατύχημα του Τσερνομπίλ έχει χρόνο υποδιπλασιασμού 30.17 y. Υπολογίζεται ότι από τον αντιδραστήρα του Τσερνομπίλ διέφυγε κατά το ατύχημα του 1986 ραδιενέργεια καισίου-137 ίση περίπου με 85 × 10¹⁵ Bq.
 - α. Πόση ραδιενέργεια ¹³⁷Cs έχει παραμείνει σήμερα;
 - β. Αποδώστε σε γραφική παράσταση την εξέλιξη της ραδιενέργειας του ¹³⁷Cs κατά τα επόμενα 100 έτη.
 - γ. Πόση ραδιενέργεια ¹³⁷Cs θα έχει παραμείνει το έτος 2004;
 - δ. Πότε η ραδιενέργεια θα μειωθεί στο 10 % της αρχικής της τιμής;

⁵ Είναι ενδιαφέρον ότι κανείς σήμερα δεν θυμάται ποιος ήταν ο πρώτος χρυσός ^{3184/0} κανόνας του Fermi.

- 3-4 Ένας στόχος από φυσικό νικέλιο βομβαρδίζεται με ενεργειακά πρωτόνια.
 - α. Ποιοι πυρήνες θα δημιουργηθούν από τις αντιδράσεις ⁶⁰Nι(p,n)X₁ και 62 Ni(p,n)X₂;
 - β. Πώς θα αποδιεγερθούν οι πυρήνες που δημιουργούνται κατά τις δύο προηγούμενες αντιδράσεις;
 - γ. Βρείτε από τη βιβλιογραφία τους μέσους χρόνους ζωής των πυρήνων που σχηματίζονται. Αν μετά από ένα ορισμένο χρόνο βομβαρδισμού, ο στόχος περιέχει 10% πυρήνες X₁ και 90% πυρήνες X₂, πόσο χρόνο πρέπει να περιμένουμε ώστε το 90% της ραδιενέργειας να προέρχεται από την αποδιέγερση του πυρήνα X₁;
- 3-5 Το ²²²₈₆ Rn αποδιεγείρεται με εκπομπή σωματίου α σε ²¹⁸₈₄ Po. Σε ένα πείραμα παρατηρήθηκε η χρονική εξέλιξη της ραδιενέργειας μιας ποσότητας ²²²₈₆ Rn με έξι διαδοχικές μετρήσεις σε ίσα χρονικά διαστήματα ενός εικοσιτετραώρου και βρέθηκε ότι ο ρυθμός αποδιέγερσης ήταν 1270, 1062, 892, 739, 621 και 515 σωμάτια α ανά πρώτο λεπτό. Προσδιορίστε τη σταθερά αποδιέγερσης και το χρόνο ημιζωής του ²²²₈₆ Rn.
- 3-6 Δικαιολογείστε τη μορφή της εξ. (3.11).
- 3-7 Θεωρείστε τη διαδοχική αποδιέγερση

$${}^{88}_{40} \operatorname{Zr} \xrightarrow{\text{EC}} {}^{88}_{39} \operatorname{Y} \xrightarrow{\text{EC},\beta} {}^{88}_{38} \operatorname{Sr}$$

όπου $T_{1/2}({}^{88}_{40}$ Zr) = 85 d, $T_{1/2}({}^{88}_{39}$ Y) = 108 d και το ${}^{88}_{38}$ Sr είναι σταθερό. Αν το αρχικό δείγμα περιέχει 10⁹ άτομα 88 Zr, αποδώστε σε γραφική παράσταση τη χρονική εξέλιξη κάθε στοιχείου κατά τα δύο πρώτα έτη.

- 3-8 To ²⁴Na αποδιεγείρεται σε ²⁴Mg με χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 14.8$ h. H απόδοση της αντίδρασης ²³Na(d,p)²⁴Na με δέσμη δευτερίου 14 MeVείναι 4.11 × 10⁷ Bq h⁻¹ A⁻¹. Πόση είναι η μέγιστη ραδιενέργεια που μπορεί να δημιουργηθεί με βομβαρδισμό ²³Na από δέσμη δευτερίου ενεργείας 14 MeV και ρεύματος 50 μA;
- 3-9 Ένας δορυφόρος χρειάζεται ηλεκτρική ισχύ 20 W. Η ισχύς αυτή παρέχεται από πυρηνική αποδιέγερση του ²³⁸Pu που εκπέμπει σωμάτια α με ενέργεια E_a = 5.5 MeV. Αν η απόδοση της μετατροπής ενέργειας των σωματίων α σε ηλεκτρική είναι 5%, πόση πρέπει να είναι η ελάχιστη ραδιενέργεια της πηγής ²³⁸Pu κατά την εκτόξευση ώστε ο δορυφόρος να λειτουργήσει επί 30 έτη; Πόση μάζα ²³⁸Pu α-παιτείται;
- 3-10 Υπολογίστε την ειδική ραδιενέργεια καθαρού 90 Sr ($T_{1/2}$ = 28 y).
- 3-11 Μια πειραματική ομάδα που σχεδιάζει ένα πείραμα με ραδιενεργό ⁶¹Cu, πρέπει να τελειώσει τις μετρήσεις της μέχρι τις 4 το απόγευμα της επόμενης ημέρας. Οι μετρήσεις του πειράματος απαιτούν πηγή ⁶¹Cu με ραδιενέργεια τουλάχιστον 200 MBq, ενώ οι κανόνες ασφαλείας (που αναβρέθηκαν σε ένα κάπως παλαιό εγχειρίδιο) αναγράφουν ότι δεν επιτρέπεται η χρήση ραδιενεργών πηγών μεγαλύτερων των 10 mCi. Για να επιτύχει τα καλύτερα αποτελέσματα, η ομάδα σχεδιάζει να χρησιμοποιήσει την ισχυρότερη επιτρεπτή πηγή και να συνεχίσει τις μετρήσεις για το μεγαλύτερο δυνατό χρόνο. Η πηγή δημιουργείται μέσω της αντίδρασης ⁶⁰Ni(d,n)⁶¹Cu με ρυθμό δημιουργίας 5 × 10⁸ πυρήνες ανά δεύτερο λεπτό. Τι ώρα πρέπει να αρχίσει ο βομβαρδισμός του ⁶⁰Ni;
- 3-12 Για τις ανάγκες του εργαστηρίου σας έχετε παραγγείλει σε κάποια

εταιρεία του εξωτερικού τέσσερις ραδιενεργές πηγές των ισοτόπων

η καθεμιά με ραδιενέργεια ίση προς 1 Ci (3.7 × 10^{10} Bq). Πόση είναι κατ' ελάχιστον η μάζα κάθε πηγής που αναμένετε να παραλάβετε;

- 3-13 Προσδιορίστε την πυκνότητα των καταστάσεων ενός σωματίου μέσα σε ένα κιβώτιο δυναμικού πλάτους L.
- 3-14 Ολοκληρώστε την εξ. (3.49) στην περίπτωση όπου η διαταραχή V(t) έχει αρμονική εξάρτηση από το χρόνο ήτοι

$$(k | V(t) | i) = 2(k | V | i) \cos \omega t$$
(3.56)

όπου V είναι ένας τελεστής ανεξάρτητος από το χρόνο και ω μια σταθερή γωνιακή συχνότητα.

α. Δείξτε ότι το αποτέλεσμα της ολοκλήρωσης οδηγεί σε ένα άθροισμα δύο όρων, εκ των οποίων ο ένας είναι σημαντικός για $E_k = E_\ell + \hbar \omega$ και ο άλλος για $E_k = E_\ell - \hbar \omega$, όπου, σύμφωνα με την εξ. (3.45)

$$\omega_{k\ell} \equiv \frac{E_k - E_\ell}{\hbar}.$$

- β. Τι αντιπροσωπεύουν οι δύο προηγούμενοι όροι σε περίπτωση μετάπτωσης μέσω ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας;
- γ. Δείξτε ότι η συναρτησιακή μορφή της εξ. (3.56) οδηγεί επίσης στο δεύτερο χρυσό κανόνα του Fermi.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 Αποδιέγερση α

ENAS ΠΥΡΗΝΑΣ ^AX εκπέμπει αυθόρμητα ένα σωμάτιο α ${}^{A}_{z} X \rightarrow {}^{A-4}_{z-2} X' + {}^{4}_{2} He$ (4.1)

αν η μάζα του είναι μεγαλύτερη από το άθροισμα των μαζών του θυγατρικού πυρήνα και ενός σωματίου α. Η διαφορά αυτή των μαζών

$$Q_{\alpha} = M(A,Z) - M(A-4,Z-2) - M(4,2)$$

= B(4,2) + B(A-4,Z-2) - B(A,Z) (4.2)

όπου *B* είναι η ενέργεια σύνδεσης των αντίστοιχων πυρηνικών συστημάτων, μπορεί να εκφραστεί μέσω του ημιεμπειρικού τύπου της ενέργειας σύνδεσης στην εξ. (2.22) ως

$$Q_{a} = 28.3 - 4a_{v}A + a_{s}[A^{2/3} - (A - 4)^{2/3}] + a_{c}\left[\frac{Z^{2}}{A^{1/3}} - \frac{(Z - 2)^{2}}{(A - 4)^{1/3}}\right] - 4a_{a}\frac{(A - 2Z)^{2}}{A(A - 4)}$$
(4.3)

όπου στην τελευταία σχέση έχει χρησιμοποιηθεί η πειραματική τιμή της ενέργειας σύνδεσης του σωματίου α, B(4,2) = 28.3 MeV.



Σχήμα 4-1 Μέση μεταβολή της ενέργειας Q_a που εκκλείεται κατά την αποδιέγερση α ως συνάρτηση του μαζικού αριθμού 4 για πυρήνες που ικανοποιούν τη συνθήκη μέγιστης σταθερότητας στο πρότυπο της υγρής σταγόνας.

Η μεταβολή της ενέργειας που αντιπροσωπεύει η εξ. (4.2) ως συνάρτηση του μαζικού αριθμού A με αντικατάσταση των πειραματικών τιμών της εξ. (2.24) για τους συντελεστές a_i , a_s , a_c και a_a δίνεται στη γραφική παράσταση του σχήματος 4-1. Όπως φαίνεται από το σχήμα, η τιμή της ενέργειας Q_a γίνεται θετική για βαρείς πυρήνες με $A \ge 150$, οι οποίοι από το πρότυπο της υγρής σταγόνας προβλέπονται ασταθείς ως προς την αποδιέγερση α. Το γεγονός ότι εκτός από ελάχιστες εξαιρέσεις μόνο πυρήνες με $A \ge 210$ έχουν βρεθεί πειραματικά ότι εμφανίζουν αυθόρμητη εκπομπή α οφείλεται στη μικρή τιμή της ενέργειας Q_a που διατίθεται για τον διαχωρισμό του σωματίου. Όπως θα διαφανεί στη συνέχεια, στην περιοχή 150 \le $A \le 210$ οι χρόνοι ημιζωής προβλέπονται μεγαλύτεροι από 10¹⁶ y με αποτέλεσμα να μην είναι δυνατή η παρατήρηση της αποδιέγερσης.

4-1 Σωμάτια α και φράγμα δυναμικού

Η διεργασία της αποδιέγερσης α είναι δυνατόν να χωριστεί σε δύο διακριτά στάδια: στη δημιουργία του σωματίου α με κάποια ενέργεια E_a και στην ακόλουθη εκπομπή του από το πυρηνικό σύστημα. Είναι βέβαιο ότι τα σωμάτια α δεν αποτελούν πάγιους δομικούς λίθους του πυρήνα. Στη γενική της μορφή, μια πυρηνική κατάσταση περιέχει ένα μίγμα διαφόρων διατάξεων που καθεμιά αντιπροσωπεύει ένα τρόπο σχετικής κίνησης των νουκλεονίων. Σε ένα δεδομένο πυρήνα οι διάφορες διατάξεις συνεχώς δημιουργούνται και καταστρέφονται σε μια δυναμική αλληλουχία που προσδιορίζεται από τη δομή της κατάστασης. Έτσι, σε ένα στατιστικό σύνολο πυρήνων μια ορισμένη διάταξη $ψ_k$ εμφανίζεται με μια πιθανότητα ύπαρξης p_i . Στα πλαίσια αυτά μπορούμε να αποδώσουμε την πυρηνική κατάσταση με μια γενική κυματοσυνάρτηση της μορφής

$$\Psi = \sum_{k} a_{k} \psi_{k} \tag{4.4}$$

με πιθανότητα ύπαρξης κάθε διάταξης ψ

$$p_k = |a_k|^2. (4.5)$$

Σε ορισμένες από τις διατάξεις ψ_k της εξ. (4.4), δύο πρωτόνια και δύο ουδετερόνια θα έχουν συνενωθεί ώστε να δημιουργήσουν ένα εμβρυακό σωμάτιο α με ενέργεια E_a και είναι φανερό ότι η πιθανότητα ύπαρξης τέτοιων καταστάσεων παίζει πρωταρχικό ρόλο στη θεωρία της αποδιέγερσης α. Θα αναφερθούμε στη συγκεκριμένη πιθανότητα ύπαρξης ενός σωματίου α με ενέργεια E_a στο εσωτερικό του μητρικού πυρήνα με τον όρο παράγοντας δημιουργίας.

Το δεύτερο στάδιο στη διεργασία της αποδιέγερσης α αφορά στη χρονική εξέλιξη του σωματίου α που δημιουργείται με την έννοια της προηγούμενης παραγράφου μέσα στον πυρήνα. Αν λάβουμε το σωμάτιο α ως μια αυτόνομη οντότητα, μπορούμε να περιγράψουμε τη συμπεριφορά του θεωρώντας την αλληλεπίδρασή του με το δυναμικό που δημιουργούν τα υπόλοιπα νουκλεόνια του πυρήνα, δηλαδή τα νουκλεόνια που τελικά θα διαμορφώσουν τον θυγατρικό πυρήνα. Σε πρώτη προσέγγιση, η χαμιλτονιανή του συστήματος μπορεί να γραφεί ως

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_N(r) + V_C(r) \qquad (4.6)$$

όπου $V_{C}(\mathbf{r})$ αντιπροσωπεύει το δυναμικό Coulomb που δημιουργούν τα Z – 2 πρωτόνια, ενώ με $V_{N}(\mathbf{r})$ συμβολίζεται το πυρηνικό δυναμικό που δημιουργεί η ύπαρξη των A – 4 νουκλεονίων μέσα στο μητρικό πυρήνα. Όπως περιγράφεται στα περισσότερα συγγράμματα Κβαντικής Θεωρίας, στην περίπτωση όπου το δυναμικό της εξ. (4.6) παρουσιάζει σφαιρική συμμετρία, η εξίσωση Schroedinger που προκύπτει μπορεί να χωριστεί σε δύο διαφορετικές εξισώσεις που αντίστοιχα περιγράφουν την ακτινική και τη γωνιακή συμπεριφορά της κυματοσυνάρτησης. Συγκεκριμένα, αν γράψουμε την πλήρη κυματοσυνάρτηση ως ένα γινόμενο συναρτήσεων

$$\Psi(\mathbf{r}) = R(\mathbf{r})Y(\theta,\varphi) \tag{4.7}$$

όπου (r, θ, φ) είναι οι πολικές συντεταγμένες του ανύσματος r, τότε οι δύο συναρτήσεις R και Y ικανοποιούν τις εξισώσεις

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR(r)}{dr} \right) + \left[\frac{2\mu}{\hbar} \left(E - V - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \right) \right] R(r) = 0 \quad (4.8)$$



και

$$\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial\theta} \left(\sin\theta \frac{\partial Y(\theta, \varphi)}{\partial\theta} \right) + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2 Y(\theta, \varphi)}{\partial\varphi^2} + \ell(\ell+1)Y(\theta, \varphi) = 0$$
(4.9)

όπου μ είναι η ανηγμένη μάζα

$$\mu = \frac{M(4,2)M(A-4,Z-2)}{M(4,2) + M(A-4,Z-2)}.$$
(4.10)

Οι εξ. (4.8) και (4.9) είναι δύο από τις πιο καλά μελετημένες διαφορικές εξισώσεις. Οι λύσεις της δεύτερης είναι οι σφαιρικές αρμονικές $Y'_m(\theta, \varphi)$, οι οποίες ταυτόχρονα είναι ιδιοσυναρτήσεις των τελεστών της τροχιακής στροφορμής L και L_z . Η εξ. (4.8) μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω αν εισαχθεί μια νέα συνάρτηση

$$u(r) = rR(r) \tag{4.11}$$

που οδηγεί στην εξίσωση

$$\frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \frac{2\mu}{\hbar^2} \left[E - V(r) - \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu r^2} \right] u(r) = 0. \quad (4.12)$$

Με τη μορφή αυτή, το πρόβλημα του σωματίου α μέσα στο πυρηνικό σύστημα - και στην πραγματικότητα κάθε πρόβλημα που χαρακτηρίζεται από σφαιρικά συμμετρικό δυναμικό – μετατρέπεται σε μονοδιάστατο πρόβλημα ενός σωματίου. Το σωμάτιο α, με ολική ενέργεια E_{a} , κινείται υπό τη δράση ενός δυναμικού

113

$$V(r) \to V(r) + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$$
(4.13)



Σχήμα 4-2 Σχηματική παράσταση των όρων του δυναμικού που διέπει την κίνηση του σωματίου α. Ο κατακόρυφος άζονας δίνεται σε αυθαίρετες μονάδες ενέργειας. Εξ' ίσου αυθαίρετο είναι το σχετικό μέγεθος του πυρηνικού δυναμικού I'_{N} ως προς το φράγμα δυναμικού για r > R.

όπου ο όρος $\ell(\ell+1)\hbar^2/2\mu r^2$ έχει τις διαστάσεις ενέργειας και στα κλασικά όρια τείνει προς το λόγο του τετραγώνου της στροφορμής προς τη ροπή αδρανείας. Ο όρος αυτός αναφέρεται στην ενέργεια περιστροφής του σωματίου α και του θυγατρικού πυρήνα γύρω από το κέντρο μάζας τους. Η επίδρασή του συνίσταται στην αύξηση του δυναμικού όσο αυξάνει η σχετική στροφορμή του σωματίου α ως προς το θυγατρικό πυρήνα της αποδιέγερσης. Για λόγους που θα γίνουν σύντομα προφανείς, θα ονομάσουμε τον όρο αυτό κεντρομόλο φράγμα δυναμικού.

Όπως υποδηλώνει η χαμιλτονιανή της εξ. (4.6), το δυναμικό που διέπει την κίνηση του σωματίου α είναι η συνισταμένη του καθαυτό πυρηνικού δυναμικού που δημιουργούν τα νουκλεόνια του θυγατρικού πυρήνα και του ηλεκτροστατικού δυναμικού που δημιουργεί το φορτίο των πρωτονίων. Στο εσωτερικό του πυρήνα κυριαρχούν οι ισχυρές πυρηνικές δυνάμεις και δημιουργούν ένα δυναμικό φρέατος που συγκρατεί το σωμάτιο α. Αντίθετα, για αποστάσεις μεγαλύτερες από την ακτίνα του πυρήνα *R*, οι πυρηνικές δυνάμεις γρήγορα εξα-



Σχήμα 4-3 Σχηματική αναπαράσταση του δυναμικού που διέπει την κίνηση του σωματίου α κατά την ομώνυμη αποδιέγερση. Στο εσωτερικό του μητρικού πυρήνα κυριαρχούν οι ελκτικές πυρηνικές δυνάμεις ενώ σε αποστάσεις r

R το δυναμικό γίνεται απωστικό λόγω της ηλεκτροστατικής αλληλεπίδρασης και των κεντρομόλων δυνάμεων.

σθενούν και δεσπόζει το δυναμικό Coulomb, καθώς και κατά μικρότερο ποσοστό, το κεντρομόλο δυναμικό $\ell(\ell+1)\hbar^2/2\mu r^2$

$$V(r) = V_{c}(r) + V_{\ell}(r) = \frac{2Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r} + \frac{\ell(\ell+1)\hbar^{2}}{2\mu r^{2}}.$$
 (4.14)

Το δυναμικό¹ που διέπει την κίνηση του σωματίου α μέσα στον πυρήνα δίνεται παραστατικά στο σχήμα 4-2.

Ποιοτικά, είναι δυνατόν να παρακολουθήσουμε την κίνηση ενός σωματίου α κατά την αποδιέγερση μέσω του σχήματος 4-3, το οποίο για απλούστευση θεωρεί πυρηνικό δυναμικό με μορφή τετράγωνου φρέατος. Κλασικά, το σωμάτιο α επιτρέπεται να κινηθεί στην περιοχή 0 < r < R (στο εσωτερικό του μητρικού πυρήνα) ή στην

¹ Για απλούστευση του συμβολισμού στις εξισώσεις, θα συμβολίσουμε εφεξής με τη μεταβλητή Z τον ατομικό αριθμό του θυγατρικού πυρήνα.

περιοχή r > b (ελεύθερο σωμάτιο α), δηλαδή σε περιοχές όπου η κινητική του ενέργεια $T = E_{\alpha} - V$ είναι θετική. Στο εσωτερικό του πυρήνα το σωμάτιο κινείται με ταχύτητα

$$v_{aN} = \sqrt{\frac{2}{m_{\alpha}}(E_a + V_N)}$$
 (4.15)

όπου V_N είναι το βάθος του τετράγωνου φρέατος πυρηνικού δυναμικού ($V_N > 0$). Η παλινδρομική αυτή κίνηση έχει περίοδο

$$\tau_{\alpha} = \frac{2R}{v_{\alpha N}} \tag{4.16}$$

που για τις συνήθεις ενέργειες εκπομπής E_{α} δίνει αριθμητική τιμή της τάξης του 10^{-21} s.

Συγκρίνοντας την τιμή αυτή με τους τυπικούς μέσους χρόνους ζωής στην αποδιέγερση α είναι φανερό ότι μετά τη δημιουργία του σωματίου στο εσωτερικό του μητρικού πυρήνα και μέχρι το χρόνο της εκπομπής του δημιουργείται ένα στάσιμο κύμα μεταξύ της αρχής των συντεταγμένων και του φράγματος δυναμικού στο σημείο r = R. Σε κάθε πρόσκρουση του σωματίου α στο φράγμα δυναμικού υπάρχει μια πιθανότητα T ώστε το σωμάτιο να διαπεράσει το φράγμα και να βρεθεί στην περιοχή r > b, όπου πλέον θα κινηθεί ανεξάρτητα από το δυναμικό του θυγατρικού πυρήνα. Η πιθανότητα αυτή είναι καθαρά συνέπεια της κβαντομηχανικής και απαντάται με την ονομασία φαινόμενο σήραγγας.

Η προηγούμενη ποιοτική εξέταση του φαινομένου επιτρέπει τον υπολογισμό της σταθεράς αποδιέγερσης. Στο εσωτερικό του μητρικού πυρήνα το σωμάτιο α εκτελεί τ_a^{-1} κρούσεις ανά μονάδα χρόνου πάνω στο φράγμα δυναμικού. Η πιθανότητα ανά μονάδα χρόνου επομένως εκπομπής ενός σωματίου α που έχει ήδη δημιουργηθεί

στο εσωτερικό του πυρήνα δίνεται από την έκφραση

$$\lambda_{\alpha}^{0} = \frac{T}{\tau_{\alpha}} = \frac{v_{\alpha N}}{2R} T \qquad (4.17)$$

ενώ η σταθερά αποδιέγερσης λ_a που εκφράζει την πιθανότητα ανά μονάδα χρόνου ώστε να παρατηρηθεί το φαινόμενο περιλαμβάνει και τον παράγοντα δημιουργίας p_a

$$\lambda_{\alpha} = p_{\alpha} \lambda_{\alpha}^{0} = p_{\alpha} \frac{v_{\alpha N}}{2R} T \cong 10^{21} p_{\alpha} T.$$
 (4.18)

Η ταχύτητα v_{aN} που υπεισέρχεται στην τελευταία έκφραση συνδέεται με το πυρηνικό δυναμικό V_N ενώ η παράμετρος R μπορεί να ταυτιστεί με την ακτίνα του μητρικού πυρήνα στα πλαίσια της Παραγράφου 1-2. Τόσο το πυρηνικό δυναμικό όσο και ο παράγοντας δημιουργίας p_a περιμένουμε ότι θα εξαχθούν από μια ολοκληρωμένη θεωρία της πυρηνικής δομής. Αν και οι υπολογισμοί αυτοί βρίσκονται έξω από τα πλαίσια του παρόντος βιβλίου, θα αναφέρουμε απλώς ότι τα περισσότερα πυρηνικά πρότυπα προβλέπουν τιμή του παράγοντα δημιουργίας $p_a \cong 1$. Η εκτίμηση αυτή, που ισοδυναμεί με τη συνεχή παρουσία σωματίων α στο εσωτερικό του πυρήνα, ίσως δεν είναι εκπληκτική αν ληφθεί υπ' όψιν η υψηλή ενέργεια σύνδεσης του ⁴He και η εξαιρετικά υψηλή τιμή της πυρηνικής πυκνότητας. Έτσι, στη συνέχεια θα θεωρήσουμε ότι ο παράγοντας δημιουργίας ισούται με τη μονάδα. Γενικά είναι φανερό ότι ο όρος

 $\frac{P_a v_{aN}}{2R}$ θα διαφέρει λίγο από πυρήνα σε πυρήνα. Περιμένουμε επομένως ότι η ισχυρή εξάρτηση της σταθεράς αποδιέγερσης λ_a ως προς την ενέργεια E_a που εμφανίζεται στα πειραματικά δεδομένα θα περιέχεται ουσιαστικά στην παράμετρο T που θα ονομάσουμε **συ-** ντελεστή διέλευσης και θα υπολογίσουμε αμέσως στη συνέχεια.

4-2 Ο συντελεστής διέλευσης

Η λύση της εξ. (4.12) είναι ποιοτικά διαφορετική στην κλασικά απαγορευμένη περιοχή R < r < b του σχήματος 4-3 απ' ότι στο εσωτερικό ή στο εξωτερικό του πυρήνα. Στις δύο αυτές περιοχές μπορούμε να γράψουμε την ιδιοεξίσωση με ένα σνεπτυγμένο συμβολισμό ως

$$\frac{d^2 u}{dr^2} + k^2 u = 0, \quad 0 < r < R, \quad b < r$$
 (4.19a)

$$\frac{d^2 u}{dr^2} - \kappa^2 u = 0 \quad R < r < b \tag{4.19\beta}$$

όπου οι συναρτήσεις

$$k(r) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu [E_{\alpha} - V(r)]} \qquad (4.20\alpha)$$

και

$$\kappa(r) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu[V(r) - E_{\alpha}]} \qquad (4.20\alpha)$$

έχουν πραγματική αριθμητική τιμή στις αντίστοιχες περιοχές ορισμού τους.

Μπορούμε να λύσουμε την εξ. (4.19a) προσεγγιστικά αν χρησιμοποιήσουμε για την κυματοσυνάρτηση τη συναρτησιακή μορφή

$$u(r) = A \exp\left(i\frac{S(r)}{\hbar}\right)$$
(4.21)

όπου Α είναι μια σταθερά κανονικοποίησης και S(r) μια πραγματική

συνάρτηση της απόστασης r. Με αντικατάσταση της εξ. (4.21), η εξ (4.19a) παίρνει την ισοδύναμη μορφή

$$i\hbar \frac{d^2 S}{dr^2} - \left(\frac{dS}{dr}\right)^2 + \hbar^2 k^2 = 0.$$
 (4.22)

Η προσέγγιση² συνίσταται στην ανάπτυξη της συνάρτησης S(r) σε σειρά δυνάμεων του \hbar

$$S = S_0 + \hbar S_1 + \hbar^2 S_2 + \dots \tag{4.23}$$

που με αντικατάσταση στην εξ. (4.22) και εξίσωση διαδοχικών δυνάμεων του \hbar δίνει τις εξισώσεις

$$\left(\frac{dS_0}{dr}\right)^2 = \hbar^2 k^2 \tag{4.24a}$$

$$i\hbar \frac{d^2 S_0}{dr^2} = 2 \left(\frac{dS_0}{dr} \right) \left(\frac{dS_1}{dr} \right), \ \kappa.\lambda.\pi.$$
 (4.24 β)

Ολοκλήρωση των εξ. (4.24) δίνει τους δύο πρώτους όρους της σειράς (4.23) ως

$$S_0(r) = \pm \hbar \int_a^r k(r') dr' \qquad (4.25\alpha)$$

και

$$S_1(r) = i \frac{1}{2} \ln k(r)$$
 (4.25 β)

² Η προσεγγιστική μέθοδος θα αναγνωριστεί ως η μέθοδος WKB που αναπτύσσεται στα περισσότερα συγγράμματα Κβαντικής Μηχανικής [βλ., π.χ., L.I. Schiff, Quantum Mechanics, McGraw Hill Book Company, 1968, Third Edition, σελ. 269]. όπου το κατώτερο όριο της ολοκλήρωσης αντιπροσωπεύει μια σταθερά που μπορεί να μεταβληθεί αυθαίρετα με αντίστοιχη επιλογή της σταθεράς κανονικοποίησης Α στην εξ. (4.21). Το ανάπτυγμα επομένως της εξ. (4.23) παίρνει τη μορφή

$$S(r) = \pm \hbar \int_{a}^{r} k(r') dr' + \frac{i\hbar}{2} \ln k(r) + \dots \qquad (4.26)$$

που με αντικατάσταση στην εξ. (4.21) δίνει τη λύση της εξ. (4.19α) για $V(r) < E_a$ ως

$$u_{\pm}(r) = \frac{A}{\sqrt{k}} \exp\left[\pm i \int_{a}^{r} k(r') dr'\right]. \qquad (4.27\alpha)$$

Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να δείξουμε ότι η λύση της εξ. (4.19β) στην κλασικά απαγορευμένη ζώνη $V(r) > E_a$ είναι

$$u_{\pm}(r) = \frac{C}{\sqrt{\kappa}} \exp\left[\pm \int_{c}^{r} \kappa(r') dr'\right]. \qquad (4.27\beta)$$

Η ποιοτική διαφορά των λύσεων στα δύο είδη περιοχών του δυναμικού είναι φανερή από τη συναρτησιακή εξάρτηση των εξ. (4.27). Στην κλασικά επιτρεπτή περιοχή $V(r) < E_a$ η λύση είναι κυματοειδής, ενώ στην κλασικά απαγορευμένη $V(r) > E_a$, που περιέχεται μεταξύ των δύο σημείων αναστροφής της κλασικής κίνησης R και b, η κυματοσυνάρτηση αυξάνει ή φθήνει εκθετικά. Η γενική λύση της εξίσωσης είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των λύσεων u_+ και $u_$ όπου οι σταθερές ολοκλήρωσης προσαρμόζονται ώστε η κυματοσυνάρτηση και η πρώτη της παράγωγος ως προς r να είναι συνεχείς. Για την περίπτωση του φράγματος δυναμικού της εξ. (4.14), η ποιοτική μορφή της κυματοσυνάρτησης δίνεται στο σχήμα 4-4. Όπως



Σχήμα 4-4 Ποιοτική απόδοση της κυματοσυνάρτησης σωματίου α στην περιοχή του φράγματος δυναμικού.

περιμένουμε από τη φυσική του προβλήματος, το πλάτος της κυματοσυνάρτησης στο εσωτερικό του πυρήνα είναι μεγαλύτερο από το αντίστοιχο πλάτος στην εξωτερική περιοχή. Η συνθήκη αυτή αποδίδεται από τη χρησιμοποίηση της εκθετικά φθίνουσας συνάρτησης ματην περιοχή R < r < b. Συγκεκριμένα, ο λόγος του πλάτους της κυματοσυνάρτησης στα δύο σημεία αναστροφής δίνεται από τη σχέση

$$\frac{u_{-}(b)}{u_{-}(R)} = \frac{\exp\left[-\int_{c}^{b} \kappa(r')dr'\right]}{\exp\left[-\int_{c}^{R} \kappa(r')dr'\right]} = \exp\left[-\int_{R}^{b} \kappa(r')dr'\right] \quad (4.28)$$

ενώ ο συντελεστής διέλευσης, που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα ώστε το σωμάτιο α να διαπεράσει το φράγμα δυναμικού, δίνεται από το τετράγωνο του λόγου των κυματοσυναρτήσεων στην εξ. (4.28)

$$T = \exp\left[-2\int_{R}^{b}\kappa(r')dr'\right] = e^{-G}$$



όπου



Σχήμα 4-5 Μεταβολή του παράγοντα Gamow ως προς την ενέργεια E_{σ} του σωματίου α που εκπέμπεται δια μέσου ενός ηλεκτροστατικού φράγματος δυναμικού στην περιοχή του ²³⁸U.

$$G = \frac{2}{\hbar} \int_{R}^{b} \left\{ 2\mu \left[\frac{2Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r} + \frac{\hbar^{2}\ell(\ell+1)}{2\mu r^{2}} - E_{\alpha} \right] \right\}^{\frac{1}{2}} dr.$$
 (4.30)

Η τελευταία παράσταση μπορεί να ολοκληρωθεί αναλυτικά μόνο για την περίπτωση ενός καθαρά ηλεκτροστατικού δυναμικού. Για $\ell = 0$, το ανώτερο όριο της ολοκλήρωσης είναι

$$b = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E_\alpha} = \frac{4Ze^2}{\mu v_{\alpha N}^2}$$
(4.31)

και

$$G = 2 \frac{\sqrt{2\mu}}{\hbar} \int_{R}^{2Ze^{2}/4\pi\varepsilon_{0}E_{\alpha}} \sqrt{\frac{2Ze^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}r} - E_{\alpha}} dr$$



$$= 2 \frac{\mu v_{\alpha N} R}{\hbar} \left[\gamma \arccos(\gamma^{-1/2}) - (\gamma - 1)^{1/2} \right]$$

= 0.94 $A^{1/3} \sqrt{E_{\alpha} (\text{MeV})} \left[\gamma \arccos(\gamma^{-1/2}) - (\gamma - 1)^{1/2} \right]$ (4.32)

όπου

$$\gamma = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 E_a R} = 2.69 \frac{ZA^{-1/3}}{E_a (MeV)}$$
 (4.33)

είναι ο λόγος του ύψους του φράγματος δυναμικού προς την ενέργεια του σωματίου α. Στο τελευταίο σκέλος των εξ. (4.32) και (4.33) έχει χρησιμοποιηθεί η σύνδεση μεταξύ πυρηνικής ακτίνας R και μαζικού αριθμού A, ενώ έχουν αντικατασταθεί οι διάφορες σταθερές με τις αριθμητικές τους τιμές. Για ένα πυρήνα στην περιοχή του ²³⁸U, η ποσότητα G της εξ. (4.32), που στη βιβλιογραφία απαντάται με την ονομασία παράγοντας Gamow, δίνεται στο σχήμα 4-5 ως συνάρτηση της κινητικής ενέργειας του σωματίου α.

4-3 Η σταθερά αποδιέγερσης

Η αναλυτική μορφή του συντελεστή διέλευσης από το φράγμα δυναμικού στις εξ. (4.29) – 4.33) μας επιτρέπει τώρα να γράψουμε τη σταθερά αποδιέγερσης της εξ. (4.18) ως

$$\lambda_{\alpha} = 10^{21} e^{-G} \,. \tag{4.34}$$

Παρ' όλο ότι το πρότυπο που χρησιμοποιήσαμε για την εξαγωγή της εξ. (4.34) περιέχει ομολογουμένως ορισμένες απλουστεύσεις και προσεγγίσεις, τα αριθμητικά αποτελέσματα που προκύπτουν εμφανίζουν επιτυχία, τουλάχιστον ως προς τη δραστική εξάρτηση του χρόνου ημιζωής από την ενέργεια E_{α} του εκπεμπόμενου σωματίου α. Μερικά παραδείγματα χρόνων ημιζωής κατά την αποδιέγερση α και οι αντίστοιχες προβλέψεις της εξ. (3.34) σε ένα ευρύ φάσμα

Πυρήνας	E _a (MeV)	T _{1/2}	
		Πειραματική τιμή	Εκτίμηση του προτύπου
²¹² 84 Po	8.8	3×10^{-7} s	3×10^{-7} s
²¹⁵ 84 Po	7.5	1.8×10^{-3} s	3.2×10^{-3} s
222 87 Fr	5.6	3.8 d	9 d
²²² 84 Po	5.3	183.3 d	1.2 d
²²⁶ 88 Ra	4.7	1620 y	4900 y
²³² 90Th	4.05	$1.4 \times 10^{10} \text{ y}$	1.6 × 10 ¹¹ y
152 64 Gd	2.14	$1.1 \times 10^{14} \text{ y}$	$3.1 \times 10^{15} \text{ y}$

Πίνακας 4-1 Σύγκριση πειραματικών τιμών του χρόνου ημιζωής κατά την αποδιέγερση α ασταθών ισοτόπων με προβλέψεις των εξ. (4.32) - (4.34). Ε_α είναι η διαθέσιμη ενέργεια κατά την αποδιέγερση.

ενεργειών εκπομπής του σωματίου α, περιέχονται στον Πίνακα 4-1.

Στα πλαίσια του παρόντος βιβλίου δεν θα παρουσιάσουμε τον υπολογισμό της σταθεράς αποδιέγερσης λ_{α} με απ' ευθείας χρήση του δεύτερου χρυσού κανόνα του Fermi. Για τη μορφή του δυναμικού διαταραχής που προκαλεί την αποδιέγερση α, καθώς και τις κυματοσυναρτήσεις που απαιτούνται στην εκτίμηση του πλάτους πιθανότητας (f | V | i), ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης παραπέμπεται σε πλέον προχωρημένα συγγράμματα Πυρηνικής Φυσικής [βλ., π.χ., Π. Α. Ασημακόπουλου, Πυρηνική Φυσική, Τόμος Ι, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1981, σελ. 138].

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 4-1 Η παρατήρηση ακτινοβολίας α δεν είναι εύκολη υπόθεση. Το φαινόμενο επισκιάζεται από δύο κυρίως παράγοντες:
 - α. Αν ο όγκος του δείγματος είναι σημαντικός, σωμάτια α που εκπέμπονται από το εσωτερικό του δείγματος απορροφώνται από το υλικό του και δεν φτάνουν ποτέ στον ανιχνευτή της ακτινοβολί-

ας.

β. Σε οποιοδήποτε περιβάλλον μέτρησης υπάρχει πάντα ένα υπόβαθρο ακτινοβολίας που παρεμβάλλει «θόρυβο» στις μετρήσεις. Το υπόβαθρο αυτό προέρχεται από την κοσμική ακτινοβολία, φυσική ραδιενέργεια χαμηλού επιπέδου των δομικών υλικών του εργαστηρίου, κ.α. Έτσι, η μάζα του δείγματος που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση είναι συνήθως μικρή, ενώ πρέπει να καταβληθεί μεγάλη προσπάθεια για την εξάλειψη του «θορύβου».

Θεωρείστε ότι διαθέτετε μια ποσότητα 10 mg ενός εξαιρετικά μακρόβιου ισοτόπου με μαζικό αριθμό A = 200 Θεωρείστε ακόμη ότι ο ανιχνευτής σας έχει απόδοση 100 % (ανιχνεύει δηλαδή όλα τα σωμάτια α που εκπέμπονται από το δείγμα) και ότι ο «θόρυβος» της πειραματικής σας διάταξης είναι 12 γεγονότα ανά min (ο ανιχνευτής καταγράφει 12 γεγονότα ανά πρώτο λεπτό, ακόμη και αν απουσιάζει το ραδιενεργό δείγμα). Ποιο είναι το κατώτατο όριο του χρόνου ημιζωής της αποδιέγερσης α του ισοτόπου ώστε να είναι εφικτή η μέτρηση; Ως κριτήριο χρησιμοποιείστε τη συνθήκη (ραδιενέργεια ισοτόπου) > «θόρυβος».

- 4-2 Πειραματικά έχει προσδιοριστεί ότι το $^{147}_{62}$ Sm έχει χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 1.06 \times 10^7$ y. Ποια είναι η ενέργεια των σωματίων α που εκπέμπονται κατά την αποδιέγερση;
- 4-3 Από τη διατήρηση ορμής και ενέργειας κατά την αποδιέγερση α, βρείτε τη σχέση που συνδέει τη διαθέσιμη ενέργεια Q_a της εξ. (4.2) με την κινητική ενέργεια E_a του σωματίου α. Υπολογίστε την αριθμητική τιμή της ενέργειας E_a για τους πυρήνες του Πίνακα 4-1.
- 4-4 Υπολογίστε το μέγιστο ύψος του φράγματος δυναμικού κατά την

αποδιέγερση α του $^{222}_{86}$ Rn

- α. Όταν το σωμάτιο α εκπέμπεται κατά τη διεύθυνση της ακτίνας του μητρικού πυρήνα.
- β. Όταν το σωμάτιο α εκπέμπεται με σχετική στροφορμή $\ell = 2$.
- 4-5 Υπολογίστε την ταχύτητα v_{av} της εξ. (4.8) για σωμάτιο α με κινητική ενέργεια 10 MeV στο εσωτερικό ενός πυρήνα με μαζικό αριθμό A = 210, όπου το μέσο δυναμικό μπορεί να αποδοθεί με τετράγωνο φρέαρ βάθους 30 MeV.
- 4-6 Το πρόβλημα της διέλευσης ενός σωματίου μέσω φράγματος δυναμικού που μελετήσαμε στην αποδιέγερση α έχει εφαρμογή και στην περίπτωση πυρηνικών αντιδράσεων, όπου ένα φορτισμένο σωμάτιο πρέπει να διαπεράσει το φράγμα Coulomb προτού αντιδράσει με τον πυρήνα. Υπολογίστε το ύψος του ηλεκτροστατικού φράγματος και τον συντελεστή διέλευσης για την αντίδραση πρωτονίου ενέργειας 1 MeV με τον πυρήνα²³⁸U.
- 4-7 Ο πυρήνας $^{212}_{84}$ Po αποδιεγείρεται με την εκπομπή ενός σωματίου α ενέργειας 8.8 MeV και με χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 3 \times 10^{-7}$ s. Υπολογίστε την πιθανότητα ώστε το σωμάτιο α που εκπέμπεται να διαπεράσει το ηλεκτροστατικό φράγμα δυναμικού σε ένα πυρήνα $^{208}_{82}$ Pb.
- 4-8 Ποια πρέπει να είναι η τροχιακή στροφορμή *l* ενός ουδετερονίου που εκπέμπεται από μια διεγερμένη κατάσταση του ⁵⁸Ni ώστε το ύψος του φράγματος δυναμικού να είναι ίσο με το ύψος του φράγματος για πρωτόνιο με *l* = 0;
- 4-9 Υπολογίστε πόσες παλινδρομικές κινήσεις μέσα σε ένα δεύτερο λεπτό εκτελεί το σωμάτιο α της Άσκησης 4-2 στο εσωτερικό του μητρικού πυρήνα.

4-10 Το $^{226}_{88}$ Ra καταλήγει στον σταθερό πυρήνα $^{214}_{82}$ Pb με τρεις αποδιεγέρσεις α

$${}^{226}_{88} \operatorname{Ra} \xrightarrow{\alpha_1} {}^{222}_{86} \operatorname{Rn} \xrightarrow{\alpha_2} {}^{218}_{84} \operatorname{Po} \xrightarrow{\alpha_3} {}^{214}_{82} \operatorname{Pb}$$

όπου

$$E_{\alpha_1} = 4.78 \text{ MeV}$$
$$E_{\alpha_2} = 5.49 \text{ MeV}$$
$$E_{\alpha_3} = 6.00 \text{ MeV}.$$

Χρησιμοποιώντας δεδομένα για το πλεόνασμα μάζας, δείξτε ότι είναι ενεργειακά επιτρεπτή η απ' ευθείας μετάπτωση

$$^{226}_{88}$$
 Ra $\rightarrow ^{214}_{82}$ Pb + $^{12}_{6}$ C

και εξηγείστε γιατί, παρ' όλα αυτά, η εκπομπή ¹²C από το ²²⁶Ra δεν έχει παρατηρηθεί μέχρι σήμερα πειραματικά.

4-11 Για το σωμάτιο α της Άσκησης 4-2 υπολογίστε το σημείο αναστροφής του δυναμικού b και την έκταση της απαγορευμένης περιοχής R < r < b.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 Αποδιέγερση β

ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ 2-3 θεωρήσαμε την αποδιέγερση β για να αποδώσουμε τη μετάπτωση μεταξύ δύο ισοβαρών πυρηνικών συστημάτων όταν η μετατροπή ενός πρωτονίου σε ουδετερόνιο (ή αντίστροφα ενός ουδετερονίου σε πρωτόνιο) συνεπάγεται αύξηση της ενέργειας σύνδεσης και επομένως διαμόρφωση ενός πλέον σταθερού συστήματος. Πειραματικά, η όλη διεργασία εκδηλώνεται ως αυθόρμητη εκπομπή ενός αρνητικού ή θετικού ηλεκτρονίου. Σε σχέση με την αποδιέγερση α που μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η αυθόρμητη εκπομπή β εμφανίζει ορισμένες χαρακτηριστικές διαφορές:

- Η ενέργεια των ηλεκτρονίων κυμαίνεται μεταξύ μερικών keV και 15 MeV, ενώ κατά την αποδιέγερση α τα σωμάτια που εκπέμπονται έχουν σπάνια ενέργεια μικρότερη από 4 MeV ή μεγαλύτερη από 9 MeV.
- 2. Ο αριθμός των γνωστών β-ασταθών πυρήνων είναι πολύ μεγαλύτερος από τον αριθμό των πυρήνων που εμφανίζουν αυθόρμητη εκπομπή α. Σήμερα είναι γνωστές αρκετές εκατοντάδες βασταθών πυρήνων.


- 3. Τα σωμάτια α εκπέμπονται από τον πυρήνα με ορισμένες διακριτές ενέργειες. Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι μεταπτώσεις α πραγματοποιούνται μεταξύ διακριτών καταστάσεων του μητρικού και του θυγατρικού συστήματος. Αντίθετα, τα σωμάτια β εμφανίζουν πάντα ένα συνεχές φάσμα ενέργειας που εκτείνεται από μια ελάχιστη ενέργεια, σχεδόν ίση με το μηδεν, μέχρι μια μέγιστη τιμή που ισούται με τη διαφορά των μαζών στις εξ. (2.35), (2.37) ή (2.39).
- 4. Κατά την αποδιέγερση α εξετάζουμε τη διαφυγή ενός σωματίου που αν και δεν υπάρχει μόνιμα μέσα στον πυρήνα, εν τούτοις αποτελεί σύνθεση των μόνιμων δομικών λίθων του μητρικού συστήματος. Από την άλλη πλευρά. κατά την αποδιέγερση β παρατηρούμε την εκπομπή ενός σωματίου που ξέρουμε ότι δεν υπάρχει μέσα στον πυρήνα πριν από την αποδιέγερση. Έτσι, στο σημείο αυτό η αποδιέγερση β παρουσιάζει περισσότερα γνωρίσματα με την εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας από τον πυρήνα, όπου το φωτόνιο δημιουργείται ως μέρος της όλης διεργασίας της αποδιέγερσης.
- 5. Τα σωμάτια α εκπέμπονται από τον πυρήνα με ταχύτητες αρκετά χαμηλές σε σχέση με την ταχύτητα του φωτός. Έτσι στη μελέτη της αποδιέγερσης α μπορούμε να χειριστούμε το φαινόμενο με μη σχετικιστικές μεθόδους. Σε αντίθεση, η ενέργεια των σωματίων β συνήθως υπερβαίνει την τιμή της μάζας αδρανείας τους (m_ec² = 0.511 MeV) και επομένως ο χειρισμός του φαινομένου πρέπει να γίνει στα πλαίσια της θεωρίας της σχετικότητας.

Τις σημαντικές αυτές διαφορές θα λάβουμε υπ' όψιν κατά την ανάλυση του φαινομένου, αρχίζοντας με μια ανασκόπηση των σχέσεων που απαιτούνται στα πλαίσια της θεωρίας της σχετικότητας.

BIBAR

5-1 Κινητική ενέργεια στη θεωρία της σχετικότητας

Για αρκετά χαμηλές ενέργειες, όπως π.χ. αυτές που απαντώνται κατά την αποδιέγερση α, η κινητική ενέργεια E_a του σωματίου α με μάζα m_a συνδέεται με την ορμή του p_a μέσω της σχέσης

$$E_{\alpha} = \frac{p_{\alpha}^2}{2m_{\alpha}}.$$
 (5.1)

Οι ποσότητες E_a και p_a είναι αυτές που μετρούνται σε ένα πείραμα.

Καθώς η ταχύτητα του σωματίου αυξάνει, η εξ. (5.1) πρέπει να αντικατασταθεί με την αντίστοιχη σχέση της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας. Η ολική ενέργεια του σωματίου W_e τώρα συνδέεται με την ορμή του p_e μέσω της σχέσης

$$W_e^2 = p_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$$
 (5.2)

όπου με στόχο τη μετέπειτα χρήση των εξισώσεων έχει χρησιμοποιηθεί ο δείκτης *e*, υποδηλώνοντας έτσι ένα ηλεκτρόνιο. Η ποσότητα *p*, είναι και στην περίπτωση αυτή η ορμή που μετράται σε ένα πείραμα, π.χ. από ένα φασματογράφο. Η ενέργεια όμως *E*, του ηλεκτρονίου που καταγράφεται σε ένα ανιχνευτή, και που μπορεί σε αναλογία με την εξ. (5.1) να ονομαστεί κινητική του ενέργεια, είναι η ποσότητα

$$E_e = W_e - m_e c^2. \tag{5.3}$$

Η σύνδεσή της με την ορμή p. δίνεται από τη σχέση

$$p_{e} = \frac{1}{c} \left[E_{e} (E_{e} + 2m_{e}c^{2}) \right]^{1/2}.$$
 (5.4)



Αν η μάζα του σωματίου είναι ίση με το μηδέν, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση του φωτονίου, η προηγούμενη σχέση παίρνει τη μορφή

$$W = E = pc \tag{5.5}$$

και η κινητική ενέργεια ταυτίζεται με την ολική.

Παρατηρείται ότι σωμάτιο με μηδενική μάζα δεν είναι δυνατόν να περιγραφεί έξω από τα πλαίσια της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας.

5-2 Ενεργειακό φάσμα σωματίων β

Η συνεχής μορφή του ενεργειακού φάσματος των ηλεκτρονίων κατά την αποδιέγερση β οφείλεται στην ύπαρξη τριών σωματίων στην τελική κατάσταση. Όπως αναλύθηκε στην Παράγραφο 3-4, η πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου δίνεται από τον δεύτερο χρυσό κανόνα του Fermi

$$\lambda_{fi} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| (f | \mathbf{V}_{\beta} | i) \right|^2 \rho(E_f)$$
(5.6)

όπου V_{β} είναι ο τελεστής της διαταραχής που προκαλεί την αποδιέγερση β και όπου η ενέργεια της τελικής κατάστασης E_{f} είναι ίση με την ενέργεια που διατίθεται για την αποδιέγερση

$$E_f = M(A,Z) - M(A,Z+1).$$
 (5.7)

Η ενέργεια αυτή θα διαμοιραστεί ως κινητική ενέργεια των σωματίων στην τελική κατάσταση

 $E_f = E_N + E_e + E_v$



Σχήμα 5-1 Διατήρηση της ορμής κατά την αποδιέγερση β.

όπου οι δείκτες N, e και v αναφέρονται αντίστοιχα στο θυγατρικό πυρήνα, στο ηλεκτρόνιο και στο νετρίνο.

Ο τρόπος με τον οποίο θα διαμοιραστεί η ενέργεια στα τρία σωμάτια της τελικής κατάστασης προσδιορίζεται, όπως φαίνεται στο σχήμα 5-1, από τη διατήρηση της ορμής. Αν αρχικά ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται ακίνητος, τότε το ανυσματικό άθροισμα των ορμών στην τελική κατάσταση θα είναι ίσο με το μηδέν, ήτοι

$$\mathbf{p}_{N} + \mathbf{p}_{e} + \mathbf{p}_{\nu} = 0. \tag{5.9}$$

Είναι φανερό ότι εφόσον η μάζα του θυγατρικού πυρήνα είναι πολύ μεγαλύτερη από τη μάζα του ηλεκτρονίου $[M(A,Z) >> m_e]$ και οι ορμές των τριών σωματίων είναι της ίδιας τάξης μεγέθους $[p_N \cong p_e$ $\cong p_v]$ η ενέργεια ανάκρουσης του θυγατρικού πυρήνα E_N θα είναι σε πολύ καλή προσέγγιση αμελητέα. Έτσι, στην αποδιέγερση β μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η διαθέσιμη ενέργεια μοιράζεται ουσιαστικά μεταξύ του ηλεκτρονίου και του νετρίνου

$$E_f = E_e + E_v$$



Η εξ. (5.10) εξηγεί τη συνεχή μορφή του φάσματος ηλεκτρονίων που παρατηρείται κατά την αποδιέγερση β. Αν για τη μετάπτωση του πυρηνικού συστήματος είναι διαθέσιμη ενέργεια E_{f} τότε αυτή θα διαμοιραστεί μεταξύ ηλεκτρονίου και νετρίνου και το ηλεκτρόνιο θα εμφανιστεί με όλες τις δυνατές ενέργειες στην περιοχή $0 \le E_{e}$ $\le E_{f}$ Δύο χαρακτηριστικά φάσματα αποδιέγερσης β⁺ και β⁻ του ⁶⁴Cu περιέχονται στο σχήμα 5-2.

Η πυκνότητα των καταστάσεων ανά διάστημα ενέργειας που υπεισέρχεται στην εξ. (5.6) μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση της ορμής p_e του σωματίου β και p_v του νετρίνου. Αν θεωρήσουμε τα δύο ελαφριά σωμάτια στην τελική κατάσταση ως ελεύθερα, τότε, όπως είναι γνωστό από την κβαντική θεωρία, οι ενεργειακές τους καταστάσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες στο χώρο των φάσεων με πυκνότητα h^{-3} [βλ. Άσκηση 5-2]. Μπορούμε επομένως να εκφράσουμε το πλήθος των καταστάσεων μέσα σε ένα στοιχείο του χώρου των φάσεων $dxdydzdp_xdp_ydp_z$ ως

$$dn = \frac{dxdydz \, dp_x \, dp_y \, dp_z}{h^3} \,. \tag{5.11}$$

Αν θεωρήσουμε ότι η αποδιέγερση β πραγματοποιείται μέσα σε ένα κιβώτιο με όγκο $\int dx dy dz = V$ και εκφράσουμε την ορμή σε σφαιρικές συντεταγμένες, τότε, για το ηλεκτρόνιο, η εξ. (5.11) παίρνει τη μορφή

$$dn_e = V \frac{4\pi p_e^2 dp_e}{h^3} \tag{5.12}$$

που εκφράζει την πιθανότητα ώστε το ηλεκτρόνιο να βρεθεί κάπου μέσα στο χώρο V με ορμή μεταξύ των τιμών p_e και $p_e + dp_e$. Η αντίστοιχη έκφραση για την πυκνότητα των καταστάσεων του νε-



Σχήμα 5-2 Φάσμα ορμής σωματίων β κατά την αποδιέγερση του ⁶⁴Cu Με εκπομπή ηλεκτρονίων (β^{*}) πραγματοποιείται η μετάπτωση ⁶⁴Cu \rightarrow ⁶⁴Zn. ενώ με εκπομπή θετικών ηλεκτρονίων (β^{*}) η μετάπτωση ⁶⁴Cu \rightarrow ⁶⁴Ni. [J.R. Reitz, Phys. Rev. 77 (1950) 50].

τρίνου στο χώρο των φάσεων είναι

$$dn_{\nu} = V \frac{4\pi p_{\nu}^2 dp_{\nu}}{h^3}$$
(5.13)

ενώ το πλήθος των καταστάσεων για την ταυτόχρονη εκπομπή των δύο σωματίων δίνεται από το γινόμενο των εξ. (5.12) και (5.13)

$$dn = dn_{\nu} dn_{\nu} . \tag{5.14}$$

Η πυκνότητα των καταστάσεων της εξ. (5.14) ανά διάστημα ενέργειας dE_f μπορεί τώρα να εκφραστεί ως

$$\rho(E_f) = \frac{dn}{dE_f} = \frac{16\pi^2 V^2}{h^6} p_e^2 p_v^2 \frac{dp_v}{dE_f} dp_e.$$
(5.15)

Χρησιμοποιώντας τη σύνδεση ορμής και ενέργειας της εξ. (5.5) για το νετρίνο

$$p_{\nu} = \frac{E_{\nu}}{c} = \frac{1}{c} \left(E_f - E_e \right)$$
(5.16)

οι παράγοντες της εξ. (5.15) που αναφέρονται στην ορμή του νετρίνου p_{ν} μπορούν να γραφούν ως συνάρτηση της ενέργειας του ηλεκτρονίου

$$p_{\nu}^{2} \frac{dp_{\nu}}{dE_{f}} = \frac{1}{c^{3}} \left(E_{f} - E_{e} \right)^{2}$$
(5.17)

ώστε η έκφραση για την πυκνότητα των τελικών καταστάσεων να πάρει τη μορφή

$$\rho(E_f) = \frac{16\pi^2 V^2}{c^3 h^6} p_e^2 (E_f - E_e)^2 dp_e. \qquad (5.18)$$

Η επόμενη ποσότητα που πρέπει να υπολογιστεί για την εύρεση της πιθανότητας μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου είναι το στοιχείο του πίνακα (f | V | i). Στην περίπτωση της αποδιέγερσης β⁻η αρχική κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από την κυματοσυνάρτηση του μητρικού πυρήνα στη βασική κατάσταση που θα συμβολίσουμε ως Ψ_i. Η τελική κατάσταση περιέχει το θυγατρικό πυρήνα και τα δύο σωμάτια που παράγονται κατά την αποδιέγερση. Σε πρώτη προσέγγιση μπορούμε να θεωρήσουμε τα τρία σωμάτια στην τελική κατάσταση ως ανεξάρτητα και να γράψουμε

$$|f) = \Psi_f \Phi_e(\mathbf{r}) \Phi_{\nu}(\mathbf{r})$$
(5.19)

όπου η κυματοσυνάρτηση Ψ_f περιγράφει το θυγατρικό πυρήνα και $\Phi_e(\mathbf{r})$, $\Phi_v(\mathbf{r})$ είναι επίπεδα κύματα που περιγράφουν την κίνηση του ηλεκτρονίου και του νετρίνου



$$\Phi_{e}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{l^{*}}} e^{i\mathbf{k}_{e}\cdot\mathbf{r}}$$
(5.20a)

$$\Phi_{\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{l^{r}}} e^{i \mathbf{k}_{\nu} \cdot \mathbf{r}}.$$
 (5.20β)

Η σταθερά $1/\sqrt{V}$ στα δύο προηγούμενα επίπεδα κύματα είναι απόρροια της κανονικοποίησης μέσα σε ένα κιβώτιο όγκου V. Με τη μορφή αυτή των κυματοσυναρτήσεων για την αρχική και τελική κατάσταση της μετάπτωσης, το στοιχείο του πίνακα στην εξ. (5.6) παίρνει τη μορφή

$$(f | V_{\beta} | i) = \int \Psi_{f}^{*} \Phi_{e}^{*}(\mathbf{r}) \Phi_{v}^{*}(\mathbf{r}) V_{\beta} \Psi_{i} d\Omega$$
$$= g \int \Psi_{f}^{*} \Phi_{e}^{*}(\mathbf{r}) \Phi_{v}^{*}(\mathbf{r}) M \Psi_{i} d\Omega \qquad (5.21)$$

όπου η ολοκλήρωση $d\Omega$ εκτείνεται στο κιβώτιο όγκου V που θεωρήσαμε για την κανονικοποίηση και στις εσωτερικές μεταβλητές των πυρηνικών κυματοσυναρτήσεων Ψ_i και Ψ_f . Στο τελευταίο σκέλος της εξ. (5.21) ο τελεστής της διαταραχής V_β έχει γραφεί στη μορφή gM, όπου η **σταθερά του Fermi** g έχει την αριθμητική τιμή

$$g = 1.41 \times 10^{-49} \text{ erg cm}^3 = 0.88 \times 10^{-4} \text{ MeV fm}^3$$
 (5.22)

και Μ είναι ένας χαμιλτονιανός τελεστής χωρίς διαστάσεις.

Το στοιχείο του πίνακα αλληλεπίδρασης μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω αν αναπτύξουμε τα επίπεδα κύματα σε σειρά Taylor γύρω από την αρχή των συντεταγμένων

$$\Phi_e(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \left[1 + \mathbf{k}_e \cdot \mathbf{r} + \dots \right]$$

4	(5.	230	i)	002	N.C.
NHLIZI)		the second		4	A JOAN
ANEI				7	INING
P.	lle:	152	1	and a	.~

$$\Phi_{\nu}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} \left[1 + \mathbf{k}_{\nu} \cdot \mathbf{r} + \dots \right].$$
 (5.23β)

Πρέπει να τονιστεί ότι λόγω του μικρού μεγέθους του πυρήνα σε σχέση με το μήκος κύματος των εκπεμπόμενων σωματίων, η προσέγγιση των εξ. (5.23) είναι εξαιρετικά καλή. Οι πυρηνικές κυματοσυναρτήσεις που υπεισέρχονται στο ολοκλήρωμα της εξ. (5.21) συνεισφέρουν ουσιαστικά για αποστάσεις συγκρίσιμες με την ακτίνα του πυρήνα. Είναι εύκολο να υπολογιστεί ότι για τέτοιες αποστάσεις το μέγεθος του δεύτερου όρου στις εξ. (5.23) είναι 40 – 50 φορές μικρότερο από τη μονάδα. Έτσι στις περισσότερες περιπτώσεις είναι αρκετό να διατηρηθεί μόνο ο πρώτος όρος του αναπτύγματος, οπότε η εξ. (5.21) παίρνει την απλή μορφή

$$(f | V_{\beta} | i) = g \Phi_{e}^{*}(0) \Phi_{v}^{*}(0) \int \Psi_{f}^{*} M \Psi_{i} d\Omega = \frac{g}{V} (f | M | i) = \frac{g}{V} M_{fi}.$$
(5.24)

Στο τελευταίο βήμα της εξ. (5.24) έχει οριστεί, προς χάριν συντομίας του συμβολισμού, το στοιχείο του πίνακα M_{fi} που περιέχει τις πυρηνικές κυματοσυναρτήσεις και τον τελεστή της διαταραχής. Περιμένουμε ότι η αριθμητική τιμή της ποσότητας αυτής θα προέλθει αφ' ενός από τη λεπτομέρεια της πυρηνικής δομής του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα και αφ' ετέρου από τη θεωρία της ασθενούς αλληλεπίδρασης που προσδιορίζει τη μορφή του τελεστή M.

Με την τελευταία έκφραση για το στοιχείο του πίνακα $(f | V_{\beta} | i)$ και το αποτέλεσμα της εξ. (5.18), η εξ. (5.6) δίνει την πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου, ανά στοιχειώδες διάστημα της ορμής του ηλεκτρονίου dp_{ϵ}

$$d\lambda_{fi} = \frac{g^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} |M_{fi}|^2 (E_f - E_e)^2 p_e^2 dp_e$$



Σχήμα 5-3 Κατανομή ηλεκτρονίων κατά την αποδιέγερση β ως συνάρτηση της ενέργειας με βάση την εξ. (5.26). Ο κατακόρυφος άξονας δίνεται σε αυθαίρετες μονάδες. Ο υπολογισμός έχει γίνει για μέγιστη ενέργεια $E_f = 2$ MeV.

ή ισοδύναμα την ένταση του φάσματος ορμής των ηλεκτρονίων

$$I(p_{e}) = \frac{d\lambda_{fi}}{dp_{e}} = \frac{g^{2}}{2\pi^{3}c^{3}\hbar^{7}} |M_{fi}|^{2} (E_{f} - E_{e})^{2} p_{e}^{2}.$$
 (5.26)

Αν η ποσότητα $|M_{\rm fi}|^2$ θεωρηθεί ανεξάρτητη από την ορμή του ηλεκτρονίου, η τελευταία σχέση προβλέπει το συνεχές φάσμα ορμής του ηλεκτρονίου που εκπέμπεται κατά την αποδιέγερση β με τη χαρακτηριστική μορφή του σχήματος 5-3.

5-3 Ηλεκτροστατική διόρθωση και η τιμή logft

Η σταθερά αποδιέγερσης στη μετάπτωση β^{-} μπορεί να βρεθεί από την εξ. (5.25) με ολοκλήρωση σε όλο το φάσμα της ορμής

$$\lambda_{fi} = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \int_0^{p_e \max} \left[E_f - \sqrt{m_e^2 c^4 + c^2 p_e^2} \right]^2 p_e^2 dp_e \quad (5.27)$$
138

· [Internet Property]

όπου το άνω όριο της ολοκλήρωσης αντιστοιχεί στη μέγιστη τιμή της ορμής του ηλεκτρονίου

$$p_{e \max} = \frac{1}{c} \sqrt{E_f^2 - m_e^2 c^2} . \qquad (5.28)$$

Η έκφραση της εξ. (5.27), καθώς και το αντίστοιχο αποτέλεσμα της εξ. (5.26) για το φάσμα της ορμής, περιέχουν αρκετές υπεραπλοποιήσεις. Πέρα από την προσέγγιση του στοιχείου της αλληλεπίδρασης με το σταθερό όρο M_{fi} και την απόδοση των σωματίων που εκπέμπονται με επίπεδα κύματα, δεν έχει ληφθεί καθόλου υπ' όψιν η επίδραση των δυνάμεων Coulomb, που, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, παίζει πρωταρχικό ρόλο στην αποδιέγερση α. Σε αναλογία με την αποδιέγερση α, περιμένουμε ότι το φράγμα Coulomb που δημιουργεί το ηλεκτρικό φορτίο του πυρήνα θα ευνοεί την αποδιέγερση β⁻ έναντι της αποδιέγερσης β⁺. Ποιοτικά, όπως δείχνει το σχήμα 5-2, η επίδραση της ηλεκτροστατικής αλληλεπίδρασης μεταξύ του ηλεκτρονίου και του πυρηνικού φορτίου εμφανίζεται ως μετατόπιση του φάσματος ορμής προς υψηλότερες τιμές για την εκπομπή σωματίου β⁺ και προς χαμηλότερες για την εκπομπή σωματίου β⁻.

Ποσοτικά, η αλληλεπίδραση Coulomb κατά την αποδιέγερση β μπορεί να αποδοθεί ως μια παραμόρφωση του επίπεδου κύματος του ηλεκτρονίου από το ηλεκτροστατικό πεδίο του πυρήνα. Διατηρώντας την προσέγγιση των εξ. (5.23), μπορούμε να συμπεριλάβουμε την παραμόρφωση αυτή με την αντικατάσταση του στοιχείου του πίνακα αλληλεπίδρασης στις εξ. (5.25) και (5.26) από την έκφραση

$$|(f | V_{b} | i)|^{2} = g^{2} | \Phi_{e,Z}(0)|^{2} | \Phi_{v}(0)|^{2} | M_{fi} |^{2} = \frac{g^{2}}{V^{2}} F(Z, E_{e}) | M_{fi} |^{2}$$
(5.29)

όπου $\Phi_{e,Z}(\mathbf{r})$ είναι η παραμορφωμένη κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου. Στο τελευταίο σκέλος της εξ. (5.29) έχει εισαχθεί ο ορισμός του παράγοντα Fermi

$$F(Z, E_{e}) = \frac{|\Phi_{e,Z}(0)|^{2}}{|\Phi_{e}(0)|^{2}}$$
(5.30)

που ισούται με την πυκνότητα των ηλεκτρονίων στην άμεση γειτονία του πυρήνα προς την πυκνότητα των ηλεκτρονίων σε απόσταση $r \rightarrow \infty$. Μέσω της συνάρτησης $F(Z, E_e)$ μπορούμε τώρα να συμπεριλάβουμε την αλληλεπίδραση Coulomb στο ενεργειακό φάσμα των σωματίων β, γράφοντας την εξ. (5.26) ως

$$I(p_{e}) = \frac{g^{2}}{2\pi^{3}c^{3}\hbar^{7}} |M_{fi}|^{2} F(Z, E_{e})(E_{f} - E_{e})^{2} p_{e}^{2}.$$
 (5.31)

Η αναλυτική μορφή του παράγοντα Fermi είναι αρκετά πολύπλοκη. Για ιστορικούς λόγους θα αναφέρουμε την εκτίμηση του ιδίου του Fermi [E. Fermi, Z. Physik, **88** (1934) 161], ο οποίος υπολόγισε το λόγο της πυκνότητας των ηλεκτρονίων σε απόσταση $R = r_0 A^{1/3}$ από ένα σημειακό φορτίο Ze ως

$$F(Z, E_e) = 2(1+\gamma) \left(\frac{2p_e R}{\hbar}\right)^{-2(1-\gamma)} e^{\pi \nu} \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|^2}{\Gamma(2\gamma + 1)^2}$$
(5.32)

όπου

$$\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 Z^2} , \qquad (5.33)$$

 $v = \pm \frac{\alpha Z E_e}{c n}$



Σχήμα 5-4 Γραφική παράσταση του παράγοντα Fermi $F(Z,E_z)$ σε διπλή λογαριθμική κλίμακα για $0 \le Z \le 100$ [NATIONAL BUREAU OF STANDARDS (USA). Tables of Analysis of Beta Spectra. NBS Applied Mathematics Series No. 13, 1952].

α (= $e^2/\hbar c$) είναι η σταθερά λεπτής υφής και το εναλλακτικό πρόσημο ± στην εξ. (5.34) αναφέρεται αντίστοιχα στην εκπομπή β^{\dagger} .

Γενικά, με τη βοήθεια ηλεκτρονικού υπολογιστή και τη χρησιμοποίηση λεπτομερών ατομικών κυματοσυναρτήσεων, ο παράγοντας Fermi μπορεί να υπολογιστεί με εξαιρετική ακρίβεια. Ένας τέτοιος υπολογισμός περιέχεται στη γραφική παράσταση του σχήματος 5-4.

BIBALOON



Σχήμα 5-5 Επίδραση της ηλεκτροστατικής διόρθωσης στο φάσμα (α) ορμής και (β) ενέργειας ηλεκτρονίων κατά την αποδιέγερση β. Ο κατακόρικρος άζονας δίνεται σε αυθαίρετες μονάδες. Οι δύο κατανομές συνδέονται με τη σχέση

$$I(E_{e})dE_{e} = I(p_{e})\frac{dp_{e}}{dE_{e}} = \frac{1}{c^{2}p_{e}}(E_{e} + m_{e}c^{2})I(p_{e})dE_{e}$$

όπου η συνάρτηση $I(p_e)$ δίνεται στην εξ. (5.31).

Όπως ήδη αναφέρθηκε, περιμένουμε ότι θα ευνοεί την αποδιέγερση β^+ σε σχέση με την αποδιέγερση β^- , ήτοι

 $F(Z, E_e) \ge 1$, για εκπομπή β⁻ $F(Z, E_e) \le 1$, για εκπομπή β⁺.

Ποσοτικά, η ενσωμάτωση του παράγοντα Fermi στην εξ. (5.31) μεταβάλλει το ενεργειακό φάσμα του σχήματος 5-3 σύμφωνα με το σχήμα 5-5.

Με την ενσωμάτωση της ηλεκτροστατικής διόρθωσης η σταθερά αποδιέγερσης της εξ. (5.27) παίρνει τη μορφή

$$\lambda_{fi} = \frac{g^2 |M_{fi}|^2}{2\pi^3 c^3 \hbar^7} \int_0^{p_e \max} F(Z, E_e) (E_f - E_e)^2 p_e^2 dp_e .$$
 (5.3)

Συνήθως, το ολοκλήρωμα της εξ. (5.35) αποδίδεται στη βιβλιογραφία ως συνάρτηση της παραμέτρου

$$W = \frac{E_e + m_e c^2}{m_e c}$$
(5.36)

που εκφράζει την ολική ενέργεια του ηλεκτρονίου προς τη μάζα αδρανείας του, ήτοι

$$\lambda_{fi} = \frac{g^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{fi}|^2 \int_0^{p_e \max} F(Z, W) \sqrt{W^2 - 1} (W_f - W)^2 W dW$$
(5.37)

ή

$$\lambda_{fi} = \frac{|M_{fi}|^2}{\tau_0} f(Z, W_f).$$
 (5.38)

Στην τελευταία έκφραση, οι διάφορες φυσικές σταθερές έχουν συγκεντρωθεί στην παγκόσμια σταθερά χρόνου της αποδιέγερσης β

$$\tau_0 = \frac{2\pi^3 \hbar^7}{g^2 m_e^5 c^4} = 8.98 \times 10^3 \,\mathrm{s} \tag{5.39}$$

που κατά κάποιο τρόπο εκφράζει την ισχύ της ασθενούς αλληλεπίδρασης, ενώ η ηλεκτροστατική διόρθωση έχει περιληφθεί στην ολοκληρωμένη συνάρτηση Fermi $f(Z, W_f)$. Η συνάρτηση $f(Z, W_f)$ μπορεί να δοθεί σε κλειστή μορφή μόνο για Z = 0 [οπότε F(0, W) =1], είναι όμως δυνατόν να υπολογιστεί αριθμητικά για οποιεσδήποτε τιμές των παραμέτρων Z και W_f . Καθ' όσον η αριθμητική τιμή της ολοκληρωμένης συνάρτησης Fermi εκτείνεται σε πολλές τάξεις μεγέθους, η γραφική της παράσταση δίνεται καλύτερα σε διπλή



Σχήμα 5-6 Η ολοκληρωμένη συνάρτηση Fermi $f(Z, W_i)$ για αποδιέγερση β^{*} και β^{*}, ως συνάρτηση της μέγιστης διαθέσιμης ενέργειας E_i .

λογαριθμική κλίμακα, όπως στην απεικόνιση του σχήματος 5-6.

Από το αποτέλεσμα της εξ. (5.38) ο χρόνος ημιζωής της αποδιέγερσης β μπορεί να εκφραστεί ως

$$T_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda_{fi}} = \frac{0.693\tau_0}{|M_{fi}|^2 f(Z, W_f)}$$

ή

$$f(Z, W_f)T_{1/2} = \frac{6.22 \times 10^3}{|M_f|^2} \text{ s}.$$
 (5.40)

Το αριστερό μέρος της τελευταίας σχέσης περιέχει την υπολογίσιμη συνάρτηση $f(Z, E_f)$ και το χρόνο ημιζωής της αποδιέγερσης που μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά, ενώ το δεξιό μέρος εκφράζει

την ισχύ της ασθενούς αλληλεπίδρασης. Το γινόμενο $f(Z, W_f)T_{1,2}$ συμβολίζεται συνήθως ως ft και αναφέρεται ως σχετικός χρόνος ημιζωής ή απλώς τιμή ft. Για τις γνωστές αποδιεγέρσεις β η αριθμητική του τιμή κυμαίνεται μεταξύ 10³ και 10⁹ s και όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο προσφέρεται για την κατάταξη των αποδιεγέρσεων β ως προς τη σχετική τους ισχύ. Λόγω της υψηλής τιμής που εμφανίζει ο σχετικός χρόνος ημιζωής, αναφέρεται συνήθως με την αντίστοιχη τιμή του δεκαδικού του λογαρίθμου που στη βιβλιογραφία έχει καθιερωθεί με την ορολογία τιμή logft.

5-4 Ο ρόλος της στροφορμής

Σε αντίθεση με την εκπομπή σωματίου α, κατά την αποδιέγερση β είναι αρκετά δύσκολο για τα λεπτόνια (το ηλεκτρόνιο και το νετρίνο) να αποκομίσουν τροχιακή στροφορμή. Τούτο είναι επακόλουθο αφ' ενός της μικρής μάζας του ηλεκτρονίου και αφ' ετέρου των χαμηλών σχετικά ενεργειών που συνδέονται με την αποδιέγερση.

Κλασικά, για να αποκομίσει ένα ηλεκτρόνιο τροχιακή στροφορμή ίση με μια κβαντική μονάδα ħ θα πρέπει να εκπεμφθεί από μια απόσταση

$$d = \frac{\hbar}{m_e c} \tag{5.41}$$

από το κέντρο του μητρικού πυρήνα. Η απόσταση αυτή, που μπορεί να αναγνωριστεί ως το ανηγμένο μήκος κύματος Compton του ηλεκτρονίου

$$\lambda = \frac{\hbar}{m_e c} = 386 \text{ fm} \tag{5.42}$$

είναι τουλάχιστον μία έως δύο τάξεις μεγέθους μεγαλύτερη από την

πυρηνική ακτίνα. Η πιθανότητα επομένως ώστε ένα λεπτόνιο που εκπέμπεται από την επιφάνεια του πυρήνα να αποκομίσει έστω και μια μονάδα τροχιακής στροφορμής είναι εξαιρετικά μικρή.

Γενικά, σε μια αποδιέγερση β $|i,J_i\rangle \rightarrow |f,J_f\rangle$, όπου J_i είναι η ιδιοστροφορμή του μητρικού και J_f η ιδιοστροφορμή του θυγατρικού πυρήνα, η διατήρηση της στροφορμής απαιτεί

$$\mathbf{J}_{i} = \mathbf{J}_{f} + \mathbf{j}_{e\nu} \tag{5.43}$$

όπου \mathbf{j}_{ev} είναι το ανυσματικό άθροισμα των σπιν των δύο λεπτονίων και της σχετικής τους στροφορμής ℓ_{ev}

$$\mathbf{j}_{ev} = \mathbf{s}_e + \mathbf{s}_v + \ell_{ev} \,. \tag{5.44}$$

Υπενθυμίζεται ότι $s_e = s_v = \frac{1}{2}$.

Από τα προηγούμενα επιχειρήματα είναι φανερό ότι η πιθανότητα μετάπτωσης θα είναι μεγαλύτερη αν η εξ. (5.43) μπορεί να ικανοποιηθεί με μηδενική σχετική στροφορμή των λεπτονίων που εκπέμπονται. Με βάση το κριτήριο αυτό οι μεταπτώσεις β διαχωρίζονται στη βιβλιογραφία σε επιτρεπτές ($\ell_{ev} = 0$) και απαγορευμένες ($\ell_{ev} \neq 0$). Οι επιτρεπτές αποδιεγέρσεις β είναι ακόμη δυνατόν να διακριθούν σε δύο κβαντικές καταστάσεις. Η ονοματολογία που έχει καθιερωθεί ιστορικά διακρίνει δύο κατηγορίες:

- 1. Μεταπτώσεις Fermi κατά τις οποίες τα δύο λεπτόνια εκπέμπονται με αντιπαράλληλα σπιν ($\uparrow \downarrow$) σε μια σχετική απλή κατάσταση με $j_{ev} = 0$.
- 2. Μεταπτώσεις Gamow-Teller, κατά τις οποίες τα δύο λεπτόνια στην τελική κατάσταση εκπέμπονται με παράλληλα σπιν ([↑]) σε

σχετική τριπλή κατάσταση με $j_{ev} = 1$.

Από τη διατήρηση της στροφορμής στην εξ. (5.43) είναι φανερό ότι οι μεταπτώσεις Fermi μπορούν να συνδέσουν μόνο καταστάσεις πυρηνικών συστημάτων με την ίδια στροφορμή $J_i = J_j$. Αντίθετα, στις μεταπτώσεις Gamow-Teller η διαφορά της στροφορμής ΔJ μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης μπορεί να πάρει τις τιμές

$$|\Delta \mathbf{J}| = |\mathbf{J}_{i} - \mathbf{J}_{f}| = |\mathbf{j}_{ev}| = 0, \pm 1$$
 (5.45)

με εξαίρεση την περίπτωση $J_i = J_f = 0$. Και για τις δύο κατηγορίες μεταπτώσεων η πάριτη της κατάστασης των λεπτονίων δίνεται από τη σχέση

$$\pi_{ev} = (-1)^{\ell_{ev}} = +1 \tag{5.46}$$

έτσι ώστε οι επιτρεπτές μεταπτώσεις να συνδέουν μόνο πυρηνικές καταστάσεις με την ίδια πάριτη.

Αντίστροφα, αποδιεγέρσεις β που χαρακτηρίζονται από μεταβολή $\Delta J = \pm 1$, $\Delta \pi = +1$, έχουν καθαρά χαρακτήρα μετάπτωσης Gamow-Teller, ενώ αποδιεγέρσεις β με $\Delta J = 0$, $\Delta \pi = +1$ (εκτός από μεταπτώσεις $0 \rightarrow 0$, $\Delta \pi = +1$) έχουν μικτό χαρακτήρα. Συνοπτικά, οι κανόνες επιλογής που διέπουν τις επιτρεπτές μεταπτώσεις β δίνονται στον Πίνακα 5-1.

Χαρακτηριστικό παράδειγμα μετάπτωσης Fermi αποτελεί η αποδιέγερση β^+ του ¹⁴Ο με $J^{\pi} = 0^+$ που, σύμφωνα με το διάγραμμα του σχήματος 5-7 μεταπίπτει κυρίως στην πρώτη διεγερμένη κατάσταση του ¹⁴N με επίσης $J^{\pi} = 0^+$. Αντίθετα, η μετάπτωση του ¹⁴Ο προς τη βασική κατάσταση του ¹⁴N και η αποδιέγερση β^- του ¹⁴C, όπως προκύπτει από τους κανόνες επιλογής του Πίνακα 5-1, είναι καθαρά μεταπτώσεις Gamow-Teller.

Μετάπτωση	Σπιν	Πάριτη
Fermi (F)	$J_i = J_f = 0$	$\pi_i = \pi_f$
Gamow-Teller (GT)	$J_i = J_f \pm 1$	$\pi_i = \pi_f$
Μίγμα F και GT	$J_i = J_f \neq 0$	$\pi_i = \pi_f$

Πίνακας 5-1 Κανόνες επιλογής στις επιτρεπτές αποδιεγέρσεις β.

Οι περίπου 500 γνωστές σήμερα επιτρεπτές αποδιεγέρσεις β καταλαμβάνουν μια περιοχή με σχετικό χρόνο ημιζωής 3.7 < logft < 9.2. Αν και σε πρώτη προσέγγιση όλες αυτές οι αποδιεγέρσεις προκαλούνται από τον ίδιο τελεστή, η τιμή ft παρουσιάζει μια διακύμανση κατά περίπου 6 έως 7 τάξεις μεγέθους. Το αποτέλεσμα αυτό οφείλεται στη λεπτομέρεια της πυρηνικής δομής που χαρακτηρίζει την αρχική και τελική κατάσταση στα αντίστοιχα πλάτη πιθανότητας ($f |V_β|$ *i*). Οι πυρήνες είναι πολύπλοκα συστήματα και δεν περιμένουμε φυσικά ότι η πιθανότητα μετάπτωσης θα προσδιορίζεται

$$T_z = 1$$
 $T_z = 0$ $T_z = -1$



Σχήμα 5-7 Αποδιέγερση β στην τριάδα των ισοτόπων με μαζικό αριθμό A = 14.

αποκλειστικά από τους κβαντικούς αριθμούς του σπιν και της πάριτης. Σε γενικές γραμμές το πλάτος πιθανότητας θα έχει μεγαλύτερη τιμή όσο περισσότερο μοιάζουν οι κυματοσυναρτήσεις του μητρικού και του θυγατρικού πυρήνα.

Η κατάταξη των λοιπών αποδιεγέρσεων β που περιλαμβάνονται στη μεγάλη κατηγορία των απαγορευμένων μεταπτώσεων (logft > 6.5) γίνεται με βάση τόσο την ομοιότητα των κυματοσυναρτήσεων στην αρχική και τελική κατάσταση όσο και τη μεταβολή του σπιν και της πάριτης. Σε γενικές γραμμές τα δύο κριτήρια είναι αλληλένδετα καθ' όσον μεγάλη διαφορά στους κβαντικούς αριθμούς συνεπάγεται ανομοιότητα των κυματοσυναρτήσεων. Πρωταρχικό ρόλο στην επιβράδυνση των απαγορευμένων μεταπτώσεων παίζει η απαίτηση $\ell_{ev} \neq 0$ ώστε να ικανοποιείται η διατήρηση της στροφορμής στην εξ. (5.43). Η ονοματολογία που έχει καθιερωθεί στη βιβλιογραφία για τις απαγορευμένες μεταπτώσεις συνδέεται με τη μεταβολή των κβαντικών αριθμών του πυρηνικού συστήματος. Μια αποδιέγερση ονομάζεται απαγορευμένη n τάξης αν $\Delta J = n$ ή n + 1 (ℓ_{ev} = n) και $\Delta \pi = \pi_n \pi_n = (-1)^n$. Ακόμη οι απαγορευμένες αποδιεγέρσεις β κατατάσσονται σε μοναδικές απαγορευμένες ή απαγορευμένες λόγω πάριτης αν $\Delta J^{\Delta \pi} = 2^{-}, 3^{+}, 4^{-}, 5^{+}, ...$ και μη μοναδικές απαγορευμένες ή μη απαγορευμένες λόγω πάριτης αν $\Delta J^{\Delta \pi} = 0^{-}, 1^{-}, 2^{+},$ $3^{-}, 4^{+}, ... Π. χ. η αποδιέγερση$

176
Lu $(J^{\pi} = 7^{-}) \xrightarrow{\beta^{-}} ^{176}$ Hf $(J^{\pi} = 6^{+})$ (5.47)

με logft = 18.7 που δίνεται στο σχήμα 5-8 είναι μη μοναδική απαγορευμένη αποδιέγερση πρώτης τάξης.

5-5 Ηλεκτρονική σύλληψη

Στην Παράγραφο 2-3 μελετήσαμε τον μηχανισμό της ηλεκτρονικής σύλληψης (EC) κατά τον οποίο ένα ατομικό ηλεκτρόνιο αλληλεπι-

δρά με ένα πρωτόνιο του πυρηνικού συστήματος μέσω της βασικής μετάπτωσης

$$p + e^- \to n + \nu. \tag{5.48}$$

Η διεργασία αυτή πραγματοποιείται αν με τη μετατροπή ενός πρωτονίου σε ουδετερόνιο προκύπτει ένα σταθερότερο σύστημα. Αν ως μέτρο σύγκρισης της πυρηνικής σταθερότητας χρησιμοποιήσουμε την ατομική μάζα M(A,Z), η συνθήκη για την πραγματοποίηση της ηλεκτρονικής σύλληψης δίνεται από την εξ. (2.42)

$$M(A,Z) - M(A,Z-1) > 0.$$
 (5.49)

Όταν ισχύει η εξ. (5.49) η αποδιέγερση

$${}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}X_{N+1}$$
(5.50)

πραγματοποιείται πάντα με ηλεκτρονική σύλληψη. Μόνο αν η διαφορά των ατομικών μαζών είναι αρκετά μεγάλη ώστε να ισχύει η εξ. (2.41)

$$M(A,Z) - M(A,Z-1) > 2m_e = 1.022 \text{ MeV}$$
 (5.51)

αρχίζει ο μηχανισμός της αποδιέγερσης β⁺ να ανταγωνίζεται το μηχανισμό ΕC. Ένα τυπικό παράδειγμα της περίπτωσης αυτής δίνεται στο σχήμα 5-9.

Αν και η βασική αλληλεπίδραση της εξ. (5.54) πραγματοποιείται από τον ίδιο τελεστή διαταραχής που θεωρήσαμε στην αποδιέγερση β, η κινηματική της ηλεκτρονικής σύλληψης παρουσιάζει τελείως διαφορετική όψη. Τούτο οφείλεται στην ύπαρξη δύο μόνον σωματίων στην τελική κατάσταση. Έτσι, σε αντίθεση με το συνεχές φάσμα ενέργειας του ηλεκτρονίου στην αποδιέγερση β, κατά την ηλε-

きるので、見ていていたので、これではないで、「ないない」とないで、「



Σχήμα 5-8 Παράδειγμα μη μοναδικής απαγορευμένης αποδιέγερσης β⁻ πρώτης τάξης. Η αποδιέγερση πραγματοποιείται προς την ενεργειακή στάθμη του θυγατρικού πυρήνα που συνεπάγεται τη μικρότερη μεταβολή των κβαντικών αριθμών.

κτρονική σύλληψη το νετρίνο εκπέμπεται με μια ορισμένη ενέργεια

$$E_{v} = E_{0} - E_{\chi} - E_{R} \tag{5.52}$$

όπου E_0 είναι η διαφορά των ατομικών μαζών μητρικού και θυγατρικού πυρήνα, E_X η ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου σε μια δεδομένη ατομική τροχιά ($X = K, L_I, L_I, L_I, M_I, ..., M_V, ...$) και E_R η ενέργεια ανάκρουσης του πυρήνα $_{Z-1}^A X_{N+1}$. Από τη διατήρηση ενέργειας και ορμής είναι εύκολο να δείξουμε ότι η τελευταία ποσότητα είναι αμελητέα και μπορεί να παραληφθεί στην εξ. (5.52) για τον υπολογισμό της ενέργειας του νετρίνου.

Η πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου και ο αντίστοιχος



Σχήμα 5-9 Συνύπαρξη μετάπτωσης β⁺ και ηλεκτρονικής σύλληψης στην αποδιέγερση του ⁴⁵Τί.

χρόνος ημιζωής κατά την ηλεκτρονική σύλληψη μπορεί να γίνει με βάση το δεύτερο χρυσό κανόνα του Fermi με διεργασία ανάλογη προς αυτή των Παραγράφων 5-2 και 5-3. Η πυκνότητα των τελικών καταστάσεων τώρα δίνεται από τις καταστάσεις του νετρίνου που, από την εξ. (5.13) [βλ. Άσκηση 5-12], μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\rho(E_f) = \frac{dn_{\nu}}{dE_{\nu}} = V \frac{E_{\nu}^2}{c^3 h^3}$$
(5.53)

ενώ η αρχική και τελική κατάσταση της μετάπτωσης μπορούν να αποδοθούν από τις κυματοσυναρτήσεις

 $|i\rangle = \Psi_i \Phi_e^X(\mathbf{r}) \tag{5.54a}$

$$|f\rangle = \Psi_f \Phi_{\nu}(\mathbf{r}). \qquad (5.54\beta)$$

BIBAR

Στις εξ. (5.54) Ψ_i και Ψ_f είναι πυρηνικές κυματοσυναρτήσεις, $\Phi_v(r)$ η κυματοσυνάρτηση του ελεύθερου νετρίνου στην τελική κατάσταση,



Σχήμα 5-10 Αποδιέγερση EC του Be. Η μετάπτωση πραγματοποιείται αποκλειστικά με ηλεκτρονική σύλληψη, καθ' όσοι η διαφορά μαζών

$$E_0 = M(7.4) - M(7.3) = 0.892 < 1.022 \text{ MeV}$$

δει επιτρέπει αποδιέγερση β⁺.

που μπορεί να αποδοθεί με ένα επίπεδο κύμα, ενώ $\Phi_e^X(\mathbf{r})$ είναι η κυματοσυνάρτηση του ηλεκτρονίου στην ατομική τροχιά Χ.

Με τα δεδομένα αυτά και ακολουθώντας τη διεργασία της Παραγράφου 5-3 μπορούμε εύκολα να γράψουμε σε αναλογία με την εξ. (5.38) τη σταθερά αποδιέγερσης για ηλεκτρονική σύλληψη από την τροχιά Κ

$$\lambda_{fi}^{\kappa} = \frac{|\mathbf{V}_{fi}|^2}{\tau_0} f_{\kappa}^{EC}(Z, E_0)$$
(5.55)

όπου τ₀ είναι η σταθερά χρόνου της εξ. (5.39) και $f_{\kappa}^{EC}(Z,E_0)$ ο ολοκληρωμένος παράγοντας Fermi για ηλεκτρονική σύλληψη από την τροχιά Κ. Τέλος, η αντίστοιχη τιμή ft για ηλεκτρονική σύλληψη μπορεί να οριστεί σε αναλογία με την εξ. (5.40) ως

$$ft^{EC} = f_{\chi}^{EC}(Z, E_0) T_{1/2} = \frac{6.22 \times 10^3}{|V_{\rm f}|^2} \, {\rm s}.$$





Σχήμα 5-11 Αποδιέγερση του ⁵⁴Mn. Λόγω της μεγάλης διαφορά των κβαντικών αριθμών με τη βασική κατάσταση του ⁵⁴Cr. η μετάπτωση πραγματοποιείται προς την πρώτη διεγερμένη κατάσταση με καθαρά αποδιέγερση EC.

Το μέγεθος της τιμής ft^{EC} εξαρτάται από τους ίδιους παράγοντες που αναφέραμε στην αποδιέγερση β, ήτοι από την ομοιότητα των κυματοσυναρτήσεων που περιγράφουν το μητρικό και το θυγατρικό πυρήνα και τη συνάφεια των κβαντικών αριθμών. Έτσι, στην ταξινόμηση των αποδιεγέρσεων EC έχει επικρατήσει η ίδια ονοματολογία. Π.χ., η αποδιέγερση του ⁷Be που περιέχεται στο σχήμα 5-10 με logft = 3.30 κατατάσσεται στις επιτρεπτές αποδιεγέρσεις.

Σε αντίθεση με την αποδιέγερση β η συλλογή πειραματικών δεδομένων σχετικά με την ηλεκτρονική σύλληψη είναι εξαιρετικά δύσκολη. Από τα δύο σωμάτια στην τελική κατάσταση το μεν νετρίνο είναι πρακτικά αόρατο η δε ενέργεια ανάκρουσης του θυγατρικού πυρήνα εξαιρετικά μικρή ώστε να επιδέχεται ακριβή μέτρηση. Σε ευτυχείς περιπτώσεις όπου η αποδιέγερση πραγματοποιείται προς μια διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού πυρήνα η παρατήρηση του φαινομένου μπορεί να γίνει μέσω της ακτινοβολίας γ που ακολουθεί τη μετάπτωση ΕC. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η αποδιέγερση ⁵⁴₂₅ Mn → ⁵⁴₂₄ Cr που απεικονίζεται στο σχήμα 5-11. Στις περισσότερες όμως περιπτώσεις η πειραματική μελέτη της αποδιέγερσης EC συνεπάγεται παρατήρηση των ατομικών φαινομένων που ακολουθούν την ηλεκτρονική σύλληψη. Η διαδοχική πλήρωση των κενών ατομικών τροχιών που δημιουργούνται εμφανίζεται με εκπομπή χαρακτηριστικών ακτίνων X και ηλεκτρονίων Auger που μπορούν να δώσουν πληροφορίες τόσο για το χρόνο ημιζωής όσο και για τη σχετική συνεισφορά των ηλεκτρονίων κάθε τροχιάς.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

5-1 Αποδείξτε την εξ. (5.4).

5-2 Δείξτε ότι για ένα ελεύθερο σωμάτιο μέσα σε ένα κιβώτιο με πλευρές L_x , L_y , L_z και όγκο $V = L_x L_y L_z$ η πυκνότητα των καταστάσεων με ορμή μεταξύ p_x και dp_x , p_y και dp_y , p_z και dp_z είναι

$$dn = V \frac{dp_x dp_y dp_z}{h^3}$$
(5.57)

- 5-3 Υπολογίστε το μέγεθος του δεύτερου όρου στην εξ. (5.23)
- 5-4 Δείξτε ότι αν κατά την αποδιέγερση β, το ηλεκτρόνιο και το νετρίνο θεωρηθούν μετά την εκπομπή τους ως ελεύθερα σωμάτια, η πυκνότητα των καταστάσεων έχει τη συναρτησιακή μορφή της εξ. (5.11).
- 5-5 Υπολογίστε και αποδώστε σε γραφική παράσταση το φάσμα ηλεκτρονίων που αναμένετε από την αποδιέγερση

$${}^{39}_{20}\text{Ca} \xrightarrow{\beta^{*}} {}^{39}_{19}\text{K}$$



που πραγματοποιείται με διαθέσιμη ενέργεια $E_f = 6.52$ MeV.

5-6 Ο ⁶³Ζη αποδιεγείρεται με εκπομπή θετικού ηλεκτρονίου κυρίως προς τη βασική κατάσταση του ⁶³Cu.

α. Από πίνακες πυρηνικών μαζών προσδιορίστε τη μέγιστη ενέργεια εκπομπής του σωματίου β^{+} .

β.Ο χρόνος ημιζωής του ⁶³Zn έχει μετρηθεί ως 38 min. Υπολογίστε την τιμή ft και προσδιορίστε αν η μετάπτωση είναι επιτρεπτή ή απαγορευμένη.

- 5-7 Υπολογίστε και σχεδιάστε το ενεργειακό φάσμα ηλεκτρονίων κατά την αποδιέγερση του ουδετερονίου. Κατασκευάστε δύο γραφικές παραστάσεις της έντασης ως προς την ορμή pe και ως προς την ενέργεια Ee.
- 5-8 Προσδιορίστε ποιες από τις επόμενες αποδιεγέρσεις β είναι καθαρά Fermi, ποιες καθαρά Gamow-Teller και ποιες έχουν μικτό χαρακτήρα.

Μετάπτωση	J [#] i	J_f^{π}	logft
'n→'H	$\frac{1}{2}^+$	$\frac{1}{2}^+$	3.07
$^{3}H \rightarrow ^{3}He$	$\frac{1}{2}^{+}$	$\frac{1}{2}^+$	3.00
⁶ He→ ⁶ Li	0*	1+	2.92
$^{14}O \rightarrow ^{14}N$	0*	0+	3.50
$^{15}O \rightarrow ^{15}N$	$\frac{1}{2}^{-}$	$\frac{1}{2}^{-}$	3.64



5. Αποδιέγερση β

5-9 Κατατάξτε τις ακόλουθες αποδιεγέρσεις β

(a)
$$\frac{1}{2}^{+} \rightarrow \frac{3}{2}^{+}$$
 (b) $\frac{1}{2}^{+} \rightarrow \frac{1}{2}^{-}$
(b) $\frac{5}{2}^{+} \rightarrow \frac{7}{2}^{-}$ (c) $\frac{3}{2}^{-} \rightarrow \frac{9}{2}^{-}$
(c) $\frac{3}{2}^{-} \rightarrow \frac{9}{2}^{-}$
(c) $\frac{3}{2}^{-} \rightarrow \frac{9}{2}^{-}$

- 5-10 Ένας πυρήνας με κβαντικούς αριθμούς $J^{\pi} = \frac{5}{2}^{+}$ αποδιεγείρεται με πρώτη απαγορευμένη μετάπτωση β. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές J^{π} του θυγατρικού συστήματος;
- 5-11 Δείξτε ότι κατά την ηλεκτρονική σύλληψη η κινητική ενέργεια ανάκρουσης του θυγατρικού πυρήνα E_R είναι αμελητέα σε σχέση με την ενέργεια του ηλεκτρονίου E_e.
- 5-12 Δείξτε ότι στην ηλεκτρονική σύλληψη η πυκνότητα των καταστάσεων του νετρίνου στην τελική κατάσταση δίνεται από την εξ. (5.53).



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 Αποδιέγερση γ

ΣΕ ΑΝΤΙΘΕΣΗ με τις αποδιεγέρσεις α και β, η τρίτη διεργασία αποδιέγερσης που θα μελετήσουμε δεν απαντάται αποκλειστικά στην πυρηνική φυσική. Η μετάπτωση ενός κβαντικού συστήματος μεταξύ δύο καταστάσεων με ταυτόχρονη απορρόφηση ή εκπομπή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας είναι γνωστή από την ατομική και μοριακή φυσική ενώ πολλές από τις έννοιες που χρησιμοποιούνται στην περιγραφή του μηχανισμού μεταφέρονται ατόφιες από τον χώρο του κλασικού ηλεκτρομαγνητισμού. Στα πλαίσια της πυρηνικής φυσικής η ηλεκτρομαγνητική αποδιέγερση ενός πυρηνικού συστήματος προς μια κατώτερη στάθμη του ίδιου συστήματος κυριαρχεί αν δεν είναι δυνατή η αποβολή ενέργειας με εκπομπή νουκλεονίου ή σωματίου α. Στην περίπτωση αυτή είναι δυνατόν να συνυπάρχει με αποδιέγερση β.

Κατά την αποδιέγερση γ το φορτίο, ρεύμα και μαγνητική ροπή των δομικών λίθων του πυρήνα μπορεί να αλληλεπιδράσουν με το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο μέσω δύο διαφορετικών βασικών μηχανισμών. Κατά τον πρώτο η αποδιέγερση πραγματοποιείται με την άμεση δημιουργία ενός στοιχειώδους ηλεκτρομαγνητικού πεδίου, ενός φωτονίου, που μεταφέρει την ενέργεια, ορμή και στροφορμή που απαιτούν οι κανόνες διατήρησης για τη σύνδεση μεταξύ αρχικής και τελικής κατάστασης. Κατά το δεύτερο μηχανισμό η αλληλεπίδραση πραγματοποιείται μέσω του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου ενός ατομικού ηλεκτρονίου στην άμεση γειτονία του πυρήνα, ενώ το ηλεκτρόνιο μεταφέρει την απαιτούμενη ενέργεια, ορμή και στροφορμή. Θα διακρίνουμε τον τελευταίο μηχανισμό με τον όρο εσωτερική μετατροπή.

Με την αξιοσημείωτη ανάπτυξη των τεχνικών για την ανίχνευση της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολία τα τελευταία τριάντα χρόνια η αποδιέγερση γ έχει καθιερωθεί ως ένα από τα κυριότερα ερευνητικά εργαλεία στη διερεύνηση της πυρηνικής δομής. Όπως σε κάθε μετάπτωση μεταξύ καταστάσεων ενός κβαντικού συστήματος, ο ρυθμός αποδιέγερσης δίνεται και εδώ από το δεύτερο χρυσό κανόνα του Fermi

$$\lambda_{f_i} = \frac{2\pi}{\hbar} |(f|\mathbf{V}_{r}|i)|^2 \rho(E_f)$$
(6.1)

όπου V_γ είναι ο ηλεκτρομαγνητικός τελεστής που συνδέει την αρχική πυρηνική κατάσταση $|i\rangle$ με την τελική $|f\rangle$, ενώ η ενέργεια του φωτονίου που εκπέμπεται δίνεται από τη διαφορά ενέργειας των δύο καταστάσεων $E_i - E_f$. Το ουσιαστικό πλεονέκτημα της αποδιέγερσης γ προέρχεται από την πλήρη γνώση του τελεστή V_γ. Σε αντίθεση επομένως με τους μηχανισμούς αποδιέγερσης που μελετήσαμε μέχρι τώρα, η μελέτη των κυματοσυναρτήσεων $|i\rangle$ και $|f\rangle$ που αναφέρονται στην πυρηνική δομή απαλλάσσεται από την ασάφεια που προκαλεί η άγνοια της αλληλεπίδρασης.

6-1 Ο τελεστής της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης

Η προηγούμενη εισαγωγή ίσως να παραπλανήσει κάπως τον αναγνώστη. Το γεγονός ότι τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα είναι σήμερα κατανοητά λίγο, πολύ σε μια ολοκληρωμένη θεωρία δεν σημαίνει ότι και ο προσδιορισμός του τελεστή V_γ στην εξ. (6.1) είναι

BIBAR

απλή υπόθεση. Ο ανυσματικός χαρακτήρας των πεδίων που δημιουργούν το ηλεκτρικό φορτίο και ρεύμα στο χώρο απαιτεί αρκετά επίπονη μαθηματική ανάλυση ακόμη και στο επίπεδο της κλασικής φυσικής.

Είναι ευτυχές ότι, όπως αποδεικνύεται στην πράξη, είναι δυνατόν να επιτύχουμε αρκετά ακριβή περιγραφή του φαινομένου στα πλαίσια της **ημικλασικής προσέγγισης της ακτινοβολίας**, δηλαδή με τον χειρισμό του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου στα πλαίσια της κλασικής φυσικής και των σωματίων που αλληλεπιδρούν με το πεδίο στα πλαίσια της κβαντικής θεωρίας. Έτσι, μπορούμε να δανειστούμε ελεύθερα έννοιες και αποτελέσματα της κλασικής ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας που θα μας οδηγήσουν στον προσδιορισμό της μορφής του τελεστή V_{γ} .

Όπως ήδη έχουμε τονίσει η ακτινοβολία γ είναι μια μορφή ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που βασικά δεν διαφέρει από το ορατό φως ή τα ραδιοφωνικά κύματα. Αποτελείται από ένα παλλόμενο ηλεκτρικό και ένα παλλόμενο μαγνητικό πεδίο που μεταδίδονται στον κενό χώρο με την ταχύτητα του φωτός c. Πηγή της είναι παλλόμενα ηλεκτρικά φορτία ή/και ηλεκτρικά ρεύματα. Στην τεχνολογία μας, παλλόμενα ηλεκτρικά φορτία και ηλεκτρικά ρεύματα δημιουργούνται σε ειδικές διατάξεις, γνωστές με την ονομασία κεραίες. Στην πυρηνική φυσική το αντίστοιχο της κεραίας είναι ο ίδιος ο πυρήνας, ενώ τα παλλόμενα φορτία και ρεύματα δημιουργούνται από την κίνηση των πρωτονίων του.

Στην κλασσική φυσική μαθαίνουμε ότι η γενική μορφή του ηλεκτρικού πεδίου Ε και της μαγνητικής επαγωγής Β που διαμορφώνουν την ακτινοβολία μιας κεραίας μπορούν να γραφούν ως μια άπειρη συγκλίνουσα σειρά. Κάθε όρος της σειράς αντιπροσωπεύει ένα τρόπο περιοδικής μεταβολής των πεδίων ως προς το χρόνο και μπορεί να χαρακτηριστεί από τρεις παραμέτρους (σ, *l*,*m*). Έτσι, τα πεδία που συμμετέχουν στη σειρά συμβολίζονται συνήθως ως $\mathbf{E}_{\ell m}^{\sigma}(\omega)$ και $\mathbf{B}_{\ell m}^{\sigma}(\omega)$, όπου $\omega = 2\pi f$ είναι η γωνιακή συχνότητα της ακτινοβολίας και οι τρεις παράμετροι παίρνουν τις ακόλουθες δυνατές τιμές:

 Η παράμετρος σ εκφράζει δύο δυνατές καταστάσεις ακτινοβολίας που συμβολίζονται με τους χαρακτήρες Ε και Μ. Η πρώτη κατάσταση, η οποία αναφέρεται ως ηλεκτρική μορφή, περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα, στο οποίο το ηλεκτρικό πεδίο είναι κάθετο προς τη διεύθυνση μετάδοσης r. Η δεύτερη, γνωστή ως μαγνητική μορφή, περιγράφει ηλεκτρομαγνητικό κύμα, στο οποίο η μαγνητική επαγωγή είναι κάθετη προς τη διεύθυνση μετάδοσης. Συμβολικά, στις δύο μορφές Ε, Μ ικανοποιούνται οι σχέσεις

$$\mathbf{r} \cdot \mathbf{E}_{\ell m}^{\mathsf{M}}(\omega) = \mathbf{r} \cdot \mathbf{B}_{\ell m}^{\mathsf{E}}(\omega) = 0 \tag{6.2}$$

2. Η παράμετρος ℓ μπορεί να πάρει τις ακέραιες τιμές 0, 1, 2, ..., ενώ για κάθε ℓ η παράμετρος *m* μπορεί να πάρει τις ακέραιες τιμές στο διάστημα $-\ell \le m \le \ell$. Η παράμετρος ℓ αντιπροσωπεύει τη στροφορμή που αποκομίζει ένα φωτόνιο ακτινοβολίας σ ℓ .

Η ονοματολογία που έχει καθιερωθεί για κάθε μορφή ακτινοβολίας χρησιμοποιεί τις παραμέτρους σ και ℓ . Ακτινοβολία που χαρακτηρίζεται από σ = Ε ή σ = Μ αναφέρεται αντίστοιχα ως ηλεκτρική ή μαγνητική, ενώ ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου ℓ χαρακτηρίζεται επιπλέον ως **2^{\ell}-πολική**. Έτσι, μια μορφή ακτινοβολίας με παραμέτρους σ = Μ και ℓ = 1 αναφέρεται ως μαγνητική διπολική ακτινοβολία, ενώ με σ = Ε και ℓ = 2 ως ηλεκτρική τετραπολική.

Στα πλαίσια της ημικλασικής προσέγγισης μπορούμε να ακολουθήσουμε την κλασική μεθοδολογία και να ταυτίσουμε τον τελεστή V_γμε το ανάπτυγμα της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας σε πολύπολα. Να γράψουμε δηλαδή

$$V_{\gamma} = \sum_{\sigma, \ell, m} V_{\ell m}^{\sigma} .$$
 (6.3)

1

Στην κλασική θεωρία του ηλεκτρομαγνητισμού μαθαίνουμε ακόμη ότι η ισχύς $P(\sigma \ell)$ που εκπέμπεται από μια κεραία με χαρακτήρα ακτινοβολίας σ ℓ δίνεται από τη σχέση

$$P(\sigma \ell) = \frac{2(\ell+1)c}{\ell [(2\ell+1)!!]^2} \left(\frac{\omega}{c}\right)^{2\ell+2} |O_{\ell}^{\sigma}|^2$$
(6.4)

είναι ο όρος του αναπτύγματος που αντιπροσωπεύει ακτινοβολία μορφής σl. Δεν έχουμε δώσει βέβαια εδώ την αναλυτική μορφή του όρου Ο, που μπορεί να βρεθεί σε συγγράμματα Κλασικής Ηλεκτροδυναμικής. Η μετάβαση όμως από την κλασική έκφραση της εξ. (6.4) στην αντίστοιχη κβαντική είναι εύκολο να σκιαγραφηθεί: η συνάρτηση Ο, μπορεί να μετατραπεί σε τελεστή με αντικατάσταση των επιμέρους κλασικών μεγεθών από τελεστές (π.χ. της ορμής **p** από τον τελεστή $-i\hbar \nabla$), οπότε η έκφραση $|O_{\ell}^{\sigma}|^2$ μεταπίπτει στο πλάτος πιθανότητας $|(f | O_{\ell}^{\sigma} | i)|^2$. Στο πλάτος αυτό πιθανότητας ο τελεστής O_{ℓ}^{σ} θα αντιστοιχεί σε ένα τελεστή του αναπτύγματος στην εξ. (6.3). Με τη μορφή αυτή η εξ. (6.4) εκφράζει την ισχύ των φωτονίων που εκπέμπονται κατά τη μετάπτωση του πυρήνα από την κατάσταση $|i\rangle$ στην κατάσταση $|f\rangle$. Αν κάθε φωτόνιο στη συγκεκριμένη μετάπτωση έχει ενέργεια $E_y = \hbar \omega$, η σταθερά αποδιέγερσης λ_{fi} είναι

$$\lambda_{fi} = \frac{P(\sigma\ell)}{\hbar\omega} = \frac{2(\ell+1)}{\hbar\ell \left[(2\ell+1)!!\right]^2} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2\ell+1} |(f|O_{\ell}^{\sigma}|i)|^2$$

$$= \frac{2(\ell+1)}{\hbar\ell \left[(2\ell+1)!!\right]^2} \left(\frac{E_{\gamma}}{\hbar c}\right)^{2\ell+1} B(\sigma\ell)$$
(6.5)

όπου στο τελευταίο σκέλος, σύμφωνα με την καθιερωμένη πρακτική στη βιβλιογραφία, το πλάτος πιθανότητας έχει συμβολιστεί ως $B(\sigma \ell)$. Η τελευταία ποσότητα απαντάται συνήθως με την ονομασία **ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης**.

Η σταθερά αποδιέγερσης στην εξ. (6.5) αναφέρεται σε μια συγκεκριμένη μορφή ακτινοβολίας σ ℓ . Η συνεισφορά της στην όλη σταθερά αποδιέγερσης εξαρτάται από την ταχύτητα με την οποία συγκλίνει η αντίστοιχη σειρά του τελεστή V_γ στην εξ. (6.3). Λεπτομερής διερεύνηση της σύγκλισης, που δεν θα παρουσιάσουμε εδώ, αποδεικνύει ότι

- 1. Ο λόγος δύο όρων της εξ. (6.5) της ίδιας τάξης ℓ αλλά διαφορετικής μορφής $\frac{\lambda_{fi}(M\ell)}{\lambda_{fi}(E\ell)}$ έχει τιμή μεταξύ 10⁻² και 10⁻⁴.
- 2. Ο λόγος δύο όρων της εξ. (6.5) της ίδιας μορφής αλλά διαδοχικών τάξεων ℓ και $\ell + 1$, $\frac{\lambda_{fi}(\sigma(\ell+1))}{\lambda_{fi}(\sigma\ell)}$, έχει επίσης πολύ μικρή αριθμητική τιμή της τάξης του 10^{-3} έως 10^{-4} .
- 3. Ρυθμοί μετάπτωσης $\lambda_{fi}(E(\ell+1))$ και $\lambda_{fi}(M\ell)$ έχουν περίπου την ίδια τάξη μεγέθους. Με άλλα λόγια στο ανάπτυγμα της εξ.

(6.3) ηλεκτρικά πολύπολα τάξης 2⁽⁺¹ και μαγνητικά πολύπολα τάξης 2' συμβαδίζουν.

Σχηματικά μπορούμε να παραστήσουμε τη σχετική συνεισφορά των όρων του τελεστή V_{γ} ως

$$V_{\gamma} = \{E0\} + \{E1\} + \{E2,M1\} + \{E3,M2\} + \dots$$
 (6.6)

όπου κάθε ομάδα πολυπόλων διαφέρει από την προηγούμενη κατά δύο ή τρεις τάξεις μεγέθους.

Φυσικά το πόσα και ποια ηλεκτρομαγνητικά πολύπολα συνεισφέρουν σε μια συγκεκριμένη μετάπτωση εξαρτάται από τους κανόνες επιλογής που υπαγορεύουν οι αρχές διατήρησης της στροφορμής και πάριτης. Αν θεωρήσουμε τη μετάπτωση μιας πυρηνικής κατάστασης με κβαντικούς αριθμούς $J_i^{\pi_i}$ προς μια κατάσταση $J_f^{\pi_f}$ με ταυτόχρονη εκπομπή φωτονίου της μορφής σ ℓ τότε η διατήρηση της πάριτης υπαγορεύει τη σχέση

$$\pi_i \pi_f = \pi_{\sigma \ell}. \tag{6.7}$$

Η πάριτη κάθε πολυπόλου σε μπορεί να προσδιοριστεί από την αναλυτική μορφή των αντίστοιχων τελεστών. Συγκεκριμένα, μπορούμε να δείξουμε ότι άρτια ηλεκτρικά και περιττά μαγνητικά πολύπολα έχουν θετική πάριτη, ενώ περιττά ηλεκτρικά και άρτια μαγνητικά πολύπολα αρνητική πάριτη. Έτσι, πυρηνικές καταστάσεις με την ίδια πάριτη συνδέονται με άρτια ηλεκτρικά και περιττά μαγνητικά πολύπολα, ενώ πυρηνικές καταστάσεις με διαφορετική πάριτη συνδέονται με περιττά ηλεκτρικά και άρτια μαγνητικά πολύπολα.

Η διατήρηση της στροφορμής προβλέπει τη σύνδεση αρχικής και τελικής κατάστασης μέσω της σχέσης
$$\mathbf{J}_{\mathbf{i}} = \ell + \mathbf{J}_{\mathbf{f}} \tag{6.8}$$

ή ισοδύναμα

$$J_i + J_f \ge \ell \ge |J_i - J_f| \tag{6.9}$$

Οι εξ. (6.7) και (6.8) περιορίζουν κατά πολύ τον αριθμό των πολυπόλων που συνεισφέρουν σε μια συγκεκριμένη αποδιέγερση γ. Τα μικρότερα δυνατά πολύπολα που μπορούν να προκαλέσουν αποδιεγέρσεις για ορισμένους συνδυασμούς σπιν αρχικής και τελικής κατάστασης δίνονται στον Πίνακα 6-1.

Παρατηρείται ότι στους κανόνες επιλογής του Πίνακα 6-1 η ακτινοβολία M0 απουσιάζει ενώ η ακτινοβολία E0, οπουδήποτε δυνατή έχει γραφεί σε παρένθεση. Ο τελεστής $V_{\ell m}^{M}$ στην εξ. (6.3), για $\ell = 0$, μηδενίζεται και επομένως ακτινοβολία μαγνητικού μονο-

Πίνακας 6-1 Δυνατή μορφή ακτινοβολίας κατά την αποδιέγερση γ. Τα πολύπολα μέσα σε αγγύλες {} δεν συνεισφέρουν αν η αρχική ή τελική κατάσταση έχει στροφορμή J = 0.

ΔJ	$\pi_i \pi_f$	Ακτινοβολία
$0 \rightarrow 0$		(E0)
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$	+1	(E0) M1
$\frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{2}$	-1	El
0	+1	(E0) M1 E2
0	-1	E1 M2
1	+1	M1 {E2}
1	-1	E1 {M2}
2	+1	E2 {M3}
2	-1	M2 {E3}
3	+1	M3 {E4}
3	-1	E3 {M4}

πόλου δεν είναι δυνατή. Εξ άλλου, ο τελεστής $V_{\ell m}^{\sigma}$ που αντιστοιχεί στην ακτινοβολία Ε0, αν και δεν μηδενίζεται, δίνει στατική τιμή ανάλογη προς το ολικό φορτίο του πυρήνα. Ο τελεστής αυτός δεν μπορεί να δημιουργήσει παλλόμενο ηλεκτρικό πεδίο και επομένως να συνεισφέρει στην αποδιέγερση γ. Ειδικότερα, η μετάπτωση 0 \rightarrow 0 μέσω εκπομπής ενός φωτονίου είναι απόλυτα απαγορευμένη.

• Οι περισσότερες αποδιε-

γέρσεις γ που έχουν παρατηρηθεί πειραματικά περιλαμβάνουν πολύπολα με $\ell \leq 3.0$ μέσος χρόνος ζωής τους, όπως είδαμε και στην Άσκηση 6-3, κυμαίνεται μεταξύ 10^{-8} και 10^{-16} s και όπως προβλέπει η εξ. (6.5) εξαρτάται τόσο από τη διαφορά ενέργειας E_y όσο και από τη διαφορά των σπιν ΔJ . Συνήθως, για μια διεγερμένη κατάσταση που μπορεί να αποδιεγερθεί μόνο με εκπομπή φωτονίου υπάρχει μια χαμηλότερη στάθμη με παραπλήσιο σπιν και η μετάπτωση πραγματοποιείται μέσω πολυπόλων μικρής τάξης. Παρ' όλα αυτά, σε ορισμένες περιοχές του περιοδικού συστήματος έχουν μετρηθεί μέσοι χρόνοι ζωής της τάξης των δευτερολέπτων, λεπτών ή ετών. Οι μεταπτώσεις αυτές προέρχονται από διεγερμένες καταστάσεις με σπιν πολύ διάφορο από το σπιν των χαμηλότερων καταστάσεων, οπότε η μετάπτωση πραγματοποιείται μέσω πολυπόλων υψηλής τάξης (Ε3, M3, E4, M4). Παρόμοιες καταστάσεις με μέσο χρόνο ζωής $\tau > 10^{-1}$ s ονομάζονται ισομερείς και συμβολίζονται με το δείκτη m, ενώ για το φαινόμενο έχει καθιερωθεί ο όρος πυρηνικός ισομερισμός. Ένα γαρακτηριστικό παράδειγμα πυρηνικού ισομερισμού δίνεται στο σχήμα 6-1, όπου η τρίτη διεγερμένη κατάσταση του $^{134}Cs^m$ με J^{π} = 8^- αποδιεγείρεται προς τις δύο κατώτερες καταστάσεις με $J^{\pi} = 5^+$ και $J^{\pi} = 4^{+}$ μέσω των πολυπόλων Ε3 και Μ4. Ένα δεύτερο παράδειγμα ισομερούς κατάστασης αποτελεί το 99 Tcm, του οποίου τις σημαντικές εφαρμογές στην ιατρική διάγνωση θα μελετήσουμε στο Κεφάλαιο 11.

6-2 Εσωτερική Μετατροπή

Ήδη στην αρχή του κεφαλαίου αναφέραμε το φαινόμενο της εσωτερικής μετατροπής, κατά το οποίο η μετάπτωση μεταξύ δύο καταστάσεων του πυρήνα πραγματοποιείται μέσω αλληλεπίδρασης με τα ατομικά ηλεκτρόνια. Η ονομασία έχει τις ρίζες της στα πρώτα χρόνια της ιστορίας της πυρηνικής φυσικής όταν ο μηχανισμός



Σχήμα 6-1 Αποδιέγερση της ισομερούς κατάστασης ¹³⁴Cs^m. Η ενέργεια των διεγερμένων καταστάσεων δίνεται σε keV.

εξηγήθηκε ως η μεταφορά της ενέργειας ενός φωτονίου που εκπέμπεται από τον πυρήνα προς ένα ατομικό ηλεκτρόνιο μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου.

Σήμερα γνωρίζουμε ότι ατομικά ηλεκτρόνια είναι δυνατόν να εκπεμφθούν σε μια άμεση αλληλεπίδραση του πυρήνα με το ηλεκτρομαγνητικό τους πεδίο. Παρόμοια διεργασία βεβαίως είναι γνωστή στην ατομική φυσική. Ορισμένες φορές, όταν ένα ατομικό ηλεκτρόνιο μεταπίπτει από μια υψηλή στάθμη σε μια κατώτερη, η ενέργεια που απελευθερώνεται αντί να προκαλέσει εκπομπή φωτονίου προκαλεί την εκπομπή ενός ηλεκτρονίου των ανώτερων τροχιών. Στην ατομική φυσική η διεργασία αυτή είναι γνωστή ως φαινόμενο Auger.

Αποτέλεσμα της αλληλεπίδρασης του πυρήνα με ένα ατομικό ηλεκτρόνιο είναι η εκπομπή του ηλεκτρονίου με κινητική ενέργεια

$$E_e = E_\gamma - E_X \tag{6.10}$$

BIBAIC

όπου E_y είναι η διαθέσιμη ενέργεια κατά τη μετάπτωση και E_x η ενέργεια σύνδεσης του ηλεκτρονίου στην ατομική τροχιά Χ. Σε αναλογία με τη συνύπαρξη αποδιέγερσης β⁺ και ηλεκτρονικής σύλληψης, η εσωτερική μετατροπή συνυπάρχει και συναγωνίζεται την αποδιέγερση του πυρήνα με εκπομπή φωτονίου. Η σχετική συνεισφορά των δύο μηχανισμών εκφράζεται μέσω του συντελεστή εσωτερικής μετατροπής που δίνεται από το λόγο των αντίστοιχων ρυθμών μετάπτωσης

$$\alpha = \frac{\lambda_e}{\lambda_{\gamma}}.$$
 (6.11)

Ο ορισμός αυτός εκφράζει τη σχετική συνεισφορά της εσωτερικής μετατροπής για ηλεκτρόνια από οποιαδήποτε ατομική τροχιά. Παράλληλα, μπορούμε να ορίσουμε επιμέρους συντελεστές εσωτερικής μετατροπής για τη συνεισφορά των διαφόρων ατομικών τροχιών, όπως

$$\alpha_{K} = \frac{\lambda_{K}}{\lambda_{\gamma}}, \quad \alpha_{L_{I}} = \frac{\lambda_{L_{I}}}{\lambda_{\gamma}}, \quad \kappa.\lambda\pi.$$
 (6.12)

με άθροισμα

$$\alpha_{K} + \alpha_{L_{I}} + \dots + \alpha_{M_{I}} + \dots = \alpha$$
. (6.13)

Η σταθερά αποδιέγερσης λ_e και επομένως ο συντελεστής εσωτερικής μετατροπής *a* μπορούν να υπολογιστούν κατ' αρχήν από το δεύτερο χρυσό κανόνα του Fermi και τους τελεστές ηλεκτρομαγνητικών πολυπόλων στην εξ. (6.3). Η αρχική κατάσταση στην περίπτωση αυτή περιέχει την κυματοσυνάρτηση της διεγερμένης πυρηνικής κατάστασης και την κυματοσυνάρτηση του ατομικού ηλεκτρονίου που συμμετέχει στη διεργασία. Η τελική κατάσταση συγκροτείται από την κυματοσυνάρτηση της τελικής πυρηνικής κατάστασης και από την κυματοσυνάρτηση ενός ελεύθερου ηλεκτρονίου. Γενικά, οι υπολογισμοί συντελεστών εσωτερικής μετατροπής









αποδεικνύονται εξαιρετικά πολύπλοκοι ενώ οι τελικές εκφράσεις δεν είναι δυνατόν αποδοθούν σε αναλυτική μορφή. Φαινόμενα όπως η κατανομή φορτίου στον πυρήνα, παρεμβολή των εσωτερικών ατομικών τροχιών (για μετατροπή ηλεκτρονίων των τροχιών L, M, κ.λπ.) και παραμόρφωση της κυματοσυνάρτησης του ελεύθερου ηλεκτρονίου στην τελική κατάσταση παίζουν σημαντικό ρόλο και πρέπει να ληφθούν υπ' όψιν. Αποτελέσματα υπολογισμών των συντελεστών a_K για Z = 30, 60 και 90 δίνονται σε λογαριθμική κλίμακα στο σχήμα 6-2. Το μέγεθος των συντελεστών καλύπτει μια περιοχή περίπου επτά τάξεων μεγέθους και αυξάνει δραστικά με αύξηση του ατομικού αριθμού και μείωση της ενέργειας διέγερσης.

Ο μηχανισμός της εσωτερικής μετατροπής παίζει καθοριστικό ρόλο σε μεταπτώσεις μεταξύ πυρηνικών καταστάσεων με J = 0. Όπως είδαμε στην Παράγραφο 6-1 ο τελεστής που αντιστοιχεί σε μετάπτωση M0 μηδενίζεται, ενώ για μετάπτωση E0 ο αντίστοιχος τελεστής δίνει στατική τιμή και δεν μπορεί να δημιουργήσει ακτινοβολία γ. Για το λόγο αυτό μετάπτωση $0 \rightarrow 0$ με εκπομπή φωτονίου δεν είναι δυνατή. Αντίθετα, η αποδιέγερση μπορεί να πραγματοποιηθεί με μεταφορά της διαθέσιμης ενέργειας σε ατομικό ηλεκτρόνιο.

Γενικά οι μεταπτώσεις εσωτερικής μετατροπής ακολουθούν τους ίδιους κανόνες επιλογής με τις ηλεκτρομαγνητικές αποδιεγέρσεις που περιγράφονται στις εξ. (6.7) και (6.8). Επιπλέον, όπως μόλις παρατηρήθηκε μπορούν να πραγματοποιηθούν με πολύπολο Ε0 για μετάπτωση $0 \rightarrow 0$ αν $\pi_i \pi_f = +1$.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

 6-1 Ο πυρήνας ¹⁰/₅ Β μπορεί να δημιουργηθεί στην στάθμη με ενέργεια
 6884 keV με σύλληψη πρωτονίου από το ⁹/₄ Be σύμφωνα με την αντίδραση

```
p + {}^{9}_{4}Be \rightarrow {}^{10}_{5}B.
```

Oi gradtes stáques diégersts tou $^{10}_{\ 5} B$ mécri thn enérgies tan 7 MeV eínai

718.13, 1739.2, 2153.9, 3587.1 kai 6884 keV.

Σε ένα πρόσφατο πείραμα παρατηρήθηκαν οι εξής ενέργειες ακτινοβολίας γ

414.65 \pm 0.10, 718.13 \pm 0.07, 1021.11 \pm 0.16, 1435.78 \pm 0.12, 2154.8 \pm 0.3 kai 2869.0 \pm 0.5 keV

Από τα προηγούμενα πειραματικά δεδομένα κατασκευάστε το διάγραμμα αποδιέγερσης του ${}^{10}_{5}$ B.

- 6-2 Οι ηλεκτρικοί ανηγμένοι ρυθμοί μετάπτωσης $B(E\ell)$ συνηθίζεται να δίνονται σε μονάδες e^2 fm². Δικαιολογείστε την πρακτική αυτή.
- 6-3 Μια πρώτη εκτίμηση των ηλεκτρικών ρυθμών μετάπτωσης, στα πλαίσια ενός απλού προτύπου, όπου η στην εκπομπή του φωτονίου συνεισφέρει ένα και μόνον πρωτόνιο του πυρήνα, έχει δοθεί από τον Victor Weisskopf [βλ., π.χ., Π. Α. Ασημακόπουλου, Πυρηνική Φυσική, Τόμος Ι, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1981, σελ. 276]. Η προσεγγιστική τιμή του Weisskopf δίνει την τιμή

$$B(E\ell) = \frac{9e^2}{4} \frac{R^2\ell}{(\ell+3)^2}$$
(6.14)

όπου R είναι η πυρηνική ακτίνα.

Χρησιμοποιώντας την εκτίμηση Weisskopf, υπολογίστε το χρόνο ημιζωής

α. της πρώτης διεγερμένης κατάστασης του 60Ni με ενέργεια



Σχήμα 6-3 Ενεργειακό διάγραμμα καταστάσεων του ⁴⁶Τί.

1332.50 keV, $J^{\pi} = 2^+$, pou apodiegeíretai proc the basikh tou katástash ($J^{\pi} = 0^+$) kai

β. της ενεργειακής στάθμης του ¹⁰⁵Ag, με ενέργεια 1294.89 keV, $J^{\pi} = \frac{1}{2}^{+}, \text{ που αποδιεγείρεται προς την βασική του κατάσταση}$ $(J^{\pi} = \frac{1}{2}^{-}).$

- 6-4 Οι διεγερμένες καταστάσεις του ⁴⁶Ti, μέχρι ενέργεια 3.5 MeV και ο τρόπος αποδιέγερσής τους περιέχονται στο σχήμα 6-3. Προσδιορίστε τα χαμηλότερα πολύπολα που θα πρέπει να συνεισφέρουν σε κάθε μετάπτωση.
- 6-5 Υπολογίστε τον ανηγμένο ρυθμό μετάπτωσης B(E3) της ισομερούς

κατάστασης του ¹³⁴Cs που σημειώνεται στο σχήμα 6-1 στα πλαίσια της εκτίμησης Weisskopf που δίνεται στην εξ. (6.14).

6-6 Η μετάπτωση $\frac{7}{2}^{-} \rightarrow \frac{1}{2}^{-}$ μεταξύ καταστάσεων ενός ισοτόπου του θορίου πραγματοποιείται με εκπομπή ακτινοβολίας γ, ενεργείας $E_{\gamma} = 0.4$ MeV. Με τη βοήθεια του σχήματος 6-2 προσδιορίστε τη σχετική συνεισφορά του φαινομένου της εσωτερικής μετατροπής. Πώς θα άλλαζε το προηγούμενο αποτέλεσμα αν η αρχική κατάσταση είχε

κβαντικούς αριθμούς $J^{\pi} = \frac{7}{2}^{+}$;



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 Αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων

Η ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ 1-3 επισημάνθηκε η ανάγκη εισαγωγής μιας νέας δύναμης στη φύση για την απόδοση της συνοχής του πυρηνικού συστήματος. Εκ πρώτης όψεως όλα δείχνουν ότι μεταξύ δύο νουκλεονίων θα πρέπει να αναπτύσσεται μια ελκτική δύναμη, όπως στα μακροσκοπικά φαινόμενα αναπτύσσονται ελκτικές δυνάμεις βαρύτητας μεταξύ σωμάτων που διαθέτουν μάζα και ελκτική ηλεκτροστατική δύναμη μεταξύ σωμάτων με ετερώνυμο ηλεκτρικό φορτίο.

Στο χώρο των μακροσκοπικών φαινομένων βρήκαμε ότι η αλληλεπίδραση δύο σωμάτων μπορεί να περιγραφεί με μεγαλύτερη ευχέρεια αν αντί για το φυσικό μέγεθος της δύναμης χρησιμοποιήσουμε το φυσικό μέγεθος του δυναμικού. Τα δύο μεγέθη βεβαίως συνδέονται άμεσα, αλλά η έννοια του δυναμικού αφενός μας απαλλάσσει από διάφορα φιλοσοφικά προβλήματα, όπως η «δράση από απόσταση», ενώ αφετέρου είναι συμβατή με τη θεωρία της σχετικότητας. Επιπλέον, το δυναμικό, ως βαθμωτό μέγεθος, είναι μαθηματικά πιο εύχρηστο από το ανυσματικό μέγεθος της δύναμης. Έτσι η αλληλεπίδραση μιας σημειακής μάζας *M* με άλλα σώματα που διαθέτουν μάζα στο περιβάλλον της αποδίδεται από το βαρυτικό δυναμικό

$$V_G(r) = G \frac{M}{r} \tag{7.1}$$

όπου $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ είναι η σταθερά της βαρύτητας και r η απόσταση, ενώ η δύναμη που θα δεχτεί μια άλλη σημειακή μάζα m σε απόσταση r δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{F} = -m\nabla V_G. \tag{7.2}$$

Η ενέργεια αλληλεπίδρασης των δύο σημειακών μαζών είναι

$$W_G = G \, \frac{mM}{r} \,. \tag{7.3}$$

Στο κεφάλαιο αυτό θα προσπαθήσουμε να συμπυκνώσουμε σε μια αναλυτική έκφραση, ανάλογη προς τις εξ. (7.1) και (7.3), την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε αφενός εμπειρικά δεδομένα γύρω από τις ιδιότητες των δέσμιων καταστάσεων του συστήματος δύο νουκλεονίων και αφετέρου πειραματικές πληροφορίες που προκύπτουν από τη σκέδαση δύο νουκλεονίων. Πρέπει πάντως να τονιστεί αμέσως ότι ακόμη και αν η πορεία προς αυτή την κατεύθυνση τελεσφορήσει, δεν είναι απαραίτητο ότι το πυρηνικό δυναμικό που θα προκύψει θα μπορεί να δώσει απ' ευθείας την λεπτομέρεια της πυρηνικής δομής. Στον μακροσκοπικό κόσμο, η μετάβαση από την έννοια της δύναμης στην έννοια του δυναμικού (καθώς και στην έννοια του πεδίου) στηρίζεται στην αρχή της επαλληλίας. Σύμφωνα με την αρχή αυτή η ολική δύναμη που δέχεται ένα σώμα ισούται απλώς με το ανυσματικό άθροισμα των επιμέρους δυνάμεων που ασκεί πάνω του κάθε άλλο σώμα στο χώρο. Αν και η αρχή της επαλληλίας έχει ελεγχθεί με μεγάλη ακρίβεια όσον αφορά τις βαρυτικές και ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις, δεν είναι απαραίτητο ότι θα ισχύει και στην περίπτωση των πυρηνικών δυνάμεων. Είναι πολύ πιθανόν ότι το δυναμικό δύο νουκλεονίων αλλάζει μορφή με την προσθήκη άλλων νουκλεονίων στην άμεση γειτονία του ζεύγους. Ειδικότερα έχει αποδειχτεί ότι παρόμοια φαινόμενα συσχέτισης πολλών σωματίων παίζουν σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της πυρηνικής ύλης. Περιμένουμε ότι στην απλούστερή τους μορφή παρόμοιες δυνάμεις τριών σωματίων θα εξαχθούν από τη λεπτομερή εξέταση πυρηνικών συστημάτων τριών νουκλεονίων όπως το ³Η ή το ³He.

Οι δυνατές αλληλεπιδράσεις δύο νουκλεονίων που μπορούμε να μελετήσουμε στη φύση είναι προφανώς η αλληλεπίδραση πρωτονίου-πρωτονίου (p-p), πρωτονίου-ουδετερονίου (p-n) και ουδετερονίου-ουδετερονίου (n-n). Από τα τρία αυτά συστήματα μόνο ο συνδυασμός p-n εμφανίζει δέσμια κατάσταση – το γνωστό δευτέριο. Αν και όπως θα δούμε στη συνέχεια το πυρηνικό δυναμικό είναι αρκετά περίπλοκο, μια επιπρόσθετη επιπλοκή που θα μπορούσε κάλλιστα να υπάρχει, απουσιάζει. Όπως αναδείχτηκε αρκετά νωρίς από τα πειραματικά δεδομένα, η πυρηνική αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων είναι ανεξάρτητη από το ηλεκτρικό φορτίε. Έτσι, για καθένα από τους τρεις προηγούμενους συνδυασμούς νουκλεονίων η δυναμική ενέργεια που προέρχεται από την καθαρά πυρηνική αλληλεπίδραση μπορεί να αποδοθεί με την ίδια συνάρτηση, ενώ η επιπρόσθετη αλληλεπίδραση Coulomb στην περίπτωση p-p μπορεί να ληφθεί υπ' όψιν ανεξάρτητα από τις πυρηνικές δυνάμεις.

7-1 Εξάρτηση του δυναμικού από την απόσταση

Σε μια πρώτη προσέγγιση, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η δυναμική ενέργεια δύο νουκλεονίων θα εξαρτάται από τη μεταξύ τους απόσταση αλλά και ενδεχομένως από άλλες ιδιότητες των νουκλεονίων, όπως η ταχύτητα και ο σχετικός προσανατολισμός του σπιν καθενός. Ήδη από την κλασική φυσική γνωρίζουμε ότι μαγνητικές δυνάμεις δύο φορτισμένων σωμάτων εξαρτώνται από την ταχύτητα



Σχήμα7-1 Αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων με ανταλλαγή ενός π μεσονίου.

του καθενός προς τον παρατηρητή. Προς το παρόν όμως θα μελετήσουμε την εξάρτηση του δυναμικού¹ από την μεταξύ τους απόσταση r. Λόγω της περιορισμένης εμβέλειας των πυρηνικών δυνάμεων που επισημάναμε στην Παράγραφο 1-3 περιμένουμε ότι η εξάρτηση αυτή θα είναι πολύ πιο δραστική από την απλή συμπεριφορά 1/r της εξ. (7.3).

Η πρώτη απόπειρα για τον προσδιορισμό του δυναμικού δύο νουκλεονίων οφείλεται στον Ιάπωνα φυσικό Hideki Yukawa (που για τη θεωρία του αυτή έλαβε το βραβείο Νόμπελ το 1949), ο οποί-

$$H = T + V = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + V$$

όπου T είναι η κινητική ενέργεια και μ η ανηγμένη μάζα του συστήματος. Την πρακτική αυτή θα ακολουθήσουμε στη συνέχεια του βιβλίου.



¹ Στην εισαγωγή του κεφαλαίου και στην εξ. (7.1) χρησιμοποιήσαμε τον όρο δυναμικό με την έννοια της κλασικής φυσικής. Στον υποατομικό κόσμο έχει καθιερωθεί, χάριν συντομίας, ο όρος δυναμικό να αναφέρεται στη δυναμική ενέργεια [στην ποσότητα που αντιπροσωπεύει η εξ. (7.3)] δύο ή περισσότερων σωματίων. Τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι η τελευταία ποσότητα V είναι αυτή που υπεισέρχεται στη συγκρότηση της χαμιλοτνιανής

ος θεώρησε ότι η αλληλεπίδραση μεταξύ νουκλεονίων πραγματοποιείται με τη μεταφορά σωματίων, σε αναλογία με τις χημικές δυνάμεις που αναπτύσσονται με την ανταλλαγή ηλεκτρονίων μεταξύ των ατόμων. Σύμφωνα με το πρότυπο των πυρηνικών δυνάμεων του Yukawa κάθε νουκλεόνιο περιστοιχίζεται από ένα αριθμό σωματίων που, για λόγους που θα γίνουν φανεροί στη συνέχεια, θα ονομάσουμε μεσόνια. Με τη μετάβαση ενός ή περισσότερων μεσονίων από το ένα νουκλεόνιο στο άλλο μεταφέρεται ορμή και συντελείται η αλληλεπίδραση. Η διεργασία της αλληλεπίδρασης στα πλαίσια αυτά περιγράφεται συμβολικά στο σχήμα 7-1.

Από ενεργειακής πλευράς η διαδικασία μεταφοράς ενός μεσονίου δίνεται στο σχήμα 7-2. Μπορούμε να φανταστούμε ότι πριν από την εκπομπή του το μεσόνιο βρίσκεται δέσμιο στην κατάσταση Α σε ένα δυναμικό φρέαρ του νουκλεονίου N₁ και σε βάθος ενέργειας $\Delta E \cong mc^2$ που αντιστοιχεί περίπου στη μάζα αδρανείας του m. Αν τα δύο νουκλεόνια που αλληλεπιδρούν βρίσκονται σε απόσταση R, τότε η μετάβαση του μεσονίου από την κατάσταση A στην κατάσταση B μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο με παραβίαση της διατήρησης της ενέργειας, έστω και για ένα μικρό χρονικό διάστημα. Συγκεκριμένα, για να δημιουργηθεί το μεσόνιο που θα αποτελέσει



Σχήμα 7-2 Προσωρινή παραβίαση της αρχής διατήρησης της ενέργειας κατά την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων με ανταλλαγή ενός μεσονίου.



τον φορέα της αλληλεπίδρασης πρέπει να παραβιαστεί η διατήρηση της ενέργειας κατά την ποσότητα ΔΕ. Φυσικά, η διατήρηση της ενέργειας θα αποκατασταθεί με την απορρόφηση του μεσονίου από το νουκλεόνιο N₂ στην κατάσταση Β. Από την αρχή όμως της αβεβαιότητας του Heisenberg, η διατήρηση της ενέργειας δεν επιτρέπεται να διαρκέσει περισσότερο από χρονικό διάστημα Δt που συνδέεται με την ενέργεια ΔΕ μέσω της σχέσης

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar . \tag{7.4}$$

Ακόμη και αν η μεταφορά πραγματοποιηθεί με την ταχύτητα του φωτός, η εξ. (7.4) συνεπάγεται ότι τα δύο νουκλεόνια δεν πρέπει να απέχουν περισσότερο από

$$R = c\Delta t \approx \frac{\hbar c}{mc^2}.$$
 (7.5)

Από τη γνωστή επομένως πειραματικά εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων $R \approx 1.4$ fm μπορούμε να κάνουμε μια πρώτη εκτίμηση της μάζας του μεσονίου ως

$$mc^2 \approx \frac{197.323}{1.4} = 140 \text{ MeV} \approx 275 m_e c^2 \approx 0.15 m_N c^2$$
 (7.6)

όπου m_e είναι η μάζα του ηλεκτρονίου και m_{ν} η μάζα του νουκλεονίου². Η θεωρία του Yukawa εδραιώθηκε το 1947 με την ανακάλυψη ενός σωματίου στην κοσμική ακτινοβολία, που ονομάστηκε π μεσόνιο, με μάζα $m_{\pi} = 273 m_e$, πολύ κοντά στην εκτίμηση της εξ. (7.6).

 ² Στην ενδιάμεση τιμή της μάζας που προβλέπει η εκτίμηση της εξ. (7.6) m_e < m
 < m_N οφείλεται και η ονομασία μεσόνιο για το σωμάτιο του Yukawa.



Η δυναμική ενέργεια δύο νουκλεονίων που προβλέπεται από την ανταλλαγή ενός μεσονίου μπορεί να προσδιοριστεί από τη σύγκριση της θεωρίας του Yukawa προς την περισσότερο γνώριμη θεωρία της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης. Σύμφωνα με την κβαντική θεωρία, η αλληλεπίδραση μεταξύ δύο φορτίων πραγματοποιείται με την εκπομπή και απορρόφηση φωτονίων σε μια διαδικασία που μπορεί να αποδοθεί με ένα σχήμα ανάλογο προς αυτό του σχήματος 7-1. Στο πρότυπο αυτό επομένως κάθε φορτίο μπορεί να θεωρηθεί ως πηγή φωτονίων που δημιουργούν το ηλεκτρομαγνητικό δυναμικό αλληλεπίδρασης με άλλα φορτία. Το ηλεκτρομαγνητικό δυναμικό ενός φορτισμένου σωματίου μπορεί να υπολογιστεί από την κυματική εξίσωση του Maxwell

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = 0.$$
 (7.7)

Στα πλαίσια της κβαντικής θεωρίας πεδίου, η εξίσωση αυτή μπορεί να θεωρηθεί ότι προέρχεται από την εξ. (5.9)

$$E^2 - p^2 c^2 = 0 (7.8)$$

η οποία συνδέει τη ενέργεια και ορμή ενός σωματίου με μηδενική μάζα, με τη συνήθη αντικατάσταση της ορμής **p** από τον τελεστή $-\hbar\nabla$ και της ενέργειας *E* από τον τελεστή $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$. Στη στατική κατάσταση όπου

$$\Phi(\mathbf{r},t) = \varphi(\mathbf{r}) \tag{7.9}$$

η εξ. (7.7) οδηγεί στην εξίσωση Poisson

$$\nabla^2 \varphi = 0$$



με τη γνωστή λύση για το δυναμικό σημειακού φορτίου q

$$\varphi(r) = \frac{q}{r}.$$
 (7.11)

Για ένα σωμάτιο με πεπερασμένη μάζα m_{π} η σύνδεση ενέργειας και ορμής δίνεται από την εξ. (5.6)

$$E^2 = p^2 c^2 + m_\pi^2 c^4 \tag{7.12}$$

που με τον προηγούμενο κβαντικό μετασχηματισμό οδηγεί στη διαφορική εξίσωση

$$\nabla^2 \Phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2} \Phi = 0.$$
 (7.13)

Εξετάζοντας πάλι τη στατική κατάσταση της εξ. (7.9), η τελευταία σχέση οδηγεί στην εξίσωση

$$\nabla^2 \varphi - \frac{m_\pi^2 c^2}{\hbar^2} \varphi = 0 \tag{7.14}$$

με λύση

$$\varphi(r) = -g \frac{e^{-\mu r}}{r} \tag{7.15}$$

όπου στην τελευταία σχέση g είναι μια σταθερά, ενώ, χάριν συντομίας, έχει οριστεί η ποσότητα

m

$$\mu = \frac{m_{\pi}c}{\hbar}$$
(7.16)

η οποία μπορεί να αναγνωριστεί ως το αντίστροφο του μήκους κύματος Compton του π μεσονίου.

$$\frac{1}{\mu} = \frac{\hbar}{m_{\pi}c} = 1.41 \text{ fm}.$$
 (7.17)

Στη θεωρία αλληλεπίδρασης με ανταλλαγή μεσονίων η ποσότητα g της εξ. (7.15) παίζει ρόλο ανάλογο με τον ρόλο του φορτίου q στην ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση. Με την έννοια αυτή μπορούμε να γράψουμε τη δυναμική ενέργεια δύο νουκλεονίων ως

$$V(r) = -g^2 \frac{e^{-\mu r}}{r} = -U \frac{e^{-\mu r}}{r}.$$
 (7.18)

Η τελευταία έκφραση έχει καθιερωθεί με τον όρο δυναμικό Yukawa.

Το δυναμικό Yukawa της εξ. (7.18) διαθέτει την ιδιότητα της μικρής εμβέλειας που χαρακτηρίζει τις πυρηνικές δυνάμεις. Η μορφή του δίνεται στο σχήμα 7-3, όπου για λόγους πληρότητας περιέχονται επίσης μερικές άλλες μορφές εξάρτησης του δυναμικού δύο νουκλεονίων ως προς την απόσταση που έχουν στο παρελθόν χρησιμοποιηθεί, χάριν ευκολίας, σε θεωρητικούς υπολογισμούς. Οι διάφορες συναρτήσεις δυναμικού που περιέχονται στο σχήμα 7-3 είναι

Δυναμικό Gauss

$$V(r) = -Ue^{-\mu^2 r^2}$$
 (7.19a)

Εκθετικό δυναμικό

$$V(r) = -Ue^{-\mu r} \qquad (7.19\beta)$$

Δυναμικό Yukawa

$$V(r) = -U \frac{e^{-\mu r}}{r}$$



Δυναμικό Hulthén

$$V(r) = -U \frac{e^{-\mu r}}{1 - e^{-\mu r}}$$
(7.198)

Τετράγωνο φρέαρ

$$V(r) = -U, \quad r < r_0$$

= 0, $r > r_0$ (7.19 ε)

Με εξαίρεση το δυναμικό Hulthén και το τετράγωνο φρέαρ, οι προηγούμενες συναρτήσεις τείνουν προς το $-\infty$ καθώς $r \rightarrow 0$. Η αφύσικη αυτή συμπεριφορά μπορεί να διορθωθεί αν θεωρήσουμε ότι κατά την αλληλεπίδραση, τα δύο σωμάτια δεν είναι δυνατόν να πλησιάσουν περισσότερο από μια ελάχιστη απόσταση r_c . Τούτο είναι ισοδύναμο με την εισαγωγή ενός άπειρου απωστικού δυναμικού, που συνήθως ονομάζεται δυναμικό αδιαπέραστης σφαίρας, με αποτέλεσμα οι εξ. (7.19) να πάρουν τη μορφή

$$V(r) = \infty, \qquad r < r_c = V(r), \qquad r > r_c$$
(7.20)



Σχήμα 7-3 Δυναμικό δύο νουκλεονίων. (α) Gauss. (β) εκθετικό. (γ) Yukawa. (δ) Hulthén και (ε) τετράγωνο φρέαρ.



όπου r_c αντιπροσωπεύει απόσταση συγκρίσιμη με τη διάμετρο του νουκλεονίου. Το δυναμικό της εξ. (7.20) δίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 7-4.

7-2 Καταστάσεις δύο νουκλεονίων

Ο μηχανισμός ανταλλαγής μεσονίων για την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων οδήγησε στη γενική μορφή του δυναμικού

$$V(r) = -Uf(\mu, r) \tag{7.21}$$

όπου $f(\mu, r)$ είναι κάποια συνάρτηση της σχετικής απόστασης r με πεπερασμένη εμβέλεια της τάξης μ^{-1} , ενώ ο όρος U περιέχει την εξάρτηση του δυναμικού από τους λοιπούς βαθμούς ελευθερίας του συστήματος. Πριν όμως προχωρήσουμε στη διερεύνηση της συνάρτησης U με βάση τις γενικές αρχές της φυσικής και τις πειραματικά παρατηρούμενες ιδιότητες του συστήματος δύο νουκλεονίων, είναι χρήσιμο να εξετάσουμε τις διακριτές κβαντικές καταστάσεις, τις οποίες μπορούν να δημιουργήσουν οι βαθμοί αυτοί ελευθερίας.

Όπως ήδη παρατηρήσαμε στην Παράγραφο 1-5, περιμένουμε ότι η κυματοσυνάρτηση που περιγράφει την κατάσταση δύο νουκλεο-



Σχήμα 7-4 Σχηματική μορφή δυναμικού αδιαπέραστης σφαίρας.

νίων θα χαρακτηρίζεται από συγκεκριμένους κβαντικούς αριθμούς της ολικής στροφορμής J και της προβολής της M. Η ολική στροφορμή του συστήματος προέρχεται αφ' ενός από τη σχετική στροφορμή των δύο νουκλεονίων

$$\mathbf{L} = \mathbf{r}_{12} \times \mathbf{p}_{12} \tag{7.22}$$

όπου $\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ και $\mathbf{p}_{12} = \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1$ είναι αντίστοιχα η σχετική απόσταση και σχετική ορμή των δύο νουκλεονίων. Αφ' ετέρου, στην ολική στροφορμή της κατάστασης συνεισφέρει το σπιν κάθε νουκλεονίου. Υπό μορφή τελεστών μπορούμε να γράψουμε την ολική στροφορμή ως

$$J = L + s(1) + s(2) = L + S$$
 (7.23a)

με τελεστές προβολής

$$J_{z} = L_{z} + s_{z}(1) + s_{z}(2) = L_{z} + S_{z}$$
(7.23β)

όπου S και S_z, που ορίζονται στις δύο τελευταίες σχέσεις, είναι οι τελεστές που μετρούν αντίστοιχα το ολικό σπιν και την προβολή του ολικού σπιν των δύο νουκλεονίων. Οι τελεστές s(i) και s_z(i), i = 1,2, μετρούν το σπιν και την προβολή του σπιν καθενός από τα νουκλεόνια.

Μπορούμε να κατατάξουμε τις καταστάσεις στις οποίες είναι δυνατόν να βρεθούν τα δύο νουκλεόνια σύμφωνα με τους κβαντικούς αριθμούς που προκύπτουν από τις ιδιοτιμές των προηγούμενων τελεστών ολικής στροφορμής (J,M), τροχιακής στροφορμής (ℓ,m_i) και ολικού σπιν (S,M_s) . Οι τιμές που μπορούν να πάρουν οι κβαντικοί αριθμοί S και M_s είναι περιορισμένες. Η ιδιοσυνάρτηση $\chi^s_{m_s}(i)$ κάθε νουκλεονίου ικανοποιεί βεβαίως τις εξ. (7.23) με ιδιοτιμές $s = \frac{1}{2}$ και $m_s = \pm \frac{1}{2}$. Από τον ορισμό επομένως των εξ. (7.23) ο τελεστής S μπορεί να λάβει τις ιδιοτιμές S = 1 και S = 0 με αντίστοιχες ιδιοτιμές του τελεστή S_z

$$S = 1, \qquad M_S = 1, 0, -1$$
 (7.24a)

$$S = 0, \qquad M_S = 0.$$
 (7.24 β)

Oi πρώτες τρεις καταστάσεις αντιστοιχούν σε παράλληλη διάταξη των σπιν των δύο νουκλεονίων ($\uparrow\uparrow$) με ολικό σπιν 1 και τρεις διαφορετικές τιμές της προβολής κατά τον άξονα κβαντισμού, ενώ η τελευταία περιγράφει την αντιπαράλληλη διάταξη ($\uparrow\downarrow$) με ολικό σπιν (και φυσικά προβολή) 0. Αντίθετα, ο τελεστής της τροχιακής στροφορμής μπορεί να πάρει οποιαδήποτε ακέραια τιμή $\ell = 0, 1, 2,$..., ενώ οι ιδιοτιμές της ολικής στροφορμής που θα προκύψουν προσδιορίζονται από το ανυσματικό άθροισμα J = L + S, ήτοι καλύπτουν το φάσμα τιμών $J = \ell - 1, \ell, \ell + 1$ για S = 1 και $J = \ell$ για S = 0.

Η κυματοσυνάρτηση $X_{M_s}^{S}$ που περιγράφει το ολικό σπιν των δύο νουκλεονίων σε μια από τις δυνατές καταστάσεις της εξ. (7.24) μπορεί να γραφεί ως συνάρτηση των κυματοσυναρτήσεων $\chi_{m_i}^{s}$ ($s = \frac{1}{2}$, $m_s = \pm \frac{1}{2}$) των εξ. (1.19) που ικανοποιούν τις ιδιοεξισώσεις των εξ. (1.15). Όπως αποδεικνύεται σε συγγράμματα Κβαντικής Θεωρίας, οι ιδιοσυναρτήσεις των τελεστών **S** και S_z μπορούν να γραφούν ως ένα γραμμικό άθροισμα των γινομένων $\chi_{m_i}^{s} \chi_{m_i}^{s}$ στη μορφή³

³ Η αναλυτική μορφή των συντελεστών (ss'm_sm'_s | SM_s), οι οποίοι έχουν καθιερωθεί με την ονομασία συντελεστές Glebsch-Gordon, καθώς και γενικότερα η άθροιση κυματοσυναρτήσεων στροφορμής, γνωστή ως Άλγεβρα Racah, δίνονται με λεπτομέρεια στο σύγγραμμα Π. Α. Ασημακόπουλου, Πυρηνική Φυσική, Τόμος Ι, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1981, Παραρτημα Γ.

$$X_{M_{s}}^{s} = \sum_{m_{s},m_{s}'} (ss'm_{s}m_{s}' | SM_{s}) \chi_{m_{s}}^{s}(1) \chi_{m_{s}'}^{s'}(2)$$
(7.25)

όπου οι αριθμοί (1) και (2) αναφέρονται στα δύο νουκλεόνια που δημιουργούν την κατάσταση με κβαντικούς αριθμούς S και M_S . Για το σύστημα δύο νουκλεονίων, η εξ. (7.25) παίρνει την εξειδικευμένη μορφή

$$X_{M_s}^s = \sum_{m_s, m'_s} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} m_s m'_s \, | \, SM_s \right) \chi_{m_s}^{1/2}(1) \chi_{m'_s}^{1/2}(2) \,. \tag{7.26}$$

Οι συντελεστές Glebsch-Gordon που υπεισέρχονται στην εξ. (7.26) είναι ιδιαίτερα απλοί. Όπως μπορεί να αποδειχτεί από τις αναλυτικές μορφές που περιέχονται στην αναφορά της υποσημείωσης 3

$$\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|10\right) = \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}|10\right)$$
$$= \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|00\right) = -\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}|00\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
(7.27a)

και

$$\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}|11\right) = \left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}|1-1\right) = 1.$$
 (7.27β)

Χρησιμοποιώντας επιπλέον για τις κυματοσυναρτήσεις καθενός νουκλεονίου το συμβολισμό της εξ. (1.19)

$$\chi_{1/2}^{1/2}(i) = \alpha(i), \quad \chi_{-1/2}^{1/2}(i) = \beta(i), \quad (7.28)$$

i = 1,2, οι κυματοσυναρτήσεις των καταστάσεων με τους κβαντικούς αριθμούς των εξ. (7.24) μπορούν να γραφούν ως τριπλή κατάσταση ($S = 1, M_s = 1, 0, -1$):

$$X_{1}^{1} = \alpha(1)\alpha(2)$$

$$X_{0}^{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha(1)\beta(2) + \beta(1)\alpha(2) \right]$$

$$X_{-1}^{1} = \beta(1)\beta(2)$$
(7.29)

απλή κατάσταση ($S = 0, M_s = 0$):

$$X_0^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\alpha(1)\beta(2) - \beta(1)\alpha(2) \right].$$
 (7.30)

Μια συγκεκριμένη κατάσταση δύο νουκλεονίων, πέρα από τη σχετική απόσταση r μεταξύ των δύο νουκλεονίων, θα διακρίνεται από συγκεκριμένη τιμή της ολικής στροφορμής J, η οποία, αν το σύστημα δεν επηρεάζεται από το περιβάλλον του, διατηρείται. Στον συμβολισμό επομένως της Παραγράφου 1-5 μπορούμε να γράψουμε γενικά την κατάσταση δύο νουκλεονίων ως |r:JM|. Η κυματοσυνάρτηση μπορεί όμως να προσδιοριστεί περαιτέρω στην περίπτωση όπου το δυναμικό εξαρτάται αποκλειστικά από το μέτρο της απόστασης r μεταξύ των δύο νουκλεονίων. Στην περίπτωση αυτή το δυναμικό δεν έχει τη δυνατότητα να μεταβάλει τη σχετική τροχιακή στροφορμή και ο κβαντικός αριθμός επίσης διατηρείται. Το γεγονός αυτό με τη σειρά του, από τον ορισμό των εξ. (7.23), έχει ως επακόλουθο ότι διατηρείται και ο κβαντικός αριθμός του ολικού σπιν S. Όπως και στην κλασική φυσική, θα ονομάσουμε ένα δυναμικό που εμφανίζει την ιδιότητα αυτή κεντρικό δυναμικό και θα συμβολίσουμε τις ιδιοσυναρτήσεις δύο νουκλεονίων που προκύπτουν ως $|r; \ell SJM$). Βεβαίως αν το δυναμικό είναι μη κεντρικό, έχει δηλαδή τη δυνατότητα να μεταβάλλει την σχετική τροχιακή στροφορμή των νουκλεονίων, η κατάσταση με συγκεκριμένη ολική στροφορμή θα δίνεται από το άθροισμα

$$|\mathbf{r}; JM\rangle = \sum_{\ell} a_{\ell S} |\mathbf{r}; \ell SJM\rangle$$
(7.31)

για όλους τους συνδυασμούς κβαντικών αριθμών ℓ και S που μπορούν να δημιουργήσουν την ολική στροφορμή J. Όπως αναφέρθηκε ήδη, οι συνδυασμοί αυτοί υπαγορεύονται από την ανυσματική σχέση J = L + S που ισοδυναμεί με τις σχέσεις

$$|\ell - S| \le J \le \ell + S \tag{7.32}$$

για l = 0, 1, 2, ... και S = 0, 1. Η παρουσία επομένως ή μη ανάμεικτων καταστάσεων με διαφορετικές τιμές του κβαντικού αριθμού lέχει τη δυνατότητα να προσδιορίσει τη φύση του δυναμικού ως προς την ύπαρξη μη κεντρικών δυνάμεων.

Για την απόδοση των κυματοσυναρτήσεων |**r**;*lSJM*) με συγκεκριμένο κβαντικό αριθμό *l* έχει παραδοσιακά επικρατήσει ο συμβολισμός της ατομικής φασματοσκοπίας

$$2^{2S+1}\ell_{J}$$
 (7.33)

όπου ο κβαντικός αριθμός ℓ συμβολίζεται με ένα από τα γράμματα της αντιστοιχίας

S, P, D, F, G, H, I, ...
$$\ell = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...$$

Στον συμβολισμό της εξ. (7.33) η ολική στροφορμή δίνεται από τον δεξιό κάτω δείκτη, ενώ το πλήθος 2S + 1 των μαγνητικών υποκαταστάσεων της ολικής στροφορμής δίνεται από τον άνω αριστερά

r;ℓSJM)	$\frac{2S+1}{\ell} \ell_J$	
 r ;011 <i>M</i>)	³ S ₁	
 r ;101 <i>M</i>)	¹ P ₁	
r ;111 <i>M</i>)	³ P ₁	
r ;211 <i>M</i>)	³ D ₁	

Πίνακας 7-1 Οι δυνατές κυματοσυναρτήσεις δύο νουκλεονίων με ολική στροφορμή J = 1.

δείκτη. Ένα παράδειγμα του φασματοσκοπικού συμβολισμού δίνεται στον Πίνακα 7-1 που περιέχει όλες τις δυνατές κυματοσυναρτήσεις δύο νουκλεονίων με ολική στροφορμή J = 1. Αν παραδεχτούμε ότι η αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων πραγματοποιείται μόνο μέσω κεντρικών δυνάμεων, τότε η κατάσταση με J = 1 αντιπροσωπεύεται από μια συγκεκριμένη κυματοσυνάρτηση του Πίνακα 7-1. Αντίθετα, για μη κεντρικές δυνάμεις η κατάσταση με J = 1 περιγράφεται σύμφωνα με την εξ. (7.31) από ένα συνδυασμό των κυματοσυναρτήσεων του πίνακα.

Το άθροισμα της εξ. (7.31) περιορίζεται σημαντικά αν στους κβαντικούς αριθμούς που χαρακτηρίζουν την κατάσταση συμπεριλάβουμε την πάριτη. Είναι δυνατόν να δείξουμε ότι η πάριτη μιας κυματοσυνάρτησης δύο σωματίων εξαρτάται αποκλειστικά από την τροχιακή τους στροφορμή και δίνεται από την έκφραση (-1)^{ℓ}. Αν επομένως απαιτήσουμε συγκεκριμένη πάριτη για τη γενική κυματοσυνάρτηση της εξ. (7.31), το άθροισμα πρέπει να περιλαμβάνει όρους με αποκλειστικά περιττό ή άρτιο ℓ . Από τις κυματοσυναρτήσεις του Πίνακα 7-1, π.χ., μπορούμε να κατασκευάσουμε σύμφωνα με την εξ. (7.31) τις δύο κυματοσυναρτήσεις, με αντίστοιχα άρτια και περιττή πάριτη

$$\pi = +1: \quad |\mathbf{r}; 1M) = \alpha |\mathbf{r}; 011M) + \beta |\mathbf{r}; 211M) = \alpha |^{3} S_{1} + \beta |^{3} D_{1} (7.34\alpha)$$

$$\pi = -1: \quad |\mathbf{r}; \mathbf{1}M) = \gamma |\mathbf{r}; \mathbf{101}M) + \delta |\mathbf{r}; \mathbf{111}M) = \gamma |^{\mathbf{1}} \mathbf{P}_{\mathbf{1}} + \delta |^{\mathbf{3}} \mathbf{P}_{\mathbf{1}}$$
(7.34β)

όπου α, β, γ και δ είναι συντελεστές σχετικής συνεισφοράς που μπορούν για ευκολία να κανονικοποιηθούν μέσω της σχέσης

$$\alpha^{2} + \beta^{2} = \gamma^{2} + \delta^{2} = 1.$$
 (7.35)

Θα επανέλθουμε στις κυματοσυναρτήσεις των εξ. (7.34) κατά τη διερεύνηση της δομής του δευτερίου.

Στη μέχρι τώρα εξέταση της κατάστασης δύο νουκλεονίων δεν αναφερθήκαμε καθόλου στο είδος των νουκλεονίων που αλληλεπιδρούν. Γενικά θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε μια κυματοσυνάρτηση της μορφής (7.31) για κάθε δυνατό ζεύγος νουκλεονίων pp, pn ή nn. Εναλλακτικά μπορούμε να ενοποιήσουμε τη θεώρηση της κατάστασης δύο νουκλεονίων μέσω της μεθόδου του ισοτοπικού σπιν που εισαγάγαμε στην Παράγραφο 1-6.

Σύμφωνα με την εξ. (1.25α), το ολικό ισοτοπικό σπιν δύο νουκλεονίων δίνεται από το ανυσματικό άθροισμα

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}(1) + \mathbf{t}(2)$$
 (7.36)

όπου $\mathbf{t}(i)$ είναι ο τελεστής που μετράει το ισοτοπικό σπιν του νουκλεονίου i (= 1,2)

$$\mathbf{t}(i) = \frac{1}{2} \boldsymbol{\tau}(i).$$
 (7.37)

Στην τελευταία σχέση έχει εισαχθεί ο τελεστής του Pauli τ(i) σε αναλογία με τον τελεστή του σπιν $\sigma(i)$ στην εξ. (1.17). Αν ως $\varphi_{T_z}^T$ συμβολίσουμε την κυματοσυνάρτηση δύο νουκλεονίων με κβαντι-

A DESCRIPTION OF A DESC

κούς αριθμούς του ολικού ισοτοπικού σπιν T και T_z , θα ισχύουν οι ιδιοεξισώσεις

$$T^{2}\varphi_{T_{z}}^{T} = T(T+1)\varphi_{T_{z}}^{T}$$
 (7.38a)

$$T_{z}\varphi_{T_{z}}^{r}=T_{z}\varphi_{T_{z}}^{r}$$
(7.38β)

όπου το ανυσματικό άθροισμα της εξ. (7.36) προβλέπει κβαντικούς αριθμούς T = 1 ή T = 2. Σε τέλεια αναλογία με τις κυματοσυναρτήσεις των εξ. (7.29) και (7.30) μπορούμε να γράψουμε τη μορφή των κυματοσυναρτήσεων $\varphi_{T_z}^T$ με βάση τις κυματοσυναρτήσεις που περιγράφουν ένα πρωτόνιο [p(*i*)] και ένα ουδετερόνιο [n(*i*)] στην εξ. (1.24) ως

τριπλή κατάσταση $(T = 1, T_Z = 1, 0, -1)$:

$$\varphi_{0}^{1} = p(1)p(2)$$

$$\varphi_{0}^{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[p(1)n(2) + n(1)p(2) \right]$$

$$\varphi_{-1}^{1} = n(1)n(2)$$
(7.39)

απλή κατάσταση $(T = 0, T_Z = 0)$:

$$\varphi_0^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[p(1)n(2) - n(1)p(2) \right].$$
 (7.40)

Σύμφωνα με τις τελευταίες εκφράσεις, η κατάσταση δύο πρωτονίων ή δύο ουδετερονίων απαντάται μόνο με ολικό ισοτοπικό σπιν T = 1ενώ η κατάσταση πρωτονίου-ουδετερονίου χαρακτηρίζεται από T =0 ή T = 1. Εξ' άλλου, το ολικό φορτίο του ζεύγους (σε μονάδες e) μπορεί να εκφραστεί ως απλή συνάρτηση του κβαντικού αριθμού T_Z

$$Q = T_z + 1.$$
 (7.41)

Με την προηγούμενη ανάλυση, μπορούμε πλέον να συμπεριλάβουμε τους κβαντικούς αριθμούς T και T_z στην κυματοσυνάρτηση δύο νουκλεονίων, χωρίς να αναφερόμεθα σε πρωτόνια ή ουδετερόνια, ως

$$|r;\ell STT_{Z}JM\rangle = \varphi_{T_{z}}^{T}|r;\ell SJM\rangle$$
(7.42)

προκειμένου περί κεντρικών δυνάμεων ή ως

$$|\mathbf{r}; TT_z JM) = \sum_{\ell} a_{\ell S} |\mathbf{r}; \ell STT_z JM)$$
(7.43)

στην περίπτωση όπου μη κεντρικές δυνάμεις συνεισφέρουν στην αλληλεπίδραση.

Οι κβαντικοί όμως αριθμοί που χαρακτηρίζουν μια κατάσταση δεν είναι απόλυτα ανεξάρτητοι μεταξύ τους. Σύμφωνα με την απαγορευτική αρχή του Pauli, η κυματοσυνάρτηση της εξ. (7.42) πρέπει να είναι αντισυμμετρική ως προς την εναλλαγή όλων των μεταβλητών της, με αποτέλεσμα η συμμετρία των επιμέρους συναρτήσεων που συγκροτούν την κυματοσυνάρτηση $|r, \ell STT_z JM\rangle$ να απαγορεύει ορισμένους συνδυασμούς των κβαντικών αριθμών ℓ , S και T. Η διερεύνηση των συνδυασμών κβαντικών αριθμών που επιτρέπονται πραγματοποιείται στον Πίνακα 7-2. Ήδη αναφέρθηκε ότι μια κατάσταση με τροχιακή στροφορμή ℓ έχει πάριτη (-1)^ℓ, ενώ από τις εξ. (7.29), (7.30), (7.39) και (7.40) προκύπτει ότι οι συναρτήσεις $X_{M_s}^S$ και $\varphi_{T_z}^T$ είναι αντίστοιχα συμμετρικές και αντισυμμετρικές στην τριπλή και στην απλή κατάσταση. Έτσι η επιλογή ενός κβαντι-

ľ	S	Т	Συμβολισμός κατάστασης
άρτιο (+)	0 (-)	l (+)	SE)
περιττό (-)	0 (-)	0 (-)	SO)
άρτιο (+)	1 (+)	0 (-)	 TE)
περιττό (-)	1 (+)	1 (+)	TO)

Πίνακας 7-2 Καταστάσεις δύο νουκλεονίων, συνεπείς με την απαγορευτική αρχή του Pauli. Σε παρένθεση δίνεται η πάριτη των επιμέρους κυματοσυναρτήσεων με τους αντίστοιχους κβαντικούς αριθμούς.

κού αριθμού ℓ (άρτιου ή περιττού) και μιας κατάστασης του σπιν προσδιορίζει τον κβαντικό αριθμό T του ολικού ισοτοπικού σπιν. Στην τελευταία στήλη του Πίνακα 7-2 οι καταστάσεις που προκύπτουν από τους τέσσερις δυνατούς συνδυασμούς των κβαντικών αριθμώ S και ℓ στους οποίους οδηγεί η διερεύνηση συμβολίζονται με την καθιερωμένη στη διεθνή βιβλιογραφία ορολογία

> SE = απλή κατάσταση – άρτιο ℓ (Singlet-Even) SO = απλή κατάσταση – περιττό ℓ (Singlet-Odd) TE = τριπλή κατάσταση – άρτιο ℓ (Triplet-Even) TO = τριπλή κατάσταση – περιττό ℓ (Triplet-Odd).

7-3 Δυναμικό εναλλαγής

Η διερεύνηση των δυνατών καταστάσεων δύο νουκλεονίων στον Πίνακα 7-2 επιτρέπει τώρα την αντίστοιχη διερεύνηση της μορφής του δυναμικού που δημιουργεί αυτές τις καταστάσεις. Συμβολικά, μπορούμε να διαχωρίσουμε το δυναμικό σε διάφορους όρους, καθένας από τους οποίους είναι υπεύθυνος για τη δημιουργία μιας κατάστασης του Πίνακα 7-2, με την εισαγωγή τελεστών προβολής. Αν, για παράδειγμα, θεωρήσουμε τον τελεστή P^{SE} με ιδιότητες



$$\mathbf{P}^{\mathsf{SE}} | \mathsf{SE} \rangle = | \mathsf{SE} \rangle \tag{7.44a}$$

$$P^{SE} | SO) = P^{SE} | TE) = P^{SE} | TO) = 0$$
 (7.44 β)

τότε είναι φανερό ότι το δυναμικό που δημιουργεί αποκλειστικά καταστάσεις με συμμετρία SE είναι της μορφής $V(r)P^{SE}$. Με τελείως ανάλογο ορισμό τελεστών προβολής μπορούμε να γράψουμε τη γενική μορφή του δυναμικού δύο νουκλεονίων ως άθροισμα τεσσάρων όρων

$$V = V_{SE} P^{SE} + V_{SO} PS^{SO} + V_{TE} P^{TE} + V_{TO} P^{TO}$$
(7.45)

όπου οι τελεστές P^{SO} , P^{TE} και P^{TO} ικανοποιούν ιδιοεξισώσεις ανάλογες προς αυτές των εξ. (7.44) και οι όροι V_{SE} , V_{SO} , V_{TE} και V_{TO} περιγράφουν την εξάρτηση του δυναμικού από τη σχετική απόσταση r. Αν θεωρήσουμε το δυναμικό δύο νουκλεονίων ως συνάρτηση τόσο της σχετικής απόστασης r όσο και των λοιπών βαθμών ελευθερίας (π.χ., σπιν και ισοτοπικό σπιν της κατάστασης), τότε οι τέσσερις όροι V_{κ} (κ = SE, SO, TE, TO) της εξ. (7.45) είναι δυνατόν να έχουν διαφορετική συναρτησιακή μορφή ως προς r, διαφορετική εμβέλεια μ και διαφορετική ισχύ. Σε αναλογία με την εξ. (7.21) θα γράψουμε επομένως κάθε όρο της εξ. (7.45) υπό τη μορφή

$$V_{\kappa}(r) = -W_{\kappa}f_{\kappa}(\mu_{\kappa}, r) \tag{7.46}$$

όπου η σταθερά W_{κ} εκφράζει τη σχετική ισχύ κάθε όρου και μ_{κ} την αντίστοιχη εμβέλεια.

Η εξάρτηση των τελεστών Ρ^κ στην εξ. (7.45) από τους κβαντικούς αριθμούς του σπιν και του ισοτοπικού σπιν μπορεί να βρεθεί με απλή θεώρηση του Πίνακα 7-2. Σε προφανή συμβολισμό μπορούμε να γράψουμε τους τέσσερις τελεστές ως



$$P^{SE} = P^{S=0}P^{T=1}$$
 (7.47a)

$$P^{SO} = P^{S=0} P^{T=0}$$
 (7.476)

$$P^{TE} = P^{S=1} P^{T=0}$$
 (7.47 γ)

$$P^{TO} = P^{S=1}P^{T=1}$$
 (7.478)

όπου οι νέοι τελεστές προβολής στο δεξιό μέρος των εξ. (7.47) δρουν ξεχωριστά στις επιμέρους κυματοσυναρτήσεις σπιν $X_{M_s}^s$ και ισοτοπικού σπιν $\varphi_{T_s}^r$. Οι αντίστοιχες ιδιοεξισώσεις είναι

$$P^{S=0}X_0^0 = X_0^0 \qquad P^{S=0}X_{M_s}^1 = 0$$
 (7.48a)

$$P^{S=1}X_0^0 = 0 P^{S=1}X_{M_s}^1 = X_{M_s}^1 (7.48\beta)$$

και

$$P^{T=0}\varphi_0^0 = \varphi_0^0 \qquad P^{T=0}\varphi_{T_z}^1 = 0$$
 (7.49a)

$$P^{T=1}\varphi_0^0 = 0 \qquad P^{T=1}\varphi_{T_r}^1 = \varphi_{T_r}^1.$$
 (7.49β)

Η αναλυτική μορφή των τελευταίων τελεστών προβολής μπορεί να προσδιοριστεί από το ανυσματικό άθροισμα των εξ. (7.23a) και (7.36). Στην περίπτωση του σπιν, το ανυσματικό άθροισμα $\mathbf{S} = \mathbf{s}(1) + \mathbf{s}(2)$ δίνει

$$\mathbf{S}^{2} = [\mathbf{s}(1) + \mathbf{s}(2)]^{2} = \mathbf{s}(1)^{2} + \mathbf{s}(2)^{2} + 2\mathbf{s}(1) \cdot \mathbf{s}(2). \quad (7.50)$$

Χρησιμοποιώντας τις ιδιοτιμές των τελεστών S και s(i), η εξ. (7.50) γίνεται

$$S(S+1)\hbar^2 = \frac{3}{4}\hbar^2 + \frac{3}{4}\hbar^2 + 2s(1) \cdot s(2)$$

pou dívei tig idiotimés tou telesth $\mathbf{s}(1) \cdot \mathbf{s}(2)$ ws

$$\mathbf{s}(1) \cdot \mathbf{s}(2) = \left(\frac{1}{2}S(S+1) - \frac{3}{4}\right)\hbar^2$$
. (7.51)

Για τις δύο καταστάσεις δύο νουκλεονίων με ολικό σπιν S = 0 και S = 1, η ιδιοτιμές του τελεστή $s(1) \cdot s(2)$ είναι αντίστοιχα $-\frac{3}{4} \hbar^2$ και $\frac{1}{4} \hbar^2$. Οι τελεστές επομένως P^{S=0} και P^{S=1} μπορούν να γραφούν ως

$$P^{S=0} = \frac{1}{4}\hbar^{2} - \mathbf{s}(1) \cdot \mathbf{s}(2) = \frac{1}{4}(1 - \boldsymbol{\sigma}_{1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{2})\hbar^{2} \qquad (7.52\alpha)$$

$$P^{S=1} = \frac{3}{4}\hbar^2 - s(1) \cdot s(2) = \frac{1}{4}(3 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)\hbar^2 \qquad (7.52\beta)$$

όπου στο τελευταίο σκέλος έχει χρησιμοποιηθεί η εξ. (1.17).

Κατά τελείως ανάλογο τρόπο, οι τελεστές προβολής που αναφέρονται στο ισοτοπικό σπιν μπορούν να γραφούν ως

$$P^{T=0} = \frac{1}{4} - \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) = \frac{1}{4} (1 - \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)$$
 (7.53a)

$$P^{T=1} = \frac{3}{4} - t(1) \cdot t(2) = \frac{1}{4} (3 + \tau_1 \cdot \tau_2). \qquad (7.53\beta)$$

Με τη μορφή αυτή των τελεστών προβολής, το ολικό δυναμικό δύο νουκλεονίων της εξ. (7.45) μπορεί να γραφεί αναλυτικά στη μορφή

 $V = V_{SE} (1 - \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2) (3 + \boldsymbol{\tau}_1 \cdot \boldsymbol{\tau}_2)$



$$+ V_{S}(1 - \sigma_1 \cdot \sigma_2)(1 - \tau_1 \cdot \tau_2)$$

+ $V_{TE}(3 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)(1 - \tau_1 \cdot \tau_2)$
+ $V_{TO}(3 + \sigma_1 \cdot \sigma_2)(3 + \tau_1 \cdot \tau_2)$ (7.54)

όπου στις συναρτήσεις V_{κ} έχει απορροφηθεί ο παράγοντας $\frac{1}{4}$ \hbar^2 των τελεστών προβολής.

Η εξ. (7.54) αποτελεί τη γενικότερη μορφή κεντρικού δυναμικού δύο νουκλεονίων που μέσω της εξίσωσης του Schroedinger δίνει τις πλήρως αντισυμμετρικές κυματοσυναρτήσεις της εξ. (7.42). Με απλή ανακατάταξη των όρων, το ίδιο δυναμικό μπορεί να γραφεί στην απλούστερη μορφή

$$V = V_{W} + V_{B} \frac{1}{2} (1 + \boldsymbol{\sigma}_{1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{2}) + V_{H} \frac{1}{2} (1 + \boldsymbol{\tau}_{1} \cdot \boldsymbol{\tau}_{2})$$
$$-V_{M} \frac{1}{2} (1 + \boldsymbol{\sigma}_{1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{2}) \frac{1}{2} (1 + \boldsymbol{\tau}_{1} \cdot \boldsymbol{\tau}_{2})$$
(7.55)

όπου οι συναρτήσεις V_{W} , V_{B} , V_{H} και V_{M} εξαρτώνται πάλι μόνον από την απόσταση.

Ο μετασχηματισμός της εξ. (7.54) στη μορφή της εξ. (7.55) προσφέρεται για τη θεώρηση των πυρηνικών δυνάμεων από μια διαφορετική άποψη. Είναι εύκολο να δείξουμε ότι η ιδιοτιμή του τελεστή

$$P_{\sigma} = \frac{1}{2} \left(1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 \right) \tag{7.56}$$

για τις δύο δυνατές κυματοσυναρτήσεις του ολικού σπιν των δύο νουκλεονίων είναι αντίστοιχα +1 και -1 για την τριπλή και απλή κατάσταση, ήτοι



$$P_{\sigma}X_{M_s}^1 = X_{M_s}^1 \tag{7.57a}$$

$$P_{\sigma}X_{0}^{0} = -X_{0}^{0}. \tag{7.57\beta}$$

Η επίδραση επομένως του τελεστή P_σ στην κυματοσυνάρτηση δύο νουκλεονίων ισοδυναμεί με την εναλλαγή των συντεταγμένων του σπιν. Κατά τον ίδιο τρόπο, ο τελεστής

$$P_{r} = \frac{1}{2} \left(1 + \boldsymbol{\tau}_{1} \cdot \boldsymbol{\tau}_{2} \right) \tag{7.58}$$

εναλλάσσει τις συντεταγμένες του ισοτοπικού σπιν των δύο νουκλεονίων.

Αν ορίσουμε τέλος τον τελεστή P_r ως τον τελεστή που εναλλάσσει τις συντεταγμένες του χώρου των δύο νουκλεονίων, από την απαίτηση ότι η κυματοσυνάρτηση πρέπει να είναι αντισυμμετρική ως προς την εναλλαγή όλων των συντεταγμένων έπεται ότι

$$\mathbf{P}_{\mathbf{r}}\mathbf{P}_{\sigma}\mathbf{P}_{\mathbf{r}} \mid r; \ell STT_{\mathbf{z}}JM) = - \mid r; \ell STT_{\mathbf{z}}JM) \tag{7.59}$$

ή

$$P_r = -P_\sigma P_r \tag{7.60}$$

που ταυτοποιεί τον τελεστή P_r με τον τελευταίο όρο της εξ. (7.55), ήτοι

199

$$P_{r} = -\frac{1}{2} \left(1 + \boldsymbol{\sigma}_{1} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{2} \right) \frac{1}{2} \left(1 + \boldsymbol{\tau}_{1} \cdot \boldsymbol{\tau}_{2} \right).$$
(7.61)

Το δυναμικό της εξ. (7.55) μπορεί επομένως να γραφεί ως

 $V = V_{W} + V_{M} \mathbf{P}_{r} + V_{B} \mathbf{P}_{\sigma} + V_{H} \mathbf{P}_{r}.$ (7.62) Για ιστορικούς λόγους, οι τέσσερις όροι του δυναμικού στην τελευταία μορφή αναφέρονται συνήθως με τα ονόματα των φυσικών που διερεύνησαν πρώτοι τη συνεισφορά τους στις πυρηνικές δυνάμεις, σύμφωνα με την αντιστοιχία

> V_W : Wigner V_M : Majorana V_B : Bartlet V_H : Heisenberg.

Οι δύο εναλλακτικές μορφές του δυναμικού δύο νουκλεονίων στις εξ. (7.45) και (7.62) είναι απόλυτα ισοδύναμες στα πλαίσια δύο διαφορετικών προτύπων για το μηγανισμό της αλληλεπίδρασης. Η πρώτη μορφή προέργεται από την καθαρά φαινομενολογική θεώρηση των δυνατών καταστάσεων του συστήματος όπως υπαγορεύονται από τους κανόνες της κβαντομηγανικής. Εναλλακτικά, το δυναμικό της εξ. (7.62) εκφράζει το μηγανισμό της αλληλεπίδρασης μέσω της εναλλαγής των συντεταγμένων του ζεύγους. Αν και η σύνδεση δεν είναι εκ πρώτης όψεως προφανής, η τελευταία μορφή επιτρέπει τη δικαίωση του προτύπου ανταλλαγής μεσονίων που περιγράψαμε στην Παράγραφο 7-1. Πρέπει πάντως να υπενθυμίσουμε ότι η διερεύνηση της αλληλεπίδρασης δύο νουκλεονίων και η εξαγωγή συμπερασμάτων για τη μορφή του δυναμικού πραγματοποιήθηκε με τη συμμετοχή αποκλειστικά κεντρικών δυνάμεων. Ο περιορισμός αυτός προέρχεται από το γεγονός ότι εξ' αρχής θεωρήσαμε το σύστημα δύο νουκλεονίων σε καταστάσεις με συγκεκριμένη σχετική στροφορμή ℓ . Στην πραγματικότητα, όπως θα δούμε στη συνέχεια, η απόδοση της μοναδικής δέσμιας κατάστασης δύο νουκλεονίων απαιτεί την ανάμιξη καταστάσεων με διαφορετικό ℓ , που συνεπάγεται συνεισφορά μη κεντρικών δυνάμεων στην αλληλεπίδραση. Η ιδιότητα αυτή μπορεί να παραλληλιστεί με τη συμπεριφο-
ρά της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης που εξετάσαμε στο Κεφάλαιο 6, όπου οι μη κεντρικές ηλεκτρομαγνητικές δυνάμεις οδηγούν σε καταστάσεις που περιέχουν επίμιξη φωτονίων με διαφορετική στροφορμή *l*. Η συνεισφορά μη κεντρικών δυνάμεων στη διαμόρφωση του δυναμικού δύο νουκλεονίων θα μας απασχολήσει στην Παράγραφο 7-5, αφού προηγουμένως εξετάσουμε την εξάρτηση του δυναμικού από το φορτίο.

7-4 Ανεξαρτησία των πυρηνικών δυνάμεων

Όπως διατυπώθηκε αρχικά από τον Heisenberg⁴ το 1932, η ανεξαρτησία των πυρηνικών δυνάμεων, που ήδη αναφέραμε στην εισαγωγή του κεφαλαίου, παραδέχεται ότι το δυναμικό δύο νουκλεονίων εξαρτάται από τη συμμετρία της κατάστασης στο χώρο του ισοτοπικού σπιν, αλλά όχι από την προβολή T_z , σύμφωνα με την εξ. (7.41) συνδέεται με το ηλεκτρικό φορτίο. Έτσι, το ανεξάρτητο από το φορτίο δυναμικό μπορεί να γραφεί με τη βοήθεια των τελεστών προβολή της εξ. (7.53) ως

$$V = V_{A} P^{T=0} + V_{S} P^{T=1}$$

= $V_{A} \left[\frac{1}{4} - \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) \right] + V_{S} \left[\frac{3}{4} + \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) \right]$
= $V_{A} \frac{1}{4} \left[\mathbf{1} - \mathbf{\tau}(1) \cdot \mathbf{\tau}(2) \right] + V_{S} \frac{3}{4} \left[\mathbf{3} + \mathbf{\tau}(1) \cdot \mathbf{\tau}(2) \right]$
= $V_{1} + V_{2} \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2)$ (7.63)

όπου οι παράγοντες που αναφέρονται στην αντισυμμετρική (V_A) και συμμετρική συμμετρική (V_S) κατάσταση του ισοτοπικού σπιν είναι συναρτήσεις της απόστασης και της σχετικής διεύθυνσης του σπιν των δύο νουκλεονίων. Η αναλυτική μορφή τους μπορεί να βρεθεί με



⁴ H. Heisenber, Z. Physik 77 (1932) 1.

σύγκριση προς το δυναμικό των εξ. (7.54) ή (7.62).

Η ανακατάταξη των όρων στο τελευταίο σκέλος της εξ. (7.63) έχει γίνει με σκοπό την ανάδειξη μιας σημαντικής ιδιότητας του δυναμικού δύο νουκλεονίων που υπαγορεύει η αρχή της ανεξαρτησίας των πυρηνικών δυνάμεων: το ισοτοπικό σπιν εμφανίζεται στη συναρτησιακή εξάρτηση του δυναμικού μόνο υπό τη μορφή του γινομένου $t(1) \cdot t(2)$. Γενικότερα, μπορούμε να αντιστρέψουμε την επαγωγική διαδικασία και να αποδείξουμε ότι το δυναμικό δύο νουκλεονίων που, όσον αφορά το ισοτοπικό σπιν, εξαρτάται μόνο από το γινόμενο $t(1) \cdot t(2)$, είναι ανεξάρτητο του ηλεκτρικού φορτίου. Τυπικά, μπορούμε να αποδείξουμε την ιδιότητα αυτή υπό μορφή θεωρήματος.

Θεώρημα. Η αναμενόμενη τιμή της κυματοσυνάρτησης δύο νουκλεονίων $(\mathbf{r}; TT_z \lambda_i | \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) | \mathbf{r}; TT_z \lambda_i)$ είναι ανεξάρτητη από την τιμή του κβαντικού αριθμού T_z .

Απόδειξη. Για T = 0 το θεώρημα είναι προφανές.

Σε αναλογία με τους τελεστές ανόδου και καθόδου στην Άσκηση 1-17, θα θεωρήσουμε για T > 0 τους τελεστές

$$T_{\pm} = T_{x} \pm T_{y} \tag{7.64}$$

με ιδιότητες

$$T_{\pm} | \mathbf{r}; TT_{z}, \lambda_{i} \rangle = \sqrt{(T \mp T_{z})(T \pm T_{z} + 1)} | \mathbf{r}; TT_{z} \pm 1, \lambda_{i} \rangle \qquad (7.65\alpha)$$

και

 $[T_+, \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2)] = 0$

Για T = 1, η αναμενόμενη τιμή του τελεστή $T_t(1) \cdot t(2)T_+$ μπορεί να βρεθεί κατά δύο τρόπους. Αφ' ενός

$$A = (\mathbf{r}; TT_z, \lambda_i | T_t(1) \cdot \mathbf{t}(2) T_t | \mathbf{r}; TT_z, \lambda_i)$$

= $[(\mathbf{r}; TT_z, \lambda_i | T_t] | \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) | [T_t | \mathbf{r}; TT_z, \lambda_i)]$
= $(1 - T_z)(2 + T_z)(\mathbf{r}; TT_z + 1, \lambda_i | \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) | \mathbf{r}; TT_z + 1, \lambda_i).$ (7.66)

Αφ' ετέρου

$$A = (\mathbf{r}; TT_z, \lambda_i | \mathbf{T}_{\cdot} \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) \mathbf{T}_{+} | \mathbf{r}; TT_z, \lambda_i)$$

$$= (\mathbf{r}; TT_z, \lambda_i | \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) \mathbf{T}_{\cdot} \mathbf{T}_{+} | \mathbf{r}; TT_z, \lambda_i)$$

$$= \sqrt{(1 - T_z)(2 + T_z)} (\mathbf{r}; TT_z, \lambda_i | \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) \mathbf{T}_{-} | \mathbf{r}; TT_z + 1, \lambda_i)$$

$$= (1 - T_z)(2 + T_z) (\mathbf{r}; TT_z, \lambda_i | \mathbf{t}(1) \cdot \mathbf{t}(2) | \mathbf{r}; TT_z, \lambda_i).$$
(7.67)

όπου στη δεύτερη σειρά της εξ. (7.67) χρησιμοποιήθηκε η ιδιότητα μετάθεσης των τελεστών στην εξ. (7.65β).

Το θεώρημα αποδεικνύεται από τη σύγκριση των εξ. (7.66) και (7.67). ■

Πειραματικά αποτελέσματα, κυρίως από σκέδαση δύο νουκλεονίων, επιβεβαιώνουν ότι σε πολλή καλή προσέγγιση (καλύτερη από 1%) οι πυρηνικές δυνάμεις είναι ανεξάρτητες από το ηλεκτρικό φορτίο. Έτσι, στη διερεύνηση της πυρηνικής δομής θα θεωρήσουμε το δυναμικό δύο νουκλεονίων με τη συναρτησιακή εξάρτηση ως προς το ισοτοπικό σπιν της μορφής (7.63).

7-5 Το δευτέριο και ο τανυστικός τελεστής

Από τους τρεις δυνατούς συνδυασμούς δύο νουκλεονίων μονό το

σύστημα pn εμφανίζει δέσμια κατάσταση, το γνωστό μας δευτέριο (²H) ή «βαρύ υδρογόνο». Αρκετά νωρίς στην ιστορία της πυρηνικής φυσικής προσδιορίστηκε ότι η ολική στροφορμή και πάριτη του δευτερίου είναι $J^{\pi} = 1^+$. Η απλούστερη κατάσταση με τους κβαντικούς αυτούς αριθμούς, όπως φαίνεται από τον Πίνακα 7-1, είναι η κατάσταση | 3S_1). Αν όντως η κατάσταση αυτή περιγράφει το δευτέριο θα πρέπει να αναπαράγει και τις λοιπές πειραματικά προσδιορισμένες ιδιότητές του.

Η ενέργεια σύνδεσης του δευτερίου έχει μετρηθεί ως

$$W = 2.226 \pm 0.003 \text{ MeV}$$
 (7.68)

ενώ δύο άλλες ιδιότητές του, η μαγνητική διπολική ροπή και η ηλεκτρική τετραπολική του ροπή έχουν προσδιοριστεί πειραματικά με τιμές

$$\mu = 0.8574 \ \frac{e\hbar}{2m_{\rm e}c} \tag{7.69}$$

$$Q = 2.82 \times 10^{-27} e \text{ cm}^2.$$
 (7.70)

Οι τιμές αυτές και ιδιαίτερα η πεπερασμένη τιμή της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής είναι αρκετά αποκαλυπτικές. Όπως είδαμε στην Παράγραφο 1-7, μηδενική τιμή της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής σημαίνει σφαιρική συμμετρία, ενώ θετική τιμή συνεπάγεται σχήμα του συστήματος με επιμήκυνση κατά μια διεύθυνση (σχήμα που θυμίζει πεπόνι). Καθ' όσον τροχιακή στροφορμή $\ell = 0$ συνεπάγεται σφαιρική συμμετρία, έπεται ότι η απλή $| {}^{3}S_{1}$) κατάσταση δεν μπορεί να αποδώσει τη βασική κατάσταση του δευτερίου. Στο ίδιο συμπέρασμα οδηγεί και η πειραματική τιμή της μαγνητικής διπολικής ροπής του δευτερίου στην εξ. (7.69). Εξ ίσου αποτυχημένη αποδεικνύεται η προσπάθεια αναπαραγωγής των τιμών των εξ. (7.69) και (7.70) με υιοθέτηση αποκλειστικά της κατάστασης $|^{3}D_{1}$). Η μόνη διέξοδος που διαφαίνεται είναι η υιοθέτηση ενός από τους συνδυασμούς κυματοσυναρτήσεων των εξ. (7.34). Έτσι, λαμβάνοντας υπ' όψιν επιπλέον την πειραματικά προσδιορισμένη θετική πάριτη, θα αποδώσουμε τη βασική κατάσταση του δευτερίου με την κυματοσυνάρτηση

$$|\Psi\rangle = \alpha |\mathbf{r};011M\rangle + \beta |\mathbf{r};211M\rangle = \alpha |^{3} S_{1} + \beta |^{3} D_{1}$$
(7.71)

όπου οι συντελεστές α και β θα προσδιοριστούν από τις πειραματικές τιμές των εξ. (7.69) και (7.70).

Η μορφή της κυματοσυνάρτησης στην εξ. (7.71) σημαίνει ότι το σύστημα δύο νουκλεονίων καταναλώνει ένα ποσοστό του χρόνου $|\alpha|^2$ σε κατάσταση με τροχιακή στροφορμή $\ell = 0$ και ένα ποσοστό του χρόνου $|\beta|^2$ σε κατάσταση με $\ell = 2$. Από τη θεώρηση της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής στην εξ. (7.70) αποδεικνύεται ότι οι τιμές των συντελεστών της εξ. (7.71) είναι $|\alpha|^2 = 0.96$ και $|\beta|^2 = 0.04$. Υπολογισμοί της μαγνητικής διπολικής ροπής, αν και λιγότερο ακριβείς, είναι συμβατοί με τις τιμές αυτές. Με άλλα λόγια, το δευτέριο καταναλώνει 96% του χρόνου του σε κατάσταση με $\ell = 2$. Βεβαίως και στις δύο περιπτώσεις ο κβαντικός αριθμός *S* έχει την τιμή 1, ήτοι τα σπιν του πρωτονίου και του ουδετερονίου βρίσκονται σε παράλληλη διάταξη.

Όπως ήδη παρατηρήσαμε, η συνεχής μετάπτωση μεταξύ καταστάσεων με διαφορετική τροχιακή στροφορμή που εμφανίζεται να πραγματοποιεί το δευτέριο δεν είναι δυνατόν να αποδοθεί από ένα καθαρά κεντρικό δυναμικό, δηλαδή από ένα δυναμικό που εξαρτάται αποκλειστικά από την απόσταση *r* μεταξύ των δύο νουκλεονίων. Όπως είναι γνωστό από την κλασική φυσική η στροφορμή μπορεί

BIBAR

να μεταβληθεί μόνο με την επίδραση μιας ροπής

$$N = |\mathbf{r} \times \mathbf{F}| = rF_{\theta} = -\frac{\partial V}{\partial \theta} \neq 0$$
 (7.72)

όπου F_{θ} είναι η συνιστώσα της δύναμης, σε πολικές συντεταγμένες, ως προς τη διεύθυνση μεταβολής της πολικής γωνίας θ . Η μεταβολή επομένως της στροφορμής ℓ συνεπάγεται ότι το δυναμικό εξαρτάται επιπλέον από τη γωνία θ .

Στην περίπτωση του συστήματος δύο νουκλεονίων η μόνη γωνία που έχουμε στη διάθεσή μας για τη δημιουργία ενός μη κεντρικού δυναμικού είναι η γωνία που σχηματίζουν τα σπιν s_1 και s_2 με τη σχετική απόσταση **r** μεταξύ των δύο νουκλεονίων και μπορεί να αποδοθεί από τα εσωτερικά γινόμενα s_1 ·**r** και s_2 ·**r** (η γωνία αυτή είναι ουσιαστικά μία, καθ' όσον τα σπιν των δύο νουκλεονίων μπορεί να βρίσκονται είτε σε παράλληλη ή αντιπαράλληλη διάταξη). Το δυναμικό βεβαίως, που αντιπροσωπεύει ενέργεια, πρέπει να είναι βαθμωτή ποσότητα. Έτσι, οι μόνες ποσότητες που διαθέτουμε για τη συγκρότηση ενός μη κεντρικού δυναμικού είναι τα γινόμενα s_1 · s_2 και (**r**· s_1)(**r**· s_2). Είναι εύκολο να δείξουμε ότι ανυσματικά γινόμενα υψηλότερης τάξης είναι πάντα δυνατόν να αναχθούν στα δύο αυτά στοιχεία.

Με τα δεδομένα αυτά θα αποδώσουμε μη κεντρικές δυνάμεις προσθέτοντας στο κεντρικό δυναμικό ένα επιπλέον όρο που εξαρτάται από τη γωνία θ και θα γράψουμε το δυναμικό δύο νουκλεονίων στη μορφή

$$V(r) = V_C(r) + V_T(r)S_{12}$$
(7.73)

όπου ο πρώτος όρος αποδίδει το καθαρά κεντρικό δυναμικό, ενώ ο δεύτερος όρος περιέχει τον τελεστή S12, ο οποίος εισάγει την εξάρτηση ως προς τον σχετικό προσανατολισμό του ολικού σπιν S και της απόστασης r. Για τον τελεστή S₁₂ έχει επικρατήσει ο όρος τανυστικός τελεστής, ενώ το αντίστοιχο δυναμικό $V_t(r)$ και οι δυνάμεις που συνεπάγεται έχουν καθιερωθεί με τους όρους τανυστικό δυναμικό και τανυστικές δυνάμεις. Σύμφωνα με την καθιερωμένη πρακτική θα ορίσουμε τον τελεστή S₁₂ ως

$$S_{12} = \frac{4}{\hbar^2} \left[\frac{3}{r^2} (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_1) (\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_2) - (\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2) \right].$$
(7.74)

Ο παράγοντας \hbar^{-2} και ο παρονομαστής r^2 στον πρώτο όρο καθιστούν τον τελεστή αδιάστατο, ενώ ο όρος $s_1 \cdot s_2$ έχει προστεθεί ώστε η μέση τιμή του τελεστή S_{12} ως προς όλες τις διευθύνσεις στο χώρο να δίνει μηδενικό αποτέλεσμα (βλ. Άσκηση 7-13), εξαλείφοντας έτσι τη συνεισφορά κεντρικών δυνάμεων, οι οποίες αποδίδονται από τον όρο $V_c(r)$ της εξ. (7.73).

Παρατηρείται ότι εξάρτηση του δυναμικού από τον τελεστή S_{12} συνεπάγεται ότι για μια ορισμένη απόσταση r οι δυνάμεις που ανα-



Σχήμα 7-5 Δύο δυνατές διατάζεις δύο νουκλεονίων με ολικό σπιν S = 1. (α) Ολικό σπιν S παράλληλο προς τη διεύθυνση r. (β) Ολικό σπιν κάθετο προς τη διεύθυνση r.

πτύσσονται μεταξύ δύο νουκλεονίων εξαρτώνται από τη σχετική διάταξη των σπιν τους στο χώρο. Για τις δύο διατάξεις του σχήματος 7-5 μπορούμε μάλιστα να συμπεράνουμε ότι (για S = 1) οι δυνάμεις είναι ελκτικές στην πρώτη και απωστικές στη δεύτερη. Το συμπέρασμα αυτό εξάγεται από τη θετική τιμή της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής του δευτερίου στην εξ. (7.70) που προβλέπει επιμήκυνση του πυρήνα κατά τον άξονα Z και επομένως ευνοεί την πρώτη διάταξη. Η συμπεριφορά του τανυστικού τελεστή S₁₂ διερευνάται περαιτέρω στις Ασκήσεις 7-12 έως 7-14.

7-6 Το δυναμικό δύο νουκλεονίων όπως είναι γνωστό σήμερα

Ο τανυστικός τελεστής μελετήθηκε με κάποια λεπτομέρεια στην προηγούμενη παράγραφο, ώστε να πάρουμε μια γεύση από την πολυπλοκότητα που μπορεί να εμφανίζουν οι πυρηνικές δυνάμεις. Η εισαγωγή του τανυστικού δυναμικού στην εξ. (7.74) δεν εξαντλεί βέβαια τη συγκρότηση του δυναμικού δύο νουκλεονίων. Όπως αναφέρθηκε αρκετές φορές, αν θέλουμε να διατηρήσουμε «ανοικτό μυαλό» θα πρέπει να εξετάσουμε την πιθανή εξάρτηση του δυναμικού από τους λοιπούς βαθμούς ελευθερίας του συστήματος. Το στρατηγικό σγέδιο που ακολουθείται συνήθως στα πλαίσια αυτής της διερεύνησης έγει ήδη σκιαγραφηθεί. Η εισαγωγή ενός νέου όρου ή μιας νέας εξάρτησης πραγματοποιείται μετά από ένα ερέθισμα, μια ασυμφωνία, μεταξύ πειραματικών παρατηρήσεων και της υπάρχουσας θεωρίας. Στην περίπτωση του τανυστικού όρου το ερέθισμα προήλθε από την ασυμφωνία μεταξύ της πειραματικής τιμής των ηλεκτρικών ιδιοτήτων του δευτερίου και των προβλέψεων ενός απλού κεντρικού δυναμικού. Ο όρος που προστίθεται στο δυναμικό θα έχει τη μορφή της εξ. (7.18), όπου η συνάρτηση $f(\mu, r)$ αποδίδει την εξάρτηση από την απόσταση, ενώ U είναι γενικά ένας τελεστής που εξαρτάται από ορισμένους βαθμούς ελευθερίας. Η συνάρτηση $f(\mu, r)$ μπορεί να έχει οποιαδήποτε από τις μορφές των

εξ. (7.19) – ή κάποια άλλη – και εξαρτάται από δύο παραμέτρους: την εμβέλεια μ^{-1} της αντίστοιχης δύναμης και την σταθερά U, την οποία μπορούμε να ταυτίσουμε με την σχετική ισχύ της αλληλεπίδρασης που αντιπροσωπεύει ο συγκεκριμένος όρος του δυναμικού. Οι τιμές των δύο αυτών παραμέτρων (μ , U) μπορούν να μεταβληθούν ώστε το όλο δυναμικό να αναπαράγει τις πειραματικές τιμές των ιδιοτήτων του συστήματος. Τέλος, η μορφή του τελεστή V₀ θα πρέπει να επιλεγεί έτσι ώστε αφ' ενός να αντιπροσωπεύει βαθμωτό μέγεθος, ενώ αφ' ετέρου να ικανοποιεί τις αρχές συμμετρίας του συστήματος.

Ένα δυναμικό της μορφής που μόλις περιγράψαμε, παρ' όλο ότι μπορεί οι διάφοροι όροι του να βασίζονται εν μέρει σε θεωρητικά επιχειρήματα (π.χ., στον μηχανισμό ανταλλαγής μεσονίων), απαντάται με την ονομασία φαινομενολογικό δυναμικό. Προς τη συγκρότηση ενός τέτοιου δυναμικού δύο νουκλεονίων έχει καταβληθεί κατά το δεύτερο ήμισυ του 20ου αιώνα μεγάλη θεωρητική και πειραματική προσπάθεια. Ιδιαίτερα ο όγκος των πειραματικών δεδομένων που έχουν συσσωρευτεί, τόσο από τη μελέτη των στατικών ιδιοτήτων της (μόνης) δέσμιας κατάστασης του συστήματος, όσο και από εκτεταμένα πειράματα σκέδασης σε ένα ευρύ φάσμα ενεργειών. είναι εντυπωσιακός. Αν και πολλές μορφές του δυναμικού δύο νουκλεονίων έχουν προταθεί στο παρελθόν, η πλέον επιτυγής οφείλεται στους Hamada και Johnston, που στο στάδιο αυτό παρατίθεται ενδεικτικά (και όχι προς αποστήθιση) ώστε να εκτιμήσει ο αναγνώστης την πολύπλοκη μορφή των πυρηνικών δυνάμεω όπως είναι γνωστές σήμερα. Το δυναμικό Hamada-Johnston έχει τη μορφή

$$V(r) = \infty, \qquad r < r_c \tag{7.75}$$

 $r \ge r_c$

BIBAN

$$V(r) = V_C(r) + V_T(r)S_{12} + V_{LS}(r)(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}) + V_{QLS}(r)L_{12},$$

όπου η ακτίνα αδιαπέραστης σφαίρας έχει προσδιοριστεί εμπειρικά $\omega_{\zeta} r_c = 0.48$ fm και ο τελεστής L₁₂ δίνεται από την έκφραση

$$\mathbf{L}_{12} \equiv \left[\delta_{LJ} + \frac{1}{4} \left(\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2 \right) \right] \mathbf{L}^2 - \left(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} \right)^2.$$
(7.76)

OI συναρτήσεις $V_{\kappa}(r)$, $\kappa = C$, T, LS, QLS, εξαρτώνται από την κατάσταση του σπιν και της πάριτης (άρτιο ή περιττό L), διαθέτουν διαφορετική εμβέλεια και διαφορετική ισχύ. Έτσι, το φαινομενολογικό δυναμικό της εξ. (7.75), εκτός από τη μάζα του π μεσονίου, διαθέτει 10 εμπειρικές παραμέτρους που είναι δυνατόν να προσδιοριστούν με σύγκριση προς πειραματικά δεδομένα. Τέλος, παρατηρείται ότι το δυναμικό Hamada-Johnston μεταξύ άλλων εξαρτάται και από τη σχετική τροχιακή στροφορμή L. Τούτο βεβαίως, λόγω της σχέσης L = $\mathbf{r} \times \mathbf{p} = m \mathbf{r} \times \mathbf{v}$, ισοδυναμεί με εξάρτηση από την ταχύτητα.

Στο σημείο αυτό θα αφήσουμε την ανασκόπηση των γνώσεών μας γύρω από τις πυρηνικές δυνάμεις – χωρίς βεβαίως να έχουμε εξαντλήσει το θέμα σε όλες του τις πτυχές. Από θεωρητικής πλευράς περιορίσαμε σημαντικά τη μορφή του δυναμικού, για λόγους ευχρηστίας σε μετέπειτα υπολογισμούς, σε απλούς όρους ως προς την ταχύτητα, ενώ δεν θίξαμε καν το θέμα των δυνάμεων πολλών σωματίων, στις οποίες αναφερθήκαμε στην αργή του κεφαλαίου. Παρ' όλους τους περιορισμούς αυτούς οι πυρηνικές δυνάμεις, όπως αντικατοπτρίζονται ενδεικτικά στο δυναμικό Hamada-Johnston εμφανίζονται εξαιρετικά περίπλοκες σε σγέση με τις δύο δυνάμεις που κυριαρχούν στα κλασικά και ατομικά φαινόμενα. Είναι πολύ πιθανόν η πολύπλοκη αυτή μορφή να εκφράζει την άγνοιά μας τόσο γύρω από τη φύση μιας πλέον βασικής αλληλεπίδρασης, όσο και γύρω από την εσωτερική δομή του νουκλεονίου. Γνωρίζουμε σήμερα ότι το πρωτόνιο και το ουδετερόνιο δεν είναι πραγματικά «στοι-¹⁸⁴ος χειώδη» σωμάτια, αλλά συγκροτούνται από μικρότερους δομικούς

λίθους, τα κουάρκ. Η προσπάθειά μας επομένως να διαμορφώσουμε ένα φαινομενολογικό δυναμικό αλληλεπίδρασης δύο νουκλεονίων μπορεί να παραλληλιστεί με την προσπάθεια διαμόρφωσης ενός δυναμικού που περιγράφει τη χημική αλληλεπίδραση ατόμων μέσω του ομοιοπολικού δεσμού ή των δυνάμεων Van der Waals μεταξύ μορίων. Και στις δύο περιπτώσεις θεμελιώδης αλληλεπίδραση είναι η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση, ενώ μακροσκοπικά οι δύο αυτές δυνάμεις εκφράζονται μέσω του μηχανισμού ανταλλαγής ηλεκτρονίων ή ως αλληλεπίδραση της μέσης ηλεκτρικής διπολικής ροπής των μορίων. Τούτο βεβαίως δεν σημαίνει ότι τα φαινομενολογικά δυναμικά που προκύπτουν από μια τέτοια διεργασία είναι άχρηστα. Η περιγραφή πολλών φαινομένων στη φύση δεν αρχίζει συχνά με τη θεώρηση των στοιχειωδέστερων δομικών λίθων και της πλέον θεμελιώδους αλληλεπίδρασης. Για παράδειγμα, δεν είναι εφικτή - και ενδεχομένως δεν ενδείκνυται - η περιγραφή του πλανητικού μας συστήματος με απαρχή τα κουάρκ! Κατά τον ίδιο τρόπο είναι δυνατόν, χρησιμοποιώντας ένα φαινομενολογικό δυναμικό και τα νουκλεόνια, έστω και ως μη πραγματικά «στοιχειώδεις», δομικούς λίθους, να κατανοήσουμε σε βάθος τη δομή του πυρηνικού συστήματος. Όπως θα αποδειχτεί στο επόμενο κεφάλαιο, οι γνώσεις που αποκτήσαμε γύρω από την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων είναι προς τούτο υπεραρκετές.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

7-1 Αναπτύξτε με συντομία, σε 200 - 250 λέξεις, απευθυνόμενοι σε ένα μη επιστημονικό ακροατήριο (π.χ. σε μαθητές Λυκείου), τους λόγους για τους οποίους: α) απαιτείται η εισαγωγή νέων δυνάμεων για την απόδοση της συνοχής του πυρηνικού συστήματος, β) τον ισχυρό χαρακτήρα τους και γ) την μικρή εμβέλεια που πρέπει να εμφανίζουν. Υποστηρίξτε τα επιχειρήματά σας με συγκεκριμένα παραδείγματα.

- 7-2 Δείζτε ότι η συνάρτηση της εξ. (7.11) αποτελεί λύση της εξ. (7.10) και η συνάρτηση της εξ. (7.15) λύση της εξ. (7.14).
- 7-3 Ο μηχανισμός αλληλεπίδρασης δύο νουκλεονίων με ανταλλαγή μεσονίου οδηγεί αναπόφευκτα στη θεώρηση ανταλλαγών υψηλότερης τάξης, όπως ανταλλαγή ταυτόχρονα δύο ή τριών π μεσονίων ή ανταλλαγή βαρύτερων μεσονίων, τα οποία έχουν ανακαλυφθεί πιο πρόσφατα σε πειράματα υψηλών ενεργειών. Τα γνωστά σήμερα μεσόνια και ορισμένες από τις ιδιότητές τους περιέχονται στον επόμενο πίνακα.

Σωμάτιο	Ма́ζа (MeV)	J [≭]	Μέσος χρόνος ζωής (s)
π^{\pm}	139.57	0-	2.60×10^{-8}
π^{0}	134.96	0-	8.28×10^{-15}
н	548.8	0-	7.7×10^{-19}
Р	770.2	1-	4.5×10^{-24}
ω	762.6	1-	6.5×10^{-23}

Σχολιάστε

- α. Σε ποιες αποστάσεις μεταξύ δύο νουκλεονίων γίνεται σημαντική
 η συνεισφορά καθενός από τους μηχανισμούς αυτούς ανταλλα γής μεσονίων;
- β. Πώς εξαρτάται η συνεισφορά κάθε μηχανισμού από το χρόνο ημιζωής του μεσονίου;
- 7-4 Αποδείζτε ότι ο τελεστής $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ έχει αντίστοιχα ιδιοτιμές 1 και 2 για τις κυματοσυναρτήσεις $X^s_{M_s}$ που περιγράφουν την τριπλή και την απλή κατάσταση δύο νουκλεονίων.
- 7-5 Προσδιορίστε τη μορφή των συναρτήσεων V_W , V_B , V_H και V_M της

εξ. (7.55) σε σχέση με τις συναρτήσεις V_{κ} , κ = SE, SO, TE, TO της εξ. (7.54).

- 7-6 Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα της Άσκησης 7-4 αποδείζτε τις εξ. (7.57).
- 7-7 Προσδιορίστε τις συναρτήσεις V_A , V_S , V_I και V_2 στην εξ.. (7.63) σε σχέση με τις συναρτήσεις της Άσκησης 7-5.
- 7-8 Θεωρείστε το δυναμικό της εξ. (7.19β)

$$V(r) = -Ue^{-\mu r}$$

για την αλληλεπίδραση πρωτονίου-ουδετερονίου

- α. Γράψτε την εξίσωση του Schroedinger στο σύστημα κέντρου μάζας για τη βασική κατάσταση του δευτερίου με $\ell = 0$.
- β. Με κατάλληλο μετασχηματισμό δείξτε ότι η εξίσωση του Schroedinger έχει τη μορφή της εξίσωσης Bessel. Γράψτε τη λύση ψ(r) της εξίσωσης
- γ. Χρησιμοποιώντας την οριακή συνθήκη $u(r) = r\psi(r) = 0$ για $r \rightarrow 0$ και $r \rightarrow \infty$ προσδιορίστε τη σχέση μεταξύ των παραμέτρων U και μ .
- 7-9 Ποιες κυματοσυναρτήσεις δύο νουκλεονίων θα μπορούσαν να αποδώσουν την κατάσταση του δευτερίου αν οι κβαντικοί αριθμοί ολικής στροφορμής και πάριτης J^π είχαν μετρηθεί ως 2⁺ ή 2⁻; Θεωρείστε τις περιπτώσεις κεντρικού και μη κεντρικού δυναμικού.
- 7-10 Η μαγνητική διπολική ροπή των νουκλεονίων έχει μετρηθεί ως

$$\mu^{(p)} = 2.7927 \ \frac{e\hbar}{2m_{p}c} \ .$$



και

$$\mu^{(n)} = -1.9131 \frac{e\hbar}{2m_{p}c}$$

Δείξτε ότι η κατάσταση $| {}^{3}S_{1}$) κατάσταση δεν μπορεί να αποδώσει την τιμή της μαγνητικής διπολικής ροπής του δευτερίου της εξ. (7.69).

- 7-11 $\Delta \epsilon i \xi t \epsilon$ oti to givómevo $(\mathbf{r} \times \mathbf{s}_1) \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{s}_2)$ mpopei va graqei suvaptisti two givomévous $\mathbf{s}_1 \cdot \mathbf{s}_2$ kai $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_1)(\mathbf{r} \cdot \mathbf{s}_2)$.
- 7-12 Αποδείξτε ότι ο τανυστικός τελεστής S_{12} ικανοποιεί τις σχέσεις μετάθεσης

$$\begin{bmatrix} S_{12}, S^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{12}, J^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{12}, J_z \end{bmatrix} = 0$$

$$\begin{bmatrix} S_{12}, S_z \end{bmatrix} \neq 0$$

$$\begin{bmatrix} S_{12}, L \end{bmatrix} \neq 0$$

$$\begin{bmatrix} S_{12}, L \end{bmatrix} \neq 0$$

$$\begin{bmatrix} S_{12}, L_z \end{bmatrix} \neq 0$$

- 7-13 Δείξτε ότι η μέση τιμή του τελεστή S₁₂ ως προς όλες τις διευθύνσεις r στο χώρο μηδενίζεται.
- 7-14 Αποδείξτε την ιδιότητα του τανυστικού τελεστή



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8 Πυρηνική δομή και πυρηνικά πρότυπα

Η ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΤΩΝ ΓΝΩΣΕΩΝ ΜΑΣ γύρω από τη μορφή της αλληλεπίδρασης δύο νουκλεονίων ασφαλώς θα μας έχει προϊδεάσει για τις δυσκολίες που θα αντιμετωπίσουμε στην περιγραφή του πυρηνικού συστήματος που καλούνται να συγκροτήσουν τα νουκλεόνια. Ακόμη και αν παραδεχτούμε ότι η αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων επιδέχεται περιγραφή μέσω ενός δυναμικού V(r), η πλήρης περιγραφή του συστήματος συνεπάγεται τη λύση της εξίσωσης του Schroedinger για τη χαμιλτονιανή

$$H = \sum_{i} T_i + \sum_{i < j} V_{ij}$$
(8.1)

όπου T_i είναι ο τελεστής που μετράει την κινητική ενέργεια του νουκλεονίου *i* και V_{ij} το δυναμικό αλληλεπίδρασης μεταξύ των νουκλεονίων *i* και *j*.

Πέρα από την ελλιπή γνώση του τελεστή V_{ij} στην εξ. (8.1), η επίλυση της αντίστοιχης εξίσωσης του Schroedinger συναντά και ουσιαστικά μαθηματικά προβλήματα. Με τις γνωστές σήμερα μαθηματικές μεθόδους, ακόμη και στα πλαίσια της κλασικής Φυσικής, η περιγραφή της κίνησης περισσότερων των δύο σωματίων δεν είναι δυνατόν να δοθεί σε κλειστή μορφή. Είναι βέβαιο ότι προσεγγιστικές μέθοδοι αντιμετώπισης προβλημάτων πολλών σωματίων έχουν αναπτυχθεί σε πολλούς κλάδους της φυσικής. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η κίνηση των ηλεκτρονίων γύρω από τον ατομικό πυρήνα. Στην περίπτωση αυτή η μορφή της αλληλεπίδρασης επιτρέπει τον υπολογισμό των κυματοσυναρτήσεων μέσω ενός προσεγγιστικού προτύπου (γνωστού ως **ατομικό πρότυπο των φλοιών**) που αποδίδει με εξαιρετική ακρίβεια τις ατομικές ιδιότητες σε όλη την έκταση του περιοδικού συστήματος. Στο χώρο της Πυρηνικής Φυσικής, προς το παρόν τουλάχιστον, προσεγγιστικό πρότυπο που να πλησιάζει την ευρύτητα εφαρμογής του ατομικού προτύπου των φλοιών δεν υπάρχει.

Παρ' όλες τις παραπάνω δυσκολίες η μελέτη του πυρήνα μέσω της κατασκευής και διερεύνησης πυρηνικών προτύπων' έχει συγκεντρώσει – και εξακολουθεί να συγκεντρώνει – μεγάλη ερευνητική προσπάθεια. Ένα πρώτο παράδειγμα απλοϊκού προτύπου εξετάσαμε στο Κεφάλαιο 2 όπου η κίνηση των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα παρομοιάστηκε με τη συμπεριφορά των μορίων στο εσωτερικό μιας υγρής σταγόνας. Στο κεφάλαιο αυτό θα πραγματοποιήσουμε μια ανασκόπηση των διαφόρων προτύπων που έχουν αναπτυχθεί στο παρελθόν για την απόδοση της πυρηνικής δομής, τις προβλέψεις τους στα αντίστοιχα πεδία εφαρμογής τους και τις δυσκολίες που απαντούν.

8-1 Κεντρικό δυναμικό και ανεξάρτητη κίνηση νουκλεονίων

Η εξαιρετική επιτυχία του ατομικού προτύπου των φλοιών, όπως

¹ Στο κεφάλαιο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε την έννοια του προτύπου με εξαιρετικά ευρεία έννοια. Θα ονομάσουμε πρότυπο κάθε σύνολο φυσικών και μαθηματικών υποθέσεων, πάνω στις οποίες θα βασιστούμε για τον υπολογισμό των παρατηρούμενων ιδιοτήτων του πυρηνικού συστήματος.

διαμορφώθηκε από τον Niels Bohr και μεταφέρθηκε στο χώρο της κυματικής μηχανικής από τον Erwin Schroedinger, ήταν φυσικό να προτρέψει σε μια παράλληλη προσπάθεια περιγραφής του πυρήνα. Είναι ασφαλώς σκόπιμο να δούμε τον παραλληλισμό αυτό μεταξύ ατομικού και πυρηνικού συστήματος στη σωστή του προοπτική. Στην περίπτωση του ατόμου, η ύπαρξη του πυρήνα, ο οποίος περιέχει όλο το θετικό φορτίο και σχεδόν όλη τη μάζα του συστήματος, δημιουργεί ένα κυρίαρχο κεντρικό δυναμικό που περιγράφει σε εξαιρετικά καλή προσέγγιση την κίνηση των ηλεκτρονίων. Σε σχέση με το κεντρικό αυτό δυναμικό, η αλληλεπίδραση μεταξύ των ηλεκτρονίων είναι αρκετά μικρή και μπορεί να ληφθεί εύκολα υπ' όψιν με μεθόδους διαταραχής. Η κίνηση των νουκλεονίων που συγκροτούν το πυρηνικό σύστημα εμφανίζει διαμετρικά αντίθετο γαρακτήρα. Στο εσωτερικό του πυρήνα δεν υπάρχει καμιά κυρίαρχη κεντρική οντότητα. Όπως γραφικά παρατήρησε ένας άγγλος φυσικός, «το άτομο είναι μια δικτατορία, ενώ ο πυρήνας μια τέλεια δημοκρατία όπου όλα τα νουκλεόνια μοιράζονται εξ' ίσου τη δυνατότητα να επηρεάσουν την κατάσταση του συστήματος».

Τυπικά μπορούμε να εισαγάγουμε ένα κεντρικό δυναμικό U(r)για την περιγραφή της κίνησης κάθε νουκλεονίου στο εσωτερικό του πυρήνα με μια ανακατάταξη των όρων της χαμιλτονιανής στην εξ. (8.1)

$$H = \sum_{i} \left[T_{i} + U(r_{i}) \right] + \sum_{i < j} \left[V_{ij} - U'(r_{i}) \right] \equiv H_{0} + H_{R}$$
(8.2)

όπου

$$U'(r_i) = \frac{1}{A-i}U(r_i).$$
 (8.3)

BIBAI

Η τελευταία μορφή της χαμιλτονιανής καθορίζει τις προϋποθέσεις για τη χρησιμότητα ενός κεντρικού δυναμικού. Στα πλαίσια που

μόλις συζητήσαμε: το δυναμικό U(r) πρέπει να είναι τέτοιο, ώστε η ποσότητα

$$H_{R} = \sum_{i < j} \left[V_{ij} - U'(r_{ij}) \right] = \sum_{i < j} V_{ij}$$
(8.4)

που θα ονομάσουμε λοιπή αλληλεπίδραση, να είναι μικρή σε σχέση με τη χαμιλτονιανή H₀. Κατ' αναλογία μικροί θα είναι και οι τελεστές αλληλεπίδρασης μεταξύ νουκλεονίων ν_{ij} οι οποίοι είναι δυνατόν να παραλληλιστούν με τους τελεστές αλληλεπίδρασης μεταξύ ηλεκτρονίων στο ατομικό πρότυπο των φλοιών. Αν κατορθώσουμε να προσδιορίσουμε ένα δυναμικό U(r) ώστε να ισχύει η σχέση

$$H_{R} \ll H_{0} \tag{8.5}$$

τότε οι κυριότερες ιδιότητες του πυρήνα θα μπορούν αν αποδοθούν μέσω της χαμιλτονιανής H_0 ενώ η λοιπή αλληλεπίδραση θα μπορεί να συμπεριληφθεί ως διαταραχή.

Στην προηγούμενη προσέγγιση η χαμιλτονιανή H_0 μπορεί να γραφεί ως ένα άθροισμα A ανεξάρτητων όρων

$$H_{0} = \sum_{i=1}^{A} H_{i} = \sum_{i=1}^{A} [T_{i} + U(r_{i})]$$
(8.6)

ενώ η λύση της αντίστοιχης εξίσωσης του Schroedinger είναι το γινόμενο των ιδιοσυνατήσεων που ικανοποιούν τις επιμέρους εξισώσεις του Schroedinger για καθένα από τους όρους H_i της εξ. (8.6). Με την έννοια αυτή θα δώσουμε στην περιγραφή της πυρηνικής δομής που επιτρέπει η χαμιλτονιανή H_0 τη γενική ονομασία πρότυπο ανεξάρτητων σωματίων.

Για το μέσο δυναμικό U(r) της εξ. (8.6) η κίνηση καθενός νου-

κλεονίου περιγράφεται από τη λύση της εξίσωσης του Schroedinger

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2 + U(r)\right]\psi(\mathbf{r}) = \varepsilon\psi(\mathbf{r})$$
(8.7)

όπου μ είναι η μάζα του νουκλεονίου και ε οι ιδιοτιμές της ενέργειας. Ορισμένες γενικές ιδιότητες των λύσεων της τελευταίας εξίσωσης που απορρέουν από τη σφαιρική συμμετρία του δυναμικού U(r) είναι γνωστές από τη γενική κβαντική θεωρία.

1. Οι λύσεις της εξ. (8.7) μπορούν να γραφούν στη μορφή

$$\psi_{n\ell m}(\mathbf{r}) = R_{n\ell}(r) Y_m^{\ell}(\theta, \varphi)$$
(8.8)

όπου η συνάρτηση $R_{n\ell}(r)$ περιγράφει την ακτινική εξάρτηση και $Y_m^{\ell}(\theta, \varphi)$ είναι οι συναρτήσεις που αποδίδουν την εξάρτηση ως προς τις πολικές γωνίες (θ, φ), γνωστές ως σφαιρικές αρμονικές.

2. Όπως δηλώνει η εξ. (8.8) κάθε κατάσταση νουκλεονίου εξαρτάται από τους τρεις κβαντικούς αριθμούς (n, ℓ, m) , όπου $n = 1, 2, 3, ..., \ell = 0, 1,, 2, ... και <math>-\ell \le m \le \ell$. Ο κύριος κβαντικός αριθμός n, όπως και στο ατομικό πρότυπο, αναφέρεται στο πλήθος των σημείων όπου μηδενίζεται η ακτινική συνάρτηση $R_{n\ell}(r)$ ενώ οι κβαντικοί αριθμοί (ℓ, m) συνδέονται στενά με την τροχιακή στροφορμή του νουκλεονίου. Οι αντίστοιχες ιδιοτιμές της ενέργειας $\varepsilon_{\ell m}$ είναι ανεξάρτητες από τον κβαντικό αριθμό m και επομένως οι κυματοσυναρτήσεις της εξ. (8.8) είναι εκφυλισμένες ως προς την ενέργεια με πολλαπλότητα $2\ell+1$. Αν επιπλέον συμπεριλάβουμε στην περιγραφή κάθε νουκλεονίου και τη μεταβλητή του σπιν, η πολλαπλότητα κάθε ενεργειακής κατάστασης αυξάνει σε

 $2(2\ell+1).$

3. Η πάριτη των κυματοσυναρτήσεων $\psi_{n,m}(\mathbf{r})$ ορίζεται αποκλειστικά από την πάριτη των σφαιρικών αρμονικών $Y_m^{\ell}(\theta, \varphi)$ και έχει την τιμή (-1)^{ℓ}.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η μορφή της χαμιλτονιανής H₀ στην εξ. (8.6) προβλέπει ότι η ολική κυματοσυνάρτηση μιας κατάστασης $\Psi_{\alpha_1\alpha_2...\alpha_A}(\mathbf{r_1},\mathbf{r_2},...,\mathbf{r_A})$ του πυρηνικού συστήματος A νουκλεονίων δίνεται από το γινόμενο των κυματοσυναρτήσεων ενός νουκλεονίου της εξ. (8.8)

$$\Psi_{\alpha_{1}\alpha_{2}...\alpha_{A}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},...,\mathbf{r}_{A}) = \psi_{\alpha_{1}}(\mathbf{r}_{1})\psi_{\alpha_{2}}(\mathbf{r}_{2})...\psi_{\alpha_{A}}(\mathbf{r}_{A}) \quad (8.9)$$

ενώ η αντίστοιχη ενέργεια του συστήματος δίνεται από τη σχέση

$$E_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_A} = \varepsilon_{\alpha_1} + \varepsilon_{\alpha_2} \dots \varepsilon_{\alpha_A} \quad . \tag{8.10}$$

Οι δύο τελευταίες σχέσεις περιγράφουν A νουκλεόνια με κβαντικούς αριθμούς $a_i = (n_i, \ell_i, m_i)$, τα οποία κινούνται χωρίς να αλληλεπιδρούν μεταξύ τους, το καθένα υπό την επίδραση του κεντρικού δυναμικού $U(r_i)$.

8-2 Συμμετρίες ανταλλαγής συντεταγμένων και η απαγορευτική αρχή του Pauli

Πέρα από τη μορφή του δυναμικού που συγκρατεί τα νουκλεόνια μέσα στο πυρηνικό σύστημα, σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση της δομής του πυρήνα παίζει μια βασική αρχή της φύσης που διέπει την κβαντική συμπεριφορά των δομικών του λίθων. Ας θεωρήσουμε την κίνηση στο χώρο δύο καθ' όλα ίδιων σωματίων – δύο σωματίων με την ίδια² μάζα, φορτίο, σπιν, κλπ., όπως δύο ηλεκτρόνια, δύο πρωτόνια ή δύο σωμάτια α. Το πρόβλημα δεν παρουσιάζει ιδιαίτερη δυσκολία στα πλαίσια της κλασικής φυσικής όπου, τουλάχιστον κατ' αρχήν, μπορούμε να παρακολουθήσουμε καθένα από τα σωμάτια ξεχωριστά και να τα διακρίνουμε μεταξύ τους. Στην κβαντική όμως φυσική η αρχή της αβεβαιότητας περιορίζει τη δυνατότητά μας να ελέγξουμε καθένα από τα σωμάτια ξεχωριστά χωρίς να διαταράξουμε το όλο σύστημα, έτσι ώστε να μην είμαστε σε θέση να βεβαιώσουμε ποιο από τα δύο ταυτά σωμάτια βρίσκεται σε μια δεδομένη στιγμή σε κάποιο συγκεκριμένο σημείο. Τα δύο σωμάτια είναι από φυσική άποψη μη διακριτά. Το γεγονός αυτό επιβάλλει ορισμένους περιορισμούς στη μαθηματική μορφή της κυματοσυνάρτησης που περιγράφει ταυτά σωμάτια.

Εκφράζοντας σε μαθηματική γλώσσα τις προηγούμενες παρατηρήσεις μας μπορούμε να γράψουμε την κυματοσυνάρτηση που περιγράφει ένα πλήθος N ταυτών σωματίων ως $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N)$, όπου \mathbf{r}_k είναι οι συντεταγμένες καθενός σωματίου και την αντίστοιχη χαμιλτονιανή ως

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\nabla_1^2 + \nabla_2^2 + ... + \nabla_N^2 \right] + V(r_1, r_2, ..., r_N). \quad (8.11)$$

Οι περιορισμοί ως προς τη μορφή της κυματοσυνάρτησης Ψ απορρέουν τώρα από τη συμμετρία της τελευταίας χαμιλτονιανής ως προς την ανταλλαγή των συντεταγμένων των ταυτών σωματίων του συστήματος. Αν για παράδειγμα αντιμεταθέσουμε τα σωμάτια 1 και 2 το σύστημα δεν πρέπει να διαφέρει από το προηγούμενο και η νέα χαμιλτονιανή

² Δύο καθ' όλα ίδια σωμάτια με την έννοια αυτή έχει καθιερωθεί στην ελληνική ορολογία να αποκαλούνται ταυτά σωμάτια. Τον όρο αυτό θα χρησιμοποιήσουμε στη συνέχεια του βιβλίου.

$$H' = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\nabla_2^2 + \nabla_1^2 + ... + \nabla_N^2 \right] + V(r_2, r_1, ..., r_N). \quad (8.12)$$

πρέπει να δίνει το ίδιο αποτέλεσμα με την προηγούμενη, ήτοι

$$H' = H$$
. (8.13)

Η προηγούμενη ανάλυση θυμίζει έντονα την ιδιότητα της πάριτης που χαρακτηρίζει μια κυματοσυνάρτηση με την οποία, όπως θα δούμε αμέσως στη συνέχεια, συνδέεται άμεσα. Για το σκοπό αυτό θα ορίσουμε τον τελεστή ανταλλαγής P(s,t), ο οποίος έχει την ιδιότητα να ανταλλάσσει τις συντεταγμένες δύο ταυτών σωματίων του συστήματος s και t. Σε προφανή συμβολισμό

$$P(s,t)\Psi(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},...,\mathbf{r}_{s},...,\mathbf{r}_{t},...,\mathbf{r}_{N}) = \Psi(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},...,\mathbf{r}_{t},...,\mathbf{r}_{s},...,\mathbf{r}_{N}) .$$
(8.14)

Ο τελεστής ανταλλαγής έχει πολλές κοινές ιδιότητες με τον τελεστή της πάριτης που διερευνώνται στις Ασκήσεις 8-1 και 8-2 στο τέλος του κεφαλαίου. Τα αποτελέσματα των δύο προηγούμενων Ασκήσεων δείχνουν ότι με την ανταλλαγή των συντεταγμένων \mathbf{r}_s και \mathbf{r}_t δύο ταυτών σωματίων η κυματοσυνάρτηση $\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N)$ είτε παραμένει αμετάβλητη ή αλλάζει πρόσημο. Με άλλα λόγια,

$$\Psi(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},...,\mathbf{r}_{s},...,\mathbf{r}_{t},...,\mathbf{r}_{N}) = \pm \Psi(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},...,\mathbf{r}_{t},...,\mathbf{r}_{s},...,\mathbf{r}_{N}) .$$
(8.15)

Ως τώρα τίποτε το καινούργιο δεν έχει εισαχθεί και κανείς θα μπορούσε να συμπεράνει ότι κανένας περιορισμός δεν επιβάλλεται στην κυματοσυνάρτηση Ψ, καθ' όσον οποιαδήποτε συνάρτηση μπορεί πάντα να γραφεί ως το άθροισμα μιας συμμετρικής και μιας αντισυμμετρικής συνάρτησης. Παρ' όλα αυτά ένα βασικό πειραματικό αποτέλεσμα εισάγει μια νέα θεμελιώδη αρχή ως προς την συμπεριφορά ταυτών σωματίων. Όπως αποδεικνύεται πειραματικά, οι κυματοσυναρτήσεις για ένα συγκεκριμένο τύπο σωματίων εμφανίζουν πάντα την ίδια συμμετρία ως προς την ανταλλαγή συντεταγμένων και η συμμετρία αυτή είναι στενά συνδεδεμένη με το σπιν του σωματίου. Ειδικότερα, ταυτά σωμάτια με ακέραιο αριθμό σπιν (s = 0, 1, 2, ...) περιγράφονται από συμμετρική κυματοσυνάρτηση ως προς την ανταλλαγή των συντεταγμένων του χώρου και του σπιν, ενώ σωμάτια με σπιν που δίνεται από ημιακέραιο αριθμό ($s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, ...$) περιγράφονται από αντισυμμετρική κυματοσυνάρτηση³. Όπως θα δούμε στη συνέχεια, η ιδιότητα αυτή παίζει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της πυρηνικής δομής.

Είναι ίσως χρήσιμο να εξετάσουμε την προηγούμενη ιδιότητα στην περίπτωση δύο μόνον ταυτών σωματίων όπου η κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.9) παίρνει τη μορφή

$$\Psi_{\alpha_{1}\alpha_{2}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2}) = \psi_{\alpha_{1}}(\mathbf{r}_{1})\psi_{\alpha_{2}}(\mathbf{r}_{2}). \qquad (8.16)$$

Η κυματοσυνάρτηση αυτή περιγράφει την κατάσταση των δύο σωματίων 1 και 2 κατά την οποία το σωμάτιο 1 βρίσκεται στην κατάσταση a_1 ενώ το σωμάτιο 2 στην κατάσταση a_2 . Η κατάσταση αυτή όμως δεν εμφανίζει συγκεκριμένη συμμετρία, καθ' όσον δεν συνεπάγεται απαραίτητα ότι $\Psi_{a_1a_2}(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2) = \pm \Psi_{a_1a_2}(\mathbf{r}_2,\mathbf{r}_1)$. Η δυσκολία μπορεί να διορθωθεί αν, για την περίπτωση δύο φερμιονίων, γρά-

³ Κατά την ορολογία που έχει καθιερωθεί για την απόδοση της ιδιότητας αυτής, η συμπεριφορά ταυτών σωματίων με ακέραιο σπιν αναφέρεται ως στατιστική Bose-Einstein, ενώ η κατηγορία των σωματίων αναφέρεται ως σωμάτια Bose ή μποζόνια. Αντίστοιχα, σωμάτια με ημιακέραιη τιμή του σπιν λέγεται ότι ακολουθούν στατιστική Fermi-Dirac και αναφέρονται ως σωμάτια Fermi ή φερμιόνια. Παραδείγματα μποζονίων αποτελούν ουδέτερα άτομα του ηλίου (σπιν 0) ή

ψουμε την κυματοσυνάρτηση Ψως

$$\Psi_{\alpha_1 \alpha_2}(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}) = A \left[\psi_{\alpha_1}(\mathbf{r_1}) \psi_{\alpha_2}(\mathbf{r_2}) - \psi_{\alpha_1}(\mathbf{r_2}) \psi_{\alpha_2}(\mathbf{r_1}) \right]$$
(8.17)

που προφανώς εμφανίζει τη σωστή αντισυμμετρική συμπεριφορά. Η κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.17) περιγράφει τώρα δύο ταυτά σωμάτια στις καταστάσεις a_1 και a_2 με καθένα από τα σωμάτια 1 και 2 να εμφανίζει την ίδια πιθανότητα να βρεθεί σε μια από τις δύο καταστάσεις.

Η κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.17) αντιπροσωπεύει την κατάσταση δύο νουκλεονίων με ενέργεια $E_{a_1} + E_{a_2}$ ενώ επιπλέον εμφανίζει τη σωστή αντισυμμετρική συμπεριφορά της στατιστικής Fermi-Dirac. Ένα σημαντικό αποτέλεσμα που αμέσως εξάγεται από τη μορφή αυτή της κυματοσυνάρτησης είναι ότι για δύο φερμιόνια, π.χ. νουκλεόνια, στην ίδια κατάσταση του κεντρικού δυναμικού $a_1 = a_2$, η αντίστοιχη κυματοσυνάρτηση $\Psi_{a_1a_2}$ (\mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2) μηδενίζεται. Το σημαντικό αυτό αποτέλεσμα εκφράζεται συνήθως ως το γεγονός ότι δύο φερμιόνια δεν μπορούν να βρίσκονται στην ίδια κατάσταση του δυναμικού και αναφέρεται ως απαγορευτική αρχή του Pauli.

Η μέθοδος που μόλις περιγράψαμε για τον χειρισμό της κυματοσυνάρτησης δύο νουκλεονίων στα πλαίσια της στατιστικής Fermi-Dirac μπορεί να επεκταθεί στην περίπτωση πολλών νουκλεονίων. Με βάση την κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.9) είναι δυνατόν να κατασκευάσουμε μια πλήρως αντισυμμετρική συνάρτηση ως προς την ανταλλαγή των συντεταγμένων οποιωνδήποτε δύο νουκλεονίων με την ορίζουσα

ABAR

σωμάτια α (επίσης με σπιν 0), ενώ χαρακτηριστικά παραδείγματα φερμιονίων είναι τα ηλεκτρόνια και τα νουκλεόνια.

$$\Psi_{\alpha_{1}\alpha_{2}...\alpha_{A}}(\mathbf{r}_{1},\mathbf{r}_{2},...,\mathbf{r}_{A}) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \psi_{\alpha_{1}}(\mathbf{r}_{1}) & \psi_{\alpha_{2}}(\mathbf{r}_{1}) & ... & \psi_{\alpha_{A}}(\mathbf{r}_{1}) \\ \psi_{\alpha_{1}}(\mathbf{r}_{2}) & \psi_{\alpha_{2}}(\mathbf{r}_{2}) & ... & \psi_{\alpha_{A}}(\mathbf{r}_{2}) \\ & ... & \\ \psi_{\alpha_{1}}(\mathbf{r}_{A}) & \psi_{\alpha_{2}}(\mathbf{r}_{A}) & ... & \psi_{\alpha_{A}}(\mathbf{r}_{A}) \end{vmatrix} .$$
(8.18)

Η τελευταία (κανονικοποιημένη και πλήρως αντισυμμετρική) μορφή, γνωστή ως opiζoυσα Slater, θα χρησιμοποιηθεί για την κατασκευή της κυματοσυνάρτησης του πυρηνικού συστήματος, αφού προηγουμένως εξετάσουμε τις κυματοσυναρτήσεις ενός νουκλεονίου $\psi_a(\mathbf{r})$ που προσδιορίζεται από ένα συγκεκριμένο κεντρικό δυναμικό U(r).

8-3 Το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή

Στο πρότυπο ανεξάρτητων σωματίων, τα νουκλεόνια συγκρατούνται στο εσωτερικό του πυρήνα υπό την επίδραση μιας δύναμης $F(r,q_i)$ που εξαρτάται από την απόσταση r, αλλά ενδεχομένως και από άλλες μεταβλητές q_i των νουκλεονίων, όπως η τροχιακή τους στροφορμή ή το σπιν. Αν και η εξάρτηση ως προς την απόσταση μπορεί να είναι άγνωστη, είναι δυνατόν να αποδώσουμε τη δύναμη F σε ένα ανάπτυγμα Taylor

$$F(r) = \frac{\partial F}{\partial r} \Big|_{r_0} (r - r_0) + \dots$$
(8.19)

όπου r_o εκφράζει τη θέση ισορροπίας του νουκλεονίου και οι παραλειπόμενοι όροι συνεισφορές υψηλότερης τάξης. Η εξ. (8.19) εκφράζει το γενικό αποτέλεσμα, σύμφωνα με το οποίο οποιαδήποτε ελκτική κεντρική δύναμη, για μικρές αποκλίσεις r από τη θέση ισορροπίας, μπορεί σε πρώτη προσέγγιση να αποδοθεί από τον νόμο του Hooke F = kr, όπου k είναι μια σταθερά. Με άλλα λόγια, για οποιαδήποτε αναλυτική μορφή κεντρικής ελκτικής δύναμης, σε πρώτη προσέγγιση, η δύναμη επαναφοράς είναι ανάλογη προς την απόκλιση από τη θέση ισορροπίας.

Το δυναμικό που αντιστοιχεί στη δύναμη F = kr προσδιορίζεται από τη σχέση $F = -\frac{\partial U}{\partial r}$ που δίνει

$$U(r) = \frac{1}{2} \mu \omega^2 r^2 - U_0$$
 (8.20)

όπου μ είναι η μάζα του σωματίου, U_0 μια σταθερά και $\omega^2 = k/\mu$. Το δυναμικό της εξ. (8.20), που κλασικά οδηγεί σε περιοδικές λύσεις, είναι γνωστό ως δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή.

Λόγω της μεγάλης του σημασίας ως πρώτη προσέγγιση σε κάθε μορφή δύναμης, ο αρμονικός ταλαντωτής έχει μελετηθεί διεξοδικά τόσο στα πλαίσια της κλασικής όσο και της κβαντικής φυσικής. Δεν θα δώσουμε εδώ την αναλυτική μορφή της ακτινικής συνάρτησης $R_{n}(r)$ που προσδιορίζει τις κυματοσυναρτήσεις ενός σωματίου στην εξ. (8.8). Το αντίστοιχο φάσμα ιδιοτιμών δίνεται από τη σχέση

$$\varepsilon_{n\ell} = (2n + \ell - \frac{1}{2})\hbar\omega = (\Lambda + \frac{3}{2})\hbar\omega \equiv \varepsilon_{\Lambda}$$
(8.21)

όπου η ποσότητα Λ ορίζεται χάριν συντομίας ως

$$\Lambda = 2n + \ell - 2 \tag{8.22}$$

και παίρνει εκείνες από τις τιμές $\Lambda = 0, 1, 2, ...$ που είναι δυνατόν να δημιουργηθούν από τους συνδυασμούς n = 1, 2, 3, ... και $\ell = 0, 1, 2, ...$

Το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή προβλέπει επομένως διαδοχικές ενεργειακές καταστάσεις νουκλεονίων με ελάχιστη ενέργεια $\varepsilon_0 = \frac{3}{2} \hbar \omega$ και κατά ίσα διαστήματα ενέργειας $\hbar \omega$. Ο ενεργειακός εκφυλισμός κάθε κατάστασης προέρχεται αφ' ενός από την πολλαπλότητα 2ℓ+1 ως προς τον κβαντικό αριθμό *m* και από την πολλαπλότητα 2 ως προς τις δύο διευθύνσεις του σπιν. Αφ' ετέρου προέρχεται από τους δυνατούς συνδυασμούς των αριθμών *n* και ℓ που μπορούν να δημιουργήσουν τους ακέραιους αριθμούς $\Lambda = 0, 1, 2, ...$ μέσω της εξ. (8.22). Με τα στοιχεία αυτά είναι εύκολο να δείξουμε ότι η πολλαπλότητα κάθε ενεργειακής κατάστασης είναι

$$N_{\Lambda} = (\Lambda + 1)(\Lambda + 2). \qquad (8.23)$$

Σύμφωνα με την απαγορευτική αρχή του Pauli η τελευταία ποσότητα αντιπροσωπεύει τον μέγιστο αριθμό νουκλεονίων κάθε είδους που μπορούν να βρεθούν ταυτόχρονα στην κατάσταση ενέργειας $ε_{\Lambda}$ της εξ. (8.21).

Οι προβλεπόμενες ενεργειακές καταστάσεις και ο αντίστοιχος πληθυσμός κάθε είδους νουκλεονίων για το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή δίνονται διαγραμματικά στο σχήμα 8-1. Ακολουθώντας τη συνήθη πρακτική οι καταστάσεις των νουκλεονίων $n\ell$ συμβολί-ζονται με την αντιστοιχία της ατομικής φασματοσκοπίας $\ell = (0, 1, 2, 3, 4, ...) = (s, p, d, f, g, ...). Επιπλέον, στην τελευταία στήλη του σχήματος δίνεται ο συνολικός αριθμός των νουκλεονίων κάθε είδους$

$$\sum_{\Lambda'=0}^{\Lambda} N_{\Lambda'} = \frac{1}{3} (\Lambda + 1) (\Lambda + 2) (\Lambda + 3)$$
 (8.24)

BIBAI

που συμπληρώνουν τις κατώτερες Λ καταστάσεις.

Όπως και στο ατομικό πρότυπο που δημιουργεί το περιοδικό σύστημα των στοιχείων, η συγκρότηση του πυρηνικού συστήματος





πραγματοποιείται στο πρότυπο του αρμονικού ταλαντωτή με σταδιακή συμπλήρωση του σχήματος 8-1 με νουκλεόνια, διαμορφώνοντας μια κυματοσυνάρτηση⁴ της μορφής της εξ. (8.9). Η βασική κατάσταση του πυρήνα, δηλαδή η κατάσταση με την ελάχιστη δυνατή ολική ενέργεια, θα είναι εκείνη κατά την οποία τα νουκλεόνια θα καταλαμβάνουν τις χαμηλότερες καταστάσεις του σχήματος 8-1 που επιτρέπει η απαγορευτική αρχή του Pauli. Χάριν συντομίας και ακολουθώντας την καθιερωμένη τακτική, θα αποδώσουμε τη συγκρότηση του πυρήνα με τον φασματοσκοπικό συμβολισμό,

⁴ Παρ' όλο ότι θα χρησιμοποιήσουμε στον συμβολισμό της πυρηνικής δομής κυματοσυναρτήσεις με τη μορφή της εξ. (8.9), θα έχουμε υπ' όψιν τη μορφή της ορίζουσας Slater στην εξ. (8.18) που υπαγορεύει η απαγορευτική αρχή του Pauli. Τούτο είναι ουσιαστικά ισοδύναμο με τη χρησιμοποίηση κυματοσυναρτήσεων $Ψ_{a_1 a_2 ... a_A}(\mathbf{r_1}, \mathbf{r_2}, ..., \mathbf{r_A})$ με όλους τους κβαντικούς αριθμούς $a_1, a_2, ..., a_A$ διαφορετικούς.

γράφοντας την κυματοσυνάρτηση ως

$$(n_1\ell_1)^{k_1}(n_2\ell_2)^{k_2}\dots(n_s\ell_s)^{k_s}$$
(8.25)

όπου k_i είναι το πλήθος των νουκλεονίων που καταλαμβάνουν κάθε κατάσταση του σχήματος 8-1. Για παράδειγμα, η βασική κατάσταση του πυρήνα ⁴³₂₀ Ca θα αποδοθεί από τις κυματοσυναρτήσεις

πρωτόνια:
$$(1s)^2(1p)^6(2s,1d)^{12}$$
 (8.26a)

ουδετερόνια:
$$(1s)^2(1p)^6(2s,1d)^{12}(2p,1f)^3$$
. (8.26β)

Είναι βέβαιο ότι το πρότυπο που μόλις περιγράψαμε περιέχει πολλές υπεραπλοποιήσεις. Παρ' όλα αυτά είναι ενδιαφέρον να εξετάσουμε τις προβλέψεις του δυναμικού της εξ. (8.20) για την πυρηνική δομή. Στη συνέχεια θα σταχυολογήσουμε με συντομία μερικά αποτελέσματα στην περιοχή των ελαφρών πυρήνων.

- 1. Στο δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή, το δευτέριο προβλέπεται με ένα πρωτόνιο και ένα ουδετερόνιο στην κατάσταση 1s. Η πάριτη της κυματοσυνάρτησης προβλέπεται θετική, στην απεικόνιση όμως αυτή οι δυο δυνατές καταστάσεις του ολικού σπιν (S = 0και S = 1) είναι εκφυλισμένες και οι κβαντική αριθμοί που αποδίδουν την ολική στροφορμή του δευτερίου προβλέπονται ως $J^{\pi} =$ 0^{+} ή 1^{+} . Όπως έχουμε ήδη παρατηρήσει, η βασική κατάσταση του δευτερίου έχει πειραματικά προσδιοριστεί ότι χαρακτηρίζεται από $J^{\pi} = 1^{+}$.
- Τα δυνατά συστήματα τριών νουκλεονίων δίνονται διαγραμματικά στο σχήμα 8-2. Τόσο το τρίτιο (³H) όσο και το ³He προβλέ-

πονται με ολικό σπιν $J = \frac{1}{2}$ που επιβεβαιώνεται πειραματικά.

3. Η ενεργειακή κατάσταση 1s συμπληρώνεται με δύο πρωτόνια και δύο ουδετερόνια που συγκροτούν το ⁴He. Διακρίνοντας τους κβαντικούς αριθμούς που είναι απαραίτητοι στη διερεύνησή μας, μπορούμε να γράψουμε την κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.9) ως

$$|^{4} \text{He} = \psi_{\ell=0,m,=1/2}(\mathbf{r}_{p})\psi_{\ell=0,m,=-1/2}(\mathbf{r}_{p})\psi_{\ell=0,m,=1/2}(\mathbf{r}_{n})\psi_{\ell=0,m,=-1/2}(\mathbf{r}_{n})$$
(8.27)

Η τελευταία κυματοσυνάρτηση προβλέπει ολικό σπιν J = 0 και μαγνητική ροπή μ (⁴He) = 0 σε απόλυτη συμφωνία προς το πείραμα.



Σχήμα 8-2 Σύστημα τριών νουκλεονίων στο πρότυπο αρμονικού ταλαντωτή. Με μαύρους κύκλους (•) σημειώνονται τα πρωτόνια και με λευκούς (ο) τα ουδετερόνια.

4. Προσθέτοντας ένα πρωτόνιο ή ένα ουδετερόνιο στο ⁴He δημιουργούμε αντίστοιχα τους πυρήνες ⁵Li και ⁵He. Το επιπλέον νουκλεόνιο θα καταλάβει την κατάσταση 1p με αποτέλεσμα η ο-

λική στροφορμή του συστήματος να προβλέπεται ίση με $J = \frac{1}{2}$ ή

 $\frac{3}{2}$. Πειραματικά αποδεικνύεται ότι τόσο το ⁵Li όσο και το ⁵He

έχουν σπιν $J = \frac{3}{2}$.

Μερικές ακόμη προβλέψεις του δυναμικού αρμονικού ταλαντωτή διερευνώνται στην Άσκηση 8-9.

8-4 Μαγικοί αριθμοί και το πρότυπο των φλοιών

Ισως η πλέον σημαντική πρόβλεψη του προτύπου αρμονικού ταλαντωτή – και στην πραγματικότητα κάθε προτύπου που βασίζεται σε κεντρικό δυναμικό – είναι η ύπαρξη ενεργειακών φλοιών που δημιουργούνται με τη σταδιακή συμπλήρωση των καταστάσεων του δυναμικού. Οι επιπτώσεις της ιδιότητας αυτής είναι γνωστές από την ατομική φυσική. Από τη διάταξη του σχήματος 8-1, π.χ. περιμένουμε ότι σε αναλογία με την συμπεριφορά των ευγενών αερίων, πυρηνικά συστήματα με συμπληρωμένες ενεργειακές καταστάσεις του δυναμικού θα εμφανίζουν ιδιαίτερη σταθερότητα. Ειδικότερα για το πρότυπο του αρμονικού ταλαντωτή που μόλις εξετάσαμε, περιμένουμε οι ιδιότητες αυτές να εμφανίζονται σε πυρήνες με αριθμό πρωτονίων ή ουδετερονίων

$$Z \dot{\eta} N = 2, 8, 20, 40, 70, 112, ...$$
 (8.28)

Στο χώρο της ατομικής φυσικής η συμπλήρωση ενεργειακών φλοιών εμφανίζεται με την μορφή χαρακτηριστικών ασυνεχειών στην ομαλή εξάρτηση των ιδιοτήτων του ατομικού συστήματος ως προς τον ατομικό αριθμό Ζ. Αντιπροσωπευτικό παράδειγμα αποτελεί το δυναμικό ιονισμού του ουδέτερου ατόμου που δίνεται στη γραφική παράσταση του σχήματος 8-3. Αν και όπως είδαμε μέχρι τώρα οι ιδιότητες του πυρηνικού συστήματος εμφανίζουν σε γενικές γραμμές ομαλή εξάρτηση ως προς τον αριθμό των νουκλεονίων Α, ορισμένες ασυνέχειες, ενδεικτικές ως προς την αντίστοιχη πυρηνική δομή φλοιών, παρατηρήθηκαν αρκετά νωρίς στην ιστορία της πυρηνικής φυσικής. Οι ασυνέχειες αυτές εμφανίζονται σε πυρήνες με αριθμό πρωτονίων ή ουδετερονίων

$$Z \acute{\eta} N = 2, 8, 20, 28, 40, 50, 82, \kappa \alpha 126,$$
 (2.20)

που διαφέρουν από την πρόβλεψη του προτύπου αρμονικού ταλαντωτή στην εξ. (8.28) και έχουν καθιερωθεί με την ονομασία μαγικοί αριθμοί. Μεταξύ άλλων, η ονομασία αυτή αντανακλά την μη κατανόηση της προέλευσής τους πριν από τη δεκαετία του 1950. Σε χρήση έχει μείνει ακόμη σήμερα η ονομασία μαγικός πυρήνας, για πυρηνικά συστήματα με αριθμό πρωτονίων ή ουδετερονίων ίσο με ένα από τους μαγικούς αριθμούς, καθώς και διπλά μαγικός πυρήνας για πυρήνες με Z και N μαγικούς αριθμούς.

Ενδείξεις για την ύπαρξη δομής φλοιών στο πυρηνικό σύστημα παρέχονται σε όλη την έκταση του περιοδικού συστήματος των στοιχείων. Μερικές απ' αυτές είναι:

1. Τα στοιχεία με άρτιο ατομικό αριθμό Z που απαντώνται στη φύση συνήθως διαθέτουν δύο ή τρία σταθερά ισότοπα με την ίδια περίπου αφθονία. Από τον κανόνα αυτό εξαιρούνται το ⁸⁸Sr (N =50), που εμφανίζεται με 88% του ολικού στροντίου στη φύση, το ¹³⁸Ba (N = 82), με 72% του συνολικού βαρίου και το ¹⁴⁰Ce (N =82), με 89% του ολικού δημητρίου στη φύση.



Σχήμα 8-3 Μεταβολή του δυναμικού ιονισμού S ουδέτερων ατόμων ως προς τον ατομικό αριθμό Z. Χαρακτηριστικές ασυνέχειες εμφανίζονται κατά τη συμπλήρωση ενεργειακών φλοιών του δυναμικού για Z = 2. 10. 18. 36, 54 κα 86 [G. Herzberg. Atomic Spectra and Atomic Structure. Dover Publications. New York, 1944].

- Οι μεγαλύτερες ομάδες σταθερών ισότονων πυρήνων είναι αυτές που χαρακτηρίζονται από αριθμό ουδετερονίων N = 50 και N = 82. Οι ομάδες αυτές διαθέτουν αντίστοιχα έξη και επτά σταθερά μέλη, ενώ ο συνήθης αριθμός σταθερών ισότονων πυρήνων είναι τρεις ή τέσσερις.
- Το ασβέστιο (Z = 20) διαθέτει πέντε σταθερά ισότοπα, ένας ιδιαίτερα μεγάλος αριθμός στην περιοχή αυτή του περιοδικού συστήματος.
- Ο κασσίτερος (Sn) με ατομικό αριθμό Z = 50 διαθέτει δέκα σταθερά ισότοπα, τα περισσότερα από κάθε άλλο στοιχείο στη φύση.

- 5. Ο ²⁰⁸Pb (Z = 82, N = 126) και το ²⁰⁹Bi (N = 126) είναι οι βαρύτεροι σταθεροί πυρήνες στη φύση, πέρα από τους οποίους οι δυνάμεις Coulomb υπερνικούν τις πυρηνικές δυνάμεις.
- 6. Η παρατηρούμενη αφθονία των στοιχείων στη φύση εμφανίζει εξάρσεις για τους πυρήνες 90 Zr (N = 50), Sn (Z = 50), 138 Ba (N = 82) και 208 Pb (Z = 82, N = 126).
- 7. Πυρήνες με ένα ουδετερόνιο περισσότερο ή λιγότερο από τους μαγικούς αριθμούς της εξ. (2.20) εμφανίζουν ιδιαίτερα μεγάλη ενέργεια διέγερσης των πρώτων τους ενεργειακών καταστάσεων.
- 8. Η ηλεκτρική τετραπολική ροπή πυρήνων με μαγικό ατομικό αριθμό Z ή μαγικό αριθμό ουδετερονίων N εμφανίζει εξαιρετικά μικρή τιμή. Καθ' όσον η ηλεκτρική τετραπολική ροπή αντανακλά σε γενικές γραμμές το σχήμα του πυρήνα, συμπεραίνεται ότι μαγικοί πυρήνες έχουν κατά το πλείστον σφαιρικό σχήμα.

Ένας τρόπος να αναπαραχθούν οι πειραματικά παρατηρούμενοι μαγικοί αριθμοί είναι να θεωρήσουμε κεντρικό δυναμικό διάφορο απ' αυτό του αρμονικού ταλαντωτή. Επιπλέον, μπορούμε να προσθέσουμε στο δυναμικό ορισμένους όρους που θα αντιπροσωπεύουν τη λοιπή αλληλεπίδραση H_R της εξ. (8.2) που μέχρι τώρα έχουμε αγνοήσει. Εκτός των άλλων, παρόμοιοι όροι αναμένεται ότι θα άρουν και τον μεγάλο εκφυλισμό των καταστάσεων που εμφανίζει το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή.

Ήδη στο Κεφάλαιο 7 διερευνήσαμε την εξάρτηση του δυναμικού δύο νουκλεονίων με βάση τις γενικές συμμετρίες που πιστεύουμε ότι διέπουν τα φυσικά φαινόμενα. Η διερεύνηση αυτή οδήγησε στην εισαγωγή του τανυστικού τελεστή S_{12} για την απόδοση των ιδιοτήτων του δευτερίου. Κατά τελείως ανάλογο τρόπο είναι δυνατόν να

εξαγάγουμε τη γενική μορφή του δυναμικού $U(\mathbf{r}_i)$ που περιγράφει την κίνηση ενός νουκλεονίου μέσα στο πυρηνικό σύστημα. Αν θεωρήσουμε ως ανεξάρτητες μεταβλητές του νουκλεονίου τη θέση \mathbf{r}_i , την ορμή \mathbf{p}_i και το σπιν του \mathbf{s}_i , τότε είναι εύκολο να δείξουμε ότι οι μόνες βαθμωτές ποσότητες που διατηρούν την πάριτη είναι τα εσωτερικά γινόμενα

$$\mathbf{r}_{i}^{2}, \mathbf{p}_{i}^{2} \operatorname{Kal} (\mathbf{r}_{i} \times \mathbf{p}_{i}) \cdot \mathbf{s}_{i} = \ell_{i} \cdot \mathbf{s}_{i}.$$
 (8.29)

Στη γενική του μορφή επομένως το δυναμικό μπορεί να γραφεί ως

$$U(\mathbf{r}_{i}) = U_{c}(\mathbf{r}_{i}) + U_{s}(\mathbf{r}_{i})\ell_{i} \cdot \mathbf{s}_{i}$$

$$(8.30)$$

όπου οι συναρτήσεις U_c και U_s εξαρτώνται αποκλειστικά από το μέτρο της απόστασης | \mathbf{r}_i | και της ορμής | \mathbf{p}_i |. Στη συνέχεια θα διατηρήσουμε την ονομασία κεντρικό δυναμικό σε αναφορά με τον πρώτο όρο της εξ. (8.30). Για τον δεύτερο όρο θα εισαγάγουμε την ονομασία δυναμικό ℓ -s ή δυναμικό σπιν-τροχιάς.

Αν και το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή απέδωσε ποιοτικά ορισμένες ιδιότητες του πυρηνικού συστήματος, είναι βέβαιο ότι για μια περισσότερο ποσοτική περιγραφή του πυρήνα οι συναρτήσεις U_c και U_s θα πρέπει να επιλεγούν με μεγαλύτερη προσοχή. Στην επιλογή αυτή μπορούμε να προχωρήσουμε με οδηγό τις γενικές ιδιότητες του πυρήνα και ιδιαίτερα το σχήμα του που μελετήσαμε στην Παράγραφο 1-2. Κατ' αρχάς, καθ' όσον ο πυρήνας έχει πεπερασμένη έκταση, για αρκετά μεγάλες αποστάσεις r_i το κεντρικό δυναμικό U_c θα πρέπει να μηδενίζεται – σε αντίθεση με το δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή που τείνει προς το άπειρο! Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους της εξ. (1.2) που αποδίδει την πυκνότητα των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα μπορούμε να γράψουμε τη συνθήκη αυτή ως

$$U(r_i) \rightarrow 0, \quad r_i - R \gg a.$$
 (8.31a)

Αντίθετα, στην εσωτερική περιοχή $r_i << R - a$, όπου το νουκλεόνιο κινείται σε περιβάλλον σταθερής πυκνότητας, το δυναμικό πρέπει να έχει σταθερή τιμή, ήτοι

$$U(r_i) = C, r_i - R << a.$$
 (8.31 β)

Τέλος, στην επιφάνεια του πυρήνα, δηλαδή στη γειτονία της απόστασης $r_i \cong R$, η πυκνότητα στο άμεσο περιβάλλον του νουκλεονίου μειώνεται συνεχώς με αντίστοιχη αύξηση της απόστασης r_i . Στην περιοχή αυτή επομένως το δυναμικό πρέπει να ασκεί μια ελκτική δύναμη προς το κέντρο του πυρηνικού συστήματος. Μπορούμε επομένως να γράψουμε για την συμπεριφορά του κεντρικού δυναμικού στην επιφάνεια του πυρήνα τη συνθήκη

$$\frac{d}{dr}U_{C}(r) > 0, |R-r| < a. \qquad (8.31\gamma)$$

Από τις εξ. (8.31) είναι φανερό ότι το κεντρικό δυναμικό U_c θα πρέπει να ακολουθεί σε γενικές γραμμές τη συναρτησιακή εξάρτηση της πυκνότητας νουκλεονίων στην εξ. (1.2) Μπορούμε επομένως να γράψουμε τον πρώτο όρο του δυναμικού στην εξ. (8.30) ως

$$U_{C}(r_{i}) = \frac{U_{0}}{1 + \exp{\frac{r_{i} - R}{a}}}$$
(8.32)

όπου U_0 είναι μια σταθερά και οι παράμετροι R και a έχουν τιμές συγκρίσιμες προς τις αντίστοιχες της εξ. (1.3).

Η συμπεριφορά του δυναμικού σπιν-τροχιάς μπορεί να βρεθεί από την αναμενόμενη τιμή του τελεστή *l*_i·s_i. Χρησιμοποιώντας το
ανυσματικό άθροισμα (εφεξής θα παραλείψουμε τον δείκτη i για απλοποίηση του συμβολισμού)

$$\mathbf{j} = \boldsymbol{\ell} + \mathbf{s} \tag{8.33}$$

με ιδιοτιμές $j = l \pm \frac{1}{2}$ είναι εύκολο να δείξουμε ότι

$$<\ell s> = \frac{1}{2} \left(< j^{2} > - < \ell^{2} > - < s^{2} > \right)$$

$$= \frac{j(j+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)}{2} \hbar^{2}$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2} \ell \hbar^{2}, & \alpha \nu \quad j = \ell + \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} (\ell+1) \hbar^{2}, & \alpha \nu \quad j = \ell - \frac{1}{2}. \end{cases}$$
(8.34)

Το δυναμικό ℓ ·s προβλέπει επομένως διαχωρισμό ενεργειακών καταστάσεων ενός νουκλεονίου ανάλογα με τη σχετική διεύθυνση του σπιν ως προς το άνυσμα της τροχιακής στροφορμής. Η δύναμη που δέχεται κάθε νουκλεόνιο από τον όρο αυτό του δυναμικού εξαρτάται από την αλγεβρική τιμή της συνάρτησης $U_s(r_i)$. Από την εξ. (8.34) είναι, π.χ., φανερό ότι για $U_s(r_i) > 0$ το δυναμικό σπιν-τροχιάς τείνει να ευθυγραμμίσει το νουκλεόνιο με σπιν αντιπαράλληλο προς το άνυσμα της τροχιακής του στροφορμής. Το αντίθετο συμβαίνει αν $U_s(r_i) < 0$. Οποιαδήποτε όμως προνομιακή διάταξη έρχεται σε άμεση αντίφαση με την αρχική μας παραδοχή σχετικά με την εσωτερική περιοχή του πυρήνα, όπου τα πειραματικά αποτελέσματα προβλέπουν σταθερή πυκνότητα νουκλεονίων. Σε συνδυασμό με την απαγορευτική αρχή του Pauli στην περιοχή αυτή περιμένουμε ίσο αριθμό νουκλεονίων με σπιν παράλληλο ή αντιπαράλληλο προς την τροχιακή τους στροφορμή. Η προηγούμενη επομένως ιδιότητα του τελεστή $l \cdot s$ οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η συνάρτηση $U_s(r_i)$ πρέπει να μηδενίζεται στην εσωτερική περιοχή, ήτοι

$$U_{s}(r_{i}) = 0, \quad R - r_{i} < a.$$
 (8.35)

Καθ' όσον επιπλέον η συνθήκη της εξ. (8.31a) ισχύει για κάθε όρο του δυναμικού $U(r_i)$, έπεται ότι το δυναμικό σπιν-τροχιάς δρα αποκλειστικά στην επιφάνεια του πυρηνικού συστήματος.

Με βάση την προηγούμενη διερεύνηση η γενική συμπεριφορά του δυναμικού ως προς την απόσταση r που θα υιοθετήσουμε για την ανεξάρτητη κίνηση των νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα δίνεται στο σχήμα 8-4. Είναι ίσως ενδιαφέρον να παρατηρήσουμε ότι το δυναμικό σπιν-τροχιάς έχει ποιοτικά μορφή ανάλογη προς την πρώ-





τη παράγωγο του κεντρικού δυναμικού. Τούτο θυμίζει την αλληλεπίδραση σπιν-τροχιάς στο ατομικό σύστημα

$$V_{LS}(r) = \frac{g}{r} \frac{dV_C}{dr} \ell \cdot \mathbf{s}$$
(8.36)

όπου V_c(r) είναι το δυναμικό Coulomb. Αν και παρόμοια σύνδεση δεν προβλέπεται θεωρητικά στο χώρο της πυρηνικής δομής, η σχέση

$$U_s(r) = \frac{\gamma}{r} \frac{dU_c}{dr}$$
(8.37)

όπου γ είναι μια σταθερά, χρησιμοποιείται συχνά σε υπολογισμούς δομής πυρήνων.

Η επίλυση της εξίσωσης του Schroedinger για ένα ρεαλιστικό δυναμικό με τα γενικά χαρακτηριστικά του σχήματος 8-4 μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνον με αριθμητικές μεθόδους. Το φάσμα των ενεργειακών καταστάσεων ενός νουκλεονίου που προκύπτει με τον τρόπο αυτό δίνεται στο σχήμα 8-5. Κάθε κατάσταση χαρακτηρίζεται από τις τιμές των κβαντικών αριθμών nlj, όπου, σύμφωνα με την καθιερωμένη πρακτική, ο αριθμός ℓ σημειώνεται με τον συμβολισμό της ατομικής φασματοσκοπίας ℓ = s, p, d, f, g, ... που χρησιμοποιήσαμε ήδη στο σχήμα 8-1. Στο αριστερό μέρος του σχήματος δίνεται η διάταξη των ενεργειακών καταστάσεων για ένα καθαρά κεντρικό δυναμικό με μορφή ενδιάμεση μεταξύ αρμονικού ταλαντωτή και τετράγωνου φρέατος. Όπως δείχνει το σχήμα, η μορφή αυτή εξαλείφει μέρος του εκφυλισμού αν και η βασική ομαδοποίηση των καταστάσεων στους φλοιούς του αρμονικού ταλαντωτή δεν καταστρέφεται. Ο χαρακτήρας της δομής φλοιών μεταβάλλεται στο δεξιό μέρος του σχήματος με την εισαγωγή της αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς που επιπλέον συμβάλλει στη μεγαλύτερη άρση του εκφυλισμού. Το σημαντικότερο επακόλουθο του δυναμικού l-s



Σχήμα 8-5 Ενεργειακές καταστάσεις ενός νουκλεονίου στο πρότυπο των φλοιών για το δυναμικό

$$U(r) = U_{c}(r) - U_{s}(r)\ell \cdot s.$$

Ο εκφυλισμός κάθε κατάστασης 2/+1 δίνεται σε παρένθεση (2). (4). ενώ ο ολικός αριθμός νουκλεονίων κάθε είδους που συμπληρώνει κάθε κατάσταση περιέχεται σε αγκύλες. Στο δεξιό μέρος του σχήματος σημειώνονται οι μαγικοί αριθμοί που προβλέπει το πρότυπο.

είναι η έντονη μείωση της ενέργειας καταστάσεων με μεγάλη τιμή του ℓ και $j = \ell + \frac{1}{2}$. Έτσι, π.χ., στη νέα διάταξη η διάταξη $1h\frac{11}{2}$ βρίσκεται στην ίδια ομάδα με τις καταστάσεις 3s, 2d και 1g. Η ιδιότητα αυτή έχει ως επακόλουθο την ανάδειξη των νέων μαγικών αριθμών που σημειώνονται στο δεξιό μέρος του σχήματος 8-5 και που ταυτίζονται απόλυτα με τους πειραματικά παρατηρούμενους μαγικούς αριθμούς της εξ. (2.20).

Η εισαγωγή της ισχυρής αλληλεπίδρασης *l*·s που προτάθηκε και μελετήθηκε ανεξάρτητα από την Maria Mayer και τους Haxel, Jensen και Suess κατά την δεκαετία του 1950 καθιέρωσε τη βασική ορθότητα του πυρηνικού προτύπου των φλοιών. Η ίδια η ονομασία πρότυπο των φλοιών έχει σήμερα ουσιαστικά ταυτιστεί με το δυναμικό της εξ. (8.30) ενώ ο όρος φλοιός ή μέγιστος φλοιός έχει καθιερωθεί για τις διακριτές ομάδες καταστάσεων ενός νουκλεονίου μεταξύ των μαγικών αριθμών του σχήματος 8-5. Το δυναμικό αυτό, όπως θα δούμε αμέσως στη συνέχεια, πέρα από την αναπαραγωγή των μαγικών αριθμών, προβλέπει με εξαιρετική επιτυχία ένα ευρύ φάσμα ιδιοτήτων του πυρηνικού συστήματος. Σήμερα, οι βασικές έννοιες του προτύπου των φλοιών βρίσκονται πίσω από κάθε σοβαρή προσπάθεια διερεύνησης της πυρηνικής δομής, ενώ η ονοματολογία του σχήματος 8-5 έχει πλέον καθιερωθεί στη γλώσσα της πυρηνικής φυσικής. Αν και πολλά θεωρητικά ερωτήματα παραμένουν ακόμη αναπάντητα (κυρίως το ερώτημα, γιατί όντως δουλεύει τόσο καλά το πρότυπο των φλοιών), στα μάτια πολλών ερευνητών η πυρηνική δομή που προβλέπει το δυναμικό της εξ. (8.30) έχει αποκτήσει την ίδια βαρύτητα με το ατομικό πρότυπο των φλοιών.

Στα πλαίσια που περιγράψαμε το πυρηνικό σύστημα δημιουργείται με σταδιακή συμπλήρωση των καταστάσεων του σχήματος 8-5. Η βασική κατάσταση του πυρήνα μπορεί να περιγραφεί από την κατανομή των Ζ πρωτονίων και N ουδετερονίων στις κατώτερες δυνατές καταστάσεις, σύμφωνα πάντα με την απαγορευτική αρχή του Pauli, ενώ διεγερμένες καταστάσεις του πυρήνα μπορούν να δημιουργηθούν με την προώθηση νουκλεονίων σε ανώτερες τροχιές. Σε ένα προφανή συμβολισμό μπορούμε να αποδώσουμε τη δομή κάθε είδους νουκλεονίων που συγκροτούν ένα πυρήνα ως

BIBAR

$$(n_1\ell_1j_1)^{a_1}(n_2\ell_2j_2)^{a_2}\dots(n_k\ell_kj_k)^{a_k}$$
(8.38)

ţ

όπου οι δείκτες α_1 , α_2 , ..., α_k δίνουν τον αριθμό πρωτονίων ή ουδετερονίων στην τροχιά ($n_k \ell_k j_k$) του δυναμικού. Η βασική κατάσταση, π.χ., του $^{33}_{16}$ S₁₇ έχει τη δομή

$${}^{33}_{16}S_{17} = \frac{p: (1s\frac{1}{2})^2 |(1p\frac{3}{2})^4 (1p\frac{1}{2})^2 |(1d\frac{5}{2})^6 (2s\frac{1}{2})^2}{n: (1s\frac{1}{2})^2 |(1p\frac{3}{2})^4 (1p\frac{1}{2})^2 |(1d\frac{5}{2})^6 (2s\frac{1}{2})^2 (1d\frac{3}{2})^1}$$
(8.39)

όπου οι κατακόρυφες γραμμές σημειώνουν την συμπλήρωση μέγιστων φλοιών.

Μια σημαντική ιδιότητα των νουκλεονίων που συγκροτούν διατάξεις του τύπου της εξ. (8.38) αναδεικνύεται από το σύνολο των πειραματικών δεδομένων σχετικά με τις ιδιότητες του πυρήνα: Όλες οι πειραματικές ενδείζεις είναι συνεπείς με την παραδοχή ότι ζεύγη πρωτονίων ή ουδετερονίων σε μια συγκεκριμένη διάταζη ευθυγραμμίζονται με τα σπιν τους αντιπαράλληλα ($\uparrow\downarrow$), ήτοι με ολικό σπιν S = 0. Από το γεγονός αυτό προκύπτει άμεσα ότι άρτιοι-άρτιοι πυρήνες πρέπει να εμφανίζονται με ολικό σπιν και πάριτη βασικής κατάστασης $J^{\pi} = 0^{+}$. Ο κανόνας αυτός επιβεβαιώνεται χωρίς καμιά εξαίρεση σε όλη την έκταση του περιοδικού συστήματος. Ένα εξ ίσου σημαντικό αποτέλεσμα της σύζευξης δύο νουκλεονίων στην αντιπαράλληλη κατάσταση είναι ότι για περιττούς πυρήνες η ολική στροφορμή και πάριτη της βασικής κατάστασης πρέπει να ταυτίζεται με την στροφορμή και πάριτη του τελευταίου ασύζευκτου πρωτονίου ή ουδετερονίου. Τούτο επίσης επιβεβαιώνεται σε μεγάλο βαθμό από τα πειραματικά δεδομένα.

Η απόδοση του πυρηνικού συστήματος μέσω του προτύπου ανεξάρτητων σωματίων με ισχυρή αλληλεπίδραση *l*·s συναντά μεγάλη επιτυχία στην πρόβλεψη των ιδιοτήτων πυρήνων με μικρό αριθμό νουκλεονίων έξω από κατά τα άλλα συμπληρωμένους φλοιούς. Πέρα από το σπιν και την πάριτη της βασικής κατάστασης περιττών πυρήνων, η μαγνητική διπολική ροπή σε παρόμοια συστήματα προβλέπεται ίση με αυτή του ασύζευκτου νουκλεονίου, όπως δημιουργείται από το σπιν και την τροχιακή του στροφορμή. Έτσι κανείς περιμένει ότι η μαγνητική διπολική ροπή θα πρέπει να εμφανίζει μια από δύο διαφορετικές τιμές, ανάλογα με την τιμή της στροφορμής του ασύζευκτου νουκλεονίου $j = \ell + \frac{1}{2}$ ή $j = \ell - \frac{1}{2}$. Με ελάχιστες εξαιρέσεις, η εκτίμηση αυτή επιβεβαιώνεται από τα πειραματικά αποτελέσματα.

Οι χαμηλής ενέργειας διεγερμένες καταστάσεις ενός πυρηνικού συστήματος στο πρότυπο των φλοιών αποδίδονται με την προώθηση ενός ή περισσότερων νουκλεονίων της διάταξης της εξ. (8.38) σε



Σχήμα 8-6 Σύγκριση πειραματικού διαγράμματος καταστάσεων του ³⁰Zr με θεωρητικό υπολογισμό στο πρότυπο των φλοιών.



ανώτερες τρογιές του δυναμικού. Οι ιδιότητες πολλών από τις πρώτες διεγερμένες καταστάσεις πυρήνων με μικρό αριθμό νουκλεονίων έξω από συμπληρωμένους φλοιούς αντικατοπτρίζουν το μηγανισμό αυτό. Οι πλέον επιτυγείς υπολογισμοί πυρηνικής δομής στα πλαίσια του προτύπου των φλοιών πραγματοποιούνται συνήθως με τον διαχωρισμό των νουκλεονίων σε δύο μεγάλες κατηγορίες: στα νουκλεόνια που συγκροτούν τους χαμηλότερους συμπληρωμένους φλοιούς και διαμορφώνουν έτσι ένα σκληρό πυρήνα που απαιτεί σημαντική ενέργεια διέγερσης ώστε να διαταραχθεί και στα νουκλεόνια σθένους, ήτοι νουκλεόνια ανώτερων φλοιών, οι οποίοι είτε δεν είναι συμπληρωμένοι ή έχουν τη δυνατότητα να προωθήσουν νουκλεόνια σε ανώτερες καταστάσεις με σχετικά μικρή ενέργεια. Ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα τέτοιου υπολογισμού πυρηνικής δομής παρέχεται από το ⁹⁰₄₀ Zr₅₀ που μπορεί να αποδοθεί με αρκετά μεγάλη ακρίβεια με τη θεώρηση δύο μόνον πρωτονίων σθένους. Καθ' όσον ο αριθμός N = 50 είναι μαγικός περιμένουμε ότι για χαμηλές ενεργειακές καταστάσεις του 90Zr τα ουδετερόνια αποτελούν ένα σκληρό πυρήνα και μπορούν να αγνοηθούν. Σύμφωνα με το σχήμα 8-5, 38 από τα πρωτόνια συμπληρώνουν την τροχιά $1f\frac{5}{2}$. Οι πρώτες διατάξεις πρωτονίων επομένως που πρέπει να θεωρήσουμε είναι της μορφής $(2p\frac{1}{2})^2$, $(2p\frac{1}{2})^1(1g\frac{9}{2})^1$ ή $(1g\frac{9}{2})^2$. Η πρώτη διάταξη οδηγεί σε μια μόνο κατάσταση με σπιν και πάριτη $J^{\pi} = 0^+$, ενώ οι δύο επόμενες σε καταστάσεις αντίστοιχα με $J^{\pi} = 4^-$ ή 5^- και $J^{\pi} = 0^+$, 2^+ , 4^+ , 6' ή 8'. Στο σχήμα 8-6 οι προηγούμενες προβλέψεις συγκρίνονται με το πειραματικό ενεργειακό διάγραμμα του ⁹⁰Zr. Όπως φαίνεται στο σχήμα, ο θεωρητικός υπολογισμός αποδίδει με εξαιρετική πιστότητα τα πειραματικά αποτελέσματα. Είναι πράγματι αξιοσημείωτο ότι μέγρι ενέργεια διέγερσης 4 MeV όλες οι καταστάσεις του ⁹⁰Zr μπορούν να αποδοθούν με τις τρεις απλές διατάξεις πρωτονίων έξω

από τον φλοιό $lf\frac{5}{2}$.

8-5 Γιατί δουλεύει το πρότυπο των φλοιών

Η ανασκόπηση των ιδιοτήτων του πυρήνα δεν αφήνει καμιά αμφιβολία για τη βασική ορθότητα της ανεξάρτητης κίνησης των νουκλεονίων και του προτύπου των φλοιών. Με άλλα λόγια αποδεικνύεται ότι σε γενικές γραμμές το πυρηνικό σύστημα επιδέγεται περιγραφή μέσω ενός κεντρικού δυναμικού ενώ η λοιπή αλληλεπίδραση μπορεί να θεωρηθεί ως διαταραχή. Το γεγονός αυτό είναι συνάμα ευτυχές και παράδοξο. Από τη μια μεριά μας παρέχει ένα ενιαίο πλαίσιο για τον υπολογισμό της συμπεριφοράς του πυρηνικού συστήματος. Από την άλλη, γεννά βασικά ερωτήματα γύρω από τη φύση της ισχυρής αλληλεπίδρασης. Το γεγονός ότι ένα σύστημα νουκλεονίων εμφανίζει δομή φλοιών δεν συνεπάγεται ότι η ίδια συμπεριφορά απαντάται σε οποιοδήποτε σύστημα φερμιονίων. Το ουδέτερο άτομο του υδρογόνου, π.χ., είναι φερμιόνιο, αλλά ένα σύνολο ατόμων υδρογόνου, υπό οιεσδήποτε συνθήκες, δεν εμφανίζει κανένα από τα χαρακτηριστικά που συνδέουμε με τη δομή φλοιών. Υπάρχει μια μοναδικότητα στο γεγονός ότι ο πυρήνας εμφανίζει έντονες ιδιότητες δομής φλοιών, η οποία οφείλεται στη λεπτή συνεργασία μεταξύ της ισχυρής αλληλεπίδρασης και της κβαντικής μηχανικής. Την ιδιομορφία αυτή θα προσπαθήσουμε να διερευνήσουμε στη συνέχεια.

Καίριο ρόλο στη διαμόρφωση δομής φλοιών στο πυρηνικό σύστημα παίζει η απαγορευτική αρχή του Pauli. Ποιοτικά μπορούμε να παρακολουθήσουμε την επίδρασή της αρχίζοντας από τον διαχωρισμό της χαμιλτονιανής στην εξ. (8.2)

$$H = H_0 + H_R.$$

Όπως ήδη αναφέρθηκε, μπορούμε τουλάχιστον κατ' αρχήν να πραγματοποιήσουμε το διαχωρισμό αυτό με κατάλληλη επιλογή του κεντρικού δυναμικού ώστε η λοιπή αλληλεπίδραση H_R να είναι μικρή. Στην περίπτωση αυτή η χαμιλτονιανή H_0 μετατίθεται με τον τελεστή της ολικής στροφορμής

$$\mathbf{J} = \sum_{k} \mathbf{j}_{k} \ . \tag{8.40}$$

Με άλλα λόγια η ολική στροφορμή του συστήματος διατηρείται. Τούτο δεν σημαίνει φυσικά ότι καθένα από τα ανύσματα jk (που αναφέρεται στην ολική στροφορμή ενός νουκλεονίου) διατηρείται αμετάβλητο. Μέσα στο μεγάλο συνωστισμό του πυρηνικού συστήματος, τουλάχιστον από (λανθασμένη, όπως θα δούμε) φυσική διαίσθηση, περιμένουμε αλλεπάλληλες συγκρούσεις μεταξύ των νουκλεονίων. Αποτέλεσμα κάθε σύγκρουσης είναι η μεταβολή της στροφορμής των νουκλεονίων που συμμετέχουν στη σύγκρουση, κατά τέτοιο τρόπο όμως, ώστε το ανυσματικό άθροισμα της εξ. (8.40) να παραμένει σταθερό. Μπορούμε να αποδώσουμε παραστατικά την κίνηση κάθε νουκλεονίου και τις επιπτώσεις των συγκρούσεων με άλλα νουκλεόνια σύμφωνα με τις δύο ακραίες καταστάσεις που περιέχονται στο σχήμα 8-7. Το σχήμα 8-7(α) απεικονίζει κίνηση νουκλεονίων με σχετικά σπάνιες συγκρούσεις. Το νουκλεόνιο παραμένει για αρκετό χρόνο σε τροχιά με συγκεκριμένη στροφορμή jk προτού σκεδαστεί μετά από σύγκρουση σε νέα τροχιά με διαφορετική στροφορμή j'. Αντίθετα το σχήμα 8-7(β) περιγράφει κίνηση με αλλεπάλληλες συγκρούσεις που θυμίζει τη μοριακή κίνηση Brown.

Είναι προφανές ότι η προσέγγιση ανεξάρτητης κίνησης των νουκλεονίων και του προτύπου των φλοιών έχει έννοια μόνον αν η κατάσταση του σχήματος 8-7(α) ανταποκρίνεται στην πραγματικότητα. Όπως ήδη αναφέρθηκε η πρόκριση της κατάστασης αυτής



Σχήμα 8-7 Κίνηση ενός νουκλεονίου μέσα στο πυρηνικό σύστημα. Στην κατάσταση (α) το νουκλεόνιο παραμένει επί πολύ χρόνο στην ίδια τροχιά προτού συγκρουστεί με ένα άλλο νουκλεόνιο του συστήματος. Στην κατάσταση (β) το νουκλεόνιο διαγράφει ένα μικρό μόνο μέρος κάθε τροχιάς μεταξύ διαδοχικών συγκρούσεων.

οφείλεται κατά μεγάλο μέρος στην απαγορευτική αρχή του Pauli. Ουσιαστικά από τις πολυάριθμες συγκρούσεις που μπορεί να πραγματοποιήσει ένα νουκλεόνιο καθώς διαγράφει μια συγκεκριμένη τροχιά, οι περισσότερες είναι απαγορευμένες, καθ' όσον οι τροχιές στις οποίες μπορεί να σκεδαστεί κατά τη σύγκρουση είναι ήδη κατειλημμένες. Ιδιαίτερα, επικαλούμενοι την αρχή διατήρησης της ενέργειας, δεν είναι δύσκολο να δείξουμε ότι σκεδάσεις μεταξύ νουκλεονίων απαγορεύονται απόλυτα σε τρεις κατηγορίες πυρήνων: σε πυρήνες με όλους τους φλοιούς συμπληρωμένους, σε πυρήνες με ένα μόνο νουκλεόνιο έξω από συμπληρωμένους φλοιούς και σε πυρήνες με μια κενή θέση νουκλεονίου σε κατά τα άλλα συμπληρωμένους φλοιούς. Στις περιπτώσεις αυτές τα νουκλεόνια διατηρούνται σε σταθερές τροχιές (γιατί δεν έχουν που αλλού να πάνε) και όπως παρατηρείται από τις πειραματικές ιδιότητες το πρότυπο των φλοιών εμφανίζει τη μεγαλύτερη επιτυγία. Αντίθετα, σε πυρηνικά συστήματα με μεγάλο αριθμό νουκλεονίων σθένους, ο αριθμός των δυνατών συγκρούσεων αυξάνει και η εικόνα της ανεξάρτητης κίνησης των νουκλεονίων γίνεται πιο συγκεχυμένη.

Είναι βέβαιο ότι η ιστορία του «γιατί δουλεύει το πρότυπο των φλοιών» δεν τελιώνει με την απαγορευτική αρχή του Pauli. Η φύση της ισχυρής αλληλεπίδρασης και ειδικότερα η ύπαρξη του απωστικού δυναμικού για πολύ μικρές αποστάσεις, η μικρή εμβέλεια των πυρηνικών δυνάμεων και η αδυναμία του δυναμικού να συγκρατήσει περισσότερες από μια δέσμιες καταστάσεις δύο νουκλεονίων, συνεισφέρουν στη διαμόρφωση των ιδιοτήτων που χαρακτηρίζουν το πρότυπο των φλοιών. Από την άλλη πλευρά, η διατήρηση της ενέργειας που, σε συνδυασμό με την απαγορευτική αρχή του Pauli, απαγορεύει σκεδάσεις στο εσωτερικό συμπληρωμένων φλοιών μπορεί να παραβιαστεί τουλάχιστον για ένα μικρό χρονικό διάστημα μέσω της αρχής αβεβαιότητας του Heisenberg. Ο ρόλος και η συνεργία των παραγόντων αυτών έχουν στο παρελθόν γίνει αντικείμενο εντατικής έρευνας, ιδιαίτερα με τη μελέτη της πυρηνικής ύλης, δηλαδή ενός άπειρου σε έκταση συνόλου νουκλεονίων με σταθερή πυκνότητα. Η διερεύνηση όμως αυτή ξεφεύγει από τα όρια του παρόντος βιβλίου.

8-5 Συλλογική κίνηση νουκλεονίων

Παρ' όλη τη μεγάλη επιτυχία του προτύπου των φλοιών αρκετές ιδιότητες του πυρηνικού συστήματος δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν – ή σε πολλές περιπτώσεις προβλέπονται λανθασμένα – με την αποδοχή ανεξάρτητης κίνησης των νουκλεονίων. Για παράδειγμα, το πρότυπο των φλοιών αποτυγχάνει οικτρά στην πρόβλεψη της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής, η οποία σε ορισμένες περιοχές του περιοδικού συστήματος εμφανίζει σημαντική τιμή και με τον τρόπο αυτό αντιβαίνει στο σφαιρικό σχήμα του πυρήνα που συνεπάγεται ένα κεντρικό δυναμικό. Μια δεύτερη ένδειξη που αντιτίθεται στην παραδοχή ανεξάρτητης κίνησης των νουκλεονίων παρέχεται από τους εξαιρετικά υψηλούς ρυθμούς αποδιέγερσης γ της πρώτης διεγερμένης κατάστασης με $J^{\pi} = 2^+$ σε άρτιους-άρτιους πυρήνες, ιδιαίτερα στην περιοχή των σπάνιων γαιών και στην περιοχή των ακτινίδων, όπου ο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης B(E2) υπερβαίνει μέχρι και 250 φορές την απλή εκτίμηση Weisskopf στο Κεφάλαιο 6.

Υπενθυμίζεται ότι η εκτίμηση Weisskopf αφορά ουσιαστικά τον μηχανισμό αποδιέγερσης γ που προέρχεται από τον απλό μηχανισμό μετάπτωσης ενός πρωτονίου μεταξύ καταστάσεων του κεντρικού δυναμικού (βλ. Άσκηση 6-3). Στους υψηλούς αυτούς ρυθμούς μετάπτωσης γ επομένως θα πρέπει να συμμετέχουν συλλογικά πολύ περισσότερα από ένα νουκλεόνια.

Από μια άποψη, η εμφάνιση διεγερμένων καταστάσεων και ιδιοτήτων του πυρήνα που δεν είναι δυνατόν να προβλεφθούν με βάση την ανεξάρτητη κίνηση των νουκλεονίων δεν συνεπάγεται αποτυχία του προτύπου των φλοιών. Περιμένουμε ότι ένα σύστημα Α σωματίων με περίπου 3Α βαθμούς ελευθερίας θα μπορεί να κινηθεί και να απορροφήσει ή να αποβάλει ενέργεια με πολύ περισσότερους τρόπους απ' ότι προβλέπει ο απλός μηχανισμός ανεξάρτητης κίνησης που θεωρήσαμε ως τώρα. Αν επομένως αποδεχτούμε τη δημοκρατική αρχή του Feynman, κατά την οποία «ότι δεν απαγορεύεται από τους φυσικούς νόμους, υπάρχει και πραγματοποιείται στη φύση», θα πρέπει να εξετάσουμε όλους τους άλλους μηχανισμούς διέγερσης του πυρηνικού συστήματος που με την έννοια αυτή δεν απορρίπτουν αλλά συμπληρώνουν την ανεξάρτητη κίνηση των νουκλεονίων. Τέτοιοι μηχανισμοί περιλαμβάνουν δονήσεις του πυρηνικού συστήματος γύρω από ένα σχήμα ισορροπίας ή περιστροφή του όλου πυρήνα γύρω από κάποιον άξονα.

Κατά την εκτέλεση συλλογικής κίνησης των νουκλεονίων, το στιγμιαίο σχήμα του πυρήνα μπορεί να αποδοθεί από την ακτίνα του $R(\theta, \varphi)$ προς κάθε διεύθυνση (θ, φ) , μέσω του αθροίσματος μιας πλήρους σειράς συναρτήσεων, όπως οι σφαιρικές αρμονικές

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left[1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_{\lambda \mu} Y^{\lambda}_{\mu}(\theta, \varphi) \right]$$
(8.41)

όπου η κίνηση εκφράζεται με την εξάρτηση των παραμέτρων πα-

ραμόρφωσης $a_{\lambda\mu}(t)$ από το χρόνο. Η εξ. (8.41) αποτελεί το δισδιάστατο ανάλογο του αναπτύγματος Fourier, κατά το οποίο σε μία διάσταση οποιαδήποτε συνάρτηση f(t) αποδίδεται ως ένα άθροισμα ημιτόνων και συνημιτόνων.

Η περιοδική μεταβολή των παραμέτρων παραμόρφωσης $a_{i\mu}(t)$ μπορεί να παραλληλιστεί με το κλασικό πρόβλημα επιφανειακών ταλαντώσεων της μακροσκοπικής υγρής σταγόνας. Η αντίστοιχη κλασική θεωρία, που αναπτύχθηκε στα τέλη του 19ου αιώνα από τον Λόρδο Rayleigh προβλέπει τη δημιουργία στάσιμων κυμάτων στην επιφάνεια της σταγόνας σε αναλογία με τα μονοδιάστατα στάσιμα κύματα μιας παλλόμενης χορδής. Το φαινόμενο επομένως μπορεί να περιγραφεί μέσω ενός αναπτύγματος της μορφής (8.41), όπου κάθε όρος του αθροίσματος αντιστοιγεί σε μια κανονική κατάσταση ταλάντωσης της επιφάνειας. Χαρακτηριστικά στάσιμα κύματα για $\lambda = 1, 2$ και 3 με $\mu = 0$ δίνονται στο σχήμα 8-8. Στο σχήμα 8-8 δεν έχει περιληφθεί η περίπτωση $\lambda = 0$ για την οποία η εξ. (8.41) δεν προβλέπει απόκλιση από τη σφαιρικότητα. Από το ίδιο σχήμα παρατηρείται ακόμη ότι $\lambda = 1$ αντιστοιχεί σε απλή μετατόπιση του κέντρου μάζας, κάτι που επίσης δεν οδηγεί σε περιοδική κίνηση. Η πρώτη επομένως ταλάντωση με φυσικό ενδιαφέρον είναι η κατάσταση με $\lambda = 2$.

Η χαμιλτονιανή που περιγράφει την ταλάντωση της υγρής σταγόνας έχει τη μορφή

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\lambda,\mu} \left(B_{\lambda} \left| \frac{\partial \alpha_{\lambda\mu}}{\partial t} \right|^{2} + C_{\lambda} |\alpha_{\lambda\mu}|^{2} \right)$$
(8.42)

όπου οι παράμετροι B_{λ} και C_{λ} χαρακτηρίζουν αντίστοιχα την αδράνεια και τη δύναμη επαναφοράς της σταγόνας. Η εξ. (8.42) περιγράφει ένα άθροισμα αρμονικών ταλαντωτών με κλασικές λύσεις



Schur 8-8 Stásima kúmata sthu epidáveia talantoúmenhs upphs stanóvas yia $\lambda = 1, 2, 3$ kai $\mu = 0$.

$$\alpha_{\lambda\mu}(t) = A_{\lambda\mu} \cos \omega_{\lambda} t \qquad (8.43)$$

και

$$\omega_{\lambda} = \sqrt{\frac{C_{\lambda}}{B_{\lambda}}} \tag{8.44}$$

ενώ η κλασική ενέργεια του συστήματος δίνεται από την έκφραση

$$E = \frac{1}{2} \sum_{\lambda,\mu} |A_{\lambda\mu}|^2 \mathscr{O}_{\lambda}^2 B_{\lambda} . \qquad (8.45)$$

Η χαμιλτονιανή της εξ. (8.42) μπορεί να μεταφερθεί στα πλαίσια της κβαντικής θεωρίας με μεθόδους τελείως ανάλογες προς αυτές της κβάντωσης του αρμονικού ταλαντωτή που δεν θα επαναληφθούν εδώ. Οι ενεργειακές καταστάσεις που προκύπτουν, σε αναλογία με την κλασική σχέση της εξ. (8.45), είναι

$$E = \sum_{\lambda} E_{\lambda} = \sum_{\lambda} \left(N_{\lambda} + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_{\lambda} . \qquad (8.46)$$

Σύμφωνα με την τελευταία σχέση, για κάθε τιμή του λ οι ενεργειακές καταστάσεις δημιουργούνται κατά κβάντα ενέργειας $\hbar\omega_{\lambda}$. Η ιδιότητα αυτή έχει καθιερώσει την ορολογία κατάσταση N_{λ} φωνονίων για την κατάσταση με ενέργεια

$$E_{\lambda} = \left(N_{\lambda} + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_{\lambda}. \qquad (8.47)$$

Μπορούμε να δείξουμε ότι κάθε φωνόνιο έχει στροφορμή λ και πάριτη $(-1)^{\lambda}$. Έτσι, σε άρτιους-άρτιους πυρήνες με βασική κατάσταση $J^{\pi} = 0^{+}$ περιμένουμε διεγερμένες καταστάσεις ενός φωνονίου με ενέργεια $\hbar\omega_2$, $\hbar\omega_3$, $\hbar\omega_4$, ... με αντίστοιχη στροφορμή $J^{\pi} = 2^{+}$, 3^{-} , 4^{+} , ... Σε διπλάσια ενέργεια περιμένουμε καταστάσεις δόνησης δύο φωνονίων. Για τετραπολική δόνηση ($\lambda = 2$) τα δύο φωνόνια μπορούν να οδηγήσουν σε ολική στροφορμή και πάριτη $J^{\pi} = 0^{+}$, 2^{+} , 4^{+} , ενώ για οκταπολικά φωνόνια ($\lambda = 3$) με $J^{\pi} = 0^{+}$, 2^{+} , 4^{+} και 6^{+} . Οι καταστάσεις αυτές, καθώς και η πρώτη κατάσταση τριών φωνονίων δίνονται ποιοτικά στο σχήμα 8-9. Μερικά χαρακτηριστικά παραδείγματα ενεργειακών καταστάσεων σε άρτιους-άρτιους πυρήνες που μπορούν να αποδοθούν σε πυρηνική δόνηση περιέχονται στο σχήμα 8-10.

Μια εναλλακτική μορφή συλλογικής κίνησης των νουκλεονίων που μπορεί να εκτελέσει ο πυρήνας είναι η περιστροφή του γύρω από κάποιον άξονα, που αποδίδεται από την χαμιλτονιανή του κβαντικού ρότορα

$$H_{L} = \frac{L^{2}}{2M_{I}}$$
(8.48)

όπου L είναι ο τελεστής της στροφορμής και M_l η ροπή αδρανείας. Όπως είναι γνωστό από την κβαντική μηχανική οι ιδιοσυναρτήσεις της χαμιλτονιανής στην τελευταία σχέση είναι οι σφαιρικές αρμονικές Y'_m με ιδιοτιμές της ενέργειας

$$E_{\ell} = \frac{\hbar^2}{2M_{\ell}} \ell \left(\ell + 1\right).$$



Σχήμα 8-9 Ενεργειακές καταστάσεις δόνησης ενός. δύο και τριών φωνονίων για τετραπολική ($\lambda = 2$), οκταπολική ($\lambda = 3$) και δεκαεξαπολική ($\lambda = 4$) ταλάντωση σε άρτιους-άρτιους πυρήνες με βασική κατάσταση $J^x = 0^+$.

Η χαρακτηριστική διαδοχή των ενεργειακών καταστάσεων της εξ. (8.49) είναι γνωστή από τα φάσματα ενέργειας των διατομικών μορίων, όπου αποδίδεται σε περιστροφή του μορίου κατά ένα άξονα κάθετο προς την ευθεία γραμμή που συνδέει τα δύο άτομα. Το γεγονός ότι ενεργειακές καταστάσεις πυρήνων στην περιοχή των σπάνιων γαιών και των ακτινιδίων εμφανίζουν παρόμοια εξάρτηση ως προς την στροφορμή, οδήγησε νωρίς στη διερεύνηση της πυρηνικής περιστροφής. Στην περιοχή αυτή η θετική τιμή της ηλεκτρικής τετραπολικής ροπής οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι πυρήνες εμφανίζουν ωοειδές σχήμα με αποτέλεσμα να είναι δυνατή η περιστροφή τους γύρω από ένα άξονα κάθετο προς τον άξονα συμμετρίας τους. Ένα χαρακτηριστικό φάσμα ενεργειακών καταστάσεων του ¹⁷⁸₇₄ W που μπορεί να αποδοθεί στην περιστροφή του πυρήνα και εμφανίζει τη διαδοχή της εξ. (8.49) για $\ell = 2, 4, ..., 14$ περιέχεται στο σχήμα 8-

+	2.218		
(1,2)*	1.841	6*	1.750
$\frac{2}{0}$	1.364 1.305 1.283 1.209 1.134	$\frac{(0)^{*}}{2}$	1.35 1.256 1.811
2*	0.558	2*	0.564
0*	0	0*	0
$^{114}_{48}\mathrm{G}\mathrm{d}$		$\frac{122}{52}$ Te	

Σχήμα 8-10 Ενεργειακές καταστάσεις στο $^{114}_{48}$ Gd και $^{122}_{52}$ Te που μπορούν να αποδοθούν σε πυρηνική δόνηση σε άρτιους-άρτιους πυρήνες.

11, από το οποίο, με προσαρμογή προς τα πειραματικά δεδομένα, μπορεί να εκτιμηθεί και η ροπή αδρανείας του πυρήνα (βλ. Άσκηση 8-13).

Στο κεφάλαιο αυτό είδαμε την πυρηνική δομή από δύο διαμετρικά αντίθετες απόψεις. Η ανεξάρτητη κίνηση νουκλεονίων μας έδωσε τη δυνατότητα να κατανοήσουμε και να προβλέψουμε με ακρίβεια ένα μεγάλο αριθμό ιδιοτήτων του πυρήνα, κυρίως σε συστήματα που διαθέτουν ένα μικρό αριθμό νουκλεονίων σθένους έξω από συμπληρωμένους φλοιούς. Από την άλλη πλευρά η συλλογική κίνηση των νουκλεονίων βρήκε επιτυχία στην απόδοση της συμπεριφοράς των παραμορφωμένων πυρήνων και σε όλη την έκταση του περιοδικού συστήματος των στοιχείων στην εξήγηση των χαμηλών διεγερμένων καταστάσεων με $J^{\pi} = 0^{+}$ που εμφανίζουν άρτιοι-άρτιοι πυρήνες. Στη μικρή σχετικά ιστορία της πυρηνικής φυσικής οι δύο απόψεις εξελίχθηκαν παράλληλα και η καθεμιά απέκτησε τους δι-





κούς της οπαδούς και πολέμιους.

Η δυσπιστία ως προς τη δυνατότητα ανεξάρτητης κίνησης των νουκλεονίων προήλθε αρχικά από την ίδια τη φύση της ισχυρής αλληλεπίδρασης, η οποία, όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 7, αν και κυρίως ελκτική, περιέχει μια αδιαπέραστη σφαίρα ισχυρών απωστικών δυνάμεων. Στα πρώτα χρόνια της ιστορίας της πυρηνικής φυσικής κάθε υπολογισμός της επίδρασης των απωστικών αυτών δυνάμεων στην πυρηνική δομή οδηγούσε στο συμπέρασμα ότι η ισχυρή αλληλεπίδραση δεν έχει τη δυνατότητα να δημιουργήσει ανεξάρτητη κίνηση. Από την άλλη πλευρά, η συλλογική κίνηση των νουκλεονίων, όπως διατυπώθηκε αρχικά στο πρότυπο της υγρής σταγόνας, συνάντησε μεγάλες εννοιολογικές δυσκολίες. Στην υγρή κατάσταση, τα μόρια εμφανίζουν μικρή κινητικότητα και αλληλεπίδραση με μεγάλη εμβέλεια. Αντίθετα, η κινητικότητα των νουκλεονίων στο εσωτερικό του πυρήνα είναι κάθε άλλο παρά μικρή και η αλληλεπίαυτές ακριβώς οι ιδιότητες είναι αντίθετες από εκείνες που χαρακτηρίζουν την υγρή κατάσταση, η παρομοίωση του πυρήνα με υγρή σταγόνα εμφανιζόταν ως κατ' αρχήν ατυχής. Παρ' όλα αυτά με την πάροδο του χρόνου και οι δύο απόψεις εδραιώθηκαν, κυρίως λόγω της μεγάλης επιτυχίας κατά την σύγκριση των προβλέψεων με πειραματικά δεδομένα. Έτσι, με το χρόνο, η επιστημονική αμφιβολία μεταβλήθηκε σε προσπάθεια για την βαθύτερη κατανόηση και σύνδεση της φαινομενολογικά τουλάχιστον διττής αυτής συμπεριφοράς του πυρηνικού συστήματος. Ιδιαίτερα επιτακτική εμφανίστηκε η ανάγκη κατανόησης της συλλογικής κίνησης με βάση την επί μέρους αλληλεπίδραση των νουκλεονίων.

Το πρώτο βήμα προς την κατεύθυνση αυτή υπήρξε το ενιαίο πρότυπο των Δανών φυσικών Bohr και Mottelson. Οι δύο αυτοί ερευνητές, που για τη συνεισφορά τους στην κατανόηση της πυρηνικής δομής τιμήθηκαν το 1975 με το βραβείο Νόμπελ, μετατόπισαν την έμφαση από τη συλλογική κίνηση της πυρηνικής πυκνότητας σε αντίστοιχη κίνηση του κεντρικού δυναμικού στο πρότυπο των φλοιών. Με τον τρόπο αυτό, το κεντρικό δυναμικό, πέρα από κάθε άλλη εξάρτηση, καθορίζεται πλέον και από την απόκλιση του πυρήνα από το καθαρά σφαιρικό σχήμα. Η ανάλυση όμως του ενιαίου προτύπου και οι προβλέψεις του ξεφεύγουν από τα όρια του παρόντος βιβλίου.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 8-1 Δείξτε ότι ο τελεστής P(s,t) της εξ. (8.14) μετατίθεται με την χαμιλτονιανή Η της εξ. (8.11). Το γεγονός αυτό οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι ιδιοσυναρτήσεις του τελεστή ανταλλαγής είναι σταθερές της κίνησης.
- 8-2 Δείξτε ότι οι μόνες ιδιοτιμές του τελεστή P(s,t) της εξ. (8.14) είναι οι τιμές ±1.

- 8-3 Προσδιορίστε την σταθερά *Α* που κανονικοποιεί την κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.17).
- 8-4 Προσδιορίστε την αναμενόμενη τιμή της ενέργειας του σωματίου 1 στην κατάσταση που περιγράφει η κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.17).
- 8-5 Προσδιορίστε την ολική ενέργεια του συστήματος δύο φερμιονίων στην κατάσταση που περιγράφει η κυματοσυνάρτηση της εξ. (8.17).
- 8-6 Αποδείξτε ότι η πολλαπλότητα κάθε ενεργειακής κατάστασης στο δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την εξ. (8.23).
- 8-7 Πόσα πρωτόνια και πόσα συδετερόνια μπορούν να καταλάβουν την κατάσταση με ενέργεια $ε_3$ στο δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή και ποιοι οι δυνατοί κβαντικοί τους αριθμοί (n, ℓ) ;
- 8-8 Αποδείξτε ότι το πλήθος των νουκλεονίων που συμπληρώνει τις κατώτερες Λ καταστάσεις στο δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την εξ. (8.24).
- 8-9 Αποδώστε τη δομή των πυρήνων

¹²C, ¹⁴N, ²³Na, ⁹⁰Zr, ¹⁸⁶W και ²⁰⁶Pb

στο πρότυπο δυναμικού αρμονικού ταλαντωτή. Ποιοι από τους πυρήνες αυτούς συμπληρώνουν καταστάσεις του δυναμικού;

- 8-10 Δείξτε ότι στο πρότυπο των φλοιών η διαφορά ενέργειας μεταξύ δύο καταστάσεων με $j = \ell + \frac{1}{2}$ και $j = \ell - \frac{1}{2}$ είναι ανάλογη προς $2\ell + 1$.
- 8-11 Επαναλάβετε την Άσκηση 8-9 για το δυναμικό του προτύπου των φλοιών.

- 8-12 Δικαολογείστε με μια ή δυο φράσεις γιατί οι ιδιότητες που απαριθμούνται στις σελίδες 232 – 234 προδίδουν την ύπαξη συστήματος φλοιών.
- 8-13 Εκτός από τους πυρήνες που περιέχονται στο σχήμα 8-10, πολλοί άλλοι πυρήνες εμφανίζουν ενεργειακές καταστάσεις που μπορούν να αποδοθούν σε πυρηνική δόνηση. Συμβουλευτείτε ένα βιβλίο διαγραμμάτων πυρηνικών ενεργειακών καταστάσεων και αναγνωρίστε τις καταστάσεις που οφείλονται σε δόνηση του πυρήνα στα ισότοπα ¹¹⁴Cd, ¹¹⁸Sn, ¹²²Te, ¹²⁴Ba, ¹⁹²Pt, ¹⁹⁶Pt, ¹⁹⁶Hg και ²⁰⁰Hg.
- 8-14 α. Από τα δεδομένα του σχήματος 8-11 υπολογίστε την παράμετρο A που αποδίδει τη διαδοχή των ενεργειακών καταστάσεων σύμφωνα με τη σχέση $E_J = AJ(J+1)$, καθώς και τη ροπή αδρανείας του ¹⁷⁸W.

β. Η διαδοχή των ενεργειακών καταστάσεων περιστροφής ενός πυρήνα αποδίδεται πολλές φορές με την προσθήκη μιας διόρθωσης δεύτερης τάξης στη μορφή $E_J = AJ(J+1)+BJ^2(J+1)^2$ Από τα δεδομένα του σχήματος 8-11 υπολογίστε τις παραμέτρους A και B, καθώς και τις ενεργειακές καταστάσεις που προβλέπουν οι δύο εκφράσεις AJ(J+1) και $AJ(J+1)+BJ^2(J+1)^2$.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9 Πυρηνικές αντιδράσεις

ΣΤΙΣ ΣΥΝΗΘΕΙΣ ΣΥΝΘΗΚΕΣ που επικρατούν στη γη, οι δυνατότητες που έχουμε για τη μελέτη του πυρηνικού συστήματος είναι αρκετά περιορισμένες. Ο πυρήνας ποτέ δεν διεγείρεται αυθόρμητα όπως τα άτομα με την απορρόφηση φωτός ή θερμότητας και αλληλεπίδραση μεταξύ πυρήνων, σε αναλογία με χημικές αντιδράσεις, όπως τα οικεία φαινόμενα της καύσης, της ζύμωσης ή του πολυμερισμού, σπάνια απαντώνται. Οι πληροφορίες σχετικά με την πυρηνική δομή που χρησιμοποιήσαμε μέχρι τώρα προήλθαν από την παρατήρηση των στατικών ιδιοτήτων της βασικής κατάστασης του πυρηνικού συστήματος (μάζα, φορτίο, μαγνητική διπολική ροπή, κλπ.) καθώς και της αυθόρμητης εκπομπής σωματίων α, β και γ από ορισμένα φυσικά ραδιενεργά ισότοπα. Έτσι, η πληθώρα των πληροφοριών που διαθέτουμε σήμερα γύρω από τον πυρήνα έχουν προέλθει από τη μελέτη πυρηνικών αντιδράσεων που εκτελούνται υπό ελεγχόμενες πειραματικές συνθήκες στο εργαστήριο.

Στην πλέον συνήθη μορφή μια πυρηνική αντίδραση προκαλείται με τον βομβαρδισμό ενός ακίνητου στόχου από υλικό, το οποίο περιέχει ένα συγκεκριμένο πυρήνα που θέλουμε να μελετήσουμε, με μια δέσμη ουδετερονίων, φωτονίων ή φορτισμένων σωματίων (πρωτόνια, σωμάτια α ή βαρύτεροι πυρήνες) συγκεκριμένης κινητικής ενέργειας. Κάθε σύγκρουση που προκαλείται με τον τρόπο αυτό μπορεί να σκεδάσει απλώς το σωμάτιο της δέσμης, να το απορροφήσει ή να προκαλέσει την ανακατάταξη των νουκλεονίων που στην αρχική κατάσταση συγκροτούν το βλήμα και τον στόχο σε νέα πυρηνικά συστήματα. Επιπλέον, οι πυρήνες που εκπέμπονται από το χώρο της σύγκρουσης μπορεί να βρίσκονται στη βασική ή μια από τις διεγερμένες τους καταστάσεις. Η παρατήρηση των προϊόντων της σύγκρουσης, η κινητική ενέργεια με την οποία εκπέμπονται και η διεύθυνση εκπομπής τους ως προς την αρχική δέσμη παρέχουν πληροφορίες σχετικά με τη δομή του πυρηνικού συστήματος, το πυρηνικό δυναμικό και τελικά την αλληλεπίδραση δύο νουκλεονίων.

Τη μέθοδο αυτή καταστροφής του πυρήνα με σκοπό τη μελέτη της εσωτερικής του δομής θα μελετήσουμε στο παρόν κεφάλαιο.

9-1 Κινηματική των πυρηνικών αντιδράσεων

Σε αναλογία με τις χημικές αντιδράσεις, θα αποδώσουμε συμβολικά μια πυρηνική αντίδραση ως

$$\mathbf{a} + \mathbf{A} \to \mathbf{b} + \mathbf{B} \tag{9.1}$$

(9.2)

όπου στην αρχική κατάσταση a είναι το σωμάτιο της δέσμης με κινητική ενέργεια E_a και A ο πυρήνας στόχος, ενώ b και B αντιπροσωπεύουν μια ανακατάταξη των νουκλεονίων του συγκροτήματος (a + A). Στην περίπτωση όπου η εξ. (9.1) αντιπροσωπεύει απλή σκέδαση του σωματίου a, τα σωμάτια a και b και οι πυρήνες A και B ταυτίζονται αντίστοιχα, όπως, για παράδειγμα, κατά τη σκέδαση ουδετερονίων από πυρήνες μολύβδου στην αντίδραση

$$n + {}^{208}Pb \rightarrow n + {}^{208}Pb$$
.

Ενδεχομένως πιο πολύπλοκη εμφανίζεται η αντίδραση που προκα-

λούν σωμάτια α στο ισότοπο 23 Na του νατρίου

4
 He + 23 Na $\rightarrow {}^{1}$ H + 26 Mg. (9.3)

Η πειραματική διάταξη με την οποία μπορεί να μελετηθεί μια πυρηνική αντίδραση έχει ήδη περιγραφεί στην Παράγραφο 1-2 (βλ. σχήμα 1-1 που αναπαράγεται εδώ ως σχήμα 9-1). Γενικά περιμένουμε ότι τα παράγωγα b και B της αντίδρασης στην εξ. (9.1) θα εκπεμφθούν αντίστοιχα σε γωνίες ως προς την αρχική διεύθυνση της δέσμης (θ_{b} , φ_{b}) και (θ_{B} , φ_{B}) με κινητική ενέργεια E_{b} και E_{B} . Εκ πρώτης όψεως επομένως περιμένουμε ότι η τελική κατάσταση της πυρηνικής αντίδρασης στην εξ. (9.1) απαιτεί τη μέτρηση έξι παραμέτρων. Παρ' όλα αυτά η όλη διεργασία της αντίδρασης διέπεται από τις αρχές διατήρησης της ενέργειας και ορμής που με τον τρόπο αυτό συνδέουν την αρχική και τελική κατάσταση με τέσσερις βαθμωτές εξισώσεις. Καθ' όσον η ενέργεια και ορμή της αρχικής κατάστασης είναι γνωστές, οι εξισώσεις αυτές προσδιορίζουν τέσσερις από τις παραμέτρους θ_{b} , φ_{b} , θ_{B} , φ_{B} , E_{b} και E_{B} , με αποτέλεσμα η πειραματική μελέτη της εξ. (9.1) να απαιτεί τη μέτρηση δύο μόνων παραμέτρων. Δύο από αυτές, π.χ., οι γωνίες θ_b και φ_b προσδιορίζονται απλώς με την τοποθέτηση του ανιχνευτή σε μια συγκεκριμένη διεύθυνση ως προς την αρχική δέσμη και θεωρητικά η ανίχνευση του σωματίου b στον ανιχνευτή προσδιορίζει πλήρως την τελική κατάσταση. Παρ' όλα αυτά, στη συνήθη πρακτική, κατά τη διεξαγωγή πειραμάτων πυρηνικών αντιδράσεων, ο ανιχνευτής του σχήματος 9-1, πέρα από την καταγραφή της άφιξης ενός σωματίου μετρά και την κινητική ενέργεια του σωματίου E_b , ενώ ο υπερπροσδιοριμός της τελικής κατάστασης που επιτυγχάνεται με τον τρόπο αυτό βοηθά στην εξάλειψη τυχαίων γεγονότων που προέρχονται από πυρηνικές αντιδράσεις με άλλους πυρήνες, οι οποίοι ενδεχομένως βρίσκονται ως προσμίζεις στον στόχο. Έτσι, στον συμβολισμό που έχει καθιερωθεί

BIBAR



Σχήμα 9-1 Τυπική διάταξη πειράματος με αντικείμενο τη μελέτη πυρηνικών αντιδράσεων.

στη βιβλιογραφία της πυρηνικής φυσικής η αντίδραση της εξ. (9.1) συνήθως γράφεται στην συντετμημένη μορφή A(a,b)B, όπου a δηλώνει το σωμάτιο βλήμα, A τον πυρήνα στόχο, b το σωμάτιο που ανιχνεύεται (και του οποίου μετράται η κινητική ενέργεια) και B τον πυρήνα που δεν παρατηρείται στο πείραμα. Η αντίδραση της εξ. (9.2), για παράδειγμα, συνήθως γράφεται ως ²³ Na(a, p)²⁶ Mg. Στις Παραγράφους 9-3 και 9-4 θα έχουμε την ευκαιρία να δούμε τα εργαλεία που διαθέτουμε σήμερα στο εργαστήριο αφ' ενός για τη δημιουργία δέσμης μονοενεργειακών πυρήνων και αφ' ετέρου για την ανίχνευση φορτισμένων σωματίων, ουδετερονίων και φωτονίων. Προηγουμένως όμως είναι χρήσιμο να μελετήσουμε την κινηματική των σωματίων που συμμετέχουν σε μια πυρηνική αντίδραση.

Κατ' αρχάς, όπως και στη Χημεία, μια πυρηνική αντίδραση μπορεί να χαρακτηριστεί ως εξωθερμική ή ενδοθερμική με κριτήριο την ενέργεια που εκλύεται ή απορροφάται κατά τη διεξαγωγή της. Συγκεκριμένα, η διαθέσιμη ενέργεια για να συμβεί η αντίδραση της εξ. (9.1) προέρχεται από τη διαφορά των μαζών στην αρχική και τελική κατάσταση

$$Q = (m_a + m_A - m_b - m_B)c^2$$
 (9.4)

που μπορεί να γραφεί επίσης ως συνάρτηση του ελλείμματος μάζας [βλ. εξ. (2.10)] των τεσσάρων πυρήνων που συμμετέχουν στην αντίδραση ως

$$Q = \Delta_a + \Delta_A - \Delta_b - \Delta_B. \tag{9.5}$$

Για άγνωστο λόγο, από τα πρώτα χρόνια της πυρηνικής φυσικής, η διαθέσιμη ενέργεια σε μια πυρηνική αντίδραση συμβολίζεται πάντα με το λατινικό γράμμα Q και συνήθως αναφέρεται ως η **τιμή** Q της αντίδρασης. Σε αναλογία με τις χημικές αντιδράσεις, εξωθερμικές πυρηνικές αντιδράσεις (Q > 0) μπορούν να συμβούν αυτόματα, θεωρητικά ακόμη και με μηδενική κινητική ενέργεια του βλήματος. Αντίθετα, για τη διεξαγωγή ενδοθερμικών αντιδράσεων (Q < 0) απαιτείται ενέργεια υπό μορφή κινητικής ενέργειας το βλήματος.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, η κινηματική της πυρηνικής αντίδρασης στην εξ. (9.1) διέπεται, μεταξύ άλλων, από τις αρχές διατήρησης ενέργειας και ορμής. Κατ' αρχάς, από την διατήρηση της ορμής είναι αμέσως φανερό ότι οι διευθύνσεις των δύο σωματίων b και B που εκπέμπονται στην τελική κατάσταση και η διεύθυνση της αρχικής δέσμης θα βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο. Σε ένα σύστημα σφαιρικών πολικών συντεταγμένων με τον άξονα Z κατά τη διεύθυνση της δέσμης μπορούμε επομένως, χωρίς να χάσουμε τίποτε από τη γενικότητα, να θεωρήσουμε ότι οι αζιμουθικές γωνίες των σωματίων b και B έχουν τις τιμές $φ_b = 0$ και $φ_B = π$. Η γεωμετρία της πυρηνικής αντίδρασης δίνεται στο σχήμα 9-2.

Αν ως E_k και \mathbf{p}_k συμβολίσουμε αντίστοιχα την κινητική ενέργεια και ορμή των σωματίων που συμμετέχουν στην αντίδραση του σχήματος 9-2, η διατήρηση ενέργειας προβλέπει





Σχήμα 9-2 Διατήρηση ορμής και ενέργειας σε πυρηνικές αντιδράσεις.

$$E_a + Q = E_b + E_B \tag{9.6}$$

ενώ από τη διατήρηση της ορμής

$$\mathbf{p}_{\mathbf{a}} = \mathbf{p}_{\mathbf{b}} + \mathbf{p}_{\mathbf{B}} \tag{9.7}$$

που μπορεί να διαχωριστεί σε δύο βαθμωτές εξισώσεις

$$p_a = p_b \cos\theta_b + p_B \cos\theta_B \tag{9.8a}$$

$$0 = p_b \sin \theta_b - p_B \sin \theta_B. \qquad (9.8\beta)$$

Στη μη σχετικιστική περιοχή ενεργειών, που συνήθως διέπει τις πυρηνικές αντιδράσεις, η ορμή και ενέργεια των σωματίων της εξ. (9.1) συνδέονται με τη σχέση $p_k = \sqrt{2m_k E_k}$ που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στις εξ. (9.6) και (9.8) για να απαλειφθούν οι ποσότητες $E_{\rm B}$ και $\theta_{\rm B}$ που όπως αναφέρθηκε συνήθως δεν παρατηρούνται σε ένα τυπικό πείραμα πυρηνικής αντίδρασης. Με τον τρόπο αυτό, είναι εύκολο να δείζουμε ότι η τιμή Q της αντίδρασης μπορεί να γραφεί ως

$$Q = E_b \left(1 + \frac{m_b}{m_B} \right) - E_a \left(1 - \frac{m_a}{m_B} \right) - \frac{2\sqrt{m_a m_b E_a E_b}}{m_B} \cos \theta_b .$$
(9.9)

Από την τελευταία σχέση, σε μια πυρηνική αντίδραση όπου παρατηρείται το σωμάτιο b σε γωνία θ_b μπορεί τώρα να υπολογιστεί η αναμενόμενη κινητική του ενέργεια E_b . Στη συνέχεια, από την εξ. (9.6), μπορεί να υπολογιστεί η κινητική ενέργεια E_B του σωματίου που διαφεύγει την παρατήρηση.

9-2 Ενεργός διατομή

Ένα χαρακτηριστικό μέγεθος που κατά κύριο λόγο ενδιαφέρει σε σχέση με μια πυρηνική αντίδραση A(a,b)B είναι η πιθανότητα ώστε αυτή να συμβεί υπό ορισμένες πειραματικές συνθήκες. Ας θεωρήσουμε την τυπική πειραματική διάταξη του σχήματος 9-1 όπου μια δέσμη σωματίων a με ταχύτητα v και διατομή S προσκρούει σε ένα σταθερό στόχο με σχήμα ορθογώνιου παραλληλεπιπέδου, ο οποίος περιέχει τους πυρήνες A. Av οι πυρήνες A θεωρηθεί ότι έχουν σφαιρικό σχήμα με ακτίνα R και ότι το μέγεθος των σωματίων a είναι αμελητέο, τότε κάθε πυρήνας παρεμβάλει στη δέσμη μια επιφάνεια εμβαδού

$$\sigma = \pi R^2 \tag{9.10}$$

BIBAN

που μπορεί να ανακόψει την πορεία των σωματίων a. Έτσι, αν, όπως φαίνεται στο σχήμα 9-3, ο στόχος, στην επιφάνεια S, περιέχει N_T πυρήνες και το πάχος του t είναι σχετικά μικρό ώστε οι πυρήνες A

να μην επισκιάζουν ο ένας τον άλλον, η ολική επιφάνεια που μπορεί να ανακόψει τη δέσμη είναι ίση με Ν₇σ. Η πιθανότητα επομένως ώστε ένα σωμάτιο a να προσκρούσει σε κάποιον πυρήνα Α είναι Ν₇σ/S. Η ποσότητα Ν₇σ/S μπορεί να γραφεί ως

$$\frac{N_{T}\sigma}{S} = \frac{N_{T}t\sigma}{V} = Nt\sigma = N_{A}\sigma$$
(9.11)

όπου V = Stείναι ο όγκος του στόχου, N η πυκνότητα των πυρήνων Α στο υλικό του στόχου και N_A η επιφανειακή πυκνότητα των πυρήνων Α στο στόχο (π.χ. σωμάτια cm⁻²). Τέλος, αν η δέσμη περιέχει *n* σωμάτια ανά μονάδα όγκου, τα σωμάτια α που θα διαπεράσουν το στόχο ανά μονάδα επιφανείας και ανά μονάδα χρόνου (π.χ. σωμάτια cm⁻² s⁻¹) θα είναι ίσα με $n_a = nv$. Η ολική επομένως πιθανότητα ώστε ένα σωμάτιο της δέσμης να συγκρουστεί με ένα πυρήνα του στόχου θα δίνεται από τη σχέση

συγκρούσεις ανά μονάδα επιφανείας, ανά μονάδα χρόνου = $nNvt\sigma$ (9.12)

που μπορεί να αναστραφεί και να χρησιμοποιηθεί για τον ορισμό του μεγέθους σως

$$\sigma = \frac{\sigma v γ κρούσεις ανά μονάδα επιφανείας, ανά μονάδα χρόνου
 nNvt
 =

$$\frac{\sigma v γ κρούσεις ανά μονάδα επιφανείας, ανά μονάδα χρόνου
 na NA
 =

$$\frac{\sigma v γ κρούσεις ανά μονάδα επιφανείας}{n_l N_A}$$$$$$

(9.13)

όπου στην τελευταία σχέση η, είναι ο αριθμός των σωματίων a που



Σχήμα 9-3 Η γεωμετρική ενεργός διατομή ποιν παρεμβάλει στη δέσμη σωματίων λεπτός στόχος.

διαπερνούν το στόχο στη μονάδα του χρόνου. Θα αναφερθούμε στην ποσότητα σ που ορίζεται στην εξ. (9.13) με τον όρο ενεργός διατομή της αντίδρασης A(a,b)B.

Παρατηρείται ότι ο όρος ενεργός διατομή είναι επιτυχής καθ' όσον, με απλή ανάλυση διαστάσεων, είναι εύκολο να αναγνωριστεί ότι η ποσότητα σ έχει τις διαστάσεις επιφανείας – αν και εξαιρετικά μικρής σε έκταση, όπως υπολογίζεται σε πρώτη εκτίμηση στην Άσκηση 9-7. Παρατηρείται ακόμη ότι η ποσότητα nv στον παρονομαστή της εξ. (9.13) είναι ο αριθμός των σωματίων της δέσμης που διαπερνούν το στόχο ανά μονάδα επιφανείας, ανά μονάδα χρόνου. Την ποσότητα αυτή, σε αναλογία με άλλους τομείς της φυσικής, θα ονομάσουμε **ροή των σωματίων**. Έτσι, κατά τον ορισμό της εξ. (9.13), η ενεργός διατομή αντιπροσωπεύει το πλήθος των συγκρούσεων ανά μονάδα χρόνου για μοναδιαία ροή σωματίων και μοναδιαία πυρηνική πυκνότητα. Ο ορισμός της εξ. (9.13) μπορεί να γενικευτεί ώστε να συμπεριλάβει οποιαδήποτε μορφή πυρηνικής αντίδρασης ή αλληλεπίδρασης μεταξύ σωματίων και πυρήνων. Μερικές από τις αλληλεπιδράσεις που μπορούμε να διακρίνουμε είναι:

- Ελαστική σκέδαση νουκλεονίων ή πυρήνων από άλλα νουκλεόνια ή πυρήνες. Κατά τη διεργασία αυτή a = b και A = B, ενώ οι πυρήνες που συμμετέχουν στην αντίδραση παραμένουν στη βασική τους κατάσταση. Το μόνο που αλλάζει κατά την ελαστική σκέδαση είναι η κινητική ενέργεια και διεύθυνση του σωματίου a, έτσι ώστε η αντίδραση να έχει τη γενική μορφή A(a,a)A. Παραδείγματα ελαστικής σκέδασης αποτελούν οι αντιδράσεις ²⁰⁸Pb(n,n)²⁰⁸Pb ή ⁶⁰Ni(¹⁶O,¹⁶O)⁶⁰Ni.
- 2. Μη ελαστική σκέδαση, η οποία έχει επίσης τη μορφή A(a,a)A^{*} με τη διαφορά ότι το βλήμα μεταφέρει ενέργεια στον πυρήνα στόχο A, έτσι ώστε να εκπεμφθεί σε κάποια από τις διεγερμένες του καταστάσεις¹ A^{*}. Η κινηματική της αντίδρασης είναι όμοια με την κινηματική της ελαστικής σκέδασης, με μόνη διαφορά ότι η τιμή Q είναι τώρα ίση με E^{*}, όπου E^{*} είναι η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα A. Η μη ελαστική σκέδαση μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε μέσω πυρηνικής αλληλεπίδρασης ή με μεταφορά ε-νέργειας μέσω του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου των πυρηνικών συστημάτων a και A. Εναλλακτικά μπορούμε να δούμε τη διεργασία αντίστοιχα ως ανταλλαγή μεσονίων, που αποτελούν τους

¹ Στην βιβλιογραφία έχει επικρατήσει ο εναλλακτικός συμβολισμός αντιδράσεων μη ελαστικής σκέδασης είτε ως A(a,a)A^{*} όπου A^{*} συμβολίζει τον πυρήνα A σε κάποια διεγερμένη του κατάσταση ή ως A(a,a'), όπου ο παραλειπόμενος βαρύς πυρήνας υπονοείται πάλι σε κάποια διεγερμένη του κατάσταση. Για παράδειγμα, θα συμβολίσουμε τη μη ελαστική σκέδαση πρωτονίων από ισότοπα του νικελίου είτε ως ⁶⁰Ni(p,p)⁶⁰Ni^{*} ή ως ⁶⁰Ni(p,p').

φορείς της ισχυρής αλληλεπίδρασης, ή φωτονίων. Στη δεύτερη περίπτωση η μη ελαστική σκέδαση έχει καθιερωθεί με τον όρο διέγερση Coulomb.

- 3. Κατά τη διέλευση του σωματίου a από τη γειτονία του πυρήνα Α, ένα ή δύο νουκλεόνια του βλήματος είναι δυνατόν να αλληλεπιδράσουν με ένα ή δύο νουκλεόνια του στόχου, αφήνοντας τα λοιπά νουκλεόνια του πυρηνικού συστήματος ανεπηρέαστα. Αν, για παράδειγμα, το σωμάτιο a είναι δευτέριο (που θα συμβολίσουμε ως ²H ή, χάριν συντομίας, ως d), το ουδετερόνιο του βλήματος, που δεν συναντά φράγμα δυναμικού λόγω αλληλεπίδρασης Coulomb μπορεί να εισχωρήσει στον πυρήνα Α, εγκαταλείποντας το πρωτόνιο να συνεγίσει μόνο την πορεία του. Αντιδράσεις της μορφής αυτής αναφέρονται συνήθως ως αντιδράσεις απογύμνωσης, ενώ για την αντίστροφη διαδικασία, κατά την οποία το βλήμα συλλαμβάνει και απομακρύνει ένα ή δύο νουκλεόνια του πυρήνα Α, έχει καθιερωθεί στη βιβλιογραφία η ονομασία αντιδράσεις υφαρπαγής. Έτσι, οι αντιδράσεις ${}^{90}Zr(d,p)^{91}Zr$ $\dot{\eta}^{208}$ Pb(¹⁷O,¹⁶O)²⁰⁹Pb είναι αντιδράσεις απογύμνωσης, ενώ η αντίδραση ²⁴Mg(p,d)²³Mg αναφέρεται ως αντίδραση υφαρπαγής.
- 4. Ένα κοινό χαρακτηριστικό όλων των προηγούμενων μηχανισμών αντιδράσεων είναι ότι στην διεργασία συμμετέχει ένας μικρός αριθμός νουκλεονίων ή το βλήμα αλληλεπιδρά με το μέσο δυναμικό (πυρηνικό ή Coulomb) του πυρήνα στόχου. Η όλη διεργασία συντελείται σε σχετικά μικρό χρόνο – σε χρόνο της τάξης των 10⁻²² s – όσο ουσιαστικά απαιτείται για τη διέλευση του σωματίου a από τη γειτονία του πυρήνα Α (βλ. Άσκηση 9-8). Θα αναφερθούμε συλλογικά σε όλες τις πυρηνικές αντιδράσεις που διεκπεραιώνονται μέσα στα χρονικά αυτά όρια με τη γενική ονομασία άμεσες αντιδράσεις. Μπορούμε όμως να θεωρήσουμε και

BIBAN

ένα διαφορετικό σενάριο σχετικά με την όλη διεργασία της αντίδρασης Α(a,b) Β που συμπεριλαμβάνει δύο διακριτά βήματα. Είναι δυνατόν, σε ένα πρώτο βήμα, το σωμάτιο a να απορροφηθεί από τον πυρήνα Α, διαμορφώνοντας προσωρινά ένα σύνθετο πυρηνικό σύστημα C με ατομικό και μαζικό αριθμό αντίστοιγα ίσο προς το άθροισμα των ατομικών και μαζικών αριθμών του βλήματος και του πυρήνα στόχου. Στη συνέχεια, ο πυρήνας C^* που, όπως δείχνει ο συμβολισμός, σχηματίζεται σε κάποια διεγερμένη ενεργειακή του κατάσταση, μπορεί να αποδιεγερθεί με εκπομπή ενός σωματίου b, με μηχανισμό ανάλογο προς αυτόν της εκπομπής σωματίου α που μελετήσαμε στο Κεφάλαιο 4. Οι ταχύτεροι όμως χρόνοι διαφυγής ενός σωματίου από τον πυρήνα που απαντήσαμε στο Κεφάλαιο 4 είναι τάξεις μεγέθους μεγαλύτεροι από το χρόνο διάρκειας των άμεσων αντιδράσεων. Ένα πρώτο συμπέρασμα επομένως είναι ότι στις αντιδράσεις σύνθετου πυρήνα, στον σχετικά μεγάλο χρόνο που διαρκεί η διεργασία της αλληλεπίδρασης, τα νουκλεόνια ανακατατάσσονται δραστικά, χάνουν κάθε μνήμη σχετικά με την προέλευσή τους και τα δύο βήματα της αντίδρασης συντελούνται ουσιαστικά ανεξάρτητα. Οι δύο μηχανισμοί αντιδράσεων, καθώς και οι πληροφορίες που μπορούμε να αντλήσουμε από τα αντίστοιχα πειράματα γύρω από την πυρηνική δομή, θα μας απασχολήσουν εκτενέστερα στη συνέχεια του κεφαλαίου.

Ο ορισμός της εξ. (9.13) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον ορισμό επιμέρους ενεργών διατομών για καθένα από τους προηγούμενους ή άλλους μηχανισμούς πυρηνικών αντιδράσεων. Έτσι, θα συμβολίσουμε ως σ_e , σ_{in} , σ_{CM} , κλπ. την ενεργό διατομή αντίστοιχα για αντιδράσεις ελαστικής σκέδασης, μη ελαστικής σκέδασης, σύνθετου πυρήνα, κλπ. Η **ολική ενεργό**ς διατομή σ_T , που αντιπροσωπεύει την πιθανότητα αλληλεπίδρασης του συστήματος a+A μέσω οιουδήποτε μηχανισμού, δίνεται προφανώς από το άθροισμα των επιμέρους ενεργών διατομών

$$\sigma_T = \sum_k \sigma_k . \tag{9.14}$$

Μια πρώτη εκτίμηση του μεγέθους των ενεργών διατομών που απαντώνται στις πυρηνικές αντιδράσεις παρέχεται από την γεωμετρική έκφραση της εξ. (9.10). Όπως προκύπτει από την Άσκηση 9-7, το εμβαδόν που αντιπροσωπεύει η εξ. (9.10) είναι της τάξης των 10^{-28} m², που οδηγεί στην υιοθέτηση της μονάδας² barn (= 10^{-28} m²) για τη μέτρηση ενεργών διατομών.

Όπως ήδη παρατηρήθηκε, η ενεργός διατομή μιας συγκεκριμένης πυρηνικής αντίδρασης A(a,b)B αναφέρεται στον ολικό αριθμό των σωματίων b που εκπέμπονται από τον στόχο προς οποιαδήποτε διεύθυνση. Σε αντιδιαστολή παρατηρείται ότι η πειραματική διάταξη του σχήματος 9-1 μετρά μόνο σωμάτια που εκπέμπονται προς μια επιλεγμένη γωνία θ_b μέσα στα όρια της στερεάς γωνίας $\Delta\Omega$ που ορίζει ο ανιχνευτής της διάταξης. Η αντίστοιχη ποσότητα απαντάται με την ονομασία διαφορική ενεργός διατομή και συνήθως συμβολίζεται ως $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$, υποδηλώνοντας έτσι την εξάρτησή της από τη γωνία εκπομπής του σωματίου b. Η σύνδεσή της με την ενεργό διατομή της αντίδρασης δίνεται από τη σχέση

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \tag{9.15}$$

² Η ονομασία της μονάδας έχει επιλεγεί με κάποια διάθεση χιούμορ, καθ' όσον στην αγγλική γλώσσα η λέξη barn σημαίνει χώρος, συνήθως μεγάλης έκτασης, όπου σταβλίζονται ζώα.



όπου η ολοκλήρωση εκτείνεται σε όλη τη στερεά γωνία 4π. Καθ' όσον η στερεά γωνία μετράται σε στερεακτίνια (sr), μονάδα μέτρησης της διαφορικής ενεργού διατομής είναι το barn sr⁻¹.

9-3 Επιτάχυνση φορτισμένων σωματίων

Η δέσμη φορτισμένων σωματίων που απαιτείται κατά την πειραματική μελέτη πυρηνικών αντιδράσεων δημιουργείται πάντα από μια εργαστηριακή διάταξη που επιταχύνει τα σωμάτια μέγρις ότου αποκτήσουν μια προεπιλεγμένη κινητική ενέργεια και στη συνέγεια τα κατευθύνει στο στόχο του σχήματος 9-1. Τέτοιες διατάξεις έχουν καθιερωθεί με τη γενική ονομασία επιταγυντές. Σε κάθε μορφή επιταχυντή η δημιουργία ενεργητικών σωματίων πραγματοποιείται με εκμετάλλευση του ηλεκτρικού φορτίου που φέρει ο πυρήνας. Ιόντα του πυρήνα που πρόκειται να επιταχυνθούν δημιουργούνται σε μια πηγή ιόντων με την αφαίρεση ή προσθήκη ηλεκτρονίων στο αντίστοιγο ουδέτερο άτομο. Στη συνέγεια το ιόν διογετεύεται σε ένα χώρο που χαρακτηρίζεται από ηλεκτρικό πεδίο Ε και ενδεχομένως από μαγνητικό πεδίο Β. Η επιτάχυνση του φορτισμένου σωματίου οφείλεται στη δύναμη qE που ασκεί το ηλεκτρικό πεδίο, ενώ η διεύθυνσή του μπορεί να μεταβληθεί από τον δεύτερο όρο της δύναμης Lorentz $q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$. Ανάλογα με τον τρόπο εφαρμογής του ηλεκτρικού πεδίου τα διάφορα συστήματα επιταχυντών που χρησιμοποιούνται σήμερα είναι δυνατόν να διακριθούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες.

- Ηλεκτροστατικοί επιταχυντές, όπου ένα σταθερό ηλεκτρικό πεδίο ή ισοδύναμα μια σταθερή διαφορά δυναμικού V προσδίδει στα ιόντα κινητική ενέργεια qV.
- 2. Γραμμικοί επιταχυντές, όπου εναλλασσόμενο δυναμικό δημιουργεί ενεργητικά ιόντα μετά από ένα μεγάλο αριθμό μικρών


Σχήμα 9-4 Επιτάχυνση θετικού ιόντος σε πυκνωτή με επίπεδους οπλισμούς.

επιταχύνσεων.

 Κυκλοτρόνια, στα οποία, πέρα από το εναλλασσόμενο δυναμικό, ένα εγκάρσιο μαγνητικό πεδίο υποχρεώνει τα σωμάτια σε κίνηση κατά κυκλική τροχιά.

Την απλούστερη μορφή ηλεκτροστατικού επιταχυντή αποτελεί ο πυκνωτής με επίπεδους οπλισμούς που δίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 9-4. Ιόντα με θετικό φορτίο q που διοχετεύονται στο χώρο μεταξύ των δύο οπλισμών από τη μικρή οπή του θετικού οπλισμού, επιταχύνονται προς τον αρνητικό οπλισμό από τη δύναμη $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$. Με τον τρόπο αυτό από την αντίστοιχη οπή του αρνητικού οπλισμού εξέρχεται μια δέσμη ιόντων με κινητική ενέργεια qV, όπου Vείναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών.

Η διάταξη του σχήματος 9-4 έχει περιορισμένες δυνατότητες στα πλαίσια των απαιτήσεων της πυρηνικής φυσικής. Με τις σημερινές τεχνολογικές δυνατότητες, το μέγιστο ηλεκτρικό πεδίο που μπορεί

BIBAR



(β)

Σχήμα 9-5 (α) Επιταχυντικός σωλήνας ηλεκτροστατικού επιταχυντή. (β) Σύγχρονη μορφή τμήματος επιταχυντικού σωλήνα με 20 ηλεκτρόδια. Οι μονωτικοί δακτύλιοι μεταξύ ηλεκτροδίων είναι κατασκευασμένοι από κεραμικό υλικό [National Electrostatics Corporation].

να διατηρηθεί σε ένα πυκνωτή χωρίς να αναπτυχθεί σπινθήρας μεταξύ των οπλισμών του δεν ξεπερνά τα 25 kV/cm. Έτσι, η ενέργεια των ιόντων της δέσμης που δημιουργεί η διάταξη του σχήματος 9-4 δεν ξεπερνά στην πράξη τις μερικές δεκάδες keV – ενώ η διέγερση του πυρηνικού συστήματος απαιτεί ενέργειες της τάξης των μερικών MeV. Οι δυνατότητες όμως του επιταχυντικού συστήματος μπορούν να επεκταθούν με επανάληψη της βασικής διάταξης σε μια συστοιχία που αποτελείται εναλλάξ από ηλεκτρόδια (σε μορφή μεταλλικών δίσκων) και δακτυλίους από μονωτικό υλικό. Ο επιταχυντικός σωλήνας που δημιουργείται με τον τρόπο αυτό και αποτελεί την καρδιά κάθε ηλεκτροστατικού επιταχυντή περιγράφεται στο σχήμα 9-5. Ένα τροφοδοτικό συνεχούς ρεύματος δημιουργεί στο αριστερό άκρο του επιταχυντικού σωλήνα, από το οποίο εισέρχονται τα θετικά ιόντα, θετικό δυναμικό V σε σχέση με το δεξιό άκρο που διατηρείται στο δυναμικό της γης. Μια σειρά από όμοιες αντιστάσεις R που συνδέουν διαδοχικά ηλεκτρόδια εξασφαλίζει ομοιόμορφη πτώση δυναμικού IR σε κάθε στάδιο της διάταξης. Σύγχρονοι ηλεκτροστατικοί επιταχυντές χρησιμοποιούν επιταχυντικούς σωλήνες με 100 ή περισσότερα ηλεκτρόδια και δυνατότητα διατήρησης διαφοράς δυναμικού της τάξης των 5 MV.

Οι διάφοροι τύποι ηλεκτροστατικών επιταχυντών διαφέρουν ως προς τον τρόπο ανάπτυξης της υψηλής διαφοράς δυναμικού στα άκρα του επιταγυντικού σωλήνα. Οι πλέον διαδεδομένοι τύποι γεννητριών υψηλής τάσης που χρησιμοποιούνται σε ηλεκτροστατικούς επιταχυντές είναι γνωστοί με τα ονόματα των αντίστοιχων εφευρετών τους ως γεννήτρια Cockroft-Walton και γεννήτρια Van de Graaff. Κατά την πρώτη μέθοδο η υψηλή τάση επιτυγγάνεται μέσω μιας συστοιχίας κυκλωμάτων δίοδης λυχνίας, πυκνωτή και αντίστασης που τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση ραδιοφωνικής συχνότητας και σε κάθε στάδιο διπλασιάζει την τιμή του δυναμικού. Το σημαντικότερο πλεονέκτημα επιταχυντών που στηρίζονται στη συστοιχία Cockroft-Walton είναι η υψηλή ροή σωματίων που μπορούν να παραγάγουν. Το ισοδύναμο ρεύμα δέσμης μπορεί να φτάσει για πρωτόνια μέχρι 2 mA και συνήθως περιορίζεται περισσότερο από τις δυνατότητες της πηγής ιόντων παρά από τον ίδιο τον επιταχυντή. Το ανώτατο όριο δυναμικού όμως που μπορεί να επιτευχθεί δεν ξεπερνά στην πράξη τα 4 - 5 MV. Έτσι, αν και κατά τα πρώτα βήματα της πυρηνικής φυσικής επιταχυντές τύπου Cockroft-Walton συνέβαλαν σημαντικά στη συλλογή πυρηνικών δεδομένων, η χρήση τους σήμερα έχει περιοριστεί σε βιομηχανικές και ιατρικές

BIBAR



(α)



Σχήμα 9-6 (α) Η γεννήτρια Van de Graaff. (β)Μια από τις πρώτες γεννήτριες Van de Graaff (περί το 1935) στο Ινστιτούτο Carnegie των ΗΠΑ [R.R. Wilson, Physics Today **34**, No. 11 (1981) 86].



Σχήμα 9-7 Διάγραμμα τυπικού επιταχυντή Van de Graaff σε κατακόρυφη διάταξη. Η πηγή ιόντων βρίσκεται στο εσωτερικό του ηλεκτροδίου υψηλής τάσης στην κορυφή της διάταξης. ενώ η τελική δέσμη διοχετεύεται στο χώρο του πειράματος με αλλαγή διεύθυνσης κατά 90° με τη βοήθεια μαγνητικού πεδίου [J.B.A. England, Techniques in Nuclear Structure Physics, The Macmillan Press, Ltd., London, 1974].

εφαρμογές (βλ. Κεφάλαιο 11). Περισσότερο επιτυχής στην ανάπτυξη υψηλών τάσεων έχει αποδειχτεί η γεννήτρια Van de Graaff που παρατίθεται διαγραμματικά στο σχήμα 9-6(α). Η γεννήτρια Van de Graaff επιτυγχάνει την ανάπτυξη υψηλής τάσης με τη μηχανική μεταφορά ηλεκτρικού φορτίου πάνω σε ένα ατέρμονα ιμάντα μεταξύ δύο περιστρεφόμενων κυλίνδρων. Το φορτίο διοχετεύεται στην

BIBAIOO

εξωτερική επιφάνεια του ιμάντα από μια διάταξη ακίδων στο κάτω μέρος της διάταξης και απάγεται προς το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης από ένα δεύτερο συγκρότημα ακίδων στο άνω μέρος. Αν Q είναι το ολικό φορτίο που συσσωρεύεται στο ηλεκτρόδιο, η διάταξη δημιουργεί διαφορά δυναμικού V = Q/C, όπου C είναι η χωρητική σύνδεση του ηλεκτροδίου υψηλής τάσης ως προς τη γη. Όπως σε κάθε ηλεκτροστατικό επιταχυντή, το δυναμικό αυτό μπορεί να διαμοιραστεί ομοιόμορφα στα ηλεκτρόδια του επιταχυντικού σωλήνα με μια συστοιχία μεγάλων αντιστάσεων σε σειρά. Η τυπική μορφή ενός επιταχυντή Van de Graaff περιέχεται στο σχήμα 9-7. Όπως φαίνεται στο σχήμα, η όλη διάταξη περιβάλλεται από μια αεροστεγή δεξαμενή, η οποία περιέχει μονωτικό αέριο σε υψηλή πίεση, με σκοπό την αποφυγή ηλεκτρικών εκκενώσεων από το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης προς το πλησιέστερο αντικείμενο που βρίσκεται στο δυναμικό της γης.

Η κινητική ενέργεια των σωματίων που παράγει ένας ηλεκτροστατικός επιταχυντής είναι ίση με neV, όπου n είναι ο αριθμός των ηλεκτρονίων που έχουν αφαιρεθεί από το αντίστοιχο ουδέτερο άτομο στην πηγή ιόντων. Έτσι, ένας ηλεκτροστατικός επιταχυντής μπορεί, με την ανάπτυξη μιας δεδομένης τάσης V, να παραγάγει δέσμη πρωτονίων με κινητική ενέργεια V (σε μονάδες MeV), διπλά ιονισμένα σωμάτια α με ενέργεια 2V ή τριπλά ιονισμένα ιόντα ⁷Li με ενέργεια 3V. Σύγχρονες πηγές ιόντων έχουν τη δυνατότητα να τροφοδοτήσουν τον επιταχυντή με πολλαπλά ιονισμένα ιόντα ενός ευρέως φάσματος ισοτόπων. Μια δυσκολία που απαντάται όμως στην πράξη είναι αμέσως εμφανής στο σχήμα 9-7. Καθ' όσον η πηγή ιόντων λειτουργεί στο δυναμικό του ηλεκτροδίου υψηλής τάσης, ρυθμίσεις της από το περιβάλλον του εργαστηρίου είναι εξαιρετικά δύσκολες (προφανώς δεν είναι δυνατόν να συνδεθεί μέσω καλωδίων με συσκευές του εργαστηρίου, οι οποίες βρίσκονται στο δυναμικό της γης). Η δυσκολία αυτή ξεπερνιέται, ενώ ταυτόχρονα πολλαπλασιάζει την ενέργεια των σωματίων της δέσμης που παράγει ο επιταχυντής με την όντως ευφυή διάταξη του σχήματος 9-8(α). Ο επιταγυντής tandem³ συγκροτείται ουσιαστικά από δύο απλούς ηλεκτροστατικούς επιταχυντές σε σειρά. Όπως φαίνεται στο διάγραμμα του σχήματος, τα δύο άκρα του επιταχυντικού συστήματος διατηρούνται στο δυναμικό της γης, ενώ θετική υψηλή τάση αναπτύσσεται στο κέντρο της διάταξης όπου συναντώνται οι δύο επιταχυντικοί σωλήνες. Η πηγή ιόντων βρίσκεται επίσης στο δυναμικό της γης ουσιαστικά έξω από τον κυρίως επιταχυντή - και στην περίπτωση αυτή παράγει αρνητικά ιόντα με την προσθήκη ενός ηλεκτρονίου στο αντίστοιχο ουδέτερο άτομο. Τα αρνητικά ιόντα διοχετεύονται στον πρώτο επιταχυντικό σωλήνα και επιταχύνονται σε ενέργεια eV μέχρι το ηλεκτρόδιο υψηλής τάσης. Στην περιοχή του ηλεκτροδίου υψηλής τάσης εξαναγκάζονται να διασχίσουν κάποιο λεπτό υλικό σε αέρια ή στερεά μορφή. Τούτο έχει ως αποτέλεσμα να αποβάλουν το περίσσιο ηλεκτρόνιο που τα καθιστούσε αρνητικά ιόντα και επιπλέον να απογυμνωθούν από ένα πλήθος η ηλεκτρονίων. Στη συνέγεια, ως θετικά πλέον ιόντα με φορτίο ne μπορούν να επιταχυνθούν μέχρι το δυναμικό της γης, αποκτώντας έτσι ολική κινητική ενέργεια eV + neV.

Ο επιταχυντής tandem αποτέλεσε αναμφισβήτητα κατά την τελευταία τριακονταετία το σημαντικότερο εργαλείο στην πειραματική διερεύνηση της πυρηνικής δομής. Ο διπλασιασμός της διαθέσιμης ενέργειας πρωτονίων και ο τριπλασιασμός της ενέργειας σωματίων α που επιτυγχάνεται με τη διπλή χρήση του δυναμικού, επέτρεψε τη μελέτη ακόμη υψηλότερων ενεργειακών καταστάσεων του πυρηνικού συστήματος. Παράλληλα έδωσε τη δυνατότητα για μελέτη ισχυρά ενδοθερμικών πυρηνικών αντιδράσεων και την παραγωγή

³ Η ονομασία προέρχεται από τη λατινική λέξη tandem που σημαίνει σε σειρά ή σε αλληλουχία.





280



(β)

Σχήμα 9-8 (α) Διάγραμμα ηλεκτροστατικού επιταχυντή tandem σε κατακόρυφη διάταξη [National Electrostatics Corporation]. (β) Άποψη του Εργαστηρίου Πυρηνικής Φυσικής στο Daresbury της Αγγλίας. Ο επιταχιντής tandem βρίσκεται στον πύργο του κτιρίου. ενώ ο κυκλικός χώρος στην κορυφή του πύργου στεγάζει την πηγή ιόντων και την αίθουσα ελέγχου. Ο ημικυκλικός χώρος στο αριστερό μέρος του κτιρίου περιέχει τα πειραματικά εργαστήρια όπου διοχετεύεται η δέσμη μέσω του μαγνήτη ανάλυσης 90°.



(β)

- Ζχήμα 9-9 Η ιστορία της πειραματικής Πυρηνικής Φυσικής στην Ελλάδα σε νύο φωτογραφίες. (α) Ο επιταχυντής Van de Graaff «ΓΚΟΛΦΩ» του «Δημορίτου» μέγιστου δυναμικού 450 kV. που χρησιμοποιήθηκε κατά τη δεκαετία ου 1960 από την τότε μικρή ομάδα πυρηνικών φυσικών στη μελέτη εξωθεριικών πυρηνικών αντιδράσεων. (β) Ο σήμερα εν λειτουργία επιταχυντής andem T11/25 στο Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. «Δημόκριτος».

en Seres 2000 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 Seres 200 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 - 100 εξωτικών ισοτόπων σε μια μεγάλη έκταση του περιοδικού συστήματος γύρω από την κοιλάδα της σταθερότητατας. Η σημαντικότερη όμως συμβολή του επιταχυντή tandem υπήρξε η για πρώτη φορά δυνατότητα μελέτης πυρηνικών αντιδράσεων με βαρέα ιόντα. Ο πολλαπλασιασμός της ενέργειας που επιτυγχάνεται στο δεύτερο στάδιο της επιτάχυνσης με απογύμνωση βαρέων ατόμων από μεγάλο αριθμό ηλεκτρονίων οδηγεί σε ολική κινητική ενέργεια αρκετά υψηλότερη από το φράγμα Coulomb και επιτρέπει τη διερεύνηση του πυρήνα με βλήματα όπως C, O, S, Cl ή Mg μέσω πυρηνικών αντιδράσεων που κατά κάποιο τρόπο θυμίζουν χημεία.

Σήμερα, στα τέλη του 20ου αιώνα, βρίσκονται εγκατεστημένοι αρκετοί επιταχυντές tandem στην Ευρώπη, τις ΗΠΑ και την Ιαπωνία με δυνατότητες δυναμικού μέχρι και 30 MV. Στην Ελλάδα, από τις αρχές της δεκαετίας του 1970, λειτουργεί ο επιταχυντής tandem T11/25 του Εθνικού Κέντρου Έρευνας Φυσικών Επιστημών «Δημόκριτος» με δυνατότητες μέγιστου δυναμικού 5.5 MV. Οι επιταχυντές του «Δημοκρίτου», που κατά τις τελευταίες δεκαετίες έχουν παράγει σημαντικό ερευνητικό έργο στην πυρηνική φυσική, περιέχονται στις φωτογραφίες του σχήματος 9-9.

Ηλεκτροστατικοί επιταχυντές προσδίδουν κινητική ενέργεια στο φορτισμένο σωμάτιο σε μια και μόνη διέλευσή του από την όλη διάταξη. Αρκετά υψηλότερες ενέργειες φορτισμένων σωματίων μπορούν να επιτευχθούν με επιταχυντές που επιτυγχάνουν την τελική ενέργεια με μικρές επαναλαμβανόμενες επιταχύνσεις μέσω εναλλασσόμενης τάσης υψηλής συχνότητας. Οι επιταχυντές αυτοί περιλαμβάνουν γραμμικούς επιταχυντές, κυκλοτρόνια, βητατρόνια, μικροτρόνια και συγχροτρόνια σε διάφορες παραλλαγές. Στο κεφάλαιο αυτό θα περιγράψουμε με συντομία μόνο την αρχή λειτουργίας του κυκλοτρονίου που για πρώτη φορά προτάθηκε πριν από 70 χρόνια από τον αμερικανό φυσικό Ε.Ο. Lawrence και τους συνεργάτες του με τη βασική μορφή του σχήματος 9-10. Η όλη διάταξη αποτελείται

BIBAIOG

από δύο ηλεκτρόδια σε μορφή κλειστών ημικυλίνδρων, μεταξύ των οποίων εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση, ενώ κάθετα προς τις επίπεδες επιφάνειες των ηλεκτροδίων⁴ εφαρμόζεται ένα σταθερό μαγνητικό πεδίο **B**. Λόγω του μαγνητικού πεδίου κάθε ιόν με ηλεκτρικό φορτίο q δέχεται δύναμη κάθετη, τόσο ως προς το μαγνητικό πεδίο, όσο και ως προς την ταχύτητά του **v**, με μέτρο

$$F = qvB. \tag{9.16}$$

Το ιόν επομένως ακολουθεί τροχιά με συνεχώς μεταβαλλόμενη τη



(α)



(β)

Σχήμα 9-10 (α) Αρχή λειτουργίας του κυκλοτρονίου. Η τροχιά του ιόντος δίνεται από τη διακεκομμένη γραμμή. (β) Διατομή ενός ηλεκτροδίου D του κυκλοτρονίου. Η γραμμοσκιασμένη περιοχή αποδίδει το χώρο που καταλαμβάνει η δέσμη.

⁴ Από το σχήμα τους, που θυμίζει το λατινικό γράμμα D, τα ηλεκτρόδια του κυκλοτρονίου έχουν καθιερωθεί στη βιβλιογραφία ως τα D του κυκλοτρονίου.

διεύθυνση της ταχύτητάς του, ενώ η δύναμη της εξ. (9.16) ισορροπείται από τη φυγόκεντρο δύναμη

$$F_{\varphi} = \frac{mv^2}{r} \tag{9.17}$$

όπου r είναι η απόσταση από την αρχή των συντεταγμένων στο κέντρο της διάταξης. Εξ άλλου, καθ' όσον η δύναμη της εξ. (9.16) είναι πάντα κάθετη προς την ταχύτητα, το μαγνητικό πεδίο δεν έχει τη δυνατότητα να μεταβάλει την κινητική ενέργεια (και επομένως το μέτρο της ταχύτητας) του ιόντος. Έτσι, η απόσταση

$$r = \frac{mv}{qB} \tag{9.18}$$

που προκύπτει από τον συνδυασμό των εξ. (9.16) και (9.17) παραμένει σταθερή και η τροχιά αναδεικνύεται σε κύκλο κάθετο προς το μαγνητικό πεδίο. Σταθερός είναι ακόμη και ο χρόνος που απαιτείται για μια πλήρη περιστροφή του ιόντος

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \tag{9.19}$$

ή αντίστοιχα η γωνιακή συχνότητα, γνωστή ως συχνότητα κυκλοτρονίου

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{qB}{m}.$$
 (9.20)

Ο μηχανισμός που μπορεί να αυξήσει την κινητική ενέργεια του ιόντος περιέχεται επίσης στο διάγραμμα του σχήματος 9-10. Μεταξύ των δύο D έχει συνδεθεί μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης με συχνό-

τητα που ταυτίζεται προς τη συχνότητα περιστροφής του ιόντος **gB/2**πm. Το ιόν εκτίθεται στο ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί η πηγή μόνον όταν διασχίζει το διάκενο μεταξύ των δύο ηλεκτροδίων. Αν κατά τη χρονική στιγμή ι που ένα ιόν διασχίζει το διάκενο στο άνω σημείο της τροχιάς το δυναμικό βρίσκεται σε φάση που δημιουργεί επιταχυντικό ηλεκτρικό πεδίο, τότε σε χρόνο t + T/2, που το ιόν θα διασχίσει ξανά το διάκενο μεταξύ των ηλεκτροδίων στο κάτω μέρος της διάταξης, η φάση του δυναμικού θα έχει μεταβληθεί κατά π, το ηλεκτρικό πεδίο θα έχει αντίθετη φορά και το ιόν θα υποστεί πάλι επιτάχυνση. Είναι φανερό ότι η διεργασία αυτή οδηγεί σε συνεχή αύξηση της κινητικής ενέργειας του ιόντος κατά το ποσό $2qV_0 \cos \varphi$ σε κάθε πλήρη τροχιά, αν V_0 είναι το πλάτος του δυναμικού μεταξύ των ηλεκτροδίων και φ η φάση κατά την οποία το ιόν εκτίθεται στο ηλεκτρικό πεδίο. Επακόλουθο της επιτάχυνσης αυτής είναι, σύμφωνα με την εξ. (9.18), η συνεχής αύξηση της ακτίνας r, έτσι ώστε η κλειστή τροχιά να μεταπέσει στην επίπεδη σπειροειδή καμπύλη του σχήματος 9-10(α).

Στην πράξη, στο εσωτερικό του κυκλοτρονίου η δέσμη εμφανίζει διακριτές τροχιές μόνο για μερικές αρχικές περιστροφές κοντά στο κέντρο της διάταξης. Στον υπόλοιπο χώρο οι τροχιές συγχέονται σε ένα συνεχές πλάσμα επιταχυνόμενων ιόντων. Από το πλάσμα αυτό το **σύστημα εξαγωγής** του κυκλοτρονίου αποσπά τη χρήσιμη δέσμη και σε ευθύγραμμη τροχιά την οδηγεί προς το στόχο. Το σύστημα εξαγωγής αποτελείται συνήθως από δύο μεταλλικές πλάκες με διεύθυνση κατά την εφαπτομένη της τροχιάς των ιόντων που διατηρούνται σε κατάλληλη διαφορά δυναμικού για αντιστάθμιση της δύναμης που ασκεί το μαγνητικό πεδίο στο ιόν. Τούτο έχει ως αποτέλεσμα την ευθυγράμμιση της δέσμης που εισέρχεται στο σύστημα εξαγωγής και την απομάκρυνσή της από το κυκλοτρόνιο.

Η απλή εικόνα γύρω από την αρχή λειτουργίας του κυκλοτρονίου που μόλις σκιαγραφήθηκε συναντά στην πράξη αρκετά προβλήματα.

Κατ' αρχήν, όσο η κινητική ενέργεια του ιόντος αυξάνει, στη σχετικιστική περιογή αυξάνει αντίστοιγα και η μάζα του, με αποτέλεσμα να μεταβάλλεται η συγνότητα κυκλοτρονίου της εξ. (9.20) που σε πρώτη προσέγγιση θεωρήσαμε σταθερή. Μετά από αρκετές περιστροφές, διαδοχικές διελεύσεις του ιόντος από το διάκενο μεταξύ των ηλεκτροδίων αυξάνουν την κινητική ενέργεια όλο και κατά μικρότερα ποσά και τελικά η επιτάχυνση μεταβάλλεται σε επιβράδυνση. Το φαινόμενο αυτό θέτει ρεαλιστικά όρια για την επιτάγυνση ιόντων της τάξης των 15 MeV για πρωτόνια, 25 MeV για δευτέριο και 50 MeV για σωμάτια α. Για επιτάχυνση ηλεκτρονίων βεβαίως η χρησιμότητα της απλής διάταξης του σχήματος 9-10 δεν ξεπερνά τις μερικές δεκάδες keV. Ένα δεύτερο πρόβλημα στη λειτουργία του απλού κυκλοτρονίου παρουσιάζει η πιθανή διασπορά της δέσμης κατά τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου. Όπως δείγνει το σχήμα 9-10, τα ιόντα παράγονται σε μια πηγή ιόντων στο κέντρο της διάταξης και παρακολουθούν σπειροειδή τροχιά μέχρι τα γεωμετρικά όρια των ηλεκτροδίων. Αν όμως κατά την έξοδο από την πηγή η ταχύτητα του ιόντος διαθέτει έστω και μια μικρή συνιστώσα κατά τη διεύθυνση του μαγνητικού πεδίου, η τροχιά δεν περιορίζεται σε ένα επίπεδο και πολύ γρήγορα το ιόν προσκρούει σε ένα από τα επίπεδα τοιγώματα των ηλεκτροδίων. Η λειτουργία επομένως του κυκλοτρονίου απαιτεί κάποιο μηγανισμό εστίασης της δέσμης στο οριζόντιο επίπεδο. Τα προβλήματα αυτά αντιμετωπίζονται στις διάφορες παραλλαγές της βασικής διάταξης του σχήματος 9-10 που απαντώνται με τις ονομασίες κυκλοτρόνιο μεταβαλλόμενου αζιμουθικού πεδίου (κυκλοτρόνιο AVF), συγχροτρόνιο, κοσμοτρόνιο, κυκλοτρόνιο εναλλασσόμενης κλίσης, κ.α., που δεν θα περιγράψουμε όμως στα πλαίσια του παρόντος βιβλίου.

9-4 Ανίχνευση φορτισμένων σωματίων και φωτονίων

Ενεργητικά φορτισμένα σωμάτια και φωτόνια που υποχρεώνονται



Σχήμα 9-11 Τυπική διάταξη ανιχνευτή αερίου.

να διασχίσουν ένα υλικό αλληλεπιδρούν με τα ηλεκτρόνια των ατόμων του υλικού. Με τον τρόπο αυτό μεταφέρεται ενέργεια στα άτομα του υλικού με κυριότερο φαινόμενο τον ιονισμό τους που μπορεί έτσι να σηματοδοτήσει την διέλευση του σωματίου ή, σε πολλές περιπτώσεις, να μετρήσει την κινητική του ενέργεια. Ένα πλήθος διατάξεων που εκμεταλλεύονται την ιδιότητα αυτή χρησιμοποιούνται σήμερα σε πειράματα πυρηνικής φυσικής ή απλώς για την καταμέτρηση της ραδιενέργειας στο εργαστήριο και στο περιβάλλον. Τους κυριότερους τύπους τέτοιων **ανιχνευτών** θα μελετήσουμε στις αμέσως επόμενες σελίδες.

Την απλούστερη ενδεχομένως μορφή ανιχνευτή ιονίζουσας ακτινοβολίας αποτελεί ο **ανιχνευτής αερίου** που περιγράφεται διαγραμματικά στο σχήμα 9-11. Ο ανιχνευτής έχει συνήθως τη μορφή μεταλλικού κυλίνδρου που περιέχει το αέριο, ενώ κατά τον άξονα του κυλίνδρου τοποθετείται ένα λεπτό σύρμα. Μεταξύ των τοιχωμάτων του θαλάμου και του σύρματος αναπτύσσεται δυναμικό *V* μέσω της εξωτερικής αντίστασης *R*. Με τον τρόπο αυτό, στην κατάσταση ηρεμίας, στο εσωτερικό του θαλάμου δημιουργείται ένα στατικό ηλεκτρικό πεδίο με ακτινική διεύθυνση. Η διέλευση ενός φωτονίου ή φορτισμένου σωματίου μέσα από το θάλαμο δημιουργεί ιονισμό του αερίου, ήτοι ένα σημαντικό αριθμό ελεύθερων ηλεκτρονίων και θετικών ιόντων. Αν το εσωτερικό του θαλάμου είναι απαλλαγμένο από ηλεκτρικό πεδίο, τα ελεύθερα ηλεκτρόνια και τα θετικά ιόντα, αργά ή γρήγορα, επανασυνδέονται σε ουδέτερα άτομα. Η παρουσία όμως του ηλεκτρικού πεδίου έχει ως αποτέλεσμα την επιτάχυνση των ηλεκτρονίων και ιόντων αντίστοιχα προς την άνοδο και την κάθοδο. Τούτο με τη σειρά του έχει ως επακόλουθο τη συσσώρευση ενός φορτίου Q στην άνοδο με αντίστοιχη πτώση του δυναμικού στα άκρα της αντίστασης R. Η στιγμιαία αυτή πτώση δυναμικού εμφανίζεται ως ένας παλμός, ο οποίος με κατάλληλη ενίσχυση και ηλεκτρονική επεξεργασία μπορεί να καταγραφεί.

Η συμπεριφορά του ανιχνευτή αερίου εξαρτάται τόσο από τη φύση της ακτινοβολίας που προκαλεί τον ιονισμό (φωτόνιο, ηλεκτρόνιο, σωμάτιο α, κλπ.) όσο και από την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου που εφαρμόζεται. Για αρκετά χαμηλή τάση V, η συλλογή των ελεύθερων ηλεκτρονίων και θετικών ιόντων μπορεί να είναι ατελής, ενώ για μια περιοχή τιμών της τάσης, όπου όλα τα ελεύθερα ηλεκτρόνια συλλέγονται στην άνοδο, το ύψος του παλμού είναι ανάλογο του ιονισμού και επομένως της κινητικής ενέργειας του σωματίου που τον προκάλεσε. Σε υψηλότερες τιμές του δυναμικού εμφανίζεται το φαινόμενο του πολλαπλού ιονισμού. Στην περιοχή αυτή, το σημαντικό ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργεί η αύξηση του δυναμικού προσδίδει αρκετή κινητική ενέργεια στα ελεύθερα ηλεκτρόνια ώστε με τη σειρά τους να προκαλέσουν δευτερογενή ιονισμό του αερίου. Το ολικό φορτίο που τελικά συλλέγεται είναι επομένως μεγαλύτερο από αυτό που δημιούργησε η διέλευση του σωματίου. Τέλος, για αρκετά υψηλές τιμές του δυναμικού, ο δευτερογενής ιονισμός γίνεται τόσο έντονος που επισκιάζει την αναλογικότητα μεταξύ ύψους παλμού και κινητικής ενέργειας του σωματίου

BIBAIOG

που ανιχνεύεται. Στην περιοχή αυτή του δυναμικού, που συνήθως αναφέρεται ως περιοχή Geiger-Mueller, το ύψος του παλμού που παράγει ο ανιχνευτής αερίου είναι σταθερό και απλώς επισημαίνει τη διέλευση ενός σωματίου από το θάλαμο.

Η χρησιμότητα του ανιχνευτή αερίου στη μέτρηση της ενέργειας φωτονίων ή φορτισμένων σωματίων είναι αρκετά περιορισμένη. Στην περιοχή δυναμικού όπου το ύψος παλμού είναι ανάλογο προς την ενέργεια του σωματίου ο χρόνος που απαιτείται για την πλήρη συλλογή του φορτίου είναι της τάξης των χιλιοστών του δευτερολέπτου. Έτσι ο ρυθμός γεγονότων που μπορεί να καταγράψει ο ανιχνευτής περιορίζεται σημαντικά. Αντίθετα ο χρόνος συλλογής του φορτίου μειώνεται κατά πολύ στην περιοχή Geiger-Mueller όπου ο ανιχνευτής μετατρέπεται ουσιαστικά σε απαριθμητή σωματίων. Ο απαριθμητής Geiger-Mueller είναι ίσως ο παλαιότερος τύπος ανιχνευτή ακτινοβολίας που χρησιμοποιείται ακόμη σε ευρεία κλίμακα. Απαντάται κυρίως στο εργαστήριο για παρακολούθηση του επιπέδου της ακτινοβολίας στο περιβάλλον με σκοπό την προστασία του προσωπικού. Ένας σύγχρονος τύπος απαριθμητή Geiger-Mueller σε



Σχήμα 9-12 Σύγχρονος τύπος απαριθμητή Geiger-Mueller για την παρακολούθηση ακτινοβολίας περιβάλλοντος. Η συσκευή περιλαμβάνει τροφοδοτικό υψηλής τάσης, ενισχυτή του παλμού και ακουστικό μετατροπέα [Nuclear Enterprises, Ltd., Edinburgh, Scotland].



Σχήμα 9-13 Διάταξη ανιχνευτή στερεάς κατάστασης.

μορφή αυτόνομης συσκευής περιέχεται στο σχήμα 9-12.

Ο ανιχνευτής του σχήματος 9-11 βελτιώνεται κατά πολύ με την αντικατάσταση του αερίου από στερεό υλικό. Ο **ανιχνευτής στερε**άς κατάστασης, που δίνεται διαγραμματικά στο σχήμα 9-13, παρουσιάζει σημαντικά πλεονεκτήματα. Αφ' ενός η τροχιά του σωματίου, προτού αυτό μεταφέρει την ολική κινητική του ενέργεια στο υλικό μειώνεται σημαντικά, ενώ παράλληλα αυξάνει δραστικά η πυκνότητα ιονισμού κατά μήκος της τροχιάς του. Αφ' ετέρου η ενέργεια που απαιτείται για τη δημιουργία ενός ζεύγους ηλεκτρονίου-οπής είναι στα στερεά πολύ μικρότερη απ' ότι στα αέρια. Έτσι, η στατιστική ακρίβεια στη συλλογή του φορτίου αναμένεται μεγαλύτερη απ' ότι στον ανιχνευτή αερίου.

Το υλικό που θα χρησιμοποιηθεί σε ανιχνευτή στερεάς κατάστασης θα πρέπει βέβαια να πληροί ορισμένες προϋποθέσεις. Κατ' αρχήν δεν μπορεί να είναι αγωγός, αλλιώς η εφαρμογή του δυναμικού *V* θα δημιουργήσει ένα σταθερό ρεύμα που θα επισκιάσει τη συλλογή φορτίου ιονισμού. Από την άλλη πλευρά ένας τέλειος μονωτής δεν θα επιτρέψει την κίνηση του φορτίου που δημιουργεί ο ιονισμός



Σχήμα 9-14 Ενεργειακό διάγραμμα ηλεκτρονίων σε κρύσταλλο ημιαγωγού.

στην άνοδο και στην κάθοδο της διάταξης. Έτσι, τα μόνα υλικά που προσφέρονται για την κατασκευή ανιχνευτών στερεάς κατάστασης ανήκουν στην κατηγορία των **ημιαγωγών** που στην κρυσταλλική τους μορφή εμφανίζουν την ενεργειακή δομή του σχήματος 9-14. Το ίδιο σχήμα περιγράφει επιπλέον και το μηχανισμό δημιουργίας ζευγών ηλεκτρονίων-οπών που προκαλεί η διέλευση ενός φορτισμένου σωματίου. Σύμφωνα με το διάγραμμα, τα ηλεκτρόνια του κρυστάλλου μπορούν να καταλάβουν δύο περιοχές ενέργειας που σημειώνονται ως ζώνη σθένους και ζώνη αγωγιμότητας. Οι ιδιότητες που εμφανίζει ένας ημιαγωγός οφείλονται στην ύπαρξη μιας **απαγορευμένης ζώνης** ενέργειας, την οποία δεν μπορούν να καταλάβουν τα ηλεκτρόνια. Στη βασική κατάσταση του συστήματος τα ηλεκτρόνια βρίσκονται ιδανικά στη ζώνη σθένους και συνεισφέρουν στον ομοιοπολικό δεσμό μεταξύ των ατόμων του κρυσταλλικού

πλέγματος. Κατά τη διέλευση ενός σωματίου μέσω του κρυστάλλου, ένα ποσό ενέργειας μεταφέρεται στα ηλεκτρόνια και ορισμένα από αυτά προωθούνται στη ζώνη αγωγιμότητας, ενώ ταυτόχρονα ένας ίσος αριθμός θετικών οπών εμφανίζεται στη ζώνη σθένους. Όπως και στον ανιχνευτή αερίου, τα ζεύγη ηλεκτρονίων-οπών συλλέγονται στην άνοδο και στην κάθοδο της διάταξης του σχήματος 9-13 και ο παλμός που προκύπτει είναι ανάλογος της κινητικής ενέργειας του σωματίου που προκάλεσε τον ιονισμό. Παρόμοιος είναι και ο μηχανισμός ανίχνευσης ενός φωτονίου σε ένα ανιχνευτή στερεάς κατάστασης, αν και το σενάριο περιλαμβάνει δύο διακριτά βήματα: σε ένα πρώτο στάδιο, το φωτόνιο μπορεί να ιονίσει μέσω του φωτοηλεκτρικού φαινομένου ένα άτομο του στερεού, ενώ σε δεύτερο στάδιο, το ελεύθερο ηλεκτρόνιο προκαλεί ιονισμό του κρυστάλλου ως ενεργητικό φορτισμένο σωμάτιο. Και στην περίπτωση αυτή ο παλμός που παράγεται είναι ανάλογος της ενέργειας του αρχικού φωτονίου.

Στην πράξη, τα προηγούμενα σενάρια ανίχνευσης φορτισμένων σωματίων ή φωτονίων εμφανίζουν αρκετές δυσκολίες. Από την ανασκόπηση των βιομηχανικά διαθέσιμων σήμερα κρυστάλλων, μόνο δύο αναδεικνύονται με τις κατάλληλες ιδιότητες για χρήση σε διάταξη ανιχνευτών στερεάς κατάστασης: το πυρίτιο και το γερμάνιο. Τα υλικά αυτά είναι σήμερα διαθέσιμα σε μορφή μεγάλων κρυστάλλων λόγω της διαδεδομένης εφαρμογής τους στην κατασκευή ηλεκτρονικών εξαρτημάτων. Το κυριότερο μειονέκτημά τους είναι το μικρό σχετικά εύρος της απαγορευμένης ζώνης (1.2 eV για το πυρίτιο και 0.78 eV για το γερμάνιο). Τούτο έχει ως αποτέλεσμα, τόσο στο πυρίτιο όσο και στο γερμάνιο, θερμικές διαταραχές του πλέγματος να προωθούν ηλεκτρόνια στη ζώνη αγωγιμότητας με αποτέλεσμα το ρεύμα που δημιουργείται με την ανάπτυξη ηλεκτρικού πεδίου να υπερβαίνει τα ανεκτά όρια. Το πρόβλημα αυτό λύνεται συνήθως είτε με ψύξη του ανιχνευτή (σε θερμοκρασία υγρού

BIBALOO





(β)

Σχήμα 9-15 Σύγχρουοι ανιχνευτές στερεά κατάστασης. (α) Ανιχνευτές πυριτίου φορτισμένων σωματίων. (β) Ανιχνευτές γερμανίου ηλεκτρομαγυητικής ακτινοβολίας. Ο κύριος όγκος του ανιχνευτή αποτελείται από του κρυοστάτη που περιέχει το υγρό άσωτο (σε θερμοκρασία 77 K) για την ψύζη του κρυστάλλου.



Σχήμα 9-16 Σχηματική διάταξη ανηχνευτή σπινθηρισμού.

αζώτου) ή με την εισαγωγή προσμίξεων στον κρύσταλλο του ημιαγωγού.

Ανιχνευτές στερεάς κατάστασης χρησιμοποιούνται σήμερα σε ευρεία κλίμακα σε πειράματα πυρηνικής φυσικής τόσο για την ανίχνευση ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας όσο και φορτισμένων σωματίων. Σε πολλά σημεία υπερτερούν σε απόδοση και ποιότητα αποτελεσμάτων σε σχέση με κάθε άλλο τύπο ανιχνευτή ιονίζουσας ακτινοβολίας. Μερικοί τύποι ανιχνευτών στερεάς κατάστασης περιέχονται στο σχήμα 9-15.

Μια διαφορετική κατηγορία ανιχνευτών εκμεταλλεύεται το γεγονός ότι σε ορισμένους ιοντικούς κρυστάλλους ή οργανικές ουσίες η επανασύνδεση ηλεκτρονίων και θετικών οπών που δημιουργούνται κατά τη διέλευση ενός φορτισμένου σωματίου ή ενός φωτονίου

AIBAR



Σχήμα 9-17 Σύγκριση ενεργειακού φάσματος ακτινοβολίας γ όπως καταγράφεται από ανιχνευτή γερμανίου (άνω) και ανιχνευτή σπινθηρισμού NaI(T().

εκδηλώνεται με την εκπομπή ορατού φωτός. Το φαινόμενο αυτό του σπινθηρισμού είναι σε πολλές περιπτώσεις αρκετά έντονο ώστε με τη βοήθεια μικροσκοπίου να είναι δυνατή η παρατήρηση και καταμέτρηση μεμου ο ιένων σωματίων. Πολλά από τα κλασικά πειράματα που έδω ται τις πρώτες βασικές πληροφορίες σχετικά με την ατομική δομή στις αρχές του 20ου αιώνα πραγματοποιήθηκαν με τον τρόπο αυτό. Πολύ γρήγορα όμως ο ανθρώπινος παράγοντας παραμερίστηκε και η διεργασία ι πατροπής του σπινθηρισμού σε ηλεκτρικό παλμό που, πέρα απι την απλή καταμέτρηση, παρέχει πληροφορίες και για την ενέργεια του οωματίου παραδόθηκε σε ηλεκτρονικά μέσα. Τούτο επιτεύχθηκε με την επινόηση της λυχνίας φωτοπολλαπλασιασμού που θα περιγράψουμε στη συνέχεια.

Η σύγχρονη διάταξη ενός ανιχνευτή σπινθηρισμού περιέχεται στο σχήμα 9-16. Όπως φαίνεται στο σχήμα, στο άνω μέρος της διάταξης βρίσκεται ο **σπινθηριστή**ς, δηλαδή το υλικό (υπό μορφή

στερεού, υγρού ή αερίου) στο οποίο δημιουργούνται οι σπινθηρισμοί κατά τη διέλευση σωματίων ιονίζουσας ακτινοβολίας. Ο σπινθηριστής είναι οπτικά συνδεδεμένος με τον φωτοπολλαπλασιαστή, ο οποίος μετατρέπει το φως σε ηλεκτρικό παλμό με ύψος ανάλογο προς την ένταση του σπινθηρισμού – και βεβαίως ανάλογο προς την ενέργεια του σωματίου που τον προκάλεσε. Στην τελική διάταξη σπινθηριστή-φωτοπολλαπλασιαστή ο ανιχνευτής περιβάλλεται από υλικό μεγάλης ανακλαστικής ικανότητας ώστε όλο ή σχεδόν όλο το φως που παράγεται από ένα σπινθηρισμό να συλλέγεται από ένα ηλεκτρόδιο, που στο σχήμα 9-16 σημειώνεται ως φωτοκάθοδος. Στην πράξη, ως υλικό της φωτοκαθόδου επιλέγεται μέταλλο με μικρό έργο εξόδου, έτσι ώστε η πρόσπτωση ενός φωτονίου να προκαλεί την εκπομπή ενός σχετικά μεγάλου αριθμού ηλεκτρονίων. Παρ' όλα αυτά, όσο ισχυρός και αν είναι ο σπινθηρισμός, τα ηλεκτρόνια που εκπέμπονται από τη φωτοκάθοδο δεν είναι αρκετά ώστε να δημιουργήσουν μετρήσιμο παλμό ηλεκτρικού φορτίου. Για το λόγο αυτό, μεταξύ καθόδου και ανόδου της λυχνίας φωτοπολλαπλασιατή παρεμβάλλεται ένας αριθμός ενδιάμεσων ηλεκτροδίων που, όπως παραστατικά αποδίδεται στο σχήμα 9-16, σε κάθε στάδιο πολλαπλασιάζουν τον αριθμό των ηλεκτρονίων. Ο καταιονισμός των ηλεκτρονίων που δημιουργείται με τον τρόπο αυτό δημιουργεί ένα παλμό φορτίου, ο οποίος μετά από ενίσχυση και περαιτέρω ηλεκτρονική επεξεργασία μπορεί να καταγραφεί.

Τα υλικά που χρησιμοποιούνται σήμερα για την κατασκευή ανιχνευτών σπινθηρισμού περιλαμβάνουν ανόργανους ιοντικούς κρυστάλλους, οργανικές ουσίες και πλαστικά υλικά. Το μήκος κύματος του φωτός που εκπέμπουν βρίσκεται μεταξύ 3000 και 4500 Å, ενώ η διεργασία διαμόρφωσης του παλμού μπορεί να διαρκεί από 2 έως 1000 ns. Ο πιο διαδεδομένος τύπος ανιχνευτή σπινθηρισμού χρησιμοποιεί κρύσταλλο ιωδιούχου νατρίου με μικρές προσμίξεις θαλίου [NaI(T ℓ)] και χρησιμοποιείται σήμερα σχεδόν αποκλειστικά για την

BIBAIOO

παρατήρηση ακτινοβολίας γ. Σε σχέση με ανιχνευτές στερεάς κατάστασης (γερμανίου) υπερτερεί σε απόδοση, χαμηλό κόστος και το γεγονός ότι μπορεί να λειτουργήσει σε θερμοκρασία δωματίου. Όπως όμως φαίνεται στο σχήμα 9-17 μειονεκτεί σημαντικά σε διακριτική ικανότητα στη μέτρηση ενέργειας των φωτονίων. Ορισμένοι τύποι ανιχνευτών σπινθηριστή εικονίζονται στο σχήμα 9-18.

9-5 Ανίχνευση ουδετερονίων

Όλες οι προηγούμενες μέθοδοι ανίχνευσης στηρίζονται στην ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση μεταξύ σωματίων και των ατομικών ηλεκτρονίων της ύλης. Σε αντίθεση, η αλληλεπίδραση των αφόρτιστων ουδετερονίων δεν προκαλεί ιονισμό ή σπινθηρισμό και πραγματοποιείται σχεδόν αποκλειστικά μέσω των πυρηνικών δυνάμεων. Έτσι, μέθοδοι ανίχνευσης ουδετερονίων στηρίζονται στην παρατήρηση φορτισμένων σωματίων ή φωτονίων που δημιουργούνται από τα ουδετερόνια ως παράγωγα κάποιας πυρηνικής αντίδρασης. Τα



Σχήμα 9-18 Σύγχρονη διάταξη σπινθηριστή-φωτοπολλαπλασιαστή σε διάφορες γεωμετρίες κριστάλλου.

παράγωγα αυτά μπορούν να ανιχνευτούν με μια από τις μεθόδους που έχουμε ήδη περιγράψει.

Η πυρηνική αντίδραση που επιλέγεται για την ανίχνευση ουδετερονίων θα πρέπει κατ' αρχήν να εμφανίζει μεγάλη ενεργό διατομή ώστε η απόδοση του ανιχνευτή να είναι ικανοποιητική. Σε πολύ χαμηλές ενέργειες ως πλέον αποδοτική αναδεικνύεται η εξωθερμική αντίδραση

$$n + {}^{10}B \rightarrow {}^{7}Li + \alpha \tag{9.21}$$

με τιμή Q = 2.792 MeV και ενεργό διατομή (για ενέργεια κλάσματος του eV) της τάξης των 4000 barn. Σε υψηλότερες ενέργειες η



Σχήμα 9-19 Διάταξη για τη μέτρηση του χρόνου πτήσης ουδετερονίου. Σε μια αντίδραση τύπου A(a.n)B. το ουδετερόνιο ανιχνεύεται σε μια μπροστινή γωνία θ_{n} ενώ το φορτισμένο σωμάτιο B σε μια γωνία θ_{c} . Ο χρόνος πτήσης του ουδετερονίου κατά τη διαδρομή (προσδιορίζεται από τα σήματα που καταγράφουν την άφιξη των δυο σωματίων στους αντίστοιχους ανιχνευτές. Η πληροφορία αυτή χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό της ταχύτητας και επομένως της ενέργειας του ουδετερονίου.

ενεργός διατομή της αντίδρασης μειώνεται δραστικά και παραμένει σχεδόν σταθερή στην τιμή των 1.5 barn μεταξύ 1 και 16 MeV.

Στην πράξη οι ανιγνευτές βορίου είναι ανιγνευτές αερίου (βλ. σχήμα 9-11), όπου ως αέριο ιονισμού χρησιμοποιείται BF₃ (γνωστοί και ως ανιγνευτές BF3). Η τυπική τους απόδοση για ουδετερόνια πολύ γαμηλής ενέργειας φτάνει τα 90%, ενώ λόγω της δραστικής πτώσης της ενεργού διατομής με την ενέργεια, μειώνεται στα επίπεδα του 0.003% στην περιογή του 1 MeV, όπου ουσιαστικά παύει η γρησιμότητά του ως αποδοτικού ανιγνευτή ουδετερονίων. Λόγω των γαρακτηριστικών του αυτών, ο ανιγνευτής BF3 γρησιμοποιείται κυρίως ως απαριθμητής ουδετερονίων (οποιασδήποτε ενέργειας) σε διατάξεις όπου περιβάλλεται από μεγάλη ποσότητα υλικού που προκαλεί επιβράδυνση των ουδετερονίων. Μέσα στο υλικό αυτό, πλούσιο σε πρωτόνια (συνήθως παραφίνη), το ουδετερόνιο μεταφέρει το μεγαλύτερο μέρος της κινητικής του ενέργειας μέσω πολλαπλών σκεδάσεων και καταλήγει στον ανιχνευτή αερίου με ενέργεια στην περιοχή όπου η ενεργός διατομή της αντίδρασης n + ¹⁰B είναι σημαντική. Βεβαίως, στο μεταξύ έχει χαθεί κάθε πληροφορία σχετικά με την αρχική του ενέργεια ή κατεύθυνση. Απαριθμητές BF3 βρίσκουν εκτεταμένη χρήση στο εργαστήριο ή πυρηνικές εγκαταστάσεις (αντιδραστήρες, πυρηνικά υποβρύχια, κλπ.) για την παρακολούθηση της ακτινοβολίας ουδετερονίων στο περιβάλλον.

Εκτός από την αντίδραση της εξ. (9.21), διάφορες άλλες αντιδράσεις που εμφανίζουν κατά τι μεγαλύτερη ενεργό διατομή σε υψηλότερες ενέργειες μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τη μέτρηση της κινητικής ενέργειας ουδετερονίων. Δύο από τις αντιδράσεις αυτές είναι οι

 $n + {}^{3}He \rightarrow {}^{3}H + p$



και

$$n + {}^{6}Li \rightarrow {}^{3}H + \alpha. \qquad (9.23)$$

Ο πλέον αποδοτικός όμως τρόπος μέτρησης της κινητικής ενέργειας ουδετερονίων επιτυγχάνεται με τη μέτρηση της ταχύτητάς τους. Μια διάταξη που προσφέρεται για το σκοπό αυτό και που μελετάται διεξοδικότερα στην Άσκηση 9-13 περιγράφεται διαγραμματικά στο σχήμα 9-19.

9-6 Πυρηνικές αντιδράσεις και πυρηνική δομή

Οι πληροφορίες που παρέχει μια πυρηνική αντίδραση σχετικά με την πυρηνική δομή εξαρτώνται από τον μηχανισμό αλληλεπίδρασης του βλήματος τον πυρήνα στόχο. Πολλοί από τους μηχανισμούς μέσω των οποίων συντελείται η αντίδραση A(a,b)B περιγράφηκαν στην Παράγραφο 9-2 και σε γενικές γραμμές κατατάχθηκαν σε δύο μεγάλες κατηγορίες: στις αντιδράσεις σύνθετου πυρήνα και στις άμεσες αντιδράσεις, κυρίως με γνώμονα το χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωσή τους.

Το σενάριο δημιουργίας ενός εφήμερου σύνθετου πυρήνα μπορεί να αποδοθεί σε πρώτη προσέγγιση σε καθαρά κλασικά πλαίσια, θεωρώντας τον πυρήνα ως ένα σύστημα νουκλεονίων που συγκροτείται υπό την επίδραση των ελκτικών πυρηνικών δυνάμεων, όπως στο πρότυπο της υγρής σταγόνας που μελετήσαμε στην Παράγραφο 2-2. Ένα ενεργητικό νουκλεόνιο που εισέρχεται στο σύστημα θα δεχτεί τη συλλογική ελκτική δύναμη των υπόλοιπων νουκλεονίων και σύντομα θα συγκρουστεί με ένα απ' αυτά μεταβιβάζοντας μέρος της κινητικής του ενέργειας. Μετά τη σύγκρουση, τα δύο νουκλεόνια που απέκτησαν περίσσεια κινητικής ενέργειας θα προσκρούσουν σε άλλα νουκλεόνια, μεταβιβάζοντας και σ' αυτά μέρος της κινητικής τους ενέργειας. Έτσι, με αλλεπάλληλες σταδιακές συγκρούσεις, η αρχική κινητική ενέργεια *E* του βλήματος a θα διαμοιραστεί σε ένα μεγάλο αριθμό νουκλεονίων δημιουργώντας το σύνθετο πυρη-

BIBAR

νικό σύστημα C = a + A, με μια περίσσεια εσωτερικής ενέργειας απ' ότι απαιτεί η βασική του κατάσταση. Κατά τις διαδοχικές αυτές συγκρούσεις η διεύθυνση της κίνησης των νουκλεονίων μεταβάλλεται, ενώ επιπλέον αν ένα από τα νουκλεόνια προσεγγίσει τα όρια του σύνθετου πυρήνα επαναφέρεται προς την εσωτερική περιοχή υπό την επίδραση του κεντρικού δυναμικού, αλλάζοντας επίσης δραστικά τη διεύθυνση της κίνησής του. Μετά από ένα χρονικό διάστημα, το σύστημα αποτελείται από νουκλεόνια που κινούνται προς κάθε κατεύθυνση και έχει χάσει κάθε ανάμνηση του τρόπου δημιουργίας του.

Σε ορισμένες περιπτώσεις, ένα από τα νουκλεόνια του σύνθετου πυρήνα ή ένας ελαφρύς πυρήνας b που προσωρινά έχει σχηματιστεί στο εσωτερικό του (π.χ., ²H, ⁴He, ⁶Li) τυχαίνει να βρεθεί στην περιφέρεια του συστήματος με αρκετή ταχύτητα προς την ακτινική διεύθυνση ώστε να υπερνικήσει την ελκτική επίδραση του δυναμικού που δημιουργούν τα υπόλοιπα νουκλεόνια και να διαφύγει. Από το προηγούμενο σενάριο δημιουργίας του σύνθετου πυρήνα C περιμένουμε ότι το σωμάτιο b που εκπέμπεται θα έχει δύο χαρακτηριστικά. Κατ' αρχήν θα εκπεμφθεί ισοτροπικά προς όλες τις διευθύνσεις, μια και η αρχική διεύθυνση του βλήματος έχει ξεχαστεί. Από την άλλη πλευρά η κινητική του ενέργεια θα είναι μικρή σε σχέση με την κινητική ενέργεια του βλήματος, καθώς είναι στατιστικά απίθανο, μετά από τις πολλαπλές συγκρούσεις που έχουν συμβεί, όλη η διαθέσιμη ενέργεια να έχει συγκεντρωθεί σε ένα νουκλεόνιο ή σε ένα μικρό αριθμό νουκλεονίων που συγκροτούν τον πυρήνα b.

Στην κβαντική εικόνα περιμένουμε ότι ο σύνθετος πυρήνας C θα δημιουργηθεί σε μια από τις καταστάσεις που προβλέπει το πυρηνικό δυναμικό (π.χ., το δυναμικό του προτύπου των φλοιών). Καθ' όσον οι κβαντικές καταστάσεις προβλέπονται με συγκεκριμένη ενέργεια, εκ πρώτης όψεως θα περιμέναμε ότι η αντίδραση θα ήταν δυνατόν να πραγματοποιηθεί μέσω σύνθετου πυρήνα αν το βλήμα a



Σχήμα 9-20 Ενεργός διατομή της αντίδρασης .4(a,b)B. (a) Ενεργειακό φάσμα του σωματίου *b* για καταστάσεις του σύνθετου πυρήνα με απόλυτα καθορισμένη τιμή ενέργειας. (β) Ενεργειακό φάσμα για απόσταση ενεργειακών καταστάσεων *D* μεγαλύτερη από το εύρος Γ. (γ) Ενεργειακό φάσμα για $D << \Gamma$.

διέθετε ακριβώς την ενέργεια που απαιτείται για τη δημιουργία μιας απ' αυτές τις καταστάσεις. Παράλληλα θα περιμέναμε ότι η ενεργός διατομή θα αντικατόπτριζε τη διαδοχή των καταστάσεων του σύνθετου πυρήνα και θα εμφάνιζε τη μορφή του σχήματος 9-20(α). Το ότι τούτο δεν είναι ακριβώς αληθές οφείλεται στο γεγονός ότι, σύμφωνα με το σενάριο που μόλις περιγράψαμε, ο σύνθετος πυρήνας δια-

BIBAIC

NEILIS

θέτει ένα πεπερασμένο χρόνο ζωής, καθώς και στην αρχή αβεβαιότητας του Heisenberg

$$\Delta E \,\Delta t \cong \hbar \,. \tag{9.24}$$

Η εξ. (9.24) δηλώνει ότι αν μια κατάσταση έχει μέσο χρόνο ζωής τ, η ενέργειά της διαθέτει μια αβεβαιότητα εύρους $\Gamma = \Delta E \cong \hbar/\tau$, ή ισοδύναμα $\Gamma \cong \hbar \lambda$, όπου λ είναι η πιθανότητα αποδιέγερσής της. Έτσι, αν η απόσταση μεταξύ ενεργειακών καταστάσεων D είναι μεγαλύτερη από το εύρος Γ καθεμιάς, η ενεργός διατομή που αναμένεται από μια αντίδραση σύνθετου πυρήνα θα έχει περισσότερο τη μορφή του φάσματος στο σχήμα 9-20(β). Αντίθετα, αν η απόσταση μεταξύ καταστάσεων είναι πολύ μικρότερη από το εύρος καθεμιάς, ήτοι $D \ll \Gamma$, η ενεργός διατομή αναμένεται με την ομαλή συμπεριφορά του σχήματος 9-20(γ) που δημιουργεί η επικάλυψη των επιμέρους κατανομών.

Οι χαρακτηριστικές κορυφές που εμφανίζει η ενεργός διατομή ως συνάρτηση της ενέργειας του βλήματος a στο σχήμα 9-20(β) και αντιστοιχούν σε ενεργειακές καταστάσεις του σύνθετου πυρήνα αναφέρονται συνήθως ως **συντονισμοί** της ενεργού διατομής. Ο όρος έχει προέλθει από την ατομική φυσική όπου παρόμοια συμπεριφορά εμφανίζει η ένταση της εκπομπής φωτός από διεγερμένα άτομα. Παρόμοια είναι και η συναρτησιακή μορφή των κορυφών που προκύπτουν από τα δύο αυτά φαινόμενα. Όπως αποδεικνύεται, η μορφή των συντονισμών στο ενεργειακό φάσμα του σωματίου b δίνονται από την συνάρτηση της ενέργειας *E* ως

$$\sigma(E) = \sigma_0 \frac{\frac{1}{4}\Gamma^2}{(E - E_R)^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2}$$

(9.25)



Σχήμα 9-21 Ενεργός διατομή της αντίδρασης 48 Ca(p.n) 48 Sc ως συνάρτηση της ενέργειας του πρωτονίου [P. Wilhjelm, et al. Phys. Rev. 177 (1969) 1553].

όπου σ_0 αντιπροσωπεύει το μέγιστο της κορυφής. Η έκφραση αυτή περιγράφει μία συμμετρική κατανομή με μέγιστο στην ενέργεια E_R , ενώ μειώνεται στο ήμισυ της μέγιστης τιμής για τιμές της ενέργειας $E - E_R = \pm \Gamma/2$. Ένα χαρακτηριστικό φάσμα που εμφανίζει συντονισμούς με τη συναρτησιακή μορφή της εξ. (9.25) περιέχεται στο σχήμα 9-21.

Σε μια συγκεκριμένη αντίδραση A(a,b)B η εξ. (9.25) αποδίδει ένα μόνον από τους μηχανισμούς με τους οποίους το σωμάτιο a αλληλεπιδρά με τον πυρήνα A. Αν η αντίδραση είναι δυνατόν να συντελεστεί μέσω κάποιου άλλου μηχανισμού, τούτο βέβαια θα συμβεί παράλληλα και οι δύο τρόποι δημιουργίας της τελικής κατάστασης b + B θα συνεισφέρουν στη διαμόρφωση της ολικής ενεργού διατομής. Ο συναγωνισμός αυτός είναι εμφανής στο ενεργειακό φάσμα του σχήματος 9-22 που αποδίδει την ολική ενεργό διατομή για σκέδαση ουδετερονίων από πυρήνες ²³⁸U. Στην περίπτωση αυτή η αντίδραση μπορεί να συντελεστεί μέσω του σύνθετου πυρήνα ²³⁹U, ενώ παράλληλα είναι δυνατόν το ουδετερόνιο να αποκλίνει από την αρχική του πορεία υπό την επίδραση της δύναμης που δέχεται από το πυρηνικό δυναμικό (π.χ., το δυναμικό του προτύπου των

BIBAR



Σχήμα 9-22 Ολική ενεργός διατομή για σκέδαση νετρονίων από 238 U [Δεδομένα του Εργαστηρίου Brookhaven National Laboratory, B.L. Cohen. Concepts of Nuclear Physics. McGraw-Hill, 1971].

φλοιών που περιγράφει τον πυρήνα ²³⁸U). Η δεύτερη διεργασία, που, σε αντιδιαστολή με την σκέδαση συντονισμού της εξ. (9.25), θα ονομάσουμε σκέδαση δυναμικού, δεν συνεπάγεται απαραίτητα τη διαμόρφωση σύνθετου πυρήνα και η ενεργειακή της εξάρτηση δεν εμφανίζει συντονισμούς. Οι δύο μηχανισμοί δεν συνεισφέρουν απλώς αθροιστικά στην ολική ενεργό διατομή, αλλά, όπως συχνά συμβαίνει σε κυματικά φαινόμενα, εμφανίζουν συμπεριφορά συμβολής. Έτσι στο ενεργειακό φάσμα του σχήματος 9-22 η σκέδαση συντονισμού και η σκέδαση δυναμικού εμφανίζουν αποσβεστική συμβολή στην περιοχή χαμηλής ενέργειας και ενισχυτική συμβολή στην περιοχή υψηλής ενέργειας κάθε κορυφής.

Σε αντίθεση με τις αντιδράσεις σύνθετου πυρήνα, άμεσες αντιδράσεις πραγματοποιούνται με σχετικά απλή διαδικασία. Το βλήμα παραμένει στη γειτονία του πυρήνα στόχου για μικρό χρονικό διά-

στημα – ουσιαστικά όσο χρόνο απαιτείται για να διατρέξει τη διάμετρό του - και διαφεύγει από την περιοχή όπου πραγματοποιείται η αλληλεπίδραση με μικρή σχετικά μεταβολή της κινητικής του κατάστασης. Σχετικά απλή είναι επίσης και η μεταβολή στη δομή του πυρήνα στόχου που προκαλεί η αλληλεπίδραση. Στην εικόνα που παρέχει το πρότυπο των φλοιών (βλ. σχήμα 8-5), το βλήμα, με μεταβίβαση ενός μέρους της κινητικής του ενέργειας, μπορεί να προωθήσει ένα νουκλεόνιο της εξώτερης τροχιάς σε ανώτερη ενεργειακή κατάσταση του δυναμικού. Η διεργασία αυτή, που αποτελεί μια μορφή μη ελαστικής σκέδασης, αφήνει τον πυρήνα στόχο σε μια από τις διεγερμένες του καταστάσεις, η οποία από άποψη δομής διαφέρει λίγο από τη βασική. Είναι ακόμη δυνατόν, σε μια διεργασία που έχουμε ονομάσει αντίδραση αρπαγής, το βλήμα να αποσπάσει ένα νουκλεόνιο από τον πυρήνα στόχο και να συνεχίσει την πορεία του, πλουσιότερο κατά μία μονάδα του μαζικού του αριθμού. Αντίθετα, σε μια αντίδραση απογύμνωσης, μπορεί να εγκαταλείψει ένα από τα νουκλεόνιά του, αυξάνοντας έτσι τον μαζικό αριθμό του πυρήνα στόχου, χωρίς όμως να μεταβάλει τη δομή του υπόλοιπου συστήματος. Οι διεργασίες αυτές δίνονται παραστατικά στο σχήμα 9-23.

Από τη μελέτη της πυρηνικής δομής στο προηγούμενο κεφάλαιο είναι φανερό ότι πολλές άλλες μορφές αλληλεπίδρασης, κατά τις οποίες η δομή του πυρήνα στόχου δεν μεταβάλλεται δραστικά, είναι δυνατές. Το βλήμα, για παράδειγμα, είναι δυνατόν να αλληλεπιδράσει συλλογικά με ένα παραμορφωμένο πυρήνα και να μεταβάλει το ρυθμό περιστροφής, αφήνοντας ανεπηρέαστη την εσωτερική του δομή. Εναλλακτικά μπορεί να διεγείρει δονήσεις της μορφής που μελετήσαμε στην Παράγραφο 8-5. Σε όλες αυτές τις μορφές αλληλεπίδρασης που συγκροτούν τη μεγάλη κατηγορία των άμεσων αντιδράσεων η όλη διεργασία μεταβάλλει ένα και μόνο βαθμό ελευθερίας του πυρήνα στόχου – την κατάσταση ενός νουκλεονίου ή μια παράμετρο της συλλογικής του κίνησης. Στη συνέχεια το βλήμα

BIBAIOG



Σχήμα 9-23 Σχηματική παράσταση ορισμένων μηχανισμών άμεσης αντίδρασης. Η διαγραμμισμένη περιοχή αντιπροσωπεύει πλήρεις τροχιές του δυναμικού. (α) Ελαστική σκέδαση. (β) Μη ελαστική σκέδαση. (γ) Αντίδραση απογύμνωσης. (δ) Αντίδραση αρπαγής.

διαφεύγει χωρίς περαιτέρω μεταβολή της κατάστασης του πυρήνα στόχου ή του ιδίου.

Οι δύο μεγάλες κατηγορίες των άμεσων αντιδράσεων και αντιδράσεων σύνθετου πυρήνα που μόλις περιγράφηκαν αποτελούν ακραία πρότυπα μηχανισμών πυρηνικής αλληλεπίδρασης, με την ίδια έννοια που τα πρότυπα πυρηνικής δομής αποτελούν εξιδανικευμένη ακραία συμπεριφορά του πυρηνικού συστήματος. Προφανώς υπάρχει μια μεγάλη περιοχή επικάλυψης όπου οι δύο μηχανισμοί συναγωνίζονται και η εικόνα εμφανίζεται περισσότερο συγκεχυμένη. Καθένας από τους μηχανισμούς του σχήματος 9-23 αποτελεί μια «δίοδο»⁵ για τη μετάβαση της αντίδρασης στον μηχανισμό του σύν-

⁵ Καταστάσεις που διεγείρονται μέσω των μηχανισμών του σχήματος 9-23 έχει επικρατήσει να ονομάζονται διοδικές καταστάσεις (στη διεθνή βιβλιογραφία απαντώνται με τον όρο doorway states), καθ' όσον αποτελούν το πρώτο βήμα για τη διέλευση της αντίδρασης στο χώρο των αντιδράσεων σύνθετου πυρήνα.


Σχήμα 9-24 Φάσμα ενέργειας φορτισμένων σωματίων από τον βομβαρδισμό στόχου ⁹Be με δέσμη δευτερίου σε ενέργεια βομβαρδισμού E = 170 keV. Η προέλευση κάθε κορυφής αναγράφεται στο φάσμα. Η τιμή Q των αντιδράσεων (²H.p). (²H.a) και (²H.³H) είναι αντίστοιχα 4.587, 4.592 και 7.151 MeV [Y. Jingsheng, et al., Phys. Rev. C35 (1997) 1890].

θετου πυρήνα. Το βλήμα έχει στο σημείο αυτό την επιλογή είτε να συνεχίσει τις συγκρούσεις με τα νουκλεόνια του πυρήνα στόχου προκαλώντας όλο και δραστικότερες ανακατατάξεις στις τροχιές του κεντρικού δυναμικού ή να αποχωρήσει με μικρή σχετικά απώλεια της κινητικής του ενέργειας και ορμής.

Άμεσο προϊόν ενός πειράματος πυρηνικής αντίδρασης A(a,b)B με την διάταξη του σχήματος 9-1 είναι η καταγραφή του ρυθμού με τον οποίο σωμάτια b εκπέμπονται προς την διεύθυνση θ ως συνάρτηση της κινητικής τους ενέργειας. Ένα τυπικό παράδειγμα μιας τέτοιας καταγραφής, που απαντάται με την ονομασία φάσμα ενέργειας του σωματίου b, περιέχεται στο σχήμα 9-24. Από τα πρωτογενή αυτά φάσματα μπορούν να κατασκευαστούν γραφικές παρα-

στάσεις που αποδίδουν τη μεταβολή της ενεργού διατομής ως προς την ενέργεια του βλήματος a, όπως στα παραδείγματα των σχημάτων 9-21 και 9-22, ή τη διαφορική ενεργό διατομή $\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta)$ για μια συγκεκριμένη ενέργεια του βλήματος a, όπως φαίνεται στο σχήμα 9-25. Η μεταβλητή των γραφικών παραστάσεων στον οριζόντιο άξονα μπορεί να αντιπροσωπεύει μία παράμετρο που μετράται σε ένα σύστημα συντεταγμένων του εργαστηρίου ή σε ένα σύστημα συντεταγμένων που κινείται με το κέντρο μάζας του συστήματος a + A, όπως στο παράδειγμα του σχήματος 9-25. Οι πληροφορίες που αντλούνται από τα φάσματα αυτά εξαρτώνται από το μηχανισμό της αντίδρασης. Είναι φανερό από τα δύο ακραία σενάρια που περιγράφηκαν προηγουμένως ότι άμεσες αντιδράσεις ευνοούν τη διέγερση γαμηλών ενεργειακών καταστάσεων του πυρήνα. Καταστάσεις με σχετικά χαμηλή ενέργεια προέρχονται από την ανακατάταξη ενός ή ενός μικρού αριθμού νουκλεονίων και προβλέπεται να διεγείρονται έντονα κατά τις άμεσες αντιδράσεις. Σε αντιδιαστολή, η διέγερση καταστάσεων υψηλής ενέργειας, που συνήθως διαφέρουν σημαντικά ως προς τη δομή από τη βασική κατάσταση, απαιτεί δραστική ανακατάταξη του τρόπου κίνησης των νουκλεονίων που μπορεί να πραγματοποιηθεί μόνο μέσω του μηχανισμού σύνθετου πυρήνα.

Είναι βέβαιο ότι η προηγούμενη σύντομη περιγραφή των δύο μηχανισμών δεν εξαντλεί το θέμα των πυρηνικών αντιδράσεων. Κυρίως λόγω ελλείψεως χώρου, δεν αναφερθήκαμε σε άλλους μηχανισμούς, ιδιαίτερα σε αντιδράσεις όπου το βλήμα a αντιπροσωπεύει ένα πυρήνα με συγκρίσιμο ή μεγαλύτερο βάρος από τον πυρήνα στόχο Α. Πυρηνικές αντιδράσεις μεταξύ βαρέων ιόντων, όπου κατά τη μετάβαση από το σύστημα a + Α στο σύστημα b + B πραγματοποιείται δραστική ανακατανομή των νουκλεονίων, αποτελούν σήμερα ένα πεδίο έντονης πειραματικής έρευνας. Στο κεφάλαιο που ακολουθεί θα έχουμε την ευκαιρία να μελετήσουμε με κάποια λε-



Σχήμα 9-25 Διαφορική ενεργός διατομή στην αντίδραση 40 Ca(13 C, 12 C) 41 Ca για τέσσερις διαφορετικές ενέργειες βομβαρδισμού E = 40, 48, 60 και 68 MeV S. Kahana and A.J. Baltz, Adv. Nucl. Phys. 9 (1977) 1].

πτομέρεια τον μηχανισμό δύο ειδικών πυρηνικών αντιδράσεων με μεγάλη εφαρμογή στον τομέα της παραγωγής ενέργειας.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

- 9-1 Αποδείξτε τη σχέση της εξ. (9.5).
- 9-2 Συμπληρώστε τις αντιδράσεις που ακολουθούν. Σε κάθε περίπτωση

BIBA

NULTIZIA

προσδιορίστε τον ενδιάμεσο πυρήνα που μπορεί να σχηματιστεί από όλα τα νουκλεόνια που συμμετέχουν στην αντίδραση.

1) ¹ Η(n,γ)	5) ⁹ Be(d,p)	9) ¹⁷ O(n,α)	13) ²⁷ Al(d. ³ He)
2) ² H(n,γ)	6) ⁹ Be(p,a)	10) ¹⁵ N(p,a)	14) ¹⁰⁶ Cd(¹² C, ³ H)
3) ⁷ Li(p,n)	7) ¹² C(γ,p)	11) ⁶⁴ Zn(⁷ Li,d)	15) ¹¹² Sn(¹⁶ O, ³ H)
4) ⁹ Be(p,d)	8) ¹⁶ O(d,n)	12) ⁶⁵ Cu(¹⁹ F, ³ H)	16) ¹²⁴ Sn(⁷ Li, ⁶ He)

9-3 Χρησιμοποιώντας πυρηνικά δεδομένα από τη δισκέτα του βιβλίου, υπολογίστε την τιμή Q των αντιδράσεων

$$\alpha)^{2} H + {}^{3}H \rightarrow n + {}^{4}He,$$

$$\beta)^{4} He + {}^{23}Na \rightarrow {}^{1}H + {}^{26}Mg$$

$$\gamma)^{16} O + {}^{55}Mn \rightarrow {}^{2}H + {}^{69}Ge.$$

- 9-4 Αποδείξτε τη σχέση της εξ. (9.9).
- 9-5 Αν στην πυρηνική αντίδραση της εξ. (9.1) $E_T = E_a + Q$ και

$$A = \frac{m_a m_B}{(m_a + m_A)(m_b + m_B)} \frac{E_a}{E_T}, \qquad C = \frac{m_A m_b}{(m_a + m_A)(m_b + m_B)} \left(1 + \frac{m_a Q}{m_A E_T} \right)$$
(9.26a)
$$B = \frac{m_a m_b}{(m_a + m_A)(m_b + m_B)} \frac{E_a}{E_T}, \qquad D = \frac{m_A m_B}{(m_a + m_A)(m_b + m_B)} \left(1 + \frac{m_a Q}{m_A E_T} \right)$$
(9.26b)
Solve for the second secon

δείξτε ότι:

the	KH	BIBA	VOQ	N.C.
III2TH		A A	ł.	1 IOANA
TIANE			1	UNDN.
	georesea.	11	2011 Carl B. 1994	

α) Η κινητική ενέργεια των δύο προϊόντων της αντίδρασης δίνεται
 από τις σχέσεις

$$E_b = E_T B \left[\cos \theta_b \pm \sqrt{\frac{D}{B} - \sin^2 \theta_b} \right]^2 \qquad (9.27\alpha)$$

$$E_{B} = E_{T} A \left[\cos \theta_{B} \pm \sqrt{\frac{C}{A} - \sin^{2} \theta_{B}} \right]^{2}$$
(9.27β)

β) Av D > B ή C > A, οι προηγούμενες σχέσεις έχουν νόημα μόνον για το σημείο «+». Στην αντίθετη περίπτωση η μέγιστη γωνία εκπομπής κάθε σωματίου είναι

$$\theta_{b,\max} = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{D}{B}}\right), \qquad \theta_{B,\max} = \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{C}{A}}\right) \qquad (9.28)$$

γ) Οι γωνίες εκπομπής των δύο προϊόντων της αντίδρασης συνδέονται με τη σχέση

$$\sin\theta_{B} = \sqrt{\frac{m_{b}E_{b}}{m_{B}E_{B}}} \sin\theta_{b}. \qquad (9.29)$$

- 9-6 Στις πυρηνικές αντιδράσεις της Δραστηριότητας 9.2 θεωρείστε ότι το ελαφρύ σωμάτιο που παράγεται από την αντίδραση ανιχνεύεται σε γωνία 75°. Θεωρείστε ακόμη ότι η κινητική ενέργεια του βλήματος στις δύο πρώτες αντιδράσεις είναι 12 MeV και στην τελευταία 45 MeV. Σε καθεμιά από τις αντιδράσεις υπολογίστε την κινητική ενέργεια των προϊόντων καθώς και τη γωνία εκπομπής του σωματίου που διαφεύγει την παρατήρηση.
- 9-7 Εκτιμείστε σε τάξη μεγέθους τη «γεωμετρική» ενεργό διατομή της εξ. (9.10).

- 9-8 Σε ένα πείραμα πυρηνικής αντίδρασης χρησιμοποιείται στόχος ¹⁵⁰Gd πάχους t = 10 μm. Εκτιμείστε την πιθανότητα ώστε ένας πυρήνας γαδολινίου που παρεμβάλλεται στη δέσμη να επισκιάζει κάποιον άλλο (δίνεται η πυκνότητα του γαδολινίου ρ = 8.23 g cm⁻³).
- 9-9 Υπολογίστε τον χρόνο που απαιτείται ώστε ένα νουκλεόνιο με κινητική ενέργεια 10 MeV να διανύσει απόσταση ίση με μια πυρηνική διάμετρο στην περιοχή του ατομικού αριθμού A = 200.
- 9-10 Πυρήνες ²⁴Na παρήχθησαν σε ένα πείραμα μέσω της αντίδρασης ²³Na(d,p)²⁴Na με δέσμη ρεύματος 500 nA και στόχο καθαρού νατρίου πάχους t = 1 mm. Ο βομβαρδισμός του στόχου με τη δέσμη δευτερίου διήρκεσε δύο ώρες και αμέσως μετά η ραδιενέργεια του στόχου μετρήθηκε ως 56 MBq. Θεωρώντας σε πρώτη προσέγγιση ότι ο χρόνος βομβαρδισμού είναι αμελητέος σε σχέση με το χρόνο ημιζωής του ²⁴Na ($T_{i_2} = 15.02$ h), υπολογίστε την ενεργό διατομή της αντίδρασης. Δίνεται η πυκνότητα του νατρίου $\rho = 0.97$ g cm⁻³.
- 9-11 Υπολογίστε την ενέργεια στην οποία επιταχύνεται ένα σωμάτιο με φορτίο q και μάζα m σε ένα κυκλοτρόνιο μαγνητικού πεδίου B, av το σύστημα εξαγωγής βρίσκεται σε απόσταση R από το κέντρο του.
- 9-12 Δείξτε ότι στην απλή διάταξη κυκλοτρονίου, το μαγνητικό πεδίο B και η συχνότητα του δυναμικού f συνδέονται με την απλή σχέση B = k(a)f, όπου ο συντελεστής k(a) εξαρτάται από το σωμάτιο a που επιταχύνεται. (a) Προσδιορίστε την αριθμητική τιμή του συντελεστή k(a) για επιτάχυνση πρωτονίων, δευτερίου και σωματίων α. (β) Αν η συχνότητα του δυναμικού είναι 12 MHz, προσδιορίστε την ένταση του μαγνητικού πεδίου που απαιτείται για τα τρία είδη σωματίων. (γ) Αν το σύστημα εξαγωγής απομακρύνει τη δέσμη σε ακτίνα R = 50 cm, ποια η τελική ενέργεια των σωματίων σε κάθε περίπτωση;
- 9-13 (a) Δείξτε ότι αν στη διάταξη του σχήματος 9-19 η απόσταση l

BIBAIC

μετράται σε μέτρα και ο χρόνος πτήσης t σε μs, η ενέργεια E_n του ουδετερονίου δίνεται σε keV ως

$$E_n = 5.23 \frac{\ell^2}{t^2} \tag{9.30}$$

ενώ αν Δι είναι το πειραματικό σφάλμα στη μέτρηση του χρόνου πτήσης, η σχετική αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ενέργειας του ουδετερονίου είναι

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = 0.89 \frac{\Delta t}{\ell} \sqrt{E_n} \tag{9.31}$$

(β) Για l = 2 m και $\Delta t = 1$ ns προσδιορίστε τη σχετική αβεβαιότητα στη μέτρηση της ενέργειας ουδετερονίων 1 keV, 500 keV και 1 MeV.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10 Σχάση και σύντηξη

ΣΤΗΝ ΠΑΡΑΓΡΑΦΟ 2-1 είδαμε ότι στα σταθερά πυρηνικά συστήματα η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο *B/A* αυξάνει ομαλά μέχρι την περιοχή $A \cong 50$ όπου σταθεροποιείται στα επίπεδα των 8.5 MeV, ενώ σε βαρύτερους πυρήνες ελαττώνεται αργά μέχρι την τιμή των 7.4 MeV (βλ. σχήμα 2-3). Έτσι, αν δύο ελαφροί πυρήνες συνενωθούν σε ένα βαρύτερο πυρηνικό σύστημα ή ένας βαρύς πυρήνες διαχωριστεί σε δύο ελαφρύτερους, τα αντίστοιχα προϊόντα θα διαθέτουν μεγαλύτερη ενέργεια ανά νουκλεόνιο και οι αντιδράσεις θα είναι ισχυρά εξωθερμικές. Το μεγάλο ποσό ενέργειας που εκλύεται σε μια τέτοια αντίδραση υπολογίσαμε στη Άσκηση 2-3. Με τον τρόπο αυτό αντιδράσεις πυρηνικής σύντηξης ελαφρών πυρήνων, με σχετικά υψηλή θετική τιμή Q, όπως

2
H + 2 H \rightarrow p + 3 H, $Q = 4.0$ MeV (10.1a)

2
 H + 2 H \rightarrow n + 3 He, $Q = 3.25$ MeV (10.1 β)

$$^{2}H + ^{3}H \rightarrow n + ^{4}He, Q = 17.6 \text{ MeV}$$
 (10.1 γ)

κλπ. είναι δυνατόν να αναδειχθούν ως πηγές ενέργειας για τις ανάγκες της βιομηχανίας και της καθημερινής ζωής. Παρόμοιο ρόλο μπορούν να παίξουν αντιδράσεις κατά τις οποίες ένας βαρύς πυρήνας διασπάται σε δύο ελαφρύτερους. Μια τέτοια μορφή έκλυσης ενέργειας μελετήσαμε με το φαινόμενο της αποδιέγερσης α, όπου η περίσσεια ενέργειας του συστήματος οδηγεί στην αυθόρμητη ανισοβαρή διάσπασή του σε ένα ελαφρύτερο πυρήνα και ένα πυρήνα ⁴He. Η εκλυόμενη ενέργεια είναι βεβαίως πολλαπλάσια αν ο αρχικός πυρήνας διασπαστεί σε δύο θυγατρικούς με περίπου ίσους μαζικούς αριθμούς. Στο φαινόμενο αυτό έχει δοθεί η ονομασία πυρηνική σχάση.

Στο κεφάλαιο αυτό θα μελετήσουμε τα δύο φαινόμενα της πυρηνικής σχάσης και σύντηξης με έμφαση στις εφαρμογές που βρίσκουν σήμερα, αλλά και στις μελλοντικές τους προοπτικές, για την παραγωγή ενέργειας. Καθώς μέχρι σήμερα μόνον ο πρώτος από τους μηχανισμούς αυτούς έχει οδηγήσει σε πρακτικές εφαρμογές, θα μελετήσουμε πρώτα την πυρηνική σχάση.

10-1 Πυρηνική σχάση

Αρκετά νωρίς στην ιστορία της πυρηνικής φυσικής παρατηρήθηκε ότι ορισμένοι πολύ βαρείς πυρήνες, ακόμη και όταν βρίσκονται στη βασική τους κατάσταση, έχουν τη δυνατότητα να διασπαστούν σε δύο περίπου ίσα μέρη με επακόλουθο την έκλυση ενός μεγάλου ποσού ενέργειας. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η διάσπαση του ουρανίου σε δύο πυρήνες παλλαδίου

$$^{238}U \rightarrow {}^{119}Pd + {}^{119}Pd$$
. (10.2)

BIBAR

Σύμφωνα με το σχήμα 2-3, η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο *B/A* στην περιοχή του ουρανίου είναι περίπου 7.6 MeV ενώ στην περιοχή του παλλαδίου ανέρχεται στα 8.4 MeV, έτσι ώστε κάθε διάσπαση του ²³⁸U να προκαλεί έκλυση ενέργειας 238 × (8.4 – 7.6) = 190 MeV. Όπως φαίνεται στην Άσκηση 10-1, αρκετά υψηλή ενέργεια εκλύεται ακόμη και αν τα δύο προϊόντα της διάσπασης είναι ανισοβαρή. Στην πραγματικότητα το φαινόμενο της σχάσης είναι δυνατόν να συμβεί σε όλο το δεύτερο ήμισυ του Περιοδικού Συστήματος όπου η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο μειώνεται μονοτονικά. Από το σχήμα 2-3 η περιοχή αυτή καλύπτει όλους τους πυρήνες για A > 100. Ο μόνος λόγος που πυρήνες με μαζικό αριθμό μεγαλύτερο του 100 εμφανίζονται σταθεροί στη φύση είναι ότι η πιθανότητα αποδιέγερσής τους μέσω του φαινομένου της σχάσης είναι εξαιρετικά μικρή.

Ο λόγος για τον οποίο η αυθόρμητη διάσπαση ενός πυρήνα σε δύο περίπου ισοβαρή μέρη είναι εξαιρετικά απίθανη γίνεται φανερός με σύγκριση προς την αυθόρμητη αποδιέγερση α που μελετήσαμε στο Κεφάλαιο 4. Είδαμε εκεί ότι για την πραγματοποίηση της διάσπασης το σωμάτιο α θα πρέπει πρώτα να υπερνικήσει το φράγμα Coulomb

$$V_{C}(r) = \frac{Z_{\alpha}Z_{A-4}e^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}R_{A-4}}$$
(10.3)

όπου $Z_a = 2e$ είναι το φορτίο του σωματίου α και R_{A-4} η ακτίνα του θυγατρικού πυρήνα. Το δυναμικό της εξ. (10.3) αυξάνει βεβαίως δραματικά αν οι δύο ατομικοί αριθμοί στον αριθμητή αποκτήσουν συγκρίσιμες τιμές. Αν όμως η αυθόρμητη σχάση σε ένα βαρύ πυρήνα είναι εξαιρετικά απίθανη, το φαινόμενο μπορεί να βοηθηθεί σημαντικά με τη διέγερση του πυρηνικού συστήματος σε μια υψηλή ενεργειακή κατάσταση μέσω κάποιας πυρηνικής αντίδρασης. Περισσότερο πρόσφορες για το σκοπό αυτό είναι αντιδράσεις που προκαλούνται από ουδετερόνια, αφ' ενός λόγω της απουσίας ηλεκτροστατικής αλληλεπίδρασης μεταξύ βλήματος και πυρήνα στόχου και αφ' ετέρου της μεγάλης ενεργού διατομής που εμφανίζει η απορρόφηση ουδετερονίων από βαρείς πυρήνες. Μια αντίδραση της μορφής αυτής, τη διάσπαση του 235 U

$$n + {}^{235}U \rightarrow {}^{137}Cs + {}^{94}Rb + xn,$$
 (10.4)

μελετήσαμε στη Άσκηση 2-2. Όπως φαίνεται στην αντίδραση αυτή, καθ' όσον με αύξηση του μαζικού αριθμού A η κοιλάδα της σταθερότητας αποκλίνει όλο και περισσότερο από τη συνθήκη Z = A/2, η διάσπαση του πυρήνα σε δύο ελαφρύτερους σταθερούς πυρήνες ακολουθείται συνήθως από την εκπομπή ενός πλήθους x ουδετερονίων.

Ο μηχανισμός που οδηγεί στη σχάση ενός πυρήνα με μεγάλο μαζικό αριθμό *A* μπορεί να γίνει αντιληπτός στα πλαίσια του προτύπου της υγρής σταγόνας. Απορρόφηση ενός ουδετερονίου οδηγεί στο αντίστοιχο ισότοπο με μαζικό αριθμό *A* + 1, συνήθως σε μια από τις υψηλές ενεργειακές του καταστάσεις, όπου η σημαντική περίσσεια εσωτερικής ενέργειας μπορεί να προκαλέσει στο όλο σύστημα ισχυρές ταλαντώσεις. Κατά τις ταλαντώσεις αυτές το σχήμα της σταγόνας θα διαμορφωθεί υπό την επίδραση δύο αντιτιθέμενων δυνάμεων: της επιφανειακής τάσης που τείνει να επαναφέρει το σύστημα στη σφαιρική του μορφή και των δυνάμεων Coulomb που τείνουν να το διασπείρουν. Αν η ενέργεια διέγερσης είναι αρκετά υψηλή, η σταγόνα μπορεί να πάρει σχήμα ακραίας παραμόρφωσης, έτσι ώστε οι δυνάμεις Coulomb να την διαχωρίσουν σε δύο σχεδόν ισοβαρείς συγκεντρώσεις νουκλεονίων. Τα βήματα που οδηγούν στην κατάσταση αυτή δίνονται διαγραμματικά στο σχήμα 10-1.

Ορισμένα ισότοπα βαρέων στοιχείων εμφανίζονται ιδιαίτερα επιρρεπή στη διάσπαση μέσω του μηχανισμού της σχάσης μετά από απορρόφηση ουδετερονίων. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι πυρήνες ²³⁵U, ²³⁹Pu και ²³³U με ενεργό διατομή ως προς την απορρόφηση ουδετερονίων χαμηλής ενέργειας αντίστοιχα 580, 747 και 525 barn. Σε άλλους πυρήνες η κινητική ενέργεια που απαιτείται.



Σχήμα 10-1 Σταδιακή παραμόρφωση σύνθετου πυρήνα κατά τη διεργασία της σχάσης.

ώστε ο σύνθετος πυρήνας που θα σχηματιστεί με την απορρόφηση ουδετερονίου να οδηγήσει σε σχάση είναι αρκετά υψηλότερη, ενώ παράλληλα η ολική ενεργός διατομή απορρόφησης ουδετερονίων είναι πολύ μικρότερη. Για παράδειγμα, η σχάση του ισοτόπου ²³⁸U απαιτεί ουδετερόνια με κινητική ενέργεια μεγαλύτερη από 1 MeV, ενώ η ενεργός διατομή n + ²³⁸U δεν ξεπερνά τα 0.3 barn.

Μια αντίδραση σχάσης μπορεί να οδηγήσει σε διαφορετικές τελικές καταστάσεις με διαφορετική ενεργό διατομή για την καθεμιά. Ο σύνθετος πυρήνας ²³⁶U, για παράδειγμα, που δημιουργείται με την απορρόφηση ουδετερονίων από το ²³⁵U, έχει τη δυνατότητα να διασπαστεί σε 40 περίπου διαφορετικούς συνδυασμούς ισοτόπων – ένας από τους οποίους είναι αυτός της εξ. (10.4). Επιπλέον, διαφορετικό σε κάθε τελική κατάσταση που μπορεί να διαμορφωθεί είναι και το πλήθος x των ουδετερονίων που απελευθερώνονται. Αν και το φαινόμενο της πυρηνικής σχάσης θυμίζει έντονα το μηχανισμό πυρηνικής αντίδρασης μέσω σύνθετου πυρήνα που μελετήσαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η όλη διεργασία συγκροτεί ένα αρκετά πολύπλοκο φαινόμενο ώστε ο υπολογισμός της πιθανότητας για τη διαμόρφωση επιμέρους τελικών καταστάσεων να συναντά σημαντικές δυσκολίες. Μια πρόσφατη εκτίμηση, σε επίπεδο ημιεμπειρικού τύπου με βάση πειραματικά δεδομένα, της πιθανότητας ώστε μεταξύ των προϊόντων της αντίδρασης n + ²³⁵U να παράγεται ένα ισότοπο με μαζικό αριθμό *A*, περιλαμβάνεται στο σχήμα 10-2. Όπως φαίνεται στη γραφική παράσταση, η διεργασία της σχάσης ευνοεί τη διάσπαση σε ανισοβαρή πυρηνικά συστήματα με μέγιστη πιθανότητα τη δημιουργία ζεύγους με μαζικούς αριθμούς $A \cong 95$ και $A \cong 145$.

Περίπου το 80% του τεράστιου ποσού ενέργειας που εκλύεται σε μια αντίδραση πυρηνικής σχάσης εμφανίζεται ως κινητική ενέργεια των δύο βαρέων πυρήνων στην τελική κατάσταση, που για προφανείς λόγους απαντώνται με την ονομασία θραύσματα σχάσης. Η υπόλοιπη ενέργεια κατανέμεται στα ουδετερόνια της τελικής κατάστασης, στις ακτίνες γ που εκπέμπονται κατά την αποδιέγερση των θραυσμάτων σχάσης, καθώς και στα ηλεκτρόνια και νετρίνα που συνοδεύουν τυχόν αποδιεγέρσεις β ασταθών προϊόντων της αντίδρασης. Η λεπτομερής κατανομή της ενέργειας που εκλύεται κατά

Πίνακας 10-1 Μέση κατανομή της ενέργειας που εκλύεται κατά
τη σχάση του ²³⁵ U μεταξύ των προϊόντων της αντίδρασης.

Φορέας ενέργειας	Ενέργεια (MeV)	
Θραύσματα σχάσης	162	
Ουδετερόνια σχάσης	6	
Άμεσες ακτίνες γ	6	
Ηλεκτρόνια αποδιέγερσης β	5	
Δευτερεύουσες ακτίνες γ	5	
Νετρίνα	11	
Σύνολο	195	





Σχήμα 10-2 Σχετική πιθανότητα εκπομπής ενός ισοτόπου με μαζικό αριθμό Α κατά τη σχάση του ²³⁵U, σε λογαριθμική κλίμακα. Οι μαύρες κουκίδες αντιπροσωπεύουν πειραματικά δεδομένα [U. Brosa and H.-H. Knitter, Phys. Rev C59 (1999) 767].

τη σχάση του ²³⁵U δίνεται στον Πίνακα 10-1. Η ενέργεια αυτή – με εξαίρεση την ενέργεια των νετρονίων – απορροφάται γρήγορα από το υλικό που περιβάλλει τον αρχικό πυρήνα στόχο και, όπως θα δούμε στη συνέχεια, μπορεί να μετατραπεί σε κάποια άλλη μορφή χρήσιμης ή καταστρεπτικής ενέργειας.

Τα ουδετερόνια που εκπέμπονται στην τελική κατάσταση μιας αντίδρασης πυρηνικής σχάσης, όπως στην εξ. (10.4), έχουν τη δυνατότητα να δημιουργήσουν μια νέα αντίδραση αν κατά τη διαδρομή τους συναντήσουν έναν άλλο πυρήνα ²³⁵U. Η διεργασία αυτή της διαδοχικής πρόκλησης αντιδράσεων σχάσης από ουδετερόνια, τα οποία δημιουργήθηκαν από μια προγενέστερη σχάση του ίδιου πυρήνα, απαντάται με την ονομασία **αλυσωτή αντίδραση**. Είναι βέβαιο ότι αν το πλήθος των σχάσιμων πυρήνων που περιβάλλουν



Σχήμα 10-3 Διάγραμμα συγκρότησης και λειτουργίας πυρηνικού αντιδραστήρα.

θα αποδράσουν στο περιβάλλον χωρίς περαιτέρω αλληλεπίδραση και το φαινόμενο της αλυσωτής αντίδρασης πολύ γρήγορα θα σταματήσει. Αν όμως στη γειτονία κάθε σχάσιμου πυρήνα υπάρχει ικανός αριθμός άλλων ίδιων πυρήνων, η αλυσωτή αντίδραση μπορεί να έχει πολλαπλασιαστικό χαρακτήρα. Γενικά, σε μια συγκέντρωση σχάσιμων πυρήνων, κατά μέσον όρο, k από τα x ουδετερόνια (όπου k < x) που εκπέμπονται κατά τη σχάση ενός πυρήνα θα προκαλέσουν μια νέα σχάση. Αν η παράμετρος k είναι ακριβώς ίση με τη μονάδα, η αντίστοιχη συγκέντρωση ονομάζεται κρίσιμη και η μάζα που αντιπροσωπεύει κρίσιμη μάζα. Στην περίπτωση αυτή η ισχύς που παράγεται από τη μάζα του σχάσιμου υλικού είναι σταθερή. Αν k < 1, η συγκέντρωση αναφέρεται ως υποκρίσιμη ενώ στην αντίθετη περίπτωση ως υπερκρίσιμη.

Η διάταξη με την οποία η ενέργεια που εκλύεται κατά την πυρηνική σχάση μετατρέπεται σε χρήσιμη (συνήθως ηλεκτρική) ενέργεια είναι γνωστή ως πυρηνικός αντιδραστήρας. Καθ΄ όσον από τα τρία πλέον πρόσφορα ισότοπα για πυρηνική σχάση μέσω ουδετερονίων χαμηλής ενέργειας (²³⁵U, ²³⁹Pu, ²³³U) μόνο το πρώτο απαντάται στη φύση και μάλιστα σε πολύ μικρή αφθονία (μόνο σε ποσοστό 0.7% του φυσικού ουρανίου), στη συντριπτική πλειοψηφία των πυρηνικών αντιδραστήρων που έχουν κατασκευαστεί μέχρι σήμερα χρησιμοποιείται ως σχάσιμο υλικό ουράνιο, συνήθως εμπλουτισμένο¹ σε ²³⁵U. Το διάγραμμα λειτουργίας ενός συνήθους πυρηνικού αντιδραστήρα δίνεται στο σχήμα 10-3, ενώ στο σχήμα 10-4 περιέχεται σε μεγέθυνση η καρδιά του αντιδραστήρα, δηλαδή η διάταξη που περιέχει το σχάσιμο υλικό και το σύστημα ελέγχου του ρυθμού παραγωγής ενέργειας. Το σχάσιμο υλικό χρησιμοποιείται συνήθως στη χημική μορφή οξειδίου του ουρανίου και κατασκευάζεται σε σχήμα λεπτών κυλίνδρων που περιβάλλονται από ένα προστατευτικό χιτώνα, ώστε να αποφεύγεται η διαρροή των προϊόντων της σχάσης και η διάβρωση του υλικού από την άμεση επαφή του με το μέσο απαγωγής της θερμότητας.

Το ποσό του σχάσιμου υλικού που περιέχεται στην καρδιά ενός αντιδραστήρα υπερβαίνει κατά πολύ την κρίσιμη μάζα. Το πλήθος των ουδετερονίων που παράγονται σε κάθε σχάση ²³⁵U, κατά μέσον όρο, είναι 2.5. Αν επομένως στη διάταξη προκληθεί έστω και μια σχάση (π.χ. από ένα ουδετερόνιο της κοσμικής ακτινοβολίας), ο πολλαπλασιαστικός χαρακτήρας της αλυσωτής αντίδρασης θα οδηγήσει σε συνεχώς αυξανόμενο ρυθμό έκλυσης ενέργειας με καταστροφική κατάληξη. Στο διάγραμμα του σχήματος 10-4 η αποφυγή του γεγονότος αυτού και ταυτοχρόνως ο έλεγχος του ρυθμού παραγωγής ενέργειας πραγματοποιείται με ένα σύστημα κινητών **ράβδων** ελέγχου που παρεμβάλλονται κατά βούληση μεταξύ των ράβδων του σχάσιμου υλικού. Οι ράβδοι ελέγχου διαχωρίζουν το σχάσιμο υλικό σε υποκρίσιμα μέρη και είναι κατασκευασμένες από υλικό με μεγάλη ενεργό διατομή απορρόφησης ουδετερονίων – π.χ., κάδμιο ή χάλυβα εμπλουτισμένο σε βόριο. Πλήρης παρεμβολή των ράβδων

¹ Ο εμπλουτισμός μπορεί να φτάσει το 90%, αλλά στους περισσότερους αντιδραστήρες παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας δεν ξεπερνά τα επίπεδα του 3%.



Σχήμα 10-4 Η καρδιά πυρηνικού αντιδραστήρα όπου βρίσκεται το σχάσιμο υλικό και οι ράβδοι ελέγχου [Westinghouse Electric Corporation].

ελέγχου συγκροτεί μια διάταξη σχάσιμου υλικού με παράγοντα κρισιμότητας k μικρότερο της μονάδας και η διατήρηση αλυσωτής αντίδρασης δεν είναι δυνατή. Έναρξη της αλυσωτής αντίδρασης επιτυγχάνεται με σταδιακή απόσυρση των ράβδων ελέγχου μέχρις ότου επιτευχθεί η κατάσταση κρισιμότητας k = 1, κατά την οποία παράγεται ενέργεια με σταθερό ρυθμό. Περαιτέρω απόσυρση των ράβδων ελέγχου οδηγεί στην υπερκρίσιμη κατάσταση k > 1, κατά την οποία ο ρυθμός παραγωγής ενέργειας αυξάνει συνεχώς με το χρόνο. Όταν η λειτουργία του αντιδραστήρα φτάσει το επιθυμητό επίπεδο ρυθμού παραγωγής ενέργειας, οι ράβδοι ελέγχου επαναφέρονται μερικώς ώστε η λειτουργία να επανέλθει στην κρίσιμη κατάσταση k = 1 και ο αντιδραστήρας λειτουργεί εφεξής στο νέο επίπεδο ισχύος.

Τα ουδετερόνια που παράγονται κατά την πυρηνική σχάση διαθέ-

τουν σχετικά υψηλή κινητική ενέργεια με αποτέλεσμα η ενεργός διατομή για απορρόφησή τους από ένα σχάσιμο πυρήνα να είναι μικρή. Έτσι στους περισσότερους αντιδραστήρες παραγωγής ενέργειας η πιθανότητα να προκαλέσουν νέα σχάση υποβοηθείται με ελάττωση της κινητικής τους ενέργειας στα επίπεδα του 0.1 eV. Τούτο επιτυγχάνεται με την παρεμβολή μεταξύ των ράβδων σχάσιμου υλικού ενός **επιβραδυντή**, δηλαδή ενός υλικού με μικρό μαζικό αριθμό. Η απώλεια κινητικής ενέργειας των ουδετερονίων επιτυγχάνεται με τις πολλαπλές σκεδάσεις τους από τα άτομα του επιβραδυντή. Σχεδόν όλοι οι βιομηχανικοί τύποι αντιδραστήρων χρησιμοποιούν ως επιβραδυντή νερό, ενώ ένας περιορισμένος αριθμός αερόψυκτων αντιδραστήρων, κυρίως στο Ηνωμένο Βασίλειο και τις χώρες της πρώην Σοβιετικής Ένωσης², χρησιμοποιεί ως επιβραδυντή γραφίτη.

Ένα από τα συστήματα απαγωγής θερμότητας από την καρδιά του αντιδραστήρα και στη συνέχεια παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας περιέχεται στο σχήμα 10-3. Η μεταφορά ενέργειας πραγματοποιείται μέσω ενός κλειστού κυκλώματος νερού, το οποίο παράγει ατμό σε υψηλή πίεση και κινεί τους στροβίλους γεννητριών ηλεκτρικού ρεύματος. Πολλά άλλα συστήματα βρίσκονται σήμερα σε χρήση, όπως διπλά κυκλώματα νερού-ατμού με μεταφορά ενέργειας μέσω εναλλάκτη θερμότητας, αερόψυκτοι αντιδραστήρες, με μέσο απαγωγής της θερμότητας αέριο ήλιο και επιβραδυντή από συμπαγή γραφίτη, καθώς και *ταχείς* αντιδραστήρες, όπου η σχάση προκαλείται από ενεργητικά ουδετερόνια (της τάξης των 100 eV) χωρίς την παρεμβολή επιβραδυντή και απαγωγή της θερμότητας μέσω υγρού

² Στην κατηγορία των αντιδραστήρων που χρησιμοποιούν ως επιβραδυντή γραφίτη ανήκει και η μονάδα Νο. 4 του συγκροτήματος αντιδραστήρων στο Τσερνομπίλ, όπου σημειώθηκε το πολύκροτο ατύχημα της 26 Απριλίου 1986. Η πυρκαγία που σημειώθηκε στον εύφλεκτο επιβραδυντή του αντιδραστήρα και διήρκεσε για περίπου δύο εβδομάδες ήταν κατά κύριο λόγο υπεύθυνη για την έκλυση του μεγάλου ποσού ραδιενεργών ουσιών στο περιβάλλον.

μετάλλου (συνήθως νατρίου).

Ένας αντιδραστήρας χαρακτηρίζεται από τη μέγιστη ηλεκτρική ισχύ που μπορεί να παραγάγει, η οποία αποδίδεται σε μεγαβάτ ηλεκτρικής ενέργειας (Mwe). Σύγχρονοι πυρηνικοί αντιδραστήρες έχουν δυνατότητα παραγωγής ηλεκτρικής ισχύος που πολλές φορές υπερβαίνει τα 1000 Mwe.

Ένας τύπος πυρηνικού αντιδραστήρα που παρουσιάζει ενδιαφέρον από πλευράς πυρηνικών διεργασιών είναι ο αντιδραστήρας αναπαραγωγής³, στον οποίο μέρος των ουδετερονίων που δεν παίρνουν μέρος στη διεργασία της σχάσης χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία νέων σχάσιμων υλικών, όπως ²³⁹Pu και ²³³U αντίστοιχα από τους «γόνιμους» πυρήνες ²³⁸U και ²³²Th. Ο σχεδιασμός ενός τέτοιου αντιδραστήρα προβλέπει πρόκληση της σχάσης από ταχέα ουδετερόνια και ψύξη μέσω υγρού νατρίου. Αν και αντιδραστήρες αναπαραγωγής προσέλκυσαν στο παρελθόν σημαντικό ενδιαφέρον, ουδέποτε κατασκευάστηκαν λόγω των μεγάλων προβλημάτων ασφάλειας που παρουσιάζει η λειτουργία τους και η ιδέα έχει σήμερα ουσιαστικά εγκαταλειφθεί.

Πέρα από την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, αντιδραστήρες πυρηνικής σχάσης χρησιμοποιούνται για διάφορους άλλους σκοπούς, όπως για την κίνηση υποβρυχίων, την παραγωγή ουδετερονίων για ερευνητικούς σκοπούς, την παραγωγή ραδιοϊσοτόπων στην ιατρική και στη βιομηχανία και βεβαίως στην πολεμική βιομηχανία. Η κοινώς ονομαζόμενη «ατομική βόμβα» είναι στην πράξη ένας αντιδραστήρας σχάσης με κατά πολύ υπερκρίσιμη μάζα. Σε αντίθεση όμως με τον αντιδραστήρα παραγωγής ισχύος όπου ο ρυθμός έκλυσης ενέργειας ρυθμίζεται μέσω των ράβδων ελέγχου, λαμβάνο-

³ Ο αντιδραστήρας αναπαραγωγής απαντάται στη βιβλιογραφία και με την ονομασία αντιδραστήρας επώασης, που ενδεχομένως αποτελεί πιστότερη μετάφραση του αγγλοσαξονικού όρου breeder reactor.



νται ειδικά μέτρα ώστε ο ρυθμός αυτός να επιταχυνθεί όσο το δυνατόν περισσότερο. Τα επακόλουθα της έκρηξης που δημιουργείται με τον τρόπο αυτό εξετάζονται στην Άσκηση 10-3.

10-2 Πυρηνική σύντηξη

Στο άλλο άκρο του Περιοδικού Συστήματος, η σύντηξη δύο ελαφρών πυρήνων σε ένα βαρύτερο πυρηνικό σύστημα αναμένεται, όπως και στην περίπτωση της σχάσης, να οδηγήσει σε έκλυση μεγάλων ποσών ενέργειας. Τρία παραδείγματα εξωθερμικών αντιδράσεων του τύπου αυτού είδαμε στις εξ. (10.1). Μερικές ακόμη αντιδράσεις που μπορούν να θεωρηθούν υποψήφιες για τη μαζική παραγωγή ενέργειας μελετώνται στην Άσκηση 10-4.

Υπό μια έννοια, πυρηνικές αντιδράσεις όπως αυτές των εξ. (10.1) και της Άσκηση; 10-3 αποτελούν, με ελάγιστες εξαιρέσεις, την απώτερη πηγή κάθε μορφής ενέργειας που χρησιμοποιεί ο άνθρωπος στη γη. Οι αντιδράσεις αυτές συμβαίνουν συνεγώς στους αστέρες του σύμπαντος όπου τα εξαιρετικά ισχυρά πεδία βαρύτητας δημιουργούν τις απαραίτητες συνθήκες πυκνότητας και αρχικής κινητικής ενέργειας. Συμβαίνουν βεβαίως και στον δικό μας ήλιο που αποτελεί την πηγή κάθε μορφής ενέργειας στον πλανήτη μας. Μπορεί η ενέργεια αυτή να αποθηκεύεται προσωρινά ή για μεγάλα χρονικά διαστήματα υπό μορφή όγκων νερού που εξατμίζεται από τις θάλασσες, μέσω της φωτοσύνθεσης στην ανάπτυξη φυτικής βιομάζας ή με τη βραδεία μεταλλαγή μικροοργανισμών σε πετρέλαιο, η γένεσή της όμως οφείλεται σε πυρηνική σύντηξη που κάποτε συνέβη στον ήλιο. Παρ' όλα αυτά, ο άνθρωπος δεν έχει μπορέσει μέχρι σήμερα να χαλιναγωγήσει και να εκμεταλλευτεί για τις ανάγκες του την αστείρευτη αυτή πηγή ενέργειας.

Από τις αντιδράσεις που αναφέρθηκαν προηγουμένως οι προσφορότερες για παραγωγή ενέργειας είναι η σύντηξη δύο δευτερίων ή η σύντηξη δευτερίου και τριτίου στις εξ. (10.1). Το υδρογόνο

328

είναι ένα από τα στοιγεία με τη μεγαλύτερη αφθονία στον πλανήτη μας, ενώ το δευτέριο αποτελεί το 1/6500 περίπου του φυσικού υδρογόνου. Για να συμβεί όμως η σύντηξη, τα δύο σωμάτια στην αρχική κατάσταση θα πρέπει πρώτα να υπερνικήσουν το δυναμικό Coulomb που δημιουργείται από τα ηλεκτρικά τους φορτία. Όπως εκτιμάται στην Άσκηση 10-5, τούτο απαιτεί κινητική ενέργεια της τάξης των 0.5 MeV ή ισοδύναμα θερμοκρασία περίπου 4×10^9 K. Στις θερμοκρασίες αυτές, που είναι γαρακτηριστικές των αστέρων, τα άτομα είναι πλήρως ιονισμένα και η ύλη βρίσκεται σε μορφή πλάσματος. Παρόμοιες θερμοκρασίες είναι δυνατόν να αναπτυχθούν στιγμιαία μέσω της πυρηνικής σχάσης που μελετήσαμε στην προηγούμενη παράγραφο. Η περίφημη «βόμβα υδρογόνου» συγκροτείται από μια διάταξη σγάσιμου υλικού που περιβάλλει μια ποσότητα δευτερίου ή μίγματος δευτερίου και τριτίου. Κατά τη στιγμή της έκρηξης της «ατομικής βόμβας» του περιβλήματος, η ενέργεια που εκλύεται από την πυρηνική σχάση δημιουργεί τις συνθήκες θερμοκρασίας και συμπίεσης του υδρογόνου που απαιτούνται για το έναυσμα των αντιδράσεων σύντηξης στις εξ. (10.1).

Η κατασκευή μιας διάταξης βιομηχανικού τύπου, ανάλογης προς τον πυρηνικό αντιδραστήρα σχάσης, για την παραγωγή ελεγχόμενης ενέργειας έχει κατά τα τελευταία 50 χρόνια απορροφήσει μεγάλη ερευνητική προσπάθεια. Όπως προκύπτει από τα προηγούμενα, το έναυσμα και η διατήρηση της διεργασίας σύντηξης απαιτεί εξαιρετικά υψηλή θερμοκρασία πλάσματος των βαρέων ισοτόπων του υδρογόνου και ικανή πυκνότητα πυρήνων. Τυπικές τιμές που θα πρέπει να ικανοποιεί η κατάσταση αυτή και που έχουν τεθεί ως στόχοι των ερευνητικών ομάδων ανάπτυξης ενός **αντιδραστήρα σύντηξης** είναι

Θερμοκρασία πλάσματος: $T = 1 - 2 \times 10^8 \text{ K}$ Πυκνότητα πλάσματος: $N = 1 - 2 \times 10^8 \text{ πυρήνες}$ ανά m³ Πίεση πλάσματος: 3 - 10 bar

Για την επίτευξη των στόχων αυτών έχουν προταθεί δύο διαφορετικές μέθοδοι, οι οποίες μέχρι σήμερα έχουν δείξει εξ ίσου ενθαρρυντικά ή μη αποτελέσματα. Κατά την πρώτη μέθοδο, γνωστή ως Σύντηξη Μαγνητικού Περιορισμού, ένας κατάλληλος συνδυασμός μαγνητικών και ηλεκτρικών πεδίων χρησιμοποιείται για τον χωρικό περιορισμό και τη μόνωση του πλάσματος. Στη Σύντηξη Αδρανιακού Περιορισμού, η σύντηξη επιτυγχάνεται με την ισχυρή συμπίεση μικρών ποσοτήτων του υλικού, όπως στην περίπτωση της υδρογονικής βόμβας⁴.

Από τις διάφορες διατάξεις μαγνητικού περιορισμού του πλάσματος που έχουν κατά καιρούς προταθεί για την υλοποίηση της μεθόδου MCF η πιο αποδοτική και σχετικά απλή σε κατασκευή είναι η τοροειδής διαμόρφωση μαγνητικού πεδίου, γνωστή με την ονομασία⁵ **ΤΟΚΑΜΑΚ**, που περιέχεται στο σχήμα 10-5. Στη διάταξη ΤΟΚΑΜΑΚ το μαγνητικό πεδίο που δημιουργεί, η περιέλιξη του συστήματος περιορίζει το πλάσμα σε ένα χώρο με σχήμα που θυμίζει κουλούρι, ενώ η ενέργεια που απαιτείται για το έναυσμα των αντιδράσεων σύντηξης διοχετεύεται στο πλάσμα από εξωτερικές πηγές (δέσμη ουδέτερων σωματίων υψηλής ενέργειας ή ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία). Ο τρόπος με τον οποίο η διάταξη ΤΟΚΑ-ΜΑΚ, που σε αναλογία με τον αντιδραστήρα σχάσης μπορούμε να

⁵ Αν και η λέξη ΤΟΚΑΜΑΚ θυμίζει έντονα όπλο ερυθροδέρμων, η λέξη αποτελεί ακρωνύμιο του ρωσικού όρου <u>ΤΟ</u>ΡΟΙΝΤ <u>ΚΑ</u>ΜΕΡΑ <u>ΜΑ</u>ΓΚΝΗΤ <u>Κ</u>ΑΤΟΥΣΚΑ που σημαίνει «τοροειδής θάλαμος και μαγνητική περιέλιξη». Η διάταξη προτάθηκε αρχικά από τους Ρώσους Αντρέι Σαχάροφ και Ιγκόρ Ταμ.



⁴ Οι δύο μέθοδοι έχουν καθιερωθεί στη βιβλιογραφία με τα αντίστοιχα ακρωνύμια MCF (<u>Magnetic Confinement Fusion</u>) και ICF (<u>Inertial Confinement</u> <u>Fusion</u>).

ονομάσουμε καρδιά του αντιδραστήρα, προβλέπεται να χρησιμόποιηθεί για την ελεγχόμενη παραγωγή ενέργειας περιέχεται στο διάγραμμα του σχήματος 10-6. Ο προτεινόμενος αντιδραστήρας σύντηξης δευτερίου-τριτίου σύμφωνα με την αντίδραση

$$^{2}H + ^{3}H \rightarrow n + ^{4}He, Q = 17.6 \text{ MeV}$$
 (10.6)

συγκροτείται από τα ακόλουθα στοιχεία:

 Μία διάταξη ΤΟΚΑΜΑΚ, αρχικά πληρωμένη με ένα μίγμα δευτερίου-τριτίου, στο οποίο προκαλείται έναυσμα της αντίδρασης (10.6). Τα σωμάτια α που παράγονται κατά την αντίδραση προβλέπεται να παραμένουν περιορισμένα στην καρδιά του αντιδραστήρα για αρκετό χρόνο, αποβάλλοντας σταδιακά την κινητική



Σχήμα 10-5 Μαγνητική διάταξη ΤΟΚΑΜΑΚ για τον χωρικό περιορισμό πλάσματος [Princeton Plasma Physics Laboratory].





Σχήμα 10-6 Διάγραμμα αντιδραστήρα σύντηξης δευτερίου-τριτίου γύρω από διάταξη *TOK*4.1/4K.

τους ενέργεια μέσω συνεχών συγκρούσεων με τα λοιπά σωμάτια και διατηρώντας έτσι τη θερμοκρασία του πλάσματος σε υψηλά επίπεδα. Τα ουδετερόνια βέβαια δεν επηρεάζονται από το μαγνητικό πεδίο και εκπέμπονται αμέσως στο περιβάλλον.

 Η διάταξη ΤΟΚΑΜΑΚ περιβάλλεται από ένα παχύ χιτώνα λιθίου όπου τα ουδετερόνια της πρωτογενούς σύντηξης παράγουν τρίτιο μέσω της αντίδρασης

$$n + {}^{6}Li \rightarrow {}^{3}H + {}^{4}He. \qquad (10.7)$$

Η εξωθερμική αντίδραση της εξ. (10.7) αποτελεί και την πηγή ενέργειας που απάγεται από το όλο σύστημα, ενώ το τρίτιο επαναδιοχετεύεται στο πλάσμα.

Όπως φαίνεται στο σχήμα 10-6, ο αντιδραστήρας συμπληρώνεται από ένα συμβατικό σύστημα μετατροπής θερμικής σε ηλεκτρική

ενέργεια και εγκαταστάσεις διαχωρισμού των προϊόντων της δευτερογενούς αντίδρασης στην εξ. (10.7). Μετά το αρχικό έναυσμα του πλάσματος ο αντιδραστήρας προβλέπεται να λειτουργεί με συνεχή τροφοδοσία δευτερίου, ενώ το μόνο απόβλητο είναι αέριο ήλιο – μια αβλαβής ουσία που χρησιμοποιείται στα παιδικά μπαλόνια και τα αερόστατα.

Η εναλλακτική μέθοδος πρόκλησης σύντηξης των ισοτόπων του υδρογόνου ICF προσπαθεί να προσομοιώσει σε μικρογραφία τη διεργασία της υδρογονικής βόμβας. Μίγμα δευτερίου-τριτίου, προσροφημένο σε μικροσκοπικούς κόκκους ύλης, υποχρεώνεται σε τρομακτική συμπίεση μέσω ισχυρών παλμών ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας λέιζερ. Όπως προδίδει η πειραματική διάταξη του σχήματος 10-7, η συμπίεση πρέπει να είναι συμμετρική και ομοιογενής, ενώ για το έναυσμα της αντίδρασης απαιτούνται θερμοκρασίες της τάξης των 5×10^7 K και τελική πυκνότητα περίπου 50 φορές μεγαλύτερη από αυτή του μολύβδου. Πρόσφατοι υπολογισμοί εκτιμούν ότι για την επίτευξη της κατάστασης αυτής σε ένα κόκκο με διάμετρο της τάξης των mm απαιτείται ενέργεια στα επίπεδα του ενός MJ υπό τη μορφή παλμού χρονικής διάρκειας 10 ns, ήτοι ισχύς περίπου 1014 W! Βεβαίως η ισχύς που θα αποδοθεί από τη σύντηξη του υδρογόνου στο εσωτερικό του κόκκου είναι κατά πολύ μεγαλύτερη.

Οι δύο μέθοδοι σύντηξης δευτερίου-τριτίου που περιγράψαμε αποσπούν σήμερα μεγάλη ερευνητική προσπάθεια. Πολλά επιστημονικά προβλήματα – μεταξύ αυτών και ορισμένες βασικές έννοιες ως προς τη φυσική του πλάσματος – παραμένουν ακόμη άλυτα. Σύμφωνα με πρόσφατη μελέτη που διεξήχθη για λογαριασμό του Ευρωπαϊκού Κοινοβουλίου, η κατασκευή και λειτουργία ενός οικονομικά βιώσιμου αντιδραστήρα σύντηξης δεν προβλέπεται πριν από το 2050.





Σχήμα 10-7 Το σύστημα σύντηξης αδρανιακού περιορισμού NOVA. στο οποίο περίπου τρία τρισεκατομμύρια watt ακτίνων λέιζερ εστιάζονται σε ένα κόκκο διαμέτρου ενός num [General Atomics Fusion Group. San Diego. CA, USA].

10-3 Παραγωγή πυρηνικής ενέργειας

Περί τα τέλη του 1998 υπήρχαν σε λειτουργία περίπου 450 αντιδραστήρες πυρηνικής σχάσης διαφόρων τύπων σε 31 χώρες, παράγοντας το 16% της παγκόσμιας ηλεκτρικής ενέργειας. Η συνεισφορά των εγκαταστάσεων αυτών στο πρόγραμμα παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας των βιομηχανικά αναπτυγμένων χωρών ποικίλει, μεταξύ των οποίων ξεχωρίζει η Γαλλία, όπου περισσότερο από τα 2/3 της εγκατεστημένης ισχύος προέρχεται από αντιδραστήρες πυρηνικής σχάσης. Ως γνωστόν, η Ελλάδα δεν διαθέτει, ούτε προτίθεται στο άμεσο μέλλον να αναπτύξει, πρόγραμμα παραγωγής πυρηνικής ενέργειας.

Η παγκόσμια ζήτηση για ενέργεια, ιδιαίτερα για ηλεκτρική, αυ-

ξάνει συνεχώς, κυρίως λόγω της αύξησης του πληθυσμού και των απαιτήσεων των οικονομιών στις αναπτυσσόμενες χώρες. Παρ' όλο ότι ο ρυθμός αύξησης της ζήτησης σε ηλεκτρική ενέργεια έχει μειωθεί σημαντικά από τα ετήσια επίπεδα του 6% της περιόδου μετά τον Β' Παγκόσμιο Πόλεμο, μια συντηρητική εκτίμηση του Παγκόσμιου Συμβουλίου Ενεργείας προβλέπει ότι μέσα στα επόμενα 50 χρόνια η ετήσια κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας στον πλανήτη μας θα έχει τριπλασιαστεί. Αν αποκλεισθεί η περαιτέρω αύξηση της χρήσης πυρηνικής ενέργειας, με τις σημερινές δυνατότητες της τεχνολογίας μας, η μόνη πηγή για την παραγωγή των τεράστιων αυτών ποσών ενέργειας είναι ουσιαστικά τα ορυκτά καύσιμα. Υδροηλεκτρικές μονάδες παραγωγής ενέργειας εμφανίζονται με πολύ μικρές δυνατότητες περαιτέρω ανάπτυξης, ενώ άλλες μορφές «καθαρών» πηγών ενέργειας, όπως η ηλιακή ή η αιολική, οι οποίες σήμερα συμβάλλουν σε ποσοστό 1% στην παγκόσμια παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας, παρ' όλη τη σημαντική διάθεση πόρων για έρευνα και ανάπτυξη, δεν προβλέπεται να ξεπεράσουν τα επίπεδα του 3 - 6% μέχρι το έτος 2020.

Τα τεράστια ποσά διοξειδίου του άνθρακα που αναπόφευκτα θα εκλυθούν από τη χρησιμοποίηση ορυκτών καυσίμων είναι πολύ πιθανόν ότι θα προκαλέσουν αύξηση της μέσης θερμοκρασίας του πλανήτη και κλιματολογικές μεταβολές που θα οδηγήσουν σε ερημοποίηση μεγάλων περιοχών του πλανήτη και τήξη των πολικών παγετώνων με απρόβλεπτες συνέπειες στο οικοσύστημα – ακόμη και στη γεωγραφία του στερεού φλοιού της γης. Θα περίμενε επομένως κανείς ότι, με στόχο την αειφόρο ανάπτυξη, η επέκταση της χρήσης πυρηνικών εγκαταστάσεων για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας θα εμφανιζόταν ως το κύριο εργαλείο στον στρατηγικό ενεργειακό σχεδιασμό των περισσότερων κρατών. Παρ' όλα αυτά, σύμφωνα με τις τελευταίες στατιστικές και προβλέψεις της Διεθνούς Επιτροπής Ατομικής Ενεργείας (ΔΟΑΕ), η διεθνής τάση είναι προς

BIBAIOG

την αντίθετη κατεύθυνση. Η περαιτέρω ανάπτυξη πυρηνικών εγκαταστάσεων στην Ευρωπαϊκή Ένωση και τη Βόρειο Αμερική είναι μηδενική, ενώ μικρή αύξηση παρατηρείται σε ορισμένες γρήγορα αναπτυσσόμενες χώρες της Ασίας και της Ανατολικής Ευρώπης. Αν συνεχιστεί η τρέχουσα τάση, προβλέπεται ότι η συνεισφορά πυρηνικών εγκαταστάσεων στην παγκόσμια παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας θα μειωθεί στα επίπεδα του 13% μέχρι το έτος 2010 και περαιτέρω στα επίπεδα του 10% μέχρι το 2020.

Δύο είναι κυρίως οι λόγοι που οδηγούν στην διαφαινόμενη αυτή εξέλιξη του ρόλου της πυρηνικής ενέργειας. Ο πρώτος αφορά την έντονη αντίδραση του γενικού πληθυσμού ως προς τη χρήση πυρηνικών εγκαταστάσεων, η οποία έχει τις ρίζες της στη φοβία που δημιούργησε η παρατεταμένη απειλή κατά την περίοδο του ψυχρού πολέμου με τη συσσώρευση στα οπλοστάσια των δύο υπερδυνάμεων τρομακτικών μέσων βιβλικής καταστροφής. Τούτο οδήγησε σε ακραίες αντιλήψεις του γενικού πληθυσμού σχετικά με τους κινδύνους που συνεπάγεται η χρήση πυρηνικών πηγών ενέργειας και μετέτρεψε οτιδήποτε το «πυρηνικό» σε απεχθές⁶. Η αντίληψη αυτή εντάθηκε με το ατύχημα του Τσερνομπίλ το 1987.

Ο δεύτερος λόγος είναι καθαρά οικονομικός. Η τιμή των ορυκτών καυσίμων είναι σήμερα εξαιρετικά χαμηλή (ένα λίτρο πετρελαίου είναι κατά πολύ φθηνότερο από ένα λίτρο εμφιαλωμένου νερού) ενώ οι εγκαταστάσεις ενός θερμοηλεκτρικού εργοστασίου παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας πολύ απλούστερες από τις αντίστοιχες ενός πυρηνικού αντιδραστήρα. Έτσι, σε μια συνεχώς

⁶ Είναι χαρακτηριστικό ότι η βαθιά αυτή απέχθεια του ευρέως κοινού προς οτιδήποτε το «πυρηνικό» - που από τη δράση της γνωστής ηθοποιού του κινηματογράφου αναφέρεται συχνά ως «σύνδρομο Jane Fonda» - έχει οδηγήσει στην εξάλειψη του όρου ακόμη και στο χώρο των ιατρικών εφαρμογών. Έτσι, η Παγκόσμια Εταιρεία Ακτινολογίας, με σχεδόν ομόφωνη απόφαση, αντικατέστησε το 1985 την ονομασία της διαγνωστικής μεθόδου «Πυρηνικού Μαγνητικού Συντονισμού» σε «Απεικόνιση Μαγνητικού Συντονισμού».

αποκρατικοποιούμενη βιομηχανία παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, το υψηλό κόστος των εγκαταστάσεων και ο μεγάλος χρόνος απόσβεσης, σε συνδυασμό με την αβέβαιη αντίδραση του κοινού, έχουν αποτρέψει τις επενδύσεις σε νέες πυρηνικές εγκαταστάσεις.

Είναι βέβαιο ότι η σύγκριση των οικονομικών παραμέτρων ως προς τις δύο μεθόδους παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας δεν είναι απλή υπόθεση. Όλο και περισσότερο γίνεται εμφανές ότι στο τελικό κόστος θα πρέπει να συνυπολογιστεί το κόστος για την αντιμετώπιση των παρενεργειών των δύο μεθόδων: από τη μια πλευρά με στόχο την αύξηση της ασφάλειας πυρηνικών εγκαταστάσεων και την αντιμετώπιση του προβλήματος των συσσωρευμένων πυρηνικών καταλοίπων και από την άλλη την απειλούμενη οικολογική καταστροφή από το φαινόμενο του θερμοκηπίου που ενδέχεται να προκαλέσει η συνεχιζόμενη κατανάλωση ορυκτών καυσίμων. Οι παράγοντες αυτοί μελετώνται σήμερα εντατικά σε εθνικό και διεθνές επίπεδο για τη χάραξη της ενεργειακής πολιτικής κατά το πρώτο ήμισυ του 21^{ου} αιώνα.

Ίσως το μεγαλύτερο πρόβλημα που αντιμετωπίζει η ανθρωπότητα σχετικά με την προστασία του περιβάλλοντος από ραδιενεργό μόλυνση προέρχεται από τη συσσώρευση καταλοίπων από τη λειτουργία αντιδραστήρων παραγωγής ενέργειας. Η κυριότερη πηγή των πυρηνικών καταλοίπων είναι οι βιομηχανίες επεξεργασίας πυρηνικών καυσίμων όπου το πλουτώνιο και ουράνιο σε ήδη χρησιμοποιημένα καύσιμα διαχωρίζεται από άλλα βαρέα στοιχεία και θυγατρικούς πυρήνες της σχάσης με σκοπό την επαναχρησιμοποίησή του. Τα κατάλοιπα αυτά δημιουργούνται σε μορφή διαλυμάτων που περιέχουν περίπου τριάντα προϊόντα σχάσης και 18 ραδιενεργούς πυρήνες με χρόνους ημιζωής έως 10¹⁰ y. Σύμφωνα με διεθνείς κανονισμούς, τα υγρά κατάλοιπα στερεοποιούνται στις βιομηχανίες όπου δημιουργούνται και στη συνέχεια μεταφέρονται σε κρατικούς χώρους προσωρινής αποθήκευσης. Με τη συνεχή αύξηση της χρη-

BIBAIC

σιμοποίησης πυρηνικών αντιδραστήρων σχάσης για παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας κατά την τελευταία πεντηκονταετία, εκτιμάται ότι το έτος 2000 είχαν συσσωρευτεί περίπου 13000 m³ στερεά κατάλοιπα με ολική ραδιενέργεια 10²¹ Bq και θερμική ισχύ 650 MW.

Το πρόβλημα της οριστικής διευθέτησης των πυρηνικών καταλοίπων παραμένει ακόμη ανοικτό. Αν και κατά καιρούς έχουν προταθεί πολλές λύσεις, όπως η βύθισή τους σε ωκεανούς, η αποθήκευσή τους σε πολικούς παγετώνες ή ακόμη και η εκτόξευσή τους σε τροχιά γύρω από τον ήλιο, σήμερα εξετάζονται σοβαρά δύο ενδεχόμενα. Κατά το πρώτο αντιμετωπίζεται η οριστική αποθήκευση των πυρηνικών καταλοίπων σε γεωλογικά σταθερά στρώματα του στερεού φλοιού της γης, όπως σε εκτεταμένα κοιτάσματα ορυκτού άλατος της βόρειας Αμερικής. Κατά το δεύτερο προβλέπεται η «αποτέφρωσή» τους μέσω βομβαρδισμού με ταχέα ουδετερόνια, δηλαδή με την πρόκληση πυρηνικών αντιδράσεων που μεταβάλλουν τα πλέον μακρόβια ραδιενεργά προϊόντα της σχάσης σε σταθερά ισότοπα.

Η αποτέφρωση των πυρηνικών καταλοίπων, αν και είχε προταθεί ήδη από την δεκαετία του 1940, χρειάστηκε την ανάπτυξη των σύγχρονων επιταχυντών υψηλής ενέργειας και ροής σωματίων ώστε να γίνει τεχνικά εφικτή. Σύμφωνα με το σενάριο που μελετάται σήμερα εντατικά σε αρκετά ερευνητικά εργαστήρια της Ευρώπης, των ΗΠΑ και της Ιαπωνίας, η όλη εγκατάσταση θα αποτελείται από ένα επιταχυντή πρωτονίων 1 – 25 GeV με ένταση δέσμης ισοδύναμη προς 10 – 100 mA. Η δέσμη του επιταχυντή θα προσπίπτει σε ένα στόχο μολύβδου και θα προκαλεί την παραγωγή μεγάλων ποσοτήτων ουδετερονίων (στις ενέργειες αυτές κάθε πρωτόνιο προκαλεί την εκπομπή κατά μέσον όρο 90 ουδετερονίων). Στη συνέχεια, τα ουδετερόνια θα βομβαρδίζουν μια μάζα πυρηνικών καταλοίπων ή σχάσιμου υλικού και θα προκαλούν τη διάσπαση ραδιενεργών πυρήνων σε σταθερά ισότοπα ή την έκκληση χρήσιμης ενέργειας μέσω σχάσης.

Το σύστημα σύζευξης ενός επιταχυντή και ενός υποκρίσιμου αντιδραστήρα που μόλις περιγράφηκε μπορεί να χρησιμοποιηθεί κατά διαφόρους τρόπους. Κατ' αρχήν, όπως αναφέρθηκε, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποτέφρωση των πλέον μακρόβιων ραδιοϊσοτόπων των πυρηνικών καταλοίπων, όπως το 99 Tc (T_{1/2} = 2.1 × 10⁵ y), to 129 I (T_{1/2} = 1.6 × 10⁷ y) kai to 135 Cs (T_{1/2} = 2.3 × 10⁶ y) pou αποτελούν περίπου το 5% κατά βάρος των προϊόντων σχάσης κατά τη λειτουργία ενός συμβατικού αντιδραστήρα σχάσης. Είναι ακόμη δυνατόν να χρησιμοποιηθεί για την καταστροφή των μεγάλων αποθεμάτων πλουτωνίου που δημιουργήθηκαν κατά την περίοδο του ψυχρού πολέμου για την κατασκευή πυρηνικών όπλων και σήμερα φυλάσσονται με μεγάλο κόστος σε χώρους υψηλής ασφαλείας. Τέλος, με τη χρησιμοποίηση σχάσιμου υλικού, όπως το θόριο, που βρίσκεται σε σχετικά μεγάλη αφθονία στη φύση, αλλά δεν έχει τη δυνατότητα να συντηρήσει αλυσωτή αντίδραση σχάσης, μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας. Σε κάθε μορφή, η διάταξη προβλέπεται να παράγει αρκετή ενέργεια για τη λειτουργία του επιταχυντή, ενώ ένα μεγάλο ποσό θα διατίθεται για την μαζική παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας.

Η διπλή ωφέλεια από την παραγωγή «καθαρής», σχετικά φθηνής, ηλεκτρικής ενέργειας και την απαλλαγή της ανθρωπότητας από τα μέχρι σήμερα συσσωρευμένα πυρηνικά κατάλοιπα εμφανίζεται ως μια εξαιρετικά ελκυστική λύση. Παρ' όλα αυτά, σημαντική τεχνολογική έρευνα και ανάπτυξη απαιτείται ακόμη για την υλοποίηση ενός προτύπου συστήματος, το οποίο δεν αναμένεται να ολοκληρωθεί πριν από το έτος 2020.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

10-1 Υπολογίστε την ενέργεια που εκλύεται κατά τη διάσπαση του ουρανίου $^{238}U \rightarrow {}^{144}Ba + {}^{94}Kr$.

- 10-2 Εκτιμείστε το λόγο του φράγματος Coulomb κατά τη διάσπαση στην Άσκηση 10-1 ως προς το φράγμα Coulomb κατά την αντίστοιχη αποδιέγερση α.
- 10-3 Η ισχύς μιας «ατομικής βόμβας» αποδίδεται συνήθως σε τόνους τρινιτροτολουόλης (TNT), ήτοι με την ποσότητα TNT που θα προκαλούσε έκρηξη με την ίδια ένταση. Η βόμβα που κατέστρεψε τη Χιροσίμα στις 4 Αυγούστου 1945 ήταν ισχύος 15000 τόνων TNT. Υπολογίστε την ποσότητα καθαρού ²³⁵U που απαιτήθηκε για την κατασκευή της βόμβας.
- 10-4 Προσδιορίστε τις τελικές καταστάσεις που περιλαμβάνουν σταθερούς πυρήνες και στις οποίες μπορούν να οδηγήσουν οι αντιδράσεις

(a) 2 H + 3 He	$(\beta)^{3}H + {}^{3}H$
$(\gamma)^{3}H + {}^{3}He$	(δ) ¹ H + ⁶ Li
(ϵ) ¹ H + ⁷ Li	$(\sigma \tau)^{2} H + {}^{6}Li$
$(\zeta)^{-1}H + {}^{11}Be$	(η) $n + {}^{6}Li$

καθώς και την τιμή Q σε κάθε περίπτωση. Αν η κινητική ενέργεια του βλήματος στην αρχική κατάσταση είναι αμελητέα, υπολογίστε την κινητική ενέργεια με την οποία εκπέμπεται κάθε προϊόν στην τελική κατάσταση στις περιπτώσεις που αυτή αποτελείται από δύο μόνο σωμάτια.

- 10-5 Εκτιμείστε την κινητική ενέργεια που απαιτείται ώστε δύο πυρήνες δευτερίου να υπερνικήσουν το μεταξύ τους φράγμα Coulomb. Σε τι θερμοκρασία του αερίου περίπου αντιστοιχεί η ενέργεια αυτή;
- 10-6 Το μόριο του νερού που δημιουργείται με την οξείδωση του δευτερίου απαντάται με την ονομασία «βαρύ ύδωρ» και μπορεί να εξαχθεί

με ισοτοπικό διαχωρισμό από το κοινό νερό, στο οποίο απαντάται σε αναλογία 1/6500. Υπολογίστε το ρυθμό κατανάλωσης φυσικού απεσταγμένου ύδατος που συνεπάγεται η λειτουργία ενός αντιδραστήρα του σχήματος 10-6 με ισχύ 1000 MW.



ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11 Πυρηνική Φυσική και περιβάλλον

Α ΝΩΣ ΑΦΕΤΗΡΙΑ ΤΗΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ θεωρηθεί η ανακάλυψη της ραδιενέργειας από τον Becquerel στη δύση του 19ου αιώνα, ο κλάδος αυτός της επιστήμης και τεχνολογίας έχει συμπληρώσει ιστορία μόλις 100 ετών. Ήδη με τις πρώτες ανακαλύψεις, παράλληλα με την ερευνητική προσπάθεια για την κατανόηση των μηχανισμών που συντείνουν στη διαμόρφωση του πυρηνικού συστήματος, εκδηλώθηκε και το ενδιαφέρον για την χαλιναγώγηση και χρησιμοποίηση προς όφελος του ανθρώπου της τεράστιας ενέργειας που βρίσκεται αποθηκευμένη στον ατομικό πυρήνα. Πολλές φορές οι προσπάθειες αυτές ακολούθησαν λανθασμένο δρόμο ή βασίστηκαν σε λανθασμένες παραδοχές. Χαρακτηριστική είναι η δοξασία των αρχών του αιώνα ότι μικρή δόση ακτινοβολίας είναι ωφέλιμη για τον άνθρωπο και αναζωογονεί τον οργανισμό¹. Έτσι, κατά τις πρώτες δεκαετίες του 20ου αιώνα αρκετές φαρμακευτικές βιομηχανίες παρήγαγαν σκευάσματα που χορηγούνταν σε ασθενείς

¹ Παραδόξως, η θεωρία ότι μικρές ποσότητες ραδιενέργειας έχουν ευεργετικές επιπτώσεις στον ανθρώπινο οργανισμό, η οποία απαντάται με τον όρο όρμησις, με το έχει ακόμη και σήμερα τους υποστηρικτές της.

με αναιμία κατόπιν ιατρικής συνταγής. Βεβαίως οι δύσμοιροι αυτοί ασθενείς πολύ σύντομα προσβάλλονταν από κάποια μορφή καρκίνου. Εξ ίσου χαρακτηριστική όμως είναι και η ιστορία του Ε.Ο. Lawrence, του εφευρέτη του κυκλοτρονίου, ο οποίος με ένα από τους πρώτους επιταχυντές που κατασκεύασε υπέβαλε σε ακτινοβόληση τη μητέρα του που έπασχε από καρκίνο και την θεράπευσε.

Σήμερα, σημαντικές εφαρμογές της πυρηνικής φυσικής απαντώνται σε κάθε κλάδο της επιστήμης και γενικότερα της ανθρώπινης δραστηριότητας, όπως στην παραγωγή ενέργειας, στην βιομηχανία, στη γεωργία και στην ιατρική διάγνωση και θεραπευτική. Ο κλάδος αυτός της επιστήμης έχει δυστυχώς βρει και εφαρμογές στην κατασκευή όπλων μαζικής καταστροφής. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα αποτολμήσουμε μια γρήγορη ανασκόπηση των εφαρμογών της πυρηνικής φυσικής στη σύγχρονη επιστήμη και τεχνολογία.

11-1 Φυσική ακτινοβολία

Τα όρια της πυρήνικής σταθερότητας εξαντλούνται με τον ²⁰⁸Pb που αποτελεί το βαρύτερο σταθερό πυρηνικό σύστημα στη φύση. Για Z > 82 οι πυρηνικές δυνάμεις, λόγω του φαινομένου του κορεσμού, δεν διαθέτουν την ισχύ και το βεληνεκές ώστε να υπερνικήσουν τις ηλεκτροστατικές δυνάμεις που δημιουργούνται μεταξύ των πρωτονίων και το σύστημα διασπάται σε ελαφρύτερους πυρήνες ή μεταπίπτει σε σταθερότερα συστήματα με εκπομπή ακτινοβολίας α ή β. Όλα τα ισότοπα των στοιχείων με ατομικό αριθμό Z > 82 που έχουν βρεθεί στον πλανήτη μας ή έχουν κατασκευαστεί τεχνητά κατά το δεύτερο ήμισυ του 20ου αιώνα² εκπέμπουν αυθόρμητα ακτινοβολία α ή β και με σταδιακές μεταπτώσεις καταλήγουν σε σταθερούς πυρήνες με $Z \le 82$.

² Μέχρι σήμερα είναι γνωστοί πυρήνες μέχρι τον ατομικό αριθμό Z = 111 (βλ. Παράρτημα Β).



Φυσικά το πρώτο ερώτημα που γεννιέται είναι πώς βρέθηκαν οι ασταθείς αυτοί πυρήνες στη φύση. Από όσα σήμερα γνωρίζουμε, κατά τη χρονική περίοδο αμέσως μετά τη Μεγάλη Έκρηξη (Big Bang) σχηματίστηκαν μέσω διαδοχικών συνενώσεων πρωτονίων και μεταπτώσεων β οι πυρήνες μέχρι το Li. Οι λοιποί πυρήνες σχηματίστηκαν κατά τη διάρκεια μετέπειτα εκρηκτικών διαδικασιών, όπως εκρήξεις σουπερνόβα, κλπ. Κατά τη μακρινή εκείνη κοσμογονία δημιουργήθηκαν φυσικά και ασταθή πυρηνικά συστήματα που με την πάροδο του χρόνου μετέπεσαν με μια ή περισσότερες αποδιεγέρσεις σε σταθερότερες καταστάσεις. Περιμένουμε επομένως ότι τα ορυκτά που εμφανίζουν σήμερα φυσική ραδιενέργεια περιέχουν ασταθείς πυρήνες, κατάλοιπα της αρχικής πυρηνοσύνθεσης, που δεν έχουν ακόμη προλάβει να αποδιεγερθούν, ήτοι πυρήνες με μέσο χρόνο ζωής συγκρίσιμο ή μεγαλύτερο από την ηλικία του σύμπαντος (15 × 10⁹ y).

Μια πληθώρα βαρέων ασταθών ισοτόπων απαντάται σήμερα διάχυτη στα συστατικά του στερεού φλοιού της γης. Προσεκτική μελέτη της φυσικής ραδιενέργειας αποδεικνύει ότι όλοι οι ασταθείς αυτοί πυρήνες με ατομικό αριθμό Z > 82 μπορούν να καταταγούν σε τρεις ομάδες με τα εξής χαρακτηριστικά:

 Κάθε ομάδα χαρακτηρίζεται αντίστοιχα από τη συναρτησιακή μορφή του μαζικού αριθμού Α των πυρήνων που περιέχει σύμφωνα με τις ακολουθίες

$$4n, 4n+2, 4n+3 \tag{11.1}$$

όπου n είναι ακέραιος αριθμός.

 Τα μέλη κάθε ομάδας συνδέονται μεταξύ τους σε μια συνεχή ακολουθία αποδιεγέρσεων α και β⁻.


Σειρά	Ονομασία	Μακροβιότερος	T ₁	Τερματικός
		πυρήνας	(y)	πυρήνας
4 <i>n</i>	Θορίου	²³² ₉₀ Th	1.39×10^{10}	²⁰⁸ ₈₂ Pb
4n + 1	Ποσειδωνίου	²³⁷ ₉₃ Np	2.25×10^{6}	TI ^{جرور} 81
4 <i>n</i> +2	Ουρανίου	²³⁸ ₉₂ U	4.51×10^{9}	²⁰⁶ ₈₂ Pb
4 <i>n</i> + 3	Ακτινίου	²³⁵ U	7.07×10^8	²⁰⁷ ₈₂ Pb

Πίνακας 11-1 Οι τέσσερις φινσικές ραδιενεργές σειρές.

- Κάθε σειρά αρχίζει με ένα μακρόβιο ισότοπο με μέσο χρόνο ζωής συγκρίσιμο προς την ηλικία του σύμπαντος.
- 4. Κάθε σειρά καταλήγει σε ένα σταθερό πυρήνα.

Οι τρεις σειρές φυσικής ραδιενέργειας είναι γνωστές με το όνομα του μακρόβιου μητρικού πυρήνα που απαντάται σε καθεμιά. Η σειρά του θορίου (4n) έχει ως μητρικό πυρήνα το $^{232}_{90}$ Th, η σειρά του ουρανίου (4n + 2) το ισότοπο $^{238}_{92}$ U και η σειρά του ακτινίου (4n + 3) το ισότοπο $^{235}_{92}$ U. Η σειρά των πυρήνων με μαζικό αριθμό A = 4n + 1, που προφανώς λείπει από τον προηγούμενο κατάλογο, ανακαλύφθηκε μόνο μετά τη δημιουργία τεχνιτών ραδιοϊσοτόπων σε αντιδραστήρες κατά την δεκαετία του 1940. Ο μακροβιότερος πυρήνας της σειράς αυτής, το $^{237}_{93}$ Np, έχει χρόνο ημιζωής $T_{42} = 2.25$ × 10⁶ y που εξηγεί την απουσία της σειράς αυτής από τα φυσικά ραδιοϊσότοπα. Όλοι οι πυρήνες με A = 4n + 1 που δημιουργήθηκαν κατά την κοσμογονία έχουν από πολύ καιρό αποδιεγερθεί.

Τα κύρια χαρακτηριστικά των τεσσάρων ραδιενεργών σειρών δίνονται περιληπτικά στον Πίνακα 11-1, ενώ ο τρόπος σταδιακής



Σχήμα 11-1 Η ραδιενεργός σειρά του Θορίου (41).



Σχήμα 11-2 Η ραδιενεργός σειρά του Ποσειδωνίου (4n + 1).





Σχήμα 11-3 Η ραδιενεργός σειρά του Ουρανίου (4n + 2)..



Σχήμα 11-4 Η ραδιενεργός σειρά του Ακτινίου (4n + 3).



αποδιέγερσης κάθε σειράς περιέχεται στα διαγράμματα των σχημάτων 11-1 έως 11-4. Η αλυσίδα των αποδιεγέρσεων αποτελείται αποκλειστικά από μεταπτώσεις μέσω εκπομπής σωματίων α (που εξηγεί την πρώτη στήλη του Πίνακα 11-1) και β⁻. Η παρουσία μόνο αποδιεγέρσεων β⁻ εξηγείται από το γεγονός ότι κάθε αποδιέγερση α αφήνει τον θυγατρικό πυρήνα με σχετικά μεγάλο πλεόνασμα ουδετερονίων. Η κατάσταση αυτή διορθώνεται με τη μετάπτωση β⁻ που μετατρέπει ένα ουδετερόνιο σε πρωτόνιο. Πολλά ισότοπα έχουν τη δυνατότητα να αποδιεγερθούν εναλλακτικά με δύο μηχανισμούς αποδιέγερσης (α ή β⁻) προς διαφορετικούς κατώτερους πυρήνες. Στις περιπτώσεις αυτές ο εναλλακτικός μηχανισμός περιλαμβάνεται στο αντίστοιχο διάγραμμα των σχημάτων 11-1 έως 11-4 μόνον αν η σχετική πιθανότητα αποδιέγερσης μέσω του συγκεκριμένου κλάδου υπερβαίνει το 1%.

Τα πέραν του μολύβδου στοιχεία των φυσικών ραδιενεργών σειρών δεν αποτελούν τη μόνη πηγή φυσικής ραδιενέργειας στον πλανήτη μας. Πολλά από τα σχετικά ελαφρά στοιχεία διαθέτουν ραδιενεργά ισότοπα που απαντώνται ως προσμίζεις στον στερεό φλοιό της γης, στους ωκεανούς και στην ατμόσφαιρα. Τα γνωστά σήμερα ραδιοϊσότοπα με ατομικό αριθμό $Z \le 82$ έχουν συγκεντρωθεί στον Πίνακα 11-2. Εκτός από το τρίτιο και τον 14C, τα ραδιοϊσότοπα του Πίνακα 11-2 είναι, όπως και τα μετά το μόλυβδο ραδιενεργά στοιγεία, κατάλοιπα της πυρηνοσύνθεσης κατά την κοσμογονία. Ίσως το πιο σημαντικό από τα ισότοπα αυτά είναι το 40 K, αν και απαντάται στη φύση μόνο σε ποσοστό 0.012% ως προς το φυσικό κάλιο [το κάλιο διαθέτει δύο σταθερά ισότοπα, το 39K (93.3%) και το 41 K (6.1%)]. Λόγω της μεγάλης αφθονίας του στοιχείου στη φύση, κυρίως στα πετρώματα του στερεού φλοιού της γης και στη θάλασσα, ένα σημαντικό ποσοστό της θερμότητας του πλανήτη μας προέρχεται από τη ραδιενέργεια του 40 Κ. Ο μηχανισμός αποδιέγερσης του 40 K δίνεται στο σχήμα 11-5.

Πυρήνας	Χρόνος ημιζωής (y)	Μηχανισμός αποδιέγερσης	Αφθονία σχετικά με τα λοιπά ισότο- πα του στοιχείου (%)
H	12.23	β-	_
¹⁴ C	5730	β-	-
10 K	1.28 × 10°	β [−] . EC. β ⁺	0.012
⁵⁰ V	> 4 × 10 ¹⁵	EC	0.25
s Rb	4.7 × 10 ¹⁰	β ⁻	27.83
¹¹³ Cd	9 × 10 ¹⁵	β⁻	12.3
¹¹⁵ In	5×10^{14}	β [−]	12.3
¹²³ Te	1.2×10^{13}	EC	0.87
^{1,36} La	1.05×10^{11}	EC. β ⁻	0.09
¹⁴² Ce	5×10^{16}	α	11.1
144 Nd	2.1×10^{15}	a	23.9
14 ⁻ Sm	1.07×10^{11}	α	15.0
¹⁴⁸ ₆₂ Sm	8×10^{15}	α	11.2
¹⁴⁹ ₆₂ Sm	1×10^{16}	α	13.8
¹⁵² Gd	1.1 × 10 ¹⁴	α	0.20
¹⁵⁶ ₆₆ Dy	2×10^{14}	α	0.06
¹⁻⁶ -1 Lu	2.7×10^{10}	β ⁻	2.6
l ¹ .Hf	2.0×10^{15}	α	0.17
¹⁸⁰ -3Ta	$> 1.6 \times 10^{13}$	EC. β ⁻	0.012
¹⁸ , Re	5×10^{10}	β-	62.5
¹⁹⁰ Pt	7 × 10 ¹¹	α	0.013
²⁰⁴ Pb	1.4×10^{17}	α	. 1.4

Πίνακας 11-2 Φυσικά ραδιοϊσότοπα με ατομικό αριθμό Z < 82.

Οι δύο ελαφρύτεροι πυρήνες στον Πίνακα 11-2 έχουν διαφορετική προέλευση. Όπως προδίδουν οι σχετικά μικροί χρόνοι ημιζωής τους, αν και απαντώνται στη φύση, δεν πρόκειται για ασταθή κατά-

BIBA



Σχήμα 11-5 Αποδιέγερση του ⁴⁰Κ μέσω ΕC. β⁺ και β⁻.

λοιπα της κοσμογονίας. Τα ραδιοϊσότοπα αυτά δημιουργούνται από την κοσμική ακτινοβολία, κυρίως από πρωτόνια υψηλής ενέργειας. Τα κοσμικά πρωτόνια αντιδρούν με τα άτομα της ατμόσφαιρας και παράγουν κατά μέσο όρο 2.4 ουδετερόνια ανά δεύτερο λεπτό, ανά cm² της διατομής της γης. Οι κυριότερες αντιδράσεις για την παραγωγή ουδετερονίων στην ατμόσφαιρα είναι

$$^{1}H + ^{16}O \rightarrow n + ^{16}F$$
 (11.2)

και

$$^{1}H + ^{16}N \rightarrow n + ^{14}O.$$
 (11.3)

Από τα ουδετερόνια χαμηλής ενέργειας που προέρχονται από τις αντιδράσεις αυτές πολύ λίγα φτάνουν στην επιφάνεια της γης. Πολλά απορροφώνται από το άζωτο της ατμόσφαιρας και προκαλούν την αντίδραση

$$n + {}^{14}N \rightarrow {}^{1}H + {}^{14}C$$
 (11.4)

Στη συνέχεια ο ραδιενεργός ¹⁴C οξειδώνεται σε CO₂ και ως βαρύτερο μόριο κατέρχεται στην επιφάνεια της γης, όπου απορροφάται από τους ζώντες οργανισμούς μέσω της αναπνοής και της φωτοσύνθεσης.

Τα ουδετερόνια υψηλής ενέργειας που παράγονται από τις αντιδράσεις των εξ. (11.2) και (11.3) αντιδρούν διαφορετικά με τα συστατικά της ατμόσφαιρας. Οι πιθανότερες αντιδράσεις με ταχέα ουδετερόνια στην ατμόσφαιρα είναι

$$n + {}^{14}N \rightarrow {}^{3}H + {}^{12}C$$
 (11.5)

και

$$n + {}^{14}N \rightarrow {}^{3}He + {}^{12}B$$
 (11.6)

Το τρίτιο που δημιουργείται από την πρώτη αντίδραση υπάρχει ως φυσική πρόσμιξη στους υδρατμούς της ατμόσφαιρας και στο νερό της βροχής.

11-2 Εφαρμογές της ραδιενέργειας

Τα φυσικά ραδιοϊσότοπα μπορούν να μας δώσουν σημαντικές πληροφορίες γύρω από την ιστορία του πλανήτη μας, αλλά και για την ανθρώπινη ιστορία. Η ίδια η ηλικία των στοιχείων μπορεί να εκτιμηθεί από την παρατηρούμενη σήμερα αφθονία των ισοτόπων τους. Αν, για παράδειγμα, θεωρήσουμε ότι κατά την κοσμογονία δημιουργήθηκαν ίσες ποσότητες ²³⁵U και ²³⁸U, τότε η σημερινή διαφορά ως προς τη σχετική αφθονία των δύο ισοτόπων του ουρανίου στη φύση οφείλεται στον μικρότερο μέσο χρόνο ζωής του ²³⁵U

$$\tau(^{235}\text{U}) = 10.5 \times 10^8 \text{ y} < \tau(^{238}\text{U}) = 6.51 \times 10^9 \text{ y}.$$
(11.7)

BIBAN

Αν επομένως *T* είναι ο χρόνος που έχει παρέλθει από την εποχή κατά την οποία δημιουργήθηκαν τα στοιχεία, τότε ο λόγος της αφθονίας των δύο ισοτόπων πρέπει να δίνεται σήμερα από το λόγο

$$\frac{N(^{238}\text{U})}{N(^{235}\text{U})} = \frac{e^{-\frac{T}{r(^{239}\text{U})}}}{e^{-\frac{T}{r(^{235}\text{U})}}}$$
(11.8)

ή

$$T = \ell n \left(\frac{N(^{238} \text{U})}{N(^{235} \text{U})} \right) \frac{\tau(^{235} \text{U}) \tau(^{238} \text{U})}{\tau(^{238} \text{U}) - \tau(^{235} \text{U})}$$
(11.9)

που από την παρατηρούμενη σχετική αφθονία $\frac{N(^{238}\text{U})}{N(^{235}\text{U})} \cong 140$ δίνει την ηλικία του φυσικού ουρανίου ως $T \cong 5 \times 10^9$ y.

Βέβαια ο μέσος χρόνος ζωής των πυρήνων με Z > 82 που παρουσιάζουν φυσική ραδιενέργεια είναι πολύ μεγάλος ώστε να συγκριθεί με χρονικά διαστήματα που έχουν ενδιαφέρον σε σχέση με την ιστορία της ανθρωπότητας. Για το σκοπό αυτό ο 14C που περιλαμβάνεται στον Πίνακα 11-5 έχει σχεδόν ιδανικές ιδιότητες. Αφ' ενός ο χρόνος ημιζωής του Τ_{1/2} = 5730 y επιτρέπει την εξερεύνηση των ιστορικών και προϊστορικών χρόνων. Αφ' ετέρου ο άνθρακας αφομοιώνεται και αποτελεί σημαντικό ποσοστό της ύλης κάθε ζωντανού οργανισμού. Όπως είδαμε στην προηγούμενη Παράγραφο, ο ¹⁴C δημιουργείται συνεχώς από τα δευτερογενή θερμικά ουδετερόνια της κοσμικής ακτινοβολίας σύμφωνα με την αντίδραση της εξ. (11.4). Στη συνέχεια, η απορρόφησή του ως CO2 δημιουργεί σε κάθε ζώντα οργανισμό ένα επίπεδο πυκνότητας ραδιενέργειας της τάξης των 0.015 Bq g^{-1} . Από τη στιγμή φυσικά που ο οργανισμός απομακρύνεται από τον κύκλο της ζωής η απορρόφηση σταματά και η ραδιενέργεια αυτή φθίνει με τον χαρακτηριστικό χρόνο ημιζωής του 14C. Έτσι, από τη σύγκριση της ειδικής ραδιενέργειας που παρουσιάζουν ιστορικά ευρήματα προς την ειδική ραδιενέργεια σε ζωντανούς οργανισμούς μπορεί να προσδιοριστεί η ηλικία τους. Το σχήμα 11-6 περιέχει σε γραφική παράσταση την ειδική ραδιενέργεια



Σχήμα 11-6 Σχετική περιεκτικότητα ¹⁴C σε δείγματα ιστορικών ευρημάτων γνωστής ηλικίας. Η εκθετική καμπύλη προσαρμογής αντιπροσωπεύει χρόνο ημιζωής του ¹⁴C T₂ = 5568 ± 30 y. Τα δείγματα είναι ηλικίας 800 έως 5000 y και ο προσδιορισμός της ηλικίας τους οφείλεται σε ομάδες ιστορικών και παλαιοντολόγων των Πανεπιστημίων του Σικάγο (C) και Πενσυλβάνιας (P). Η γραφική παράσταση παρουσιάστηκε για πρώτη φορά από τον W.F. Libby κατά τη διάλεξη αποδοχής του βραβείου Νόμπελ το 1960.

διαφόρων ιστορικών ευρημάτων γνωστής ηλικίας. Η συνεχής γραμμή που προέρχεται από την προσαρμογή του εκθετικού νόμου αποδιέγερσης προς τα δεδομένα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό της ηλικίας νέων ευρημάτων. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίστηκε ότι απανθρακωμένη ξυλεία που βρέθηκε στις σπηλιές Lascaux της περιοχής Dordogne της Γαλλίας προέρχεται από φωτιά που άναψαν πρόγονοί μας κατά την εποχή των παγετώνων στην Ευρώπη. Περιττώματα από βραδύποδες που βρέθηκαν στη Νεβάδα και στη Χιλή έχουν ηλικία 10500 ετών, ενώ πιο πρόσφατα δείγματα αγγλικού ανθρακίτη προσδιορίστηκε ότι δημιουργήθηκαν πριν 3800 χρόνια. Οι ηλικίες αυτές μετρώνται με ένα πειραματικό σφάλμα που δεν ξεπερνά τις μερικές εκατοντάδες χρόνια.

Για τον προσδιορισμό της ηλικίας αντικειμένων σε μικρότερη χρονική κλίμακα είναι δυνατόν να χρησιμοποιηθεί το φυσικό τρίτιο που όπως είδαμε δημιουργείται στα υψηλά στρώματα της ατμόσφαιρας σύμφωνα με την αντίδραση της εξ. (11.5). Το τρίτιο που δημιουργείται με τον τρόπο αυτό οξειδώνεται, αναμειγνύεται με τους υδρατμούς της ατμόσφαιρας και καταλήγει στην επιφάνεια της γης με τη βροχή. Έτσι, το βρόχινο νερό παρουσιάζει μια μέση ειδική ραδιενέργεια τριτίου της τάξης των 130 Bq L⁻¹ που φθίνει με χρόνο ημιζωής T₁₄ =12.23 y. Η τιμή της ειδικής ραδιενέργειας ενός υγρού μπορεί επομένως να προσδιορίσει την ηλικία του μέσα σε όρια δεκαετιών ή, σε περίπτωση πόσιμου νερού, την προέλευσή του. Όπως αναμένεται έχει βρεθεί ότι νερό από τα εσωτερικά στρώματα της γης παρουσιάζει πολύ μικρότερη ραδιενέργεια τριτίου από το νερό των λιμνών και των ποταμών.

Η ευρεία εφαρμογή της ραδιενέργειας στους διάφορους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας οφείλεται στη μεγάλη ευαισθησία με την οποία μπορεί να ανιχνευτεί. Η αποδιέγερση ενός και μόνο πυρήνα μπορεί να καταγραφεί από ένα κατάλληλο όργανο έξω από το αντικείμενο που εξετάζεται, ενώ άλλες μέθοδοι ανάλυσης, όπως η χημική, απαιτούν δισεκατομμύρια άτομα και εισάγουν διαταραχές ή καταστρέφουν το δείγμα. Στην περίπτωση όπου ενδιαφέρουν οι χημικές μόνον ιδιότητες του στοιχείου, μικρή πρόσμιξη από ραδιενεργό ισότοπο του ιδίου στοιχείου μπορεί να δώσει σημαντικές πληροφορίες για τη συμπεριφορά του μέσα σε ένα δυναμικό σύστημα ή ένα ζωντανό οργανισμό. Η τεχνική αυτή έχει βρει μεγάλη εφαρμογή σε διάφορους τομείς της ιατρικής, χημείας, μεταλλουργίας, γεωπονικής, ωκεανογραφίας, μετεωρολογίας, καθώς και σε τεχνολογικά προβλήματα, όπως στον έλεγχο αντοχής υλικών, στη μεταφορά καυσίμων, στην παρακολούθηση διαρροών και στον έλεγχο φθοράς εξαρτημάτων.

Στον τομέα της γεωργίας, με την εισαγωγή ιχνών ραδιενεργού ³²P στα φωσφορούχα λιπάσματα μελετήθηκε η κινητικότητα και απορρόφηση των ενεργών συστατικών των λιπασμάτων στα διάφορα φυτά. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίστηκε η ακριβής ποσότητα που χρειάζεται κάθε είδος φυτού και ο καλύτερος τρόπος διασποράς του λιπάσματος στο έδαφος με αποτέλεσμα τη σημαντική μείωση του κόστους των καλλιεργειών. Κατά τον ίδιο τρόπο προσδιορίστηκε η κινητικότητα των διαφόρων εντομοκτόνων που προστατεύουν τα φύλλα των φυτών από τις νεαρές κάμπιες με την προσθήκη ιχνών ³⁵S στο εντομοκτόνο. Οι συνήθειες των ίδιων των εντόμων μελετήθηκαν με την εισαγωγή στην τροφή τους ραδιενεργών ουσιών και στη συνέχεια με την παρακολούθησή τους μέσω ανιχνευτών ακτινοβολίας.

Στη βιομηχανία, η παρακολούθηση της φθοράς διαφόρων υλικών μπορεί να γίνει αποτελεσματικά με τη χρήση ραδιενεργών ισοτόπων. Η φθορά των εμβόλων μιας μηχανής εσωτερικής καύσης, για παράδειγμα, μπορεί να μετρηθεί με την πρόσμιξη μικρής ποσότητας ραδιενεργού σιδήρου στο κράμα του εμβόλου και παρακολούθηση της ραδιενέργειας που συσσωρεύεται στο λάδι που λιπαίνει τη μηχανή. Πολλοί κατασκευαστές αυτοκινήτων έχουν πραγματοποιήσει αυτό τον έλεγχο ως συνάρτηση της ταχύτητας του αυτοκινήτου, της θερμοκρασίας του περιβάλλοντος, καθώς και του λιπαντικού μέσου με αποτέλεσμα να προσδιοριστεί ο καλύτερος τύπος λαδιού για τις διάφορες συνθήκες λειτουργίας. Ανάλογες μελέτες έχουν γίνει για τον έλεγχο της φθοράς των ελαστικών με μικρές προσμίξεις ³²P στο υλικό του ελαστικού. Ο ρυθμός μείωσης της ραδιενέργειας – και επομένως φθοράς του ελαστικού – προσδιορίζεται από ένα ανιχνευτή στο εσωτερικό του προφυλακτήρα.ως συνάρτηση της ταχύτητας του αυτοκινήτου, του φορτίου και της ποιότητας του οδοστρώματος.

Βιομηχανίες που χρησιμοποιούν υλικά επικίνδυνα για την υγεία των εργαζομένων προσθέτουν συνήθως ίχνη ραδιενεργών ισοτόπων στις δεξαμενές αποθήκευσης για τον έλεγχο διαρροών. Σε εργοστάσια που κατασκευάζονται λυχνίες φθορισμού, μικρή πρόσμιξη ραδιενεργού ¹⁹⁷Hg στις δεξαμενές αποθήκευσης υδραργύρου επιτρέπει τη συνεχή παρακολούθηση του επιτρεπτού ορίου ατμών υδραργύρου στην ατμόσφαιρα. Με παρόμοιες μεθόδους ανιχνεύονται διαρροές επικίνδυνων ουσιών σε άλλες βιομηχανίες, όπως η διαρροή χλωρίου με ίχνη ³⁶Cl και αμμωνίας με ίχνη ³H.

Μια μεγάλη κατηγορία εφαρμογών της ραδιενέργειας στη βιομηχανία εκμεταλλεύεται τη μερική απορρόφηση της ακτινοβολίας ή τη μείωση της ενέργειας των φορτισμένων σωματίων κατά τη διέλευσή τους μέσω της ύλης. Με τον τρόπο αυτό το πάχος ή η πυκνότητα ορισμένων βιομηχανικών προϊόντων είναι δυνατόν να ελέγχεται δυναμικά κατά την παραγωγή ώστε να επιτυγχάνεται ομοιομορφία του προϊόντος. Η διάταξη του σχήματος 11-7 χρησιμοποιείται σήμερα ευρέως στις βιομηχανίες χάρτου, πλαστικών, στην υφαντουργία και στην τυπογραφία. Ο ρυθμός αποδιεγέρσεων που καταγράφεται στον ανιχνευτή της διάταξης είναι αντιστρόφως ανάλογος του πάχους της ταινίας που δημιουργούν οι δύο κύλινδροι. Αν ο ρυθμός αυξηθεί πάνω από ένα ορισμένο όριο, συνθήκη που σημαίνει ότι το προϊόν έχει λεπτότερο πάχος απ' ότι πρέπει, ένα σήμα διόρθωσης στέλνεται στους κυλίνδρους και η μεταξύ τους απόσταση αυξάνει. Με τη χρησιμοποίηση πηγών ακτινοβολίας β χαμηλής ενέργειας, όπως το 63 Ni, είναι δυνατόν να ελεγχθεί με ακρίβεια το πάχος λεπτών φιλμ ή επιστρώσεων. Στην τυπογραφία το πάχος της μελάνης πάνω στο χαρτί διατηρείται μεταξύ 3 - 7 μm με διάταξη ελέγχου παρόμοια προς αυτήν του σχήματος 11-7. Αν ο ρυθμός αποδιεγέρσεων αυξηθεί (ή μειωθεί) πέρα από ορισμένα όρια, το σήμα διόρθωσης αυξάνει (ή μειώνει) την τροφοδοσία μελάνης στους κυλίνδρους εκτύπωσης. Συνήθως ολόκληρη σειρά από σταδιακές εξελάσεις ή εκτυπώσεις ελέγχεται δυναμικά και αυτόματα με διατάξεις παρόμοιες προς αυτήν του σχήματος 11-7.

Πηγές ακτινοβολίας χρησιμοποιούνται συχνά στη βιομηχανία λόγω της ιδιότητας των ακτίνων γ ή φορτισμένων σωματίων να προκαλούν ιονισμό των ατόμων και μορίων της ύλης. Με τον τρόπο αυτό δρουν ως καταλύτες ή επιταγύνουν γημικές και βιολογικές διεργασίες και μεταβάλλουν τις φυσικές ιδιότητες των υλικών. Ακτινοβόληση του πολυαιθυλενίου με ακτίνες γ αυξάνει τη θερμοκρασία ροής του από 120 C σε περισσότερο από 200 C και την αντοχή του κατά 60%. Η βελτίωση αυτή επιτρέπει την αποστείρωση ιατρικών συσκευών που είναι κατασκευασμένες από πολυαιθυλένιο. Ακτινοβόληση ελαστικών αυτοκινήτου διπλασιάζει τουλάχιστον το μέσο χρόνο ζωής τους και βελτιώνει τις φυσικές τους ιδιότητες. Με τον ιονισμό των μορίων της ατμόσφαιρας η ακτινοβολία αυξάνει την αγωγιμότητα με αποτέλεσμα να εξαλείφεται ο στατικός ηλεκτρισμός. Η τριβή του ατμοσφαιρικού αέρα στις πτέρυγες των αεροπλάνων, για παράδειγμα, δημιουργεί στατικά φορτία που είναι υπεύθυνα για τη συσσώρευση πάγου. Το πρόβλημα λύνεται με τη τοποθέτηση ραδιενεργών πηγών στα άκρα των πτερύγων. Με παρόμοιο τρόπο αλεξικέραυνα αυξάνουν κατά πολύ την αποτελεσματικότητά τους με ενσωμάτωση ραδιενεργών πηγών που εξαλείφουν τον στατικό ηλεκτρισμό της ατμόσφαιρας.

Η μεταβολή των μορίων από την ακτινοβόληση ενός ζωντανού οργανισμού προκαλεί βιολογικές διαταραχές ή και καταστροφή των κυττάρων. Αρκετή δόση ακτινοβολίας προκαλεί στείρωση και το γεγονός αυτό χρησιμοποιήθηκε με επιτυχία από τους επιστήμονες του Ε.Κ.Ε.Φ.Ε. Δημόκριτος για την καταπολέμηση του δάκου στη χώρα μας. Μεγαλύτερη δόση ακτινοβολίας σκοτώνει μικροοργανισμούς και μικρόβια. Μια φαρμακευτική εταιρία σήμερα στην Ελλά-

BIBALOG



Σχήμα 11-7 Διάταξη δυναμικού ελέγχου του πάχους προϊόντος στη βιομηχανία χάρτου ή στην τυπογραφία.

δα κατασκευάζει σύριγγες μιας χρήσης που αποστειρώνονται με ακτινοβόληση. Η ίδια ιδιότητα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη διατήρηση τροφών. Ακτινοβολημένες πατάτες, πουλερικά και κρέας έχουν διατηρηθεί χωρίς αλλοίωση για περισσότερο από ένα έτος εκτός ψυγείου. Δυστυχώς η τελευταία εφαρμογή δεν έχει κερδίσει αρκετά έδαφος, για καθαρά κυρίως εμπορικούς λόγους. Σε αντίθεση με τη μέθοδο αυτή, τα κατεψυγμένα τρόφιμα απορροφούν και διατηρούν νερό ίσο με 20% τουλάχιστον του βάρους τους, που τελικά «πουλιέταυ» στον καταναλωτή στην τιμή του κατεψυγμένου προϊόντος.

Η ραδιενέργεια βρίσκει ίσως την πιο σημαντική της εφαρμογή στην ιατρική διάγνωση και θεραπεία. Η εισαγωγή μικρής ποσότητας ραδιενεργού υλικού στον ανθρώπινο οργανισμό επιτρέπει την παρακολούθηση της λειτουργίας των οργάνων και τον προσδιορισμό της συμμετοχής των στοιχείων στις βιολογικές διεργασίες. Για να χρησιμοποιηθεί ένα ραδιοϊσότοπο για διαγνωστικούς σκοπούς θα πρέπει φυσικά να πληροί ορισμένες προϋποθέσεις. Κατ' αρχήν θα πρέπει να είναι αρκετά βραχύβιο ώστε να πάψει η ακτινοβόληση του

οργανισμού μετά από μικρό σγετικά γρονικό διάστημα. Πρέπει ακόμη να είναι εύκολη η εξωτερική ανίχνευση της ακτινοβολίας του, που στην πράξη σημαίνει ακτινοβολία γ με ενέργεια άνω των 100 keV. Τέλος, η εισαγωγή του στον οργανισμό δεν πρέπει να έχει τοξικές επιπτώσεις³. Χαρακτηριστική είναι η χρησιμοποίηση ραδιενεργού ιωδίου για τη διερεύνηση της λειτουργίας του θυρεοειδή αδένα. Το ιώδιο έχει την ιδιότητα να συγκεντρώνεται επιλεκτικά στον θυρεοειδή. Έτσι, αν ο ασθενής πιει ένα ποτήρι νερό που περιέχει ¹³¹Ι (σε μορφή NaI), ο ρυθμός της ακτινοβολίας που καταγράφεται μετά από 24 ώρες σε ένα ανιχνευτή τοποθετημένο κοντά στον τράχηλο, προσδιορίζει αν ο θυρεοειδής είναι φυσιολογικός ή υπερλειτουργεί. Άλλα ραδιενεργά ισότοπα χρησιμοποιούνται τακτικά για τον προσδιορισμό της λειτουργίας ή την απεικόνιση διαφόρων οργάνων του σώματος ανάλογα με την επιλεκτική απορρόφηση του αντίστοιχου στοιχείου. Ο 11 C, υπό μορφή αμίνης συγκεντρώνεται στους πνεύμονες, το 18 F στα οστά και στο πάγκρεας, ενώ το 67 Ga και το ⁷⁶As στους κακοήθεις όγκους. Ίσως το πιο διαδεδομένο ισότοπο στην ιατρική διάγνωση σήμερα είναι το ισομερές ισότοπο⁴ του ⁹⁹Tc^m που δημιουργήθηκε στο Κέντρο Ερευνών Brookhaven National Laboratory των ΗΠΑ περί τα 1965 και κατασκευάζεται καθημερινά στην Ελλάδα στον πυρηνικό αντιδραστήρα του Ε.Κ.Ε.Φ.Ε.

BIBAIC

³ Η τελευταία ιδιότητα αποδεικνύεται στην πράξη πολύ λιγότερο σημαντική λόγω της μεγάλης ευαισθησίας με την οποία ανιχνεύεται η ακτινοβολία και επομένως της μικρής ποσότητας ραδιενεργού υλικού που απαιτείται για τη διάγνωση. Για παράδειγμα, μια ποσότητα ¹¹C ($T_{1/2} = 20$ min) με ραδιενέργεια 10¹⁰ Bq, που αντιπροσωπεύει εξαιρετικά ισχυρή δόση, έχει μάζα περίπου 10⁻⁹ g. Έτσι η απαιτούμενη ποσότητα ραδιενεργού άνθρακα μπορεί να χορηγηθεί ακόμη και υπό μορφή κυανίου χωρίς τοξικά επακόλουθα.

⁴ Το τεχνίτιο είναι το μόνο στοιχείο του Περιοδικού Συστήματος με ατομικό αριθμό μικρότερο του 82 (Z = 43) που δεν διαθέτει κανένα σταθερό ισότοπο – εξ ου και η ονομασία του. Το ισότοπο ⁹⁹Tc, με χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 2.11 \times 10^5$ y, εμφανίζει την ισομερή κατάσταση ⁹⁹Tc^m σε ενέργεια διέγερσης 143 keV και χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 6.01$ h.



Σχήμα 11-8 Η φωτογραφική μηχανή του Anger που δημιουργήθηκε από τον Hal Anger στο Πανεπιστήμιο Berkeley της Καλιφόρνιας. Ακτίνες γ από το ισότοπο που έχει συσσωρευτεί στον εγκέφαλο καταγράφονται σε μια διάταξη ανιχνευτών ακτινοβολίας. Τα σήματα από τους ανιχνευτές. μετά από επεξεργασία μέσω ηλεκτρονικού υπολογιστή. δημιουργούν τη «φωτογραφία» του όγκου στο αριστερό μέρος του σχήματος [G.I. Brownwel and R.J. Shalek, Physics Today 23 (1970) 32].

Δημόκριτος. Το ⁹⁹Tc, με χρόνο ημιζωής $T_{\frac{1}{2}} = 6.01$ h, συγκεντρώνεται επιλεκτικά σε κακοήθεις όγκους του εγκεφάλου και επιτρέπει την απεικόνιση του όγκου χωρίς χειρουργική επέμβαση. Στο σχήμα 11-8 περιέχεται η διάταξη, γνωστή ως φωτογραφική μηχανή του Anger που χρησιμοποιείται για την απεικόνιση όγκων του εγκεφάλου.

Οι θεραπευτικές ικανότητες της ακτινοβολίας αναγνωρίστηκαν σχεδόν ταυτόχρονα με την ανακάλυψη του φαινομένου. Επτά μόνο μήνες μετά την ανακάλυψη των ακτίνων Χ από τον W.R. Roentgen

το 1895 κυκλοφορεί στην Αγγλία το πρώτο ιατρικό περιοδικό, αφιερωμένο στη χρήση των ακτίνων roentgen για διαγνωστικούς σκοπούς. Το ράδιο, που ανακαλύφθηκε το 1898 από τη Mme Curie, χρησιμοποιείται μόλις το 1900 από ένα γιατρό φίλο των Curie για τη θεραπεία παθήσεων του δέρματος. Το 1913 ο Robert Abbey, ένας Αμερικανός γιατρός, ανακοινώνει την πρώτη επιτυχή θεραπεία καρκινώματος της μήτρας με χρησιμοποίηση ακτινοβολίας από ράδιο. Με την εμφάνιση των επιταχυντών στη δεκαετία του 1930 και των αντιδραστήρων δέκα χρόνια αργότερα ανοίγονται νέοι ορίζοντες με τη δυνατότητα παρασκευής νέων ραδιοϊσοτόπων και ακτινοβόλησης ασθενών κάτω από ελεγχόμενες συνθήκες.

Σήμερα ένας άνθρωπος στους οκτώ πεθαίνει από καρκίνο. Είναι πιθανόν ότι η ασθένεια προέρχεται από μεταλλαγή υγιών κυττάρων υπό την επίδραση, μεταξύ άλλων, υπεριώδους ακτινοβολίας, ραδιενέργειας ή χημικών καρκινογόνων ουσιών. Ο έλεγχος και η θεραπεία της στηρίζεται στο γεγονός ότι με την ακτινοβόληση μεταλλαγμένα κύτταρα καταστρέφονται ευκολότερα από τα υγιή. Από όλες τις περιπτώσεις καρκίνου, περίπου οι μισές αντιδρούν ευνοϊκά στην ακτινοβόληση. Περίπου το ένα τέταρτο θεραπεύονται μόνο με ακτινοβόληση, ενώ το άλλο τέταρτο με συνδυασμό ακτινοβόλησης και χειρουργικής επέμβασης ή χημειοθεραπείας. Στη λεπτομέρειά της η επίδραση της ακτινοβολίας σε ζωντανούς οργανισμούς είναι μόνο μερικά γνωστή. Από την άποψη της φυσικής μπορεί να περιγραφεί η αλληλεπίδραση της ακτινοβολίας με τα μόρια των κυττάρων, ενώ ο ρυθμός καταστροφής ή μετάλλαξης των κυττάρων μπορεί να μετρηθεί. Τα ενδιάμεσα όμως βήματα της βιολογικής διεργασίας είναι κατά πολύ άγνωστα. Αν και στον τομέα αυτό έχει καταναλωθεί μεγάλη ερευνητική προσπάθεια, ο ακτινοθεραπευτής σήμερα στηρίζεται κατά κύριο λόγο στην κλινική εμπειρία που αποκτά με την παρατήρηση και καταγραφή των αποτελεσμάτων. Παρ' όλα αυτά η σημασία της ακτινοθεραπείας στην καταπολέμηση του καρκίνου γίνεται φανερή από τον διπλασιασμό των περιπτώσεων πλήρους θεραπείας κατά την εικοσαετία 1940 - 1960, αμέσως μετά την πρώτη της συστηματική εφαρμογή.

Αν και η πυρηνική φυσική βρίσκεται σήμερα περίπου στο στάδιο εξέλιξης της ηλεκτρομαγνητικής θεωρίας λίγο πριν από τη διατύπωση των εξισώσεων του Maxwell, η ραδιενέργεια παίζει σπουδαίο ρόλο στη σύγχρονη τεχνολογία και εφαρμοσμένη επιστήμη. Έχει βοηθήσει σε μεγάλο βαθμό τη γεωργία και τη βιομηχανία και οι εφαρμογές της στην ιατρική έχουν σώσει χιλιάδες ζωές. Ισως είναι ακόμη πρόωρο να προβλέψουμε ποιες θα είναι οι επιπτώσεις της στην καθημερινή ζωή όταν, αργά ή γρήγορα, η φύση των πυρηνικών δυνάμεων γίνει εξ ίσου κατανοητή όσο είναι σήμερα η φύση της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης.

11-3 Επιπτώσεις της ραδιενέργειας στον άνθρωπο και στο περιβάλλον. Ακτινοπροστασία

Ο άνθρωπος ήταν πάντα εκτεθειμένος σε ραδιενέργεια που προέρχεται από την κοσμική ακτινοβολία και τα ραδιενεργά ισότοπα που απαντώνται στη φύση. Κατά τον τελευταίο αιώνα, η ραγδαία αύξηση της πυρηνικής τεχνολογίας, τόσο στην παραγωγή ενέργειας όσο και στην πολεμική τέχνη, έχει προσθέσει νέες πηγές από τις οποίες εν δυνάμει είναι δυνατόν να κινδυνεύσει η ανθρώπινη υγεία. Αν και οι ανθρωπογενείς αυτές πηγές ραδιενέργειας επηρεάζουν ελάχιστα κατά μέσον όρο τον γενικό πληθυσμό του πλανήτη, μεμονωμένες ομάδες, όπως εργαζόμενοι σε πυρηνικούς σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικής ενέργειας, χειριστές ακτινολογικών διαγνωστικών συσκευών ή πληθυσμοί στη γειτονία πυρηνικών εγκαταστάσεων, υπόκεινται στον κίνδυνο έκθεσης σε υψηλά επίπεδα ακτινοβόλησης. Έτσι, για τη μέτρηση των επιπτώσεων της ακτινοβολίας και την προστασία του πληθυσμού από υπέρμετρη ακτινοβόληση, έχει δημιουργηθεί ένας ιδιαίτερος επιστημονικός κλάδος, που απαντάται με την ονομασία **ακτινοπροστασία**. Ένα από τα κύρια αντικείμενα της ακτινοπροστασίας είναι η **δοσιμετρί**α, δηλαδή η ποσοτική συσχέτιση των μετρήσεων ενός πεδίου ακτινοβολίας με τις χημικές ή βιολογικές επιπτώσεις σε ζώντες οργανισμούς και ιδιαίτερα στον άνθρωπο. Πριν όμως εξετάσουμε τις επιπτώσεις της ακτινοβολίας στην ανθρώπινη υγεία, είναι χρήσιμο να ορίσουμε τα μεγέθη που τις προσδιορίζουν και τις αντίστοιχες μονάδες μέτρησης.

Όπως ήδη αναφέρθηκε, βασική μονάδα μέτρησης της ραδιενέργειας είναι το becquerel (Bq), που αντιστοιχεί σε μια αποδιέγερση ανά δεύτερο λεπτό. Είναι ίσως χρήσιμο στο σημείο αυτό να σημειωθεί ότι οι φυσικές διαστάσεις μιας πηγής με συγκεκριμένη ραδιενέργεια εξαρτώνται από το μέσο χρόνο ζωής της μετάπτωσης που την προκαλεί. Η έννοια της ειδικής ραδιενέργειας μιας πηγής, δηλαδή της ραδιενέργειας ανά γραμμάριο υλικού της πηγής, έχει ήδη χρησιμοποιηθεί σε υπολογισμούς που πραγματοποιήσαμε στα προηγούμενα κεφάλαια. Για μια πηγή με μάζα m, η έκφραση που δίνει την ειδική της ραδιενέργεια είναι

$$r = \frac{\lambda N}{m} = \frac{1}{\tau} \frac{A_0}{A} \tag{11.10}$$

όπου λN , τ και A είναι αντίστοιχα η ολική ραδιενέργεια, ο μέσος χρόνος ζωής και ο μαζικός αριθμός του ραδιοϊσοτόπου, ενώ A_0 είναι ο αριθμός του Avogadro.

Η αλληλεπίδραση οποιασδήποτε μορφής ακτινοβολίας με την ύλη οδηγεί σε διέγερση και ιονισμό των ατόμων και μορίων της, καθώς και στην εκπομπή ενός πλήθους δευτερογενών ενεργητικών ηλεκτρονίων. Τα δευτερογενή ηλεκτρόνια μπορούν με τη σειρά τους να προκαλέσουν περαιτέρω ιονισμό, μέχρις ότου η κινητική τους ενέργεια μειωθεί κάτω από το όριο διέγερσης των ατόμων του υλικού. Η έκταση του ιονισμού που προκαλείται εξαρτάται από την ενέργεια της ακτινοβολίας και σε περίπτωση ιστών ζώντων οργανισμών συνδέεται άμεσα με τις βιολογικές και χημικές διεργασίες που ακολουθούν. Η **έκθεση** είναι το φυσικό μέγεθος που εκφράζει την ισχύ ακτίνων γ ή X ως προς την πρόκληση ιονισμού στον ατμοσφαιρικό αέρα με μονάδα μέτρησης το **roentgen** (**R**), που ορίζεται ως το ποσό ακτινοβολίας γ ή X που δημιουργεί, σε 1 cm³ ατμοσφαιρικού αέρα, ηλεκτρικό φορτίο ιονισμού ίσο με 1 HΣM. Έκθεση σε 1 roentgen οδηγεί στη δημιουργία 2.08 × 10⁹ ζευγών ιόντωνηλεκτρονίων ή σε μεταφορά στον ατμοσφαιρικό αέρα ενέργειας **88** erg g⁻¹.

Η έκθεση αποτελεί ένα πρακτικό φυσικό μέγεθος για την εκτίμηση της ισχύος ιονισμού της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Γρήγορα όμως αναγνωρίστηκε ότι για την εκτίμηση των επιπτώσεων της ακτινοβολίας απαιτούνται φυσικά μεγέθη με μεγαλύτερη έμφαση στη μεταφορά ενέργειας σε άλλα υλικά και ιδιαίτερα σε βιολογικό ιστό. Ως βασικό φυσικό μέγεθος προς την κατεύθυνση αυτή έχει εισαχθεί η απορροφούμενη δόση ή απλώς δόση που εκφράζει την ενέργεια που απορροφάται σε οποιοδήποτε υλικό από οποιαδήποτε μορφή ακτινοβολίας. Μονάδα μέτρησης της δόσης είναι το gray (Gy), που ισούται με 1 J kg⁻¹.

Είναι βέβαιο ότι ορισμένα είδη ακτινοβολίας προκαλούν μεγαλύτερη βλάβη στον βιολογικό ιστό ενός οργανισμού απ' ότι άλλα. Θραύσματα σχάσης, για παράδειγμα, με μικρή εμβέλεια μέσα στην ύλη και υψηλή πυκνότητα ιονισμού είναι πολύ πιο επιβλαβή απ' ότι ηλεκτρόνια που κατανέμουν τον ιονισμό των ατόμων σε μια κατά πολύ μακρύτερη διαδρομή. Με σκοπό να αποδώσει τις διαφορετικές βιολογικές επιπτώσεις που προκαλούν τα διάφορα είδη ακτινοβολί-

⁵ Η επιτροπή είναι γνωστή με το ακρωνύμιο ICRP από τον τίτλο της στην αγγλική International Committee on Radiological Protection.

Πίνακας	11-3	Ποιοτικοί	συντελεστές	επικινδυνότητας	ακτινοβολίας	[ICRP.
Publicatio	on 60]					

Ακτινοβολία		W'R		
Ακτίνες X και γ, ηλεκτρόνια, θετικά ηλεκτρόνια, και σωμάτια μ				
Ουδετερόνια με ενέργεια	Ουδετερόνια με ενέργεια < 10 keV			
	10 kEV έως 100 keV	10		
	100 keV έως 2 MeV	20		
	10 MeV έως 20 MeV	10		
	> 20 MeV	5		
Πρωτόνια με ενέργεια > 2 MeV				
Σωμάτια α, θραύσματα σχάς	σης και βαρέα ιόντα	20		

τροπή Ακτινοπροστασίας έχει εισαγάγει ένα νέο φυσικό μέγεθος. Η ισοδύναμη δόση $H_{T,R}$ σε ένα ιστό T, που οφείλεται σε ένα είδος ακτινοβολίας R, ορίζεται ως η μέση απορροφούμενη δόση $D_{T,R}$ στο συγκεκριμένο ιστό από τη συγκεκριμένη ακτινοβολία, πολλαπλασιασμένη με ένα ποιοτικό συντελεστή w_R που αποδίδει τη σχετική επικινδυνότητα της ακτινοβολίας R, ήτοι

$$H_{T,R} = w_R D_{T,R} \tag{11.11}$$

Οι τιμές των συντελεστών w_R που προτείνονται από την ICRP περιέχονται στον Πίνακα 11-3. Αν η ακτινοβολία που προσβάλλει το όργανο *T* περιέχει περισσότερες από μια συνιστώσες (ακτίνες X, ηλεκτρόνια, ουδετερόνια, κλπ.) με διαφορετικούς ποιοτικούς συντελεστές επικινδυνότητας, η ισοδύναμη δόση H_T δίνεται από το άθροισμα των επιμέρους συνεισφορών

$$H_T = \sum_R w_R D_{T,R} \; .$$

Πίνακας 11-4 Ποιοτικοί συντελεστές επικινδυνότητας ως προς την ακτινοβόληση συγκεκριμένων οργάνων του ανθρώπινου σώματος.

Ιστός ή όργανο	W'T
Γεννητικά όργανα	0.20
Μυελός οστών	0.12
Ορθόν	0.12
Πνεύμονας	0.12
Στόμαχος	0.12
Ουροδόχος κύστη	0.05
Μαστός	0.05
Ήπαρ	0.05
Οισοφάγος	0.05
Θυρεοειδής αδένας	0.05
Δέρμα	0.01
Επιφάνεια οστών	0.01
Λοιποί ιστοί	0.05

Μονάδα μέτρησης της ισοδύναμης δόσης είναι το sievert (Sv), το οποίο, καθ' όσον οι ποιοτικοί συντελεστές είναι αδιάστατες ποσότητες, ορίζεται επίσης ως 1 J kg⁻¹.

Καθ' όσον οι διάφοροι ιστοί του ανθρώπινου σώματος (και συλλογικά τα διάφορα όργανα) αντιδρούν κατά διαφορετικό τρόπο στην προσβολή ιονίζουσας ακτινοβολίας το αποτέλεσμα έκθεσης σε ακτινοβολία της εξαρτάται από το είδος του ιστού ή το όργανο που ακτινοβολείται. Αναγνωρίζοντας το γεγονός αυτό, η επιτροπή ICRP έχει εισαγάγει ποιοτικούς συντελεστές ωτ που αντανακλούν την ευαι-

σθησία ενός συγκεκριμένου ιστού ή οργάνου ως προς την έκθεση σε ακτινοβόληση. Με τον τρόπο αυτό η ισοδύναμη δόση H_T της εξ. (11.12), πολλαπλασιασμένη με τον αντίστοιχο ποιοτικό συντελεστή w_T , συνδέεται άμεσα με τον πιθανό κίνδυνο που διατρέχει ένα άτομο από έκθεση σε ακτινοβόληση, ανεξάρτητα από το όργανο T που ακτινοβολείται. Αριθμητικές τιμές των ποιοτικών συντελεστών w_T που προτείνονται από την επιτροπή ICRP περιέχονται στον Πίνακα' 11-4. Τέλος, με σκοπό την εκτίμηση του ολικού κινδύνου που διατρέχει ο οργανισμός από την έκθεση διαφόρων οργάνων σε ακτινοβόληση ορίζεται το φυσικό μέγεθος της ενεργού δόσης E ως το άθροισμα των επιμέρους ισοδύναμων δόσεων



$$E = \sum_{T} w_T H_T . \qquad (11.13)$$

Όπως και με τα προηγούμενα μεγέθη, η ενεργός δόση⁶ μετράται σε sievert.

Η ενεργός δόση που μόλις ορίστηκε χρησιμοποιείται κατά κύριο λόγο για τη θεσμοθέτηση ανώτατων επιτρεπτών ορίων έκθεσης σε ακτινοβολία με στόχο την προφύλαξη του γενικού πληθυσμού και

	Δόση	Ποσοστό
Πηγή	$(mSv y^{-1})$	(% του συνόλου)
Φυσικές πηγές		
Ραδόνιο	2.0	55
Κοσμική ακτινοβολία	0.27	8
Εσωτερική ακτινοβόληση	0.39	11
Πετρώματα	0.28	8
Ολική φυσική ακτινοβόληση	3	82
Ανθρωπογενείς πηγές		
Οικιακές συσκευές	0.1	3
Ιατρικές διαγνωστικές συσκευές	0.39	- 11
Πυρηνική ιατρική	0.14	4
Έκθεση εργαζομένων	<0.01	<0.03
Πυρηνικά απόβλητα	<0.01	<0.03
Πυρηνική επίπτωση	<0.01	<0.03
Ολική ανθρωπογενής	0.63	18
Ολική ακτινοβόληση	3.6	100

Πίνακας 11-5 Ετήσια ενεργός δόση από φυσικές πηγές [NCRP, 1987].

⁶ Το φυσικό μέγεθος της ενεργού δόσης, που αντιστοιχεί στον αγγλικό όρο effective dose, απαντάται μερικές φορές στην ελληνική βιβλιογραφία και ως ενεργό ισοδύναμο δόσης.

των εργαζομένων σε πυρηνικές εγκαταστάσεις από αντίξοες επιπτώσεις της ιονίζουσας ακτινοβολίας. Τα σημερινά ανώτατα όρια έκθεσης σε ακτινοβολία που έχουν θεσπιστεί με νόμο⁷ για όλα τα κράτη-μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης ορίζουν ανώτατη δόση 1 mSv ετησίως για το γενικό πληθυσμό και 50 mSv ετησίως για τους εργαζομένους, με ανώτατο όμως όριο συνολικά 100 mSv μέσα σε μια πενταετία. Τα όρια αυτά για το γενικό πληθυσμό βρίσκονται στα επίπεδα της ενεργού δόσης που δέχεται αναπόφευκτα ο άνθρωπος από «φυσικές» πηγές ακτινοβολίας. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 11-5, η κυριότερη πηγή φυσικής ακτινοβόλησης του ανθρώπου είναι το ραδιενεργό ραδόνιο που απαντάται στις αλυσίδες των βαρέων ραδιενεργών ισοτόπων. Ως ευγενές αέριο, το ραδόνιο διαφεύγει από τα πετρώματα όπου συμβαίνουν οι διαδοχικές αποδιεγέρσεις στα σχήματα 11-1 έως 11-4 και συσσωρεύεται κυρίως σε κλειστούς χώρους. Στη συνέχεια, μέσω της αναπνοής, επικάθεται στους πνεύμονες όπου είναι δυνατόν να προκαλέσει βλάβες σε κύτταρα κατά την αποδιέγερσή του. Το φαινόμενο έχει πρόσφατα απορροφήσει σημαντικό ενδιαφέρον, ενώ σε ορισμένες γώρες, όπως στις ΗΠΑ, έχουν θεσμοθετηθεί μέτρα για την αντιμετώπισή του, κυρίως με επαρκή εξαερισμό δημόσιων χώρων και κατοικιών.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

11-1 Η ηλικία των πετρωμάτων της γης μπορεί να εκτιμηθεί με την παρατήρηση της σχετικής αφθονίας των ισοτόπων στις ραδιενεργές σειρές των σχημάτων 11-1 έως 11-4. Αν δεχτούμε ότι η ποσότητα ²⁰⁶Pb που περιέχεται σε ένα δείγμα πετρώματος προήλθε αποκλειστικά από την αποδιέγερση του μητρικού πυρήνα στη σειρά 4n +2, υπολογίστε την ηλικία ενός πετρώματος, στο οποίο η σχετική αφθονία

⁷ Τα ανώτατα επιτρεπτά όρια έκθεσης σε ιονίζουσα ακτινοβολία έχουν υιοθετηθεί από το Ευρωπαϊκό Κοινοβούλιο και ισχύουν στα κράτη-μέλη της Ευρωπαϊκής Ένωσης από τις 13 Μαΐου 2000.

 206 Pb προς 238 U είναι 15%.

- 11-2 Σε ένα ναυτικό μουσείο εκτίθεται ένα πηδάλιο πλοίου, το οποίο οι αρχαιολόγοι ισχυρίζονται ότι προέρχεται από τριήρη που έλαβε μέρος στη ναυμαχία της Σαλαμίνας. Ποια θα πρέπει να είναι τα αποτελέσματα της μέτρησης ειδικής ραδιενέργειας σε ¹⁴C ώστε το έκθεμα να είναι αυθεντικό;
- 11-3 Μια φιάλη κονιάκ φέρει την ένδειξη ΚΟΝΙΑΚ 40 ΕΤΩΝ. Τι είδους μέτρηση θα χρησιμοποιήσετε για να ελέγξετε την αυθεντικότητα του ποτού και ποια θα πρέπει να είναι τα αποτελέσματα των μετρήσεων ώστε ο ισχυρισμός του παραγωγού να είναι αληθής;
- 11-4 Χρησιμοποιώντας δεδομένα του Παραρτήματος Β εξηγείστε γιατί η διεγερμένη κατάσταση του ⁹⁹Tc^m σε ενέργεια διέγερσης 143 keV και χρόνο ημιζωής $T_{1/2} = 6.01$ h είναι ισομερής.
- 11-5 Προσδιορίστε τη γενική έκφραση που δίνει τη μάζα ενός ραδιοϊσοτόπου με μαζικό αριθμό Α, χρόνο ημιζωής Τ., και ολική ραδιενέργεια 1 GBq.
- 11-6 Υπολογίστε τη μάζα που απαιτείται για τη συγκρότηση μιας πηγής ολικής ραδιενέργειας 1 GBq αντίστοιχα για τα ισότοπα ²³⁸U, ¹³⁷Cs, ¹³¹Ι και ¹¹C.
- 11-7 Δείξτε ότι έκθεση σε ακτινοβολία 1 R αντιστοιχεί σε δημιουργία φορτίου στον ατμοσφαιρικό αέρα $2.58 \times 10^{-4} \text{ C kg}^{-1}$.
- 11-8 Η μέση ενέργεια που απαιτείται για τη δημιουργία ενός ζεύγους ιόντος-ηλεκτρονίου στον ατμοσφαιρικό αέρα είναι 34 eV. Υπολογίστε τη δόση στον ατμοσφαιρικό αέρα όταν η έκθεση είναι 1 R.
- 11-9 Ένας τεχνίτης αντιδραστήρα έχει εκτεθεί σε ομοιόμορφα κατανεμη

μένη σε όλο του το σώμα δόση 0.30 mGy από ουδετερόνια 50 keV, 0.19 mGy από ουδετερόνια 1.5 MeV και 4.3 MGy από ακτινοβολία γ. Υπολογίστε την ισοδύναμη δόση.

the second se

in the providence is a subject of the subject of the

the second se

같은 것은 가장이 있는 것이 같은 것이다. 같은 것은 것이 있는 것이 있는 것이 같은 것이 있는 것이다.

A A A A A A A A A A A A

e a statistic statistic a second second second

ار این میکند. میکند به میکند با این میکند از میکند. میکند از میکند میکند.

and the state of the state

BIBAIO

1 40

370

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α Μονάδες μέτρησης στην πυρηνική φυσική

Ο Ι ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ που χρησιμοποιούνται στους διάφορους τομείς της φυσικής έχουν επιλεγεί με βάση τις χαρακτηριστικές διαστάσεις των φυσικών μεγεθών που ανακύπτουν. Έτσι, ενώ στην κλασική φυσική το μέτρο (m) ή το εκατοστόμετρο (cm) είναι εύχρηστες μονάδες για τη μέτρηση της απόστασης, στην ατομική φυσική χρησιμοποιείται το Angstrom (10^{-10} m) ενώ στην αστρονομία η αντίστοιχη μονάδα στη μέτρηση αποστάσεων είναι το parsec (3.857×10^{16} m). Οι μονάδες αυτές παρουσιάζουν το πλεονέκτημα ότι στα αντίστοιχα πεδία εφαρμογής τους τα αποτελέσματα των μετρήσεων εκφράζονται με σχετικά μικρούς αριθμούς και συνήθως χωρίς την επιστράτευση δυνάμεων του δέκα.

Στην πυρηνική φυσική οι μονάδες μέτρησης είναι ένα μίγμα που έχει την βάση του στην πρακτική χρησιμότητα και την ιστορική προέλευση. Οι χαρακτηριστικές διαστάσεις του πυρήνα, που όπως είδαμε στο Κεφάλαιο 1 είναι της τάξης των 10⁻¹⁵ m, οδηγούν στην επιλογή του *femtometer* (fm) για τη μέτρηση αποστάσεων

$$1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}.$$



Στη μονάδα αυτή έχει δοθεί η ονομασία *fermi* προς τιμή του μεγάλου Ιταλού φυσικού Enrico Fermi και στη βιβλιογραφία συχνά συμβολίζεται με το γράμμα F.

Άμεσο παράγωγο φυσικό μέγεθος της απόστασης (L) είναι η επιφάνεια (L²). Αν και αυτή καθεαυτή η έννοια της επιφανείας έχει περιορισμένη χρησιμότητα στο πεδίο της πυρηνικής φυσικής, ορισμένα φυσικά μεγέθη έχουν διαστάσεις L². Χαρακτηριστικά παραδείγματα είναι η ενεργός διατομή μιας πυρηνικής αντίδρασης και η ηλεκτρική τετραπολική ροπή του πυρηνικού συστήματος. Ως μονάδα μέτρησης της επιφανείας στην πυρηνική φυσική έχει καθιερωθεί το barn που ορίζεται ως

$$1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$$
. (A.2)

Οι χρόνοι (Τ) που απαντώνται στην πυρηνική φυσική καλύπτουν πάνω από 40 τάξεις μεγέθους. Στο ένα άκρο της κλίμακας βρίσκεται το κατώτερο όριο σταθερότητας του πρωτονίου (τ_p > 10^{22} s) ενώ στο άλλο άκρο ο χρόνος που απαιτείται ώστε το φως να διατρέξει μια πυρηνική διάμετρο ($\approx 10^{-22}$ s). Έτσι, χρησιμοποιούνται όλες οι μονάδες του χρόνου της κλασικής φυσικής με βάση το s. Οι καθιερωμένοι συμβολισμοί των μονάδων του χρόνου είναι

δεύτερο λεπτό	S
πρώτο λεπτό	$\min = 60 \text{ s}$
ώρα	h = 60 min = 3600 s
ημέρα	d = 24 h = 1440 min = 86 400 s
έτος	y = 365 d = 8760 h
	= 525 600 min = 31 536 000 s

Η παρατήρηση ότι η μάζα (Μ) του πυρήνα είναι σχεδόν ακέραιο πολλαπλάσιο της μάζας του υδρογόνου οδήγησε στην υιοθέτηση

μιας μονάδας μέτρησης με αριθμητική τιμή συγκρίσιμη προς τη μάζα του νουκλεονίου. Η ατομική μονάδα μάζας amu ορίζεται ως το 1/12 της μάζας του ουδέτερου ατόμου ¹²C με μέγεθος

$$1 \text{ amu} = 1.66043 \times 10^{-24} \text{ g.}$$
 (A.3)

Αν και η μονάδα μέτρησης amu παρουσιάζει το πλεονέκτημα ότι η μάζα του πυρήνα εκφράζεται με ένα αριθμό σχεδόν ίσο με τον μαζικό του αριθμό *A*, στους περισσότερους υπολογισμούς της πυρηνικής φυσικής αποδεικνύεται πολύ πιο χρήσιμη η έκφραση της μάζας σε μονάδες ενέργειας μέσω της σχέσης

$$E = mc^2. (A.4)$$

Την πρακτική αυτή έκφρασης της μάζας σε μονάδες ενέργειας (για την ακρίβεια σε μονάδες ενέργειας/ c^2) ακολουθείται στο κυρίως κείμενο του βιβλίου. Έτσι, για παράδειγμα, η μάζα του πρωτονίου αναφέρεται εναλλακτικά είτε ως $m_p = 1.0072766$ amu ή ως $m_p = 938.256$ MeV.

Ο ορισμός της μονάδας μέτρησης της ενέργειας (ML² T⁻²) στους διάφορους τομείς της φυσικής κατέχει ίσως την πρώτη θέση σε γραφικότητα και εφευρετικότητα. Στη θερμότητα, η θερμίδα ορίζεται ως το ποσό ενέργειας που απαιτείται για να υψωθεί η θερμοκρασία ενός cm³ νερού κατά 1 C, ενώ στη φωτομετρία η μονάδα ενέργειας είναι το lumen h (αν θυμάται κανείς τι είναι το lumen...). Όλοι οι ορισμοί των μονάδων ενέργειας προέρχονται από τον τρόπο παραγωγής ενέργειας στους επιμέρους κλάδους της φυσικής και φυσικά η πυρηνική φυσική δεν παρεκκλίνει από τον γενικό κανόνα. Βασική μονάδω ενέργειας στην πυρηνική φυσική είναι το ηλεκτρονιοβόλτ που συμβολίζεται ως eV και ισούται με την κινητική ενέρ-

Δύναμη	Ονομασία	Πρόθεμα	Δύναμη	Ονομασία	Πρόθεμα
του δέκα			του δέκα		
10^{15}	peta	Р	10-3	milli	m
1012	tera	Т	10-6	micro	μ
10"	giga	G	10.9	nano	n
106	mega	Μ	10-12	pico	р
10^{3}	kilo	k	10 ⁻¹⁵	femto	f
1	-	- ·	10-18	atto	а

Πίνακας 1-1. Συνθετικά και προθέματα μονάδων μέτρησης που αντιστοιχούν σε πολλαπλάσια ή υποπολλαπλάσια δυνάμεων του δέκα.

γεια που αποκτά ένα σωμάτιο με ηλεκτρικό φορτίο e όταν επιταχυνθεί μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού 1 V.

Όπως είναι φανερό η μονάδα μέτρησης της ενέργειας προέρχεται από τον τρόπο με τον οποίο δημιουργούνται τα ενεργητικά φορτισμένα σωμάτια στους σύγχρονους επιταχυντές. Συνήθη πολλαπλάσια της βασικής μονάδας eV είναι το keV (10³ eV) και το MeV (10⁶ eV). Η σύνδεση με το Διεθνές Σύστημα Μονάδων της κλασικής φυσικής δίνεται από τη σχέση

$$1 \text{ eV} = 1.6021 \times 10^{-19} \text{ J}$$
 (A.5)

– μια σχέση με μικρή χρησιμότητα. Άλλα πολλαπλάσια και υποπολλαπλάσια της μονάδας μέτρησης της ενέργειας, αλλά και οποιασδήποτε μονάδας, έχουν καθιερωθεί με τα προθέματα που περιέχονται στον Πίνακα A-1.

Η έννοια της δύναμης (MLT⁻²) βρίσκει πολύ μικρή εφαρμογή στην πυρηνική φυσική και γενικά στον υποατομικό κόσμο. Η αλληλεπίδραση μεταξύ σωματίων ή πυρήνων εκφράζεται μέσω του φυσικού μεγέθους του δυναμικού που έχει διαστάσεις ενέργειας. Παρ' όλα αυτά είναι δυνατόν να ορίσουμε την πυρηνική μονάδα μέτρησης με συνέπεια προς τις προηγούμενες μονάδες ως eV/fm. Η σύνδεση με την πιο οικεία μονάδα της κλασικής φυσικής, το Newton, είναι

$$1 \frac{\text{eV}}{\text{fm}} = 160.21 \text{ N}$$
 (A.6)

Οι ηλεκτρομαγνητικές μονάδες μέτρησης δεν παρουσιάζουν μεγάλη δυσκολία στα πλαίσια της πυρηνικής φυσικής. Στους περισσότερους υπολογισμούς η μόνη ηλεκτρική ποσότητα που εμφανίζεται είναι το τετράγωνο του στοιχειώδους φορτίου e^2 , που μπορεί να ληφθεί υπ' όψιν μέσω της σταθεράς λεπτής υφής

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.039} \cong \frac{1}{137}.$$
 (A.7)

και της αριθμητικής τιμής του γινομένου ħc. Είναι εύκολο να δείξουμε ότι στις μονάδες που μόλις ορίσαμε

$$\hbar c = 197.323 \text{ MeV} \cdot \text{fm}$$
. (A.8)

Στις ίδιες μονάδες, είναι δυνατόν ακόμη να εκφράσουμε το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο ως

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} = 1.4403 \text{ MeV} \cdot \text{fm} . \tag{A.9}$$

Οι τιμές μερικών φυσικών σταθερών που συνήθως χρησιμοποιούνται σε υπολογισμούς στην πυρηνική φυσική δίνονται στον Πίνακα A-1. Οι τιμές των σταθερών δίνονται με τη μεγαλύτερη σήμερα προσδιορισμένη ακρίβεια, ενώ σε αγκύλες περιέχεται η αβεβαιότητα, εκφρασμένη ως μία τυπική απόκλιση.

Σταθερά	Σύμβολο	Τιμή
Σταθερά λεπτής υφής	$\frac{1}{\alpha} = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar c}{e^2}$	137.0359895 [61]
Ταχύτητα του φωτός	С	$2.99792458^{a} \times 10^{8} \text{ m s}^{-1}$
Σταθερά του Planck	h	6.6260755 [40] × 10 ^{−34} J s
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	1.05457266 [63] × 10 ⁻³⁴ J s
	ħс	197.323 MeV fm
Σταθερά του Boltzmann	k	1.380658 [12] × 10 ⁻²³ J K ⁻¹
Κλασική ακτίνα του ηλεκτρονίου	$r_{c} = \frac{\hbar\alpha}{m_{c}c}$	2.81794092 [38] × 10 ⁻¹⁵ m
Μήκος κύματος Comp- ton του ηλεκτρονίου	$\lambda_c = \frac{h}{m_c c}$	2.42631058 [22] × 10 ⁻¹² m
Μήκος κύματος Comp- ton του πρωτονίου	$\lambda_e = \frac{h}{m_{\mu}c}$	1.32141002 [12] × 10 ⁻¹² m
Ατομική μονάδα μάζας	amu	1.6605402 [10] × 10 ⁻²⁷
		931.49432 [28] MeV
Μάζα του ηλεκτρονίου	m _e	5.48579903 [13] × 10 ⁻⁴ amu
		0.51099906 [31] MeV
Μάζα του ουδετερονίου	<i>m</i> _n	1.008664904 [14] amu
		939.565629 [31] MeV
Μάζα του πρωτονίου	m_p	1.007276470 [12] amu
	_	938,272310 [31] MeV
Μαγνετόνη Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$	9.2740154 [31] × 10^{-24} J T ⁻¹
Πυρηνική μαγνετόνη	$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p}$	5.0507866 [17] × 10 ⁻²⁷ J T ⁻¹

Πίνακας Α-Ι Φυσικές σταθερές στην Πυρηνική Φυσική

"Η ταχύτητα του φωτός στο κενό c. μετά τον επανορισμό του μέτρου. είναι πλέον απόλυτα ακριβής αριθμός.



ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β Πυρηνικά δεδομένα

ΤΑ ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ που χρησιμοποιούνται στο κυρίως κείμενο και στις Ασκήσεις του παρόντος βιβλίου περιλαμβάνονται στην έκδοση NUCLEAR WALLET CARDS του Εθνικού Κέντρου Πυρηνικών Δεδομένων (National Nuclear Data Center) των ΗΠΑ στο Εργαστήριο Brookhaven. Η πρόσβαση στα δεδομένα είναι ελεύθερη μέσω του διαδικτύου στη διεύθυνση www.nndc.bnl gov/wallet απ' όπου μπορούν να αναγνωστούν και να εκτυπωθούν με το πρόγραμμα Acrobat Reader[®]. Το πρόγραμμα Acrobat Reader[®] είναι διαθέσιμο στο διαδίκτυο για εγκατάσταση (downloading) στον προσωπικό σας υπολογιστή, χωρίς χρέωση, από πολλές διευθύνσεις. Ίσως η πλέον πρόσφορη εξ αυτών είναι η διεύθυνση της ιδίας της εταιρείας Adobe, <u>www.adobe com</u>.

Τα στοιχεία που περιέχονται σε κάθε στήλη των πινάκων είναι:

Στήλη 1 (Isotope). Τα ισότοπα έχουν καταχωρηθεί κατά αύξοντα ατομικό αριθμό (Ζ) και για κάθε στοιχείο κατά αύξοντα μαζικό αριθμό (Α). Στα δεδομένα περιέχονται όλα τα στοιχεία με χρόνο ημιζωής μεγαλύτερο από 0.1 s και ορισμένα με περισσότερο βραχύβια βασική κατάσταση. Ισομερείς καταστάσεις σημειώνονται με την ένδειξη m. Διπλή αναγραφή ενός ισοτόπου χωρίς την ένδειξη m υπονοεί ότι η ακριβής θέση της ισομερούς κατάστασης δεν είναι γνωστή.

Στήλη 2 (Jπ). Αναγράφεται το σπιν και η πάριτη της βασικης ή ισομερούς κατάστασης του ισοτόπου. Τιμές χωρίς παρενθέσεις είναι οριστικές. Παρενθέσεις δηλώνουν προσωρινή τιμή και αγκύλες εξαγωγή της τιμής από τη συστηματική συμπεριφορά των ισοτόπων.

Στήλη 3 (Δ). Πλεόνασμα μάζας σε MeV για $\Delta(^{12}C) = 0$. Ορισμένες τιμές, γνωστές με μεγάλη ακρίβεια έχουν στρογγυλευτεί στο πλησιέστερο keV. Η ένδειξη s δηλώνει ότι η αντίστοιχη τιμή έχει προέλθει από συστηματική εκτίμηση.

Στήλη 4 (Τ_%, Γ or Abundance). Τιμές ημιζωής ασταθών ή αφθονία σταθερών ισοτόπων. Το σύμβολο ? που ακολουθεί ορισμένους χρόνους ημιζωής δηλώνει αβεβαιότητα ως προς την τιμή καθώς και τις λοιπές ιδιότητες αποδιέγερσης. Για ισότοπα ασταθή ως προς την εκπομπή σωματίων δίνεται εναλλακτικά το εύρος Γ σε MeV. Ισότοπα, για τα οποία η στήλη 4 είναι κενή, έχουν παρατηρηθεί μόνον ως παράγωγα πυρηνικών αντιδράσεων και οι ιδιότητες αποδιέγερσής τους είναι άγνωστες.

Στήλη 5 (Decay Mode). Οι διάφοροι τρόποι αποδιέγερσης συμβολίζονται ως

β-	αποδιέγερση β
3	αποδιέγερση β⁺ ή/και EC
IT	Ισομερική μετάπτωση (αποδιέγερση γ ή εσωτερική με-
•	τατροπή)
α	αποδιέγερση α
	H. Sha

- SF αυθόρμητη σχάση (αναφέρεται μόνον αν η σχετική πιθανότητα υπερβαίνει το 1%)
- ρ άμεση αποδιέγερση με εκπομπή πρωτονίου

 $β^-β^-$ διπλή αποδιέγερση $β^-$

β⁻n «καθυστερημένη» εκπομπή ουδετερονίου που ακολουθεί αποδιέγερση β⁻ σε ασταθείς καταστάσεις. Μερικές ακόμη καθυστερημένες εκπομπές σωματίων συμβολίζονται ως β⁻α, ερ, εα, εSF, κλπ.

Αποδιεγέρσεις ασταθών καταστάσεων που εξάγονται από τον τρόπο δημιουργίας της κατάστασης τοποθετούνται σε αγκύλες. Για ισότοπα που αποδιεγείρονται με περισσότερους από ένα τρόπο δίνεται επίσης η σχετική πιθανότητα.

Στην επόμενη σελίδα δίνεται ένα δείγμα των πειραματικών δεδομένων στην περιοχή Z = 37.



Nuclear Wallet Cards

Isota	pe		۵	ТЪ, Г, ог	
Z EI	Ā	Jπ	(MeV)	Abundance	Decay Mode
36 Kr	98	0+		>150 ns	B-7
	99	(3/2+)		>150 ns	β-
	100	0+		>150 ns	β-
37 Rb	71		-32.35		p?
	72	(3+)	-38.1s	<1.2 µs	p
	73	(5/2-)	-46.2s	<30 ns	р
	74	(0+)	-51.7	64.9 ms 5	E
	75	(3/2-)	-57.222	19.0 s 12	3
	76	1 (-)	-60.480	36.5 s 6	ε, εα 3,8×10 ⁻⁷ %
	77	3/2-	-64.826	3.77 m 4	e
	78	0(+)	-66.936	17.66 m <i>8</i>	٤
	78m	4(-)	-66.833	5.74 m <i>5</i>	e 90%, IT 10%
	79	5/2 .	70.797	22.9 m 5	c
	80	1+	-72.173	33.4 s /	E
	81	3/2-	-75.456	4.576 h 5	
	81m	9/2+	-75.370	30.5 m 3	1197.0%, 62.4%
	82	1+ r	-76.189	1.2/3 m 2 6.473 h 6	E 17 - 0 - 2794
	82m	5	-76.120	0.4/2 П 0	ε, 11<0.33%
	83	5/Z- 2	-79.073	30.2 G J	к с 0.6 794 А_3 894
	04 94 m	6	-79.730	20 26 m A	ε 50.2%, μ- 3.8%
	04M 05	5/2-	-82 168	77 179 7	
	86	2-	-82 747	18.631 d <i>18</i>	8~ 99.99%.
	00		02.111		ε 5.2×10 ⁻³ %
	86m	6-	-82,191	1.017 m 3	IT
	87	3/2-	-84.595	4.75×10 ¹⁰ y 4	β-
	•••	.		27.83% Ź	•
	88	2-	-82.606	17.78 m <i>11</i>	β-
	89	3/2-	-81.711	15.15 m <i>12</i>	β-
	9 0	0-	-79.355	158 s 5	β-
	<i>90</i> m	3-	-79.248	258 s 4	β97.4%, IT 2.6%
	91	3/2(-)	-77.748	58.4 s <i>4</i>	β
	92	0-	-74.775	4.492 s 20	β-, β-n 0.01%
	93	5/2-	-72.626	5.84 s 2	$\beta = , \beta = n 1.39\%$
	94	3(-)	-68.551	2.702 s 5	$\beta = , \beta = n 10.01\%$
	95	5/2-	-65.84	377.5 ms 8	p-, p-n 8.73%
	96	2+	-01.21		p-, p-11 1470 8 8 - p 25 194
	97	3/2+	-58.30	109.9 ms /	p = , p = n 23.170 R R = n 13.894
	98	(1.0)	-54.30	114 m5 5	$\beta = 2n 0 0.596$
	00	(5/2+)	-50.8	50.3 ms 7	$\beta = 100000000000000000000000000000000000$
	33	(572+)	-46.75	51 ms 8	8 8-n 6%.
	100			01 1110 0	B-2n 0, 16%
	101	(3/2+)	-43.6	32 ms 5	β-, β-n 28%
20 5.	- 72		21.76		F F0
38 31	74	0.	-31.75 40.7e	N1 2 HS	e, ep
	75	$(3/2_{-})$	-40,75	71 ms + 71 - 24	ε.ερ6.5%
	76	0+	-54.45	8.9 s 3	= ·
	77	5/2+	-58.0	9.0 s 2	ε,ερ<0.25%
	78	0+	-63.174	2.5 m 3	ε .
	79	3/2(-)	-65.477	2.25 m 10	ε
	80	0+	-70.305	106.3 m 15	C
				18	

NEILISTHA
ΓΕΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Συγγράμματα που μπορεί να συμβουλευτεί ο ενδιαφερόμενος αναγνώστης σε θέματα πυρηνικής φυσικής στο προπτυχιακό επίπεδο είναι

R.D. Evans, The Atomic Nucleus, McGraw-Hill, New York, 1955

I. Kaplan, Nuclear Physics, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1963

J.M. Blatt and V.F. Weisskopf, *Theoretical Nuclear Physics*, John Wiley & Sons, New York, 1952

P. Marmier and E. Sheldon, *Physics of Nuclei and Particles*, Vol. I and II, Academic Press, New York and London, 1969

B.L. Cohen, Concepts of Nuclear Physics, McGraw Hill Book Co., 1971

Σε πιο προχωρημένο επίπεδο προπτυχιακών και μεταπτυχιακών κυρίως σπουδών υπάρχουν τα συγγράμματα

Π.Α. Ασημακόπουλου, Πυρηνική Φυσική, Τόμος Ι και ΙΙ, Έκδοση Β, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1981



M.A. Preston and R.K. Bhaduri, *Structure of the Nucleus*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1975

A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. I and II, W.A. Benjamin, Inc. 1969

R.R. Roy and B.P. Nigam, Nuclear Physics, John Wiley & Sons, New York, 1967

A. deShalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics Volume I:* Nuclear Structure, John Wiley & Sons, New York, 1974

Συγγράμματα Κβαντικής Θεωρίας, που μπορεί να συμβουλευτεί ο αναγνώστης σχετικά με έννοιες που χρησιμοποιούνται στο παρόν, είναι, μεταξύ πολλών άλλων,

Γ.Ι. Ανδριτσόπουλος, Εισαγωγή στην Κβαντομηχανική, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1975

Κ.Ε. Βαγιονάκης, Εισαγωγή στην Κβαντική Μηχανική, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1992

L.I. Schiff, Quantum Mechanics, McGraw Hill Book Co., 1968

A. Messiah, *Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, (Sixth Printing) 1967

P.A.M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Fourth Edition, Oxford at the Clarendon Press, 1958



Τέλος, στοιχεία της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας, που χρησιμοποιούνται στο παρόν, μπορούν να βρεθούν, για παράδειγμα, στα συγγράμματα

R.B. Leighton, Principles of Modern Physics, McGraw Hill Book Co., 1959

G. Stephenson and C.W. Kilmister, Special Relativity for Physicists, Longmans, Green and Co., London, 1958



M.A. Preston and R.K. Bhaduri, *Structure of the Nucleus*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading, MA, 1975

A. Bohr and B.R. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. I and II, W.A. Benjamin, Inc. 1969

R.R. Roy and B.P. Nigam, Nuclear Physics, John Wiley & Sons, New York, 1967

A. deShalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics Volume I:* Nuclear Structure, John Wiley & Sons, New York, 1974

Συγγράμματα Κβαντικής Θεωρίας, που μπορεί να συμβουλευτεί ο αναγνώστης σχετικά με έννοιες που χρησιμοποιούνται στο παρόν, είναι, μεταξύ πολλών άλλων,

Γ.Ι. Ανδριτσόπουλος, Εισαγωγή στην Κβαντομηχανική, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1975

Κ.Ε. Βαγιονάκης, Εισαγωγή στην Κβαντική Μηχανική, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1992

L.I. Schiff, Quantum Mechanics, McGraw Hill Book Co., 1968

A. Messiah, *Quantum Mechanics*, John Wiley & Sons, New York, (Sixth Printing) 1967

P.A.M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Fourth Edition, Oxford at the Clarendon Press, 1958



Τέλος, στοιχεία της Ειδικής Θεωρίας της Σχετικότητας, που χρησιμοποιούνται στο παρόν, μπορούν να βρεθούν, για παράδειγμα, στα συγγράμματα

R.B. Leighton, Principles of Modern Physics, McGraw Hill Book Co., 1959

G. Stephenson and C.W. Kilmister, *Special Relativity for Physicists*, Longmans, Green and Co., London, 1958



A.W. K.H. Leonaet, Pressent **- Madere Press**ing Matterner - Angele Ca. 194

and particle and C.W. Christer, Special Education and C.W. Christer, Special Education and C.W. Christer, Special Education (1994) Longmung Christian and Co., Levislan, 1994)

n in Stand Palante in Stand Stand Stand Palante in Stand Palante in Stand Sta Stand Sta Stand Stan

Remensioner Effertimely, Weiger Arter to an a**fferskoveri** Arterationer operationer and the second s Arteration and the second s

, Setter en Senner respectives deserves deserves deserves. Encadora

Searchen Marinard a Star Land Pflit med Co. 3064

And the second singless and the second s

EYPETHPIO

Το αλφαβητικό ευρετήριο περιέχει τους κυριότερους όρους και έννοιες, όπου αρχικά ορίζονται και όπου μετέπειτα αναλύονται ή χρησιμοποιούνται σε κάποια έκταση. Για την κατάταξη όρων με λατινικούς χαρακτήρες ακολουθείται η αντιστοιχία που έχει υιοθετήσει ο ΟΤΕ, ήτοι

B, V, W στο B	C, Q στο K	D στο Δ
G στο Γ	Η στο Χ	J στο Ζ
Χ στο Ξ	U στο Υ	

Τα γράμματα που ακολουθούν ορισμένους αριθμούς σελίδων συμβολίζουν:

<i>ff</i> :	και σελίδες που ακολουθούν
α:	απαντάται σε άσκηση
π:	απαντάται σε Πίνακα

- σ: απαντάται σε σχήμα.
- υ: απαντάται σε υποσημείωση

ακτινοβολία 79ff

- α 79, 124α

- ακτινίου 345, 345π, 347σ

- γ 79, 165π
- ηλεκτρική μορφή 161
- ημικλασική προσέγγιση 160



-β79

 θορίου 345, 345π, 346σ - μαγνητική μορφή 161 ουρανίου 345, 345π, 347σ - ποιοτικοί συντελεστές $365\pi, 366\pi$ - πολυπολική 161 - ποσειδωνίου 345, 345π, 346σ - φυσική 343*ff*, 349π ακτινοπροστασία 362ff αλληλεπίδραση - ασθενής 66 ανάλογες καταστάσεις 22, 23σ Anger, φωτογραφική μηχανή 360σ ανεξάρτητη κίνηση, βλ. νουκλεόνιο ανηγμένος ρυθμός μετάπτωσης 163, 171α ανιχνευτής 287ff αερίου 288 - BF₃ 300 - Geiger-Mueller 290, 290σ - ουδετερονίων 298ff, 299σ σπινθηρισμού 295σ, 296 - στερεάς κατάστασης 291, 291σ, 294σ αντιδράσεις, βλ. πυρηνικές αντιδράσεις αντιδραστήρας, βλ. πυρηνικός αντιδραστήρας αποδιέγερση $-\alpha 110 ff$ - β 128*ff* $-\gamma 158 ff$ - διαδοχικές 88ff, 106a

απορροφούμενη δόση, βλ. δόση αρτιότητα 18υ αρχή της επαλληλίας 175 αστέρας ουδετερονίων 69, 78α ατομικός αριθμός 2 barn 271, 271υ, 372 Weisskopf, εκτίμηση 171α, 172α Weizsacker 56 - τύπος 57 Becquerel 88, 363

Bq 88 WKB, προσέγγιση 119υ Bose-Einstein, στατιστική 223

Glebsch-Gordon, συντελεστές 186υ gray 364 γωνιακή συχνότητα Bohr 101

δευτέριο 176 - ενέργεια σύνδεσης 204 - ηλεκτρική ροπή 204 - και τανυστικός τελεστής 203*ff*, 207σ, 214α, 234 - μαγνητική ροπή 204 δεύτερος χρυσός κανόνας του Fermi 105 Δημόκριτος, ΕΚΕΦΕ 283, 282σ, 357, 359 διέγερση Coulomb 269 Dirac, συμβολισμός 14υ Dirac, συνάρτηση δέλτα 32υ

δόνηση, πυρηνική 249, 254σ δόση 364 - απορροφούμενη 364 ενεργός 366, 366π ισοδύναμη 365 δυναμικό 174ff - αδιαπέραστης σφαίρας 183, 184σ αρμονικού ταλαντωτή 225ff, 228o, 230o, 257a - Bartlet 200 - Wigner 200 - Wigner 200 - εναλλαγής 194ff - εξάρτηση από την απόσταση 176*ff* - κεντρικό 188, 206, 216ff, 238σ $-\ell \cdot s$ 235, 242 μη κεντρικό 188 - σπιν-τροχιάς 235 - Yukawa 182 - Hamada-Johnson 209 - Heisenberg 200 ΕC, βλ. ηλεκτρονική σύλληψη έκθεση 364 έλλειμμα μάζας 51 ενέργεια Coulomb 58 ενέργεια ασυμμετρίας 58 ενέργεια διαχωρισμού 54, 55σ ενέργεια επιφανείας 57 ενέργεια όγκου 57 ενέργεια σύζευξης 60 ενέργεια σύνδεσης 46, 47ff.

530, 76a ενεργός διατομή 265ff, 267σ - γεωμετρική 313α διαφορική 271 ολική 270 - συντονισμοί 304 επιταχυντής 272ff γραμμικός 272 - ηλεκτροστατικός 272 - Cockroft-Walton 275 κυκλοτρόνιο 273 284σ, 314α - tandem 279, 2800, 2810, 282σ Van de Graaff 275, 276 σ , 277σ επιταχυντικός σωλήνας 274, 274σ εσωτερική μετατροπή 159, 166ff, 173a συντελεστής 168, 169σ ζώνη ημιάγωγού 292 - αγωγιμότητας 292 απαγορευμένη 292 σθένους 292 ηλεκτρική διπολική ροπή 26, 27 ηλεκτρική ροπή, βλ. πυρήνας ηλεκτρική τετραπολική ροπή 26, 29, 234 ηλεκτρονική σύλληψη 69, 149ff, 1520, 1540, 157α, 350σ ηλεκτρόνιο - μήκος κύματος 5π



- σκέδαση 6σ ημιεμπειρικός τύπος μάζας 57, 64σ, 77α ιδιοστροφορμή, βλ. σπιν **ICRP** 364₀ ισοβαρείς πυρήνες, βλ. πυρήνες ισομερισμός 84, 166, 167σ ισοσπίν, βλ. ισοτοπικό σπιν ισότονοι πυρήνες, βλ. πυρήνες ισότοπα 2 ισοτοπικό σπιν 19ff, 191 - ολικό 21,196, 202 ισοτοπικοί πυρήνες, βλ. πυρήνες κρίσιμη μάζα 323 κυκλοτρόνιο, βλ. επιταγυντής Lawrence, E.O. 283 logft, βλ. τιμή logft λοιπή αλληλεπίδραση 218 μαγικοί αριθμοί 231ff μαγνητική ροπή 31, 38, 40σ, 213α μαγνητόνη 36 - Bohr 36 - πυρηνική 36 μαζικός αριθμός 2 μεσόνιο 177σ, 178 μέσος χρόνος ζωής 82 μεταπτώσεις - απαγορευμένες 149, 151σ - Gamow-Teller 146, 148 π ,

 - n τάξης 149 μήκος κύματος Compton 145 μονάδες μέτρησης 371ff μποζόνιο 223υ νετρίνο 65 νουκλεόνιο 2, 19 - αλληλεπίδραση 174ff - ανεξάρτητη κίνηση 216ff - δύναμη μεταξύ 9 - πυκνότητα 7, 8, 27, 41α σθένους 244 - συλλογική κίνηση 248ff ουδετερόνιο 1 - μήκος κύματος 5π όρμησις 342υ παράγοντας Fermi 140, 141σ - ολοκληρωμένη συνάρτηση 143, 144 σ παράγοντας Gamow 123 παράγοντας δημιουργίας 111 παραγωγή πυρηνικής ενέργειας 334ff παράμετρος παραμόρφωσης 250πάριτη 18ff, 147, 190 Pauli - απαγορευτική αρχή 220 ff, 224, 245 τελεστές 19, 197, 212α περιστροφή, πυρηνική 249 πιθανότητα μετάπτωσης 98/

BIBAR

56a

- Fermi 146, 148π, 156α

- μη απαγορευμένες 149

- ανά μονάδα χρόνου 103 ρυθμός 103υ πλεόνασμα μάζας 51 πρότυπο 216, 216υ - ανεξάρτητων σωματίων 218 - αρμονικού ταλαντωτή 225ff, 228o, 230o, 257a - ενιαίο 256 - πυρηνικά 215ff - συλλογικής κίνησης 248ff - υγρής σταγόνας 55ff, 251σ - φλοιών 231ff, 240σ, 245ff, 257a πρωτόνιο 1 μήκος κύματος 5π, 12 πυκνότητα καταστάσεων 105, 133, 152, 155a πυρήνας 1ff ακτίνα 7, 8 δομικοί λίθοι 1*ff* - ηλεκτρική ροπή 24/ ηλεκτροστατική ενέργεια 10, 42a- ηλεκτρικό φορτίο 1ff, 26 - ισοβαρείς 2 ισότονοι 2 - ισοτοπικοί 2 - καταστάσεις 13 μαγικός 232 - μαγνητική ροπή 31*ff*, 35 - μάζα 1*ff*, 47*ff* μέγεθος 3*ff* - σχήμα 3ffπυρηνικές αντιδράσεις 259ff - άμεσες 269

- απογύμνωσης 269 - βαρέων ιόντων 310 - κινηματική 260ff, 312a σύνθετου πυρήνα 270, 301, 308 υφαρπαγής 269, 308 πυρηνικές δυνάμεις 11 - ανεξαρτησία 201 εμβέλεια 181, 209 - κορεσμός 53 πυρηνική σύντηξη 328ff πυρηνική σχάση 318ff, 320σ θραύσματα 321, 322σ πυρηνικός αντιδραστήρας 323, 3230, 3250 - επιβραδυντής 326 καρδιά 324 - ράβδοι ελέγχου 324 - σύντηξης 329ff, 332σ πυρηνικός ισομερισμός, βλ. ισομερισμός

ραδιενέργεια 80ff, 81, 351ff - ειδική 107α, 363 ραδιενεργός πηγή 82 - παραγωγή 96ff - ρυθμός παραγωγής 97 - απόδοση παραγωγής 97 Racah, άλγεβρα 186υ

sievert 366 σκέδαση 267 - δυναμικού 306 - ελαστική 268 - μη ελαστική 268 - συντονισμού 306 σπιν 17, 34



- κυματοσυναρτήσεις 186ff στατιστική 223 σταθερά Fermi 136 σταθερά αποδιέγερσης 81 - α 123ff στροφορμή 15, 246 - κβαντικός αριθμός 15, 34, 185 - μαγνητικός κβαντικός αριθμός 15, 39 - ρόλος στην αποδιέγερση β 145ff τροχιακή 15, 34 συντελεστής διέλευσης 118ff σύντηξη, βλ. πυρηνική σύντηξη συχνότητα κυκλοτρονίου 285 σχάση, βλ. πυρηνική σχάση

Taylor, σειρά 24 ταυτά σωμάτια 221 τιμή logft 138ff, 156α τιμή Q 75α, 263, 265 ΤΟΚΑΜΑΚ 330, 331σ Τσερνομπίλ 336

υποκρίσιμη μάζα 323 υπερκρίσιμη μάζα 323 Yukawa, Hideki 177, 180 - δυναμικό 182

φασματογράφος 50, 50σ Fermi-Dirac, στατιστική 223 φερμιόνιο 223υ, 257α φλοιός, μέγιστος 241 φράγμα δυναμικού 111, 114, 115σ, 126α - κεντρομόλο 114 φωνόνιο 251, 253σ φωτοπολλαπλασιαστής 296, 298σ

Heisenberg, αρχή αβεβαιότητας 13, 179 χρόνος ημιζωής 83 χρόνος υποδιπλασιασμού, βλ. χρόνος ημιζωής



ntur 224 Second Second

parte a cur childre statistication in a series of the seri

> n and The set

l Jany art trager transport

Copyright: Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Απαγορεύεται η μερική ή ολική ανατύπωση, καθώς και η λήψη φωτοαντίγραφων από το βιβλίο χωρίς τη γραπτή άδεια του Τμήματος Δημοσιευμάτων του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων και του συγγραφέα.

Διατίθεται και στο Βιβλιοπωλείο του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, Πανεπιστημιούπολη – Δουρούτη, Ιωάννινα - Τηλ. (0651) 97122.

ΔΙΑΝΕΜΕΤΑΙ ΔΩΡΕΑΝ στους φοιτητές.

Γραφικές Τέχνες ΘΕΟΔΩΡΙΔΗ Γαριβάλδη 10, 45221 Ιωάννινα

Ταριβάλοη 10, 45221 Ιωάννινα Τηλ.-Fax: 26510 – 77358





1





