

ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



026000265265



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

80
βυβλιν

ΗΜΙΑΛΕΠΤΟΝΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟ ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Βασιλική Χασιώτη
Φυσικός

Ιωάννινα, 2007



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

Βασιλική Χασιώτη

ΗΜΙΛΕΠΤΟΝΙΚΕΣ ΑΝΤΙΔΡΑΣΕΙΣ ΣΤΟ
ΠΕΔΙΟ ΤΟΥ ΠΥΡΗΝΑ:

Κατασκευή συμπαγούς ενιαίου
θεωρητικού πλαισίου περιγραφής
πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων
και εφαρμογή του σε αντιδράσεις
νετρίνου-πυρήνα

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννινα, 2007



Η εργασία αυτή συγχρηματοδοτήθηκε από την Ευρωπαϊκή Ένωση, στα πλαίσια του προγράμματος 'Ηράκλειτος', του προγράμματος ΕΠΕΑΕΚ II του 3ου Κοινοτικού Πλαισίου Στήριξης του ΥΠ.Ε.Π.Θ., με χρηματοδότηση κατά 25% από εθνικούς πόρους και κατά 75% από το Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο,

This research was co-funded by the European Union in the framework of the program "Heraklitos" of the "Operational Program for Education and Initial Vocational Training" of the 3rd Community Support Framework of the Hellenic Ministry of Education, funded by 25% from national sources and by 75% from the European Social Fund (ESF).

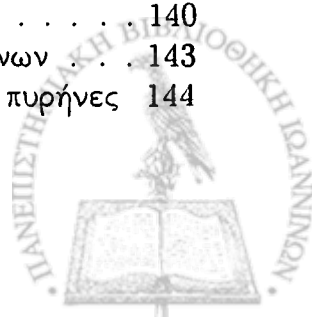


Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή	13
1.1	Ο ατομικός πυρήνας ως εργαστήριο μελέτης των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων	13
1.2	Ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς πυρηνικές αλληλεπιδράσεις	14
1.3	Επισκόπηση της παρούσας μελέτης	17
2	Ημιλεπτονικές ασθενείς αλληλεπιδράσεις στο χώρο του πυρήνα	19
2.1	Εισαγωγή	19
2.2	Φαινομενολογία ασθενών αλληλεπιδράσεων	19
2.3	Γενικές ιδιότητες του αδρονικού ρεύματος των ασθενών αλληλεπιδράσεων	24
2.4	Θεωρία ενδιαμέσων διανυσματικών μποζονίων (IVB θεωρία) ασθενών αλληλεπιδράσεων	26
2.5	Η καθιερωμένη θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων	27
2.6	Μονονουκλεονικά στοιχεία πίνακα ασθενούς αδρονικού ρεύματος	31
2.7	Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενούς αδρονικού ρεύματος	34
2.8	Ενεργές διατομές αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα. Μέθοδος Donnelly-Walecka	37
2.9	Μονοσωματιδιακές ασθενείς διεργασίες λεπτονίου-πυρήνα	43
2.9.1	Σύλληψη φορτισμένου λεπτονίου (e^- , μ^- , τ^-)	43
2.9.2	Η πυρηνική β -αποδιέγερση (β^\pm -διάσπαση)	44
2.9.3	Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα	45
3	Πυρηνικά μοντέλα	47
3.1	Εισαγωγή	47
3.2	Μοντέλο αερίου Fermi (Fermi gas model)	47
3.3	Πυρηνικό πρότυπο φλοιών	48
3.4	Προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA)	50
3.5	Η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA)	53
3.5.1	Η QRPA για αντιδράσεις διατήρησης φορτίου στον πυρήνα-στόχο (pp-ηη QRPA)	56
3.6	Μικροσκοπικό μοντέλο ημισωματίου-φωτονίου (MQPM)	58



4	Μονοσωματιδιακά στοιχεία πίνακα βασικών τανυστικών τελεστών	61
4.1	Εισαγωγή	61
4.2	Πολυπολική ανάλυση αδρονικών ρευμάτων	62
4.2.1	Οι επτά βασικοί πολυπολικοί πυρηνικοί τελεστές	64
4.3	Τα μονοσωματιδιακά ανηγμένα στοιχεία πίνακα των βασικών τανυστικών τελεστών	67
4.3.1	Αναλυτικές εκφράσεις των βασικών ακτινικών ολοκληρωμάτων στη βάση αρμονικού ταλαντωτή	69
4.3.2	Συμπαγείς εκφράσεις θεμελιωδών ανηγμένων μονοσωματιδιακών στοιχείων πίνακα	71
4.4	Εφαρμογές του συμπαγούς φορμαλισμού των θεμελιωδών πυρηνικών στοιχείων πίνακα	76
4.4.1	Ανηγμένα στοιχεία πίνακα αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων ν-πυρήνα	77
4.4.2	Πυρηνικές ροπές διπλής βήτα-διάσπασης	77
4.5	Συμπεράσματα	89
5	Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα	90
5.1	Εισαγωγή	90
5.2	Κίνητρα μελέτης αντιδράσεων ν-πυρήνα	91
5.3	Χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα	94
5.4	Ο φορμαλισμός των ενεργών διατομών νετρίνου-πυρήνα	96
5.4.1	Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα φορτισμένων ρευμάτων	96
5.4.2	Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδετέρων ρευμάτων	99
5.5	Κανάλια σκέδασης νετρίνου-πυρήνα και υπολογισμοί πυρηνικών στοιχείων πίνακα	100
5.6	Υπολογιστικός κώδικας της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματία	102
6	Μελέτη αντιδράσεων ουδετέρου ρεύματος $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ -πυρήνα	105
6.1	Εισαγωγή	105
6.2	Κινηματική και χρήσιμες φυσικές ποσότητες αντιδράσεων ν-πυρήνα	106
6.3	Ενεργές διατομές αντιδράσεων ουδετέρου ρεύματος ν και $\bar{\nu}$ με τα ισότοπα ^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe και ^{98}Mo	106
6.3.1	Ο πυρήνας ^{56}Fe ως ανιχνευτής νετρίνων	109
6.3.2	Ο πυρήνας ^{40}Ar ως ανιχνευτής νετρίνων	119
6.3.3	Ο πυρήνας ^{16}O ως ανιχνευτής νετρίνων	124
6.3.4	Ο πυρήνας ^{98}Mo ως ανιχνευτής νετρίνων	133
6.4	Μερική συνεισφορά στην ενεργό διατομή ν-πυρήνα του πολικού- και αξονικού-διανυσματικού μέρους του αδρονικού ρεύματος	140
6.5	Απόκριση πυρηνικών ανιχνευτών σε ενεργειακά φάσματα νετρίνων	143
6.5.1	Ηλιακά νετρίνα: Ελαστική και ημιαστική σκέδαση με πυρήνες	144



6.5.2	Νετρίνα υπερκαινοφανών αστέρων: Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις σε μαζικούς αστέρες	146
6.5.3	Απόκριση πυρήνων σε φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων	147
6.6	Συμπεράσματα	150
7	Σύνοψη-Συμπεράσματα-Προοπτικές	154
7.1	Σύνοψη	154
7.2	Συμπεράσματα	155
7.3	Προοπτικές	156
8	Παράρτηματα	158



Ευχαριστίες

Η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε στον Τομέα Θεωρητικής Φυσικής του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, με κύριο επιβλέποντα τον κ. Θ. Κοσμά, Αναπληρωτή Καθηγητή Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων, στον οποίο εκφράζω τις ευχαριστίες μου για την καθοδήγησή του και τη συνεργασία του. Τα άλλα μέλη της τριμελούς συμβουλευτικής επιτροπής ήταν ο κ. Κ. Παπανικόλας, Καθηγητή Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Αθηνών και η κ. Ειρ. Μαυρομμάτη, Επίκουρη Καθηγήτρια Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Αθηνών, τους οποίους και ευχαριστώ για τις χρήσιμες παρατηρήσεις τους.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω:

- α) Το Ίδρυμα Γ. Σταύρου για την υποτροφία που μου παρέσχε κατά τα έτη 1996-1999.
- β) Την Επιτροπή Ερευνών του Παν/μίου Ιωαννίνων για την οικονομική υποστήριξη που μου παρέσχε κατά το χρονικό διάστημα από 1-12-2001 έως 30-11-2002.
- γ) Το Υπουργείο Παιδείας για την οικονομική υποστήριξη που μου παρέσχε μέσω του προγράμματος ΕΠΕΑΕΚ II ' ΗΡΑΚΛΕΙΤΟΣ' κατά το χρονικό διάστημα από 1-11-2002 έως 31-3-2005.

τη συνάδελφο και φίλη Βούλα Διβάρη για την συμπαράστασή της στις διάφορες συζητήσεις που είχα μαζί της,

τους καλούς φίλους που όχι μόνο ανέχτηκαν αλλά και ενθάρρυναν αυτή την προσπάθεια:

την οικογένειά μου για την ολόπλευρη στήριξη που αφειδώς μου παρέσχε, στην οποία και η παρούσα διατριβή αφιερώνεται.



Περίληψη

Στην παρούσα διατριβή, εστιάσαμε την προσοχή μας στην κατασκευή ενός συμπαγούς φορμαλισμού ενιαίας περιγραφής των ενεργών διατομών ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών αντιδράσεων ενός σωματίου που λαμβάνουν χώρα παρουσία πυρήνα (ημιλεπτονικές αντιδράσεις στο πεδίο του πυρήνα). Στις αντιδράσεις αυτές ανήκουν οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, οι β-αποδιεγέρσεις και οι αντιδράσεις σύλληψης φορτισμένων λεπτονίων (e^\pm, μ^\pm, τ^\pm) απο πυρήνες. Λόγω της στενής αναλογίας των ημιλεπτονικών ασθενών αντιδράσεων με τις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις λεπτονίων-πυρήνα, τα πειραματικά δεδομένα σκέδασης (π.χ. ελαστική και μη-ελαστική σκέδαση e^-, μ^- με πυρήνες ή πρωτόνια), σε μια ευρεία περιοχή της μεταφερόμενης στον πυρήνα ορμής q , χρησιμοποιούνται μαζί με τα αντίστοιχα δεδομένα της μιονικής σύλληψης σαν ένας αξιόπιστος έλεγχος της ποιότητας των πυρηνικών χυματοσυναρτήσεων που κατασκευάζονται στα πλαίσια διαφόρων πυρηνικών μοντέλων για τη μελέτη των ημιλεπτονικών αντιδράσεων. Αυτό επιτρέπει και την αξιόπιστη πρόβλεψη νέων ηλεκτρασθενών διαδικασιών και τον περιορισμό της αβεβαιότητας όταν μελετούμε την βασική δομή των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων αυτών καθ' εαυτών.

Στο πρώτο μέρος της παρούσας μελέτης εκμεταλλευόμαστε στο μέγιστο δυνατό το παραπάνω πλεονέκτημα και είναι διάχυτη η έμφαση στη στενή σύνδεση και συσχέτιση τέτοιων αλληλεπιδράσεων με ασθενείς εξωτικές αντιδράσεις (π.χ. αντιδράσεις ανίχνευσης ψυχρής σκοτεινής ύλης, εξωτικά κανάλια μ-σύλληψης, διπλή βήτα αποδιέγερση χωρίς νετρίνα κ.λ.π.). Η βελτίωση του υπάρχοντος φορμαλισμού μελέτης ημιλεπτονικών αντιδράσεων ενός σωματιδίου στον πυρήνα, συνίσταται στην κατασκευή συμπαγών αναλυτικών εκφράσεων για όλα τα θεμελιώδη ανηγμένα στοιχεία πίνακα που υπεισέρχονται στη μέθοδο Donnelly-Walecka-Haxton, η οποία περιγράφει κατά ενιαίο τρόπο διάφορες ενεργές διατομές τέτοιων αντιδράσεων.

Στο δεύτερο μέρος της διατριβής γίνεται εκτενής μελέτη των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα χρησιμοποιώντας τον ανωτέρω φορμαλισμό. Μελετήθηκαν ιδιαίτερα οι διαφορικές ενεργές διατομές, για ελαστικές και μη ελαστικές διαδικασίες, σαν συνάρτηση της γωνίας σκέδασης και της ενέργειας εισερχομένου νετρίνου σε πυρήνες με ιδιαίτερα έντονο πειραματικό ενδιαφέρον στη σύγχρονη έρευνα όπως: ^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe , ^{98}Mo . Οι απαιτούμενες πυρηνικές χυματοσυναρτήσεις της αρχικής και τελικής πυρηνικής κατάστασης κατασκευάστηκαν στα πλαίσια μιας εκλέπτυνσης της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματίδια (quasiparticle random phase approximation ή QRPA) η οποία χρησιμοποιεί ρεαλιστικές δυνάμεις δύο σωματιδίων. Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιεί σαν κεντρικό πυρηνικό πεδίο ένα δυναμικό Woods-Saxon με διόρθωση Coulomb καθώς και συνιστώσα αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς. Σαν εναπομένουσα αλληλεπίδραση χρησιμοποιήθηκε το δυναμικό Bonn C. Με ιδιαίτερη έμφαση μελετήθηκαν οι αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων των παραπάνω πυρήνων με ηλεκτρονιακά νετρίνα και αντινετρίνα ν_e και $\bar{\nu}_e$. Έγινε λεπτομερειακή μελέτη της συνεισφοράς στην ολική ενεργό διατομή των επιμέρους συνιστωσών του τελεστή αλληλεπίδρασης (αξονική, διανυσματική) και υπολογίστηκαν οι ενεργές διατομές κανάλι-προς-κανάλι για πολυπολικές καταστάσεις με καλά καθορισμένα σπιν και ομοτιμία.



Abstract

In the present Thesis we investigated the semileptonic electroweak processes that take place in the presence of complex nuclei ($A \geq 12$). The starting point was the Donnelly-Walecka formalism which describes in a unified way electromagnetic and weak semileptonic processes in nuclei on the basis of a multipole decomposition of the relevant hadronic current density operators. In the first stage of this work we made an attempt to improve the above formalism by constructing compact analytic expressions for all basic reduced nuclear matrix elements by utilizing harmonic oscillator basis wave functions.

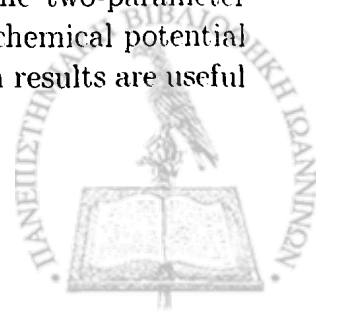
Differential, integrated and total cross sections for neutrino-nucleus and antineutrino-nucleus reactions of specific nuclear systems are subsequently studied focusing on the neutral current processes in even-even nuclear targets. Contributions originated from all types of interactions, both for the vector and axial-vector components of the hadronic current have been included. For the calculation of the corresponding reduced nuclear matrix elements entering these cross sections, we employed the compact formalism constructed in the present work as mentioned above.

The needed nuclear wave-functions were obtained in the context of a version of the Quasi-particle Random Phase Approximation (QRPA) which has not been used previously for such processes. The method has been tested on the reproducibility of the following properties of the studied nuclei: a) The low-lying energy spectra (up to about 5 MeV) by fixing the strength parameters g_{pp} and g_{ph} , for the particle-particle and particle-hole channels of the realistic interaction, respectively. b) The energy gaps of the studied nuclear systems with respect to the neighboring nuclei by fixing the pairing parameters $g_{pair}^{p,n}$ for protons (p) and neutrons (n), respectively.

In the present Thesis we focused on exclusive processes of the electron-neutrino scattering off light and medium-heavy nuclei, i.e. on those processes which lead to J-projected nuclear excitations. In the aforementioned framework the corresponding total cross sections are evaluated by summing-over-partial-rates and, furthermore, integrating by applying numerical integration techniques.

We paid special attention to the study of the angular dependence of the cross sections as well as to the initial neutrino energy dependence of the partial and total cross sections. The results presented refer to the following nuclear targets: ^{40}Ar , the target of the ICARUS neutrino-experiment at Gran Sasso, ^{98}Mo , the target of the ongoing MOON experiment at Japan, ^{56}Fe , one of the most important isotopes participating in the process of nucleosynthesis taking place in the center of a massive star, and ^{16}O , the main content of a water neutrino detector and also an intermediate product of the nucleosynthesis process of outer shells of massive stars that plays a key role in their evolution.

Finally, by using the convolution method, we investigated the averaged neutrino cross sections for supernova neutrino spectra by employing the two-parameter Fermi-Dirac energy distribution which is parameterized with the chemical potential parameter (α) and the supernova neutrino Temperature (T). Such results are useful



for neutrino- nucleosynthesis in the interior of stars and for studying the nuclear response to neutrino spectra of specific neutrino sources. To this aim, we payed special attention on the nuclear response of the ^{98}Mo isotope which has relatively large abundance in the MOON neutrino detector.



Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

1.1 Ο ατομικός πυρήνας ως εργαστήριο μελέτης των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων

Στον ατομικό πυρήνα, τη δομική μονάδα της ύλης που αποτελείται από βαρυόνια (πρωτόνια και νετρόνια) περιορισμένα σε πολύ μικρό χώρο (της τάξης μερικών fm), απαντώνται όλες οι θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις της φύσης: ισχυρή, ηλεκτρομαγνητική, ασθενής. Ακόμα, και ο ρόλος της βαρύτητας είναι σημαντικός αν θεωρήσουμε τους αστέρες νετρονίων ως πελώριους πυρήνες που συγκρατούνται μεταξύ τους με τη βαρυτική έλξη. Στη σύγχρονη έρευνα ο πυρήνας αποτελεί ένα μικροσκοπικό εργαστήριο ελέγχου της δομής των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων, ρόλος που του επιτρέπει να εκδηλώνει ταυτόχρονα τις εκπληκτικές του ιδιότητες ως ένα ισχυρά αλληλεπιδρόν κβαντομηχανικό πολυσωματιδιακό σύστημα.

Όπως γνωρίζουμε από την αδρονική φυσική, υπάρχουν νέοι εσωτερικοί βαθμοί ελευθερίας του πυρήνα, τα κουάρκ και τα γλιόνια, τα οποία αλληλεπιδρούν διαμέσου των θεμελιωδών ισχυρών δυνάμεων οι οποίες περιγράφονται από την κβαντική χρωμοδυναμική (QCD). Το νουκλεόνιο, συστατικό του πυρήνα, είναι στα πλαίσια αυτά ένα πολύπλοκο πολυσωματιδιακό σύστημα το οποίο εκδηλώνει τους εσωτερικούς βαθμούς ελευθερίας σε φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα σε ενδιάμεσες και υψηλές ενέργειες. Στην περιοχή ενεργειών της παραδοσιακής πυρηνικής φυσικής θεωρούμε ότι οι εν λόγω βαθμοί ελευθερίας δεν εκδηλώνονται έντονα, επομένως αυτή η θεωρία είναι πέρα από τους σκοπούς μας.

Η προσέγγιση φαινομένων όπως τα παραπάνω από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής βασίζεται σε δισωματιδιακά δυναμικά (δυναμικό Bonn, δυναμικό Paris, αλληλεπίδραση Kuo-Brown, κλπ) που προσαρμόζονται σε δεδομένα σχέδασης νουκλεονίου-νουκλεονίου ή θεμελιώδους κατάστασης απλών πυρηνικών συστημάτων (π.χ. δευτέριο 2_1H_1) και στη συνέχεια ανακανονικοποιούνται στο υπό μελέτη πυρηνικό σύστημα χρησιμοποιώντας δεδομένα ιδιοτήτων πυρηνικής δομής. Αυτά τα δισωματιδιακά δυναμικά εισάγονται στη μη-σχετικιστική πολυσωματιδιακή εξίσωση Schrödinger η οποία λύνεται σε κάποια προσέγγιση χρησιμοποιώντας μοντέρνες υπολογιστικές



τεχνικές. Τα ηλεκτρομαγνητικά και ασθενή πυρηνικά ρεύματα, που περιγράφουν τις αλληλεπιδράσεις του πυρήνα με σωμάτια του περιβάλλοντός του, κατασκευάζονται αρχικά από τις ιδιότητες των ελεύθερων νουκλεονίων και χρησιμοποιούνται για την παραγωγή ιδιοτήτων της δομής και εξέλιξης των πυρηνικών συστημάτων.

Ένας από τους σύγχρονους σκοπούς της έρευνας στο πεδίο της πυρηνικής φυσικής, είναι να περιγράψει πυρηνική ύλη κάτω από ακραίες συνθήκες (μεγάλη πυκνότητα, υψηλή πίεση, υψηλές ενέργειες, μεγάλη μεταφορά ορμής κ.λ.π.) που επικρατούν στο εσωτερικό των αστέρων (π.χ. σε υπερκαινοφανείς αστέρες) ή σε σχετικιστικές συγχρούσεις βαρέων ιόντων, ή σε διαδικασίες σκέδασης με πολύ μεγάλη μεταφερόμενη ορμή, q , (π.χ σαν αυτές που πραγματοποιούνται στα CEBAF, Jefferson Lab, ικανή να μας προσφέρει πληροφορίες για περιοχές πολύ κοντά στο κέντρο του πυρήνα αλλά και στο εσωτερικό του νουκλεονίου), κ.λ.π. Τέτοια εργαστήρια διαθέτουν εντυπωσιακά υψηλή ανάλυση για μελέτη της χωρικής κατανομής φορτίων και ρευμάτων του πυρήνα και των συστατικών του, προσφέροντας με τον τρόπο αυτό τα βασικά στοιχεία περιγραφής της δομής των πυρηνικών και αδρονικών συστημάτων και της φύσης των ισχυρών και ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων που τα διέπουν.

Στην έρευνα που προαναφέρθηκε, ο ατομικός πυρήνας παίζει ρόλο κλειδί και η συμβολή του είναι χρήσιμη τόσο στη μελέτη της δομής της ύλης και των φαινομένων που λαμβάνουν χώρα εντός αυτής, όσο και στην κατανόηση του σύμπαντος (π.χ. του σχηματισμού των ισοτόπων, πυρηνοσύνθεσης σε υπερκαινοφανείς και νετρονικούς αστέρες), της εξέλιξης των αστέρων (μέσω των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων), κ.λ.π. Εξάλλου, μεγάλο μέρος της μάζας και της ενέργειας του ορατού σύμπαντος (που είναι δομημένο από πυρήνες) προέρχεται από αντιδράσεις οι οποίες λαμβάνουν χώρα κατά τη διαδικασία της πυρηνοσύνθεσης και παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην εξέλιξη των αστέρων.

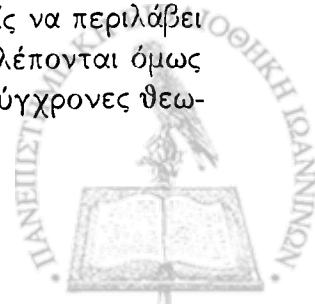
1.2 Ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς πυρηνικές αλληλεπιδράσεις

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων, μεταξύ όλων των ηλεκτρομαγνητικών και ασθενών διαδικασιών χαμηλών και ενδιάμεσων ενεργειών, οι ημιλεπτονικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώρα στο περιβάλλον του πυρήνα έχουν αποδειχθεί ιδανικά εργαλεία έρευνας των ηλεκτρομαγνητικών και ασθενών αλληλεπιδράσεων [19, 20, 25]. Οι κυριότερες αντιδράσεις αυτού του είδους ταξινομούνται σε τρεις κατηγορίες:

1) Στις διαδικασίες ουδετέρων ρευμάτων, σκέδαση (ελαστική ή μη-ελαστική) λεπτονίου ($l, \nu_l, \bar{\nu}_l$ όπου $l = e, \mu, \tau$) από πυρήνες [34].

2) Στις διαδικασίες φορτισμένων ρευμάτων λεπτονικής σύλληψης από πυρήνες (l -σύλληψη, αντιδράσεις νετρίνου (ν_l) και αντινετρίνου ($\bar{\nu}_l$) με πυρήνες που οδηγούν σε μεταβολή φορτίου του μητρικού πυρήνα, και αντιδράσεις πυρηνικής βήτα-διάσπασης (β^\pm -αποδιέγερση) [22, 116, 76].

3) Στην κατηγορία των αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα μπορεί κανείς να περιλάβει και εξωτικές αντιδράσεις οι οποίες δεν έχουν ακόμα παρατηρηθεί, προβλέπονται όμως από ηλεκτρασθενείς θεωρίες, επεκτάσεις του καθιερωμένου προτύπου (σύγχρονες θεω-



ρίες βαθμίδας, υπερσυμμετρία, κ.λ.π.). Τέτοιες ενδιαφέρουσες εξωτικές ημιλεπτονικές διαδικασίες είναι οι ταλαντώσεις νετρίνων παρουσία πυρήνων, η διπλή β -διάσπαση χωρίς νετρίνα [80, 82, 83], οι μετατροπές $\mu^- \rightarrow e^\pm$ παρουσία πυρήνων [64], η ελαστική σκέδαση σωματίων ψυχρής σκοτεινής ύλης από πυρήνες [74, 108], κ.λ.π., οι οποίες αποτελούν ένα πεδίο έντονου θεωρητικού και πειραματικού ενδιαφέροντος της σύγχρονης έρευνας.

Στην παρούσα μελέτη θα εστιάσουμε την προσοχή μας κυρίως στις ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς αντιδράσεις που έχουν παρατηρηθεί και μόνο ευκαιριακά και χωρίς μεγάλη έκταση θα αναφερθούμε στις εξωτικές αντιδράσεις (κυρίως την αντίδραση μετατροπής μιονίου σε ηλεκτρόνιο, $\mu^- \rightarrow e^-$, και τη διπλή β -μεταστοιχείωση χωρίς νετρίνα). Στα πλαίσια των σύγχρονων θεωριών, οι ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς αλληλεπιδράσεις των λεπτονίων (e^\pm , μ^\pm , ν_e , $\bar{\nu}_e$, κ.λ.π.) με τον πυρήνα, τόσο στις αντιδράσεις των κατηγοριών (1) και (2) όσο και μερικών της (3), πραγματοποιούνται μέσω ανταλλαγής του φωτονίου γ , και των βαρέων ασθενών διανυσματικών μποζονίων, Z^0 και W^\pm , μεταξύ των λεπτονίων και των νουκλεονίων του πυρήνα [2, 18, 19, 33, 34]. Έτσι, οι ημιλεπτονικές αντιδράσεις μεταβολής φορτίου μεσολαβούνται από τα φορτισμένα σωματίδια W^\pm , ενώ οι αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων μεσολαβούνται από σωματίδια γ και Z^0 . Οι πυρήνες θεωρούνται τέλεια εργαστήρια για τη μελέτη τέτοιων διαδικασιών.

Ένα πολύ σημαντικό εργαλείο για τη σύγχρονη έρευνα στο πεδίο της πυρηνικής και αστροπυρηνικής φυσικής αποτελεί η ειδική κατηγορία των ηλεκτρασθενών αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα. Τούτο δικαιολογείται από το γεγονός ότι οι αντιδράσεις αυτές:

- (i) Μας παρέχουν τη δυνατότητα να μελετήσουμε τις εσωτερικές ιδιότητες του νετρίνου (neutrino intrinsic properties), σωματίου που παίζει σημαντικότατο ρόλο σε πληθώρα φαινομένων της φύσης.
- (ii) Μας βοηθούν να μελετήσουμε τη δομή του πυρήνα με τη μελέτη των πυρηνικών μεταπτώσεων που επάγονται από τα νετρίνα και οι οποίες δεν παρατηρούνται στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις.
- (iii) Είναι χρήσιμες για την κατανόηση αστροφυσικών φαινομένων στα οποία τα νετρίνα παίζουν κυρίαρχο ρόλο.

Σήμερα, πλήθος ερωτήσεων σχετικών με τα νετρίνα, παραμένουν αναπάντητες παρά τις σημαντικότερες ανακαλύψεις της πρόσφατης έρευνας. Πιο συγκεκριμένα: 1) Οι ενδείξεις σχετικά με τις ταλαντώσεις των νετρίνων που πρωτοπαρατηρήθηκαν στο εργαστήριο SNO (Sudbury Neutrino Observatory) του Καναδά [115], έκαναν πιο έντονο το ενδιαφέρον γύρω από τα χαρακτηριστικά των ταλαντώσεων, τα οποία πρέπει να διερευνηθούν παραπέρα. 2) Οι γωνίες ανάμιξης μεταξύ των διαφόρων καταστάσεων των νετρίνων καθώς και οι αντίστοιχες μάζες δεν έχουν ακόμα προσδιοριστεί ακριβώς. 3) Επίσης, ακόμα δεν έχει διαλευκανθεί αν τα νετρίνα είναι σωματίδια Dirac (το σωματίο ν δεν συμπίπτει με το αντισωματίό του $\bar{\nu}$) ή σωματίια Majorana (το ν συμπίπτει με το $\bar{\nu}$). Ένα άλλο ερώτημα γύρω από τα νετρίνα σχετίζεται με την μαγνητική τους ροπή, δηλαδή είναι αυτή μη-μηδενική;

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι, η γνώση των ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα είναι μεγάλης σημασίας, όχι μόνο για εκείνες τις αντιδράσεις νετρίνου-

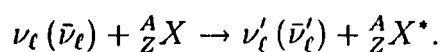


πυρήνα που λαμβάνουν χώρα σε εξέχοντα γήινα πειράματα αλλά και σε μια πληθώρα αστροφυσικών αντιδράσεων και φαινομένων. Υπολογισμοί τέτοιων ενεργών διατομών θα αποτελέσουν έναν από τους κύριους στόχους της παρούσας εργασίας. Έτσι, π.χ., όπως γνωρίζουμε τεράστιος αριθμός ηλεκτρονιακών νετρίνων (ν_e) παράγονται στο κέντρο του αστέρα Ηλίου καθώς και στο εσωτερικό άλλων αστέρων. Η αλληλεπίδραση αυτών των νετρίνων καθώς διαδίδονται μέσα στους ίδιους τους αστέρες είναι ένα πολύ σημαντικό φαινόμενο και χρήσιμο εργαλείο για τη μελέτη της πυρηνοσύνθεσης στους διάφορους αστέρες. Ένα άλλο μεγάλης σημασίας φαινόμενο είναι το γεγονός ότι όλα τα νετρίνα διάφορων αρωμάτων (ν_e, ν_μ, ν_τ) παράγονται κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης ενός υπερκαινοφανούς αστέρα και μεταφέρουν περίπου το 99% της βαρυτικής ενέργειας του αστέρα. Η ανίχνευση των νετρίνων αυτών γίνεται σε γήινα πειράματα (υπόγεια, υποθαλάσσια, υποπάγια κ.λ.π.). Σε πολλά από τα πειράματα αυτά το σήμα προκαλείται με τη συμμετοχή κατάλληλων πυρηνικών στόχων, μερικοί των οποίων θα χρησιμοποιηθούν στην παρούσα εργασία στους υπολογισμούς μας, οπότε καθίσταται φανερό και η σημασία της εν λόγω μελέτης για την παγκόσμια έρευνα στον τομέα αυτό.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι, στις ενεργές διατομές νετρίνου-πυρήνα, επιπλέον του πολικού διανυσματικού ρεύματος (polar vector current) συνεισφέρει και το αξονικό διανυσματικό ρεύμα (axial-vector current). Μάλιστα, όπως θα δούμε και στην παρούσα έρευνα, η συνεισφορά του αξονικού ρεύματος είναι γενικά η κυρίαρχη. Αυτό μας δίνει τη δυνατότητα να μελετήσουμε μεταπτώσεις του πυρήνα (nuclear responses) που δεν τις διεγείρουν οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις (σ' αυτές έχουμε μόνο πολική διανυσματική συνεισφορά).

Τα τελευταία χρόνια, έχει γίνει εκτεταμένη μελέτη πάνω στις αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα και έχουν χρησιμοποιηθεί από την πλευρά της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής διάφορα πυρηνικά πρότυπα (μοντέλα) υπολογισμών, τόσο της κατηγορίας απλού σωματίου (single particle models), όσο και μοντέλα συλλογικών διεγέρσεων (collective models). Τα σημαντικότερα από αυτά είναι: 1) Μοντέλο αερίου Fermi και οι διάφορες εκλεπτύνσεις του (σχετικιστικό και μη-σχετικιστικό) [54, 55]. 2) Μοντέλο φλοιών, το σύννηδες (SM) [44, 45, 46] αλλά και το μοντέλο φλοιών ευρείας κλίμακας χώρου μοντέλου (large scale SM) [93, 94]. 3) Προσέγγιση τυχαίας φάσης και οι διάφορες παραλλαγές της, κυριότερες των οποίων είναι οι: α) Προσέγγιση τυχαίας φάσης του συνεχούς (CRPA) με χρήση διαφόρων μορφών εναπομένουσας αλληλεπίδρασης (αλληλεπίδραση δύο σωμάτων) [42]. β) Προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωμάτια με χρήση ρεαλιστικών ή σημειακών δυναμικών, μέθοδο την οποία θα συζητήσουμε διεξοδικά στο Κεφ. 3.

Ένας από τους επιμέρους στόχους της παρούσας εργασίας είναι να υπολογίσουμε ενεργές διατομές (διαφορικές και ολικές) για αποκλειστικές ελαστικές και μη-ελαστικές διαδικασίες σκέδασης νετρίνων από πυρήνες σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες (αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος) του τύπου



Για τον υπολογισμό των αρχικών και τελικών καταστάσεων του πυρήνα-στόχου, θα



χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματίδια (quasiparticle random phase approximation), μια παραλλαγή η οποία δεν έχει χρησιμοποιηθεί μέχρι τώρα στην μελέτη των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα.

1.3 Επισκόπηση της παρούσας μελέτης

Πριν προβούμε στη μελέτη των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, οι οποίες αποτελούν και το κεντρικό σημείο της παρούσας εργασίας, θεωρούμε αναγκαίο να συνοψίσουμε τα βασικά φαινομενολογικά συμπεράσματα των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων και να συζητήσουμε (Κεφάλαιο 2) με αρκετή λεπτομέρεια τις ημιλεπτονικές ασθενείς αλληλεπιδράσεις στις οποίες συμμετέχουν πυρήνες, όπως σύλληψη λεπτονίων από πυρήνες, β -διάσπαση, αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα. Θα συζητήσουμε επίσης τις κυριότερες θεωρίες που αναπτύχθηκαν τις τελευταίες δεκαετίες για την περιγραφή της χαμιλτονιανής αλληλεπίδρασης των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων εστιάζοντας στις προσεγγίσεις σε πυρηνικό επίπεδο των θεωριών αυτών. Ιδιαίτερα θα μας απασχολήσει (στο Κεφάλαιο 2) η μέθοδος Donnelly-Walecka, η οποία περιγράφει με ενιαίο τρόπο τις ημιλεπτονικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώρα στο πεδίο του πυρήνα, και θα επικεντρώσουμε τη συζήτησή μας στο πυρηνικό μέρος της χαμιλτονιανής που είναι υπεύθυνη για τις παραπάνω ημιλεπτονικές αντιδράσεις.

Στο Κεφάλαιο 3, θα ασχοληθούμε ιδιαίτερα με τα βασικά χαρακτηριστικά των πυρηνικών υπολογιστικών μοντέλων και θα περιγράψουμε τις μεθόδους που έχουν χρησιμοποιηθεί μέχρι τώρα για την μελέτη αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα. Θα εστιάσουμε την προσοχή μας σε εκείνα τα πυρηνικά μοντέλα στα οποία γίνεται ρητή κατασκευή της πυρηνικής κυματοσυνάρτησης που περιγράφει τις πυρηνικές καταστάσεις που επάγονται από το εισερχόμενο στην αντίδραση λεπτόνιο. Μια τέτοια μέθοδος είναι και η QRPA η οποία θα χρησιμοποιηθεί για τους επιμέρους υπολογισμούς μας, όπως προαναφέρθηκε.

Στο Κεφάλαιο 4, θα παρουσιάσουμε μια βελτίωση του υπάρχοντος φορμαλισμού των ενεργών διατομών, φορμαλισμός Donnelly-Walecka [19, 33, 34], ο οποίος έστι προσφέρει πλεονεκτικότερη περιγραφή των διαφόρων πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων που υπεισέρχονται στην έκφραση της ενεργού διατομής των ημιλεπτονικών αλληλεπιδράσεων. Τα πλεονεκτήματα του νέου φορμαλισμού θα καταδειχθούν με την εφαρμογή του σε υπολογισμούς πυρηνικών ροπών που υπεισέρχονται στην περιγραφή της διπλής βήτα μεταστοιχείωσης καθώς και σε συγκεκριμένες αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα.

Στα Κεφάλαια 5 και 6, η μελέτη επικεντρώνεται ειδικά στις αντιδράσεις νετρίνου - πυρήνα. Γίνεται ευρεία χρήση των συμπαγών αναλυτικών εκφράσεων των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων των βασικών τανυστικών τελεστών, που υπεισέρχονται στις ενεργές διατομές των αντιδράσεων αυτών, κατά την εκτέλεση εκτενών ρεαλιστικών υπολογισμών ενεργών διατομών αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων ν_e και $\bar{\nu}_e$ με συγκεκριμένα πυρηνικά συστήματα.

Στο Κεφάλαιο 6, θα μελετήσουμε την γωνιακή εξάρτηση καθώς και την εξάρτηση



από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου των διαφόρων ενεργών διατομών σε πυρήνες-στόχους οι οποίοι παρουσιάζουν ερευνητικό ενδιαφέρον, τόσο από θεωρητική όσο και από πειραματική άποψη (^{56}Fe , ^{40}Ar , ^{98}Mo και ^{16}O). Επίσης, στο ίδιο κεφάλαιο, θα γίνει εκτενής συζήτηση της σημασίας καθενός εκ των μελετούμενων πυρήνων (^{56}Fe , ^{40}Ar , ^{98}Mo και ^{16}O) στη σύγχρονη έρευνα που διεξάγεται στο πεδίο της φυσικής των νετρίνων. Γίνεται επίσης συστηματική μελέτη της συνεισφοράς των επιμέρους συνιστωσών του αδρονικού διανυσματικού και αξονικού ρεύματος της αντίδρασης ν-πυρήνα. Ιδιαίτερα θα μας απασχολήσει η σύνδεση των αποτελεσμάτων των υπολογισμών μας καθώς και των συμπερασμάτων που θα προκύψουν με το φαινόμενο της πυρηνοσύνθεσης που συμβαίνει στους αστέρες και παίζει πρωταρχικό ρόλο στην εξέλιξή τους. Για το σκοπό αυτό, θα υπολογιστούν οι μέσες ενεργές διατομές για διάφορα κανάλια της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα χρησιμοποιώντας την παραμετροποιημένη ενεργειακή κατανομή του φάσματος υπερκαινοφανών νετρίνων.

Τέλος, στο Κεφάλαιο 7 θα συνοψίσουμε τα κυριότερα συμπεράσματα της παρούσας μελέτης και θα συζητήσουμε τις προοπτικές επέκτασής της στη μελέτη και άλλων ανοιχτών προβλημάτων που ενδιαφέρουν άμεσα τη σύγχρονη έρευνα των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα και ιδιαίτερα: (i) Αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα σε διάφορους πυρήνες-στόχους (ii) Συνεισφορές στην ενεργό διατομή αντιδράσεων ν-πυρήνα από όρους της χαμιλτονιανής που προκύπτουν στα πλαίσια σύγχρονων μοντέλων, επεκτάσεων της καθιερωμένης θεωρίας, όπως συνιστώσες της χαμιλτονιανής αλληλεπίδρασης που περιγράφουν τις ταλαντώσεις των νετρίνων από την πηγή τους στον επίγειο ανιχνευτή.

Κλείνουμε το εισαγωγικό κεφάλαιο σημειώνοντας ότι πολλές χρήσιμες σημειώσεις, συχνά χρησιμοποιούμενες σχέσεις και απαραίτητοι τύποι παρατίθενται στο Κεφάλαιο 8 σε μια σειρά από παραρτήματα (Α-Δ). Επίσης, παρατίθεται μια εκτενής σύγχρονη βιβλιογραφία και το πρόγραμμα Fortran redME που κατασκευάστηκε για τον συμπαγή φορμαλισμό των πυρηνικών στοιχείων πίνακα που αναπτύχθηκε στο Κεφάλαιο 4.



Κεφάλαιο 2

Ημιλεπτονικές ασθενείς αλληλεπιδράσεις στο χώρο του πυρήνα

2.1 Εισαγωγή

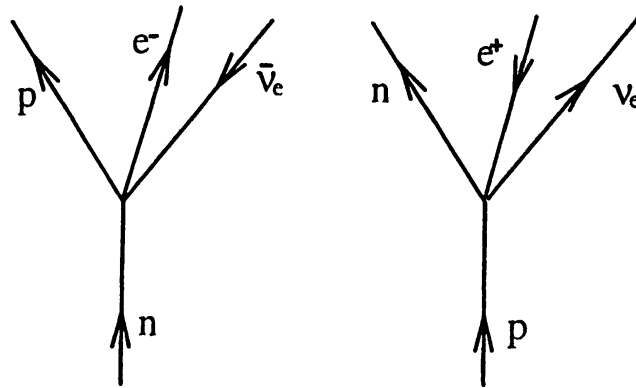
Στο παρόν Κεφάλαιο θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας στο θεωρητικό υπόβαθρο των ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων έτσι όπως αναπτύχθηκε κατά τον τελευταίο μισό και πλέον αιώνα. Αρχικά, σε μια σύντομη επισκόπηση των ουσιαστικότερων εννοιών των ασθενών αλληλεπιδράσεων κυρίως από θεωρητική άποψη, θα αναφερθούμε στη φαινομενολογική περιγραφή των αλληλεπιδράσεων αυτών και στη συνέχεια θα περιγράψουμε συνοπτικά τις κυριότερες θεωρίες που αναπτύχθηκαν μέχρι την τελική διαμόρφωση του καθιερωμένου προτύπου των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων [1, 2, 3]. Η πορεία μας αυτή ακολουθεί, σε γενικές γραμμές, την ιστορική εξέλιξη της θεωρίας των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων. Επειδή κύριος στόχος μας είναι να δημιουργήσουμε το απαραίτητο υπόβαθρο για την κατανόηση των βασικών τελεστών (σε πυρηνικό επίπεδο) που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς της ενεργού διατομής των ημιλεπτονικών ηλεκτρασθενών αντιδράσεων με πυρήνες, δεν θα συζητήσουμε τις θεωρίες αυτές με πλήρη μαθηματική αυστηρότητα και θα αποφύγουμε την παρουσίαση της χαμιλτονιανής αλληλεπίδρασης με πολύπλοκο φορμαλισμό [π.χ. δεν θα συζητήσουμε το καθιερωμένο πρότυπο σε επίπεδο κουάρκ (quark sector)].

2.2 Φαινομενολογία ασθενών αλληλεπιδράσεων

Ιστορικά η θεμελίωση της θεωρίας των ασθενών αλληλεπιδράσεων (η οποία με την ολοκλήρωσή της διαμορφώθηκε τελικά στη γνωστή σήμερα καθιερωμένη θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων) έγινε από τον Fermi (1933) [29] με τη μελέτη της πυρηνικής β -αποδιέγερσης,

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (2.1)$$





Σχήμα 2.1: Διαγράμματα επαφής των ημιλεπτονικών αλληλεπιδράσεων: β^- -αποδιέγερσης (αριστερά), $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ (ιστορικά η πρώτη μελετηθείσα ασθενής αντίδραση), και β^+ -αποδιέγερσης (δεξιά), $p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$.

η οποία, σήμερα, είναι ίσως η πιο καλά γνωστή ασθενής πυρηνική αντίδραση. Είναι γνωστό ότι η β -αποδιέγερση μαζί με την α - και γ -ακτινοβολία (συνδέθηκαν με την ανακάλυψη της φυσικής ραδιενέργειας) σήμαναν την αρχή της πυρηνικής φυσικής. Επίσης, η β -αποδιέγερση ήταν εκείνη που οδήγησε στην πρόβλεψη ύπαρξης του άμαζου, ουδέτερου και ασθενώς αλληλεπιδρώντος σωματιδίου του νετρίνου [30, 31]. Ο Fermi πρότεινε τον τελεστή της β -αποδιέγερσης κατ' αναλογία προς εκείνον που περιγράφει την εκπομπή (ή απορρόφηση) ενός φωτονίου- γ κατά την αποδιέγερση (ή διέγερση) ενός ηλεκτρονίου, δηλαδή την θεμελιώδη ηλεκτρομαγνητική διαδικασία.

Η εμπειρική γενική χαμιλτονιανή πυκνότητα που περιγράφει την ασθενή β -αποδιέγερση σύμφωνα με τον Fermi, γνωστή σαν αλληλεπίδραση επαφής τεσσάρων φερμιονίων (βλέπε Σχήμα 2.1), γράφεται:

$$\mathcal{H}_W = \frac{G}{\sqrt{2}} [\bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_n] [\bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e}] + h.c. \quad (2.2)$$

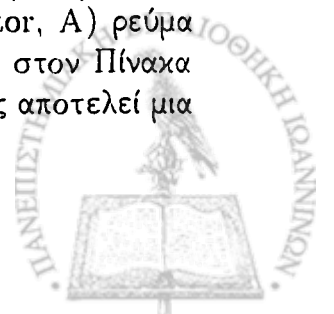
Η παράμετρος G είναι η σταθερά σύζευξης των ασθενών αλληλεπιδράσεων (γνωστή και σαν σταθερά Fermi). Στην ανωτέρω εξίσωση το τμήμα

$$\mathcal{J}_\mu^+ = \bar{\psi}_p \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_n \quad (2.3)$$

αντιστοιχεί στο αποκαλούμενο αδρονικό ρεύμα (το πρόσημο + στο σύμβολο \mathcal{J}_μ^+ δηλώνει αύξηση του φορτίου από την μετατροπή του $n \rightarrow p$), ενώ το τμήμα

$$j_\mu^- = \bar{\psi}_e \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_{\nu_e} \quad (2.4)$$

αποτελεί το αντίστοιχο λεπτονικό ρεύμα (το πρόσημο - στο j_μ^- δηλώνει την μείωση του φορτίου κατά την μετατροπή του $\nu_e \rightarrow e^-$). Αμφότερα τα ρεύματα (2.3) και (2.4) έχουν τη μορφή της V-A σύζευξης (βλέπε παρακάτω παράγραφο 2.3), δηλαδή πολικό διανυσματικό (polar vector, V) μείον αξονικό διανυσματικό (axial vector, A) ρεύμα (οι ορισμοί και τα σύμβολα στις συνιστώσες του ρεύματος επεξηγούνται στον Πίνακα 2.1). Γραμμένη στη μορφή (2.2) η χαμιλτονιανή \mathcal{H}_W της β -αποδιέγερσης αποτελεί μια



Τελεστής O_i	Όνομα	Συνιστώσα ρεύματος	Σύμβολο
1	Βαθμωτός	$\psi\psi$	S
γ_μ	Διανυσματικός	$\bar{\psi}\gamma_\mu\psi$	V
$\sigma_{\mu\nu} = \frac{1}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$	Τανυστής	$\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi$	T
$\gamma_\mu\gamma_5$	Ψευδοδιανυσματικός	$\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\psi$	A
γ_5	Ψευδοβαθμωτός	$\bar{\psi}\gamma_5\psi$	P

Πίνακας 2.1: Οι πέντε δυνατοί τελεστές που προκύπτουν κατά την σύζευξη ρεύμα-ρεύμα.

ειδική εφαρμογή της γενικής θεωρίας αλληλεπίδρασης ρεύματος-ρεύματος (current-current interaction theory). Η αλληλεπίδραση αυτή έχει παγκόσμιο χαρακτήρα με την έννοια ότι σχεδόν όλα τα είδη των σωματιδίων (λεπτόνια και αδρόνια) συμμετέχουν με την ίδια σταθερά σύζευξης G στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις.

Σε ό,τι αφορά την παγκοσμιότητα του λεπτονικού αρώματος στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, τα πειραματικά αποτελέσματα σε μια ευρεία κλίμακα λεπτονικών και ημιλεπτονικών διαδικασιών είναι συνεπή με την παραδοχή ότι τα λεπτονικά πεδία υπεισέρχονται στην αλληλεπίδραση με τη μορφή του ολικού λεπτονικού ρεύματος

$$j_\lambda^+ = \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_l, \quad (2.5)$$

για αντιδράσεις αύξησης φορτίου, ή

$$j_\lambda^- = \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_{l'}, \quad (2.6)$$

για αντιδράσεις μείωσης φορτίου ($l = e, \mu, \tau$), όπου $j_\lambda^- = (j_\lambda^+)^\dagger$.

Το αντίστοιχο ασθενές αδρονικό ρεύμα μεταβολής φορτίου, που περιγράφει τη συζυγή διαδικασία της β^- -αποδιέγερσης, δηλαδή την β^+ -διάσπαση¹

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e \quad (2.7)$$

(βλέπε Σχήμα 2.1), παίρνει τη μορφή

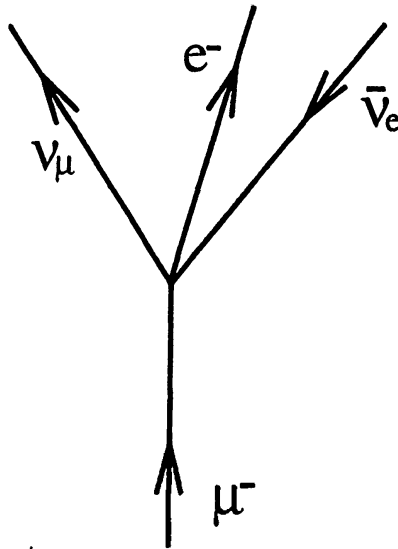
$$\mathcal{J}_\lambda^- = \bar{\psi}_n \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_p \quad (2.8)$$

όπου $\mathcal{J}_\lambda^- = (\mathcal{J}_\lambda^+)^\dagger$.

Όπως είναι προφανές από τη β -διάσπαση, το ολικό ρεύμα σε αντιδράσεις μεταβολής φορτίου ασθενών αλληλεπιδράσεων συνήθως περιλαμβάνει αδρονικό και λεπτονικό μέρος. Εμπειρικά έχει αποδειχθεί ότι όλες οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις περιγράφονται

¹ Στους ορισμούς των παραπάνω αδρονικών ρευμάτων υποκρύπτεται η υπόθεση νουκλεονίων με σημειακές συζεύξεις Dirac.





Σχήμα 2.2: Διάγραμμα επαφής που παριστάνει την καθαρά λεπτονική αντίδραση διάσπασης: $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$. Από τα πειραματικά δεδομένα του μέσου χρόνου ζωής του ελεύθερου μ^- σωματίου προσδιορίζεται η σταθερά Fermi G (βλέπε κείμενο).

σε καλή προσέγγιση, μέσω μιας αυτο-αλληλεπίδρασης (self-interaction) του ολικού ρεύματος

$$\mathcal{J}_\lambda^- (\text{ολικό}) = \mathcal{J}_\lambda^- + j_\lambda^- \quad (2.9)$$

Η εμπειρική χαμιλτονιανή πυκνότητα τότε παίρνει τη μορφή

$$\mathcal{H}_W = \frac{G}{\sqrt{2}} \mathcal{J}_\lambda^+ (\text{ολικό}) \mathcal{J}_\lambda^- (\text{ολικό}). \quad (2.10)$$

Έτσι, με βάση τα παραπάνω, μια ικανοποιητική περιγραφή των ασθενών αλληλεπιδράσεων σε πυρηνικό επίπεδο δίνεται από την χαμιλτονιανή πυκνότητα Fermi με το ολικό ρεύμα (λεπτονικό + αδρονικό) της Εξ. (2.9), δηλαδή

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_W = & \frac{G}{\sqrt{2}} \left[\bar{\psi}_p \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_n + \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_l \right] \\ & \times \left[\bar{\psi}_n \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_p + \sum_l \bar{\psi}_l \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_l \right]. \end{aligned} \quad (2.11)$$

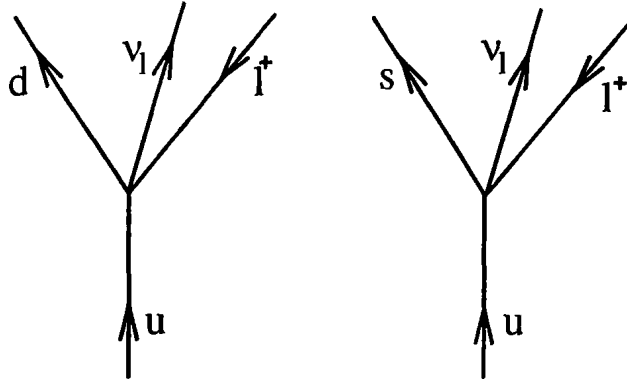
Στην παρούσα διατριβή θα μας απασχολήσουν εφαρμογές του ημιλεπτονικού μέρους της γενικής χαμιλτονιανής πυκνότητας \mathcal{H}_W της Εξ. (2.11).

Για λόγους πληρότητας αναφέρουμε ότι, για τον προσδιορισμό της σταθεράς σύζευξης G, χρησιμοποιήθηκαν τα πειραματικά δεδομένα της καθαρά λεπτονικής διαδικασίας

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \quad (2.12)$$

γνωστής σαν μ -διάσπασης (Σχήμα 2.2), και ο λόγος διακλάδωσης της αντίδρασης αυτής που υπολογίζεται με απλή εφαρμογή της θεωρίας διαταραχών (στην αντίδραση





Σχήμα 2.3: Διαγράμματα επαφής των στοιχειωδών ημιλεπτονικών αλληλεπιδράσεων: $u \rightarrow d + l^+ + \nu_l$ και $u \rightarrow s + l^+ + \nu_l$.

(2.12) δεν μετέχουν οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις οπότε η θεωρία διαταραχών αποτελεί πολύ καλή προσέγγιση). Έτσι προέκυψε η τιμή για την σταθερά σύζευξης Fermi

$$G_F \equiv G_\mu = 1.0267 \times 10^{-5} m_p^{-2} \quad (2.13)$$

Σημειώνουμε ότι η σταθερά Fermi έχει διαστάσεις $1/m_p^2$. Αυτό αποτέλεσε έναν από τους λόγους για τους οποίους η χαμιλτονιανή της Εξ. (2.10) θεωρείται μια (ενεργός) χαμηλοενεργειακή προσέγγιση μιας βαθύτερα υποκείμενης θεωρίας, της γνωστής θεωρίας των ενδιάμεσων διανυσματικών μποζονίων (Intermediate Vector Boson theory) την οποία θα συζητήσουμε παρακάτω.

Μετά την ανακάλυψη της δομής των νουκλεονίων, στο επίπεδο των κουάρκ οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεταβολής φορτίου παριστάνονται μέσω των στοιχειωδών αντιδράσεων

$$u \rightarrow d + l^+ + \nu_l, \quad u \rightarrow s + l^+ + \nu_l \quad (2.14)$$

(βλέπε Σχ. 2.3). Η εμπειρική μορφή του κατάλληλου κουάρκ-ρεύματος που περιγράφει, π.χ. την β^+ -αποδιέγερση, γράφεται [1, 2, 18]

$$\mathcal{J}_\lambda^- = [\cos \theta_C \bar{\psi}_d \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_u + \sin \theta_C \bar{\psi}_s \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \psi_u], \quad (2.15)$$

όπου $\theta_C \approx 13^\circ$ ($\cos \theta_C \approx 0.974$) παριστάνει την γωνία Cabbibo. Η Εξ. (2.15) δείχνει ότι στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεταβολής φορτίου, ένα πεδίο κουάρκ που έχει περιστραφεί κατά γωνία θ_C , δηλαδή το πεδίο $\psi_d \cos \theta_C + \psi_s \sin \theta_C$, συζευγνύεται με το αντίστοιχο λεπτονικό ρεύμα. Το συζυγές του ρεύματος (2.15) (περιγράφει ασθενείς διαδικασίες όπου το φορτίο αυξάνεται) γράφεται κατ' αναλογία $\mathcal{J}_\lambda^+ \equiv (\mathcal{J}_\lambda^-)^\dagger$.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι, ο υπολογισμός των αναγκαίων, σε επίπεδο κουάρκ, στοιχείων πίνακα των κουάρκ-πεδίων περιλαμβάνει όλες τις πολυπλοκότητες της ισχυρής σύζευξης QCD, τις οποίες στα πλαίσια της παρούσας μελέτης θα παρακάμψουμε. Γραμμένη σε όρους των λεπτονικών και κουάρκ ρευμάτων των Εξ. (2.5), (2.6) και (2.15), η εμπειρική τετρα-φερμιονική χαμιλτονιανή (2.10) δίνει για χαμηλές ενέργειες αρκετά ικανοποιητική περιγραφή των ασθενών αλληλεπιδράσεων στο πυρηνικό επίπεδο.



2.3 Γενικές ιδιότητες του αδρονικού ρεύματος των ασθενών αλληλεπιδράσεων

Η βαθύτερη κατανόηση των ιδιοτήτων των αδρονικών ρευμάτων σε πυρηνικό επίπεδο αποτελεί, απαραίτητο υπόβαθρο για την παρούσα μελέτη, και είναι επίσης αναγκαίο στοιχείο κατασκευής των υπευθύνων τελεστών των ημιλεπτονικών αντιδράσεων που συμβαίνουν παρουσία πυρήνων. Για το λόγο αυτό, θα συνοψίσουμε εδώ τις γενικές ιδιότητες του αδρονικού ρεύματος των ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων. Όπως έγινε φανερό στην προηγούμενη παράγραφο, τα ακριβή αδρονικά ρεύματα (2.3), (2.8) και (2.15) εξαρτώνται από την λεπτομέρεια της αδρονικής δομής, τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις που υφίστανται μεταξύ των συστατικών των αδρονίων (κουάρκς), καθώς επίσης, και τα μεσονικά ρεύματα ανταλλαγής (meson exchange currents), τα οποία υπάρχουν ακόμα και στο καθαρά αδρονικό επίπεδο. Παρ' όλα αυτά μπορεί κανείς να εξαγάγει τις γενικές ιδιότητες των αδρονικών ρευμάτων (2.3), (2.8) και (2.15) με τη χρήση ενός απλοποιημένου αδρονικού μοντέλου για τα νουκλεόνια στο οποίο η δομή των περιγράφεται από τους αδρονικούς παράγοντες δομής και όχι από την κουάρκ δομή των. Αυτή την υπόθεση θα χρησιμοποιήσουμε στην παρακάτω συζήτηση.

Τα ασθενή αδρονικά ρεύματα μεταβολής φορτίου \mathcal{J}_λ^\pm των Εξν. (2.3) και (2.8), γράφοντας το νουκλεονικό πεδίο υπό μορφή ισοδυάδας (σπίνορ Dirac για το νουκλεόνιο)

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}, \quad (2.16)$$

και χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των πινάκων Dirac και Pauli για το ισοσπίν (βλέπε Παράρτημα Α), παίρνουν τη μορφή

$$\mathcal{J}_\lambda^\pm = \bar{\psi} \gamma_\lambda \tau_\pm \psi - \bar{\psi} \gamma_\lambda \gamma_5 \tau_\pm \psi \equiv J_\lambda^\pm - J_{\lambda 5}^\pm. \quad (2.17)$$

Η εξίσωση (2.17) δείχνει ότι το ασθενές αδρονικό ρεύμα γράφεται σαν διαφορά ενός (Lorentz) πολικού διανυσματικού, J_λ^\pm , και ενός (Lorentz) αξονικού διανυσματικού ρεύματος, $J_{\lambda 5}^\pm$, το οποίο εκφράζει την V-A θεωρία που αναφέρθηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Συχνά η ανάλυση της Εξ. (2.17) είναι πλεονεκτική κατά τη συζήτηση των επιμέρους συνεισφορών στην ενεργό διατομή της μελετούμενης αντίδρασης (βλέπε Κεφ. 6). Η αντίστοιχη ανάλυση του λεπτονικού ρεύματος είναι εμφανής από τις Εξς. (2.4) και (2.6) (βλέπε επίσης Παράρτημα Α).

Όπως γνωρίζουμε, το ηλεκτρομαγνητικό (ΗΜ) ρεύμα αναλύεται ως εξής:

$$\mathcal{J}_\lambda^1 = i \bar{\psi}_p \gamma_\lambda \psi_p = i \bar{\psi} \gamma_\lambda \frac{1}{2} (1 + \tau_3) \psi = J_\lambda^S + J_\lambda^{V_3}, \quad (2.18)$$

δηλαδή περιέχει μια ισοβαθμωτή συνιστώσα (J_λ^S) και την τρίτη συνιστώσα ενός ισοδιανυσματικού ρεύματος ($J_\lambda^{V_3}$).

Χρησιμοποιώντας τις εκφράσεις (2.17) και (2.18) για τα ρεύματα \mathcal{J}_λ^\pm καθώς και τις ιδιότητες των τελεστών ισοσπίν τ_\pm (βλέπε Παράρτημα Α) προκύπτει ότι

$$\mathcal{J}_\lambda^\pm = \mathcal{J}_\lambda^{V_1} \pm i \mathcal{J}_\lambda^{V_2}, \quad (2.19)$$



όπου οι όροι $J_\lambda^{V_i}$, $i = 1, 2$, περιέχουν πολική διανυσματική και αξονική διανυσματική συνιστώσα. Η Εξ. (2.19) δείχνει ότι το ασθενές ρεύμα μεταβολής φορτίου είναι ισοδιανυσματικό. Για την επιμέρους πολική διανυσματική συνιστώσα ισχύει, επομένως, η σχέση

$$J_\lambda^\pm = J_\lambda^{V_1} \pm iJ_\lambda^{V_2}, \quad (2.20)$$

η οποία εκφράζει την θεωρία του διατηρούμενου πολικού διανυσματικού ρεύματος (CVC theory), σύμφωνα με την οποία το (Lorentz) διανυσματικό μέρος του ασθενούς ρεύματος μεταβολής φορτίου λαμβάνεται από τις δύο πρώτες σφαιρικές ισοσπίν συνιστώσες του ίδιου ισοδιανυσματικού ρεύματος που εμφανίζεται και στο ηλεκτρομαγνητικό ρεύμα (βλέπε Εξ. (2.18)).

Η Εξ. (2.20) παρέχει τη δυνατότητα να συσχετίσουμε τα στοιχεία πίνακα του διανυσματικού μέρους των ασθενών ρευμάτων μεταβολής φορτίου με εκείνα του ισοδιανυσματικού μέρους του ηλεκτρομαγνητικού ρεύματος (βλέπε παράγραφο 2.6). Η θεωρία του διατηρούμενου διανυσματικού ρεύματος, γνωστή σαν CVC theory των Feynman και Gell-Mann [32], αποτελεί ένα πολύ ισχυρό εργαλείο στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις διότι εγκαθιστά την πρώτη άμεση σύνδεση² μεταξύ των ηλεκτρομαγνητικών και ασθενών αλληλεπιδράσεων.

Πρέπει να σημειώσουμε ότι, επειδή το ηλεκτρομαγνητικό ρεύμα διατηρείται, αναμένει κανείς στην Εξ. (2.18) να διατηρούνται ξεχωριστά οι δυναμικά ανεξάρτητες συνεισφορές της ισοβαθμωτής J_λ^S και ισοδιανυσματικής συνιστώσας $J_\lambda^{V_3}$, δηλαδή ισχύουν οι σχέσεις

$$\partial^\lambda J_\lambda^S = \partial^\lambda J_\lambda^{V_3} = 0. \quad (2.21)$$

Επίσης, σαν συνέπεια της CVC θεωρίας, και το ασθενές πολικό διανυσματικό ρεύμα διατηρείται,

$$\partial^\lambda J_\lambda^V = 0.$$

Όμως, σε αντίθεση με το πολικό διανυσματικό ρεύμα, το αξονικό διανυσματικό ρεύμα $J^A \equiv J_{\mu 5}$ των ασθενών αλληλεπιδράσεων δεν διατηρείται αλλά ισχύει η εξίσωση

$$\partial^\mu J_{\mu 5}^\pm = \alpha\psi_\pi, \quad (2.22)$$

όπου α είναι σταθερά και ψ_π παριστάνει το πιονικό πεδίο (πεδίο του π μεσονίου). Η Εξ. (2.22) συνάγεται από την σχέση της μερικής διατήρησης του αξονικού ρεύματος (PCAC-theory) [1]. Με άλλα λόγια το αξονικό διανυσματικό ρεύμα δεν διατηρείται, αλλά η απόκλισή του είναι ανάλογη του πεδίου του π -σωματίου (πιονίου). Επειδή το ψ_π είναι πεδίο της ισχυρής αλληλεπίδρασης, η θεωρία του μερικώς διατηρούμενου αξονικού ρεύματος (PCAC-theory) προσφέρει μια γέφυρα σύνδεσης των ισχυρών και ασθενών αλληλεπιδράσεων η οποία μαθηματικά εκφράζεται με την Goldberger-Treiman εξίσωση (βλέπε παράγραφο 2.6) [1, 2, 3]. Η τελευταία εξίσωση συνδέει το πλάτος αποδιέγερσης του πιονίου στην αντίδραση

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad (2.23)$$

² Στην θεωρία CVC, η ταυτοποίηση του J_λ^V με το ισοδιανυσματικό ρεύμα που προκύπτει από την ισχυρή ισοσπίν συμμετρία, βρήκε ισχυρά πειραματικά ερείσματα αφού όλες οι γνωστές εφαρμογές της μέχρι τώρα είναι συνεπείς με το πείραμα.



(η οποία συμβαίνει λόγω του αξονικού ρεύματος), με την σταθερά σύνδεσης Gamow-Teller (προέρχεται από την αξονική συνεισφορά στην αποδιέγερση του νετρονίου) καθώς και με τη σταθερά σύζευξης της ισχυρής αλληλεπίδρασης μεταξύ νουκλεονίου και πιονίου [1, 2, 3].

Κλείνοντας την παράγραφο αυτή, αξίζει να αναφερθεί ότι, σε πυρηνικό επίπεδο η παρουσία του αξονικού διανυσματικού ρεύματος $J^A \equiv J_{\mu 5}$, επιπλέον του πολικού διανυσματικού ρεύματος J^V , είναι αναγκαία προκειμένου να εξηγηθούν οι δύο τύποι των πυρηνικών μεταπτώσεων, δηλαδή τύπου Fermi και τύπου Gamow-Teller, και να καταστεί εφικτή η περιγραφή της μη-διατήρησης της ομοτιμίας [21].³

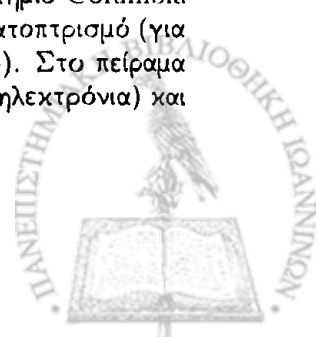
2.4 Θεωρία ενδιαμέσων διανυσματικών μποζονίων (IVB θεωρία) ασθενών αλληλεπιδράσεων

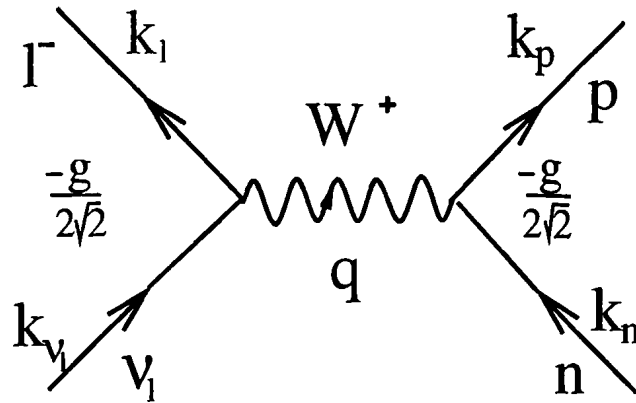
Η παρατηρηθείσα απόκλιση της θεωρίας Fermi και η αποτυχία της, ιδιαίτερα σε υψηλές ενέργειες, οδήγησε στη διατύπωση της θεωρίας των ενδιαμέσων μποζονίων, η οποία αποτελεί την πρόδρομο θεωρία και τη βάση ανάπτυξης της πλήρους θεωρίας των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων, γνωστής σαν καθιερωμένης θεωρίας. Το ερώτημα αν υπάρχουν σωματίδια ανάλογα των φωτονίων των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων τα οποία μεσολαβούν στην ασθενή αλληλεπίδραση εγείρεται εντελώς φυσικά αφού απουσία τέτοιων σωματίων κάνει τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις σημειακές, δηλαδή αλληλεπιδράσεις μηδενικής εμβέλειας (δυνάμεις επαφής Fermi). Η σχετική πειραματική έρευνα μετέπειτα οδήγησε σε επιβεβαίωση της ύπαρξης των σωματίων αυτών.

Με το δεδομένο ότι η ηλεκτρομαγνητική αλληλεπίδραση στην QED θεωρία, περιγράφεται επιτυχώς μέσω της ανταλλαγής ενός διανυσματικού μποζονίου, του φωτονίου, υπάρχουν τρεις κύριοι λόγοι που συνηγορούν ώστε και οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις να μεσολαβούνται από την εναλλαγή ενός ενδιαμέσου μποζονίου: (1) Η Lorentz διανυσματική φύση του ασθενούς φορτισμένου ρεύματος Εξ. (2.20), (2) η μορφή της χαμηλοενεργειακής χαμιλτονιανής, Εξ. (2.10), και (3) η διαστατική μορφή της σταθεράς Fermi, Εξ. (2.13). Τα παραπάνω επιχειρήματα επιβάλουν στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις να πραγματοποιούνται με τη μεσολάβηση ενός διανυσματικού μποζονίου (βλέπε Σχήμα 2.4). Όμως, σε αντίθεση με το άμαζο, ουδέτερο φωτόνιο της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης (άπειρης εμβέλειας), το διανυσματικό μποζόνιο (π.χ. για τις αντιδράσεις που παριστάνονται στα Σχήματα 2.1 και 2.2) πρέπει να έχει μάζα και να είναι φορτισμένο (βλέπε Σχήμα 2.4).

Αν και στα παραδείγματα με τα οποία θα απασχοληθούμε στην παρούσα μελέτη δεν θα χρησιμοποιήσουμε αυστηρά τη θεωρία των ενδιαμέσων μποζονίων, θα πρέπει

³Περίπου τρεις δεκαετίες μετά τη διατύπωση της θεωρίας της β-αποδιέγερσης από τον Fermi, βρέθηκε με το περίφημο πείραμα της Wu (το οποίο πραγματοποιήθηκε στο Πανεπιστήμιο Columbia των ΗΠΑ το 1957), ότι ο νόμος της β-αποδιέγερσης δεν παραμένει αναλλοίωτος σε κατοπτρισμό (για πρώτη φορά βρέθηκε φυσικός νόμος ο οποίος δεν ήταν αναλλοίωτος σε κατοπτρισμό). Στο πείραμα χρησιμοποιήθηκε πηγή ραδιενεργού ⁶⁰Co ισότοπο το οποίο εκπέμπει β-ακτινοβολία (ηλεκτρόνια) και ακτίνες γ.





Σχήμα 2.4: Διάγραμμα Feynman που παριστάνει την αλληλεπίδραση $n + \nu_l \rightarrow p + l^-$ μέσω της ανταλλαγής φορτισμένου διανυσματικού μποζονίου W^+ . Στο σχήμα δείχνονται οι συζεύξεις του W^+ στη λεπτονική και αδρονική κορυφή.

να τονίσουμε ότι, εφαρμογή της θεωρίας αυτής για τον υπολογισμό του πλάτους σε διάφορες λεπτονικές και ημιλεπτονικές διαδικασίες δίνει διαφορετικά αποτελέσματα από εκείνα της αλληλεπίδρασης επαφής του Fermi, ιδιαίτερα σε υψηλές ενέργειες. Όπως, είναι προφανές (βλέπε Σχ. 2.4), για υπολογισμούς πλατών στα πλαίσια της IVB θεωρίας θα πρέπει κανείς να θεωρήσει διαγράμματα Feynman τουλάχιστον δεύτερης τάξης.

Παρά τις επιτυχίες της, η θεωρία των ενδιάμεσων διανυσματικών μποζονίων για τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις παρουσιάζει διάφορα μειονεκτήματα που σχετίζονται κυρίως με την αδυναμία της να περιγράψει πολλές λεπτονικές αντιδράσεις (κυρίως ουδετέρων ρευμάτων) και με το γεγονός ότι δεν είναι ανακανονικοποιήσιμη θεωρία [11, 12]. Τα παραπάνω μειονεκτήματα οδήγησαν αρχικά στο να μη θεωρείται πλήρης η IVB και τελικά στη διατύπωση της θεωρίας των ασθενών αλληλεπιδράσεων σαν μια θεωρία βαθμίδας. Τούτο υλοποιήθηκε από τους Glasgow-Weinberg-Salam [35, 36] στην ομώνυμη θεωρία τους, τα βασικά σημεία της οποίας παρουσιάζονται στην παρακάτω παράγραφο.

2.5 Η καθιερωμένη θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων

Στα πλαίσια της καθιερωμένης θεωρίας, γνωστής και σαν θεωρία των Glasgow-Weinberg-Salam (G-W-S), η συμμετρία που περιγράφει τις ενοποιημένες ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς αλληλεπιδράσεις είναι η $SU(2)_L \otimes U(1)_W$. Ο δείκτης L υποδηλώνει το γεγονός ότι στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις τα σωματάρια συζευγνύονται μόνο με την αριστερόστροφη συνιστώσα του πεδίου του σωματίου $\psi_L(x)$, ενώ ο δείκτης W προέρχεται από τον αγγλικό όρο «weak» (ασθενείς) αλληλεπιδράσεις. Τα φορτία που αντιστοιχούν στην παραπάνω δομή είναι, αντίστοιχα, το ασθενές ισοσπίν (I, I_3) και το



ασθενές υπερφορτίο Y_W . Ισχύει δε η γνωστή σχέση (Gell-Mann–Nishijima εξίσωση)

$$Q = I_3 + Y_W/2, \quad (2.24)$$

η οποία δίνει το ηλεκτρικό φορτίο Q του μελετούμενου σωματίου.

Οι γεννήτορες της μοναδιαίας ομάδας συμμετρίας $SU(2)$ είναι οι τελεστές του ισοσπίν.

$$I_1 = \frac{\tau_1}{2}, \quad I_2 = \frac{\tau_2}{2}, \quad I_3 = \frac{\tau_3}{2}, \quad (2.25)$$

οι οποίοι ικανοποιούν τις γνωστές σχέσεις αντιμετάθεσης

$$[\tau_i, \tau_j] = i\epsilon_{ijk} \frac{\tau_k}{2}$$

(για τις ιδιότητες αυτών των τελεστών βλέπε Παράρτημα Α). Οι συνιστώσες του διατηρούμενου ρεύματος που αντιστοιχούν σε καθένα από τους παραπάνω γεννήτορες είναι

$$j_\mu^i = \bar{\psi}_l(x) \gamma_\mu \frac{\tau_i}{2} \psi_l(x) \quad (2.26)$$

Με συνδυασμό αυτών προκύπτουν τα λεπτονικά ρεύματα για αντιδράσεις μεταβολής φορτίου,

$$j_\mu^+ = j_\mu^1 + ij_\mu^2 = \bar{\psi}_l(x) \gamma_\mu \tau_+ \psi_l(x), \quad (2.27)$$

$$j_\mu^- = j_\mu^1 - ij_\mu^2 = \bar{\psi}_l(x) \gamma_\mu \tau_- \psi_l(x), \quad (2.28)$$

και για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων

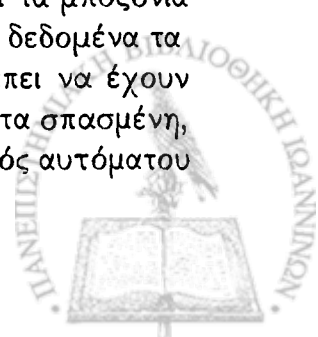
$$j_\mu^0 = j_\mu^3 = \bar{\psi}_l(x) \gamma_\mu \tau_0 \psi_l(x). \quad (2.29)$$

Τα ρεύματα j_μ^i συζευγνύονται με σταθερά σύζευξης g' με τα μποζόνια βαθμίδας $W_\mu^1, W_\mu^2, W_\mu^3$, της θεωρίας (δηλαδή τα χβάντα του πεδίου βαθμίδας W) τα οποία συνδυάζονται αντίστοιχα στα

$$\begin{aligned} W_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2) \\ W_\mu^- &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \\ W_\mu^0 &= W_\mu^3. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Με τον τρόπο αυτό, η θεωρία των G-W-S προβλέπει για τη δομή της $SU(2)_L$ δύο φορτισμένα μποζόνια (W_μ^\pm) και ένα ουδέτερο (W_μ^0). Το μποζόνιο βαθμίδας που αντιστοιχεί στη συμμετρία $U(1)$ δηλώνεται ως B_μ .

Θα πρέπει να τονιστεί ότι στην καθιερωμένη θεωρία τα φερμιόνια και τα μποζόνια εκλαμβάνονται αρχικά σαν άμαζα σωματία, όμως με βάση τα πειραματικά δεδομένα τα μποζόνια βαθμίδας που μεσολαβούν στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις πρέπει να έχουν μάζα. Έτσι, η συμμετρία $SU(2)_L \otimes U(1)_W$ πρέπει να εμφανίζεται αυτόματα σπασμένη, γεγονός που εξασφαλίζεται με την εισαγωγή των πεδίων Higgs (μηχανισμός αυτόματου



σπασίματος της συμμετρίας ή μηχανισμός Higgs). Αποτέλεσμα αυτού του μηχανισμού είναι να εμφανίζονται: (α) μάζα στα μποζόνια W^\pm και W^0 και (β) ανάμιξη των δύο ουδετέρων μποζονίων βαθμίδας των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων, W_μ^0 και B_μ , έτσι ώστε να προκύπτουν δύο νέα μποζόνια τα Z_μ^0 και A_μ (τα οποία συνιστούν τις καταστάσεις μάζας, φυσικές καταστάσεις) από τις σχέσεις

$$\begin{aligned} Z_\mu^0 &= \cos\theta_W W_\mu^0 - \sin\theta_W B_\mu \\ A_\mu &= \sin\theta_W W_\mu^0 + \cos\theta_W B_\mu \end{aligned} \quad (2.31)$$

Λόγω της ορθογωνιότητας του πίνακα ανάμιξης, από τις τελευταίες εξισώσεις έχουμε

$$\begin{aligned} W_\mu^0 &= \sin\theta_W A_\mu + \cos\theta_W Z_\mu^0 \\ B_\mu &= \cos\theta_W A_\mu - \sin\theta_W Z_\mu^0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

Η γωνία θ_W , η οποία καθορίζει την ανάμιξη των W_μ^0 και B_μ (ή αντίστοιχα των A_μ και Z_μ), είναι γνωστή σαν γωνία Weinberg και συνδέεται με τις σταθερές σύζευξης g' και g των συμμετριών $SU(2)$ και $U(1)$ αντίστοιχα, μέσω των σχέσεων

$$\cos\theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}, \quad \sin\theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}. \quad (2.33)$$

Από τις σχέσεις (2.33) προκύπτει ότι

$$g' = \tan\theta_W g.$$

Σημειώνουμε ότι, λαμβάνοντας $\theta_W = 0$ στην Εξ. (2.31) οδηγούμαστε στον διαχωρισμό των ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων.

Το Z_μ^0 της Εξ. (2.31), είναι το μποζόνιο που μεσολαβεί στις αλληλεπιδράσεις ουδετέρου ρεύματος ενώ το A_μ είναι το άμαζο μποζόνιο βαθμίδας της εναπομένουσας ηλεκτρομαγνητικής συμμετρίας⁴ $U(1)_{EM}$ και, προφανώς, αντιστοιχεί στο κβάντο του φωτονικού πεδίου (μεσολαβεί στις ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις οι οποίες έχουν άπειρη εμβέλεια).

Ένα κεντρικό στοιχείο της θεωρίας των G-W-S είναι η εύρεση της κατάλληλης λαγκρανζιανής πυκνότητας η οποία θα περιγράφει, σύμφωνα με τα παραπάνω, την αλληλεπίδραση ενός φερμιονίου με το μποζονικό πεδίο. Τούτο γίνεται με την εισαγωγή της κατάλληλης συμμεταβλητής παραγωγού, όμως ο αναγκαίος γι' αυτό φορμαλισμός είναι πέρα από τους σκοπούς της παρούσας μελέτης (βλέπε π.χ. [11, 12]). Θα πρέπει επίσης να τονιστεί ότι στα πλαίσια της G-W-S θεωρίας οι εκφράσεις του λεπτονικού ρεύματος j_μ (βλέπε Εξς. (2.27), (2.28) και (2.29)), είναι καλά γνωστές, αλλά οι αντίστοιχες εκφράσεις για τα αδρονικά ρεύματα J_μ είναι πολυπλοκότερες και

⁴Η συμμετρία της G-W-S θεωρίας δεν σπάει πλήρως μέσω του μηχανισμού Higgs. Μια υποσυμμετρία της (περιέχει τον συνδυασμό $I_3 + Y_W/2$ που αντιστοιχεί στο φορτίο Q) παραμένει. Αυτή η μικρότερη παραμένουσα συμμετρία χαρακτηρίζει την ηλεκτρομαγνητική θεωρία και συμβολίζεται με $U(1)_{EM}$.



δυσκολότερες να γραφούν, ιδιαίτερα όταν κανείς εργάζεται κάτω από τις προϋποθέσεις της QCD (επίπεδο των κουαρκς) όπως αναφέρθηκε και στην παράγραφο 2.2 (βλέπε επίσης παράγραφο 2.6).

Η θεωρία των G-W-S εφαρμόζεται επιτυχώς σε υψηλές ενέργειες. Σε επίπεδο πυρηνικής φυσικής που κυρίως μας ενδιαφέρει στην παρούσα εργασία, οι ενέργειες είναι χαμηλές ή ενδιάμεσες οπότε, μετά την εφαρμογή της G-W-S θεωρίας και τη διαμόρφωση των κατάλληλων εκφράσεων, εκτελεί κανείς την αναγωγή τους σε πυρηνικό επίπεδο. Στο τρίο αυτό, γνωστό σαν «ενεργός θεωρία» των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις μπορούν να περιγραφούν μέσω των δυνάμεων επαφής της θεωρίας Fermi (σημειακή αλληλεπίδραση τεσσάρων φερμιονίων). Με άλλα λόγια, στα πλαίσια αυτής της «ενεργού θεωρίας» (effective theory) η χαμιλτονιανή της ηλεκτρασθενούς αλληλεπίδρασης λαμβάνει τη μορφή της ρεύμα-ρεύμα αλληλεπίδρασης όπως στη θεωρία Fermi. Η σύζευξη ενός ενδιάμεσου μποζονίου φαίνεται στο Σχήμα 2.4 και περιγράφεται από την ενεργό χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης

$$\mathcal{H}_{eff} = g_W (\mathcal{J}_\mu^- W_\mu^+ + \mathcal{J}_\mu^+ W_\mu^-) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} (j_\mu^+ W^{+\mu} + j_\mu^- W^{-\mu}) \quad (2.34)$$

Τότε, οι σχέσεις συσχέτισης της σταθεράς ασθενούς σύζευξης, g_W , με την g και την μάζα των W μποζονίων είναι [11, 12]

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \left(\frac{g_W}{M_W} \right)^2 = \frac{g^2}{8M_W^2}, \quad g_W = \frac{g}{2\sqrt{2}}.$$

Η g είναι η αδιάστατη σταθερά σύζευξης και τα ασθενή ρεύματα είναι αυτά που συζητήθηκαν παραπάνω.⁵ Η μάζα που αποκτά το Z^0 δίνεται από τη σχέση

$$M_Z = \frac{M_W}{\cos\theta_W}$$

Κατ' αναλογία προς την περίπτωση των φορτισμένων ρευμάτων ορίζεται και η χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης ουδετέρων ρευμάτων, δηλαδή του αδρονικού \mathcal{J}_λ^0 και του λεπτονικού j_λ^0 , τα οποία προβλέπονται στη θεωρία των G-W-S. Έτσι, π.χ. για τις ασθενείς αντιδράσεις

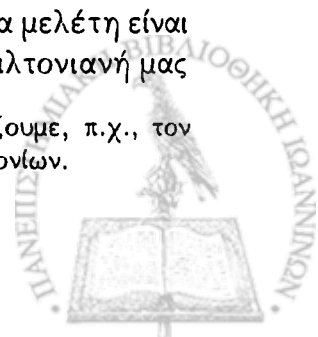
$$p + \nu \rightarrow p' + \nu', \quad n + \nu \rightarrow n' + \nu'$$

(όπου ν και ν' παριστάνει νεutrίνο οποιουδήποτε αρώματος), η ενεργός χαμιλτονιανή πυκνότητα γράφεται

$$\mathcal{H}_{eff} = \frac{g^2}{4M_Z^2} j_\lambda^0 \mathcal{J}_\lambda^0 \quad (2.35)$$

Πρέπει να τονίσουμε ότι, επειδή η μεταφερόμενη τετρα-ορμή στην παρούσα μελέτη είναι πολύ μικρότερη της μάζας των ενδιάμεσων μποζονίων W^\pm και Z^0 , η χαμιλτονιανή μας

⁵ Χρησιμοποιώντας την έκφραση της \mathcal{H}_{eff} και τους κανόνες Feynman υπολογίζουμε, π.χ., τον S-πίνακα τάξης g^2 για τη διαδικασία $n + \nu_l \rightarrow p + l^-$ μέσω της ανταλλαγής W μποζονίων.



παίρνει ασφαλώς την τυπική μορφή ρεύμα-ρεύμα αλληλεπίδρασης (βλέπε παράγραφο 2.7).

Πριν κλείσουμε αυτή την παράγραφο, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι στη διατύπωση της καθιερωμένης θεωρίας μέσω των πεδίων κουάρκ αλλά σε πυρηνικό επίπεδο όπου ο κουάρκ χώρος Hilbert περιορίζεται στον υπόχωρο εκείνον που περιέχει μόνο τα (u, d) κουάρκ και τα αντικουάρκ τους (\bar{u}, \bar{d}) , το πεδίο κουάρκ λαμβάνει την μορφή ισοδυάδας

$$\psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Υποθέτοντας ίσες μάζες των κουάρκ u και d (και οι δύο θεωρούνται σχεδόν μηδέν), η χαμιλτονιανή της ισχυρής αλληλεπίδρασης με την πλήρη πολυπλοκότητα της QCD έχει μια ακριβή $SU(2)$ συμμετρία ως προς την ανάμιξη αρωμάτων των παραπάνω κουάρκς. Αυτή η συμμετρία είναι το αποκαλούμενο ισχυρό ισοσπίν [τότε το κουάρκ πεδίο σχηματίζει την ισχυρή ισοδυάδα της Εξ. (2.36)]. Σε αυτή την περίπτωση, όλα τα παραπάνω προκύπτουν με ανάλογη συζήτηση με μόνη εξαίρεση ότι η ασθενής σταθερά σύζευξης για διαδικασίες αλλαγής φορτίου, πρέπει να τροποποιηθεί έτσι ώστε να λάβει υπόψη την γωνία Cabibbo, δηλαδή έχουμε

$$G^\pm \equiv G \cos\theta_C \quad (2.37)$$

(για αντιδράσεις στις οποίες διατηρείται η παραδοξότητα), όπως συζητήθηκε στην Εξ. (2.15).

2.6 Μονονουκλεονικά στοιχεία πίνακα ασθενούς αδρονικού ρεύματος

Οι ημιλεπτονικές αντιδράσεις που μας αφορούν στην παρούσα μελέτη περιγράφονται με τη βοήθεια πυρηνικών στοιχείων πίνακα των αντίστοιχων πυρηνικών (αδρονικών) ρευμάτων. Σε επίπεδο πυρηνικής φυσικής, όπως αναφέρθηκε και στην Εισαγωγή (Κεφ. 1), το ηλεκτρομαγνητικό και το ασθενές πυρηνικό ρεύμα κατασκευάζονται σε ικανοποιητική προσέγγιση από τις ιδιότητες των ελεύθερων νουκλεονίων. Επειδή, στη παρούσα εργασία θα χρησιμοποιήσουμε αυτή την προσέγγιση, θεωρούμε αναγκαίο να συζητήσουμε πρώτα τα μονονουκλεονικά στοιχεία πίνακα των εν λόγω αδρονικών ρευμάτων πριν προβούμε στον υπολογισμό των απαραίτητων πυρηνικών στοιχείων πίνακα.

Προφανώς, η ακριβής τιμή ενός πυρηνικού στοιχείου πίνακα του αδρονικού ρεύματος σε οποιαδήποτε μεταφορά ορμής q καθορίζεται από τις ισχυρές αλληλεπιδράσεις που υφίστανται μεταξύ των συστατικών του πυρήνα και του νουκλεονίου, οι οποίες είναι γενικά άγνωστες. Έτσι, προσπαθεί κανείς να αποφύγει αυτόν τον άμεσο υπολογισμό. Ένας έμμεσος τρόπος στηρίζεται στην υιοθέτηση των συναλοίων όρων (βλέπε Πίνακα 2.1), με τη θεώρηση γενικών αρχών συμμετρίας, και την περιγραφή



της δομής του νουκλεονίου μέσω των παραγόντων δομής και χρησιμοποιώντας την εξίσωση Dirac. Με τον τρόπο αυτό, δίνεται η δυνατότητα να γράψουμε τη γενική μορφή των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα του αδρονικού ρεύματος (παρουσιάζεται λεπτομερώς παρακάτω).

Στην παρούσα μελέτη θα χρειαστούμε τα στοιχεία πίνακα των συνιστωσών του πολικού-διανυσματικού ρεύματος, $J_\lambda^{(\pm)}(x)$, και του αξονικού-διανυσματικού, $J_{\lambda 5}^{(\pm)}(x)$, καθώς και των αντίστοιχων ουδετέρων ρευμάτων $J_\lambda^0(x)$ και $J_{\lambda 5}^0(x)$, μεταξύ δύο καταστάσεων ενός (ελεύθερου) νουκλεονίου, [αρχικής τετρα-ορμής p (p_p) και τελικής p' (p_n)].⁶ Έτσι, αν θεωρήσουμε, για παράδειγμα, το στοιχείο πίνακα $\langle p' | J_\lambda^{(\pm)}(x) | p \rangle$, λόγω της συμμετρίας μεταφοράς μπορούμε να γράψουμε

$$J_\lambda^\pm(x) = e^{-iP \cdot x} J_\lambda^\pm(0) e^{iP \cdot x} \quad (2.38)$$

όπου P ο τελεστής της ολικής ενέργειας-ορμής. Οπότε έχουμε

$$\langle p' | J_\lambda^\pm(x) | p \rangle = \langle p' | e^{-iP \cdot x} J_\lambda^\pm(0) e^{iP \cdot x} | p \rangle = e^{i(p-p') \cdot x} \langle p' | J_\lambda^\pm(0) | p \rangle \quad (2.39)$$

(το μονονουκλεονικό στοιχείο πίνακα $\langle p' | J_\lambda^\pm(0) | p \rangle$, μετασχηματίζεται σαν πολικό διάνυσμα κάτω από μετασχηματισμούς Lorentz). Αντίστοιχες εκφράσεις των (2.38) και (2.39) ισχύουν και για την αξονική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος $J_{\lambda 5}^\pm(x)$, δηλαδή

$$\langle p' | J_{\lambda 5}^\pm(x) | p \rangle = \langle p' | e^{-iP \cdot x} J_{\lambda 5}^\pm(0) e^{iP \cdot x} | p \rangle = e^{i(p-p') \cdot x} \langle p' | J_{\lambda 5}^\pm(0) | p \rangle \quad (2.40)$$

Τα μονονουκλεονικά στοιχεία πίνακα του δεύτερου μέλους των Εξν. (2.39) και (2.40) στην αρχή του συστήματος ($x = 0$), στα πλαίσια των γενικών αρχών συμμετρίας που αναφέρθηκαν παραπάνω, παίρνουν την πιο γενική μορφή ως εξής [1, 11]:

$$\langle p' | J_\mu^{(\pm)} | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1 \gamma_\mu + F_2 \sigma_{\mu\nu} q_\nu + i F_S q_\mu] \tau_\pm u(p) \quad (2.41)$$

$$\langle p' | J_{\mu 5}^{(\pm)} | p \rangle = \bar{u}(p') [F_A \gamma_5 \gamma_\mu - i F_P \gamma_5 q_\mu - F_T \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} q_\nu] \tau_\pm u(p) \quad (2.42)$$

Στις τελευταίες δύο εξισώσεις,

$$q \equiv p - p' \quad \text{με} \quad p^2 = p'^2 = M^2, \quad (2.43)$$

όπου M παριστάνει τη μάζα του νουκλεονίου. Όλοι οι παράγοντες $F_i(q^2)$, $i = 1, 2, A, P, S, T$ είναι συναρτήσεις της q^2 και αποκαλούνται παράγοντες δομής νουκλεονίου, προσδιορίζονται δε με βάση τα ακόλουθα χαρακτηριστικά των στοιχείων πίνακα (2.41) και (2.42).

1. Δεχόμενοι ότι το αδρονικό ρεύμα είναι αναλόιο σε μετασχηματισμούς αντιστροφής χρόνου (\hat{T}), ομοτιμίας (\hat{P}), συζυγίας φορτίου (\hat{C}) και ισχυρού ισοτοπικού σπιν (\hat{T}), οι παράγοντες δομής F_S και F_T μηδενίζονται [1, 3], δηλαδή

$$F_S = F_T = 0. \quad (2.44)$$

⁶Θεωρούμε γνωστά τα στοιχεία πίνακα του ηλεκτρομαγνητικού ρεύματος $J_\lambda^\gamma(x)$ γραμμένα στην ίδια προσέγγιση [11, 18].



Οι όροι ανάλογοι των F_S και F_T στις Εξ. (2.41), (2.42) και (2.43) είναι γνωστοί σαν ρεύματα δεύτερης τάξης (second class currents). Έτσι, η Εξ. (2.44) ισοδυναμεί με την θεώρηση των ρευμάτων δεύτερης τάξης ως αμελητέων.

2. Από τη διατήρηση της πολικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος (CVC theory) που συζητήθηκε παραπάνω (παράγραφος 2.3), έχουμε

$$F_i = F_i^V, \quad i = 1, 2 \quad (2.45)$$

όπου F_i^V είναι οι ισοδιανυσματικοί παράγοντες δομής της ηλεκτρομαγνητικής αλληλεπίδρασης οι οποίοι μετρούνται σε πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων (e, e') [17, 20]. Συνήθως, οι $F_i^V(q^2)$, όπως και ο $F_A(q^2)$ (βλέπε παρακάτω), θεωρούνται ότι έχουν διπολική εξάρτηση από την q^2 [2]. Στο όριο $q \rightarrow 0$ οι F_i^V παίρνουν τις γνωστές στατικές τιμές

$$F_1^V(q=0) = 1, \quad F_2^V(q=0) = \frac{\kappa_p - \kappa_n}{2M}$$

όπου $\kappa_p = \mu_p - 1$ και $\kappa_n = -\mu_n$, είναι οι ανώμαλες μαγνητικές ροπές του πρωτονίου και νετρονίου, αντίστοιχα, και $\mu_p = 2.793$, $\mu_n = -1.913$.

Έτσι, με βάση τα όσα έχουμε εκθέσει παραπάνω, για το πολικό διανυσματικό ρεύμα έχουμε

$$\langle p' | \hat{J}_\mu^\pm(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1^V \gamma_\mu + F_2^V \sigma_{\mu\nu} q_\nu] \tau_\pm u(p), \quad (2.46)$$

ενώ το στοιχείο πίνακα του αξονικού ρεύματος παίρνει τη μορφή

$$\langle p' | \hat{J}_{\mu 5}^\pm(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_A \gamma_5 \gamma_\mu - i F_P \gamma_5 q_\mu] \tau_\pm u(p). \quad (2.47)$$

Η τελευταία εξίσωση περιέχει τους παράγοντες δομής $F_A(q^2)$ (αξονικός διανυσματικός) και $F_P(q^2)$ (επαγόμενος ψευδοβαθμωτός) οι οποίοι προσδιορίζονται ως εξής:

1. Ο παράγοντας δομής $F_A(q^2)$ που περιγράφει την εσωτερική αξονική δομή του νουκλεονίου, πρέπει να μετρηθεί μέσω κάποιας ασθενούς διαδικασίας [2, 21]. Στην παρούσα εργασία, υποθέτουμε ότι ο $F_A(q^2)$ έχει διπολική μορφή εξάρτησης από το q^2 , δηλαδή

$$F_A(q^2) = \frac{F_A(0)}{(1 - q^2/M_A^2)^2}, \quad (2.48)$$

και χρησιμοποιούμε τις τιμές

$$F_A(0) = -1.267, \quad M_A = (1.05 \pm 0.03) \text{ GeV}.$$

2. Από την επικράτηση του πόλου-πιονίου, στον επαγόμενο ψευδοβαθμωτό όρο, στην Εξ. (2.23), που είναι ανάλογος του F_P , για ενέργειες σχεδαζόμενου σωματίου στην περιοχή της μάζας του πιονίου, $m_\pi \simeq 140 \text{ MeV}$, ο παράγοντας δομής F_P επικρατεί του αντίστοιχου F_A . Τότε, από την επαγόμενη ψευδοβαθμωτή σταθερά σύζευξης και τη σχέση Goldberger-Treiman [1, 2, 3] παίρνουμε

$$F_P(q^2) = \frac{2mF_A(0)}{q^2 - m_\pi^2}. \quad (2.49)$$



Σημειώνουμε ότι, η τελευταία εξίσωση συνάγεται από τη σχέση μερικής διατήρησης του αξονικού ρεύματος (PCAC-theory), που συζητήσαμε στην παράγραφο 2.3.

Τα παραπάνω συμπεράσματα θα χρησιμοποιηθούν στην παράγραφο που ακολουθεί, για την κατασκευή των τελεστών του πυρηνικού ρεύματος στην εικόνα της πυρηνικής φυσικής.

2.7 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενούς αδρονικού ρεύματος

Η γενική ανάλυση των πυρηνικών στοιχείων πίνακα, που περιγράφουν μια τυπική ημιλεπτονική διαδικασία του ενδιαφέροντός μας στην παρούσα εργασία, στηρίζεται στην ολική χαμιλτονιανή

$$\hat{H}_{eff} = \int d^3x \hat{\mathcal{H}}_{eff}(x) = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x \hat{\mathcal{J}}_\mu(x) j_\mu^{lept}(x), \quad (2.50)$$

όπου η χαμιλτονιανή πυκνότητα $\hat{\mathcal{H}}_{eff}$ δίνεται από την Εξ. (2.34) ή (2.35). Αν θεωρήσουμε ότι το στοιχείο πίνακα του λεπτονικού ρεύματος μεταξύ μιας αρχικής $|i, l_i\rangle$ και μιας τελικής $|f, l_f\rangle$ κατάστασης του συστήματος που λαμβάνει χώρα η ημιλεπτονική αντίδραση γράφεται (στο χώρο των θέσεων)

$$\langle l_f | j_\mu^{lept} | l_i \rangle = l_\mu e^{-iq \cdot x}, \quad (2.51)$$

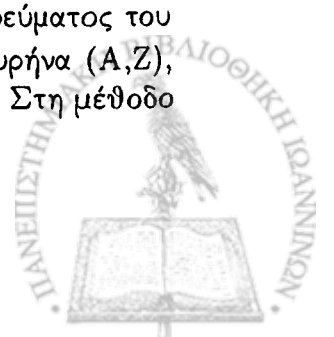
τότε το πυρηνικό στοιχείο πίνακα της χαμιλτονιανής (2.50) παίρνει τη μορφή

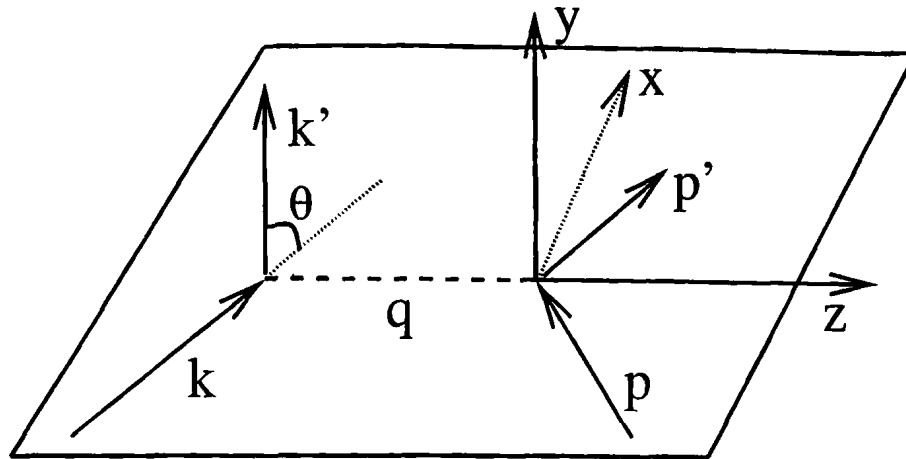
$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d^3x e^{-iq \cdot x} \langle f | \hat{\mathcal{J}}_\mu(x) | i \rangle. \quad (2.52)$$

Η υπόθεση που πρέπει να γίνει στο σημείο αυτό είναι η ύπαρξη της πυρηνικής πυκνότητας ρεύματος $\hat{\mathcal{J}}_\mu(x)$, καλά ορισμένης στην περιοχή του πυρήνα-στόχου και ο στόχος να είναι καλά εντοπισμένος στο χώρο έτσι ώστε το ολοκλήρωμα $\langle f | \hat{\mathcal{J}}_\mu(x) | i \rangle \equiv \mathcal{J}_\mu(x)_{fi}$ να υπάρχει. Επίσης, όπως θα δούμε στην επόμενη παράγραφο, θα υποθέσουμε ότι η αρχική και τελική κατάσταση του πυρήνα-στόχου χαρακτηρίζονται από καλά καθορισμένη στροφορμή, J και ομοτιμία, π (αγνοούμε την ανάκρουση του πυρήνα). Στην Εξ. (2.52) η 3-ορμή q καθορίζεται πλήρως από την κινηματική της αντίδρασης (βλέπε Σχ. 2.5), η οποία για την τετρα-ορμή q γράφεται

$$q = k' \mp k = p - p'.$$

Το επόμενο βήμα για τον υπολογισμό του στοιχείου πίνακα της Εξ. (2.52) είναι να κατασκευάσουμε τις εκφράσεις που δίνουν τον τελεστή της πυκνότητας ρεύματος του πυρήνα-στόχου στη θέση x , $\hat{\mathcal{J}}_\mu(x)$ με τη χρήση των παραμέτρων του πυρήνα (A, Z), π.χ. των συντεταγμένων θέσης των A νουκλεονίων του πυρήνα-στόχου. Στη μέθοδο





Σχήμα 2.5: Διάγραμμα στο οποίο περιγράφεται η κινηματική μιας τυπικής ημιλεπτονικής αντίδρασης στο σύστημα αξόνων του εργαστηρίου. Είναι φανερό ότι $q = k' - k = p - p'$.

των Donnelly-Walecka, η οποία αποτελεί την αφετηρία της μεθόδου που θα αναπτυχθεί στην παρούσα μελέτη για την εύρεση των ενεργών διατομών των ημιλεπτονικών αντιδράσεων, το θεμελιώδες πρόβλημα των πολλών σωματίων του πυρήνα-στόχου αντιμετωπίζεται στην αναπαράσταση της πρώτης χβάντωσης (βλέπε Κεφ. 4)⁷, στην οποία ο τελεστής πυκνότητας ρεύματος $\hat{J}_\mu(\mathbf{x})$ σε πυρηνικό επίπεδο γράφεται

$$\mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^A \mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}_i) \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^A [J_\mu(\mathbf{x}_i) + J_{\mu 5}(\mathbf{x}_i)] \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (2.53)$$

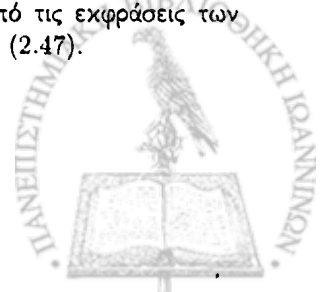
όπου τα J_μ και $J_{\mu 5}$ δίνονται από τις Εξς. (2.46) και (2.47).

Για τη μετατροπή των εκφράσεων των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα σε αντίστοιχες εύχρηστες εξισώσεις υπολογισμού πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων, είναι αναγκαίο να μεταφερθούμε σε μη-σχετικιστική εικόνα του προβλήματος πολλών νουκλεονίων (η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται σε ευρεία έκταση στην πυρηνική φυσική). Για τον σκοπό αυτό, λόγω της μικρής μεταφερόμενης ορμής στον πυρήνα $\kappa = |\mathbf{q}|$, υιοθετούμε την μη-σχετικιστική προσέγγιση των πινάκων Dirac (βλέπε Πίνακα 2.2 και Παράρτημα A9). Μετά από αρκετή επεξεργασία των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα, Εξς. (2.46) και (2.47), για τον χώρο των ορμών καταλήγουμε στις

⁷ Στο σημείο αυτό κάνουμε τη θεμελιώδη υπόθεση ότι ο τελεστής της πυρηνικής πυκνότητας ρεύματος προκύπτει θεωρώντας ότι τα νουκλεόνια κινούνται ανεξάρτητα (σχεδόν ελεύθερα) μέσα στον πυρήνα. Ο τελεστής στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων μας $\mathcal{J}_\mu(0)$ στη δεύτερη χβάντωση γράφεται

$$\hat{\mathcal{J}}_\mu(0) = \sum_{\mathbf{p}'\sigma'\rho'} \sum_{\mathbf{p}\sigma\rho} (\mathbf{p}'\sigma'\rho' | \mathcal{J}_\mu(0) | \mathbf{p}\sigma\rho) c_{\mathbf{p}'\sigma'\rho'}^\dagger c_{\mathbf{p}\sigma\rho}$$

όπου $c^\dagger(c)$ είναι τελεστές δημιουργίας (καταστροφής) οι οποίοι δρουν στον πυρηνικό χώρο Hilbert. Τα στοιχεία πίνακα στο δεξιό μέλος της παραπάνω εξίσωσης λαμβάνονται από τις εκφράσεις των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα για ελεύθερο νουκλεόνιο, Εξς. (2.46) και (2.47).



Συνιστώσα ρεύματος	Τελεστής	Μη-σχετικιστικό όριο
$\rho^V \equiv J_0^V$	γ_0	1
$\rho^A \equiv J_0^A$	$\gamma_0 \gamma_5$	$\frac{1}{2M} \vec{\sigma} \cdot (\vec{p} + \vec{p})$
\vec{J}^V	$\vec{\gamma}$	$\frac{1}{2M} (\vec{p} + \vec{p}) + \frac{i}{2M} (\vec{p} - \vec{p}) \times \vec{\sigma}$
\vec{J}^A	$\vec{\gamma} \gamma_5$	$\vec{\sigma}$
\vec{J}^P	γ_5	$\frac{1}{2M} \vec{\sigma} \cdot (-\vec{p} + \vec{p})$

Πίνακας 2.2: Μη σχετικιστικά όρια των τελεστών Dirac στο χώρο των ορμών, όπου \vec{p} τελεστής ορμής που δρα δεξιά και \vec{p} τελεστής ορμής που δρα αριστερά (βλέπε Παράρτημα A9).

ακόλουθες εκφράσεις για τις συνιστώσες της πυκνότητας ρεύματος

$$J_{0\alpha}^V(\mathbf{q}) = F_1^\alpha \tau_\alpha \quad (2.54)$$

$$J_\alpha^V(\mathbf{q}) = \left(\frac{F_1^\alpha}{2M} (2\mathbf{p} + \mathbf{q}) + \frac{F_1^\alpha + F_2^\alpha}{2M} i\sigma \times \mathbf{q} \right) \tau_\alpha \quad (2.55)$$

$$J_{0\alpha}^A(\mathbf{q}) = \left(\frac{F_A^\alpha}{2M} \sigma \cdot (2\mathbf{p} + \mathbf{q}) - \frac{\omega}{2M} F_P^\alpha \sigma \cdot \mathbf{q} \right) \tau_\alpha \quad (2.56)$$

$$J_\alpha^A(\mathbf{q}) = F_A^\alpha \sigma \tau_\alpha \quad (2.57)$$

Ο τελεστής \vec{p} του Πίνακα 2.2 έχει αντικατασταθεί από τον \mathbf{p}' και ο τελεστής \vec{p} από τον \mathbf{p} και έχουμε γράψει

$$\vec{p} - \vec{p} = \mathbf{p}' - \mathbf{p} = \mathbf{q} \quad (2.58)$$

και

$$\vec{p} + \vec{p} = 2\mathbf{p} + \mathbf{q}. \quad (2.59)$$

Με την υπόθεση ότι ο στόχος είναι τοπικά ορισμένος (έτσι ώστε να επιτρέπονται οι μερικές ολοκληρώσεις χωρίς να υπάρχουν επιφανειακοί όροι), επιτρέπεται στις εξισώσεις (2.54)-(2.57) να θεωρήσουμε την αντιστοιχία

$$\begin{aligned} -i\vec{\nabla} &\leftrightarrow \vec{p} \\ i\vec{\nabla} &\leftrightarrow \vec{p}, \end{aligned} \quad (2.60)$$

($\hbar = 1$) όπου ξανά ο τελεστής $\vec{\nabla}$ δρα προς τα δεξιά ενώ ο $\vec{\nabla}$ δρα προς τα αριστερά. Έτσι, στο χώρο των θέσεων οι Εξς. (2.54)-(2.57) γράφονται

$$J_{0\alpha}^V(\mathbf{r}) = F_1^\alpha \tau_\alpha \quad (2.61)$$

$$J_\alpha^V(\mathbf{r}) = \left(-i\frac{F_1^\alpha}{2M} (\vec{\nabla} - \vec{\nabla}) - \frac{F_1^\alpha + F_2^\alpha}{2M} \sigma \times \vec{\nabla} \right) \tau_\alpha \quad (2.62)$$

$$J_{0\alpha}^A(\mathbf{r}) = \left(-i\frac{F_A^\alpha}{2M} \sigma \cdot (\vec{\nabla} - \vec{\nabla}) - i\frac{\omega}{2M} F_P^\alpha \sigma \cdot \vec{\nabla} \right) \tau_\alpha \quad (2.63)$$

$$J_\alpha^A(\mathbf{r}) = F_A^\alpha \sigma \tau_\alpha \quad (2.64)$$



όπου ο ισοσπίν δείκτης $\alpha = \pm, 0$ δηλώνει τον χαρακτήρα της μετάπτωσης. Αντικατάσταση των Εξν. (2.61)-(2.64) στην Εξ. (2.53) δίνει τους τελεστές πυρηνικής πυκνότητας (βλέπε Κεφ. 4).

Τα στοιχεία πίνακα των τελεστών συζητούνται και υπολογίζονται στο Κεφ. 4 για κυματοσυναρτήσεις τρισδιάστατου αρμονικού ταλαντωτή (για αυθαίρετες ακτινικές κυματοσυναρτήσεις βλέπε αναφορά [89]). Για αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα αυτά δίνονται στο Κεφ. 4.

2.8 Ενεργές διατομές αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα. Μέθοδος Donnelly-Walecka

Στην παρούσα διατριβή θα μελετήσουμε ημιλεπτονικές ασθενείς διαδικασίες που συμβαίνουν στο πεδίο ενός πολύπλοκου πυρήνα ($A \geq 12$). Δεν θα ασχοληθούμε καθόλου, με ημιλεπτονικές διασπάσεις ελεύθερων βαρυονίων, μεσονίων κ.λ.π., οι οποίες είναι στοιχειώδεις ηλεκτρασθενείς αντιδράσεις. Θα αρχίσουμε τη μελέτη με την κατασκευή ενός συμπαγούς (θεωρητικού) πλαισίου περιγραφής των στοιχείων πίνακα όλων των βασικών τανυστικών τελεστών που προκύπτουν από την εφαρμογή της πολυπολικής ανάπτυξης στα στοιχεία πίνακα της πυρηνικής πυκνότητας ρεύματος, μέθοδος η οποία αναπτύχθηκε από τους Donnelly και Walecka [19, 33, 34]⁸.

Σε μια ενοποιημένη περιγραφή των ημιλεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων από την πλευρά της πυρηνικής φυσικής, η μερική διαφορική ή ολική ενεργός διατομή μιας πυρηνικής αντίδρασης, $\Gamma_{i \rightarrow f}$, μεταξύ της αρχικής $|i\rangle$ και μιας τελικής $|f\rangle$ πυρηνικής κατάστασης είναι ανάλογη του τετραγώνου του στοιχείου πίνακα της ενεργού Χαμιλτονιανής H_{eff} (βλέπε Εξ. (2.52)), δηλαδή

$$\Gamma_{i \rightarrow f} \propto |\langle f | H_{eff} | i \rangle|^2. \quad (2.65)$$

Αυτό το στοιχείο πίνακα,

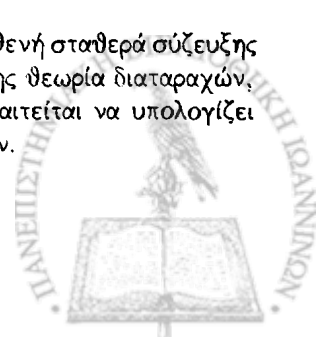
$$\langle f | H_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} l^\mu \int d^3x e^{-iq \cdot x} \langle f | \hat{\mathcal{J}}_\mu(\mathbf{x}) | i \rangle,$$

παριστάνει τον μετασχηματισμό Fourier των πυρηνικών στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος $\hat{\mathcal{J}}_\mu$, που για δεδομένο πυρήνα-στόχου προκύπτει με συνδυασμό της Εξ. (2.53) και των (2.61)-(2.64). Τα λεπτονικά στοιχεία πίνακα, l^μ , για μερικές ημιλεπτονικές αντιδράσεις, φαίνονται στον Πίνακα 2.3. Εκτελώντας το εσωτερικό γινόμενο στην Εξ. (2.52) παίρνουμε

$$\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x e^{-iq \cdot x} [l_0 \hat{\mathcal{J}}_0(\mathbf{x})_{fi} - \mathbf{l} \cdot \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x})_{fi}] \quad (2.66)$$

όπου το διάνυσμα l γράφεται όπως φαίνεται στο Παράρτημα Β.

⁸ Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην προσέγγιση πρώτης τάξης ως προς την ασθενή σταθερά σύζευξης G , η οποία επιτρέπει να χειρίζεται κανείς τα λεπτόνια με την χαμηλότερης τάξης θεωρία διαταραχών, ενώ οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις εκλαμβάνονται σε όλες τις τάξεις, οπότε απαιτείται να υπολογίζονται κανείς τα ακριβή στοιχεία πίνακα μετάβασης των αδρονικών ασθενών ρευμάτων.



Αντίδραση	q	l_λ
Αντίδραση νετρίνου (ν_l, l^-), (ν_l, ν_l')	$k - \nu$	$\bar{u}(\mathbf{k})\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)u(\nu)$
Αντίδραση αντινετρίνου ($\bar{\nu}_l, l^+$), ($\bar{\nu}_l, \bar{\nu}_l'$)	$k - \nu$	$\bar{v}(-\nu)\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)v(-\mathbf{k})$
Λεπτονική σύλληψη (l^-, ν_l), ($\mathbf{k} \rightarrow 0$)	$\nu - k$	$\bar{u}(\nu)\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)u(\mathbf{k})$
β^- διάσπαση ($e^-, \bar{\nu}_e$)	$k + \nu$	$\bar{u}(\mathbf{k})\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)u(-\nu)$
β^+ διάσπαση (e^+, ν_e)	$\varepsilon - \nu$	$\bar{u}(\nu)\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)v(-\mathbf{k})$

Πίνακας 2.3: Στοιχεία πίνακα των λεπτονικών ρευμάτων l_μ για μερικές ημιλεπτονικές ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις, όπου \mathbf{k} παριστάνει ορμή λεπτονίου ($-\mathbf{k}$ ορμή αντιλεπτονίου) και ν ορμή νετρίνου ($-\nu$ ορμή αντινετρίνου).

Σύμφωνα με την μέθοδο των Donnelly-Walecka [18, 19, 33], στην Εξ. (2.66) έχουμε προς πολυπολική ανάπτυξη τις εξής τέσσερις εκφράσεις

$$l_0 e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}, \quad l_+ e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}, \quad l_- e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}, \quad l_3 e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}. \quad (2.67)$$

Επιλέγοντας την μεταφερόμενη 3-ορμή \mathbf{q} στην κατεύθυνση του z-άξονα (βλέπε Σχ. 2.5), οι παραπάνω ποσότητες δίνουν τα αναπτύγματα (βλέπε Παράρτημα Β):

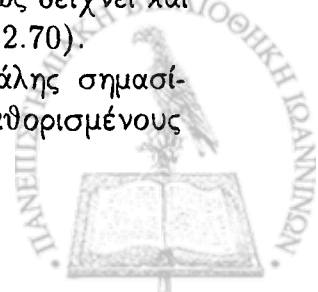
$$e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} = \sum_{J=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J j_J(\kappa x) Y_{J0}(\hat{x}) \quad (2.68)$$

$$\hat{e}_{q_3}^\dagger e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} = \sum_{J \geq 0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J \nabla(j_J(\kappa x) Y_{J0}) \quad (2.69)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}_{q_\lambda}^\dagger e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} &= - \sum_{J \geq 1}^{\infty} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J \left\{ \lambda j_J(\kappa x) Y_{JJ_1}^{-\lambda} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k} \nabla \times (j_J(\kappa x) Y_{JJ_1}^{-\lambda}) \right\}, \quad \lambda = \pm \end{aligned} \quad (2.70)$$

όπου $Y_{J0}(\hat{x})$ οι σφαιρικές αρμονικές τάξης J, l , Y_{JM}^λ οι διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές τάξης J , και $j_J(x)$ οι σφαιρικές συναρτήσεις Bessel (για τη σύζευξη των 'τριών δεικτών' βλέπε Εξ. (4.2) και (4.3) παρακάτω). Έτσι, από τις συνιστώσες της Εξ. (2.67), η $l_3 \equiv l_z$ είναι στην κατεύθυνση της μεταφερόμενης ορμής \mathbf{q} , όπως δείχνει και η Εξ. (2.69), ενώ οι l_\pm είναι εγκάρσιες σ' αυτή όπως δείχνει και η Εξ. (2.70).

Μεταξύ όλων των δυνατών πυρηνικών μεταβάσεων $|i\rangle \rightarrow |f\rangle$, μεγάλης σημασίας είναι αυτές που συμβαίνουν μεταξύ καταστάσεων, που έχουν καλά καθορισμένους



τους χβαντικούς αριθμούς του σπιν (J), της ομοτιμίας (π), και του ισοσπίν (T). Τέτοιες καταστάσεις δηλώνονται ως $|J^\pi, T\rangle$ (J -projected method). Αυτές οι μεταβάσεις επιτρέπουν την έρευνα της δομής των αδρονικών ρευμάτων [34], επειδή ο συμμετέχων πυρηνικός στόχος ενεργεί ως φίλτρο σπιν-ισοσπίν που ανάγει το πολύπλοκο αδρονικό ρεύμα σε απλές μετρήσιμες συνιστώσες [20] αντιστοιχούσες στις συνιστώσες των ταυσιτικών τελεστών που συζητήθηκαν παραπάνω [Εξς. (2.68)-(2.70)].

Επισημαίνουμε ότι, από θεωρητική πλευρά, ο υπολογισμός των διαφόρων πλατών μετάβασης αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα, $\langle f | H_{eff} | i \rangle$, μπορεί να γίνει βολικότερα εκτελώντας την πολυπολική ανάλυση του αδρονικού ρεύματος, Εξς. (2.68)-(2.70), η οποία οδηγεί σε μη αναγωγίσιμους ταυσιτικούς τελεστές (στο χώρο του ισχυρού ισοσπίν) [2, 19, 22].

Αντικαθιστώντας τα αναπτύγματα των Εξν. (2.68)-(2.70) στην Εξ. (2.66) και αντιστρέφοντας τα σύμβολα άθροισης (\sum) και ολοκλήρωσης (\int) παίρνουμε :

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \langle f | \left\{ \sum_{J \geq 0} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J \left(l_3 \hat{\mathcal{L}}_{J0}(\kappa) - l_0 \hat{\mathcal{M}}_{J0}(\kappa) \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_{\lambda=\pm 1} \sum_{J \geq 1} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J l_\lambda \left(\lambda \hat{T}_{J-\lambda}^{mag}(\kappa) + \hat{T}_{J-\lambda}^{el}(\kappa) \right) \right\} | i \rangle \end{aligned} \quad (2.71)$$

Εδώ, οι πολυπολικοί τελεστές ορίζονται ως εξής:

$$\hat{\mathcal{M}}_{JM}(\kappa) \equiv \hat{M}_{JM}^{coul} + \hat{M}_{JM}^{coul5} = \int d^3x j_J(\kappa x) Y_{JM}(\Omega_x) \hat{\mathcal{J}}_0(\mathbf{x}) \quad (2.72)$$

$$\hat{\mathcal{L}}_{JM}(\kappa) \equiv \hat{L}_{JM} + \hat{L}_{JM}^5 = \frac{i}{\kappa} \int d^3x \{ \nabla(j_J(\kappa x) Y_{JM}(\Omega_x)) \} \cdot \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x}) \quad (2.73)$$

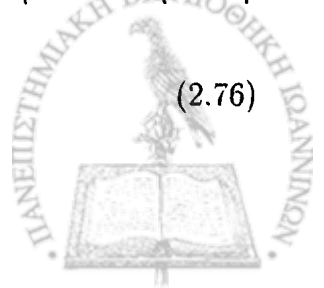
$$\hat{T}_{JM}^{el}(\kappa) \equiv \hat{T}_{JM}^{el} + \hat{T}_{JM}^{el5} = \frac{1}{\kappa} \int d^3x \{ \nabla \times (j_J(\kappa x) \mathbf{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x)) \} \cdot \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x}) \quad (2.74)$$

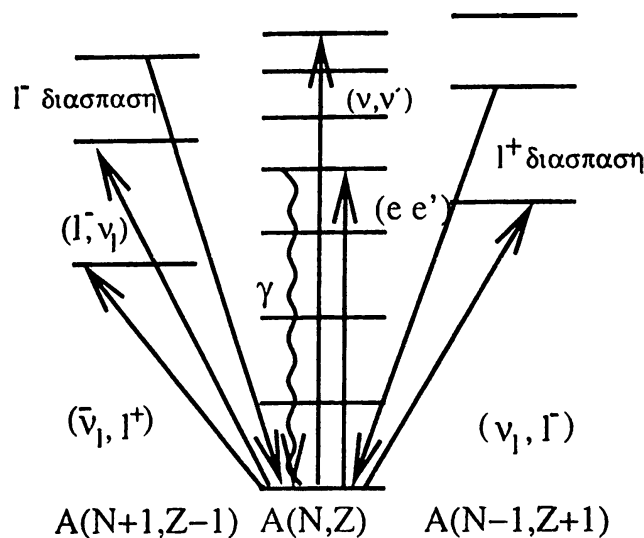
$$\hat{T}_{JM}^{mag}(\kappa) \equiv \hat{T}_{JM}^{mag} + \hat{T}_{JM}^{mag5} = \frac{1}{\kappa} \int d^3x (j_J(\kappa x) \mathbf{Y}_{JJ1}^M(\Omega_x)) \cdot \hat{\mathcal{J}}(\mathbf{x}), \quad (2.75)$$

και είναι μη αναγωγίσιμοι ταυσιτικοί τελεστές (Irreducible Tensor Operators, ITO) στον πυρηνικό χώρο Hilbert. Από τους τελεστές των Εξν. (2.72)-(2.75), \hat{M}_{JM}^{coul} Coulomb, \hat{L}_{JM} διαμήκης, \hat{T}_{JM}^{el} εγκάρσιος ηλεκτρικός και \hat{T}_{JM}^{mag} εγκάρσιος μαγνητικός, οι τρεις πρώτοι τελεστές έχουν ομοτιμία $(-)^J$ (τελεστές κανονικής ομοτιμίας), ενώ η ομοτιμία του \hat{T}_{JM}^{mag} είναι $(-)^{J+1}$ (τελεστής μη-κανονικής ομοτιμίας). Η πολυπολική ανάπτυξη του ψευδοανυσματικού ρεύματος \hat{J}_λ^5 παρέχει αντίστοιχα τους τελεστές \hat{M}_{JM}^{coul5} , \hat{L}_{JM}^5 , \hat{T}_{JM}^{el5} και \hat{T}_{JM}^{mag5} , όπου τώρα οι τρεις πρώτοι ψευδοανυσματικοί πολυπολικοί τελεστές έχουν ομοτιμία $(-)^{J+1}$ ενώ ο \hat{T}_{JM}^{mag5} είναι ένας τελεστής κανονικής ομοτιμίας.

Πρέπει να τονιστεί ότι, αφού τα ασθενή αδρονικά ρεύματα, έχουν μια διανυσματική και μια ψευδοδιανυσματική συνιστώσα

$$\hat{\mathcal{J}} \equiv \hat{J}_\mu - \hat{J}_{\mu 5} \quad (2.76)$$





Σχήμα 2.6: Ημιλεπτονικές ασθενείς αντιδράσεις λεπτονίου-πυρήνα.

(η γνωστή θεωρία V-A), κάθε τελεστής των Εξν. (2.72)- (2.75) περιέχει συνεισφορές και των δύο ομοτιμιών.

Οι παραπάνω πολυπολικοί τελεστές, στην αναπαράσταση του ισοτοπικού σπιν δίνονται στο Κεφ. 4 (βλέπε επίσης Παράρτημα Β) και πρέπει να μπουν ανάμεσα στις καταστάσεις $|J_i^{\pi}, T_i\rangle$ (αρχικής) και $|J_f^{\pi}, T_f\rangle$ (τελικής) για να πάρουμε τη συνεισφορά τους στο λόγο διακλάδωσης της αντίδρασης, όπως φαίνεται στην Εξ. (2.66).⁹

Μια συνήθης διαδικασία που ακολουθείται σε μη προσανατολισμένους και σφαιρικούς στόχους, είναι η άθροιση πάνω στις τελικές καταστάσεις του στόχου και η εύρεση μέσου όρου ως προς τις αρχικές. Έτσι, από τις Εξς. (2.65) και (2.71), χρησιμοποιώντας το θεώρημα Wigner-Eckart στα στοιχεία πίνακα των μη αναγωγίσιμων ταυυστικών τελεστών (βλέπε Παράρτημα Β), παίρνουμε

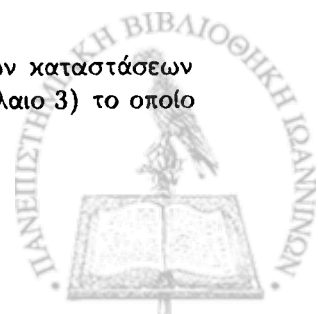
$$\Gamma_{i \rightarrow f} \propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 = \frac{G^2}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{\lambda = \pm 1} l_{\lambda} l_{\lambda}^* \sum_{J \geq 1} 2\pi \right. \\ \times |\langle J_f || \lambda \hat{T}_J^{mag} + \hat{T}_J^{el} || J_i \rangle|^2 + \sum_{J \geq 0} 4\pi \left[l_3 l_3^* |\langle J_f || \hat{L}_J || J_i \rangle|^2 \right. \\ \left. + l_0 l_0^* |\langle J_f || \hat{M}_J || J_i \rangle|^2 - 2Re \left(l_3 l_0^* \langle J_f || \hat{L}_J || J_i \rangle \langle J_f || \hat{M}_J || J_i \rangle \right) \right] \left. \right\} \quad (2.77)$$

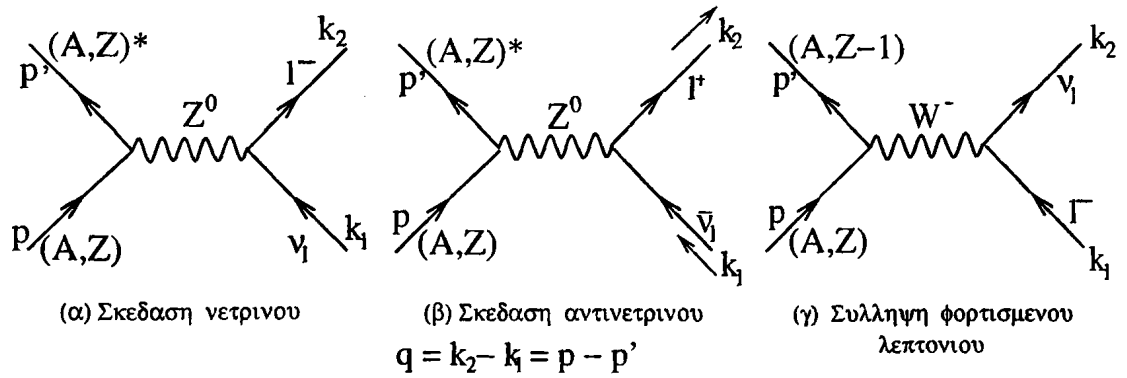
Στην τελευταία εξίσωση μετά την αντιστροφή των αθροισμάτων ως προς λ και J , εκτελούμε την άθροιση ως προς $\lambda = \pm 1$ χρησιμοποιώντας την ισότητα

$$\sum_{\lambda = \pm 1} |\lambda b + a|^2 = (|a|^2 + |b|^2) (l \cdot l^* - l_3 l_3^*) - i(l \times l^*)_3 2Re(ab^*) \quad (2.78)$$

(βλέπε Παράρτημα Β, Εξ. (8.70)).

⁹ Η κατασκευή των πολυσωματιδιακών κυματοσυναρτήσεων αρχικών και τελικών καταστάσεων $|J_i^{\pi}, T_i\rangle$ και $|J_f^{\pi}, T_f\rangle$, γίνεται στα πλαίσια κάποιου πυρηνικού μοντέλου (βλέπε Κεφάλαιο 3) το οποίο αντανακλά το μελετούμενο πυρηνικό σύστημα.





Σχήμα 2.7: Διαγράμματα Feynman, σε πυρηνικό επίπεδο, των μονοσωματιδιακών ημιλεπτονικών αντιδράσεων: (α) σκέδαση νετρίνου, (β) Σκέδαση αντινετρίνου, (γ) Σύλληψη φορτισμένου λεπτονίου.

Μετά την ταξινόμηση των όρων παίρνουμε

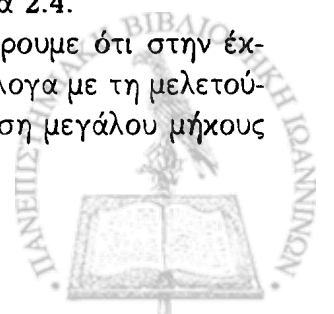
$$\begin{aligned}
 \Gamma_{i \rightarrow f} \propto & \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 = \frac{G^2}{2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \\
 & \times \left\{ \sum_{J \geq 0} \left[l_3 l_3^* |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle|^2 + l_0 l_0^* |\langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle|^2 \right. \right. \\
 & \left. \left. - 2 \operatorname{Re} \left(l_3 l_0^* \langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle^* \right) \right] \right. \\
 & \left. + \sum_{J \geq 1} \left[\frac{1}{2} (l \cdot l^* - l_3 l_3^*) \left(|\langle J_f | \hat{T}_J^{mag} | J_i \rangle|^2 + |\langle J_f | \hat{T}_J^{el} | J_i \rangle|^2 \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{i}{2} (l \times l^*)_3 \left(2 \operatorname{Re} \langle J_f | \hat{T}_J^{mag} | J_i \rangle \langle J_f | \hat{T}_J^{el} | J_i \rangle^* \right) \right] \right\}. \quad (2.79)
 \end{aligned}$$

Η Εξ. (2.79) είναι ένα γενικό αποτέλεσμα, το οποίο ισχύει για τις κατηγορίες των αντιδράσεων που αναφέρθηκαν στην αρχή του παρόντος κεφαλαίου (βλέπε επίσης παράγραφο 2.9). Για να περιγράψει την ενεργό διατομή, ή ακριβέστερα, τον μερικό ρυθμό μετάβασης από την κατάσταση $|i\rangle$ στην κατάσταση $|f\rangle$ της μελετούμενης ημιλεπτονικής πυρηνικής διαδικασίας (βλέπε Σχ. 2.6 και 2.7), πρέπει πρώτα να γίνει η διαδικασία άθροισης ως προς τις τελικές καταστάσεις των λεπτονικών σπιν και εύρεσης μέσου όρου ως προς τις αρχικές σπιν-καταστάσεις του εισερχομένου λεπτονίου, δηλαδή

$$\Gamma_{fi} \propto \frac{1}{2} \sum_{\text{lepton spins}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2. \quad (2.80)$$

Οι ποσότητες $l \cdot l^*$, $l_0 l_0^*$, $l_3 l_3^*$, $l_3 l_0^*$, και $(l \times l^*)_3$ της Εξ. (2.79) για ημιλεπτονικές αντιδράσεις νετρίνου (αντινετρίνου)-πυρήνα φαίνονται στον Πίνακα 2.4.

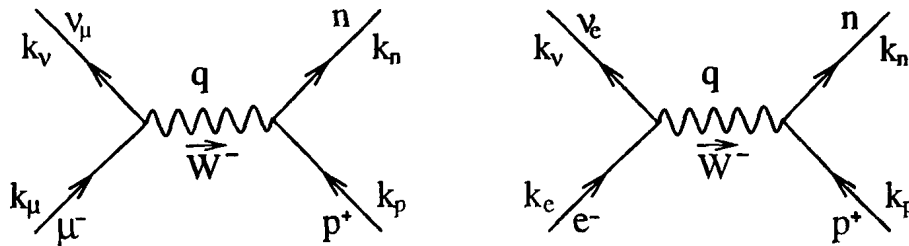
Πριν κλείσουμε την παρούσα παράγραφο θα πρέπει να αναφέρουμε ότι στην έκφραση (2.80) εφαρμόζονται συνήθως διάφορες προσεγγίσεις (ανάλογα με τη μελετούμενη αντίδραση). Οι σημαντικότερες από αυτές είναι η προσέγγιση μεγάλου μήκους



Λεπτονικός παράγοντας της Εξ. (2.79)	Γενικό αποτέλεσμα	Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα
$\frac{1}{2}(l \cdot l^* - l_3 l_3^*)$	$1 - (\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\beta \cdot \hat{q})$	$1 - a \cos \Phi + b \sin^2 \Phi$
$l_0 l_0^*$	$1 + \hat{\nu} \cdot \beta$	$1 + a \cos \Phi$
$l_3 l_3^*$	$1 - \hat{\nu} \cdot \beta + 2(\hat{\nu} \cdot \hat{q})(\beta \cdot \hat{q})$	$1 + a \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi$
$-l_3 l_0^*$	$-\hat{q} \cdot (\hat{\nu} + \beta)$	$(\omega/q)(1 + a \cos \Phi) + d$
$-\frac{1}{2}(l \times l^*)_3$ (νεutrino)	$\hat{q} \cdot (\hat{\nu} - \beta)$	$-\frac{1}{q}(\epsilon_i + \epsilon_f)(1 - a \cos \Phi) - d$
$-\frac{1}{2}(l \times l^*)_3$ (αντινεutrino)	$-\hat{q} \cdot (\hat{\nu} - \beta)$	$\frac{1}{q}(\epsilon_i + \epsilon_f)(1 - a \cos \Phi) - d$

Πίνακας 2.4: Οι ποσότητες $l \cdot l^*$, $l_0 l_0^*$, $l_3 l_3^*$, $l_3 l_0^*$, και $(l \times l^*)_3$ που υπεισέρχονται στην έκφραση της ενεργού διατομής, Εξ.(2.79), για αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα και αντινετρίνου-πυρήνα. Εδώ ορίσαμε $\hat{\nu} \equiv \nu/\nu$, $\hat{q} \equiv \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$, και $\beta \equiv \mathbf{k}/\epsilon$. Επίσης, $a = \left[1 - (m_f c^2/\epsilon_f)\right]^{1/2}$, $b = \epsilon_i \epsilon_f a^2/q^2$ και $d = (m_f c^2)^2/q \epsilon_f$ (βλέπε Κεφ. 5).





Σχήμα 2.8: Στοιχειώδεις αντιδράσεις σύλληψης μ^- και e^- από πυρήνα, δηλαδή $\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$ και $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$. Στην προσέγγιση που τα νουκλεόνια θεωρούνται ανεξάρτητα, οι παραπάνω αντιδράσεις λαμβάνουν χώρα σε κάθε πρωτόνιο του πυρήνα-στόχου.

κύματος (Long-Wavelength Approximation) και η προσέγγιση του ακραίου σχετικιστικού ορίου (Extreme Relativistic Limit), βλέπε π.χ. Αναφ. [2, 18]. Στην περίπτωση των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, οι οποίες θα μας απασχολήσουν στα Κεφ. 5 και 6, η προσέγγιση του ακραίου σχετικιστικού ορίου είναι πολύ ακριβής [2].

2.9 Μονοσωματιδιακές ασθενείς διεργασίες λεπτονίου-πυρήνα

Πριν κλείσουμε το παρόν κεφάλαιο, σε αυτή την παράγραφο, σαν παραδείγματα εφαρμογής του παραπάνω φορμαλισμού θα συζητήσουμε σύντομα μερικές βασικές ημιλεπτονικές ασθενείς διεργασίες που λαμβάνουν χώρα παρουσία πυρήνων και συγκεκριμένα τη σύλληψη δέσμιων λεπτονίων (e^- , μ^-) (βλέπε Σχήμα 2.8) από τον ατομικό πυρήνα, τις αντιδράσεις β^\pm -αποδιέγερσης και τις αντιδράσεις νετρίνου (αντινετρίνου) με πυρήνες. Ο υπεύθυνος τελεστής των παραπάνω αντιδράσεων είναι ενός σώματος (one-body operator). Σύμφωνα με την μέθοδο Donnelly-Walecka, οι ενεργές διατομές, διαφορική και ολική ενεργός διατομή, και οι ρυθμοί γεγονότων των αντιδράσεων αυτών περιγράφονται ενιαία με τη βοήθεια πυρηνικών στοιχείων πίνακα των μη αναγωγίσιμων πολυπολικών τελεστών των ασθενών πυρηνικών ρευμάτων, Εξς. (2.72)-(2.75), όπως συζητήθηκε στην παράγραφο 2.8.

2.9.1 Σύλληψη φορτισμένου λεπτονίου (e^- , μ^- , τ^-)

Κατά τη σύλληψη φορτισμένου λεπτονίου από πυρήνες, η στοιχειώδης αντίδραση που λαμβάνει χώρα σε ένα απλό νουκλεόνιο (πρωτόνιο) είναι

$$l^- + p \rightarrow n + \nu_l. \quad (2.81)$$

Τα αντίστοιχα διαγράμματα Feynman φαίνονται στο Σχ. 2.8. Οι σχετικές αντιδράσεις στην περίπτωση σύλληψης e^- και μ^- , από έναν πυρήνα-στόχο (A, Z) , γράφονται

$$\begin{aligned} \mu^- + (A, Z) &\rightarrow (A, Z-1)^* + \nu_\mu \\ e^- + (A, Z) &\rightarrow (A, Z-1)^* + \nu_e. \end{aligned} \quad (2.82)$$



(βλέπε Σχήματα 2.6, 2.7 και 2.8). Θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι κύριες διαφορές που υπάρχουν στην περιγραφή των δύο παραπάνω αντιδράσεων, οφείλονται στην σχετικά μεγάλη διαφορά μάζας των αντίστοιχων λεπτονίων που συλλαμβάνονται ($m_e = 0.511 \text{ MeV}$, $m_\mu = 105.6 \text{ MeV}$, $m_\tau = 1782.0 \text{ MeV}$), η οποία οδηγεί σε διαφορετικές προσεγγίσεις στον κινηματικό κυρίως παράγοντα της ενεργού διατομής. Στις αντιδράσεις αυτές τα αρνητικά φορτισμένα λεπτόνια συνήθως θεωρούμε ότι συλλαμβάνονται από τη χαμηλότερη ενεργειακά ατομική τροχιά, $1s$, και η αρχική τους ορμή λαμβάνεται μηδενική, $k = 0$.

Εργαζόμενοι όπως περιγράφεται παραπάνω, ο μερικός ρυθμός σύλληψης ενός δέσιμου αρνητικά φορτισμένου μιονίου, μ^- , γράφεται

$$\omega_{fi} = \frac{G^2 \nu^2}{2\pi} \frac{4\pi}{2J_i + 1} |\phi_{1s}|_{0\nu}^2 \left\{ \sum_{J=0}^{\infty} |\langle J_f || \hat{M}_J(\nu) - \hat{L}_J(\nu) || J_i \rangle|^2 + \sum_{J=1}^{\infty} |\langle J_f || \hat{T}_J^{el}(\nu) - \hat{T}_J^{mag}(\nu) || J_i \rangle|^2 \right\} \quad (2.83)$$

όπου ϕ_{1s} η κυματοσυνάρτηση της $1s$ δέσιμιας μιονικής κατάστασης στο μιονικό άτομο (τροχιά Bohr).

Η ενέργεια του εξερχόμενου νετρίνου καθορίζεται από την διατήρηση της ενέργειας μέσω της σχέσης

$$\nu = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f. \quad (2.84)$$

όπου ϵ_b είναι η ενέργεια σύνδεσης του μιονίου στο μιονικό άτομο (στην Εξ. (2.83), έχουμε συμβολίσει την μεταφορά ορμής που υπεισέρχεται στα πυρηνικά πολύπολα με ν , βλέπε Πίνακα 2.3). Ο πυρήνας αποκτά ορμή ίση με εκείνη του τελικού νετρίνου για να συμβεί η αντίδραση καθώς το αρχικό μ^- στην ατομική τροχιά $1s$ έχει αμελητέα ορμή (για το e^- η προσέγγιση στην κινηματική είναι διαφορετική. Βλέπε π.χ. Αναφ. [58, 116]).

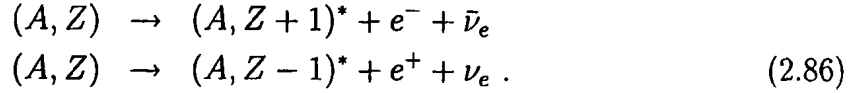
Στην Εξ. (2.83), η μέση τιμή της μιονικής κυματοσυνάρτησης $|\phi_{1s}|_{0\nu}$, λαμβάνεται στη θέση $r = 0$, στο κέντρο του πυρήνα δεχόμενοι ότι αυτή είναι ένας σφαιρικά συμμετρικός παράγοντας που δεν επηρεάζει την διατήρηση της στροφορμής. Οι παραπάνω αντιδράσεις είναι πολύ καλά μελετημένες (βλέπε [58]-[61], [76] καθώς και στην εργασία [125] με τις σχετικές αναφορές σ' αυτή), όμως η σύλληψη του τ^- από πυρήνες έχει μελετηθεί μόνο θεωρητικά [62].

2.9.2 Η πυρηνική β -αποδιέγερση (β^\pm -διάσπαση)

Η β -διάσπαση είναι η διεργασία, κατά την οποία πυρήνες με τον ίδιο βαρυονικό αριθμό, A , μετασχηματίζονται σε άλλους μέχρι να καταλήξουμε σε κάποιο σταθερό ισότοπο. Οι στοιχειώδεις πυρηνικές αντιδράσεις β -διάσπασης παριστάνονται από τις εξισώσεις



Η 1η από τις Εξς. (2.85), συμβαίνει και στο ελεύθερο νετρόνιο (το οποίο έχει διάρκεια ζωής $\tau_n \simeq 13\text{min}$), ενώ η 2η των Εξν. (2.85) δεν έχει παρατηρηθεί στο ελεύθερο πρωτόνιο. Όταν η β -διάσπαση συμβαίνει σε πυρήνα, (A, Z) , οι σχετικές αντιδράσεις γράφονται αντίστοιχα



Η κινηματική των αντιδράσεων αυτών φαίνεται στο Σχήμα 2.5, ενώ οι σχετικές μεταπτώσεις και τα στοιχεία πίνακα που υπεισέρχονται στην έκφραση της ενεργού διατομής, Εξ. (2.79), φαίνονται στο Σχήμα 2.6.

Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των αντιδράσεων της β -διάσπασης είναι ότι, όπως φαίνεται και από τις Εξς. (2.86), έχουμε δύο σωματίδια στην τελική κατάσταση. Αυτό σημαίνει ότι, στην έκφραση της διαφορικής ενεργού διατομής πρέπει να εισαχθεί ένας παράγοντας για τον αριθμό των τελικών καταστάσεων για καθένα από αυτά. Ο ρυθμός διάσπασης με βάση τον χρυσό κανόνα του Fermi στην περίπτωση αυτή γράφεται

$$d\omega = 2\pi \sum_{\text{lepton spins}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 \delta(W_f - W_i) \frac{\Omega d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{\Omega d^3 \nu}{(2\pi)^3}, \quad (2.87)$$

όπου W_f και W_i παριστάνουν τις ολικές ενέργειες της τελικής και αρχικής κατάστασης του συστήματος. Το ολοκλήρωμα της δ -συνάρτησης είναι συμβιβαστό με τη διατήρηση της ενέργειας, δηλαδή

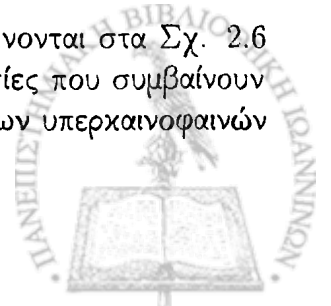
$$\int \delta(W_f - W_i) d\nu = \int \delta(\epsilon + \nu + E_f - E_i) d\nu = 1 \quad (2.88)$$

Ακολουθώντας τα βήματα που περιγράψαμε στην παράγραφο 2.8 μπορεί κανείς να πάρει τις εκφράσεις για τους ρυθμούς των διεργασιών β -διάσπασης. Όμως, υπάρχει μια πολύπλοκη γωνιακή εξάρτηση του ρυθμού της β -διάσπασης από τη γωνία θ μεταξύ των k και ν που περιέχεται στα πολύπολα, και οι αντίστοιχες εκφράσεις είναι πέρα από τους σκοπούς της παρούσας διατριβής (βλέπε [18, 21, 19] και σχετική βιβλιογραφία).

2.9.3 Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα

Στις αντιδράσεις νετρίνων (ή αντινετρίνων) με πυρηνικούς στόχους είτε συμβαίνει μεταβολή φορτίου του πυρήνα είτε λαμβάνει χώρα σκέδαση (ελαστική ή ανελαστική) των νετρίνων μέσω της διεργασίας που εικονίζεται στα Σχήματα 2.6 και 2.7. Τέτοιες αντιδράσεις είναι κεφαλαιώδους σημασίας τόσο εργαστηριακά όσο και στην αστροφυσική στην οποία η εκπομπή νετρίνων καθορίζει το βαθμό ψύξης πολλών ουρανίων σωμάτων.

Η ανίχνευση των νετρίνων, με τους μηχανισμούς που παριστάνονται στα Σχ. 2.6 και 2.7, παρέχει ένα μοναδικό τρόπο για να μελετήσουμε διαδικασίες που συμβαίνουν στο εσωτερικό των αστέρων, π.χ. του ήλιου, και στις εκρήξεις των υπερκαινοφανιών



αστέρων. Επιπλέον οι μεταπτώσεις μεταξύ των διακριτών πυρηνικών καταστάσεων που επάγονται από νετρίνα (ηλιακά, υπερκαινοφανή κ.λ.π.), μπορούν να μελετηθούν στο εργαστήριο χρησιμοποιώντας δέσμη νετρίνων που προέρχονται από διασπάσεις σωματίων στους αντιδραστήρες. Ο υπολογισμός των ενεργών διατομών τέτοιων αντιδράσεων, όπως έχει αναφερθεί, βασίζεται στην ενεργό Χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης που συζητήσαμε στο παρόν Κεφάλαιο. Οι ακριβείς εκφράσεις που δίνουν την ενεργό διατομή αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα συζητώνται στο Κεφ. 5, ενώ εκτενείς υπολογισμοί ενεργών διατομών σε επιλεγμένα πυρηνικά συστήματα γίνονται στο Κεφ. 6.



Κεφάλαιο 3

Πυρηνικά μοντέλα

3.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, μετά από μια περιληπτική αναφορά στα κύρια πυρηνικά μοντέλα που χρησιμοποιούνται στη σύγχρονη έρευνα των ημιλεπτονικών αλληλεπιδράσεων από την άποψη της πυρηνικής φυσικής, θα περιγράψουμε λεπτομερέστερα τη μέθοδο που υιοθετήσαμε στην παρούσα μελέτη για τον υπολογισμό των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα (βλέπε Κεφ. 6). Η μέθοδος αυτή είναι η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματάρια (Quasi-particle random phase approximation) η οποία χρησιμοποιεί ρεαλιστικές δυνάμεις.

3.2 Μοντέλο αερίου Fermi (Fermi gas model)

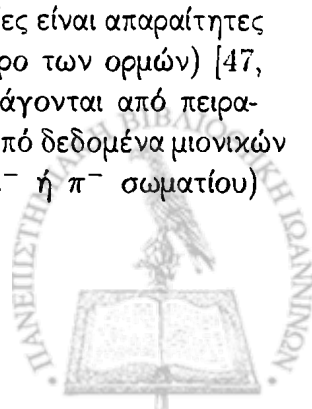
Το μοντέλο αυτό εστιάζει σε μονοσωματιδιακές ιδιότητες του πυρήνα θεωρώντας τον ως ένα αέριο μη αλληλεπιδρώντων φερμιονίων, τα νουκλεόνια, τα οποία έχουν καθορισμένες τοπικές πυκνότητες (διαφορετικές για πρωτόνια και νετρόνια) και οι οποίες δίνονται από τις εκφράσεις

$$\rho_n(r) = \frac{N}{A}\rho(r), \quad \rho_p(r) = \frac{Z}{A}\rho(r),$$

όπου $\rho(r)$ η ακτινική κατανομή μάζας του πυρήνα. Με βάση τις $\rho_n(r)$ και $\rho_p(r)$ προσδιορίζονται οι ορμές νετρονίου και πρωτονίου στο μοντέλο αερίου Fermi, p_{FN} και p_{FP} , από τις σχέσεις

$$p_{FN} = [3\pi^2\rho_n(r)]^{1/3}, \quad p_{FP} = [3\pi^2\rho_p(r)]^{1/3}$$

δηλαδή οι τοπικές πυκνότητες ορμής μοντέλου αερίου Fermi, οι οποίες είναι απαραίτητες παράμετροι του μοντέλου (οι υπολογισμοί γίνονται συχνά στο χώρο των ορμών) [47, 48]. Οι συνήθως χρησιμοποιούμενες κατανομές, $\rho(r)$, γενικά, εξάγονται από πειραματικά δεδομένα σκέδασης ηλεκτρονίου-πυρήνα [20, 49] καθώς και από δεδομένα μιονικών ή πιονικών ατόμων (άτομα στα οποία έχει γίνει σύλληψη ενός μ^- ή π^- σωματίου) [50, 51, 52].



Η χρήση του σχετικιστικού ή μη-σχετικιστικού μοντέλου αερίου Fermi για τους υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής (π.χ. σε αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα) [101] απαιτεί την επιλογή μιας μέσης ενεργού μεταφερόμενης ενέργειας (και ορμής) στον πυρήνα-στόχο. Αξιοπίστες εκτιμήσεις της ενεργού διατομής νετρίνου-πυρήνα με το μοντέλο αυτό, λαμβάνονται για ενέργειες εισερχομένου νετρίνου $E_\nu \geq 20 \text{ MeV}$ μέχρι μερικές εκατοντάδες MeV , περιοχή για την οποία ο ακριβής προσδιορισμός των τελικών πυρηνικών καταστάσεων δεν είναι αναγκαίος [55]. Αυτή η ενεργειακή περιοχή καλύπτει π.χ. τα ατμοσφαιρικά νετρίνα, τα μεγάλης ενέργειας υπερκαινοφανή νετρίνα, κ.λ.π.

Πρόσφατα, έχει αναπτυχθεί μια εκλέπτυνση του σχετικιστικού μοντέλου αερίου Fermi η οποία στηρίζεται στην προσέγγιση τοπικής πυκνότητας (local density approximation) και τη χρήση της συνάρτησης Lindhard. Η μέθοδος αυτή έχει δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα σε αντιδράσεις ν-πυρήνα, στην περιοχή ενεργειών $10 - 20 \lesssim E_\nu \lesssim 500 \text{ MeV}$, σε μια σειρά πυρήνων που καλύπτουν ολόκληρο τον περιοδικό πίνακα στοιχείων [53, 54, 55].

3.3 Πυρηνικό πρότυπο φλοιών

Το πυρηνικό πρότυπο φλοιών αναπτύχθηκε [103, 104], σύμφωνα με το πρότυπο φλοιών της ατομικής φυσικής και καθιερώθηκε από τις εργασίες των Mayer [103] και Haxel, Jensen και Suess [104]. Οι εν λόγω ερευνητές συμπεριέλαβαν την ισχυρή αλληλεπίδραση σπιν-τροχιάς, στο δυναμικό απλού σωματίου που χρησιμοποιούταν μέχρι τότε, τροποποίηση η οποία οδήγησε το μοντέλο σε εκπληκτικές επιτυχίες με τις προβλέψεις πολλών πυρηνικών ιδιοτήτων (μαγικοί αριθμοί, σπιν της βασικής κατάστασης περιττών πυρήνων, φάσματα πυρήνων κ.λ.π.). Από τότε και ύστερα οι προσπάθειες των ερευνητών, στράφηκαν στη θεωρητική βάση του μοντέλου, την επέκταση και εκλέπτυνσή του καθώς και τη χρήση ρεαλιστικότερων δυναμικών, με αποτέλεσμα να εφοδιαστεί με σωστότερες και περισσότερες προβλέψεις και τελικά να επιβληθεί στην έρευνα της πυρηνικής δομής (nuclear structure calculations).

Η βασική υπόθεση του μοντέλου των φλοιών είναι ότι, σε πρώτη προσέγγιση καθένα από τα νουκλεόνια, που αποτελούν τον πυρήνα, κινείται ανεξάρτητα, μέσα σ' ένα δυναμικό U_i , που παριστάνει τη μέση αλληλεπίδρασή του με τ' άλλα νουκλεόνια. Στην αποκαλούμενη ρεαλιστική περιγραφή ενός πυρήνα (με A νουκλεόνια), η ολική χαμιλτονιανή δίνεται από την έκφραση

$$H = \sum_{i=1}^A T_i + \sum_{i,j} V_{ij} \quad (3.1)$$

όπου T_i ο τελεστής κινητικής ενέργειας του i νουκλεονίου και V_{ij} η ισχυρή αλληλεπίδραση μεταξύ των νουκλεονίων i και j (ρεαλιστικό δυναμικό νουκλεονίου-νουκλεονίου). Η χαμιλτονιανή (3.1) τότε γράφεται επίσης σαν

$$H = H_0 + H' \quad (3.2)$$



με

$$H_0 = \sum_{i=1}^A (T_i + U_i(\mathbf{r}_i)) \quad (3.3)$$

$$H' = \sum_{i,j=1}^A V_{ij} - \sum_{i=1}^A U_i(\mathbf{r}_i) \quad (3.4)$$

Δηλαδή η H χωρίζεται στην αδιατάρακτη χαμιλτονιανή H_0 και τη γνωστή σαν λοιπή ή εναπομένουσα αλληλεπίδραση H' . Σε πρώτη προσέγγιση (Born approximation), θεωρούμε την H' αμελητέα (πολύ ασθενή), οπότε οι λύσεις της εξίσωσης Schrödinger, για την αδιατάρακτη χαμιλτονιανή H_0 , αποτελούν ένα πλήρες σύνολο κυματοσυναρτήσεων.

Η κατάσταση $|f\rangle$ ενός πυρήνα, περιγράφεται από μια ολικά αντισυμμετρική κυματοσυνάρτηση, που στην κανονικοποιημένη της μορφή είναι η ορίζουσα Slater

$$|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \psi_{a_1}(1) & \psi_{a_1}(2) & \dots & \psi_{a_1}(A) \\ \psi_{a_2}(1) & \psi_{a_2}(2) & \dots & \psi_{a_2}(A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \psi_{a_A}(1) & \psi_{a_A}(2) & \dots & \psi_{a_A}(A) \end{vmatrix} \quad (3.5)$$

όπου $\psi_a(i)$ παριστάνουν ένα πλήρες σύνολο κυματοσυναρτήσεων απλού σωματιδίου. Αν υποθέσουμε ότι το μέσο δυναμικό είναι σφαιρικά συμμετρικό μορφής αρμονικού ταλαντωτή, τότε οι $\psi_a(i)$ προκύπτουν από την λύση της εξίσωσης

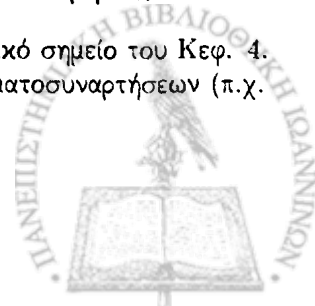
$$h_i |\psi_{a_i}\rangle = \epsilon_i |\psi_{a_i}\rangle, \quad h_i = T_i + \frac{m\omega^2}{2} r_i^2 \quad (3.6)$$

όπου ϵ_i παριστάνουν τις ιδιοτιμές της ενέργειας του μονοσωματιδιακού τελεστή h_i , ω είναι η συχνότητα του αρμονικού ταλαντωτή και m η μάζα του νουκλεονίου. Η πλήρης συναρτησιακή μορφή των μονοσωματιδιακών κυματοσυναρτήσεων $\psi_a(i)$, $a \equiv (n, l, s, t, m_l, m_s, m_t)$, δίνεται συναρτήσει των πολυωνύμων Laguerre στο Παράρτημα ΣΤ¹.

Με την εισαγωγή στη χαμιλτονιανή της Εξ. (3.6) δυναμικού σπιν-τροχιάς του τύπου: $U(r)\mathbf{s}_i \cdot \mathbf{l}_i$, όπου $U(r)$ αρνητική συνάρτηση της ακτινικής απόστασης (βλέπε παράγραφο 3.5 παρακάτω), αφ' ενός μεν η τροχιακή στροφορμή l και το σπιν s συζευγνύονται και δίνουν την ολική στροφορμή $j = l + s$ και αφ' ετέρου ο εκφυλισμός απομακρύνεται μερικώς, με τομή κάθε επιπέδου σε δυο ενεργειακά επίπεδα που αντιστοιχούν στις τιμές $j = l + 1/2$ (το χαμηλότερο) και $j = l - 1/2$ (το υψηλότερο). Έτσι η συμπλήρωση των καταστάσεων με νουκλεόνια γίνεται, όπως δείχνει π.χ. το Σχήμα 8.1 του βιβλίου των De Shalit - Feshbach [3] (σελίδα 214).

Ένα από τα μειονεκτήματα εφαρμογής του προτύπου φλοιών στη μελέτη αντιδράσεων, ιδιαίτερα εκείνων στις οποίες συμμετέχουν βαρείς και υπερβαρείς πυρήνες, είναι οι

¹ Η βάση κυματοσυναρτήσεων αρμονικού ταλαντωτή θα αποτελέσει κεντρικό σημείο του Κεφ. 4. Η σημασία της βάσης αυτής έγκειται στη δυνατότητα ανάπτυξης άλλων κυματοσυναρτήσεων (π.χ. Woods-Saxon, κ.λ.π.) στην παραπάνω βάση.



περιορισμοί που επιβάλλονται (από τις διαστάσεις πινάκων που απαιτούνται για διαγωνιοποίηση) στην επιλογή μεγάλου αριθμού ενεργών επιπέδων, μονοσωματιδιακών επιπέδων σθένους (χώρος μοντέλου). Τελευταία έχει αναπτυχθεί μια πολύ πλεονεκτική μορφή του μοντέλου αυτού η οποία χρησιμοποιεί χώρο μοντέλου ευρείας κλίμακας (Large Scale Shell Model) και χρησιμοποιείται για υπολογισμούς πυρηνικής δομής (nuclear structure calculations) [61]. Τέτοιες μελέτες διεξάγονται σε διάφορες διαδικασίες. Υπολογισμοί για αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα γίνονται από την ομάδα του εργαστηρίου GSI στο Darmstadt της Γερμανίας [93]. Τα αποτελέσματα αυτών των υπολογισμών είναι πολύ ικανοποιητικά ιδιαίτερα σε αντιδράσεις που σχετίζονται με την πυρηνοσύνθεση στην περιοχή του ^{56}Fe όπου τα νετρίνα παίζουν κυρίαρχο ρόλο (βλέπε Κεφ. 6).

3.4 Προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA)

Η μέθοδος RPA αναπτύχθηκε για υπολογισμούς πυρηνικής δομής συστημάτων των οποίων τα ενεργειακά φάσματα έχουν χαρακτήρα συλλογικό (collective excitations). Οι υπολογισμοί στηρίζονται σε μια ρεαλιστική Α-φερμιονική χαμιλτονιανή που περιέχει ένα διαγώνιο μονοσωματιδιακό τμήμα (τον μονοσωματιδιακό όρο μέσου πεδίου) και ένα μέρος εναπομένουσας δι-σωματιδιακής αλληλεπίδρασης που περιέχει αντισυμμετροποιημένα δι-σωματιδιακά στοιχεία πίνακα. Στην αναπαράσταση της δεύτερης κβάντωσης η χαμιλτονιανή αυτή γράφεται σαν

$$\hat{H} = \sum_{\alpha} \epsilon_{\alpha} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\alpha} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} c_{\alpha}^{\dagger} c_{\beta}^{\dagger} c_{\delta} c_{\gamma}, \quad (3.7)$$

όπου ϵ_{α} παριστάνουν τις μονοσωματιδικές ενέργειες. Οι δείκτες $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ σαράνουν τα μονοσωματιδιακά ενεργειακά επίπεδα. Συχνά στη μέθοδο RPA να χρησιμοποιούμε σαν μονοσωματιδιακές ενέργειες ϵ_{α} , εκείνες του δυναμικού Woods-Saxon (WS) διορθωμένες κατά Coulomb, με διάφορες παραμετροποιήσεις [6] (βλέπε παράγραφο 3.5).

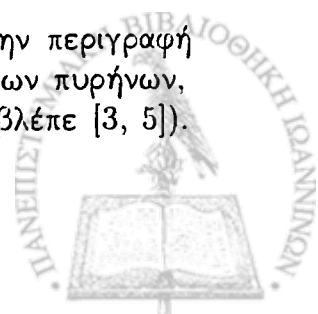
Στην παρούσα εργασία, στην Εξ. (3.7) χρησιμοποιούμε την σύμβαση όπου στους τελεστές δημιουργίας, c_{α}^{\dagger} , και καταστροφής, c_{α} , οι ελληνικοί δείκτες δηλώνουν (στη βάση αρμονικού ταλαντωτή) όλους τους μονοσωματιδιακούς κβαντικούς αριθμούς, δηλαδή $\alpha = \{a, m_a\}$, και οι λατινικοί δείκτες, όταν χρησιμοποιούνται, δηλώνουν όλους τους κβαντικούς αριθμούς εκτός από τον μαγνητικό, δηλαδή $a = \{n_a, l_a, j_a\}$.

Το αντισυμμετροποιημένο στοιχείο πίνακα της δι-σωματιδιακής αλληλεπίδρασης στην Εξ. (3.7), ορίζεται ως

$$\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} = \langle \alpha\beta | V | \gamma\delta \rangle - \langle \alpha\beta | V | \delta\gamma \rangle, \quad (3.8)$$

όπου V παριστάνει την εναπομένουσα αλληλεπίδραση.

Στη συνήθη της μορφή η προσέγγιση RPA χρησιμοποιείται για την περιγραφή καταστάσεων σε άρτιους-άρτιους πυρήνες. Ως βασική κατάσταση τέτοιων πυρήνων, χρησιμοποιείται μια BCS ή Hartree-Fock-Bogolubov κατάσταση, κλπ (βλέπε [3, 5]).



Στην παρούσα εργασία υιοθετείται η BCS θεμελιώδης κατάσταση η οποία προσδιορίζεται ξεκινώντας από την κατάσταση $|core\rangle$ (αυτή μπορεί να είναι της μορφής Εξ. (3.5) ή μια κατάσταση-κενού Hartee-Fock) με βάσει τον ορισμό:

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k c_k^\dagger c_{\bar{k}}^\dagger) |core\rangle \quad (3.9)$$

όπου τα u_k, v_k είναι μεταβλητές παράμετροι, οι οποίες παριστάνουν το πλάτος πιθανότητας και τα v_k^2, u_k^2 είναι οι πιθανότητες κατάληψης ή μή, ενός ζεύγους συζυγών καταστάσεων (k, \bar{k}) . Σε μια σφαιρική βάση, π.χ. αρμονικού ταλαντωτή είναι:

$$|k\rangle = |nljm\rangle, \quad |\bar{k}\rangle = |nlj - m\rangle, \quad m > 0 \quad (3.10)$$

Η κανονικοποίηση της Εξ. (3.9) για κάθε μονοσωματιδιακή κατάσταση δίνει την εξίσωση

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1. \quad (3.11)$$

Δεδομένου ότι η BCS κυματοσυνάρτηση είναι καθορισμένη κατά ένα παράγοντα φάσης, είναι πάντα δυνατό να επιλέξουμε τους συντελεστές u_k, v_k πραγματικούς και θετικούς.

Αν για ένα πολυσωματιδιακό σύστημα γράψουμε τη χαμιλτονιανή (3.7) σε μορφή που να λαμβάνει υπόψη τη σύμβαση (3.10), δηλαδή σαν

$$\hat{H} = \sum_{k_1 k_2 \leq 0} t_{k_1 k_2} c_{k_1}^\dagger c_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1 k_2 k_3 k_4 \leq 0} \bar{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} c_{k_1}^\dagger c_{k_2}^\dagger c_{k_3} c_{k_4}, \quad (3.12)$$

τότε οι παράμετροι u και v μπορούν να προσδιοριστούν από την μεταβολή της ενέργειας $E = \langle BCS | \hat{H} | BCS \rangle$ [5]. Η ενέργεια της βασικής κατάστασης προσδιορίζεται τότε με ελαχιστοποίηση της αναμενόμενης τιμής (της ολικής χαμιλτονιανής του συστήματος Εξ. (3.7)), υπό την προϋπόθεση να ικανοποιείται η συνθήκη,

$$\langle BCS | \hat{N} | BCS \rangle = 2 \sum_{k>0} v_k^2 = N \text{ (ή } Z \text{)}. \quad (3.13)$$

δηλαδή η μέση τιμή του σωματιδιακού τελεστή \hat{N} να έχει την επιθυμητή τιμή των πρωτονίων Z και των νετρονίων N , αντίστοιχα.

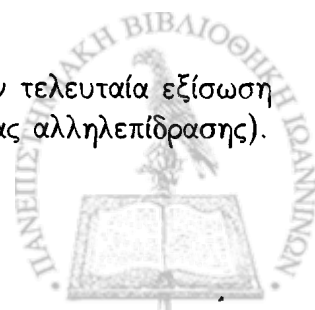
Τα παραπάνω επιχειρήματα οδηγούν στις γνωστές εξισώσεις BCS

$$2\bar{\epsilon}_k u_k v_k + \Delta_k (v_k^2 - u_k^2) = 0, \quad k > 0, \quad (3.14)$$

όπου $\bar{\epsilon}_k$ η BCS ενέργεια του k -επιπέδου που δίνεται από την έκφραση

$$\bar{\epsilon}_k = \frac{1}{2} \left(t_{kk} + t_{\bar{k}\bar{k}} + \sum_{k' \geq 0} (\bar{v}_{kk'kk'} + \bar{v}_{\bar{k}\bar{k}'\bar{k}\bar{k}'}) v_{k'}^2 \right) - \lambda \quad (3.15)$$

όπου λ = παράμετρος χημικού δυναμικού (ενέργεια Fermi). Στην τελευταία εξίσωση περιλαμβάνεται και η ενέργεια ζεύγους (τμήμα της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης).



Το κύριο χαρακτηριστικό των τελευταίων δυνάμεων είναι ότι δύο σωματία του j -ενεργειακού επιπέδου (j^2 - configuration), είναι ισχυρά δέσμια όταν συζευγνύονται σε $J = 0$ και είναι ασθενώς δέσμια σε άλλες περιπτώσεις. Οι Δ_k , παράμετρος χάσματος (gap parameters) της Εξ. (3.14), οι οποίες για πραγματικά στοιχεία πίνακα δίνονται από την

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{kk'k'} u'_k v'_k. \quad (3.16)$$

Για καθορισμένες τιμές $\bar{\epsilon}_k$ και Δ_k , οι Εξ. (3.11) και (3.14) οδηγούν σε εξισώσεις δεύτερου βαθμού για τα u_k^2 και v_k^2 , και οι μόνες δυνατές λύσεις τις

$$\begin{aligned} v_k^2 &= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\bar{\epsilon}_k}{\sqrt{\bar{\epsilon}_k^2 + \Delta_k^2}} \right], \\ u_k^2 &= \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\bar{\epsilon}_k}{\sqrt{\bar{\epsilon}_k^2 + \Delta_k^2}} \right]. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Το σύνολο των εξισώσεων (3.15), (3.16) και (3.17), οι οποίες (λέγονται BCS εξισώσεις) λύνονται με επαναληπτικές μεθόδους.

Με τον ανωτέρω τρόπο, στην προσέγγιση BCS εισάγονται οι πολύ σημαντικές δυνάμεις ζεύγους μεταξύ ομοίων σωματιδίων (δύο πρωτονίων, p , ή δύο νετρονίων, n), μέσω της προσαρμογής των παραμέτρων χάσματος για πρωτόνια, Δ_p και νετρόνια Δ_n . Οι αντίστοιχες ενέργειες δίνονται από τη σχέση

$$E_\tau = \sqrt{(\epsilon_\tau - \lambda_\tau)^2 + \Delta_\tau^2}, \quad \tau = p, n \quad (3.18)$$

όπου ϵ_τ είναι οι ενέργειες ενός σωματίου (στην παρούσα εργασία υπολογίζονται από ένα δυναμικό Woods-Saxon) και λ_τ παριστάνει την ενέργεια Fermi του σωματίου $\tau = p, n$.

Στην Εξ. (3.15) τα μονοπολικά στοιχεία πίνακα $\bar{v}_{kk'kk'}$ παίρνονται από τη δι-σωματιδιακή αλληλεπίδραση και στη συνέχεια ανακανονικοποιούνται από τις παραμέτρους έντασης της δυνάμεως ζεύγους, g_{proir}^p, g_{pair}^n , (χωριστά για πρωτόνια και νετρόνια). Οι τιμές μπορούν να προσδιοριστούν [67] από τη σύγκριση με τα ημιεμπειρικά χάσματα (gaps) ζεύγους που λαμβάνονται από τις ενέργειες διαχωρισμού πρωτονίου και νετρονίου (βλέπε παρακάτω Παράγρ. 3.5).

Στη μέθοδο RPA μια διεγερμένη κατάσταση δημιουργείται δρώντας στη βασική RPA-κατάσταση με τον τελεστή (RPA φωνόνιο)

$$\hat{Q}_{J_m}^\dagger = \sum_{a,b} (X_{ab}^{J_m} c_b^\dagger c_a + Y_{ab}^{J_m} c_b c_a^\dagger), \quad (3.19)$$

όπου X το πλάτος σκέδασης προς τα εμπρός (forward scattering amplitude) και Y το πλάτος σκέδασης προς τα πίσω (backward scattering amplitude). Η βασική RPA κατάσταση είναι τότε λύση της εξίσωσης

$$\hat{Q}|0\rangle_{RPA} = 0$$



Μετά τα παραπάνω, το φάσμα ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα κατασκευάζεται με διαγωνιοποίηση ενός RPA πίνακα για κάθε τιμή της στροφορμής και ομοτιμίας J^π του φωνονίου Εξ. (3.19). Το αντίστοιχο πρόβλημα ιδιοτιμής περιέχει τους γνωστούς υποπίνακες A και B [105] οι οποίοι είναι αντίστοιχοι εκείνων της QRPA που συζητούνται παρακάτω (βλέπε παράγραφο 3.5).

Στους A και B πίνακες, υπάρχουν δύο είδη δισωματιδιακών στοιχείων πίνακα (πολυπολικότητας J^π), τα οποία χαρακτηρίζονται ως στοιχεία πίνακα σωματίου-σωματίου (particle-particle) και σωματίου-οπής (particle-hole) της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης. Ως τέτοια χρησιμοποιούνται G -τύπου στοιχεία πίνακα δύο σωμάτων τα οποία ανακανονικοποιούνται για το συγκεκριμένο πυρηνικό σύστημα με δύο φαινομενολογικές σταθερές, g_{pp} (για το κανάλι particle-particle) και g_{ph} (για το κανάλι particle-hole) [70].

Συνήθως, στους υπολογισμούς πυρηνικής δομής η τιμή που χρησιμοποιείται για όλες τις πολυπολικότητες (πολυπολικές διεγέρσεις) είναι $g_{pp} \approx 1.0$, επειδή η επίδρασή της στις χαμηλά κείμενες διεγερμένες καταστάσεις είναι γενικά μικρή, οφειλόμενη στον χαρακτήρα σωματίου-οπής αυτών των καταστάσεων. Αντίθετα, η παράμετρος g_{ph} επιδρά ισχυρά στις ενέργειες διεγερμένων καταστάσεων. Η τιμή του g_{ph} μπορεί να προσδιοριστεί από την πειραματική τιμή της ενέργειας της πρώτης J^π κατάστασης. Επίσης, ένας άλλος τρόπος είναι να προσδιοριστεί από την ενεργειακή θέση του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού [135]. Σε πολλές περιπτώσεις και οι δύο παράμετροι g_{pp} και g_{ph} , προσδιορίζονται ξεχωριστά για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων (βλέπε Κεφ. 6) [64, 125].

Τα τελευταία χρόνια έχουν αναπτυχθεί διάφορες παραλλαγές της μεθόδου RPA με περισσότερα πλεονεκτήματα από την απλή RPA. Τέτοιες παραλλαγές είναι α) η σχετικιστική RPA, β) η RPA του συνεχούς (CRPA) [95, 97, 98, 96, 100, 122], με δύο κυρίως επί μέρους μεθόδους: (i) Εκείνη κατά την οποία οι CRPA εξισώσεις λύνονται χρησιμοποιώντας την προσέγγιση συναρτήσεων Green [96]. Η μέθοδος αυτή έχει εφαρμοστεί σε πολλές αντιδράσεις [95] ενώ για αντιδράσεις n -πυρήνα χρησιμοποιήθηκε πρόσφατα από διάφορους ερευνητές [96]. (ii) Εκείνη κατά την οποία οι CRPA εξισώσεις επιλύονται χρησιμοποιώντας τεχνικές ανάλυσης Fourier-Bessel (εφαρμόστηκε κυρίως σε αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων [97, 98], ενώ πρόσφατα επεκτάθηκε και στη μελέτη αντιδράσεων φορτισμένου ρεύματος κατά τις οποίες απελευθερώνεται σωματίο, όπως n , p κ.λ.π.). γ) η RPA με ημισωματία, κ.λ.π. Η τελευταία μέθοδος θα συζητηθεί αναλυτικότερα στην επόμενη παράγραφο.

3.5 Η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA)

Όπως αναφέραμε στο Κεφ. 1, ένας από τους κύριους στόχους μας είναι ο υπολογισμός της διαφορικής ενεργού διατομής σκέδασης νετρίνου-πυρήνα, σε πυρήνες άρτιου-άρτιου. Μια κατάλληλη με πολλά πλεονεκτήματα γι' αυτό το σκοπό μέθοδος είναι και η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA) [64, 125]. Στη μέθοδο αυτή η αδιατάρακτη χαμιλτονιανή H_0 της Εξ. (3.2) [η οποία εκφράζει την υπόθεση ότι τα



νοκλεόνια κινούνται στο δυναμικό ενός μέσου κεντρικού πεδίου $U(r)$], περιγράφεται από το πεδίο $U(r)$ που δίνεται από την έκφραση

$$U(r) = U_c(r) + U_{so}(r) + U_{coul}(r). \quad (3.20)$$

Για τις ανάγκες της παρούσας μελέτης, στην Εξ. (3.20) το κεντρικό μέρος $U_c(r)$ είναι ένα δυναμικό Woods-Saxon,

$$U_c(r) = \frac{V_0}{1 + e^{(r-R)/\alpha}}, \quad (3.21)$$

$U_{so}(r)$ είναι το δυναμικό αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς

$$U_{so}(r) = \left(\frac{\hbar}{m_n c^2} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{V_s}{1 + e^{(r-R_s)/\alpha_s}} \right) \mathbf{l} \cdot \mathbf{s}, \quad (3.22)$$

και $U_{coul}(r)$ είναι το δυναμικό Coulomb που παράγεται από μια ομογενώς φορτισμένη σφαίρα ακτίνας R_c που δίνεται από την εξίσωση

$$U_{coul} = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{2R_0} \left[3 - \left(\frac{r}{R_c} \right) \right], & \text{για } r \leq R_c \\ \frac{(Z-1)e^2}{2r}, & \text{για } r > R_c \end{cases} \quad (3.23)$$

Οι τιμές των παραμέτρων V_0, V_s, R_s, R_0, R που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς μας είναι οι ίδιες για όλες τις κυματοσυναρτήσεις του πυρηνικού φάσματος. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε τη γνωστή Bohr-Mottelson [6] παραμετροποίηση ενώ ο κώδικάς μας διαθέτει επίσης την παραμετροποίηση Bertch [65]). Επίσης, για υπερβαρείς πυρήνες υπάρχει η δυνατότητα παραμετροποίησης Tanaka [66].

Στην QRPA που χρησιμοποιούμε, η προσεγγιστική θεμελιώδης κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα λαμβάνεται με την επίλυση των BCS εξισώσεων, όπου τα πλάτη πιθανότητας κατάληψης u_μ και v_μ (και οι ημισωματιδιακές ενέργειες), λαμβάνονται από τους μετασχηματισμούς Bogoliubov-Valatin (BV) για ημισωματίδια.

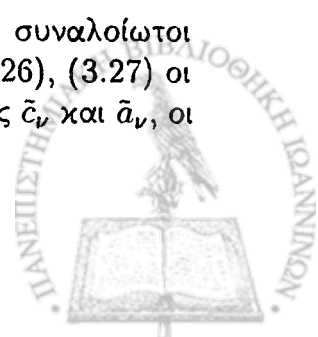
$$c_\mu^\dagger = u_\mu a_\mu^\dagger + v_\mu \tilde{a}_\mu, \quad c_\mu = u_\mu \tilde{a}_\mu^\dagger - v_\mu a_\mu \quad (3.24)$$

$$a_\mu^\dagger = u_\mu c_\mu^\dagger - v_\mu \tilde{c}_\mu, \quad \tilde{a}_\mu^\dagger = u_\mu \tilde{c}_\mu^\dagger + v_\mu c_\mu, \quad (3.25)$$

όπου c^\dagger και c είναι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής για σημειακά σωματίδια, αντίστοιχα, και a^\dagger και a είναι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής για ημι-σωμάτια. Επίσης,

$$\tilde{c}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} c_{J_\nu - m_\nu}, \quad \tilde{a}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} a_{J_\nu - m_\nu}$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τελεστές $c_\nu^\dagger, a_\nu^\dagger$ μετασχηματίζονται σαν συναλοίωτοι ενώ οι c_ν, a_ν σαν ανταλοίωτοι. Έτσι, όπως φαίνεται και από τις Εξ. (3.26), (3.27) οι τελεστές $c_\nu^\dagger, a_\nu^\dagger$ συζευγνύονται με τους χρονικά «κατοπτρικούς» τελεστές \tilde{c}_ν και \tilde{a}_ν , οι οποίοι μετασχηματίζονται σαν συναλοίωτοι ταυυστές.



Οι μετασχηματισμοί Bogoliubov-Valatin που καθορίζουν την αναπαράσταση των ημισωματίων γράφονται σε μορφή πινάκων σαν

$$\begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & v_\tau \\ -v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

οι οποίοι (σαν ορθογώνιοι) αντιστρέφονται

$$\begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & -v_\tau \\ v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Μετά την εισαγωγή του BV μετασχηματισμού, η χαμιλτονιανή (3.7) μπορεί να γραφεί στην ημισωματιδιακή αναπαράσταση ως

$$H = \sum_{\alpha} E_{\alpha} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} + H_{22} + H_{40} + H_{04} + H_{31} + H_{13}, \quad (3.28)$$

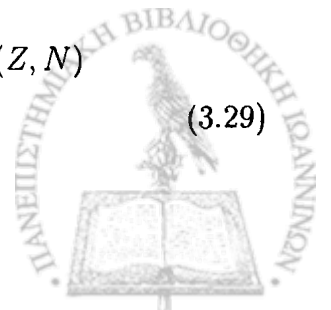
όπου E_{α} είναι οι ημισωματιδιακές ενέργειες και οι άλλοι όροι αποτελούν την αναπαράσταση της εναπομένουσα αλληλεπίδρασης (χαμιλτονιανής). Οι δείκτες H_{ij} χαρακτηρίζουν τον αριθμό των ημισωματιδιακών τελεστών δημιουργίας (πρώτος δείκτης) και καταστροφής (δεύτερος δείκτης) τους οποίους περιέχει κάθε όρος [5, 67].

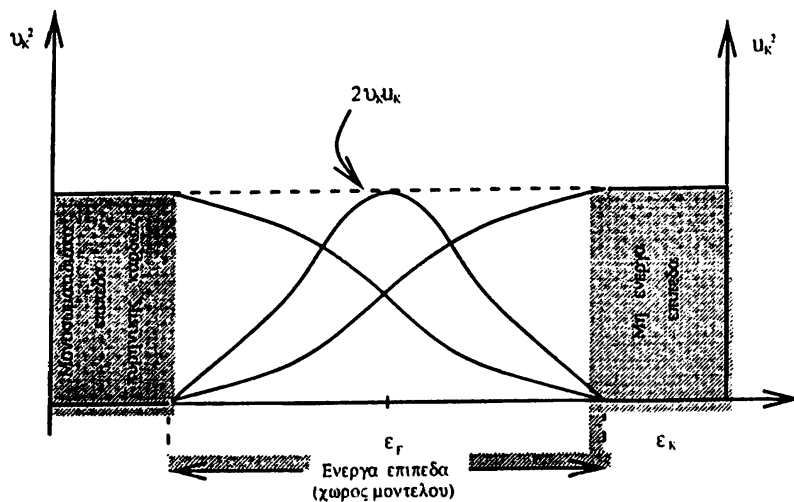
Χρησιμοποιώντας τους γραμμικούς μετασχηματισμούς Bogoliubov κατορθώνουμε να αναπαριστούμε τη βασική κατάσταση ενός πυρήνα με σωματία αλληλεπιδρώντα ανά ζεύγη, με μια στην οποία τα ημισωματία δεν αλληλεπιδρούν (εικόνα αερίου Fermi). Το τελευταίο χαρακτηριστικό είναι πολύ πρακτικό σε πολλές περιπτώσεις. Τα ημισωματία Bogoliubov είναι ένας νέος τύπος φερμιονίων, γενικευμένα φερμιόνια [αποκαλούνται και υβριδικά σωματία, επειδή είναι μερικώς σωματία, με πιθανότητα u και μερικώς σπές, με πιθανότητα v , όπως φαίνεται στην Εξ. (3.25)]. Το Σχήμα 3.1 δείχνει την κατανομή των ημισωματίων πάνω στα ενεργειακά (ενεργά και αδρανή) επίπεδα ενός χώρου μοντέλου. Στη θεωρία των δυνάμεων ζεύγους τα ημισωματία κινούνται ανεξάρτητα μέσα στο πεδίο του πυρηνικού συστήματος, το οποίο, με τον τρόπο αυτό, έχει ένα επιπλέον πεδίο (εκτός του κεντρικού πεδίου) το πεδίο ζεύγους, το οποίο δημιουργείται από τις ελκτικές δυνάμεις μικρής εμβέλειας (short-range forces).

Πριν προχωρήσουμε στη συζήτηση της ειδικής μορφής της QRPA που θα χρησιμοποιήσουμε για αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος, θεωρούμε σκόπιμο να αναφέρουμε ότι, η λοιπή ή εναπομένουσα αλληλεπίδραση H' στην παρούσα μελέτη λαμβάνεται υπόψη (ανακανονικοποιείται) στις εξής δύο φάσεις:

(i) Κατά τη λύση των εξισώσεων BCS μέσω της αλληλεπίδρασης ζεύγους νουκλεονίων. Η αλληλεπίδραση ζεύγους για την βασική κατάσταση υπολογίζεται αρχικά με δυναμικό Bonn-C για συνδυασμούς του τύπου [$j^2; J = 0$] και στη συνέχεια κανονικοποιείται στο συγκεκριμένο πυρηνικό σύστημα με προσδιορισμό δύο παραμέτρων, μιας για πρωτονικά ζεύγη, g_{pair}^p και μιας για νετρονικά ζεύγη g_{pair}^n , έτσι ώστε να αναπαράγονται τα ενεργειακά χάσματα που περιγράφονται από τις παρακάτω εμπειρικές σχέσεις:

$$\begin{aligned} \Delta_p^{emp} &= \frac{1}{8} [M(Z+2, N) - 4M(Z+1, N) + 6M(Z, N) \\ &\quad - 4M(Z-1, N) + M(Z-2, N)] \end{aligned} \quad (3.29)$$





Σχήμα 3.1:

$$\Delta_n^{emp} = \frac{1}{8} [M(Z, N + 2) - 4M(Z, N + 1) + 6M(Z, N) - 4M(Z, N - 1) + M(Z, N - 2)]. \quad (3.30)$$

Εφαρμόζοντας τον BCS υπολογισμό σ' αυτή τη βάση και συγκρίνοντας το προκύπτον ημισωματιδιακό φάσμα με το χαμηλοενεργειακό φάσμα των γειτονικών πυρήνων με περιττούς αριθμούς πρωτονίων και νετρονίων, παίρνουμε πληροφορία περί της ισχύος της Woods-Saxon παραμετροποίησης του μέσου πεδίου. Δηλαδή, η ενέργεια των χαμηλότερα κείμενων μονο-ημισωματιδιακών καταστάσεων, σε σχέση με τη βασική, μεταβάλλονται κάνοντας ελαφρές αλλαγές στις WS μονοσωματιδιακές ενέργειες.

(ii) Κατά τη λύση των εξισώσεων QRPA (κατασκευή πινάκων A , B και εύρεση των διεγερμένων καταστάσεων), με τη βοήθεια των παραμέτρων g_{ph} για το κανάλι σωματίου-οπής και g_{pp} για το κανάλι σωματίου-σωματίου. Με τις παραπάνω παραμέτρους γίνεται ανακανονικοποίηση της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης του δυναμικού Bonn-C στον υπό μελέτη πυρήνα, όπως και στην απλή RPA. Όπως δείχνεται στο ειδικό εδάφιο του Κεφαλαίου 6, οι παράμετροι g_{ph} και g_{pp} παίρνουν διαφορετικές τιμές για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων και προσδιορίζονται (στην παρούσα εργασία) με προσαρμογή του θεωρητικού φάσματος στο πειραματικό ενεργειακό φάσμα χαμηλής ενέργειας (μέχρι $5MeV$).

Για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα η κατάλληλη QRPA είναι του τύπου $pp - nn$ (συζητείται αναλυτικότερα παρακάτω), ενώ για αντιδράσεις μεταβολής φορτίου χρησιμοποιείται η QRPA τύπου $p - n$ ή $n - p$ (θα χρησιμοποιηθεί σε μελλοντικούς υπολογισμούς).

3.5.1 Η QRPA για αντιδράσεις διατήρησης φορτίου στον πυρήνα-στόχο (pp - nn QRPA)

Οι αντιδράσεις που θα μελετήσουμε συστηματικά στο Κεφ. 6 είναι ουδετέρων ρευμάτων οπότε η κατάλληλη μορφή της QRPA είναι η pp - nn QRPA. Ο τελεστής φωνονίου $\hat{Q}_{JM}^{m\dagger}$



στην pp-nn QRPA, στην αναπαράσταση της συζευγμένης στροφορμής, γράφεται

$$\hat{Q}_{J^\pi M}^{m\dagger} = \sum_{\substack{k \leq l \\ \tau}} \left[X_\tau^m(kl, J) A_\tau^\dagger(kl, JM) + Y_\tau^m(kl, J) \tilde{A}_\tau(kl, JM) \right] \quad (3.31)$$

Αυτό σημαίνει ότι στην QRPA η $m^{\chi\eta}$ διεγερμένη κατάσταση με ολική στροφορμή J , προβολή M και ομοτιμία π , $|J_m^\pi M\rangle$, δημιουργείται δρώντας με τον τελεστή φωνονίου (3.31) στο QRPA κενό $|0\rangle_{QRPA}$ ως

$$|J_m^\pi M\rangle = Q_{J^\pi M}^{m\dagger} |0\rangle_{QRPA}. \quad (3.32)$$

Οι δι-φερμιονικοί τελεστές στην αναπαράσταση της συζευγμένης στροφορμής A^\dagger , A , γράφονται [64]²

$$A_\tau^\dagger(kl, JM) \equiv (1 + \delta_{kl})^{-\frac{1}{2}} \left[a_{\tau k}^\dagger a_{\tau l}^\dagger \right]_M^J \quad (3.33)$$

$$\tilde{A}_\tau(kl, JM) = (-1)^{J-M} A_\tau(kl, J-M) \quad (3.34)$$

όπου

$$\left[a_{\tau k}^\dagger a_{\tau l}^\dagger \right]_M^J = \sum_{m_k, m_l} \langle j_k m_k j_l m_l | JM \rangle a_{\tau k m_k}^\dagger a_{\tau l m_l}^\dagger. \quad (3.35)$$

a^\dagger και a είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής ημισωματιδίου της Εξ. (3.25). Οι τελεστές A^\dagger , \tilde{A} υπακούουν τις μποζονικές σχέσεις μετάθεσης στη συσχετισμένη RPA θεμελιώδη κατάσταση. Η συνήθης QRPA χρησιμοποιεί την ημι-μποζονική προσέγγιση (quasi-boson approximation) στην οποία τα φερμιονικά ζεύγη τα χειρίζομαστε σαν μποζόνια. Αυτή την προσέγγιση θα χρησιμοποιήσουμε στους υπολογισμούς της παρούσας εργασίας. Στην επόμενη φάση θα χρησιμοποιήσουμε την ανακανονικοποιημένη QRPA, η οποία λαμβάνει υπόψη της τον φερμιονικό χαρακτήρα των ημισωματίων (βλέπε παρακάτω). Σημειώνουμε ότι ο κώδικάς μας έχει αυτή τη δυνατότητα. Επίσης, οι αποκαλούμενοι τελεστές σκέδασης (περιέχουν ζεύγη τελεστών ημισωματίων της μορφής $a^\dagger a$ και aa^\dagger) θεωρούνται αμελητέοι. Η υπόθεση αυτή (γνωστή σαν προσέγγιση ημι-μποζονίων, Quasi Boson Approximation), είναι μια αρκετά αξιόπιστη προσέγγιση για συσχετισμένες θεμελιώδεις καταστάσεις που δεν διαφέρουν πολύ από τις μη συσχετισμένες.

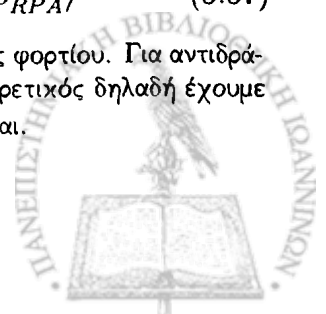
Το πρόβλημα των ιδιοτιμών, δηλαδή οι QRPA εξισώσεις διατήρησης φορτίου, γράφεται

$$\begin{pmatrix} A & B \\ -B & -A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^m \\ Y^m \end{pmatrix} = \Omega_{J^\pi}^m \begin{pmatrix} X^m \\ Y^m \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

όπου $\Omega_{J^\pi}^m$ είναι η ενέργεια διέγερσης της πυρηνικής κατάστασης $|J_m^\pi\rangle$. Οι QRPA πίνακες A και B , ορίζονται, μέσω των παρακάτω πυρηνικών στοιχείων πίνακα, στην RPA θεμελιώδη κατάσταση

$$A_J(\tau kl; \tau' k' l') = \langle 0_{RPA}^+ | [A_\tau(kl, JM), [\hat{H}, A_{\tau'}^\dagger(k' l', JM)]] | 0_{RPA}^+ \rangle \quad (3.37)$$

²Οι ορισμοί των Εξν. (3.33) και (3.34) ισχύουν για αντιδράσεις διατήρησης φορτίου. Για αντιδράσεις μεταβολής φορτίου στις εξισώσεις αυτές ο ισοσπίν δείκτης τ είναι διαφορετικός δηλαδή έχουμε $a_{\tau k}^\dagger a_{\tau' k}$, οπότε ο παράγοντας με τη δ -συνάρτηση είναι μονάδα και παραλείπεται.



$$B_J(\tau kl; \tau' k'l') = \langle 0_{RPA}^+ | [A_\tau(kl, JM), [A_{\tau'}(k'l', JM), \hat{H}]] | 0_{RPA}^+ \rangle \quad (3.38)$$

Η θεμελιώδης κατάσταση $|0\rangle$ της Εξ. (3.32) δεν περιέχει συσχετίσεις νουκλεονίου-νουκλεονίου. Η αντίστοιχη θεμελιώδης κατάσταση που περιέχει συσχετίσεις δύο νουκλεονίων, $|\tilde{0}\rangle_{QRPA}$, κατασκευάζεται με βάση το θεώρημα Thouless από τη σχέση [64]

$$|\tilde{0}\rangle = N_0 e^{S^\dagger} |0\rangle. \quad (3.39)$$

Ο τελεστής S^\dagger προσδιορίζεται από τους ημισωματιδιακούς τελεστές A^\dagger, A μέσω του πίνακα συσχετίσεων C ως

$$S^\dagger = \frac{1}{2} \sum_{\substack{a,b,\tau \\ \lambda,\mu}} \frac{1}{\lambda} C_{ab}^{(\lambda,\tau)} A_\tau^\dagger(a, \lambda\mu) A_\tau^\dagger(b, \lambda\mu) \quad (3.40)$$

όπου $a \equiv (kl), b \equiv (k'l')$ σαρώνουν πάνω σ' όλους τους σχηματισμούς configurations που συζευγύονται στην στροφορμή λ . Ο πίνακας C δίνεται από [64]

$$C_{ab}^{(\lambda,\tau)} = \left\{ Y_\tau^\lambda [X_\tau^\lambda]^{-1} \right\}_{ab}. \quad (3.41)$$

Ο παραπάνω τρόπος κατασκευής της QRPA θεμελιώδους κατάστασης διατηρεί μόνο γραμμικούς όρους του πίνακα C κατά την ανάπτυξη της Εξ. (3.39) και συνεπώς έχουμε να υπολογίσουμε μόνο δι-φερμιονικούς τελεστές που δρουν στη θεμελιώδη κατάσταση. Κάτω από αυτές τις συνθήκες ο παράγοντας κανονικοποίησης που υπεισέρχεται στην Εξ. (3.39) γράφεται

$$N_0 = [1 + \langle 0 | [S, S^\dagger] | 0 \rangle]^{-1/2} = [1 + |C|^2]^{-1/2} \quad (3.42)$$

[127].

Τελευταία έχει αναπτυχθεί μια εκλέπτυνση της συνήθους QRPA, γνωστή σαν ανακανονικοποιημένη QRPA ή σε συντομογραφία RQRPA (Renormalized QRPA), η οποία παίρνει υπόψη τις ακριβείς σχέσεις μετάθεσης του φερμιονικού ζεύγους των τελεστών c^\dagger, c στην αναμενόμενη τιμή της RPA θεμελιώδους κατάστασης (δηλαδή δεν χρησιμοποιεί την προσέγγιση ημι-μποζονίων, Quasi Boson Approximation). Έτσι περιλαμβάνει σε καλή προσέγγιση την απαγορευτική αρχή Pauli, η οποία βλέπει τον φερμιονικό χαρακτήρα των ημισωματιδίων. Υπολογισμοί αυτού του τύπου θα γίνουν στο μέλλον.

3.6 Μικροσκοπικό μοντέλο ημισωματίου-φωνονίου (MQPM)

Για την κατασκευή κυματοσυναρτήσεων σε σφαιρικούς πυρήνες περιττού μαζικού αριθμού, μια κατάλληλη εκλέπτυνση της QRPA είναι το μοντέλο ημισωματιδίων-φωνονίων



(quasiparticle-phonon model, QPM) [68, 73, 74]. Στο μοντέλο αυτό οι κυματοσυναρτήσεις εκφράζονται με τη μορφή γραμμικού συνδυασμού μιας βάσης ημι-σωματίων και φωνονίων τα οποία ορίζονται ως λύσεις της προσέγγισης τυχαίας φάσης ημισωματιδίων [125]. Ο στόχος του μοντέλου είναι να καταστεί δυνατή η περιγραφή διεγέρσεων μονοσωματιδιακού τύπου με την συνεργασία μεταξύ συλλογικών και μονοσωματιδιακών βαθμών ελευθερίας των χαμηλά διεγερμένων καταστάσεων.

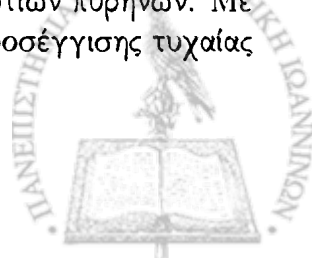
Για να υπολογίσουμε το φάσμα των απαραίτητων διεγερμένων καταστάσεων, η ενεργός χαμιλτονιανή του μελετούμενου πυρηνικού συστήματος πρέπει να μετασχηματιστεί με τέτοιο τρόπο, ώστε, αντί των νουκλεονικών βαθμών ελευθερίας, όλοι οι αλλοί απλοί τρόποι διέγερσης να υπάρχουν, δηλαδή τα ημισωματίδια και φωνόνια Bogolubov (γί αυτό το μοντέλο καλείται μοντέλο ημισωματιδίων-φωνονίων). Η απαιτούμενη διαδικασία γί αυτούς τους μετασχηματισμούς περιγράφεται με λεπτομέρεια στις αναφορές [68, 73, 74].

Για την κατασκευή πυρηνικών κυματοσυναρτήσεων που περιγράφουν πυρηνικές καταστάσεις για πυρήνες με περιττό μαζικό αριθμό A (περιττοί-άρτιοι και άρτιοι-περιττοί πυρήνες), η πυρηνική χαμιλτονιανή γράφεται, σε ισότιμη βάση, σαν άθροισμα τριών όρων: όρος ημισωματίου, όρος φωνονίου και όρος αλληλεπίδρασης ημισωματίου-φωνονίου. Αυτό είναι δυνατό αρχίζοντας από μια μικροσκοπική χαμιλτονιανή με δι-σωματιακά στοιχεία πίνακα που παράγονται από ενεργά στοιχεία πίνακα τέτοια όπως ένας G -πίνακας. Αυτή η μέθοδος μας καθιστά ικανούς να παράγουμε μ' ένα συστηματικό τρόπο αμφότερες την δι-σωματιδιακή αλληλεπίδραση πρωτονίου-νετρονίου και την πρωτονίου-πρωτονίου και νετρονίου-νετρονίου αλληλεπίδραση. Αυτά τα μέρη της αλληλεπίδρασης σχετίζονται με τα H_{31} και H_{22} κομμάτια της ημισωματιδιακής αναπαράστασης της πυρηνικής χαμιλτονιανής Εξ. (3.28). Το H_{22} μέρος αντιμετωπίζεται στα πλαίσια της BCS και QRPA και οδηγεί στον ορισμό των ημισωματιδίων και του φάσματος διέγερσης (φωνόνια) του άρτιου-άρτιου πυρήνα αναφοράς. Τότε το κομμάτι H_{31} διαγωνιοποιείται στην βάση ημισωματίου-φωνονίου [73, 74].

Το μικροσκοπικό μοντέλο ημισωματιδίου-φωνονίου, MQPM, επεξεργάζεται τη δομή των πυρήνων με περιττό A σε τρία βήματα.

1) Το μονοπολικό μέρος της χαμιλτονιανής χρησιμοποιείται για να δημιουργεί τα ημισωματίδια, βασικές μονάδες των διεγέρσεων περιττού A και άρτιου A , κατασκευασμένες διαμέσου της BCS διαδικασίας.

2) Ο γειτονικός άρτιος-άρτιος πυρήνας (ή πυρήνες) μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μελέτη των ιδιοτήτων της επιλεγμένης περιοχής μαζών και να καθορίσει τις δυνατές ελεύθερες παραμέτρους της χαμιλτονιανής του μοντέλου. Για παράδειγμα αναφέρουμε ότι στις εργασίες [105, 67], [6] έχει χρησιμοποιηθεί ο Bonn-C G πίνακας [27] και έχει γίνει μια μεταγενέστερη φαινομενολογική ανακανονικοποίηση των στοιχείων πίνακα δι-σωματιδιακής αλληλεπίδρασης με χρήση των παραμέτρων g_{pp} (για το κανάλι σωματίου-σωματίου) και g_{ph} (για το κανάλι σωματίου-οπής) ώστε να πάρουμε μια φαινομενολογική ενεργή αλληλεπίδραση, όπως ακριβώς γίνεται και στην ημισωματιδιακή RPA, που συζητήσαμε στην παράγραφο 3.6. Αυτή η χαμιλτονιανή χρησιμοποιείται για να παράγει τα φωνόνια, τα οποία είναι διεγέρσεις των άρτιων-άρτιων πυρήνων. Με άλλα λόγια, στο MQPM τα φωνόνια παράγονται με τη χρήση της προσέγγισης τυχαίας



φάσης με ημισωματία (QRPA)[5, 105, 67].

3) Οι δύο βασικές διεγέρσεις, τα QRPA φωνόνια και τα BCS ημισωματίδια, συζευγνύονται για να σχηματίσουν μια βάση για μια ρεαλιστική περιληπτική επεξεργασία των χαμηλότερων καταστάσεων ενός πυρήνα περιττού A. Τελικά, η εναπομένουσα χαμιλτονιανή, που περιέχει την αλληλεπίδραση του περιττού νουκλεονίου με τον άρτιο-άρτιο πυρήνα αναφοράς (H_{22}, H_{40}) και η ανάμιξη των συνιστωσών ενός και τριών ημισωματιδίων μιας κυματοσυνάρτησης περιττού A (το $H_{31} + H_{13}$ μέρος της χαμιλτονιανής στην Εξ. (3.7)) διαγωνιοποιείται στην υπερπλήρη και μη ορθογώνια βάση ημισωματιδίου-φωνονίου.

Το μοντέλο MQPM είναι κατάλληλο να χρησιμοποιηθεί στις αντιδράσεις μεταβολής φορτίου και έχει προγραμματιστεί, σε συνεργασία με την ομάδα πυρηνικής φυσικής του Πανεπιστημίου Jyväskylä της Φιλανδίας, να γίνουν λεπτομερειακοί υπολογισμοί σε συγκεκριμένους πυρήνες. Στον αντίστοιχο κώδικα (FORTRAN) της μεθόδου έχει ήδη ενσωματωθεί ο κώδικας που υπολογίζει τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα με βάση τη βελτιωμένη μέθοδο που αναπτύχθηκε στην παρούσα μελέτη (βλέπε Κεφ. 4).



Κεφάλαιο 4

Μονοσωματιδιακά στοιχεία πίνακα βασικών τανυστικών τελεστών

4.1 Εισαγωγή

Στη μέθοδο των Donnelly-Walecka, ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς ημιλεπτονικές αλληλεπιδράσεις με πυρήνες (σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες) εξετάζονται μαζί λόγω της στενής τους αναλογίας. Στην πραγματικότητα, σύμφωνα με την CVC θεωρία, τα μισά από τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα σε μια ασθενή διαδικασία, δηλαδή εκείνα που προέρχονται από το πολικό διανυσματικό ρεύμα, είναι ταυτοτικά ίδια με εκείνα που μετρούνται σε πειράματα σκέδασης ηλεκτρονίων κ.λ.π. (ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις). Στην εν λόγω μέθοδο, αυτή η στενή σύνδεση της σκέδασης ηλεκτρονίων και των ασθενών αντιδράσεων, αποτελεί βασικό στοιχείο κατασκευής (με ενιαίο τρόπο) των εκφράσεων που παρέχουν την ενεργό διατομή των διαφόρων ημιλεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων (βλέπε Κεφ. 2).

Όπως έχει συζητηθεί στο Κεφ. 2, η διαδικασία πολυπολικής ανάπτυξης που εφαρμόζεται στα στοιχεία πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος,¹ οδηγεί σε σφαιρικούς τανυστικούς τελεστές (βλέπε Εξ. (2.72)-(2.75)) οι οποίοι εκφράζονται συναρτήσει των προβολικών συναρτήσεων

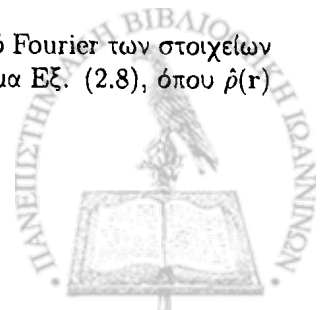
$$M_M^J(q\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(qr) Y_M^L(\hat{r}), \quad (4.1)$$

$$M_M^{(L1)J}(q\mathbf{r}) = j_L(qr) Y_M^{(L1)J}(\hat{r}). \quad (4.2)$$

Οι παραπάνω προβολικές συναρτήσεις περιλαμβάνουν τις σφαιρικές συναρτήσεις Bessel $j_l(x)$, τις σφαιρικές αρμονικές, $Y_M^L(\hat{r})$, καθώς και τις διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές, $Y_M^{(L1)J}(\hat{r})$, οι οποίες ορίζονται από την έκφραση

$$Y_M^{(L1)J}(\hat{r}) = \sum_{m,q} \langle Lm1q | JM \rangle Y_m^L(\hat{r}) \hat{e}_q, \quad (4.3)$$

¹ Ακριβολογώντας η πολυπολική ανάπτυξη εφαρμόζεται στο μετασχηματισμό Fourier των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος $\hat{J}_\mu(\mathbf{r}) = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}})$ (βλέπε ολοκλήρωμα Εξ. (2.8), όπου $\hat{\rho}(\mathbf{r})$ η χωρική πυκνότητα και $\hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})$ οι χωρικοί διανυσματικοί τελεστές ρεύματος



όπου \hat{e}_q είναι το μοναδιαίο διάνυσμα στην κατεύθυνση μεταφοράς της διανυσματικής ορμής \mathbf{q} (το μέτρο της \mathbf{q} , $|\mathbf{q}| = q$, δίνεται από την κινηματική της διαδικασίας που μελετούμε όπως συζητήθηκε στο Κεφ. 2). Τονίζουμε ότι, οι διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές προβάλλουν ένα μη-αναγωγίσιμο τανυστικό τελεστή από οποιονδήποτε διανυσματικό τελεστή πυκνότητας του πυρηνικού ρεύματος. Οι κατ' αυτόν τον τρόπο προκύπτοντες μη-αναγωγίσιμοι τανυστικοί τελεστές δρουν στο χώρο Hilbert του υπό μελέτη πυρηνικού συστήματος.

Στο παρόν κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα των βασικών τανυστικών τελεστών που υπεισέρχονται στην Εξ. (2.79) η οποία περιγράφει ρυθμούς μετάπτωσης ημιλεπτονικών πυρηνικών διαδικασιών στα πλαίσια της μεθόδου των Donnelly-Walecka. Θα κατασκευάσουμε κλειστές αναλυτικές εκφράσεις, οι οποίες διευκολύνουν κατά πολύ τους σχετικούς υπολογισμούς και βοηθούν στην εύρεση κατάλληλων φαινομενολογικών εκφράσεων που μπορούν να περιγράψουν τα αναγκαία πυρηνικά στοιχεία πίνακα.

4.2 Πολυπολική ανάλυση αδρονικών ρευμάτων

Όπως είπαμε στην παράγραφο 2.8 του Κεφ. 2, στην περίπτωση του πολικού διανυσματικού ρεύματος \hat{J}_λ , η πολυπολική ανάλυση δίνει τους τελεστές: \hat{M}_{JM}^{coul} , Coulomb, \hat{L}_{JM} , διαμήκης, \hat{T}_{JM}^{el} , εγκάρσιος ηλεκτρικός και \hat{T}_{JM}^{mag} , εγκάρσιος μαγνητικός. Οι τρεις πρώτοι τελεστές έχουν ομοτιμία $(-)^J$ (τελεστές κανονικής ομοτιμίας), ενώ η ομοτιμία του \hat{T}_{JM}^{mag} είναι $(-)^{J+1}$ (τελεστής μη-κανονικής ομοτιμίας). Αντίστοιχα, στην περίπτωση του ψευδοανυσματικού (αξονικού) ρεύματος \hat{J}_λ^5 , η πολυπολική ανάπτυξη παρέχει τους τελεστές \hat{M}_{JM}^{Coul5} , \hat{L}_{JM}^5 , \hat{T}_{JM}^{el5} και \hat{T}_{JM}^{mag5} όπου τώρα οι τρεις πρώτοι ψευδοανυσματικοί πολυπολικοί τελεστές έχουν ομοτιμία $(-)^{J+1}$ ενώ ο \hat{T}_{JM}^{mag5} είναι ένας τελεστής κανονικής ομοτιμίας.

Χρησιμοποιώντας τις προβολικές συναρτήσεις των εξισώσεων (4.1) και (4.2), στην περίπτωση του πολικού διανυσματικού ρεύματος (\hat{J}_λ), οι πολυπολικοί τελεστές στη γενική αναπαράσταση του ισοτοπικού σπιν γράφονται

$$\hat{M}_{JM;TM_T}^{coul} = \int d\mathbf{r} M_M^J(q\mathbf{r}) \hat{\rho}(\mathbf{r})_{TM_T}, \quad (4.4)$$

$$\hat{L}_{JM;TM_T} = i \int d\mathbf{r} \left(\frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})_{TM_T}, \quad (4.5)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{el} = \int d\mathbf{r} \left(\frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})_{TM_T}, \quad (4.6)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{mag} = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})_{TM_T}. \quad (4.7)$$

Αντίστοιχα, οι ψευδοανυσματικοί πολυπολικοί τελεστές γράφονται

$$\hat{M}_{JM;TM_T}^5 = \int d\mathbf{r} M_M^J(q\mathbf{r}) \hat{\rho}(\mathbf{r})_{TM_T}^5, \quad (4.8)$$



$$\hat{L}_{JM;TM_T}^5 = i \int dr \left(\frac{1}{q} \nabla M_M^J(qr) \right) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})_{TM_T}^5, \quad (4.9)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{el5} = \int dr \left(\frac{1}{q} \nabla \times M_M^{JJ}(qr) \right) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})_{TM_T}^5, \quad (4.10)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{mag5} = \int dr M_M^{JJ}(qr) \cdot \hat{\mathbf{J}}(\mathbf{r})_{TM_T}^5. \quad (4.11)$$

Οι παραπάνω οκτώ τύποι πολυπολικών, μη αναγωγίσιμων ταυυστικών τελεστών, Εξς. (4.4)-(4.11), περιγράφουν όλες τις ασθενείς ημιλεπτονικές αντιδράσεις με πυρήνες που συζητήσαμε στο Κεφ. 2, είναι ταυυστικοί τελεστές τάξης J και δρουν στον χώρο Hilbert του πυρηνικού συστήματος που μελετάμε.

Στα πλαίσια ισχύος της θεωρίας διατήρησης του διανυσματικού ρεύματος, γνωστής ως CVC-θεωρίας, προκύπτει η σχέση

$$\hat{L}_{JM;TM_T}(q) = \frac{q_0}{q} \hat{M}_{JM;TM_T}(q) \quad (4.12)$$

όπου q_0 παριστάνει τη χρονική συνιστώσα της τετραορμής, $q_\mu = (q_0, \mathbf{q})$. Δηλαδή η Εξ. (4.12) δίνει τον διαμήκη διανυσματικό τελεστή συναρτήσει του αντίστοιχου τελεστή Coulomb. Σε αυτή την περίπτωση, ο αριθμός των ανεξάρτητων τελεστών που προκύπτουν από την διαδικασία πολυπολικής ανάλυσης μειώνεται σε επτά, αφού τότε ένας εκ των τελεστών Εξ. (4.4) και (4.5) απομένει ανεξάρτητος.

Θέτοντας τις Εξς. (2.61)-(2.64) στη θέση των πυκνοτήτων και ρευμάτων των σχέσεων (4.4)-(4.7) για τη διανυσματική συνιστώσα, και (4.8) -(4.11) για την αξονική συνιστώσα, για έναν πυρήνα μαζικού αριθμού A , παίρνουμε τις εκφράσεις

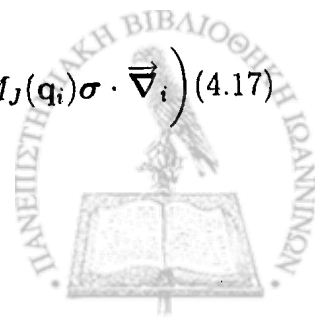
$$\hat{M}_{JM;TM_T}^{coul} = \sum_{i=1,A} F_V^\alpha M_J(\mathbf{q}_i) \quad (4.13)$$

$$\begin{aligned} \hat{L}_{JM;TM_T} &= \sum_{i=1,A} \left(\frac{F_V^\alpha}{2M} \frac{1}{[J]} \left(\sqrt{J+1} M_{J+1,J}(\mathbf{q}_i) + \sqrt{J} M_{J-1,J}(\mathbf{q}_i) \right) \cdot (\vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_i) \right. \\ &\quad \left. - \frac{F_V^\alpha + F_M^\alpha}{2M} \frac{i}{[J]} \left(\sqrt{J+1} M_{J+1,J}(\mathbf{q}_i) + \sqrt{J} M_{J-1,J}(\mathbf{q}_i) \right) \cdot \sigma \times \vec{\nabla}_i \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM;TM_T}^{el} &= \sum_{i=1,A} \left(\frac{F_V^\alpha}{2M} \frac{1}{[J]} \left(\sqrt{J+1} M_{J-1,J}(\mathbf{q}_i) - \sqrt{J} M_{J+1,J}(\mathbf{q}_i) \right) \cdot (\vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_i) \right. \\ &\quad \left. - \frac{F_V^\alpha + F_M^\alpha}{2M} \frac{i}{[J]} \left(\sqrt{J+1} M_{J-1,J}(\mathbf{q}_i) - \sqrt{J} M_{J+1,J}(\mathbf{q}_i) \right) \cdot \sigma \times \vec{\nabla}_i \right) \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} \hat{T}_{JM;TM_T}^{mag} &= \sum_{i=1,A} \left(-\frac{iF_V^\alpha}{2M} M_{J,J}(\mathbf{q}_i) \cdot (\vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_i) - \frac{F_V^\alpha + F_M^\alpha}{2M} M_{J,J}(\mathbf{q}_i) \sigma \times \vec{\nabla}_i \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\hat{M}_{JM;TM_T}^5 = \sum_{i=1,A} \left(-\frac{iF_A^\alpha}{2M} M_J(\mathbf{q}_i) \sigma \cdot (\vec{\nabla}_i - \vec{\nabla}_i) - \frac{i\omega}{2M} F_P^\alpha M_J(\mathbf{q}_i) \sigma \cdot \vec{\nabla}_i \right) \quad (4.17)$$



$$\hat{L}_{JM;TM_T}^5 = \sum_{i=1,A} F_A^\alpha \frac{i}{[J]} \left(\sqrt{J+1} M_{J+1,J}(\mathbf{q}_i) + \sqrt{J} M_{J-1,J}(\mathbf{q}_i) \right) \cdot \sigma \quad (4.18)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{el5} = \sum_{i=1,A} F_V^\alpha \frac{i}{[J]} \left(\sqrt{J+1} M_{J-1,J}(\mathbf{q}_i) - \sqrt{J} M_{J+1,J}(\mathbf{q}_i) \right) \cdot \sigma \quad (4.19)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{mag5} = \sum_{i=1,A} F_A^\alpha M_{J,J}(\mathbf{q}_i) \sigma \quad (4.20)$$

Ο δείκτης α στο δεξιό μέλος των Εξν. (4.13)-(4.20) συνοψίζει τους κβαντικούς αριθμούς του ισοσπίν. Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε το γνωστό σύμβολο $[J] = (2J + 1)^{1/2}$.

Όπως φαίνεται από τις Εξς. (4.13)-(4.20), τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα των επτά βασικών τελεστών γενικά περιλαμβάνουν παράγοντες δομής που εξαρτώνται από τη μεταφερόμενη ορμή και το ισοσπίν και συμβολίζονται ως $F_X^{(T)}(q^2)$. Για λόγους απλότητας, στη μέθοδο των Donnelly-Walecka ορίζονται επτά νέοι βασικοί τελεστές που δεν περιέχουν παράγοντες δομής οι οποίοι ορίζονται και συζητούνται παρακάτω.

4.2.1 Οι επτά βασικοί πολυπολικό πυρηνικοί τελεστές

Με βάση τις Εξς. (8.48), (8.47) και την αντιστοιχία $\nabla \leftrightarrow iq$ οι επτά νέοι μονοσωματιδιακοί βασικοί ταυστικοί τελεστές που ορίστηκαν από τους Donnelly-Walecka (παρ-αλείποντες τους δείκτες του ισοσπίν) γράφονται

$$T_1^{JM} \equiv M_M^J(q\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(\rho) Y_M^L(\hat{r}), \quad (4.21)$$

$$T_2^{JM} \equiv \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ} \cdot \sigma, \quad (4.22)$$

$$T_3^{JM} \equiv \Sigma'_M{}^J(q\mathbf{r}) = -i \left\{ \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right\} \cdot \sigma, \quad (4.23)$$

$$T_4^{JM} \equiv \Sigma''_M{}^J(q\mathbf{r}) = \left\{ \frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right\} \cdot \sigma, \quad (4.24)$$

$$T_5^{JM} \equiv \Delta_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (4.25)$$

$$T_6^{JM} \equiv \Delta'_M{}^J(q\mathbf{r}) = -i \left\{ \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right\} \cdot \nabla, \quad (4.26)$$

$$T_7^{JM} \equiv \Omega_M^J(q\mathbf{r}) = M_M^J(q\mathbf{r}) \sigma \cdot \frac{1}{q} \nabla. \quad (4.27)$$



Στους ανωτέρω ορισμούς, για ευκολία των αναγνώστων, παραθέτουμε και τον συμβολισμό της αναφοράς [19], ο οποίος χρησιμοποιείται και από πολλούς συγγραφείς στη σύγχρονη βιβλιογραφία. Επίσης, σημειώνουμε ότι στις παραπάνω εκφράσεις έχουμε χρησιμοποιήσει συμπυκνμένες μορφές των (4.14)-(4.19) [19]. Έτσι, χρησιμοποιώντας ιδιότητες του τελεστή ανάδελτα (∇), οι εξισώσεις (4.23), (4.24) και (4.26) μπορούν να ξαναγραφούν ως

$$T_3^{JM} \equiv \Sigma'_M{}^J = [J]^{-1} \left\{ -J^{1/2} M_M^{J+1J} + (J+1)^{1/2} M_M^{J-1J} \right\} \cdot \sigma, \quad (4.28)$$

$$T_4^{JM} \equiv \Sigma''_M{}^J = [J]^{-1} \left\{ (J+1)^{1/2} M_M^{J+1J} + J^{1/2} M_{J-1J}^M \right\} \cdot \sigma, \quad (4.29)$$

$$T_6^{JM} \equiv \Delta'_M{}^J = [J]^{-1} \left\{ -J^{1/2} M_M^{J+1J} + (J+1)^{1/2} M_M^{J-1J} \right\} \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (4.30)$$

Οι αναλύσεις των Εξν. (4.28)-(4.30) περιλαμβάνονται στις Εξς. (4.14)-(4.19).

Πολλές φυσικές ποσότητες που περιγράφουν τις ημιλεπτονικές ηλεκτρασθενείς δι-αδικασίες στους πυρήνες, εκφράζονται (με καλή προσέγγιση) συναρτήσεως των μονοσωματιδιακών πυρηνικών στοιχείων πίνακα των τελεστών T_i^{JM} , $i = 1, 2, \dots, 7$ [19], π.χ., οι ενεργές διατομές των ημιλεπτονικών αντιδράσεων που μας ενδιαφέρουν γράφονται συναρτήσεως πυρηνικών στοιχείων πίνακα των τελεστών (4.21)-(4.27), όπως είδαμε στο Κεφ. 2.

Παρατηρώντας τις εξισώσεις (4.21)-(4.30), συμπεραίνουμε ότι, οι επτά νέοι βασικοί μονοσωματιδιακοί τελεστές καθορισμένης ομοτιμίας κατασκευάζονται με τη βοήθεια των παρακάτω τεσσάρων απλών τελεστών

$$O_1^{JM} = M_M^J, \quad (4.31)$$

$$O_2^{JM} = M_M^{LJ} \cdot \sigma, \quad (4.32)$$

$$O_3^{JM} = M_M^{LJ} \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (4.33)$$

$$O_4^{JM} = M_M^J \sigma \cdot \frac{1}{q} \nabla. \quad (4.34)$$

Οι τελεστές αυτοί, περιέχουν τις προβολικές συναρτήσεις M_M^J και M_M^{LJ} ή τα γινόμενά τους με το νουκλεονικό σπιν σ και/ή τον τελεστή ∇ , και δεν έχουν καθορισμένη ομοτιμία, όμως ο ορισμός τους διευκολύνει την μελέτη των τελεστών T_i , $i = 1, \dots, 7$ που ορίζονται πιο πάνω. Επειδή στην γενική έκφραση Εξ. (2.79) υπεισέρχονται ανηγμένα στοιχεία πίνακα, εφαρμόζοντας το θεώρημα Wigner-Eckart (βλέπε Παράρτημα Β), αυτά τα θεμελιώδη στοιχεία πίνακα γράφονται συναρτήσεως των ακόλουθων τεσσάρων ανηγμένων στοιχείων πίνακα: $\langle j_1 || M^J || j_2 \rangle$, $\langle j_1 || M^{LJ} \cdot \sigma || j_2 \rangle$, $\langle j_1 || M^{LJ} \cdot (\nabla/q) || j_2 \rangle$ και $\langle j_1 || M^L \sigma \cdot (\nabla/q) || j_2 \rangle$. Στην παρούσα μελέτη, θα χρησιμοποιήσουμε τη βάση αρμονικού ταλαντωτή γι' αυτά τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα.

Η δυνατότητα εύρεσης κλειστών εκφράσεων για τα στοιχεία πίνακα των βασικών τελεστών T_i , $i = 1, \dots, 7$, έχει εξετασθεί σε παλιότερες θεωρητικές μελέτες με έμφαση



στη χρήση της βάσης απλού αρμονικού ταλαντωτή [108, 109, 80, 82, 83]. Ο σπουδαίος ρόλος που παίζουν οι κυματοσυναρτήσεις αρμονικού ταλαντωτή ως βασικά εργαλεία όχι μόνο στην πυρηνική φυσική, αλλά και σε πολλές άλλες περιοχές της σύγχρονης φυσικής, έχει συζητηθεί εκτενώς στη σύγχρονη βιβλιογραφία [4]. Στην εργασία [4] το ακτινικό μέρος αυτών των στοιχείων πίνακα δίνεται από ένα άθροισμα πάνω σε ολοκληρώματα Talmi με τη βοήθεια των γνωστών «αγκυλών» Moshinsky. Στην εργασία [19] χρησιμοποιούνται οι συρρέουσες υπεργεωμετρικές συναρτήσεις και απαιτείται διαδοχική εφαρμογή αναδρομικών σχέσεων των κυματοσυναρτήσεων αρμονικού ταλαντωτή για την εύρεση αυτών των στοιχείων πίνακα. Αυτός ο τρόπος υπολογισμού, ιδιαίτερα για τους υψηλά κείμενους πυρηνικούς φλοιούς και σχετικά μεγάλη μεταφερόμενη ορμή, γίνεται πολύ δύσκολος. Στις αναφορές [125, 108] αναπτύχθηκε μια μέθοδος η οποία κατασκευάζει κλειστές και συμπαγείς εκφράσεις για μερικά βασικά πυρηνικά στοιχεία πίνακα που χρειάζονται για την αντίδραση μετατροπής $\mu^- \rightarrow e^-$ σε πυρήνες, την σκέδαση σωματίων κρύας σκοτεινής ύλης από πυρήνες, κλπ. Οι τελεστές που υπεισέρχονται σε τέτοιες διαδικασίες δεν περιλαμβάνουν το διαφορικό τελεστή ∇ [109, 108].

Το πλεονέκτημα της μεθόδου των εργασιών [125, 108] είναι ότι, οδηγεί σε κλειστούς αναλυτικούς τύπους κι επιτρέπει τον εύκολο υπολογισμό των βασικών ανηγμένων στοιχείων πίνακα με διαχωρισμό των γεωμετρικών συντελεστών από τις κινηματικές παραμέτρους (ενέργεια, ορμή) της μελετούμενης αντίδρασης. Κατ' αυτόν τον τρόπο, τα στοιχεία πίνακα μεταπτώσεων για κάθε τιμή της μεταφερόμενης ορμής μπορούν να υπολογιστούν άμεσα. Ακολούθως, οι ενεργές διατομές και λόγοι διακλάδωσης των αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα προσδιορίζονται μέσω των στοιχείων πίνακα αυτών των τελεστών (βλέπε επόμενη Παράγραφο) [34, 96].

Στην παρούσα εργασία, επεκτείνουμε τη μέθοδο των εργασιών [125, 108] έτσι ώστε να πάρουμε όμοιες εκφράσεις για τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα όλων των βασικών μονοσωματιδιακών τανυστικών τελεστών που υπεισέρχεται στις ενεργές διατομές ημιλεπτονικών αντιδράσεων [34, 96].

Πριν κλείσουμε την παράγραφο αυτή, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η εξάρτηση των τελεστών (4.4)-(4.11) από το ισοσπίν περιλαμβάνει τον τελεστή $I_T^{M_T}$ ο οποίος δίνεται από την έκφραση [19]

$$I_T^{M_T} = \begin{cases} 1, & T = 0, M_T = 0 \\ \tau_0 = \tau_3, & T = 1, M_T = 0 \\ \tau_{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_1 \pm \tau_2), & T = 1, M_T = \pm 1 \end{cases} \quad (4.35)$$

Η ακριβής μορφή του $I_T^{M_T}$, δηλ. οι τιμές των χβαντικών αριθμών T και M_T , προσδιορίζεται από την συγκεκριμένη ημιλεπτονική αντίδραση που μελετούμε κάθε φορά. Ο ενεργός τελεστής αδρονικής πυκνότητας ρεύματος \hat{J}_λ , ο οποίος είναι πρωταρχικού ενδιαφέροντος για τη μελέτη της διαδικασίας από την σκοπιά της πυρηνικής φυσικής, περιέχει γενικά μόνο ισοβαθμωτούς ($T = 0$) και ισοδιανυσματικούς ($T = 1$) όρους ισχυρού ισοτοπικού σπιν, αμφότερους για διανυσματική (V) και ψευδοδιανυσματική (A) συνιστώσα ως

$$[\hat{J}_\lambda]^{TM_T} = \beta_V^T [\hat{J}_\lambda]^{TM_T} + \beta_A^T [\hat{J}_\lambda^5]^{TM_T}, \quad (4.36)$$



όπου β_V^T και β_A^T είναι πολικοί-διανυσματικοί (ψευδοανυσματικοί) συντελεστές που περιλαμβάνουν τις αντίστοιχες συζεύξεις (καθαρά ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις περιλαμβάνουν μόνο διανυσματικό ρεύμα, αλλά οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις περιλαμβάνουν επίσης και ψευδοανυσματικό ρεύμα). Στην περίπτωση των εξωτικών αντιδράσεων οι συντελεστές $\beta_{V,A}^T$ περιέχουν τις παραμέτρους σύζευξης που χαρακτηρίζουν τη θεωρούμενη επέκταση του καθιερωμένου προτύπου [22, 125] οι οποίες, γενικά είναι άγνωστες. Επιπλέον, στις διαδικασίες ουδέτερου ρεύματος είναι $M_T = 0$ για αμφότερα, το ισοβαθμωτό ($T = 0$) και το ισοδιανυσματικό ($T = 1$) μέρος, ενώ στις αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος $T = 1$ με $M_T = \pm 1$.

Οι τελεστές (4.35) είναι χρήσιμοι όταν οι υπολογισμοί γίνονται στην ισοσπιν-αναπαράσταση κατά την οποία η περιγραφή των πυρηνικών στοιχείων πίνακα οδηγεί στην εισαγωγή των διπλά ανηγμένων στοιχείων πίνακα, ως προς την στροφορμή και το ισοτοπικό σπιν (βλέπε αναφορά [19]). Στην περίπτωση μας, οι υπολογιστικοί κώδικες είναι γραμμένοι στην αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου, οπότε τα απαραίτητα στοιχεία πίνακα στα Κεφ. 4-6, παίρνονται σ' αυτή την αναπαράσταση. Για το λόγο αυτό, στο υπόλοιπο της παρούσας μελέτης θα παραλείψουμε τον τελεστή I_T^{MT} και θα εστιάσουμε την προσοχή μας στους τελεστές T_i^{JM} , $i = 1, 2, \dots, 7$ των Εξν. (4.14)-(4.19).

4.3 Τα μονοσωματιδιακά ανηγμένα στοιχεία πίνακα των βασικών τανυστικών τελεστών

Τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα των τελεστών O_i^J , $i = 1, 2, 3, 4$, Εξς. (4.31)-(4.34) γράφονται

$$\langle j_1 || O_1^{JM} || j_2 \rangle = \langle j_1 | M_M^J | j_2 \rangle \quad (4.37)$$

$$\langle j_1 || O_2^{JM} || j_2 \rangle = \langle j_1 | \mathbf{M}_M^{LJ} \cdot \boldsymbol{\sigma} | j_2 \rangle \quad (4.38)$$

$$\langle j_1 || O_3^{JM} || j_2 \rangle = \langle j_1 | \mathbf{M}_M^{LJ} \cdot \frac{1}{q} \nabla | j_2 \rangle \quad (4.39)$$

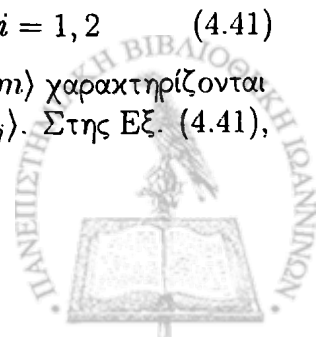
$$\langle j_1 || O_4^{JM} || j_2 \rangle = \langle j_1 | M_M^J \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{1}{q} \nabla | j_2 \rangle \quad (4.40)$$

Στην παρούσα παράγραφο, μετά την εφαρμογή σχέσεων επανασύζευξης (re-coupling relations) στα στοιχεία πίνακα των Εξν. (4.37)-(4.40), θα βρεθούν κλειστές μορφές για τα στοιχεία πίνακα των τελεστών O_i^{JM} . Στη συνέχεια, οι εκφράσεις αυτές θα εισαχθούν στα στοιχεία πίνακα των βασικών τελεστών και θα βρεθούν αντίστοιχες κλειστές αναλυτικές εκφράσεις και για τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα των T_i , $i = 1, \dots, 7$, που είναι και ο βασικός στόχος αυτού του Κεφαλαίου.

1. Για τους τελεστές O_i^J , με $i = 1, 2$, τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα $\langle j_1 || O_i^{(L,S_i)J} || j_2 \rangle$ έχουν γραφεί σε συμπαγή μορφή ως [108]

$$\langle j_1 || O_i^{(L,S_i)J} || j_2 \rangle = (l_1 L l_2) U_{LS}^J \langle n_1 l_1 | j_L(\rho) | n_2 l_2 \rangle, \quad i = 1, 2 \quad (4.41)$$

Στον συμβολισμό μας, οι μονοσωματιδιακές χυματοσυναρτήσεις $|jm\rangle$ χαρακτηρίζονται από τους χβαντικούς αριθμούς $(nls)jm_j$, δηλαδή $|jm\rangle \equiv |(nls)jm_j\rangle$. Στις Εξ. (4.41),



για λόγους ευκολίας, κάνουμε χρήση των συμβόλων $(l_1 L l_2)$ και U_{LS}^J . Το σύμβολο $(l_1 L l_2)$ ορίζεται ως

$$(l_1 L l_2) \equiv (-)^{l_1} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} [l_1][L][l_2] \begin{pmatrix} l_1 & L & l_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.42)$$

και το σύμβολο U_{LS}^J είναι

$$U_{LS}^J \equiv [j_1][j_2][J](S+1)^{1/2}(S+2)^{1/2} \begin{Bmatrix} l_1 & l_2 & L \\ 1/2 & 1/2 & S \\ j_1 & j_2 & J \end{Bmatrix}. \quad (4.43)$$

Στο $9-J$ σύμβολο της Εξ. (4.43) στην περίπτωση τελεστών τύπου Fermi, δηλαδή εκείνων που περιέχουν τον τελεστή O_1^J , πρέπει να θέσουμε $S = 0$, ενώ στην περίπτωση τελεστών τύπου Gamow-Teller, δηλαδή εκείνων που περιέχουν τον τελεστή O_2^J , πρέπει να θέσουμε $S = 1$. Το όρισμα ρ στην Εξ. (4.41) ισούται με $\rho = qr$.

2. Τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα του τελεστή O_3^J , μετά από αρκετή αλλά απλή σχετικά επεξεργασία, μπορούν να τεθούν στη μορφή

$$\langle j_1 || M^{LJ}(qr) \cdot \frac{1}{q} \nabla || j_2 \rangle = \sum_{\alpha} A_L^{\alpha}(j_1 j_2; J) \langle n_1 l_1 | \theta_L^{\alpha}(\rho) | n_2 l_2 \rangle, \quad \alpha = \pm \quad (4.44)$$

όπου οι συντελεστές A_L^{\pm} δίνονται από τις εκφράσεις

$$A_L^{\pm}(j_1 j_2; J) = \pm (-)^{l_1+L+j_2+1/2} [j_1][j_2][J] \left(\frac{2l_2+1 \mp 1}{2} \right)^{1/2} (l_1 L l_2 \mp 1) \\ \times \mathcal{W}_6(l_1, j_1, 1/2, j_2, l_2, J) \mathcal{W}_6(L, 1, J, l_2, l_1, l_2 \mp 1). \quad (4.45)$$

Το σύμβολο \mathcal{W}_6 παριστάνει το γνωστό σύμβολο $6-J$

$$\mathcal{W}_6(l_1, j_1, 1/2, j_2, l_2, J) \equiv \begin{Bmatrix} l_1 & j_1 & 1/2 \\ j_2 & l_2 & J \end{Bmatrix}. \quad (4.46)$$

3. Όμοια, για τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα του τελεστή O_4^J μπορούμε να γράψουμε

$$\langle j_1 || M^J(qr) \sigma \cdot \frac{1}{q} \nabla || j_2 \rangle = \sum_{\alpha} B_L^{\alpha}(j_1 j_2; J) \langle n_1 l_1 | \theta_J^{\alpha}(\rho) | n_2 l_2 \rangle, \quad \alpha = \pm \quad (4.47)$$

όπου

$$B_L^{\pm}(j_1 j_2; J) = \pm \delta_{j_2, l_2 \mp 1/2} [j_1][j_2] (l_1 J 2j_2 - l_2) \\ \times \mathcal{W}_6(l_1, j_1, 1/2, j_2, 2j_2 - l_2, J). \quad (4.48)$$



Από τις εξισώσεις (4.41), (4.44) και (4.47) παρατηρούμε ότι όλα τα βασικά μονοσωματιδιακά ανηγμένα στοιχεία πίνακα που απαιτούνται για τους σκοπούς μας βασίζονται στους ακόλουθους τρεις τύπους ακτινικών ολοκληρωμάτων:

$$\langle n_1 l_1 | \theta_l^\alpha(\rho) | n_2 l_2 \rangle \equiv \int dr r^2 R_{n_1 l_1}^*(r) \theta_l^\alpha(\rho) R_{n_2 l_2}(r), \quad \alpha = 0, \pm \quad (4.49)$$

όπου

$$\begin{aligned} \theta_l^0(\rho) &= j_l(\rho), \\ \theta_l^\pm(\rho) &= j_l(\rho) \left(\frac{d}{d\rho} \pm \frac{2l_2 + 1 \pm 1}{2\rho} \right). \end{aligned} \quad (4.50)$$

Σημειώνουμε ότι οι παράγωγοι ως προς ρ που εμφανίζονται στα ακτινικά στοιχεία πίνακα προέρχονται από την εφαρμογή γνωστών ιδιοτήτων (βλέπε Παράρτημα Γ) στα στοιχεία πίνακα του πρώτου μέλους των εξισώσεων (4.44) και (4.47).

Είναι γνωστό ότι, για μονοσωματιδιακές κυματοσυναρτήσεις με αυθαίρετη ακτινική εξάρτηση δεν είναι εύκολο να εκτελεστούν αναλυτικά οι ολοκληρώσεις ως προς r στην εξίσωση (4.49). Τα ολοκληρώματα αυτά απλοποιούνται στην περίπτωση που χρησιμοποιείται ως βάση το σύνολο των κυματοσυναρτήσεων του αρμονικού ταλαντωτή [19, 108], δηλαδή οι $|nl\rangle$ της εξίσωσης (4.49) να είναι καταστατικά διανύσματα αρμονικού ταλαντωτή. Τότε παίρνουμε κλειστές αναλυτικές εκφράσεις, όπως εκτίθενται παρακάτω.

4.3.1 Αναλυτικές εκφράσεις των βασικών ακτινικών ολοκληρωμάτων στη βάση αρμονικού ταλαντωτή

(i) Για τον τελεστή $\theta_l^0(\rho)$ στην εργασία [108] αποδείχτηκε ότι

$$\langle n_1 l_1 | j_L(\rho) | n_2 l_2 \rangle = e^{-y} y^{L/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \varepsilon_\mu^L y^\mu, \quad y = (qb/2)^2 \quad (4.51)$$

$$n_{max} = (N_1 + N_2 - L)/2,$$

όπου $N_i = 2n_i + l_i$ παριστάνει τα χβάντα αρμονικού ταλαντωτή του i_{th} επιπέδου, που καθορίζεται από τους χβαντικούς αριθμούς n_i (κύριο χβαντικό αριθμό) και l_i (χβαντικό αριθμό της τροχιακής στροφορμής). Οι συντελεστές $\varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 l_2)$ δίνονται από την έκφραση

$$\varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 l_2) = G \frac{\pi^{1/2}}{2} \sum_{m_1=\phi}^{n_1} \sum_{m_2=\sigma}^{n_2} n! \Lambda_{m_1}(n_1 l_1) \Lambda_{m_2}(n_2 l_2) \Lambda_\mu(nL), \quad (4.52)$$

με

$$n = m_1 + m_2 + (l_1 + l_2 - L)/2.$$



Επίσης,

$$G = b^3 N_{n_1 l_1} N_{n_2 l_2} / 2,$$

όπου

$$N_{nl} = \left(\frac{2n!}{b^3 \Gamma(n+l+3/2)} \right)^{1/2}.$$

Τα υπόλοιπα σύμβολα στην Εξ. (4.52) εξηγούνται στο Παράρτημα Γ. ([108]).

(if) Οι εκφράσεις των ακτινικών στοιχείων πίνακα που περιλαμβάνουν τους διαφορικούς τελεστές θ_l^\pm , τα οποία αποτέλεσαν έναν επί μέρους στόχο του παρόντος Κεφαλαίου, προκύπτουν με όμοιο τρόπο εκείνου της Εξ. (4.51).

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (::;)-(;;) (βλέπε Παράρτημα Γ) παίρνουμε

$$\langle n_1 l_1 | j_L(\rho) \left(\frac{d}{d\rho} \pm \frac{2l_2 + 1 \pm 1}{2\rho} \right) | n_2 l_2 \rangle = e^{-\nu y^{(L-1)/2}} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \zeta_\mu^\pm(L) y^\mu, \quad (4.53)$$

όπου οι γεωμετρικοί συντελεστές $\zeta_\mu^\pm(n_1 l_1 n_2 l_2; L)$ δίνονται συναρτήσει των συντελεστών $\varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 l_2)$ της Εξ. (4.52), δηλαδή

$$\zeta_\mu^-(L) = -\frac{1}{2} \begin{cases} (n_2 + l_2 + 3/2)^{1/2} \varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 l_2 + 1) \\ + n_2^{1/2} \varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 - 1 l_2 + 1), & 0 \leq \mu < n_{max} \\ (n_2 + l_2 + 3/2)^{1/2} \varepsilon_{n_{max}}^L(n_1 l_1 n_2 l_2 + 1), & \mu = n_{max} \end{cases} \quad (4.54)$$

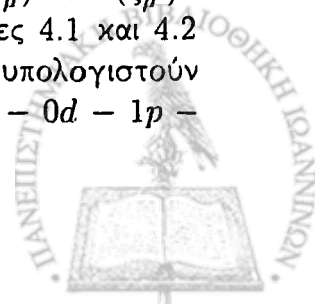
$$\zeta_\mu^+(L) = \frac{1}{2} \begin{cases} (n_2 + l_2 + 1/2)^{1/2} \varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 l_2 - 1) \\ + (n_2 + 1)^{1/2} \varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 + 1 l_2 - 1), & 0 \leq \mu < n_{max} \\ (n_2 + 1)^{1/2} \varepsilon_{n_{max}}^L(n_1 l_1 n_2 + 1 l_2 - 1), & \mu = n_{max} \end{cases} \quad (4.55)$$

Η τιμή του δείκτη n_{max} στην Εξ. (4.53) και στις δύο περιπτώσεις των ακτινικών ολοκληρωμάτων προσδιορίζεται από την εξίσωση

$$n_{max} = (N_1 + N_2 - L + 1)/2.$$

Σε αυτό το σημείο, σημειώνουμε ότι, οι ακριβείς τύποι των εξισώσεων (4.52), (4.54) και (4.55) ισχύουν για οποιοδήποτε συνδυασμό των επιπέδων $(n_1 l_1)$, $(n_2 l_2)$, και δίνουν τους σταθερούς συντελεστές (ανεξάρτητοι της ορμής) των πολυωνύμων που υπεισέρχονται στις Εξς. (4.51) και (4.53). Αυτές οι κλειστές εκφράσεις κατασκευάστηκαν αντιστρέφοντας κατάλληλα τα πολλαπλά εξαρτημένα αθροίσματα (βλέπε Παράρτημα Δ) που περιλαμβάνονται στα αντίστοιχα στοιχεία πίνακα [86, 87], έτσι ώστε το τελικό άθροισμα να γίνεται πάνω στον κβαντικό αριθμό αρμονικού ταλαντωτή $N = 2n + l$.

Εφαρμογές των Εξν. (4.52), (4.54) και (4.55) για τον υπολογισμό των συντελεστών ε_μ^L και ζ_μ^\pm δείχνει ότι οι συντελεστές αυτοί είναι απλοί αριθμοί, κλασματικοί για τα διαγώνια ακτινικά στοιχεία πίνακα. Για τα μη διαγώνια, τα τετράγωνα $(\varepsilon_\mu^L)^2$ και $(\zeta_\mu^\pm)^2$ είναι απλοί, γενικά, κλασματικοί αριθμοί. Τούτο φαίνεται στους Πίνακες 4.1 και 4.2 στους οποίους παραθέτουμε τους συντελεστές ζ_μ^\pm που απαιτούνται για να υπολογιστούν τα ακτινικά στοιχεία πίνακα $\langle n_1 l_1 | \theta_L^\pm(\rho) | n_2 l_2 \rangle$ στο χώρο μοντέλου $1s - 0d - 1p -$



Of. Για πρόσθετους συντελεστές ε_{μ}^L , οι οποίοι προσδιορίζουν τα στοιχεία πίνακα μετάβασης στο χώρο μοντέλου που συμπεριλαμβάνουν τα τροχιακά $2p-0h$ και $0i-1g$, ο αναγνώστης παραπέμπεται στην αναφορά [24] στην οποία τα σχετικά στοιχεία πίνακα χρησιμοποιούνται στη μελέτη της σκέδασης σωματιδίων σκοτεινής ύλης με πυρήνες.

4.3.2 Συμπαγείς εκφράσεις θεμελιωδών ανηγμένων μονοσωματιδιακών στοιχείων πίνακα

Χρησιμοποιώντας τον φορμαλισμό που αναπτύξαμε στις προηγούμενες ενότητες [86], τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα των τελεστών T_i^J , $i = 1, 2, \dots, 7$, μπορούν να γραφούν σε συμπαγείς μορφές με τον τρόπο που δείχνεται παρακάτω.

Εισάγοντας στις εξισώσεις (4.41), (4.44) και (4.47), τις εκφράσεις για τα ακτινικά στοιχεία πίνακα που βρήκαμε στην προηγούμενη παράγραφο, Εξς. (4.51) και (4.53) και επεξεργάζοντας κατάλληλα τα εμφανιζόμενα αθροίσματα (βλέπε Παράρτημα Δ), μπορούμε να γράψουμε τους τέσσερις τύπους των ανηγμένων στοιχείων πίνακα των Εξν. (4.37)–(4.40) [που εισέρχονται στους βασικούς τελεστές (4.21)–(4.27)] σε κλειστές μορφές, ως ακολούθως:

1. Για τα στοιχεία πίνακα των τελεστών τύπου Fermi ($S=0$) και Gamow–Teller ($S=1$), δηλαδή των τελεστών $O_i^{(L,S_i)J}$, $i = 1, 2$, παίρνουμε

$$\langle j_1 || O_i^{(L,S_i)J} || j_2 \rangle = e^{-y} y^{L/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} E_{\mu}^i(L) y^{\mu}, \quad (4.56)$$

$$y = (qb/2)^2, \quad (4.57)$$

όπου $E_{\mu}^i(L)$ συντελεστές ανεξάρτητοι της μεταφερόμενης ορμής στον πυρήνα που δίνονται από την έκφραση

$$E_{\mu}^i(L) = (l_1 L l_2) U_{LS_i}^J \varepsilon_{\mu}^L(n_1 l_1 n_2 l_2) \quad i = 1, 2. \quad (4.58)$$

όπου τα σύμβολα $(l_1 L l_2)$ και U_{LS}^J έχουν οριστεί στις Εξς. (4.42) και (4.43), οι δε αριθμητικοί συντελεστές ε_{μ}^L δίνονται από την Εξ. (4.52).

2. Το ανηγμένο στοιχείο πίνακα $\langle j_1 || M^{LJ}(q\mathbf{r}) \cdot (\nabla/q) || j_2 \rangle$ παίρνει όμοια τη μορφή

$$\langle j_1 || M^{LJ}(q\mathbf{r}) \cdot \frac{1}{q} \nabla || j_2 \rangle = e^{-y} y^{(L-1)/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} E_{\mu}^3(L) y^{\mu}, \quad (4.59)$$

με

$$E_{\mu}^3(L) = \mathcal{A}_L^- \zeta_{\mu}^-(L) + \mathcal{A}_L^+ \zeta_{\mu}^+(L). \quad (4.60)$$

Εδώ, οι συντελεστές \mathcal{A}_L^{\pm} οι οποίοι περιέχουν σύμβολα της άλγεβρας Racah δίνονται από τις Εξς. (4.45), οι δε αριθμητικοί συντελεστές από τις Εξς. (4.54) και (4.55).

3. Όμοια, για το ανηγμένο στοιχείο πίνακα $\langle j_1 || M^L(q\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{1}{q} \nabla || j_2 \rangle$ παράγουμε τον τύπο

$$\langle j_1 || M^L(q\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{1}{q} \nabla || j_2 \rangle = e^{-y} y^{(L-1)/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} E_{\mu}^4(L) y^{\mu}, \quad (4.61)$$



Ενεργειακά επίπεδα	$\zeta_{\mu}^{-}(n_1 l_1 n_2 l_2, L), 0 \leq \mu \leq 3$					
	$n_1 l_1 - n_2 l_2$	L	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$
0d - 0d	1	1	$-\frac{7}{6}$	$\frac{14}{15}$	$-\frac{2}{15}$	
		3	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{15}$		
0f - 0f	1	1	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{5}$	$-\frac{18}{35}$	$\frac{4}{105}$
		3	$-\frac{33}{35}$	$\frac{44}{105}$	$-\frac{4}{105}$	
		5	$-\frac{26}{105}$	$\frac{4}{105}$		
1p - 1p	1	1	$-\frac{5}{6}$	$\frac{19}{15}$	$-\frac{13}{15}$	$\frac{2}{15}$
0d - 0f	2	2	$-\frac{3}{5}\sqrt{\frac{7}{2}}$	$\frac{6}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	
		4	$-\frac{11}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$		
0d - 1p	2	2	0	$-\frac{3}{5}$	$\frac{2}{15}$	
0f - 0d	2	2	$-\frac{3}{5}\sqrt{\frac{7}{2}}$	$\frac{6}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	
		4	$-\frac{11}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$		
0f - 1p	3	3	$\frac{3}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{13}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	
1p - 0d	2	2	$\frac{14}{15}$	$-\frac{13}{15}$	$\frac{2}{15}$	
1p - 0f	3	3	$\frac{9}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{17}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	

Πίνακας 4.1: Γεωμετρικοί συντελεστές $\zeta_{\mu}^{-}(n_1 l_1 n_2 l_2, L)$ οι οποίοι προσδιορίζουν μερικά ακτινικά ολοκληρώματα $\langle n_1 l_1 | \theta_l^{-}(\rho) | n_2 l_2 \rangle$ της Εξ. (4.49).



Ενεργειακά επίπεδα	$\zeta_{\mu}^{-}(n_1 l_1 n_2 l_2, L), 0 \leq \mu \leq 3$				
	L	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$
$0d - 0d$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{15}$	$-\frac{2}{15}$	
	3	$\frac{1}{15}$	$\frac{2}{15}$		
$0f - 0f$	1	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{15}$	$-\frac{26}{105}$	$\frac{4}{105}$
	3	$\frac{9}{35}$	$\frac{16}{105}$	$-\frac{4}{105}$	
	5	$\frac{2}{105}$	$\frac{4}{105}$		
$1p - 1p$	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{15}$	$-\frac{7}{15}$	$\frac{2}{15}$
$0d - 0f$	2	$\frac{7}{6}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{4}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	
	4	$\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$		
$0d - 1p$	2	$-\frac{2}{5}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	
$0f - 0d$	2	$\frac{1}{15}\sqrt{\frac{7}{2}}$	$\frac{8}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	
	4	$-\frac{1}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$		
$0f - 1p$	3	$-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{7}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	
$1p - 0d$	2	$\frac{4}{15}$	$-\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$	
$1p - 0f$	3	$-\frac{1}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{1}{5}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{2}{15}\sqrt{\frac{2}{7}}$	

Πίνακας 4.2: Γεωμετρικοί συντελεστές $\zeta_{\mu}^{+}(n_1 l_1 n_2 l_2, L)$ οι οποίοι προσδιορίζουν μερικά ακτινικά ολοκληρώματα του τύπου $\langle n_1 l_1 | \theta_l^{+}(\rho) | n_2 l_2 \rangle$ σύμφωνα με την Εξ. (4.49).



όπου

$$E_{\mu}^4(L) = B_L^- \zeta_{\mu}^-(L) + B_L^+ \zeta_{\mu}^+(L). \quad (4.62)$$

Οι συντελεστές ε_{μ}^L και $\zeta_{\mu}^{\pm}(L)$ έχουν βρεθεί στις εξισώσεις (4.52), (4.54) και (4.55).

Έχοντας διαθέσιμο τον φορμαλισμό των εξισώσεων (4.56), (4.59) και (4.61), μπορούμε άμεσα να εξάγουμε κλειστούς αναλυτικούς τύπους για τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα των επτά βασικών τελεστών ορισμένης ομοτιμίας που δίνονται από τις εξισώσεις (4.21)-(4.27). Όλα αυτά τα θεμελιώδη στοιχεία πίνακα μπορούν να γραφούν στη συμπαγή μορφή

$$\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle = e^{-y} y^{\beta/2} \prod(y) = e^{-y} y^{\beta/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \mathcal{P}_{\mu}^J y^{\mu}, \quad (4.63)$$

όπου

$$\prod(y) = \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \mathcal{P}_{\mu}^J y^{\mu}, \quad y = \frac{q^2 b^2}{4} \quad (4.64)$$

και

$$n_{max} = (N_1 + N_2 - \beta)/2. \quad (4.65)$$

Οι συντελεστές \mathcal{P}_{μ}^J για κάθε ειδική περίπτωση του τελεστή T^J φαίνονται στον Πίνακα 4.3. Ο ακέραιος αριθμός β των εξισώσεων (4.63) και (4.65) παρατίθεται επίσης σε αυτόν τον πίνακα.

Όπως συμπεραίνουμε από τον Πίνακα 4.3, οι συντελεστές \mathcal{P}_{μ}^J γράφονται με τη βοήθεια των συντελεστών $E_{\mu}^i(L)$, $i = 1, 2, 3, 4$, που δίνονται στις εξισώσεις (4.58), (4.60) και (4.62). Οι συντελεστές \mathcal{P}_{μ}^0 είναι πολύ πιο απλοί συγκρινόμενοι με αυτούς που αντιστοιχούν σε $\mu > 0$.

Πριν κλείσουμε τη συζήτηση για τα θεμελιώδη στοιχεία πίνακα, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι, κάτω από αμοιβαία εναλλαγή του $n_1(l_1 1/2)j_1$ με $n_2(l_2 1/2)j_2$ στην εξίσωση (4.63), ισχύουν οι ακόλουθες σχέσεις:

$$\langle j_2 || T^J(qr) || j_1 \rangle = (-)^{\lambda} \langle j_1 || T^J(qr) || j_2 \rangle, \quad (4.66)$$

όπου $\lambda = j_1 - j_2$ για τους τελεστές $T_1 = M$, $T_5 = \Delta$, $T_3 = \Sigma'$, $T_4 = \Sigma''$, και $\lambda = j_1 + j_2$ για τους τελεστές $T_6 = \Delta'$ και $T_2 = \Sigma$ (Η σύμβασή μας όσον αφορά τη φάση για τα στοιχεία πίνακα των εξισώσεων (4.66) είναι η ίδια με αυτή της αναφοράς [114]). Η έκφραση (4.66) σχετίζει τα στοιχεία πίνακα των «μεταπτώσεων προς τα εμπρός» με τα αντίστοιχα στοιχεία πίνακα των «μεταπτώσεων προς τα πίσω» τα οποία εμφανίζονται στους QRPA υπολογισμούς (βλέπε Κεφάλαιο 3). Έτσι στους πίνακες των συντελεστών \mathcal{P}_{μ}^J αρκεί ο προσδιορισμός τους σε μια εκ των δύο κατηγοριών στοιχείων πίνακα.² Τα στοιχεία πίνακα της άλλης βρίσκονται με εφαρμογή της σχέσης (4.66).

² Στην παρούσα εργασία, κατά την κατασκευή των πινάκων με συντελεστές \mathcal{P}_{μ}^J , για τα μη διαγώνια στοιχεία πίνακα $\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle$ δεχόμαστε ότι το επίπεδο $(n_1 l_1) j_1$ βρίσκεται υψηλότερα του επιπέδου $(n_2 l_2) j_2$. Τα υπόλοιπα στοιχεία βρίσκονται με εφαρμογή της Εξ. (4.66).



Τελεστής	β	$\mathcal{P}_\mu^J, 0 \leq \mu \leq n_{max}$
$T_1^J = M^J$	J	$E_\mu^1(J)$
$T_2^J = \Sigma^J$	J	$E_\mu^2(J)$
$T_3^J = \Sigma'^J$	$J - 1$	$(J + 1)^{1/2} E_\mu^2(J - 1) - J^{1/2} E_{\mu-1}^2(J + 1)$
$T_4^J = \Sigma''^J$	$J - 1$	$J^{1/2} E_\mu^2(J - 1) + (J + 1)^{1/2} E_{\mu-1}^2(J + 1)$
$T_5^J = \Delta^J$	$J - 1$	$E_\mu^3(L)$
$T_6^J = \Delta'^J$	$J - 2$	$(J + 1)^{1/2} E_\mu^3(J - 1) - J^{1/2} E_{\mu-1}^3(J + 1)$
$T_7^J = \Omega^J$	J	$E_\mu^4(J)$
Ω'^J	$J - 1$	$E_\mu^4(J) + \frac{1}{2} \left\{ J^{1/2} E_\mu^2(J - 1) + (J + 1)^{1/2} E_{\mu-1}^2(J + 1) \right\}$

Πίνακας 4.3: Οι συντελεστές \mathcal{P}_μ^J της Εξ. (4.63) για τα θεμελιώδη ανοιγμένα σ-τοιχεία πίνακα των επτά βασικών μονοσωματιδιακών τελεστών $T_i^J, i = 1, 2, \dots, 7$ που υπεισέρχονται στην περιγραφή κάθε ημιλεπτονικής διαδικασίας στους πυρήνες [βλέπε στο κείμενο τις Εξς. (4.21)-(4.27)]. Επίσης, δίνονται οι τιμές για την παράμετρο β των εξισώσεων (4.63) και (4.65).



Ο τελεστής $T_7 = \Omega$ της Εξ (4.27) δεν έχει μια απλή συμμετρία κάτω από την παραπάνω εναλλαγή, $j_1 \leftrightarrow j_2$, και, γι' αυτό το λόγο, παραδοσιακά ορίζει κανείς τον τελεστή [19]

$$\Omega_M^J \equiv \Omega_M^J + \frac{1}{2} \Sigma_M^J, \quad (4.67)$$

για τον οποίο, εφαρμόζοντας την Εξ. (4.66), πρέπει κανείς να θέσει $\lambda = j_1 + j_2$. Τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα του τελεστή Ω_M^J της Εξ. (4.67), δηλαδή

$$\langle j_1 || \Omega_M^J || j_2 \rangle = \langle j_1 || \Omega_M^J || j_2 \rangle + \frac{1}{2} \langle j_1 || \Sigma_M^J || j_2 \rangle$$

δίνονται επίσης από την Εξ. (4.63) αλλά τώρα οι συντελεστές \mathcal{P}_μ^J γράφονται (βλέπε Πίνακα 4.3)

$$\mathcal{P}_\mu^J = E_\mu^4(J) + \frac{1}{2} \{ J^{1/2} E_\mu^2(J-1) + (J+1)^{1/2} E_{\mu-1}^2(J+1) \}. \quad (4.68)$$

Προτού παρουσιάσουμε μερικές εφαρμογές του παραπάνω φορμαλισμού, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι, οι αναλυτικές και γενικές εκφράσεις της Εξ. (4.63) ισχύουν για κάθε συνδυασμό των μονοσωματιδιακών επιπέδων $(n_1 l_1) j_1$, $(n_2 l_2) j_2$. Για τον προσδιορισμό των πολυωνύμων $\Pi(y)$ των Εξ. (4.63) και (4.64), αρκεί ο υπολογισμός των ανεξάρτητων από την ορμή γεωμετρικών συντελεστών \mathcal{P}_μ^J (βλέπε Πίνακα 4.3). Αυτοί οι κλειστοί τύποι έχουν παραχθεί αναστρέφοντας κατάλληλα τα πολλαπλά αθροίσματα που περιλαμβάνονται στα αντίστοιχα στοιχεία πίνακα (βλέπε αναφορές [110, 86]), έτσι ώστε η τελική άθροιση να εφαρμόζεται πάνω στον κύριο κβαντικό αριθμό αρμονικού ταλαντωτή $N = 2n + l$.

Οι αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού όλων των βασικών ανηγμένων στοιχείων πίνακα που κατασκευάστηκαν στο παρόν Κεφάλαιο προσφέρουν ιδιαίτερα πλεονεκτήματα, για εκτεταμένους και λεπτομερειακούς υπολογισμούς των ρυθμών μετάπτωσης σε ημιλεπτονικές αντιδράσεις. Επίσης, αξίζει να αναφερθεί ότι ένας συμπαγής φορμαλισμός των θεμελιωδών ανηγμένων στοιχείων πίνακα σαν αυτόν που εισάγεται με τις Εξ. (4.63)–(4.65) και τον Πίνακα 4.3, αποτελεί ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο για τους ερευνητές εκείνους οι οποίοι υιοθετούν φαινομενολογικές εκφράσεις για τα πυρηνικά στοιχεία μετάπτωσης για πολλές ημιλεπτονικές διαδικασίες στους πυρήνες [110, 86]. Μερικές εφαρμογές συζητούνται παρακάτω.

4.4 Εφαρμογές του συμπαγούς φορμαλισμού των θεμελιωδών πυρηνικών στοιχείων πίνακα

Όπως έχει αναφερθεί, οι ενεργές διατομές των ημιλεπτονικών πυρηνικών αντιδράσεων είναι ανάλογες του τετραγώνου των πολυσωματιδιακών στοιχείων πίνακα πολυπολικών τελεστών μεταξύ των πυρηνικών καταστάσεων $|i\rangle$ (αρχικής) και $|f\rangle$ (τελικής). Στη



γνωστή μέθοδο Walecka-Donnelly-Haxton τα πολυσωματιδιακά στοιχεία πίνακα γράφονται συναρτήσει μονοσωματιδιακών στοιχείων πίνακα των επτά θεμελιωδών πολυπολικών τελεστών της παραγράφου 4.2.1 (βλέπε π.χ. Κεφ.5, παράγραφος 5.5, Εξ. (5.23)).

Τα μονοσωματιδιακά ανηγμένα στοιχεία πίνακα της μορφής $\langle j_1 || T^J(q\mathbf{r}) || j_2 \rangle$ υπολογίζονται από την έκφραση (4.63). Στις επόμενες ενότητες εφαρμόζουμε αυτόν τον φορμαλισμό για να προσδιορίσουμε τα απαιτούμενα στοιχεία πίνακα για πυρήνες στην περιοχή του ισότοπου ^{127}I και πυρηνικές ροπές διπλής-β αποδιέγερσης.

4.4.1 Ανηγμένα στοιχεία πίνακα αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων ν-πυρήνα

Το ισότοπο ^{127}I θεωρείται ένας πολλά υποσχόμενος στόχος για την ανίχνευση ηλιακών και υπερκαινοφανών νετρίνων [106] καθώς και για την ανίχνευση σωματιών της ψυχρής σκοτεινής ύλης [108]. Ο χώρος σθένους που επιλέχθηκε στην [75] αποτελείται από τους κύριους φλοιούς αρμονικού ταλαντωτή με $N = 3 - 5$ και επί πλέον τον υποφλοιό $0i_{13/2}$ από τον $N = 6$ κύριο φλοιό.

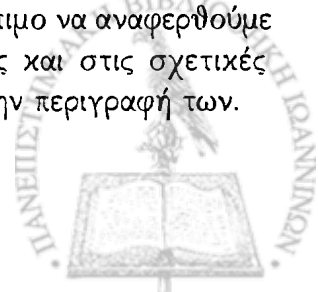
Ως εφαρμογή, υπολογίζουμε τα στοιχεία πίνακα μετάβασης στην περίπτωση της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα φορτισμένου ρεύματος $^{127}\text{I}(\nu_l, l^-)^{127}\text{Xe}^*$. Στους Πίνακες 4.4 - 4.6 παρουσιάζονται μερικοί συντελεστές \mathcal{P}_μ^J που απαιτούνται για να προσδιορίσουμε τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα των τελεστών κανονικής ομοτιμίας M^J, Σ^J, Δ^J χρησιμοποιώντας τον Πίνακα 4.3 και την Εξ. (4.63). Στους πίνακες αυτούς παρουσιάζουμε τους συντελεστές για μεταβάσεις του τύπου $\frac{5}{2}^+ \rightarrow \frac{3}{2}^+$ [110, 86]. Όπως έχει συζητηθεί, οι συντελεστές των πολυωνύμων είναι πολύ απλοί κι εύκολα υπολογίσιμοι αριθμοί, γεγονός που καταδεικνύει το πλεονέκτημα του φορμαλισμού που παρουσιάστηκε στο παρόν Κεφάλαιο.

Στους Πίνακες 4.7 και 4.8 παρουσιάζονται συντελεστές που προσδιορίζουν μερικά στοιχεία πίνακα $\langle j_1 || \Sigma^J || j_2 \rangle$ και $\langle j_1 || \Delta^J || j_2 \rangle$ που περιγράφουν μεταπτώσεις του τύπου $\frac{9}{2}^+ \rightarrow \frac{7}{2}^+, \frac{9}{2}^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+, \frac{7}{2}^+ \rightarrow \frac{3}{2}^+, \frac{3}{2}^+ \rightarrow \frac{1}{2}^+$ για την αντίδραση μεταβολής φορτίου $^{115}\text{In}(\nu_l, l^-)^{115}\text{Sn}$ σε ένα χώρο μοντέλου που περιλαμβάνει όλα τα επίπεδα αρμονικού ταλαντωτή με πλήθος κβάντα $N=3-4$.

Παρατηρούμε από τους Πίνακες 4.4 - 4.8 ότι οι συντελεστές \mathcal{P}_μ^J για τα διαγώνια στοιχεία πίνακα και οι $(\mathcal{P}_\mu^J)^2$ για τα μη-διαγώνια, $\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle$ με $j_1 \neq j_2$, είναι κλασματικοί αριθμοί.

4.4.2 Πυρηνικές ροπές διπλής βήτα-διάσπασης

Οι συμπαγείς εκφράσεις της Εξ. (4.63) για τα ανηγμένα πυρηνικά στοιχεία πίνακα μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την βελτίωση του φορμαλισμού που παρέχει τους ρυθμούς μετάπτωσης στις αντιδράσεις της διπλής βήτα αποδιέγερσης [4, 22, 26, 77, 82, 83, 85]. Πριν, όμως, προβούμε στη συζήτηση αυτή, θεωρούμε σχόλιμο να αναφερθούμε περιληπτικά στα χαρακτηριστικά των αντιδράσεων αυτών, καθώς και στις σχετικές εξισώσεις των πυρηνικών στοιχείων πίνακα που υπεισέρχονται στην περιγραφή των.



$(n_1 l_1) j_1 - (n_2 l_2) j_2$	J	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$	$\mu = 4$
$0f_{5/2} - 1p_{3/2}$	2	$\frac{8}{5} \sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\frac{104}{35} \sqrt{\frac{1}{6}}$	$\frac{8}{35} \sqrt{\frac{2}{3}}$		
	4	$-\frac{48}{35}$	$\frac{16}{35}$			
$1d_{5/2} - 1d_{3/2}$	2	$-\frac{44}{5} \sqrt{\frac{1}{21}}$	$\frac{376}{35} \sqrt{\frac{1}{21}}$	$-\frac{152}{35} \sqrt{\frac{1}{21}}$	$\frac{16}{35} \sqrt{\frac{1}{21}}$	
	4	$\frac{152}{35} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{96}{35} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{204}{665} \sqrt{\frac{2}{7}}$		
$1f_{5/2} - 1p_{3/2}$	2	$-\frac{4}{5} \sqrt{3}$	$\frac{40}{35} \sqrt{3}$	$-\frac{152}{105} \sqrt{\frac{1}{3}}$	$\frac{16}{105} \sqrt{\frac{1}{3}}$	
	4	$\frac{136}{105} \sqrt{2}$	$-\frac{32}{35} \sqrt{2}$	$\frac{16}{105} \sqrt{2}$		
$1f_{5/2} - 2p_{3/2}$	2	$\frac{16}{5} \sqrt{\frac{3}{7}}$	$-\frac{40}{7} \sqrt{\frac{3}{7}}$	$\frac{208}{21} \sqrt{\frac{1}{21}}$	$-\frac{232}{105} \sqrt{\frac{1}{21}}$	$\frac{16}{105} \sqrt{\frac{1}{21}}$
	4	$-\frac{208}{35} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{592}{105} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{176}{105} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{16}{105} \sqrt{\frac{2}{7}}$	

Πίνακας 4.4: Συντελεστές P_{μ}^J που προσδιορίζουν μερικά από τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα $\langle j_1 || M^J || j_2 \rangle$ που περιγράφουν μεταβάσεων της μορφής $\frac{5}{2}^+ \rightarrow \frac{3}{2}^+$ της αντίδρασης μεταβολής φορτίου $^{127}\text{I} (\nu_1, l^-) ^{127}\text{Xe}^*$ σε ένα χώρο μοντέλου που περιλαμβάνει τα επίπεδα αρμονικού ταλαντωτή με πλήθος κβάντων $N=3-5$ (βλέπε κείμενο).



$(n_1 l_1) j_1 - (n_2 l_2) j_2$	J	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$	$\mu = 4$
$0f_{5/2} - 1p_{3/2}$	2	$-\frac{8}{3}$	$\frac{52}{21}$	$-\frac{8}{21}$		
	4	$\frac{24}{7} \sqrt{\frac{1}{5}}$	$-\frac{8}{7} \sqrt{\frac{1}{5}}$			
$1d_{5/2} - 1d_{3/2}$	2	$-\frac{22}{3} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{188}{21} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{76}{21} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{8}{21} \sqrt{\frac{2}{7}}$	
	4	$\frac{76}{7} \sqrt{\frac{2}{35}}$	$-\frac{48}{7} \sqrt{\frac{2}{35}}$	$\frac{8}{7} \sqrt{\frac{2}{35}}$		
$1f_{5/2} - 1p_{3/2}$	2	$2\sqrt{2}$	$-\frac{20}{7} \sqrt{2}$	$\frac{76}{63} \sqrt{2}$	$-\frac{8}{63} \sqrt{2}$	
	4	$-\frac{68}{21} \sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{48}{21} \sqrt{\frac{2}{5}}$	$-\frac{8}{21} \sqrt{\frac{2}{5}}$		
$1f_{5/2} - 2p_{3/2}$	2	$-8\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{100}{7} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{520}{63} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{116}{63} \sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{8}{63} \sqrt{\frac{2}{7}}$
	4	$\frac{104}{7} \sqrt{\frac{2}{35}}$	$-\frac{296}{21} \sqrt{\frac{2}{35}}$	$\frac{88}{21} \sqrt{\frac{2}{35}}$	$-\frac{8}{21} \sqrt{\frac{2}{35}}$	

Πίνακας 4.5: Συντελεστές \mathcal{P}_μ^J που προσδιορίζουν μερικά ανηγμένα στοιχεία πίνακα της μορφής $\langle j_1 || \Sigma^J || j_2 \rangle$. Βλέπε λεζάντα του Πίνακα 4.4 και στο κείμενο.

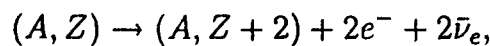


$(n_1 l_1) j_1 - (n_2 l_2) j_2$	J	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$	$\mu = 4$
$0f_{5/2} - 1p_{3/2}$	2	0	$\frac{2}{3}$	$-\frac{4}{21}$		
	4	0	$-\frac{4}{7}\sqrt{\frac{1}{5}}$			
$1f_{5/2} - 1p_{3/2}$	2	$\frac{3}{5}\sqrt{2}$	$-\frac{22}{35}\sqrt{2}$	$\frac{122}{315}\sqrt{2}$	$-\frac{20}{315}\sqrt{2}$	
	4	$-\frac{34}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{16}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}$	$-\frac{4}{21}\sqrt{\frac{2}{5}}$		
$1f_{5/2} - 2p_{3/2}$	2	0	$2\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{12}{7}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$\frac{38}{63}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{4}{63}\sqrt{\frac{2}{7}}$
	4	0	$-\frac{52}{21}\sqrt{\frac{2}{35}}$	$\frac{8}{7}\sqrt{\frac{2}{35}}$	$-\frac{4}{21}\sqrt{\frac{2}{35}}$	

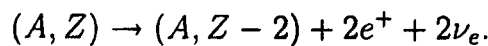
Πίνακας 4.6: Συντελεστές P_μ^J που προσδιορίζουν μερικά ανηγμένα στοιχεία πίνακα $\langle j_1 || \Delta^J || j_2 \rangle$. Για λεπτομέρειες βλέπε κείμενο.

Διπλή βήτα-διάσπαση με δύο νετρίνα

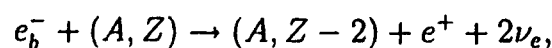
Διακρίνουμε τέσσερις τύπους πυρηνικής διπλής βήτα διάσπασης (ββ-διασπάσεις), συνοδευόμενης από νετρίνα (ή αντινετρίνα). Το μεγαλύτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η αντίδραση με εκπομπή δύο ηλεκτρονίων ($2\nu\beta^-\beta^-$ -διάσπαση)



(βλέπε Σχήμα 4.1 αριστερά) όπου τα A και Z δηλώνουν τον μαζικό και ατομικό αριθμό, αντίστοιχα, του μελετουμένου πυρήνα-στόχου. Μια άλλη ενδιαφέρουσα διπλή βήτα διάσπαση είναι εκείνη που συνοδεύεται από εκπομπή δύο ποζιτρονίων ($2\nu\beta^+\beta^+$ -διάσπαση)



Σε σύγκριση με την $2\nu\beta^-\beta^-$ -διάσπαση, η διαδικασία $2\nu\beta^+\beta^+$ δεν ευνοείται λόγω της μικρής κινητικής ενέργειας καθώς επίσης και την απωστική δύναμη Coulomb του ποζιτρονίου. Πιο ευνοϊκή για ανίχνευση από την $2\nu\beta^+\beta^+$ -διάσπαση είναι οι διαδικασίες σύλληψης ηλεκτρονίων, δηλαδή η σύλληψη ενός ατομικού ηλεκτρονίου στη βασική κατάσταση με ταυτόχρονη εκπομπή ποζιτρονίου ($2\nu\beta^+$ -διάσπαση)



$(n_1 l_1) j_1 - (n_2 l_2) j_2$	J	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$	$\mu = 4$
$0g_{9/2} - 0g_{7/2}$	2	$-4\sqrt{\frac{11}{7}}$	$\frac{24}{7}\sqrt{\frac{11}{7}}$	$-\frac{16}{21}\sqrt{\frac{11}{7}}$	$\frac{32}{693}\sqrt{\frac{11}{7}}$	
	4	$\frac{12}{35}\sqrt{\frac{286}{7}}$	$-\frac{48}{35}\sqrt{\frac{26}{77}}$	$\frac{48}{445}\sqrt{\frac{26}{77}}$		
	6	$-\frac{16}{21}\sqrt{\frac{5}{11}}$	$\frac{32}{315}\sqrt{\frac{5}{11}}$			
	8	$\frac{16}{9}\sqrt{\frac{2}{715}}$				
$0g_{9/2} - 2s_{1/2}$	4	$\frac{64}{105}\sqrt{7}$	$-\frac{128}{315}\sqrt{7}$	$\frac{16}{315}\sqrt{7}$		
$0g_{7/2} - 1d_{3/2}$	2	$\frac{16}{5}\sqrt{\frac{6}{7}}$	$-\frac{152}{5}\sqrt{\frac{6}{7}}$	$\frac{426}{15}\sqrt{\frac{2}{21}}$	$-\frac{32}{15}\sqrt{\frac{2}{21}}$	
	4	$-\frac{176}{735}\sqrt{7}$	$\frac{304}{2205}\sqrt{7}$	$-\frac{32}{2205}\sqrt{7}$		
$1d_{3/2} - 2s_{1/2}$	2	$-\frac{8}{5}\sqrt{\frac{14}{3}}$	$\frac{76}{5}\sqrt{\frac{2}{21}}$	$-\frac{32}{5}\sqrt{\frac{14}{3}}$	$\frac{4}{5}\sqrt{\frac{2}{21}}$	

Πίνακας 4.7: Συντελεστές που προσδιορίζουν τα στοιχεία πίνακα $\langle j_1 || \Sigma^J || j_2 \rangle$ που περιγράφουν μεταπτώσεις του τύπου $\frac{9^+}{2} \rightarrow \frac{7^+}{2}, \frac{9^+}{2} \rightarrow \frac{1^+}{2}, \frac{7^+}{2} \rightarrow \frac{3^+}{2}, \frac{3^+}{2} \rightarrow \frac{1^+}{2}$ για την αντίδραση μεταβολής φορτίου $^{115}\text{In} (v, l^-) \rightarrow ^{115}\text{Sn}$ σε ένα χώρο μοντέλου που περιλαμβάνει όλα τα επίπεδα αρμονικού ταλαντωτή με πλήθος κβάντα $N=3-4$.

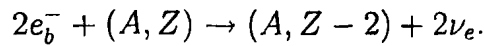


$(n_1 l_1) j_1 - (n_2 l_2) j_2$	J	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$
$0g_{9/2} - 0g_{7/2}$	2	$-2\sqrt{\frac{22}{7}}$	$\frac{8}{7}\sqrt{\frac{22}{7}}$	$-\frac{8}{63}\sqrt{\frac{22}{7}}$	
	4	$\frac{8}{35}\sqrt{\frac{43}{7}}$	$-\frac{16}{35}\sqrt{\frac{13}{77}}$		
	6	$-\frac{8}{63}\sqrt{\frac{10}{11}}$			
$0g_{9/2} - 1p_{1/2}$	4	$\frac{8}{35}\sqrt{\frac{2}{7}}$	$-\frac{8}{45}\sqrt{\frac{2}{7}}$		
$0g_{7/2} - 1d_{3/2}$	4	$-\frac{4}{15}\sqrt{2}$	$\frac{4}{45}\sqrt{2}$		
	4	$-\frac{176}{735}\sqrt{7}$	$\frac{304}{2205}\sqrt{7}$	$-\frac{32}{2205}\sqrt{7}$	
$1d_{3/2} - 1p_{1/2}$	2	$-\frac{2}{15}\sqrt{21}$	$\frac{4}{35}\sqrt{21}$	$-\frac{4}{105}\sqrt{21}$	

Πίνακας 4.8: Συντελεστές που προσδιορίζουν μερικά στοιχεία πίνακα της μορφής $\langle j_1 || \Delta^J || j_2 \rangle$ που περιγράφουν μεταπτώσεις της αντίδρασης μεταβολής φορτίου $^{115}\text{In}(\mu, l^-) \text{ } ^{115}\text{Sn}$ για τον τελεστή $T^J \equiv \Delta^J$ (βλέπε κείμενο).



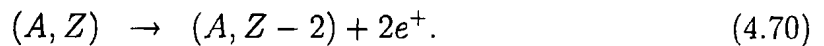
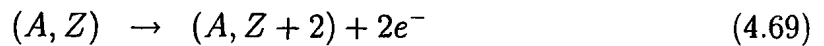
και η ταυτόχρονη σύλληψη δύο ατομικών ηλεκτρονίων στη βασική κατάσταση ($2\nu_{ee}$ -διάσπαση)



Οι τελευταίες διαδικασίες συνοδεύονται από εκπομπή δύο νετρίνων του τύπου ν_e και προβλέπονται από την καθιερωμένη θεωρία.

Διπλή βήτα-διάσπαση χωρίς νετρίνα

Η $\beta^-\beta^-$ διάσπαση χωρίς νετρίνα (βλέπε διάγραμμα Σχ. 4.1 δεξιά), είναι μια διαδικασία κατά την οποία από έναν πυρήνα (A, Z) εκπέμπονται ταυτόχρονη (στην τελική κατάσταση) δύο ηλεκτρόνια, ενώ στην $\beta^+\beta^+$ διάσπαση εκπέμπονται δύο ποζιτρόνια σύμφωνα με τις αντιδράσεις [84]

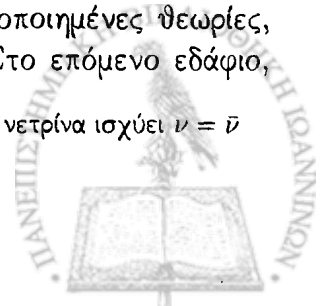


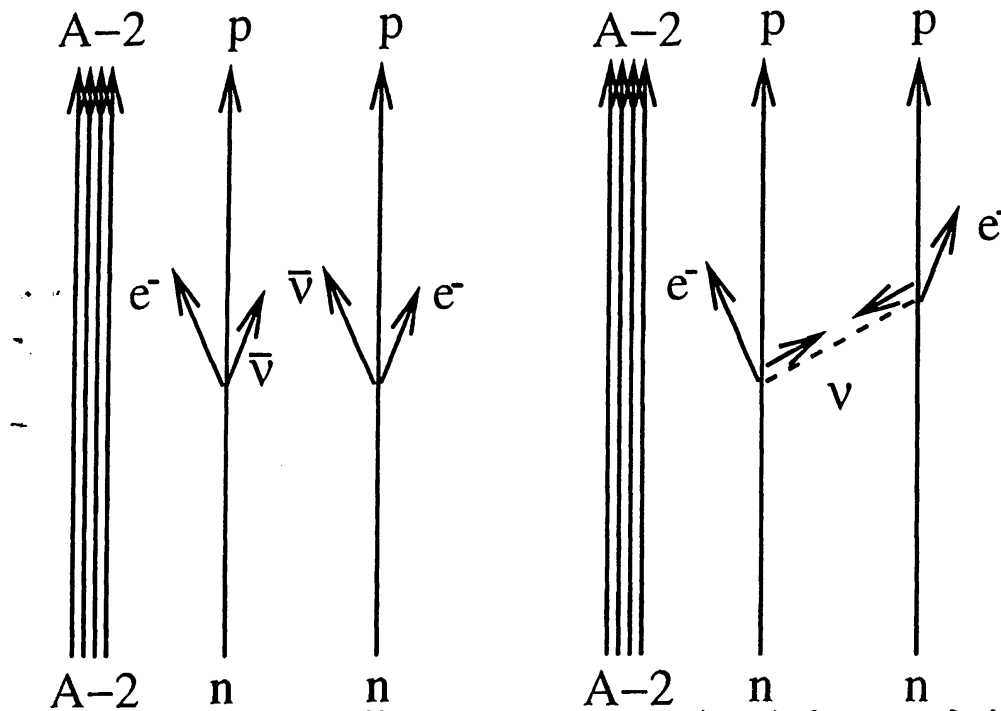
Οι τελευταίες διαδικασίες καθώς και οι αντίστοιχες σύλληψης ενός e^- ή δύο e^- χωρίς νετρίνα, δεν προβλέπονται από την καθιερωμένη θεωρία. Στο μικτό τρόπο διπλής β -αποδιέγερσης χωρίς νετρίνα, β^+EC , απορροφάται ένα e^- και ταυτόχρονα εκπέμπεται μόνο ένα ποζιτρόνιο, ενώ στον τρόπο $EC EC$, δεν εκπέμπονται σωματίδια αλλά, απλά απορροφώνται (συλλαμβάνονται) ταυτόχρονα δύο ηλεκτρόνια. Αυτά τα δευτερεύοντα σωματίδια προκύπτουν από εσωτερικό σχηματισμό ζεύγους (e^+e^- στην τελική κατάσταση), εσωτερική μετατροπή ηλεκτρονίου (e^- στην τελική κατάσταση) και εκπομπή ενός ή δύο πρωτονίων [85]. Σ' αυτή τη διαδικασία, στην τελική κατάσταση έχει κανείς τον τελικό πυρήνα και δύο ηλεκτρόνια.

Ο μηχανισμός της $\beta^-\beta^-$ διάσπασης χωρίς νετρίνα βασίζεται στην εκπομπή ενός ηλεκτρονικού αντινετρίνου $\bar{\nu}_e$ στην πρώτη κορυφή διάσπασης ($n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$) και την απορρόφησή του στη δεύτερη κορυφή (βλέπε διάγραμμα Σχ. 4.1). Έτσι στην κορυφή της απορρόφησης λαμβάνει χώραν μια αντίστροφη β^- διάσπαση, $n + \nu_e \rightarrow p + e^-$, κατά την οποία απαιτείται ένα ν_e (ηλεκτρονικό νετρίνο), αντί για $\bar{\nu}_e$ (αντινετρίνο του ηλεκτρονίου). Οι διαδικασίες εκπομπής και απορρόφησης μπορούν να περιγραφούν μέσω της ανταλλαγής ενός «δυνητικό νετρίνο» (μη-πραγματικού νετρίνου).

Η εκπομπή ενός νετρίνου και η απορρόφησή του ως αντινετρίνου δεν είναι δυνατή στα πλαίσια της καθιερωμένης θεωρίας των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων των Glashow-Salam-Weinberg [35] όπου το νετρίνο και το αντινετρίνο είναι διακριτά σωματίδια. Επιπλέον, η διπλή βήτα διάσπαση χωρίς νετρίνα απαιτεί πάντα το νετρίνο να έχει μη-μηδενική μάζα [85]. Αυτή είναι μια παραπάνω απαίτηση με την οποία δε συμβιβάζεται το καθιερωμένο πρότυπο αφού τα νετρίνα, σύμφωνα με αυτό, είναι άμαζα σωματίδια Dirac.³ Η ερμηνεία της $0\nu\beta^-\beta^-$ -διάσπασης απαιτεί την εισαγωγή ενός μαζικού Majorana νετρίνου. Έτσι η $0\nu\beta^-\beta^-$ -διάσπαση προβλέπεται από διάφορες θεωρίες που επεκτείνονται πέραν του καθιερωμένου προτύπου (μεγαλοενοποιημένες θεωρίες, μοντέλα υπερχορδών, υπερσυμμετρικά μοντέλα, κλπ.) [26, 85]. Στο επόμενο εδάφιο,

³Υπενθυμίζουμε ότι για τα νετρίνα Dirac ισχύει $\nu \neq \bar{\nu}$ ενώ για Majorana νετρίνα ισχύει $\nu = \bar{\nu}$

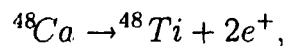




Σχήμα 4.1: Διαγράμματα Feynman σε πυρηνικό επίπεδο της διπλής βήτα αποδιέγερσης: Αριστερά $2\nu\beta^-\beta^-$ -αποδιέγερσης και δεξιά $\beta^-\beta^-$ -αποδιέγερση χωρίς νετρίνα.

αναφέρεται πρόβλεψη της $0\nu\beta^-\beta^-$ -διάσπασης μέσω μηχανισμών ανάμιξης νετρίνων (θεωρίες βαθμίδας). Όμως, δεν γίνονται σχετικοί υπολογισμοί αφού κάτι τέτοιο είναι πέρα από τους στόχους της παρούσας μελέτης.

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, ο συμπαγής φορμαλισμός μας θεωρητικά εφαρμόζεται για μια άπειρη μονοσωματιδιακή βάση και μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιαδήποτε ημιλεπτονική ηλεκτρασθενή διαδικασία, η οποία συμβαίνει στο πεδίο των πυρήνων [86, 87]. Στην πράξη, είναι κανείς αναγκασμένος να περικόψει τη βάση (truncated model space). Έτσι, η περιγραφή των πυρηνικών ροπών για την διπλή βήτα διάσπαση χωρίς νετρίνα π.χ. με πυρήνα-στόχο το ^{48}Ca δηλαδή



μπορεί να δοθεί σε ένα χώρο μοντέλου που περιλαμβάνει τα επτά τροχιακά των κύριων φλοιών $2\hbar\omega$ και $3\hbar\omega$ (δηλαδή τα μονοσωματιδιακά επίπεδα $0d_{5/2}$, $1s_{1/2}$, $0d_{3/2}$, $0f_{7/2}$, $1p_{3/2}$, $1p_{1/2}$, $0f_{5/2}$) [82].

Εκμεταλλευόμενοι τις αναλυτικές εκφράσεις του παρόντος Κεφαλαίου, στις επόμενες παραγράφους κάνουμε εφαρμογή των με στόχο να καταδείξουμε την απλοποίηση που μπορεί να επιτύχει κανείς στο φορμαλισμό των εργασιών [82, 83] που υπολογίζει τις πυρηνικές ροπές στη διπλή-βήτα διάσπαση χωρίς νετρίνα.

Χρήσιμες πυρηνικές ροπές

Στην περιγραφή των πυρηνικών ροπών για την διπλή-βήτα διάσπαση χωρίς νετρίνα υπεισέρχονται τα ακόλουθα ακτινικά ολοκληρώματα [22, 80, 82, 83]:

$$\mathcal{R}_L^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2; q) = \langle n_1 l_1 | j_L(qr) r^\kappa | n_2 l_2 \rangle \quad (4.71)$$

και

$$\mathcal{R}_{L_1 L_2}^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2, n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; \omega) = \int q^{\kappa+2} v(q; \omega) \mathcal{R}_{L_1}^0(n_1 l_1 n_2 l_2; q) \mathcal{R}_{L_2}^0(n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; q) dq \quad (4.72)$$

όπου $v(q; \omega)$ είναι συναρτήσεις που περιγράφουν την ενέργεια των ενδιάμεσων νετρίνων σε διάφορα μοντέλα βαθμίδας (μίξη ελαφρών νετρίνων, κ.λ.π.) που προβλέπουν την αντίδραση $0\nu\beta\beta$ -αποδιέγερση [22, 80, 82, 83]. Η παράμετρος ω σχετίζεται με την ενέργεια διέγερσης του ενδιάμεσου πυρήνα.

Χρησιμοποιώντας τον συμπαγή φορμαλισμό που παρουσιάσαμε στις προηγούμενες παραγράφους του παρόντος Κεφαλαίου τα ολοκληρώματα των Εξ. (4.71) και (4.72) απλοποιούνται και γράφονται ως ακολούθως.

α. Για τις ακτινικές ροπές $\mathcal{R}_L^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2; q)$ εργαζόμενοι όπως και στην Εξ. (4.51) βρίσκουμε

$$\mathcal{R}_L^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2; q) = b^\kappa y^{L/2} e^{-y} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \varepsilon_\mu^L y^\mu, \quad y = \frac{q^2 b^2}{4} \quad (4.73)$$

$$n_{max} = n_1 + n_2 + \frac{L}{2}$$

Από την Εξ. (4.73) συνάγεται ότι οι πυρηνικές ροπές $\mathcal{R}_L^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2; q)$ της Εξ. (4.71) υπολογίζονται απλώς με τη βοήθεια των συντελεστών $\varepsilon_\mu^L(n_1 l_1 n_2 l_2)$ της Εξ. (4.52). Σημειώνουμε ότι η Εξ. (4.73), για $\kappa = 0$, ανάγεται στην Εξ. (4.51). Για παράδειγμα, στον Πίνακα 4.9, δίνουμε τους συντελεστές που περιγράφουν τις \mathcal{R}_L^κ σε ένα χώρο μοντέλου που περιλαμβάνει τους φλοιούς $1s - 0d$ και $1p - 0f$.

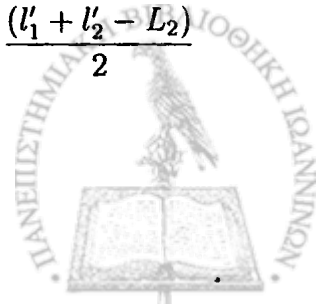
β. Για τον υπολογισμό των ακτινικών ροπών $\mathcal{R}_{L_1 L_2}^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2, n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; \omega)$ της Εξ. (4.72), αρχικά αντικαθιστούμε τα ακτινικά ολοκληρώματα της Εξ. (4.73) στο δεξιό μέλος της Εξ. (4.72) και στη συνέχεια επεξεργαζόμαστε τα γινόμενά της προς ολοκλήρωση συνάρτησης (βλέπε Παράρτημα Δ), οπότε παίρνουμε

$$\mathcal{R}_{L_1}^0(n_1 l_1 n_2 l_2; q) \mathcal{R}_{L_2}^0(n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; q) = e^{-2y} y^{(L_1+L_2)/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} c_\mu y^\mu \quad (4.74)$$

όπου

$$n_{max} = n_{1max} + n_{2max},$$

$$n_{1max} = n_1 + n_2 + \frac{(l_1 + l_2 - L_1)}{2}, \quad n_{2max} = n'_1 + n'_2 + \frac{(l'_1 + l'_2 - L_2)}{2}$$



$n_1 l_1 - n_2 l_2$	L	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$
$0d - 0d$	0	1	$-\frac{4}{3}$	$\frac{4}{15}$	
	2	$\frac{14}{15}$	$-\frac{4}{15}$		
	4	$\frac{4}{15}$			
$0f - 0f$	0	1	-2	$\frac{4}{5}$	$-\frac{8}{105}$
	2	$\frac{6}{5}$	$\frac{24}{35}$	$\frac{8}{105}$	
	4	$\frac{44}{105}$	$-\frac{8}{105}$		
	6	$\frac{8}{105}$			
$1s - 1s$	0	1	$-\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	
$1p - 1p$	0	1	-2	$\frac{22}{15}$	$-\frac{4}{15}$
	2	$\frac{6}{5}$	$\frac{16}{15}$	$-\frac{4}{15}$	
$0d - 1s$	2	1	$-\frac{8}{3}\sqrt{\frac{1}{10}}$	$\frac{4}{3}\sqrt{\frac{1}{10}}$	
$0d - 0f$	1	$\frac{1}{3}\sqrt{14}$	$-\frac{4}{15}\sqrt{14}$	$\frac{4}{105}\sqrt{14}$	
	3	$\frac{6}{35}\sqrt{14}$	$-\frac{4}{105}\sqrt{14}$		
$0d - 1p$	1	$-\frac{2}{3}$	$\frac{6}{5}$	$-\frac{4}{15}$	
	3	$-\frac{8}{15}$	$\frac{4}{15}$		
$1s - 1p$	1	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$-2\sqrt{\frac{2}{5}}$	$\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{5}}$	
$0f - 1p$	2	$\frac{4}{15}\sqrt{14}$	$\frac{26}{105}\sqrt{14}$	$-\frac{4}{105}\sqrt{14}$	
	4	$-\frac{4}{105}\sqrt{14}$	$\frac{4}{105}\sqrt{14}$		

Πίνακας 4.9: Οι συντελεστές ε_{μ}^L οι οποίοι προσδιορίζουν τις ακτινικές πυρηνικές ροπές του τύπου $\langle n_1 l_1 | j_L(qr) r^{\kappa} | n_2 l_2 \rangle$ [βλέπε Εξς. (4.51) και (4.73)] στο χώρο μοντέλου $1s - 0d$ και $1p - 0f$.



Οι συντελεστές c_μ στην Εξ. (4.74) λαμβάνονται από τους συντελεστές ε_ν^L μέσω της έκφρασης

$$c_\mu = \sum_{\lambda=0}^{\mu} \varepsilon_\lambda^{L_1} \varepsilon_{\mu-\lambda}^{L_2} \quad (4.75)$$

όπου, στο τελευταίο άθροισμα, έχουμε

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda^{L_1} &= 0, & n_{1max} < \lambda \leq n_{max}, \\ \varepsilon_{\mu-\lambda}^{L_2} &= 0, & n_{2max} < \mu - \lambda \leq n_{max}. \end{aligned}$$

Οι συντελεστές c_μ είναι γενικά απλοί κλασματικοί αριθμοί ή περιέχουν και τετραγωνικές ρίζες απλών κλασμάτων, όπως και οι συντελεστές ε_ν^L . Για ένα παράδειγμα, βλέπε Πίνακα 4.10.

Στη συνέχεια, εισάγοντας την Εξ. (4.74) στην Εξ. (4.72) και θέτοντας

$$q = 2y^{1/2}/b$$

[βλέπε Εξ. (4.73)], παίρνουμε

$$\mathcal{R}_{L_1 L_2}^\kappa(n_1 l_1 n_2 l_2, n'_1 l'_1 n'_2 l'_2; \omega) = \frac{2^{\kappa+2}}{b^{\kappa+3}} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} c_\mu \mathcal{I}^\lambda(\omega) \quad (4.76)$$

όπου

$$\lambda = \mu + (L_1 + L_2 + \kappa + 1)/2.$$

Οι ποσότητες $\mathcal{I}^\lambda(\omega)$ της Εξ. (4.76) παριστάνουν τα ολοκληρώματα

$$\mathcal{I}^\lambda(\omega) = \int_0^\infty v(y; \omega) e^{-2y} y^\lambda dy. \quad (4.77)$$

τα οποία υπολογίζονται αν μας δοθεί η ακριβής μορφή της $v(y; \omega)$ [22].

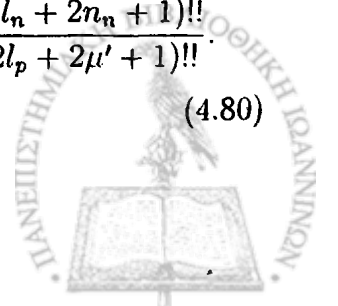
Στα πλαίσια της μεθόδου των Horie-Sasaki και Mosinsky, η αντίστοιχη έκφραση της Εξ. (4.76), όπως φαίνεται στην εργασία [82], γράφεται

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_{LL'}^\kappa(pn p'n'; \omega) &= [M(pn)M(p'n')]^{-1/2} \\ &\times \sum_{mm'} a_m(pn) a_{m'}(p'n') f_{LL'}^\kappa(m, m'; \omega) \end{aligned} \quad (4.78)$$

Οι συντελεστές $M(pn)$ και $a_m(pn)$, όπου $p = (n_p, l_p)$ και $n = (n_n, l_n)$, ορίζονται από [81]

$$M(pn) = 2^{n_p+n_n} n_p! n_n! (2l_p + 2n_p + 1)!! (2l_n + 2n_n + 1)!! \quad (4.79)$$

$$a_{l_p+l_n+2s}(pn) = (-)^s \sum_{(\mu+\mu'=s)} \binom{n_p}{\mu} \binom{n_n}{\mu'} \frac{(2l_p + 2n_p + 1)!! (2l_n + 2n_n + 1)!!}{(2l_p + 2\mu + 1)!! (2l_p + 2\mu' + 1)!!} \quad (4.80)$$



$n_1 l_1, n_2 l_2$	$n'_1 l'_1, n'_2 l'_2$	L_1	L_2	$\mu = 0$	$\mu = 1$	$\mu = 2$	$\mu = 3$	$\mu = 4$	$\mu = 5$	$\mu = 6$
$1p - 1p$	$1p - 1p$	0	0	1	-4	$\frac{104}{15}$	$-\frac{16}{3}$	$\frac{724}{225}$	$-\frac{176}{225}$	$\frac{16}{225}$
		0	2	$\frac{6}{5}$	$-\frac{52}{15}$	$\frac{104}{25}$	$-\frac{544}{225}$	$\frac{152}{225}$	$-\frac{16}{225}$	
		2	2	$\frac{36}{25}$	$-\frac{64}{25}$	$\frac{16}{9}$	$-\frac{128}{225}$	$\frac{16}{225}$		
$1p - 1p$	$0f - 1p$	0	3	$-\frac{12}{5\sqrt{7}}$	$\frac{284}{45\sqrt{7}}$	$-\frac{168}{25\sqrt{7}}$	$\frac{2168}{675\sqrt{7}}$	$-\frac{448}{675\sqrt{7}}$	$\frac{32}{675\sqrt{7}}$	
		0	5	$-\frac{32}{45\sqrt{7}}$	$\frac{32}{20\sqrt{7}}$	$-\frac{2714}{675\sqrt{7}}$	$\frac{304}{675\sqrt{7}}$	$-\frac{32}{675\sqrt{7}}$		
		2	3	$-\frac{72}{25\sqrt{7}}$	$\frac{328}{125\sqrt{7}}$	$-\frac{1664}{675\sqrt{7}}$	$\frac{16}{27\sqrt{7}}$	$-\frac{32}{675\sqrt{7}}$		
		2	5	$-\frac{64}{125\sqrt{7}}$	$\frac{656}{675\sqrt{7}}$	$-\frac{256}{675\sqrt{7}}$	$\frac{32}{675\sqrt{7}}$			
$0f - 1p$	$0f - 1p$	3	3	$\frac{144}{175}$	$-\frac{544}{525}$	$\frac{6352}{14175}$	$-\frac{1088}{14175}$	$\frac{64}{14175}$		
		3	5	$\frac{64}{525}$	$-\frac{608}{315}$	$\frac{32}{63}$	$-\frac{64}{14175}$	$\frac{64}{14175}$		
		5	5	$\frac{1024}{14175}$	$-\frac{256}{14175}$	$-\frac{64}{14175}$	$\frac{64}{14175}$			

Πίνακας 4.10: Γεωμετρικοί συντελεστές c_μ της Εξ. (4.75) που προσδιορίζουν τα στοιχεία πίνακα των πυρηνικών ροπών, Εξ. (4.72), της διπλής β -διάσπασης χωρίς νετρίνα (βλέπε κείμενο).

και η $f_{LL'}^\kappa(m, m'; \omega)$ είναι

$$f_{LL'}^\kappa(m, m'; \omega) = \sum_{\mu} a_{2\mu} \left(\frac{m-L}{2} L, \frac{m'-L'}{2} L' \right) J_{\mu}^{\kappa}(\omega), \quad (4.81)$$

όπου $J_{\mu}^{\kappa}(\omega)$ είναι ολοκλήρωμα του τύπου της (4.77).

Γίνεται φανερό ότι, Εξ. (4.78) δεν περιλαμβάνει ένα απλό άθροισμα όπως η Εξ. (4.76), αλλά ένα διπλό άθροισμα πάνω σε ολοκληρώματα της μορφής της Εξ. (4.77). Το συμπέρασμα, λοιπόν, που εξάγεται είναι ότι η Εξ. (4.76), η οποία προέκυψε με χρήση των κλειστών αναλυτικών εκφράσεων της παρούσας εργασίας, είναι πολύ απλούστερη από την Εξ. (4.78) της μεθόδου Horie-Sasaki.



4.5 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο παρουσιάσαμε βελτιωμένες αναλυτικές εκφράσεις υπολογισμού όλων των βασικών ανηγμένων στοιχείων πίνακα που περιγράφουν τους ρυθμούς μετάπτωσης σε ημιλεπτονικές αντιδράσεις και την εφαρμογή τους σε αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα και αντιδράσεις διπλής β-αποδιέγερσης χωρίς νετρίνα.

Οι ενεργές διατομές τέτοιων αντιδράσεων είναι ανάλογες των τετραγώνων των πολυσωματιδιακών στοιχείων πίνακα πολυπολικών τελεστών μεταξύ της αρχικής πυρηνικής κατάστασης $|i\rangle$ και της τελικής κατάστασης $|f\rangle$ (αυτά τα πολυσωματιδιακά στοιχεία πίνακα γράφονται συναρτήσει μονοσωματιδιακών στοιχείων πίνακα επτά θεμελιωδών πολυπολικών τελεστών). Οι καταστάσεις $|i\rangle$ και $|f\rangle$ έχουν σπιν, ισοσπίν και ομοτιμία που είναι καλά καθορισμένα.

Όπως έχουμε βρει στην Παράγραφο 4.3, τα ανηγμένα στοιχεία των επτά βασικών μονοσωματιδιακών τελεστών γράφονται σαν γινόμενο μιας εκθετικής συνάρτησης της μεταφερόμενης ορμής στον πυρήνα q επί ένα πολυώνυμο με άρτιες δυνάμεις της q και σταθερούς συντελεστές (πραγματικοί αριθμοί, συνήθως κλασματικοί ή τετραγωνικές ρίζες κλασματικών αριθμών). Έτσι, ο υπολογισμός των μονοσωματιδιακών ανηγμένων στοιχείων πίνακα, και κατ'επέκταση των πολυσωματιδιακών (πυρηνικών) στοιχείων πίνακα που καθορίζουν τις ενεργές διατομές στις ημιλεπτονικές πυρηνικές αντιδράσεις, γίνεται ταχύτερα και ευκολότερα (ιδιαίτερα στις περιπτώσεις όπου είμαστε αναγκασμένοι να χρησιμοποιήσουμε αριθμητικές ολοκληρώσεις).



Κεφάλαιο 5

Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα

5.1 Εισαγωγή

Η ύπαρξη του νετρίνου διατυπώθηκε από τον Pauli (1930) προκειμένου να διατηρείται η ενέργεια και ορμή στη β-αποδιέγερση. Έκτοτε, αποδείχθηκε πειραματικά ότι τα νετρίνα παίζουν ρόλο κλειδί σε πολλές διαδικασίες στη φύση. Παρά την σπουδαιότητά τους, όμως πολυάριθμα ερωτήματα σχετικά με τις ιδιότητές των (μάζα, ταλαντώσεις, κ.λ.π.) [19, 25, 96, 114] και το ρόλο τους σε κοσμολογικά προβλήματα (σκοτεινή ύλη, ηλιακά νετρίνα κ.λ.π.) [106, 108] παραμένουν αναπάντητα. Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων, πολλές ιδέες διατυπώθηκαν για να εξηγήσουν αυτά τα προβλήματα αλλά μόνο λίγες επαληθεύτηκαν. Τούτο έγκειται κυρίως στο γεγονός ότι τα νετρίνα αλληλεπιδρούν μόνο ασθενώς οπότε, αν και βρίσκονται παντού, είναι πολύ λίγο πιθανές οι αλληλεπιδράσεις τους με άλλα σωματίδια στο σύμπαν. Είναι πλέον, πειραματικά αποδεδειγμένο ότι το καθιερωμένο πρότυπο δεν επαρκεί για να περιγράψει τις ιδιότητες των νετρίνων [115].

Η εικόνα της οικογένειας των νετρίνων άρχισε να συμπληρώνεται σχετικά αργά, με την εργασία των Cowan και Reines [117] οι οποίοι ανίχνευσαν πειραματικά τα νετρίνα του ηλεκτρονίου. Πέντε χρόνια αργότερα, οι Schwartz, Lederman ή/και Steinberger επιχείρησαν να αποδείξουν με το πείραμα δύο νετρίνων, ότι τα νετρίνα εμφανίζονται σε διαφορετικά αρώματα. Το 1957 το πείραμα Goldhaber έδειξε ότι τα νετρίνα αποτελούν παραδείγματα του σπασίματος της ομοτιμίας (parity) από την ασθενή αλληλεπίδραση: όλα τα νετρίνα που παράγονται στις ασθενείς διαδικασίες είναι αριστερόστροφα και όλα τα αντινετρίνα δεξιόστροφα. Το 1989, μετρήσεις του πλάτους διάσπασης του Z-μποζονίου, έδειξαν ότι υπάρχουν τρεις γενιές νετρίνων: ηλεκτρονιακά-, μιονικά- και ταυ-νετρίνα καθώς και τα αντισωματίδιά τους. Πρόσφατα, στον ανιχνευτή Superkamiokande, διαπιστώθηκαν οι ταλαντώσεις των ατμοσφαιρικών νετρίνων και στον ανιχνευτή SNO παρατηρήθηκαν για πρώτη φορά οι ταλαντώσεις των ηλιακών νετρίνων [115].

Επειδή τα νετρίνα αλληλεπιδρούν μόνο ασθενώς, οι αλληλεπιδράσεις νετρίνου-πυρήνα είναι σημαντικές μόνο στις περιπτώσεις που παράγεται τεράστιος αριθμός νετρίνων όπως συμβαίνει σε αστροφυσικές διαδικασίες (π.χ. κατά την καύση του υδρογόνου



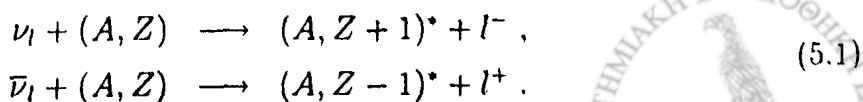
στον Ήλιο, την έκρηξη υπερκαινοφανών αστέρων, κ.λ.π.). Επίσης, τα νετρίνα είναι οι μάρτυρες των διαδικασιών της πυρηνοσύνθεσης στον ήλιο και τους άλλους αστέρες. Στο τέλος της ζωής ενός μαζικού αστέρα κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης της καρδιάς του και της επακόλουθης ψύξης του (αστέρας νετρονίων), παράγεται ένας τεράστιος αριθμός νετρίνων, ο οποίος αποτελεί και το μεγαλύτερο ποσοστό της ολικής απελευθερωμένης ενέργειας. Αυτή η πληθώρα νετρίνων παίζει σημαντικό ρόλο στις διαδικασίες πυρηνοσύνθεσης στους υπερκαινοφανείς αστέρες, και είναι ικανή να προκαλέσει σημαντικότερες μεταβολές στα ισότοπα που συντίθενται κατά τη διάρκεια των προηγούμενων φάσεων καύσης υδρογόνου στη ζωή του αστέρα. Επιπλέον, στην κατάρρευση της καρδιάς ενός υπερκαινοφανούς, τα νετρίνα όχι μόνο συνεισφέρουν στη διαδικασία της πυρηνοσύνθεσης, αλλά επίσης παίζουν ένα μεγάλο ρόλο στο μηχανισμό της έκρηξης και στον επακόλουθο σχηματισμό ενός αστέρα νετρονίων. Τα νετρίνα έπαιξαν και παίζουν προεξέχοντα ρόλο στις διαδικασίες της μεγάλης έκρηξης (big bang) γεγονός που αποδεικνύεται από τα λείψανα νετρίνων που έχουν ανιχνευτεί στην κοσμική ακτινοβολία υποβάθρου.

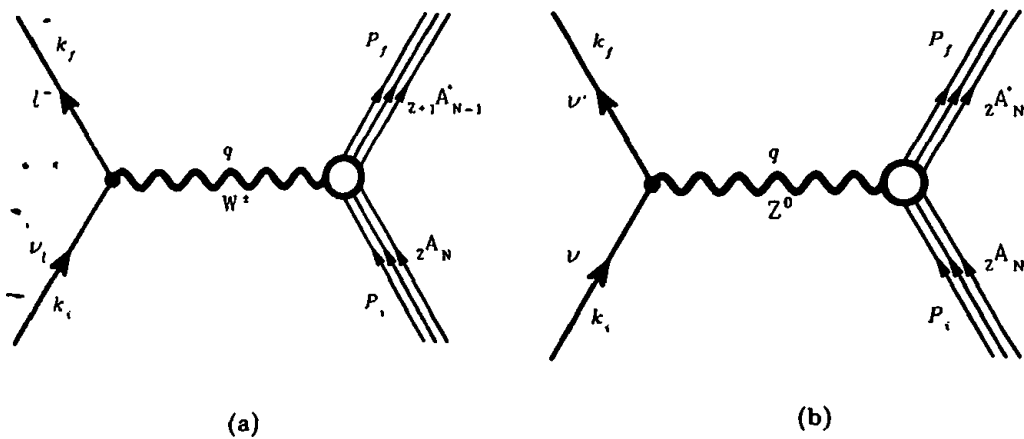
Η σπουδαιότητα των νετρίνων σε τέτοιες αστροφυσικές διαδικασίες, συνδυαζόμενη με τις αβεβαιότητες που παραμένουν όσον αφορά τους εμπλεκόμενους μηχανισμούς, αποτελούν σημαντικά κίνητρα για τη μελέτη των αλληλεπιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, όπως γίνεται φανερό στην παράγραφο που ακολουθεί.

5.2 Κίνητρα μελέτης αντιδράσεων ν-πυρήνα

Μεταξύ των αντιδράσεων που περιλαμβάνουν νετρίνα, εκείνες μεταξύ νετρίνου-πυρήνα κατέχουν προεξέχουσα θέση [34, 96]. Έτσι, η μελέτη της σχέδασης νετρίνων από πυρήνες, αποτελεί έναν καλό τρόπο να ανιχνεύσουμε ή να διακρίνουμε νετρίνα διαφορετικού αρώματος και να εξερευνήσουμε τη βασική δομή των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Επίσης, συγκεκριμένες αποκλειστικές πυρηνικές μεταπτώσεις μεταξύ διακριτών πυρηνικών καταστάσεων (με καλούς χβαντικούς αριθμούς σπιν, ισοσπίν και ομοτιμίας), που επάγονται από νετρίνα, μας επιτρέπουν να μελετήσουμε τη δομή των ασθενών αδρονικών ρευμάτων. Επιπλέον, γήινα πειράματα που εκτελούνται για την ανίχνευση αστροφυσικών νετρίνων (ηλιακά νετρίνα, κ.λ.π.) καθώς και νετρίνων που λαμβάνουν μέρος στην πυρηνοσύνθεση, αποτελούν καλές πηγές διαλεύκανσης των ιδιοτήτων των νετρίνων [34, 96].

Υπάρχουν τέσσερις κατηγορίες διαδικασιών νετρίνου-πυρήνα: οι δύο τύποι αντιδράσεων νετρίνων και αντινετρίνων φορτισμένων ρευμάτων (charged-current) και οι δύο αντίστοιχοι τύποι ουδέτερων ρευμάτων (neutral-current). 1) Στις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων, ένα νετρίνο ν_l (αντινετρίνο $\bar{\nu}_l$), όπου $l = e, \mu, \tau$, μετασχηματίζεται ένα νετρόνιο (πρωτόνιο) ενός πυρήνα σε ένα πρωτόνιο (νετρόνιο), με ταυτόχρονη εκπομπή ενός φορτισμένου λεπτονίου l^- (αντιλεπτονίου l^+) σύμφωνα με τις αντιδράσεις

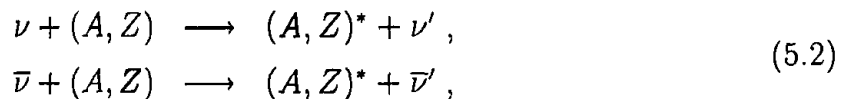




Σχήμα 5.1: Διαγράμματα Feynman σε πυρηνικό επίπεδο των αντιδράσεων: α) φορτισμένων ρευμάτων ν-πυρήνα (αριστερά) και β) ουδέτερων ρευμάτων ν-πυρήνα (δεξιά).

Αυτές οι αντιδράσεις αποκαλούνται επίσης και αντιδράσεις σύλληψης νετρίνου (αντινετρίνου) αφού μπορούν να θεωρηθούν ως οι σωματιακά αντίστροφες διαδικασίες (particle conjugate) της σύλληψης λεπτονίου. Οι αντιδράσεις (5.1) περιγράφονται μέσω ανταλλαγής βαρέων μποζονίων W^\pm σύμφωνα με το (χαμηλότερης τάξης) διάγραμμα Feynman που φαίνεται στο Σχ. 5.1(a).

2) Στους δύο τύπους αντιδράσεων ουδέτερου ρεύματος (σκέδαση νετρίνου/ αντινετρίνου) κατά τις οποίες το νεutrino (αντινετρίνο) σχεδιάζεται από έναν πυρήνα μέσω της ανταλλαγής ουδέτερων μποζονίων Z^0 [βλέπε Σχ. 5.1(b)] σύμφωνα με την αντίδραση



όπου το ν ($\bar{\nu}$) δηλώνει νετρίνα (αντινετρίνα) οποιοδήποτε αρώματος. Οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα που αφήνουν τον τελικό πυρήνα σε ενεργειακές καταστάσεις χαμηλότερες από το ενεργειακό κατώφλι εκπομπής νουκλεονίου αποκαλούνται ημι-ολικές διαδικασίες (semi-inclusive processes) [55, 106, 97]. Οι μεταπτώσεις σε ενεργειακά επίπεδα ψηλότερα από τις καταστάσεις δέσμιων σωματιδίων, συνήθως διασπώνται με εκπομπή σωματιδίων (p , n , κλπ.) [97].

Θεωρητικά, οι διάφοροι ρυθμοί αποκλειστικών μεταβάσεων (exclusive processes) νετρίνου-πυρήνα υπολογίζονται με λεπτομερείς υπολογισμούς όπως αυτές που περιγράφονται στο Κεφ. 6 (βλέπε επίσης αναφορές [19, 25, 34, 96]). Από την άποψη της πυρηνικής δομής το κύριο πρόβλημα αποτελεί ο υπολογισμός των στοιχείων πίνακα των πολυπολικών τελεστών που συζητήθηκαν στο Κεφ. 4 μεταξύ των αρχικών και τελικών πυρηνικών πολυσωματιδιακών καταστάσεων [68, 75].

Όπως έχει αναφερθεί, τα νετρίνα είναι πολύ καλά μέσα έρευνας στο να μας ε-

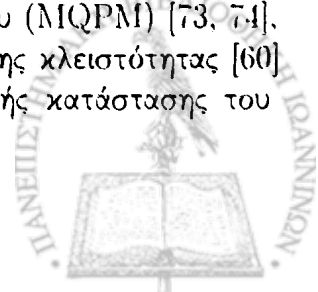


φοδιάζουν με λεπτομερείς πληροφορίες για την δομή και τις ιδιότητες της ασθενούς αλληλεπίδρασης.

Τα κίνητρα μελέτης των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων με πολύπλοκους πυρήνες, εκείνα που κυριάρχησαν και στην επιλογή της σχετικής έρευνας που διεξάγεται στα πλαίσια της παρούσας διατριβής, είναι πολλά. Ένα πρώτο κίνητρο σχετίζεται με τη χρήση του πυρήνα-στόχου ως ανιχνευτή για να ερευνησουμε τις ιδιότητες του νετρίνου [144], π.χ. τις παραμέτρους των ταλαντώσεων λεπτονικού αρώματος (neutrino oscillations). Ένα δεύτερο κίνητρο σχετίζεται με το ρόλο του νετρίνου στην έρευνα γενικά και ιδιαίτερα στην αστροφυσική [145] και κατ' επέκταση στη γεωφυσική [146]. Εδώ η σπουδαιότητα της αλληλεπίδρασης με πυρήνες δεν περιορίζεται στην ανίχνευση των νετρίνων, αλλά σχετίζεται επίσης με τη μελέτη των διαδικασιών που τα δημιουργούν (π.χ. θερμοπυρηνικές αντιδράσεις) και τη σχέδασή τους εντός της ύλης (καρδιά υπερκαινοφανών αστέρων, ήλιος, γη, κ.λ.π.). Πρόσφατες έρευνες έχουν δείξει ότι, η παρουσία έντονης ροής νετρίνων κατά τη διάρκεια της πυρηνοσύνθεσης, επιτρέπει μια αλυσίδα πυρηνικών αντιδράσεων που είναι γνωστές σαν διαδικασίες νετρίνου-πρωτονίου (συμβολίζονται ν - p processes) [136, 137]. Ένα άλλο κίνητρο μελέτης των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα σχετίζεται με τη μελέτη της δομής των πυρήνων και των νουκλεονίων μέσω των αντιδράσεων που επάγονται από τα νετρίνα (neutrino-induced reactions) [140]–[143]. Υπάρχει επίσης μεγάλο ερευνητικό ενδιαφέρον για τη δυνατότητα μελέτης της παραδοξότητας του νουκλεονίου με σχέδαση νετρίνου από νουκλεόνια (ή πυρήνες) [147, 148]. Τονίζουμε ότι, τα νετρίνα διεγείρουν πυρηνικές καταστάσεις που δεν είναι επιχτές μέσω των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων (λόγω της απουσίας του αξονικού ρεύματος) και αυτό επιτρέπει τη μελέτη χαρακτηριστικών της πυρηνικής δυναμικής και της πυρηνικής αλληλεπίδρασης, που δεν εμφανίζονται σε άλλες διαδικασίες.

Τα φαινόμενα που προαναφέρθηκαν, περιλαμβάνουν ενέργειες νετρίνων από λίγα MeV ως εκατοντάδες TeV. Ανάλογα με την ενέργεια που μεταφέρουν, τα νετρίνα ταξινομούνται σε χαμηλής ενέργειας, $E_\nu \leq 20\text{MeV}$ (ηλιακά νετρίνα, χαμηλής ενέργειας νετρίνα υπερκαινοφανών), ενδιάμεσης ενέργειας, $20\text{MeV} \leq E_\nu \leq 50\text{MeV}$ (υψηλής ενέργειας υπερκαινοφανή νετρίνα), και υψηλής ενέργειας, $50\text{MeV} \leq E_\nu \leq 1-2\text{GeV}$ (νετρίνα ηλιακών εκλάμψεων, ατμοσφαιρικά νετρίνα, κλπ.). Στην παρούσα εργασία μελετούμε διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα με ενέργειες νετρίνων μέχρι $E_\nu \approx 100\text{MeV}$, κατά τις οποίες οι νουκλεονικοί βαθμοί ελευθερίας δεν διεγείρονται και, επομένως, η μεταφερόμενη κατά την αντίδραση ενέργεια διατίθεται κυρίως για τη διέγερση του πυρήνα.

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων, από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής, έχουν γίνει υπολογισμοί ελαστικής, ημι-ελαστικής και μη-ελαστικής σχέδασης νετρίνου-πυρήνα με διάφορες πυρηνικές μεθόδους όπως: το μοντέλο φλοιών [138], σχετιστικό μοντέλο αερίου Fermi [138, 139], προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA), προσέγγιση τυχαίας φάσης του συνεχούς (Continuum RPA) [43, 56, 98, 139], το μικροσκοπικό μοντέλο ημισωματίου-φωνονίου σε αντιδράσεις μεταβολής φορτίου (MQPM) [73, 74], κ.λ.π. Επίσης, έχουν γίνει υπολογισμοί με χρήση της προσέγγισης κλειστότητας [60] κατασκευάζοντας την απαιτούμενη κυματοσυνάρτηση της βασικής κατάστασης του



πυρήνα-στόχου στα πλαίσια κάποιου από τα προαναφερθέντα μοντέλα.

Οι υπολογισμοί στα πλαίσια της παρούσης διατριβής γίνονται χρησιμοποιώντας μια εκλέπτυνση της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματίδια QRPA, η οποία δεν έχει χρησιμοποιηθεί κατά το παρελθόν. Για αλληλεπίδραση δύο σωμάτων (two-body interaction) χρησιμοποιείται η ρεαλιστική αλληλεπίδραση του Bonn-C δυναμικού, τα γενικά χαρακτηριστικά της οποίας έχουν παρουσιαστεί στο Κεφ. 3. Σε προηγούμενες μελέτες [44] υιοθετήθηκε μια QRPA μέθοδος για την περιγραφή αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων ν-πυρήνα σε ελαφρούς πυρήνες (^{12}C), στην οποία σαν εναπομένουσα αλληλεπίδραση χρησιμοποιήθηκε σημειακή αλληλεπίδραση Skyrme.

Πριν, όμως, προχωρήσουμε στους επιμέρους υπολογισμούς μας, είναι απαραίτητο να εξειδικεύσουμε τη μέθοδο Donnelly-Walecka-Haxton που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 2 για την περίπτωση αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα. Αρχικά θα επικεντρώσουμε στην περιγραφή της κατάλληλης ενεργού χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα και στη συνέχεια θα περιγράψουμε τις εκφράσεις των διαφόρων ενεργών διατομών (σε αντιδράσεις ουδέτερων και φορτισμένων ρευμάτων). Εκείνες των αντιδράσεων ουδέτερων ρευμάτων θα χρησιμοποιηθούν στο Κεφ. 6 για λεπτομερειακούς και συστηματικούς υπολογισμούς σε συγκεκριμένα πυρηνικά συστήματα.

5.3 Χαμιλτονιανή αλληλεπίδρασης αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα

Η γενική ενεργός χαμιλτονιανή που περιγράφει τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις πυρήνων με νετρίνα (στην προσέγγιση ανταλλαγής μποζονίου κατά την οποία η μεταφερόμενη τετραορμή είναι πολύ μικρότερη από τη μάζα του ενδιάμεσου μποζονίου W^\pm ή Z^0 που ανταλλάσσεται, δηλ. σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες), η οποία περιέχει συνεισφορές από ουδέτερα και φορτισμένα ρεύματα, μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\mathcal{H}_{\text{eff}} = \frac{G}{\sqrt{2}} \left(j_\lambda^{(-)} J^{\lambda(+)} + j_\lambda^{(0)} J^{\lambda(0)} + \text{h. c.} \right), \quad (5.3)$$

όπου G παριστάνει τη σταθερά σύζευξης των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Τα $j_\lambda^{(c)}$ και $J^{\lambda(c)}$ με $c = -, +, 0$, δηλώνουν το λεπτονικό και αδρονικό ρεύμα, αντίστοιχα.

Οι εκφράσεις για το αδρονικό ρεύμα στην προσέγγιση που μας ενδιαφέρει, δεχόμενοι ότι τα νουκλεόνια είναι πεπερασμένης έκτασης σωματίδια (δηλ. σωματίδια με εσωτερική δομή), γράφονται με τη βοήθεια των ασθενών νουκλεονικών παραγόντων δομής g_i^V , του πολικού, και g_i^A , $i = 1, 2, 3$, του αξονικού (ψευδοδιανυσματικού) ρεύματος σαν

$$\begin{aligned} J_\lambda^{(c)} = & \bar{\psi}_N \left[g_1^V \gamma_\lambda + \frac{i}{2M} g_2^V \sigma_{\lambda\nu} q^\nu + g_3^V q_\lambda \right. \\ & \left. + g_1^A \gamma_\lambda \gamma_5 + \frac{i}{2M} g_2^A \sigma_{\lambda\nu} q^\nu \gamma_5 + g_3^A q_\lambda \gamma_5 \right] \tau_c \psi_N, \end{aligned} \quad (5.4)$$



όπου ψ_N παριστάνει τη νουκλεονική ισοσπίν δυάδα $\psi_N \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix}$. Ο καθορισμός των ασθενών νουκλεονικών παραγόντων δομής g_i^V, g_i^A ($i = 1, 2, 3$), οι οποίοι είναι γενικά πολύπλοκες βαθμωτές συναρτήσεις της μεταφερόμενης ορμής q^2 , έχει συζητηθεί στο Κεφ. 2. ¹ Επιμερίζοντας την έκφραση της ενεργού χαμιλτονιανής για φορτισμένα και ουδέτερα ρεύματα, και χρησιμοποιώντας τους ηλεκτρομαγνητικούς παράγοντες δομής φορτίου του πρωτονίου, $F_{1,2}^p$, και μάζας (ή νετρονίου), $F_{1,2}^n$, καταλήγει κανείς στις εκφράσεις

$$J_\lambda^{(+)} = \bar{\psi}_N \left\{ \frac{1}{2}(F_1^p - F_1^n)\gamma_\lambda + \frac{i}{4M}(F_2^p - F_2^n)\sigma_{\lambda\nu}q^\nu + G_A\gamma_\lambda\gamma_5 \right\} \tau_+ \psi_N, \quad (5.5)$$

για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων ($J_\lambda^{(-)}$ είναι το ερμιτιανό συζυγές ρεύμα του $J_\lambda^{(+)}$), και

$$J_\lambda^{(0)} = \bar{\psi}_N \left\{ F_1^Z\gamma_\lambda + F_2^Z\frac{i\sigma_{\lambda\nu}q^\nu}{2M} + G_A\gamma_\lambda\gamma_5 \right\} \tau_0 \psi_N, \quad (5.6)$$

για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων ($\tau_0 = +1$ για πρωτόνια και $\tau_0 = -1$ για νετρόνια). Οι ασθενείς παράγοντες δομής που υπεισέρχονται στα ουδέτερα αδρονικά ρεύματα γράφονται

$$F_{1,2}^Z = \left(\frac{1}{2} - \sin^2\theta_W \right) \left[\frac{F_{1,2}^p - F_{1,2}^n}{2} \right] \tau_0 - \sin^2\theta_W \left[\frac{F_{1,2}^p + F_{1,2}^n}{2} \right] \quad (5.7)$$

Στις Εξς. (5.5) και (5.6) $G_A = -\frac{1}{2}G_A^3\tau_0 = -\frac{1}{2} 1.256 \tau_0$. Εκτενής συζήτηση των παραπάνω παραγόντων δομής γίνεται στις εργασίες [25, 97].

Σε πυρηνικό επίπεδο, η χαμιλτονιανή \hat{H}_{eff} η οποία προκαλεί μια συγκεκριμένη διαδικασία, στη μορφή αλληλεπίδρασης ενός λεπτονικού ρεύματος j_μ^{lept} και ενός αδρονικού $\hat{J}_\mu(x)$ ('ρεύμα-ρεύμα αλληλεπίδραση'), γράφεται

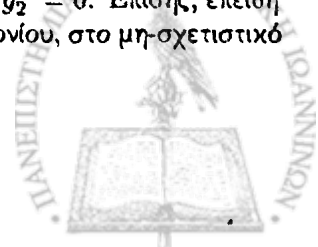
$$\hat{H}_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} j_\mu^0(x) \hat{J}_\mu^0(x), \quad \text{για διαδικασίες ουδέτερου ρεύματος} \quad (5.8)$$

και

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G\cos\theta_c}{\sqrt{2}} j_\mu^{lept}(x) \hat{J}_\mu(x), \quad \text{για διαδικασίες φορτισμένου ρεύματος} \quad (5.9)$$

όπου G είναι η σταθερά Fermi και θ_c η γωνία Cabbibo. Το λεπτονικό ρεύμα, j_μ^{lept} , είναι καλά γνωστό, αλλά το αδρονικό ρεύμα, \hat{J}_μ , σε πυρηνικό επίπεδο είναι γενικά πολύπλοκο να περιγραφεί.

¹ Για το πολικό διανυσματικό μέρος, οι g_i^V , $i = 1, 2$, καθορίζονται από τη θεωρία διατηρούμενου διανυσματικού ρεύματος, CVC θεωρία. Για την αξονική (ψευδοδιανυσματική) συνιστώσα, οι ιδιότητες συμμετρίας φορτίου και T-αναλλοιότητας του αδρονικού ρεύματος απαιτούν $g_2^A = 0$. Επίσης, επειδή ο όρος $g_3^A q_\lambda \gamma_5$ δίνει συνεισφορές ανάλογες της μάζας του εξερχόμενου λεπτονίου, στο μη-σχετιστικό επίπεδο μπορεί να αγνοηθεί.



Στην παρούσα εργασία, υποθέτουμε ότι τα νουκλεόνια αποτελούν στοιχειώδη συστατικά του πυρήνα και ότι το εισερχόμενο νετρίνο αλληλεπιδρά μόνο με ένα (απλό) νουκλεόνιο του πυρήνα. Επίσης χρησιμοποιούμε σαν τελεστή ρεύματος ενός νουκλεονίου εκείνον του «γυμνού νουκλεονίου» (bare nucleon) ο οποίος την εσωτερική δομή του νουκλεονίου την λαμβάνει υπόψη του μέσω των παραγόντων δομής (βλέπε Εξ. (5.5)-(5.7) και (8.46)-(8.48)). Στους υπολογισμούς μας χρησιμοποιούμε την διπολική προσέγγιση για τους παράγοντες δομής νουκλεονίου που συζητήθηκε στο Κεφ. 2.

Χρησιμοποιώντας τη χαμιλτονιανή ασθενούς αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα των Εξν. (5.8) και (5.9), οι ενεργές διατομές της αντίδρασης που αποτελούν βασικές φυσικές ποσότητες περιγραφής των αντιδράσεων γενικώς και των προς μελέτη εδώ ειδικότερα, μπορούν να υπολογιστούν αξιόπιστα στην προσέγγιση Born 1ης τάξης. Προς τούτο συνηγορεί και το γεγονός ότι η σταθερά σύζευξης των ασθενών αλληλεπιδράσεων G , είναι πάρα πολύ μικρή. Οι σχετικές εκφράσεις που προκύπτουν κάτω από αυτές τις προϋποθέσεις συζητώνται στην επόμενη παράγραφο.

5.4 Ο φορμαλισμός των ενεργών διατομών νετρίνου-πυρήνα

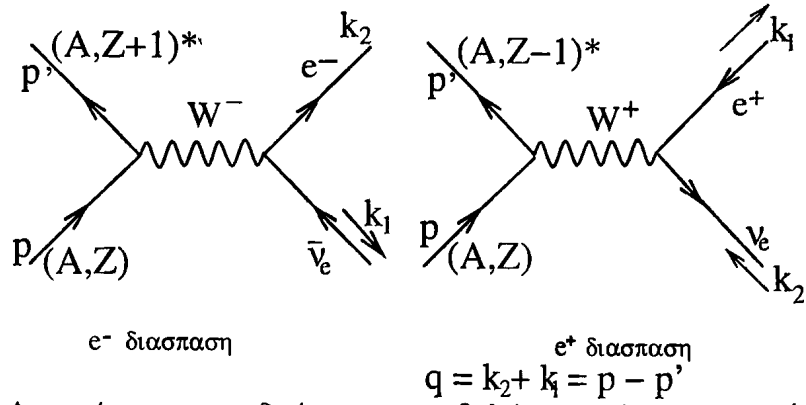
Αν υποθέσουμε ότι η αρχική $|i\rangle$ και τελική $|f\rangle$ πυρηνική κατάσταση έχουν σπιν και ομοτιμία καλά καθορισμένα, τότε (βλέπε Κεφ. 2) μπορεί να εφαρμοσθεί η πολυπολική ανάπτυξη του ασθενούς αδρονικού ρεύματος (σε πυρηνικό επίπεδο) [19, 110], σε πλήρη αναλογία με τη σκέδαση ηλεκτρονίων από πυρήνες [20, 109] και στα πλαίσια της ενοποιημένης θεωρίας ανάλυσης (θεωρία Donnelly-Walecka) των ημιλεπτονικών ασθενών τελεστών μεταβολής φορτίου σε πυρήνες.

Γενικά, οι ενεργές διατομές που χρησιμοποιούνται από τους ερευνητές για την περιγραφή αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα είναι: α) η διαφορική ενεργός διατομή ως προς τη στερεά γωνία σκέδασης, $d\sigma/d\Omega$, β) η διαφορική ενεργός διατομή ως προς την ενέργεια του εξερχόμενου λεπτονίου, $d\sigma/de_f$ (ή διαφορική ενεργός διατομή ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα, $d\sigma/dw$), γ) η διπλή διαφορική ενεργός διατομή ως προς τις δύο παραπάνω ποσότητες, $d^2\sigma/d\Omega de_f$ (ή $d^2\sigma/d\Omega dw$). Στην παρούσα μελέτη οι πρωτογενείς υπολογισμοί που εκτελούνται είναι της μορφής (γ). Θα ασχοληθούμε όμως συστηματικά και εκτεταμένα με την ανάλυση και επεξεργασία των $d\sigma/d\Omega$ και $d\sigma/de_f$ (ή $d\sigma/d\Omega$ και $d\sigma/dw$) από τις οποίες (με αριθμητική ολοκλήρωση) υπολογίζεται η ολική ενεργός διατομή σ .

5.4.1 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα φορτισμένων ρευμάτων

Για αντιδράσεις μεταβολής φορτίου, η διπλή (τετραγωνική) διαφορική ενεργός διατομή σκέδασης νετρίνου-πυρήνα (ως προς την ενέργεια διέγερσης ω και την κατεύθυνση





Σχήμα 5.2: Διαγράμματα αντιδράσεων μεταβολής φορτίου αντινετρίνου-πρωτονίου (αριστερά) και νετρίνου-πρωτονίου (δεξιά).

εξερχόμενου λεπτονίου, Σχ. 5.2), γράφεται [25]

$$\frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{|\mathbf{k}_f| \varepsilon_f}{(2J_i + 1)} F(Z, \varepsilon_f) \left(\sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right), \quad (5.10)$$

όπου

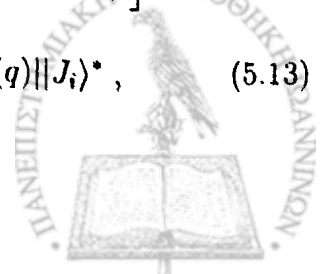
$$\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f, \quad (5.11)$$

είναι η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα, και τα ε_i , ε_f , \mathbf{k}_f δηλώνουν την ενέργεια του εισερχόμενου νετρίνου και ενέργεια και ορμή του εξερχόμενου λεπτονίου, αντίστοιχα. Σημειώνουμε ότι η Εξ. (5.11) επιτρέπει τη συσχέτιση των ενεργών διατομών ως προς την ενέργεια του εξερχόμενου λεπτονίου, $d\sigma/d\varepsilon_f$ και ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα, $d\sigma/d\omega$ καθώς και των διπλών διαφορικών ενεργών διατομών της περίπτωσης (γ) παραπάνω.

Τα αθροίσματα στην Εξ. (5.10) προέκυψαν από την πολυπολική ανάπτυξη του ασθενούς αδρονικού ρεύματος, όπως έχει συζητηθεί στο Κεφ. 2 και περιέχουν τις συνεισφορές των τελεστών Coulomb ($\widehat{\mathcal{M}}_J$) και διαμήκους ($\widehat{\mathcal{L}}_J$), που δηλώνεται με το σύμβολο σ_{CL}^J , και εγκάρσιου ηλεκτρικού (\widehat{T}_J^{el}) και εγκάρσιου μαγνητικού (\widehat{T}_J^{mag}), σύμβολο σ_T^J . Μετά την αντικατάσταση των κινηματικών παραμέτρων, για την ειδική περίπτωση των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων ν-πυρήνα, οι ποσότητες σ_{CL}^J και σ_T^J γράφονται

$$\begin{aligned} \sigma_{CL}^J &= (1 + a \cos \Phi) \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{M}}_J(q) | J_i \rangle \right|^2 + (1 + a \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi) \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{L}}_J(q) | J_i \rangle \right|^2 \\ &+ \left[\frac{\omega}{q} (1 + a \cos \Phi) + d \right] 2\Re \langle J_f | \widehat{\mathcal{L}}_J(q) | J_i \rangle \langle J_f | \widehat{\mathcal{M}}_J(q) | J_i \rangle^*, \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} \sigma_T^J &= (1 - a \cos \Phi + b \sin^2 \Phi) \left[\left| \langle J_f | \widehat{T}_J^{mag}(q) | J_i \rangle \right|^2 + \left| \langle J_f | \widehat{T}_J^{el}(q) | J_i \rangle \right|^2 \right] \\ &\mp \left[\frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - a \cos \Phi) - d \right] 2\Re \langle J_f | \widehat{T}_J^{mag}(q) | J_i \rangle \langle J_f | \widehat{T}_J^{el}(q) | J_i \rangle^*, \end{aligned} \quad (5.13)$$



Ομοτιμία / Πολυπολική μετάπτωση	\mathcal{M}_J	\mathcal{L}_J	T_J^{el}	T_J^{mag}
Κανονική ($l_f + l_i + J = \text{άρτ.}$)	Διαν/χός	Διαν/χός	Διαν/χός	Αξονικός
Μη-κανονική ($l_f + l_i + J = \text{περ.}$)	Αξονικός	Αξονικός	Αξονικός	Διαν/χός

Πίνακας 5.1: Ανάλογα με την ομοτιμία της μελετούμενης πολυπολικής διέγερσης θα συνεισφέρει είτε η διανυσματική είτε η αξονική συνιστώσα του κάθε τανυστικού τελεστή (όπως φαίνεται στις τεσσέρις τελευταίες στήλες).

όπου Φ δηλώνει τη γωνία σκέδασης του εξερχόμενου λεπτονίου και οι παράμετροι a , b και d δίνονται από τις εξισώσεις

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{|\mathbf{k}_f|}{\epsilon_f} = \left[1 - \left(\frac{m_f c^2}{\epsilon_f} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \\
 b &= \frac{\epsilon_i \epsilon_f a^2}{q^2}, \\
 d &= \frac{(m_f c^2)^2}{q \epsilon_f}
 \end{aligned} \tag{5.14}$$

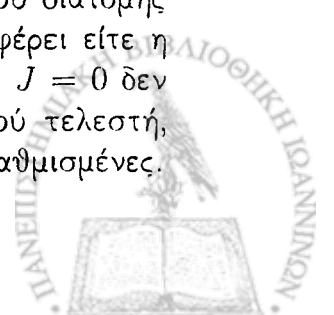
(m_f είναι η μάζα του εξερχόμενου λεπτονίου). Το μέτρο της μεταφερόμενης 3-ορμής q συναρτήσει της γωνίας σκέδασης Φ δίνεται από την εξίσωση

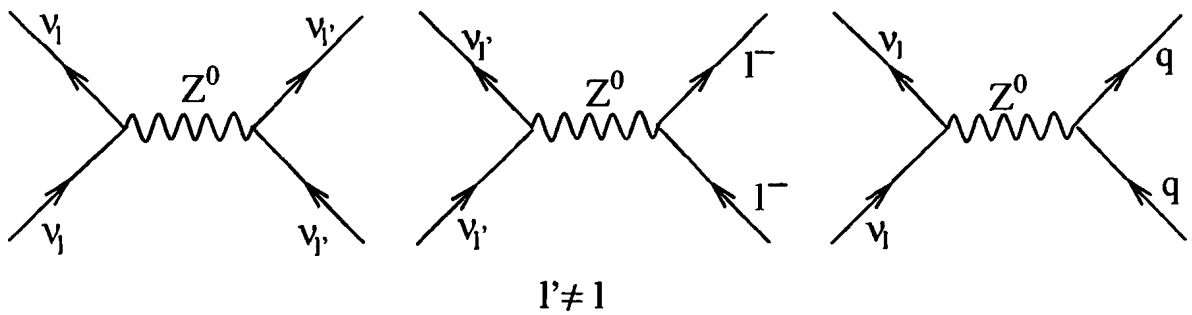
$$q = |\mathbf{q}| = \left[\omega^2 + 2\epsilon_i \epsilon_f (1 - a \cos \Phi) - (m_f c^2)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \tag{5.15}$$

Η συνάρτηση $F(Z, \epsilon_f)$, στο δεξιό μέλος της Εξ. (5.10), γνωστή σαν συνάρτηση Fermi, λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση τύπου Coulomb μεταξύ του τελικού πυρήνα και του εξερχόμενου λεπτονίου (προφανώς, η $F(Z, \epsilon_f)$ αφορά μόνο την περίπτωση αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων). Επίσης, η σταθερά $G = G_F \cos \theta$ για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων και $G = G_F$ για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων.

Οι τελεστές $\widehat{\mathcal{M}}_J$, $\widehat{\mathcal{L}}_J$, \widehat{T}_J^{el} και \widehat{T}_J^{mag} περιέχουν πολικό διανυσματικό και ψευδοδιανυσματικό (αξονικό) μέρος όπως φαίνεται και από τις Εξς. (2.72)–(2.75). Σημειώνουμε ότι ο όρος του γινομένου μεταξύ των στοιχείων πίνακα εγκάρσιας ηλεκτρικής και εγκάρσιας μαγνητικής συνιστώσας του ρεύματος στην (5.13) έχει αρνητικό (θετικό) πρόσημο για σκέδαση νετρίνου (αντινετρίνου) που οφείλεται στις διαφορετικές ελικότητες νετρίνου (αντινετρίνου) αντίστοιχα.

Από τον Πίνακα 5.1, που δείχνει την ομοτιμία των τανυστικών πολυπολικών τελεστών, γίνεται φανερό ότι, για κάθε πολυπολική μετάπτωση $|i\rangle \rightarrow |J^\pi\rangle$ που περιλαμβάνεται στο άθροισμα πάνω στις συνεισφορές σ_{CL}^J και σ_T^J της διαφορικής ενεργού διατομής της Εξ. (5.10) μιας δεδομένης αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα, θα συνεισφέρει είτε η διανυσματική είτε η αξονική συνιστώσα του τελεστή. Δεδομένου ότι για $J = 0$ δεν υπάρχει συνεισφορά από τις εγκάρσιες συνιστώσες T^{el}, T^{mag} του ολικού τελεστή, οι πολυπολικές μεταπτώσεις $J^\pi = 0^\pm$ αναμένεται, γενικά, να είναι υποβαθμισμένες.





Σχήμα 5.3: Τυπικές αντιδράσεις ουδέτερου ρεύματος μεταξύ λεπτονίων (τα δύο πρώτα διαγράμματα) και μεταξύ νετρίνων-κουάρκς (τρίτο διάγραμμα, δεξιά), όπου $\ell = e, \mu, \tau$, $q = u, d, s, c, b, t$.

Σημειώνουμε ότι, σε αντίθεση με τη σκέδαση ηλεκτρονίων, τα νετρίνα μπορούν να διεγείρουν πυρηνικές καταστάσεις του τύπου 0^- , 2^- , κλπ. λόγω της παρουσίας του αξονικού ρεύματος (βλέπε Κεφ. 6).

Επίσης, όπως φαίνεται από τις Εξ. (5.12) και (5.13), υπάρχει συνεισφορά από γινόμενα μεταξύ στοιχείων πίνακα Coulomb και διαμήκους συνιστώσας (CL-όροι) καθώς και μεταξύ των δύο κατηγοριών της εγκάρσιας συνεισφοράς (T-όροι), δεν υπάρχει όμως συνεισφορά από γινόμενα CL και T όρων.

Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι, από την γωνιακή εξάρτηση των κινηματικών παραγόντων της Εξ. (5.12) και (5.13), γίνεται φανερό ότι για οπισθοσκέδαση ($\theta = \pi$) μόνο T-όροι συνεισφέρουν, ενώ για πρόσθια σκέδαση ($\theta = 0$) οι CL-όροι κυριαρχούν.

5.4.2 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδετέρων ρευμάτων

Στην περίπτωση αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα έχουμε $m_f = 0$ και $|\mathbf{k}_f| = \varepsilon_f$, οπότε η διαφορική ενεργός διατομή (ως προς την ενέργεια και κατεύθυνση εξερχόμενου λεπτονίου) αντίδρασης νετρίνου (αντινετρίνου)-πυρήνα της Εξ. (5.10) γίνεται [96]

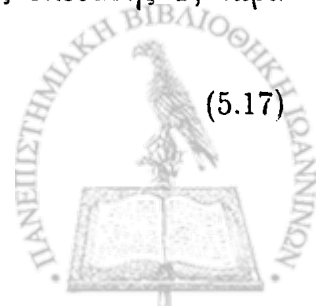
$$\frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{\varepsilon_f^2}{(2J_i + 1)} \left(\sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right), \quad (5.16)$$

όπου ε_f δηλώνει την ενέργεια του εξερχόμενου νετρίνου. Επίσης, στην περίπτωση των ουδετέρων ρευμάτων, οι παράμετροι a, b και d της Εξ. (5.14) απλοποιούνται και γράφονται

$$a = 1, \quad b = \frac{\varepsilon_i \varepsilon_f}{q^2}, \quad d = 0.$$

Το μέτρο της μεταφερόμενης 3-ορμής q συναρτήσει της γωνίας σκέδασης Φ , τώρα δίνεται από

$$q = |\mathbf{q}| = [\omega^2 + 2\varepsilon_i \varepsilon_f (1 - \cos \Phi)]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.17)$$



Οι όροι σ_{CL}^J και σ_T^J δίνονται αντίστοιχα από τις εκφράσεις

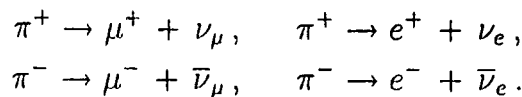
$$\begin{aligned} \sigma_{CL}^J = & (1 + \cos \Phi) \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{M}}_J(q) | J_i \rangle \right|^2 + (1 + \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi) \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{L}}_J(q) | J_i \rangle \right|^2 \\ & + \left[\frac{\omega}{q} (1 + \cos \Phi) \right] 2 \Re \langle J_f | \widehat{\mathcal{L}}_J(q) | J_i \rangle \langle J_f | \widehat{\mathcal{M}}_J(q) | J_i \rangle^* , \end{aligned} \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \sigma_T^J = & (1 - \cos \Phi + b \sin^2 \Phi) \left[\left| \langle J_f | \widehat{T}_J^{mag}(q) | J_i \rangle \right|^2 + \left| \langle J_f | \widehat{T}_J^{el}(q) | J_i \rangle \right|^2 \right] \\ & \mp \left[\frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - \cos \Phi) \right] 2 \Re \langle J_f | \widehat{T}_J^{mag}(q) | J_i \rangle \langle J_f | \widehat{T}_J^{el}(q) | J_i \rangle^* \end{aligned} \quad (5.19)$$

Σημειώνουμε ότι, η μόνη διαφορά μεταξύ της συνεισφοράς στην ενεργό διατομή για νετρίνα και αντινετρίνα, είναι το αντίθετο πρόσημο στο γινόμενο των δύο τύπων εγχάρσιας συνεισφοράς (T-όροι).

5.5 Κανάλια σκέδασης νετρίνου–πυρήνα και υπολογισμοί πυρηνικών στοιχείων πίνακα

Ιστορικά, οι πρώτοι υπολογισμοί διεγερμένων πυρηνικών καταστάσεων που επάγονται κατά την αλληλεπίδραση νετρίνου–πυρήνα εκτελέστηκαν από τους Überall και Kelly [38, 39, 40, 41] στην περιοχή του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού του πυρήνα ^{12}C . Οι παραπάνω ερευνητές χρησιμοποίησαν το πυρηνικό μοντέλο φλοιών και το προσεγγιστικό μοντέλο των Goldhaber-Teller. Την εποχή εκείνη από πειραματική σκοπιά η ροή των νετρίνων αναμενόταν να παραχθεί στα αποκαλούμενα εργοστάσια πιονίων (pion factories) κατά την αποδιέγερση του πιονίου σε ηλεκτρονιακό (ν_e) και μιονικό (ν_μ) νετρίνο σύμφωνα με τις αντιδράσεις



Το ερευνητικό ενδιαφέρον εστιαζόταν στην κατανόηση των ασθενών αλληλεπιδράσεων μέσω της ενεργού διατομής και γωνιακής κατανομής των σκεδαζόμενων νετρίνων καθώς και τη μελέτη του ενεργειακού φάσματος των παραγομένων νετρίνων.

Αργότερα, οι Donnelly και Walecka μελέτησαν εκτεταμένα και συστηματικά τις ημιλεπτονικές ασθενείς αλληλεπιδράσεις σε πυρήνες [18, 19, 34]. Με υπολογισμούς μοντέλου φλοιών μελέτησαν ενεργές διατομές σκέδασης νετρίνου–πυρήνα σε ελαφρούς πυρήνες (^{12}C , ^{16}O), εστιάζοντας στην κατανόηση της δομής των ουδετέρων ρευμάτων στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Κίνητρο για την έρευνα αυτή ήταν τα αναμενόμενα πειράματα στο εργαστήριο LAMPF της Αμερικής. Ιδιαίτερη έμφαση στην έρευνά τους οι Donnelly και Walecka έδωσαν στην υιοθέτηση των μεθόδων υπολογισμού ενεργών διατομών που χρησιμοποιήθηκαν στη σκέδαση ηλεκτρονίων από πυρήνες και την κατασκευή μιας ενιαίας μεθόδου μελέτης των ημιλεπτονικών αντιδράσεων



λεπτονίου-πυρήνα (βλέπε Κεφ. 2). Την τελευταία δεκαετία, οι υπολογισμοί εστιάζονται κυρίως στις ενργές διατομές ελαστικής, ημι-ελαστικής και μη-ελαστικής σκέδασης νετρίνου-πυρήνα με διάφορες πυρηνικές μεθόδους όπως αναφέρθηκε στην Παραγρ. 5.2 [138, 139, 43, 56, 98, 139, 73, 74, 60].

Στην παρούσα μελέτη θα εστιάσουμε την προσοχή μας στις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα. Στους υπολογισμούς μας υπεισέρχονται δυο ειδών πυρηνικά στοιχεία πίνακα:

(i) Εκείνα που περιγράφουν μεταβάσεις του πυρήνα-στόχου της μορφής $|gs\rangle \rightarrow |gs\rangle$ δηλαδή εκείνες κατά τις οποίες ο πυρήνας παραμένει αμετάβλητος (δεχόμεστε ότι ο πυρήνας βρίσκεται στη βασική του κατάσταση, που για τους άρτιους-άρτιους πυρήνες είναι $|gs\rangle = |0^+\rangle$). Διαδικασίες του τύπου αυτού λέγονται συναφείς (coherent) μεταβάσεις και τα απαραίτητα στοιχεία πίνακα είναι της μορφής

$$M_{coh} = \langle gs || \hat{T}^J || gs \rangle \equiv \langle 0^+ || \hat{T}^0 || 0^+ \rangle \quad (5.20)$$

Όπως γίνεται φανερό από την Εξ. (5.19), στην περίπτωση αυτή έχουμε συνεισφορές μόνο τύπου σ_{CL} στη συναφή ενεργό διατομή.²

(ii) Εκείνα που περιγράφουν μεταβάσεις της μορφής $|0^+\rangle \rightarrow |J^\pi\rangle$, όπου $|J^\pi\rangle$ μια διεγερμένη κατάσταση του τελικού πυρήνα η οποία παριστάνεται και σαν $(A,Z)^*$ και επάγεται από το εισερχόμενο στην αντίδραση νεutrino. Τέτοιες μεταβάσεις ονομάζονται μη-συναφείς (incoherent ή μη-ελαστικές (inelastic) μεταβάσεις. Τα στοιχεία πίνακα που υπεισέρχονται στον υπολογισμό της ενεργού διατομής της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα για μια πυπική μη-συναφή μετάβαση είναι της μορφής

$$M_{inc} = \langle J^\pi || \hat{T}^J || 0^+ \rangle \quad (5.21)$$

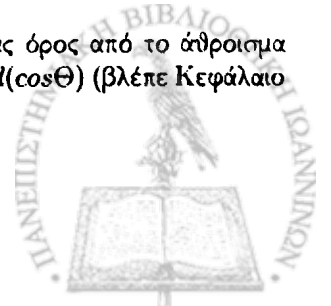
Από τα παραπάνω προκύπτει ότι, για τους υπολογισμούς μας πρέπει να κατασκευάσουμε τις πυρηνικές καταστάσεις: (i) τις $|0^+\rangle \equiv |i\rangle$, δηλαδή τη βασική κατάσταση του υπό συζήτηση πυρήνα (A,Z) , και (ii) τις $|J^\pi\rangle \equiv |f\rangle$, δηλαδή όλες τις δυνατές διεγερμένες καταστάσεις που επάγονται από το εισερχόμενο νεutrino. Εννοείται ότι η ενέργεια εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i , πρέπει να είναι ικανή ώστε να προκαλέσει τη διεγερμένη κατάσταση $|f\rangle$, γεγονός που λαμβάνεται υπόψη από την κινηματική της αντίδρασης (διατήρηση της ενέργειας)

$$q = |\vec{q}| \approx \epsilon_i - (E_f - E_i) = \epsilon_i - E_{διεγ} \quad (5.22)$$

όπου $E_{διεγ}$, παριστάνει την ενέργεια της τελικής κατάστασης με επίπεδο αναφοράς την βασική κατάσταση του πυρήνα-στόχου.

Στο επόμενο Κεφάλαιο θα γίνει λεπτομερής περιγραφή της κατασκευής των καταστάσεων $|0^+\rangle$ και $|J^\pi\rangle$ καθώς και του υπολογισμού των ανηγμένων πυρηνικών στοιχείων πίνακα $\langle 0^+ || \hat{T}^0 || 0^+ \rangle$ και $\langle J^\pi || \hat{T}^J || 0^+ \rangle$ στα πλαίσια της μεθόδου QRPA (προσέγγισης

²Στην περίπτωση της συναφής ενεργού διατομής συνεισφέρει μόνον ένας όρος από το άθροισμα τύπου σ_{CL} . Τότε συνήθως η διαφορική ενεργός διατομή εκφράζεται σαν $d\sigma/d(\cos\Theta)$ (βλέπε Κεφάλαιο 6, Παράγρ. 6.5.1).



τυχαίας φάσης με ημισωματία) για ένα σύνολο πυρήνων που ενδιαφέρει τη σύγχρονη έρευνα της φυσικής των νετρίνων. Ένας από τους κύριους σκοπούς της παρούσας εργασίας, είναι να μελετήσουμε τις ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα με χρήση του βελτιωμένου φορμαλισμού που παρουσιάσαμε στο Κεφ. 4. Θα εστιάσουμε τη συζήτησή μας σε εκείνες τις αντιδράσεις που αναφέρονται στη γήινη παρατήρηση των αστροφυσικών νετρίνων με έμφαση στις αποκλειστικές μεταβάσεις που οδηγούν σε τελική κατάσταση με καθορισμένο σπιν και ομοτιμία. Οι διαδικασίες αυτές παρουσιάζουν αξιοσημείωτο ενδιαφέρον τα τελευταία χρόνια [25, 44, 106].

Όπως φαίνεται από τις Εξ. (5.12) και (5.13) κάθε μερική ενεργός διατομή γράφεται συναρτήσει των στοιχείων πίνακα των πολυπολικών ταυστικών τελεστών (βλέπε Κεφάλαιο 4) της μορφής $\langle f || T^J(qr) || i \rangle$, όπου $|i\rangle$, $|f\rangle$ η αρχική και τελική πυρηνική κατάσταση της υπό μελέτη αποκλειστικής μετάβασης. Αυτά τα στοιχεία πίνακα, στα πλαίσια ενός πυρηνικού υπολογιστικού μοντέλου γράφονται

$$\langle J_f || T^J(qr) || J_i \rangle = \sum_{j_1, j_2} \langle j_1 || T^J(qr) || j_2 \rangle D(j_1, j_2; J), \quad (5.23)$$

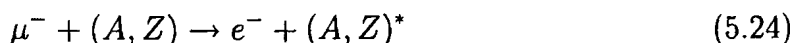
όπου τα j_1, j_2 σαρώνουν όλους τους δυνατούς συνδυασμούς των μονοσωματιδιακών επιπέδων του χώρου μοντέλου που συζευγνύονται στη δεδομένη στροφορμή J . Οι συναρτήσεις $D(j_1, j_2; J)$ παριστάνουν τις μονοσωματιδιακές πυκνότητες μετάβασης οι οποίες στην περίπτωση μας υπολογίζονται χρησιμοποιώντας την προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA). Αναφέρουμε ότι, ανάλογα με την περιοχή ενέργειας των εισερχομένων νετρίνων ϵ_i που ενδιαφέρεται κανείς, δύο κύριοι χειρισμοί ακολουθούνται: (α) εφαρμόζεται η προσέγγιση μεγάλου μήκους κύματος, δηλ. ανάγουμε τους πολυπολικούς τελεστές στο όριο τους για $q \rightarrow 0$ [19], και (β) Στην Εξ. (5.23) λαμβάνεται υπόψη πλήρης εξάρτηση από την ορμή των πολυπολικών τελεστών, σύμφωνα με τις εξισώσεις (4.21)-(4.27). Στην παρούσα εργασία, τόσο στον φορμαλισμό που αναπτύχθηκε στο Κεφ. 4, όσο και στο πρόγραμμα FORTRAN που κατασκευάσαμε, έχουμε διατηρήσει την ακριβή εξάρτηση των τελεστών από την ορμή, αφού η μεταφερόμενη ορμή και οι ενέργειες των νετρίνων των αντιδράσεων που μας ενδιαφέρουν είναι, πολλές φορές, μάλλον υψηλή από την άποψη της πυρηνικής φυσικής.

5.6 Υπολογιστικός κώδικας της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματία

Ο αρχικός κώδικας QRPA (pp-nn QRPA), είχε κατασκευαστεί στα πλαίσια της συνεργασίας Ιωάννινα-Tübingen, με δυνατότητα εκτέλεσης υπολογισμών στις παρακάτω κατηγορίες διαδικασιών: α) Σε συναφείς διαδικασίες (coherent processes) κατά τις οποίες ο πυρήνας δεν διεγείρεται αλλά μεταφέρεται σ' αυτόν ορμή q . Πρόκειται για διαδικασίες ελαστικής σκέδασης οι οποίες, όπως είναι προφανές, συνεισφέρουν μόνο σε αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος. β) Μη συναφείς διαδικασίες (incoherent processes), μη-ελαστικές σκεδάσεις, κατά τις οποίες ο πυρήνας-στόχος διεγείρεται.



Ο αρχικός κώδικας είχε αυτή τη δυνατότητα επειδή είχε κατασκευαστεί για τη μελέτη της εξωτικής αντίδρασης



(μετατροπή ενός δέσμιου στον πυρήνα μ^- σε εκπεμπόμενο e^-) στην οποία είναι δυνατή η εμφάνιση τόσο συναφών όσο και μη-συναφών διαδικασιών. Επειδή τόσο η κινηματική όσο και ο υπεύθυνος τελεστής που προκαλεί την αντίδραση (5.24) είναι πολύ διαφορετικά από εκείνα των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων ν -πυρήνα, ο αρχικός κώδικας τροποποιήθηκε και βελτιώθηκε ώστε να έχει τη δυνατότητα υπολογισμών των απαιτήσεων μας στην παρούσα διατριβή.³ Θα πρέπει επίσης να αναφερθεί ότι ο κώδικας της αντίδρασης (5.24), δεν είχε τη δυνατότητα υπολογισμού της συνεισφοράς των τελεστών \hat{T}_i , $i = 4, 5, 6, 7$ των Εξν. (4.24)-(4.27) και χρειάστηκε να συμπληρωθεί. Προς τούτο, στον παραπάνω κώδικα ενσωματώθηκε ο κώδικας που κατασκευάστηκε στα πλαίσια της παρούσας διατριβής (βλέπε σχετικό Παράρτημα, κώδικας redME), ο οποίος, όπως έχει αναφερθεί στο Κεφ. 4, υπολογίζει με τη συμπαγή μέθοδο τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα των επτά βασικών τελεστών και στηρίζεται στον φορμαλισμό που αναπτύχθηκε στο πρώτο μέρος της παρούσας εργασίας. Με τον τρόπο αυτό παρέχεται η δυνατότητα να υπολογίζεται ξεχωριστά η συνεισφορά στην διαφορική ενεργό διατομή του κάθε τελεστή, \hat{T}_i (βλέπε παράγραφο 6.4).

Ο αρχικός κώδικας QRPA χρησιμοποιεί δυναμικό Woods-Saxon με διόρθωση Coulomb, ενώ για δι-σωματιδιακή αλληλεπίδραση χρησιμοποιεί δυναμικό Bonn-C. Στο υπολογιστικό μέρος της παρούσας εργασίας έγιναν επί πλέον δοκιμαστικοί υπολογισμοί με χρήση δυναμικού Bonn-C-D, το οποίο θα χρησιμοποιήσουμε σε μελλοντικούς υπολογισμούς αντιδράσεων μεταβολής φορτίου. Ο χώρος μοντέλου σε κάθε πυρήνα (ο οποίος καθορίζει τον αριθμό των ενεργών μονοσωματιδιακών επιπέδων και, κατ' επέκταση, των διεγερμένων καταστάσεων στον μελετούμενο πυρήνα-στόχο), είναι γενικά πλούσιος στα πλαίσια της QRPA (βλέπε σχετικό εδάφιο, Πίνακας 6.1).

Ο έλεγχος του βαθμού αξιοπιστίας της μεθόδου QRPA γίνεται με υπολογισμό του ενεργειακού φάσματος διέγερσης για κάθε μελετούμενο πυρηνικό ισότοπο και σύγκρισή του με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα της σύγχρονης βιβλιογραφίας. Στην κατεύθυνση αυτή, σε BCS επίπεδο προσδιορίζονται οι παράμετροι $g_{pair}^{p,n}$ ενώ σε επίπεδο QRPA γίνεται ο προσδιορισμός των παραμέτρων g_{pp} και g_{ph} ξεχωριστά για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων δεδομένης στροφορμής και ομοτιμίας, $|J_m^\pi\rangle$ (ο δείκτης $m = 1, 2, \dots$ απαριθμεί τις πολυπολικές καταστάσεις από τις χαμηλότερες προς τις υψηλότερες ενέργειες). Γενικά, όπως θα δούμε στους επιμέρους πυρήνες, υπάρχει καλή συμφωνία των θεωρητικών προβλέψεων των φασμάτων με τα πειραματικά δεδομένα στις χαμηλότερες ενέργειες διέγερσης, αλλά δεν είναι τόσο ικανοποιητική σε πολύ υψηλές ενέργειες διέγερσης. Τα χαρακτηριστικά αυτά της μεθόδου QRPA είναι γνωστά και από μελέτες άλλων αντιδράσεων ($\mu \rightarrow e$ σύλληψη, διπλή βήτα

³ Στην παρούσα εργασία θεωρούμε ότι ο τελικός πυρήνας βρίσκεται στο στάδιο του σύνθετου πυρήνα. Η τωρινή μορφή του κώδικα δεν παρέχει τη δυνατότητα υπολογισμού των λόγων διακλάδωσης των διαφόρων καναλιών αποδιέγερσης, ιδιαίτερα αναγκαίων όταν έχουμε μεγάλη μεταφορά ενέργειας.



αποδιέγερση, κλπ.) [22, 67, 70, 72, 125]. Αξίζει να αναφέρουμε εδώ ότι, άλλοι ερευνητές [22] προσδιορίζουν τις παραμέτρους g_{pp} και g_{ph} (κυρίως της g_{pp}) από την χαμηλότερα κείμενη διεγερμένη κατάσταση $|1_m^\pi\rangle \equiv |1_1^\pi\rangle$. Ένας άλλος τρόπος καθορισμού των παραμέτρων g_{pp} και g_{ph} μέσω του ενεργειακού φάσματος του πυρήνα-στόχου είναι εκείνος που στηρίζεται στην ενεργειακή θέση των γιγαντιαίων συντονισμών (διπολικού και τετραπολικού). Ο τρόπος αυτός, έχει προταθεί από τον Langanke και θα εφαρμοστεί στη μελέτη των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα [135].



Κεφάλαιο 6

Μελέτη αντιδράσεων ουδετέρου ρεύματος $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ -πυρήνα

6.1 Εισαγωγή

Στο παρόν κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με υπολογισμούς ενεργών διατομών αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων ν -πυρήνα. Οι αντιδράσεις αυτές, σε αντίθεση με τις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων, περιλαμβάνουν (για σχετικά χαμηλές ενέργειες εισερχομένου νετρίνου), επαγόμενες μεταπτώσεις μόνο του αρχικού πυρήνα-στόχου (βλέπε Σχήμα 2.6). Η περιγραφή τέτοιων μεταπτώσεων, γίνεται στα πλαίσια της QRPA μεθόδου που περιγράφουμε στο Κεφ. 3. Οι υπολογισμοί μας γίνονται σε δύο κύρια στάδια. Στο πρώτο στάδιο υπολογίζεται η διαφορική ενεργός διατομή, $d\sigma/d\Omega$, κάθε συνόλου πολυπολικών διεγέρσεων (μέχρι $J^\pi = 6^+$) σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου ϵ_i και της γωνίας σκέδασης Φ . Στο δεύτερο στάδιο υπολογίζεται η ολική ενεργός διατομή, $\sigma(E_\nu)$, με μεθόδους άθροισης μερικών ρυθμών και αριθμητικής ολοκλήρωσης.

Ο υπολογισμός των παραπάνω ενεργών διατομών έχει μεγάλη σημασία για την σύγχρονη έρευνα στο χώρο της αστροπυρηνικής φυσικής και των αστροφυσικών νετρίνων. Μια από τις κυριότερες εφαρμογές των λεπτομερειακών υπολογισμών ενεργού διατομής ν -πυρήνα είναι η μελέτη της απόκρισης των πυρήνων σε φάσματα προερχόμενα από συγκεκριμένη πηγή νετρίνων (υπερκαινοφανή-, ηλιακά-, εργαστηριακά-νετρίνα, κλπ.). Στο τέλος του παρόντος Κεφαλαίου γίνεται μελέτη της απόκρισης των επιλεγέντων πυρήνων στα ενεργειακά φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων, δηλαδή υπολογίζονται (με την μέθοδο της αναδίπλωσης) μέσες ενεργές διατομές χρησιμοποιώντας αποδεκτές ενεργειακές κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων (π.χ. Fermi-Dirac δύο παραμέτρων) και τις εδώ υπολογισθείσες ολικές ενεργές διατομές.



6.2 Κινηματική και χρήσιμες φυσικές ποσότητες αντιδράσεων ν -πυρήνα

Από κινηματική άποψη, στις αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος νετρίνου-πυρήνα, ένα νεutrino με τετραορμή ϵ_i, \vec{k}_i σχεδιάζεται ελαστικά ή ανελαστικά από έναν πυρήνα (A, Z) , ο οποίος έχει αρχική ενέργεια και ορμή E_i, \vec{P}_i . Οι πυρήνες που μελετούμε στην παρούσα εργασία θεωρούνται σφαιρικά συμμετρικοί, είναι άρτιοι-άρτιοι πυρήνες και η βασική τους κατάσταση είναι $|J_i^{\pi_i}\rangle = |0^+\rangle$. Μετά την αντίδραση, ο πυρήνας μεταβαίνει (γενικά) σε μια διεγερμένη κατάσταση με καλά καθορισμένη τελική στροφορμή και ομοτιμία $|J_f^{\pi_f}\rangle \equiv |J^\pi\rangle$. Η μεταφερόμενη ενέργεια από το νεutrino στον πυρήνα ισούται με $\omega = \epsilon_i - \epsilon_f = E_f - E_i$, όπου ϵ_f και E_f παριστάνουν την τελική ενέργεια νετρίνου και πυρήνα, αντίστοιχα, ενώ η μεταφερόμενη 3-ορμή ισούται με $\vec{q} = \vec{k}_i - \vec{k}_f = \vec{P}_f - \vec{P}_i$ (συχνά, για λόγους ευκολίας, θέτουμε $|\vec{q}| = \kappa$).

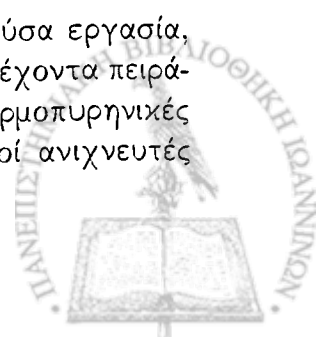
Ιδιαίτερη βαρύτητα στο παρόν Κεφάλαιο, θα δοθεί στους λεπτομερειακούς υπολογισμούς της διαφορικής και ολικής ενεργού διατομής των κυρίαρχων μεταπτώσεων του εκάστοτε μελετούμενου πυρήνα-στόχου, κατασκευάζοντας τις πυρηνικές καταστάσεις $|J_f^{\pi_f}\rangle$ χρησιμοποιώντας αρκετά πλούσιο ενεργό χώρο σθένους, πλεονέκτημα που εξασφαλίζει η χρήση της μεθόδου QRPA.

Όπως έχουμε αναφέρει (Κεφ. 5), ο όρος διαφορική ενεργός διατομή χρησιμοποιείται για να δηλώσει την μεταβολή της: 1) ως προς την στερεά γωνία σκέδασης, $d\sigma/d\Omega$, 2) ως προς την ενέργεια του εξερχόμενου λεπτονίου $d\sigma/d\epsilon_f$ (ή την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ω , $d\sigma/d\omega$), 3) ως προς και τις δύο παραπάνω ποσότητες, δηλαδή $d^2\sigma/d\Omega d\epsilon_f d^2\sigma/d\Omega d\omega$. Στην παρούσα μελέτη οι πρωτογενείς υπολογισμοί που εκτελούνται είναι της μορφής (3). Επικεντρώνουμε όμως την ανάλυση και επεξεργασία στις $d\sigma/d\Omega$ και $d\sigma/d\omega$ από τις οποίες υπολογίζεται η ολική ενεργός διατομή σ .

Με δεδομένες τις μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σε κάθε σεντ πολυπολικών καταστάσεων, η ολική διαφορική ενεργός διατομή υπολογίζεται με απλή άθροιση αυτών των μερικών ρυθμών της αντίδρασης (μέθοδος γνωστή σαν sum-over-partial-rates), που προκύπτουν από τις επιμέρους αποκλειστικές μεταβάσεις σε όλα τα δυνατά σύνολα πολυπολικών καταστάσεων του πυρήνα-στόχου. Στη συνέχεια, υπολογίζονται και ολοκληρωμένες ενεργές διατομές (με αριθμητική ολοκλήρωση) για κάθε πυρήνα. Τα επιμέρους αποτελέσματα για κάθε πυρήνα συζητούνται αναλυτικά παρακάτω.

6.3 Ενεργές διατομές αντιδράσεων ουδετέρου ρεύματος ν και $\bar{\nu}$ με τα ισοτοπα ^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe και ^{98}Mo

Οι άρτιοι-άρτιοι πυρήνες-στόχοι που επιλέγησαν για μελέτη στην παρούσα εργασία, ^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe και ^{98}Mo , χρησιμοποιήθηκαν ή/και χρησιμοποιούνται σε τρέχοντα πειράματα αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ή παίζουν σημαντικό ρόλο στις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις εξέλιξης των αστερών [28]. Αναφέρουμε, π.χ., ότι μερικοί ανιχνευτές



νετρίνων που παράγονται από υπερκαινοφανείς αστέρες (ή ανιχνευτές ταλαντώσεων νετρίνων) χρησιμοποιούν σίδηρο (ή μόλυβδο) ως υλικό ανιχνευτή (π.χ. MINOS, LAND, OMNIS). Άλλοι ανιχνευτές π.χ. νερού (Superkamiokande, SNO, κλπ) έχουν την δυνατότητα να διακρίνουν τους διάφορους τύπους νετρίνων και να προσδιορίζουν τα ξεχωριστά φάσματά τους. Στους ανιχνευτές νερού (SNO και Superkamiokande) τα νετρίνα μπορούν να ανιχνευτούν με βάση το φαινόμενο Čerenkov [118, 134] από συγκεκριμένα γεγονότα ουδέτερων ρευμάτων, ενώ οι ανιχνευτές OMNIS και LAND μπορούν να τα ανιχνεύσουν από διαδικασίες ουδέτερων αλλά και φορτισμένων ρευμάτων.

Από την άποψη της πυρηνικής φυσικής, για τα πειράματα αυτά και τη μελέτη της απόκρισης των πυρήνων ανιχνευτών σε υπερκαινοφανή νετρίνα, κ.λ.π., απαιτούνται ακριβείς θεωρητικές εκτιμήσεις για τις ενεργές διατομές αντιδράσεων του τύπου $Fe(\nu, \nu')X$ και $O(\nu, \nu')X$ για μια αξιόπιστη γνώση του ανιχνευτικού σήματος ή κατάλληλη προσομοίωση των γεγονότων υποβάθρου.

Οι πυρηνικοί στόχοι ^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe και ^{98}Mo επιλέχθηκαν ως από τους χρησιμότερους εκπροσώπους της περιοχής των ελαφρών [120] και μέσου βάρους πυρήνων του περιοδικού συστήματος. Σε αντίθεση με προηγούμενες έρευνες [96], οι ενεργές διατομές εδώ υπολογίζονται και παριστάνονται σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου, ϵ_i και της γωνίας σκέδασης Φ , όπως προτάθηκε από την ομάδα συνεργασίας Valencia-Munich [119, 120], προκειμένου τα αποτελέσματα να είναι πιο εύχρηστα στη μελέτη των αντιδράσεων πυρηνοσύνθεσης (ιδιαίτερα των στόχων ^{16}O και ^{56}Fe) σε υπερκαινοφανείς αστέρες.¹

Στους Πίνακες 6.1 και 6.2 δίνονται οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή των πυρηνικών καταστάσεων (αρχικής και τελικής) των παραπάνω πυρήνων στα πλαίσια της μεθόδου QRPA. Η βάση που υιοθετήθηκε αποτελείται από κυματοσυναρτήσεις αρμονικού ταλαντωτή του οποίου η παράμετρος μεγέθους, b , προσδιορίστηκε από τις εξής εμπειρικές σχέσεις [9]

$$b_1 = 6.4396 \sqrt{\frac{A^{1/3}}{41}}, \quad \text{για ελαφρείς πυρήνες} \quad (6.1)$$

$$b_2 = 6.4396 \sqrt{\frac{A^{1/3} + 1.41}{53}}, \quad \text{για βαρείς πυρήνες} \quad (6.2)$$

(A είναι ο μαζικός αριθμός του υπό συζήτηση πυρήνα) Για τους πυρήνες μέσου βάρους, όπως είναι οι ^{56}Fe , ^{98}Mo , στους υπολογισμούς μας χρησιμοποιούμε τη μέση τιμή των b_1 και b_2 , δηλαδή

$$b = \frac{b_1 + b_2}{2}. \quad (6.3)$$

(οι υπάρχουσες στη βιβλιογραφία [158] πιο ακριβείς φαινομενολογικές εκφράσεις για το b δε δίνουν ιδιαίτερα διαφορετικά αποτελέσματα).

¹Αν και η βιβλιογραφία είναι πλούσια σε θεωρητικές ενεργές διατομές για διάφορες αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα (ιδιαίτερα φορτισμένων ρευμάτων σε ελαφρά ισότοπα ^{16}O , ^{12}C κλπ.), όμως η πλειονότητά τους είναι διαθέσιμες στη συνελιγμένη τους μορφή με διάφορες φασματικές κατανομές νετρίνων.



Πυρήνας	Χώρος μοντέλου	b (fm)	$g_{\rho\alpha ir}^n$	$g_{\rho\alpha ir}^p$
^{16}O	10 επίπεδα (χωρίς καρδιά)	1.675	1.090	0.960
^{40}Ar	10 επίπεδα (χωρίς καρδιά)	1.902	0.900	0.900
^{56}Fe	10 επίπεδα (χωρίς καρδιά)	1.996	0.920	0.980
^{98}Mo	12 επίπεδα (καρδιά ^{16}O)	2.165	0.980	0.940

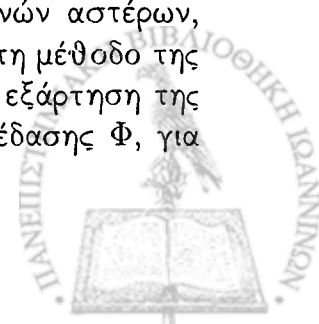
Πίνακας 6.1: Παράμετροι μεγέθους αρμονικού ταλαντωτή b και παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια $g_{\rho\alpha ir}^n$ και πρωτόνια $g_{\rho\alpha ir}^p$. Στον πίνακα φαίνονται επίσης τα ενεργειακά επίπεδα σθένους που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε μελετούμενο πυρήνα (χώρος μοντέλου). Η αντιστοιχία των επιπέδων είναι η ίδια με εκείνη του Σχήματος 8.1 σελίδα 215 του βιβλίου των De Shalit-Feshbach [3].

Η βασική κατάσταση των μελετούμενων πυρήνων κατασκευάζεται στα πλαίσια της BCS θεωρίας (βλέπε Κεφ. 3), η οποία περιέχει μόνο συσχετίσεις ζεύγους από την αλληλεπίδραση δύο σωματιών. Στο επίπεδο της BCS προσδιορίζονται οι παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια $g_{\rho\alpha ir}^n$ και πρωτόνια $g_{\rho\alpha ir}^p$, με τον τρόπο που περιγράφεται στο Κεφ. 3.

Στον Πίνακα 6.1 φαίνονται επίσης τα ενεργειακά επίπεδα σθένους που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε μελετούμενο πυρήνα (χώρος μοντέλου). Η αντιστοιχία των επιπέδων αυτών είναι η ίδια με εκείνη του Σχήματος 8.1 σελίδα 215 του βιβλίου των De Shalit-Feshbach [3].

Στον Πίνακα 6.2, παραθέτουμε τις παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν σε επίπεδο QRPA για τον προσδιορισμό των κυματοσυναρτήσεων και ενεργειών των τελικών πυρηνικών καταστάσεων (QRPA ιδιοκαταστάσεις) για το σύνολο των πυρηνικών ισotόπων που μελετάμε (^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe και ^{98}Mo). Για την κατασκευή των QRPA πινάκων A και B , οι παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματιού-σπής, p_{ph} , και σωματιού-σωματίου, g_{pp} , αναφέρονται σε σύνολα πολυπολικών καταστάσεων (πολυπολικών διεγέρσεων) και έχουν προσδιοριστεί έτσι ώστε οι χαμηλά κείμενες διεγερμένες καταστάσεις της QRPA να αναπαράγουν τις αντίστοιχες πειραματικές. Είναι, ως εκ τούτου, διαφορετικές για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων.

Οι υπολογισμοί που συζητούνται στις επόμενες ενότητες έχουν εκτελεστεί κατάστα-ση-προς-κατάσταση (state-by-state) για τη διπλή διαφορική ενεργό διατομή σκέδασης, $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ σε ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου $0 \leq \epsilon_i \leq 100$ MeV, περιοχή ενεργειών η οποία καλύπτει τις πηγές ηλιακών νετρίνων, νετρίνων υπερκαινοφανών αστέρων, κ.λ.π. Με τη βοήθεια αυτών των αποτελεσμάτων και χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της άθροισης πάνω σε όλες τις μερικές ενεργές διατομές, εξετάζουμε την εξάρτηση της $d\sigma/d\Omega$ από την ενέργεια του εισερχόμενου νετρίνου και την γωνία σκέδασης Φ , για



μερικές κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις.

6.3.1 Ο πυρήνας ^{56}Fe ως ανιχνευτής νετρίνων

Ο πυρήνας ^{56}Fe έχει $Z = 26$ και $N = 30$ και η αφθονία του σε σχέση με τα άλλα ισότοπα του Fe είναι 91,8%, δηλαδή η μεγαλύτερη όλων των σταθερών ισότοπων του Fe. Τα ενεργά επίπεδα που συμπεριλάβαμε στο χώρο μοντέλου μας είναι τα δέκα κατώτερα μονοσωματιδιακά τροχιακά του μοντέλου φλοιών χωρίς πυρηνική καρδιά, δηλαδή τα: $0s_{1/2}, 0p_{3/2}, 0p_{1/2}, 0d_{5/2}, 1s_{1/2}, 0d_{3/2}, 0f_{7/2}, 1p_{3/2}, 0f_{5/2}, 1p_{1/2}$ (βλέπε Πίνακα 6.1). Οι παράμετροι ζεύγους που προσδιορίστηκαν στο επίπεδο της BCS για το ισότοπο αυτό είναι $g_{pair}^n = 0.920$, $g_{pair}^p = 0.980$ και αποδίδουν αρκετά ικανοποιητικά τα ενεργειακά χάσματα νετρονίου και πρωτονίου, αντίστοιχα (βλέπε Κεφ. 5 και Πίνακα 6.1).

Στο επίπεδο της QRPA, προκειμένου να σχηματίσουμε μια εικόνα για το βαθμό αξιοπιστίας της μεθόδου μας, υπολογίσαμε αρχικά το ενεργειακό φάσμα του ^{56}Fe και το συγκρίναμε με το αντίστοιχο πειραματικό για χαμηλές ενέργειες. Προς τούτο, για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων καθορισμένου σπιν και ομοτιμίας, οι παράμετροι g_{pp} και g_{ph} προσδιορίστηκαν έτσι ώστε να αναπαράγονται οι χαμηλότερες διεγέρσεις του ενεργειακού φάσματος του ισότοπου ^{56}Fe (βλέπε Σχήμα 6.1, δεξιά πλευρά). Το πειραματικό φάσμα (αριστερή πλευρά) έχει ληφθεί από την υπάρχουσα βιβλιογραφία [124]. Παρατηρούμε ότι υπάρχει αρκετά καλή συμφωνία (με εξαίρεση τις 0^+ διεγέρσεις) μεταξύ θεωρίας και πειράματος, ιδιαίτερα σε ενέργειες χαμηλότερες της $\omega \lesssim 4\text{MeV}$. Σημειώνουμε ότι στην ενεργειακή περιοχή του Σχήματος 6.1 παρατηρούνται περισσότερες 0^+ καταστάσεις απ' ότι έχουν μετρηθεί πειραματικά, διότι στην εκλέπτυνση της QRPA που χρησιμοποιήσαμε εδώ, μερικές 0^+ καταστάσεις εμφανίζονται χαμηλότερα των αντίστοιχων πειραματικών.

Εξάρτηση της $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ από την ενέργεια εισερχομένου νετρίνου ε_i και την γωνία σκέδασης

Η πρώτη φάση υπολογισμών ενεργών διατομών έχει στόχο τη μελέτη της εξάρτησης της διαφορικής ενεργού διατομής $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου, ε_i , για χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες ($0 \leq \varepsilon_i \leq 100\text{MeV}$) καθώς και τη γωνία σκέδασης. Τούτο φαίνεται στα Σχήματα 6.2, 6.3 και 6.4 όπου παριστάνεται η συνεισφορά στην $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ που προέρχεται από τις καταστάσεις 0^+ , 1^+ και 2^+ , για γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°). Για τις πολυπολικές καταστάσεις 0^+ , παρατηρούμε ότι η μερική διαφορική ενεργός διατομή $\frac{d\sigma}{d\Omega}$, μειώνεται με αύξηση της γωνίας σκέδασης. Για γωνία σκέδασης $\Phi = 180^\circ$, μάλιστα, οι τιμές της $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ είναι σχεδόν μηδέν και δεν απεικονίζεται στο Σχήμα 6.2. Όπως είδαμε στο Κεφ. 5, για $\Phi = 180^\circ$ έχουμε μόνο τύπου σ_T (εγκάρσιες) συνεισφορές στη διπλή ενεργό διατομή.

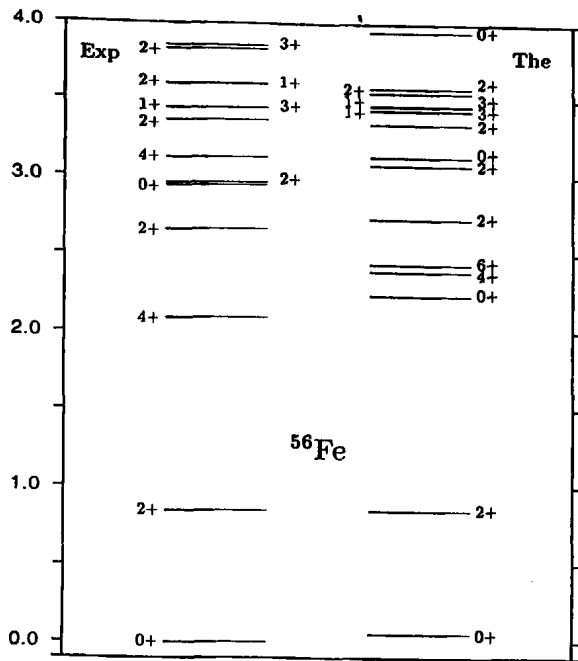
Αντίθετα, όπως παρατηρούμε στις πολυπολικές καταστάσεις 2^+ (βλέπε Σχήμα 6.4) η διαφορική ενεργός διατομή αυξάνεται με τη γωνία σκέδασης. Για τις καταστάσεις 1^+ η διαφορική ενεργός διατομή (είναι μη-μηδενική για $\varepsilon_i \geq 4\text{MeV}$), για ενέργειες $\varepsilon_i < 50\text{MeV}$ αυξάνεται με τη γωνία σκέδασης ενώ για $\varepsilon_i > 50\text{MeV}$ μειώνεται κα-



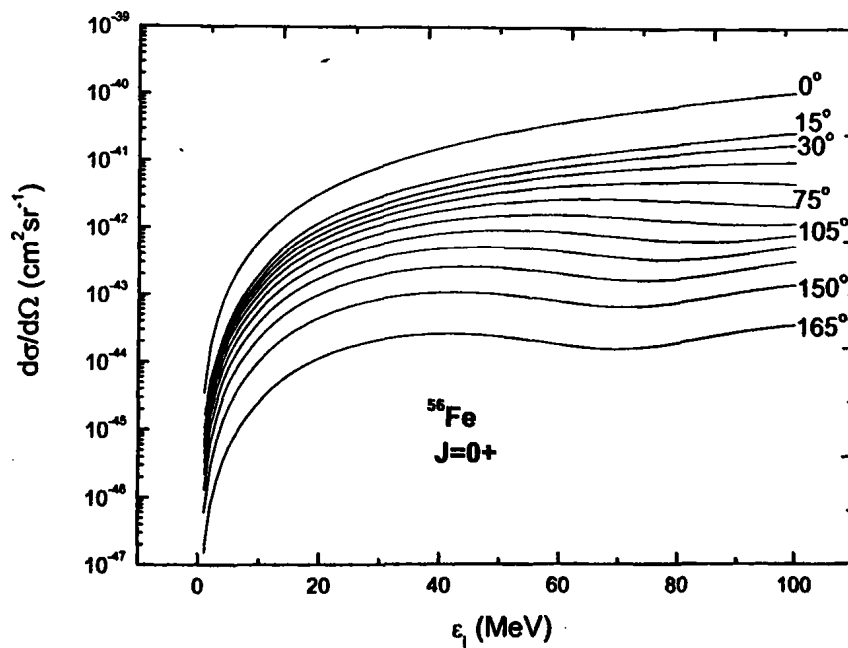
Κατάσταση	^{16}O		^{40}Ar		^{56}Fe		^{98}Mo	
	g_{ph}	g_{pp}	g_{ph}	g_{pp}	g_{ph}	g_{pp}	g_{ph}	g_{pp}
0 ⁺	0.32	0.32	0.30	0.78	0.05	0.01	0.35	0.40
1 ⁺					1.15	0.90		
2 ⁺	0.65	0.15	0.03	1.05	0.90	0.90	0.90	1.20
3 ⁺					1.10	1.00	1.35	1.30
4 ⁺			0.10	0.10	1.14	1.00	1.40	1.10
6 ⁺			0.03	0.05	0.01	0.60		
1 ⁻	0.30	0.16	0.50	0.60				
2 ⁻	0.30	0.36						
3 ⁻	0.46	0.94	0.75	1.05			1.15	1.00
5 ⁻							0.80	1.30

Πίνακας 6.2: Παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματίου-οπής, g_{ph} , και σωματίου-σωματίου, g_{pp} , στους πυρήνες ^{16}O , ^{40}Ar , ^{56}Fe και ^{98}Mo . Στην παρούσα εργασία οι παραπάνω παράμετροι είναι διαφορετικές για κάθε πολυπολική διέγερση και προσδιορίστηκαν έτσι ώστε να αποδίδεται το αντίστοιχο πειραματικό ενεργειακό φάσμα των χαμηλά κειμένων διεγέρσεων του κάθε πυρήνα (βλέπε κείμενο).



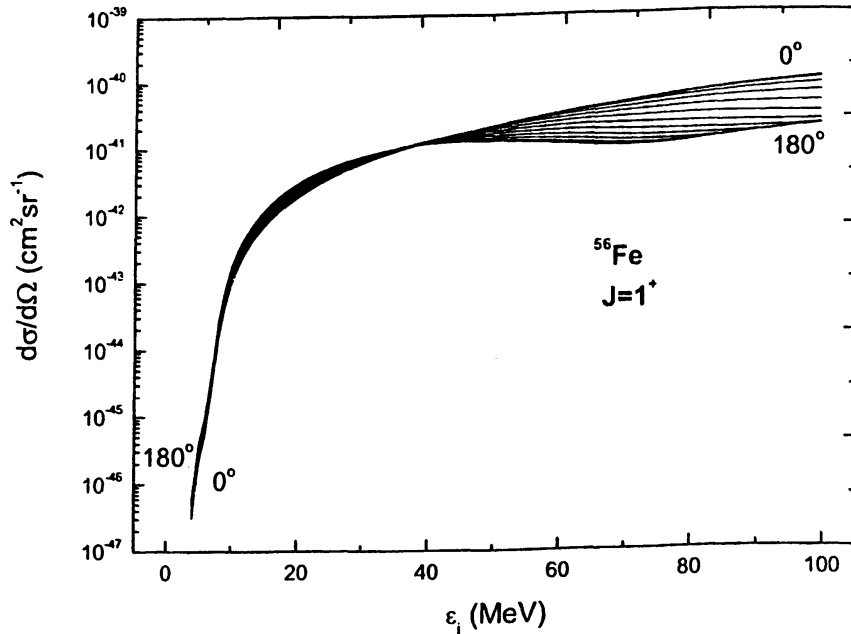


Σχήμα 6.1: Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων ενεργειακά καταστάσεων του ισότοπου ^{56}Fe που υπολογίσαμε με τη μέθοδο QRPA (δεξιά). Στο αριστερό μέρος σχεδιάστηκαν οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές του φάσματος.



Σχήμα 6.2: Μερική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ οφειλόμενη σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις 0^+ συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Οι χαμπύλες αντιστοιχούν σε τιμές γωνίας σκέδασης $0^\circ - 165^\circ$ (βήμα 15°). Η $d\sigma/d\Omega$ για $\Phi = 180^\circ$ βρίσκεται πολύ χαμηλότερα (δε φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα).





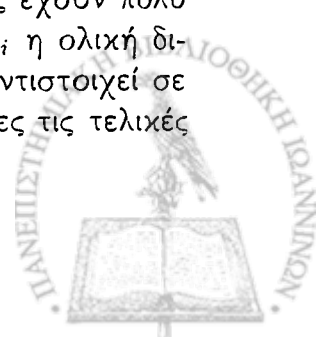
Σχήμα 6.3: Η $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ για γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°) προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις 1^+ . Η εξάρτηση από τη γωνία σκέδασης σε χαμηλές ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$, είναι διαφορετική από εκείνη στις υψηλότερες ενέργειες.

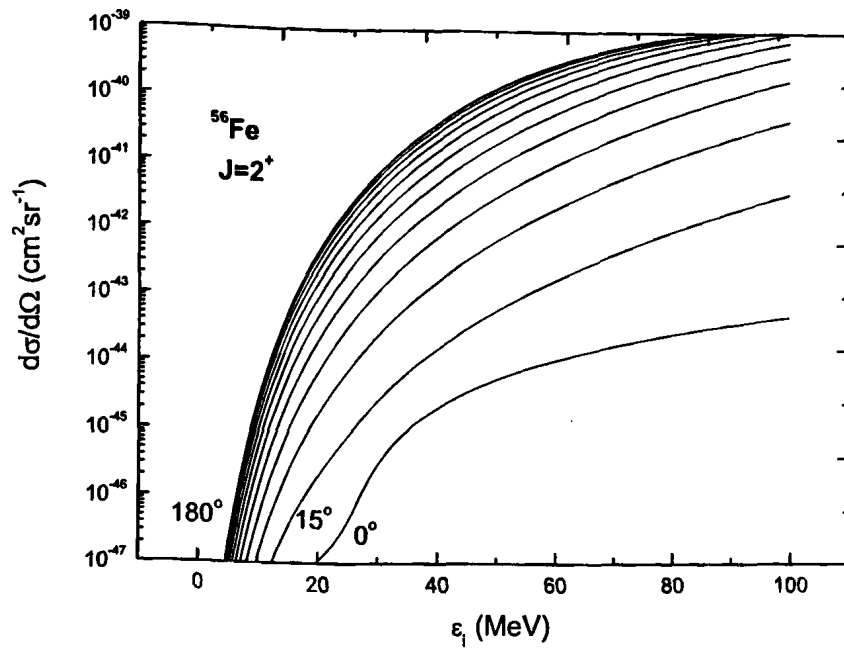
θώς αυξάνεται η γωνία σκέδασης. Η συμπεριφορά αυτή αντικατοπτρίζει εκείνη της σφαιρικής αρμονικής Y_{20} , αφού οι εν λόγω πολυπολικές καταστάσεις προκύπτουν από τη σύζευξη $[\sigma Y_2]_{1^+}$. Σημειώνουμε ότι, σε αντίθεση με τις 0^+ καταστάσεις (στις οποίες έχουμε συνεισφορές μόνο τύπου σ_{CL} , δηλ. Coulomb και διαμήκη), στις 1^+ και 2^+ πολυπολικές διεγέρσεις συνεισφέρουν και οι εγκάρσιες συνιστώσες του αδρονικού ρεύματος (βλέπε Εξ. (5.20)).

Υπενθυμίζουμε ότι στα αποτελέσματα της παραγράφου αυτής έχουν συμπεριληφθεί αμφότερες οι συνεισφορές, της πολικής διανυσματικής και της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος (βλέπε Εξς. (5.18) και (5.19)). Επιμέρους συνεισφορές προερχόμενες από κάθε μια των παραπάνω συνιστωσών συζητώνται παρακάτω.

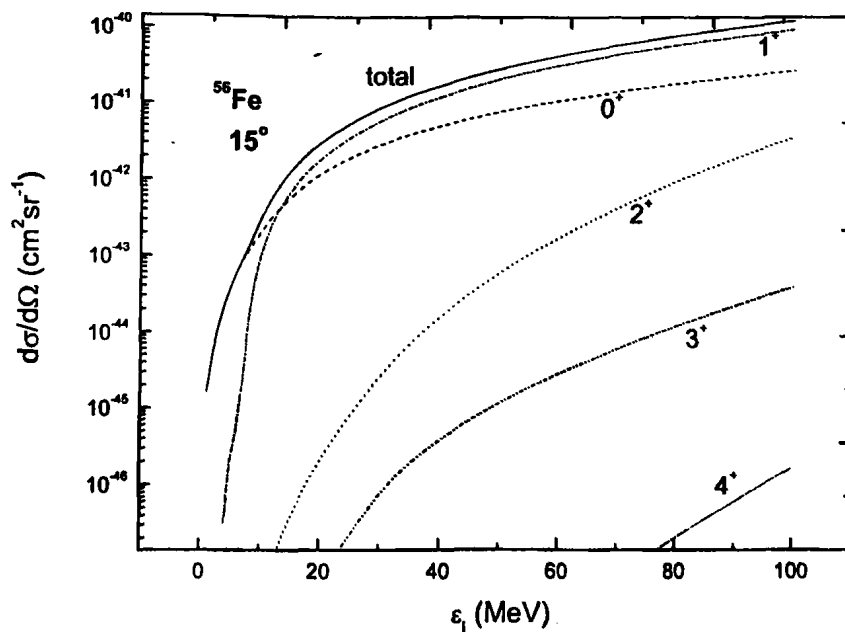
Κυρίαρχες συνεισφορές στην $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ και 'άθροιση μερικών ρυθμών'

Στο δεύτερο στάδιο των υπολογισμών μελετάμε τις κυρίαρχες πολυπολικές συνεισφορές στη διαφορική ενεργό διατομή, $d\sigma/d\Omega$. Στο διάγραμμα 6.5 παριστάνονται τα αποτελέσματα που λάβαμε για την περιοχή ενεργειών $1\text{MeV} < \epsilon_i < 100\text{MeV}$, για μια τυπική γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$ (για άλλες γωνίες η συμπεριφορά είναι ανάλογη). Αξιωματικό είναι το γεγονός ότι, όπως παρατηρούμε, η κύρια συνεισφορά στην ενεργό διατομή προέρχεται από τις 0^+ πολυπολικές καταστάσεις για ενέργειες $\epsilon_i \leq 15\text{MeV}$, ενώ για $\epsilon_i \gtrsim 15\text{MeV}$ κυριαρχούν οι 1^+ καταστάσεις. Κατά δεύτερο λόγο συνεισφέρουν οι 2^+ πολυπολικές καταστάσεις ενώ όλες οι άλλες καταστάσεις έχουν πολύ μικρή συνεισφορά. Παρατηρούμε, επίσης, ότι για μεγάλες τιμές της ϵ_i η ολική διαφορική ενεργός διατομή, καμπύλη που δηλώνεται 'total' και η οποία αντιστοιχεί σε άθροιση πάνω σ' όλες τις ενέργειες διέγερσης ($E_\delta \leq 55\text{MeV}$) και σ' όλες τις τελικές

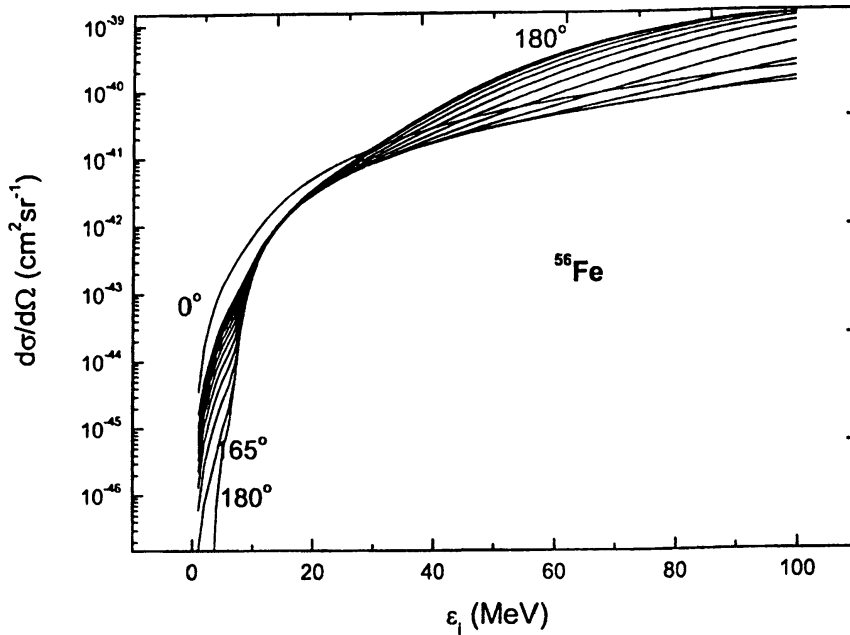




Σχήμα 6.4: Η $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ για γωνίες σκέδασης $0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°) που προέρχεται από όλες τις καταστάσεις 2^+ του χώρου μοντέλου.



Σχήμα 6.5: Σύγκριση της συνεισφοράς διαφόρων κυρίαρχων πολυπολικών καταστάσεων στη διαφορική ενεργό διατομή $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ για γωνία σκέδασης 15° συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Οι κυρίαρχες συνεισφορές προέρχονται από τις $1^+, 0^+, 2^+$ πολυπολικές καταστάσεις.



Σχήμα 6.6: Η ολική $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu, \nu')^{56}\text{Fe}^*$ (άθροισμα συνεισφοράς από όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου) συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$ για διάφορες γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°).

καταστάσεις $J^\pi \leq 6^+$, είναι περίπου ίση με την συνεισφορά των 1^+ καταστάσεων.

Το Σχήμα 6.6 δείχνει την εξάρτηση από την ενέργεια εισερχομένου νετρίνου ϵ_i της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής, $d\sigma/d\Omega$, (άθροισμα σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 6^+$) για διάφορες γωνίες σκέδασης, $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$ σε βήμα 15° . Παρατηρούμε ότι η ολική διαφορική ενεργός διατομή μειώνεται καθώς η γωνία σκέδασης αυξάνεται για ενέργειες νετρίνου $\epsilon_i \lesssim 20\text{MeV}$. Όμως, για ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου $\epsilon_i \gtrsim 20\text{MeV}$ τα αποτελέσματά μας δείχνουν ότι η διαφορική ενεργός διατομή είναι γενικά μεγαλύτερη για μεγάλες γωνίες σκέδασης, γεγονός που συνδέεται με την κυριαρχία των 2^+ πολυπολικών καταστάσεων, που παριστάνεται στο Σχ. 6.5, και τη συνεισφορά των εγκάρσιων συνιστωσών του αδρονικού ρεύματος.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι, για μεγάλες ενέργειες νετρίνου, εκτός από τις μεταπτώσεις του ίδιου του πυρήνα, ανοίγουν επί πλέον και άλλα κανάλια της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα και μάλιστα είναι αρκετά σημαντικά εκείνα κατά τα οποία ένα ή περισσότερα νουκλεόνια απελευθερώνονται από τον πυρήνα-στόχο. Υπολογισμοί τέτοιων καναλιών δεν γίνονται στην παρούσα διατριβή λόγω αδυναμίας της μεθόδου που χρησιμοποιούμε (βλέπε π.χ. [98]). Εδώ θεωρούμε τον τελικό πυρήνα να βρίσκεται στη φάση του σύνθετου πυρήνα και δεν μας ενδιαφέρει ο τρόπος αποδιέγερσης του.

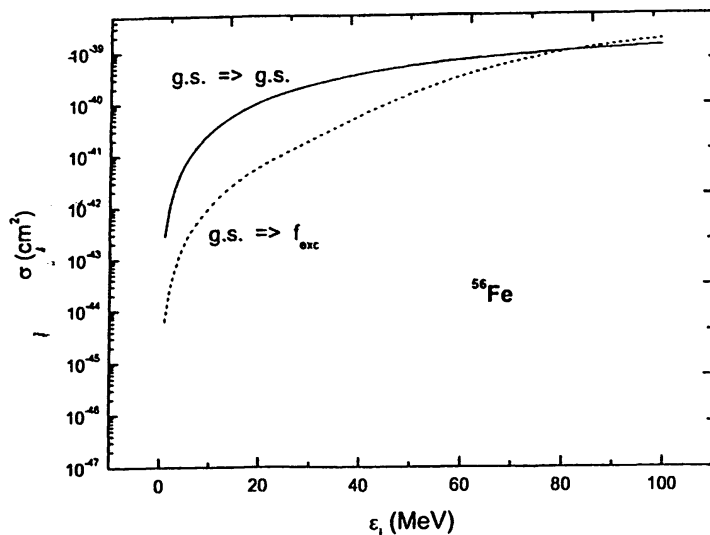
Ολική ενεργός διατομή σ

Στην τελευταία φάση μελέτης της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$, υπολογίσαμε την ολική ενεργό διατομή σ και τις συνεισφορές του συναφούς καναλιού (coherent process) και του μη-συναφούς (incoherent process) όπως έχουμε συζητήσει στην παράγραφο

Πίνακας 6.3: Ολικές ενεργές διατομές της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ για χαμηλές και μέσες ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Στην δεύτερη στήλη αναγράφονται τα αποτελέσματα της μεθόδου μας και στην τρίτη τα αποτελέσματα της εργασίας [133]. Οι ενεργές διατομές δίνονται σε μονάδες 10^{-42}cm^2 και οι ενέργειες σε MeV .

Ενέργεια εισερχόμενου νετρίνου ν_e	Ολική ενεργός διατομή της $^{56}\text{Fe}(\nu, \nu')^{56}\text{Fe}^*$	
	$\epsilon_i(\text{MeV})$	Παρόντα αποτελέσματα Αποτελέσματα Αναφ. [133]
10	3.49(-1)	1.91(-1)
15	1.90(+0)	2.19(+0)
20	4.80(+0)	6.90(+0)
25	9.25(+0)	1.51(+1)
30	1.59(+1)	2.85(+1)
35	2.62(+1)	4.89(+1)
40	4.22(+1)	7.86(+1)
45	6.70(+1)	1.19(+2)
50	1.04(+2)	1.72(+2)
55	1.56(+2)	2.39(+2)
60	2.28(+2)	3.20(+2)
65	3.20(+2)	4.15(+2)
70	4.33(+2)	5.25(+2)
75	5.66(+2)	6.50(+2)
80	7.18(+2)	7.89(+2)
85	8.84(+2)	9.42(+2)
90	1.06(+3)	1.11(+3)
95	1.24(+3)	1.29(+3)
100	1.42(+3)	1.49(+3)
105	1.60(+3)	1.70(+3)
110	1.76(+3)	1.92(+3)
115	1.93(+3)	2.16(+3)
120	2.08(+3)	2.41(+3)
125	2.22(+3)	2.66(+3)
130	2.36(+3)	2.92(+3)
135	2.49(+3)	3.19(+3)
140	2.62(+3)	3.46(+3)
145	2.74(+3)	3.74(+3)
150	2.85(+3)	4.01(+3)

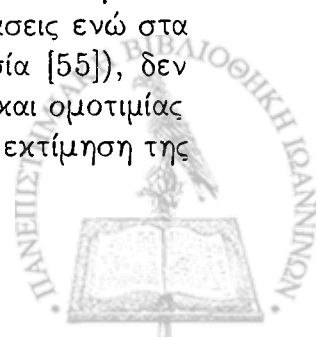


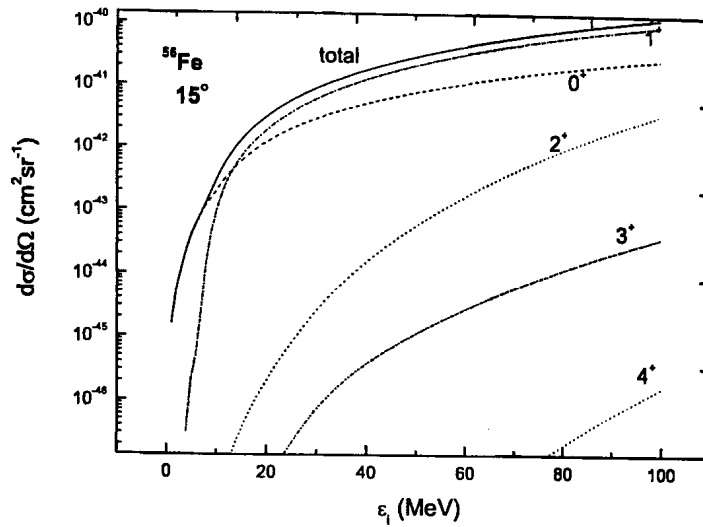


Σχήμα 6.7: Καμπύλη που δηλώνεται $gs \Rightarrow f_{exc}$ παριστάνει την ολική ενεργό διατομή $\sigma (cm^2)$ της αντίδρασης $^{56}Fe(\nu_e, \nu_e')^{56}Fe^*$ προερχόμενη από όλες τις διεγερμένες καταστάσεις (μέχρι $J^\pi = 6^+$ του χώρου μοντέλου) και όλες τις γωνίες σκέδασης, συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Για λόγους σύγκρισης, απεικονίζεται επίσης η αντίστοιχη ενεργός διατομή της συναφούς διαδικασίας (coherent process) υποδηλούμενη σαν $gs \Rightarrow gs$.

5.6. Με ολοκλήρωση της $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ ως προς τη γωνία σκέδασης Φ και άθροιση πάνω σ' όλες τις διεγερμένες καταστάσεις του ^{56}Fe , υπολογίζεται η ολική ενεργός διατομή, $\sigma(\epsilon_i)$, συναρτήσει της ενέργειας εισερχομένου νετρίνου, ϵ_i (MeV) και παριστάνεται στο Σχήμα 6.7. Για την ολοκλήρωση αυτή χρησιμοποιήθηκε η γνωστή μέθοδος αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss με χρήση πολυωνύμων Legendre. Για λόγους σύγκρισης, στο ίδιο Σχήμα 6.7 παριστάνεται και η ενεργός διατομή της συναφούς διαδικασίας (coherent process), δηλαδή μετάπτωση του τύπου $g.s. \Rightarrow g.s.$ κατά την οποία όλα τα νουκλεόνια του πυρήνα συνεισφέρουν εποικοδομητικά (βλέπε παράγρ. 6.5.1 παρακάτω). Παρατηρούμε ότι η ενεργός διατομή του καναλιού αυτού είναι πολύ μεγαλύτερη της αντίστοιχης των μη-συναφών διαδικασιών σε σχετικά χαμηλές ενέργειες εισερχομένου νετρίνου ϵ_i ($\epsilon_i < 80 MeV$), ενώ γίνεται ελαφρά μικρότερη για μεγαλύτερες ενέργειες. Αυτό αιτιολογείται δεδομένου ότι στις μικρές ενέργειες εισερχομένου νετρίνου μόνο χαμηλές διεγερμένες καταστάσεις είναι δυνατό να επαχθούν και η ενεργός διατομή οφείλεται κυρίως στη μετάβαση $g.s. \Rightarrow g.s.$. Η συμπεριφορά αυτή της ολικής ενεργού διατομής, σ , είναι ίδια μ' εκείνη των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων ν-πυρήνα που βρέθηκε στην εργασία [55] χρησιμοποιώντας μια μέθοδο σχετικιστικού μοντέλου αερίου Fermi για διάφορους πυρήνες.

Στο σημείο αυτό πρέπει να τονιστεί το γεγονός ότι, με την μεθόδό μας, είναι εφικτός ο υπολογισμός της διαφορικής ενεργού διατομής σε μεμονωμένες μεταβάσεις ενώ στα πλαίσια άλλων μεθόδων (π.χ. αυτή που χρησιμοποιήθηκε στην εργασία [55]), δεν είναι δυνατή η κατασκευή τελικών καταστάσεων δεδομένης στροφορμής και ομοτιμίας (δηλαδή J-projected states). Με τη μεθόδό μας όμως δεν είναι εφικτή η εκτίμηση της



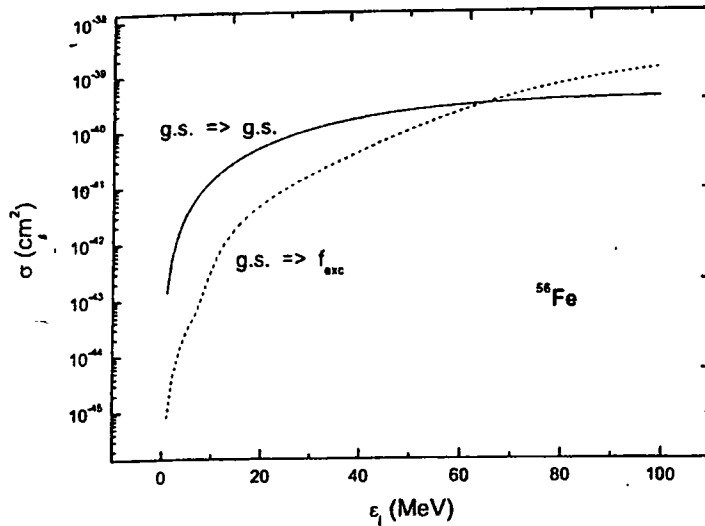


Σχήμα 6.8: Η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{deg}^{-1})$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\bar{\nu}_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ που προέρχεται από όλες τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις. Οι καταστάσεις που συνεισφέρουν περισσότερο είναι 0^+ , 1^+ , 2^+ .

ενεργού διατομής καναλιών που οδηγούν στην εκπομπή από τον πυρήνα-στόχο ενός ή περισσότερων σωματίων (n, p, α , κ.λ.π.). Είναι προφανές ότι σε υψηλές ενέργειες η ενεργός διατομή των τελευταίων καναλιών αυξάνεται [99].

Προκειμένου να εξάγουμε συμπεράσματα για τον βαθμό συμφωνίας των αποτελεσμάτων μας με τα αντίστοιχα άλλων μεθόδων, στον Πίνακα 6.3 συγκρίνουμε τις ολικές ενεργές διατομές που υπολογίσαμε με την μέθοδο QRPA (δεύτερη στήλη) με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εργασίας των Kolbe-Langanke [133] που πάρθηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδο Continuum RPA (τρίτη στήλη). Η περιοχή ενεργειών του εισερχόμενου νετρίνου ϵ_i , στους τελευταίους υπολογισμούς είναι $10 \text{ MeV} \leq \epsilon_i \leq 150 \text{ MeV}$, έτσι στο στάδιο αυτό επεκτείνουμε τους υπολογισμούς μας για την σ και στην περιοχή $100 \leq \epsilon_i \leq 150 \text{ MeV}$. Όπως μπορούμε να δούμε, τα αποτελέσματά μας για τις ολικές ενεργές διατομές, βρίσκονται γενικά σε πολύ καλή συμφωνία με εκείνα της μελέτης [133], στην παραπάνω περιοχή ενεργειών.

Κλείνοντας τη συζήτησή μας για την αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}^*$ αναφέρουμε ότι μέρος των παραπάνω αποτελεσμάτων συζητείται στις εργασίες [162, 166].²



Σχήμα 6.9: Η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)^{56}\text{Fe}^*$ προερχόμενη από όλες τις διεγερμένες καταστάσεις του χώρου μοντέλου και όλες τις γωνίες σκέδασης, συναρτήσει της ενέργειας αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Απεικονίζεται επίσης η αντίστοιχη ενεργός διατομή για την συναφή διαδικασία $g.s. \Rightarrow g.s.$ (coherent process).

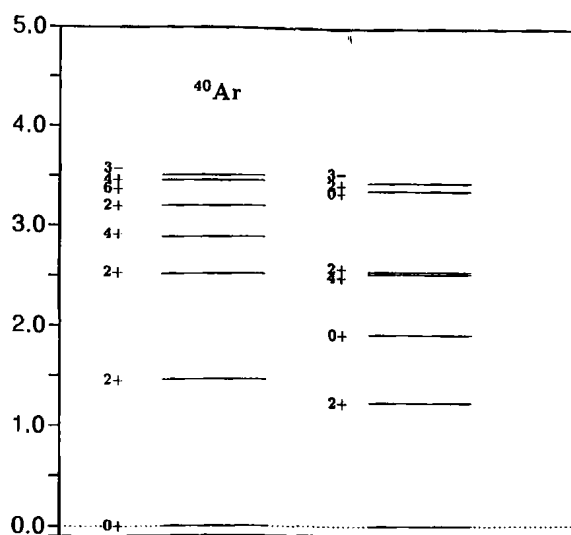
Ενεργές διατομές αντίδρασης αντινετρίνου- Fe , $^{56}\text{Fe}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)^{56}\text{Fe}^*$

Με τον ίδιο τρόπο που εκτελέστηκαν οι υπολογισμοί νετρίνου-πυρήνα, μελετήθηκε η εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\Omega$ από την ενέργεια του εισερχόμενου αντινετρίνου, στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)^{56}\text{Fe}^*$. Στο διάγραμμα 6.8 παριστάνονται τα αποτελέσματα της $d\sigma/d\Omega$ που λάβαμε, για την περιοχή ενεργειών $1\text{MeV} < \epsilon_i < 100\text{MeV}$ (χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες), για γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$. Η καμπύλη που δηλώνεται 'total' αντιστοιχεί σε άθροιση πάνω σ' όλες τις ενέργειες διέγερσης ($E_\delta \leq 55\text{MeV}$), και σ' όλες τις τελικές στροφορμές ($J^\pi \leq 5^+$). Παρατηρούμε ότι οι καμπύλες είναι όμοιες και όλες οι τιμές της $d\sigma/d\Omega$ είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις αντίστοιχες της αντίδρασης $\nu_e - ^{56}\text{Fe}$ (βλέπε Σχήμα 6.5).

Στο Σχήμα 6.9 παριστάνεται η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή, $\sigma_{inc}(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)^{56}\text{Fe}^*$ η οποία πάρθηκε, όπως και στην περίπτωση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(\nu, \nu')^{56}\text{Fe}^*$, με ολοκλήρωση στη γωνία σκέδασης ($0^\circ \leq \Phi \leq 180^\circ$) και άθροιση πάνω σ' όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις του χώρου μοντέλου, κρατώντας σταθερή την ενέργεια εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Ως τελικό συμπέρασμα εδώ μπορούμε να εξάγουμε το εξής: Το γενικό χαρακτηριστικό των ενεργών διατομών αντινετρίνων-πυρήνα είναι ότι έχουν παντού την ίδια συμπεριφορά (στην ενεργειακή

²Υπενθυμίζουμε ότι στην παρούσα μελέτη δεν έχουν ληφθεί υπόψη οι συσχετίσεις βασικής κατάστασης (συσχετίσεις μακράς εμβέλειας) οι οποίες στην QRPA μπορούν να συμπεριληφθούν χρησιμοποιώντας το θεώρημα Thoules [125].





Σχήμα 6.10: Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων καταστάσεων του ^{40}Ar . Στο αριστερό μέρος απεικονίζονται οι πειραματικές τιμές και στο δεξιό οι τιμές που υπολογίσαμε με την μέθοδο QRPA

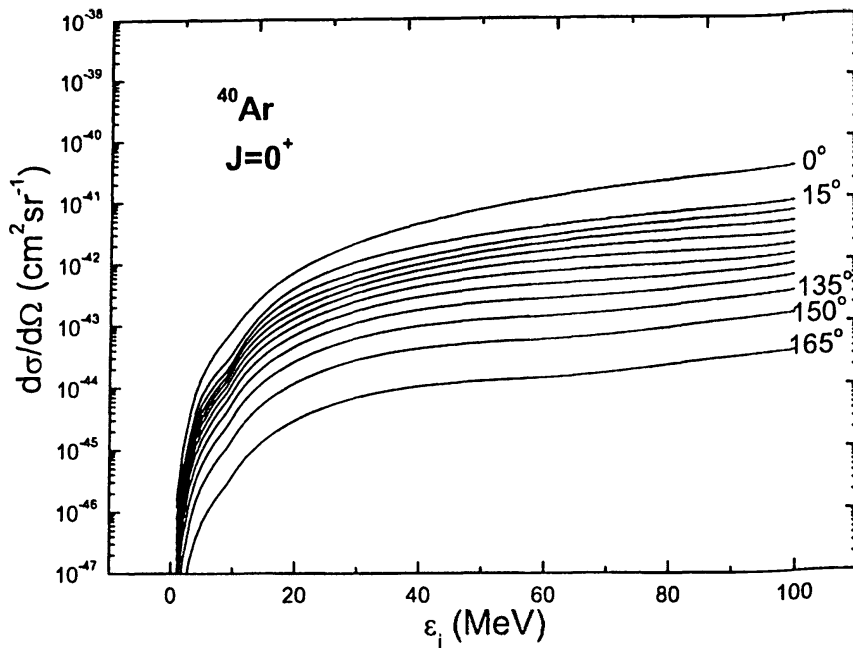
περιοχή που μελετήσαμε), είναι όμως πάντοτε ελαφρά μικρότερες των αντίστοιχων ενεργών διατομών των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα. Τούτο οφείλεται στο διαφορετικό πρόσημο του τελευταίου όρου της συνεισφοράς των εγκάρσιων συνιστωσών του τελεστή του αδρονικού ρεύματος (βλέπε Εξ. (5.19)).

6.3.2 Ο πυρήνας ^{40}Ar ως ανιχνευτής νετρίνων

Ο πυρήνας του ^{40}Ar έχει συμπεριληφθεί στα ισότοπα που μελετήσαμε διότι είναι χρήσιμος στα πειράματα που γίνονται και έχουν ως στόχο, εκτός των άλλων, την ανίχνευση ατμοσφαιρικών, ηλιακών νετρίνων και νετρίνων υπερκαινοφανών αστέρων. Έτσι, π.χ. η τελική φάση του προγράμματος ICARUS απαιτεί μεγάλη ποσότητα υγρού αργού, Ar. Σ' αυτό η αφθονία του ^{40}Ar είναι 99,6%. Ιδιαίτερα, ο ανιχνευτής μεγάλου όγκου υγρού Ar στο πείραμα ICARUS II μελετά ηλιακά νετρίνα ερευνώντας τις αντιδράσεις $^{40}\text{Ar} + \nu \rightarrow ^{40}\text{K} + \beta^-$ και $e + \nu \rightarrow e + \nu$ [150].

Για τη μελέτη της αντίδρασης $\nu_e - ^{40}\text{Ar}$ εδώ (ο πυρήνας ^{40}Ar έχει $Z=18$, $N=22$), τα ενεργά μονοσωματιδιακά επίπεδα που περιλαμβάνει ο χώρος μοντέλου που χρησιμοποιήσαμε στους QRPA υπολογισμούς μας είναι τα κατώτερα 10 του Σχήματος 8.1 της Σελ. 214 της Αναφ. [3] (βλέπε Πίνακα 6.1). Η παράμετρος αρμονικού ταλαντωτή είναι $b = 1.902 \text{ fm}$ και οι παράμετροι ζεύγους είναι $g_{pair}^n = g_{pair}^p = 0.900$. Το ενεργειακό φάσμα του ^{40}Ar που υπολογίσαμε με τη μέθοδο QRPA παριστάνεται στο Σχ. 6.10 (δεξιά) και συγκρίνεται με το αντίστοιχο πειραματικό της βιβλιογραφίας [151] (αριστερά). Οι τιμές των παραμέτρων g_{pp} και g_{ph} για τις διάφορες πολυπολικές καταστάσεις J^π δίνονται στον Πίνακα 6.2. Από το Σχ. 6.10 παρατηρούμε ότι, και για το ^{40}Ar όπως και για το ^{56}Fe υπάρχει αρκετά καλή συμφωνία, κυρίως στις πιο χαμηλές ενέργειες, ($\omega < 4 \text{ MeV}$), με εξαίρεση τις 0^+ καταστάσεις.



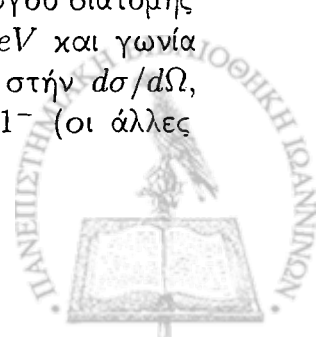


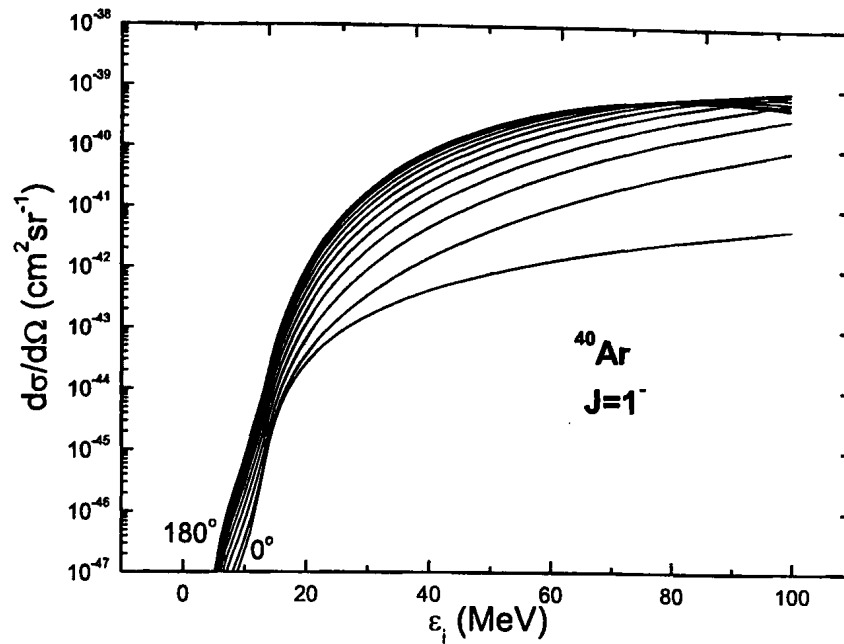
Σχήμα 6.11: Μερική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ για γωνίες $0^\circ - 165^\circ$ (βήμα 15°) οφειλόμενη σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις 0^+ συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Η $d\sigma/d\Omega$ για $\Phi = 180^\circ$ βρίσκεται πολύ χαμηλότερα (δεν φαίνεται).

Κυρίαρχες πολυπολικές συνεισφορές και εξάρτηση της $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ από την ενέργεια ϵ_i και τη γωνία σκέδασης Φ

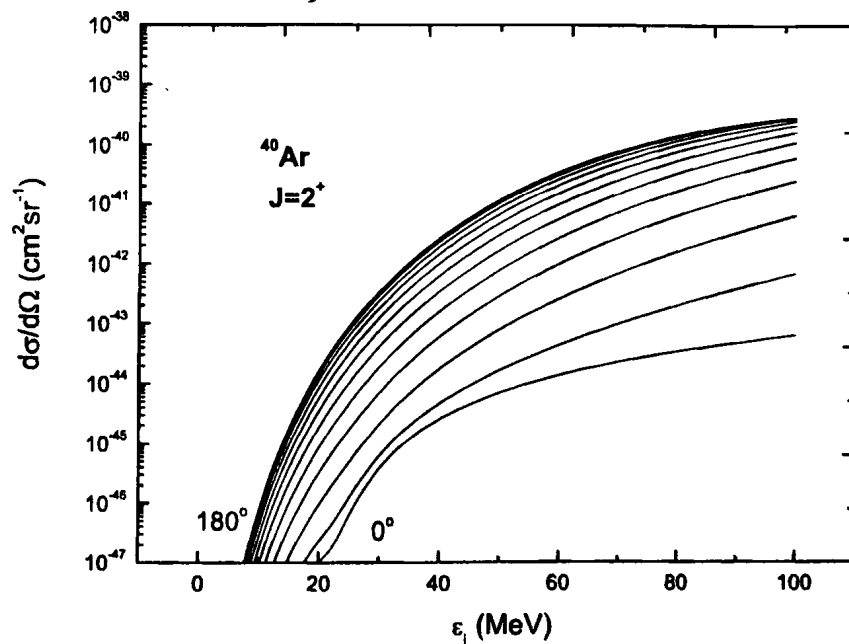
Τα πρωτογενή αποτελέσματα της $\frac{d^2\sigma}{d\Omega d\omega}(\Phi, E_f, \epsilon_i)$ για τον πυρήνα ^{40}Ar ελήφθησαν όπως και στην περίπτωση του ^{56}Fe . Στα Σχήματα 6.11, 6.12 και 6.13 παρουσιάζεται η γωνιακή εξάρτηση της $d\sigma/d\Omega$ για τις 0^+ , 1^- και 2^+ πολυπολικές καταστάσεις, αντίστοιχα, σε γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°). Παρατηρούμε ότι η διαφορική ενεργός διατομή των 0^+ καταστάσεων μειώνεται με αύξηση της γωνίας σκέδασης Φ (για $\Phi = 180^\circ$ είναι μηδενική γι' αυτό δεν απεικονίζεται στο Σχήμα). Όπως φαίνεται και από την Εξ. (5.20), η $d\sigma/d\Omega$ των 0^+ πολυπολικών διεγέρσεων προέρχεται μόνον από τη διαμήκη και την Coulomb συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος (σ_{CL}). Για τις καταστάσεις 1^- , η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ αυξάνεται πολύ γρήγορα μέχρι την ενέργεια εισερχόμενου νετρίνου $\epsilon_i \sim 40\text{MeV}$ ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες ϵ_i αυξάνεται βραδύτερα. Προκειμένου για τις καταστάσεις 2^+ η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ ($\text{cm}^2\text{sr}^{-1}$) αυξάνεται συνεχώς (όμως πιο ομαλά σε σύγκριση με τις πολυπολικές διεγέρσεις 1^-) με την αύξηση της ϵ_i και της γωνίας σκέδασης, Φ , αλλά οι απόλυτες τιμές της είναι σημαντικά μικρότερες από τις αντίστοιχες της αντίδρασης $^{56}\text{Fe}(g.s.)(\nu_e, \nu'_e)^{56}\text{Fe}(2^+)$ που φαίνονται στο Σχ. 6.4.

Στο Σχήμα 6.14 απεικονίζεται η μεταβολή της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\Omega$ (total), για ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου $\epsilon_i = 1$ έως 100MeV και γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$. Έχουν επίσης σχεδιαστεί οι κύριες συνεισφορές στην $d\sigma/d\Omega$, που προέρχονται από τις καταστάσεις 0^+ , τις διπολικές καταστάσεις 1^- (οι άλλες



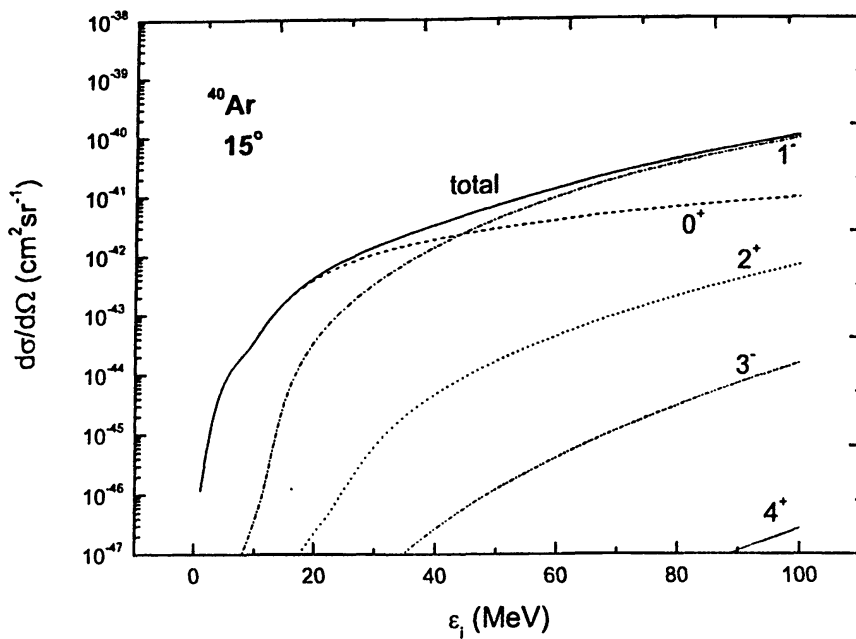


Σχήμα 6.12: Καμπύλες της $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ για γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°) που προέρχεται από όλες τις καταστάσεις 1^- . Για μεγάλες ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV) αποτελούν την κυρίαρχη συνεισφορά της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής (βλέπε Σχ. 6.14).

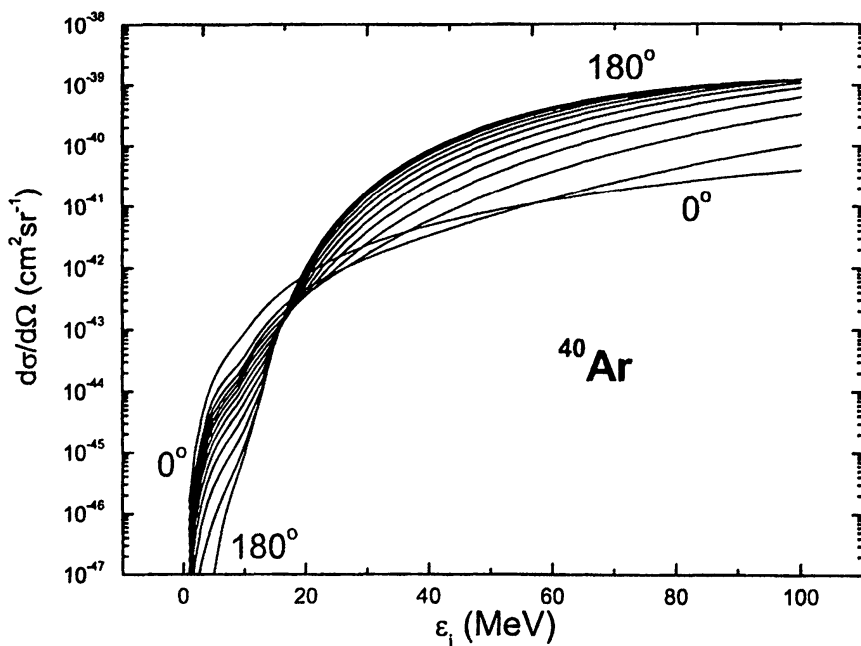


Σχήμα 6.13: Απεικόνιση της $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ προερχόμενη από όλες τις πολυπολικές καταστάσεις 2^+ του χώρου μοντέλου μας, σχεδιασμένη όπως και στο Σχ. 6.12.

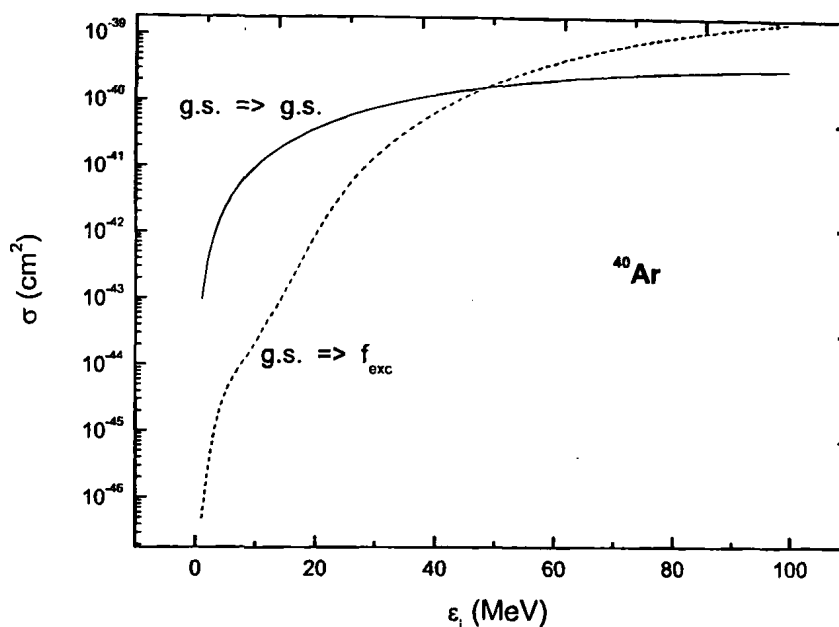




Σχήμα 6.14: Η μερική διαφορική νεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ της $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ προερχόμενη από διάφορες πολυπολικές καταστάσεις (για μια τυπική γωνία σκέδασης 15°) που συνεισφέρουν περισσότερο σαν συνάρτηση της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$.



Σχήμα 6.15: Η ολική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ προερχόμενη από όλες τις διεγερμένες καταστάσεις του χώρου μοντέλου μας συναρτήσει της $\epsilon_i(\text{MeV})$ για γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°).

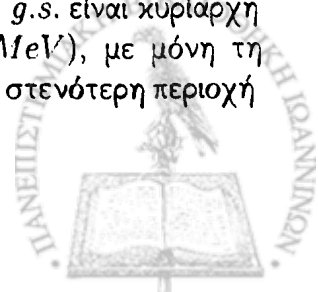


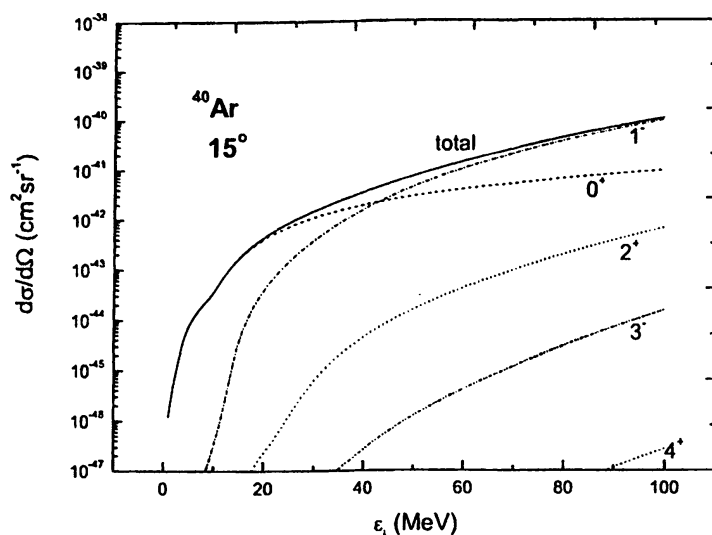
Σχήμα 6.16: Συναφής και μη-συναφής ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$. Η καμπύλη $g.s. \Rightarrow f_{exc}$ παριστάνει την $\sigma(\epsilon_i)$ που προέρχεται από όλες τις διεγερμένες καταστάσεις του χώρου μοντέλου (μη-συναφείς διαδικασίες) και όλες τις γωνίες σκέδασης. Η καμπύλη $g.s. \Rightarrow g.s.$ αντιστοιχεί στην ενεργό διατομή της συναφούς διαδικασίας (coherent process).

έχουν πολύ μικρότερη συνεισφορά), κλπ. Η διαφορική ενεργός διατομή για τις 2^+ είναι μη-μηδενική για $\epsilon_i \geq 2\text{MeV}$ και για τις 1^- για $\epsilon_i \geq 4\text{MeV}$ (σχετίζεται με την χαμηλότερη δυνατή πολυπολική διέγερση). Στο Σχήμα 6.15 παριστάνεται η ολική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i , για γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$. Έχει υπολογιστεί, όπως αναφέραμε και για τον πυρήνα ^{56}Fe , με άθροιση πάνω σ' όλες τις ενέργειες διέγερσης (μέχρι $E_\delta \approx 57\text{MeV}$) και σε όλα τα τελικά σπίν ($J^\pi \leq 6^\pm$). Παρατηρούμε ότι η ολική διαφορική ενεργός διατομή σε χαμηλές ενέργειες μειώνεται με τη γωνία σκέδασης, ενώ αντίθετα, για ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου $\epsilon_i \gtrsim 20\text{MeV}$ η $d\sigma/d\Omega$ είναι γενικά μεγαλύτερη για μεγάλες γωνίες σκέδασης, ακολουθώντας την γωνιακή εξάρτηση κυρίως των $J^\pi = 1^-$ και $J^\pi = 2^+$ πολυπολικών καταστάσεων όπως και στην περίπτωση του ^{56}Fe .

Ολική ενεργός διατομή

Η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή (incoherent, σ_{inc}) καθώς και η ενεργός διατομή της συναφούς (coherent) διαδικασίας ($g.s. \Rightarrow g.s.$) παριστάνονται στο Σχήμα 6.16. Παρατηρούμε ότι η σ_{inc} , που υπολογίστηκε με τον ίδιο τρόπο όπως και για τον ^{56}Fe , για $\epsilon_i \lesssim 20\text{MeV}$ αυξάνεται πολύ γρήγορα με την ενέργεια του εισερχόμενου νετρίνου ϵ_i , ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες η αύξηση είναι πιο αργή. Επίσης παρατηρούμε ότι, όπως και προηγουμένως στο ^{50}Fe , η ενεργός διατομή του καναλιού $g.s. \Rightarrow g.s.$ είναι κυρίαρχη σε σχετικά χαμηλές ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου ($\epsilon_i < 50\text{MeV}$), με μόνη τη διαφορά ότι εδώ η κυριαρχία της συναφούς διαδικασίας συμβαίνει σε στενότερη περιοχή





Σχήμα 6.17: Η $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\bar{\nu}, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ που προέρχεται από διάφορες κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις: 0^+ , 1^- , 2^+ , κλπ. (γωνία σκέδασης 15°), συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$.

των χαμηλών ενεργειών ϵ_i . Όπως θα δούμε στην παράγραφο 6.5.1 για σχετικά χαμηλές ενέργειες η διαφορική ενεργός διατομή της ελαστικής σκέδασης ($g.s. \Rightarrow g.s.$) είναι περίπου ανάλογη του A^2 , όπου A ο μαζικός αριθμός του πυρήνα. Έτσι συγκρίνοντας τις τιμές (για την ίδια ϵ_i) της σ_{coh} για το ^{56}Fe (Σχήμα 6.7) και σ_{coh} για το ^{40}Ar (Σχήμα 6.16), παρατηρούμε ότι πράγματι ικανοποιείται σε μεγάλο βαθμό αυτή η αναλογία.

Υπολογισμοί ενεργών διατομών της αντίδρασης αντινετρίνου- ^{40}Ar

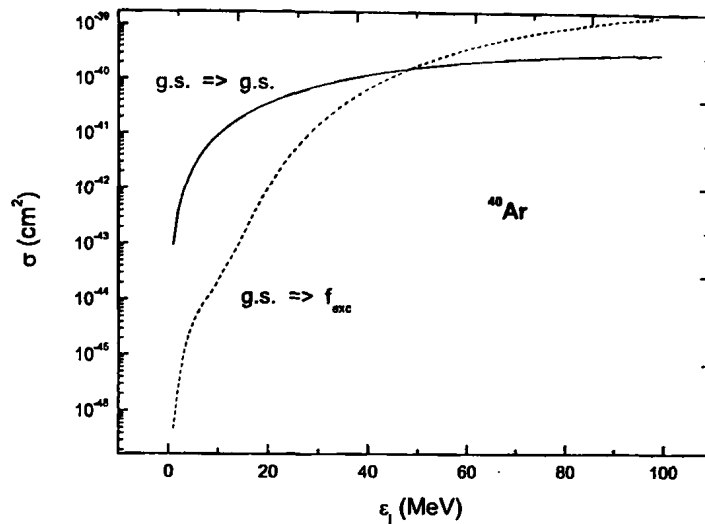
Στο διάγραμμα 6.17 παριστάνεται η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου αντινετρίνου για την αντίδραση $^{40}\text{Ar}(\bar{\nu}, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ (ενέργειες $1\text{MeV} < \epsilon_i < 100\text{MeV}$, για γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$). Τόσο η καμπύλη που δηλώνεται «total» (αντιστοιχεί σε άθροιση πάνω σ' όλες τις ενέργειες διέγερσης $E_\delta \leq 57\text{MeV}$ και σ' όλες τις τελικές στροφορμές), όσο και εκείνες που αντιστοιχούν στις πολυπολικές καταστάσεις $1^-, 0^+, 2^+, \dots$, είναι όμοιες καμπύλες με τις αντίστοιχες της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα και οι απόλυτες τιμές της $d\sigma/d\Omega$ λίγο διαφέρουν από τις αντίστοιχες της $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$.

Στο Σχήμα 6.18 γίνεται σύγκριση της ολικής μη-συναφούς ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\bar{\nu}, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ (πάρθηκε όπως και στην περίπτωση της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\nu, \nu')^{40}\text{Ar}^*$) με την αντίστοιχη του συναφούς καναλιού $g.s. \rightarrow g.s.$. Η απόλυτη κυριαρχία του συναφούς καναλιού για ενέργειες $\epsilon_i \lesssim 50\text{MeV}$ χάνεται για υψηλότερες ενέργειες ϵ_i .

6.3.3 Ο πυρήνας ^{16}O ως ανιχνευτής νετρίνων

Η γνώση της πυρηνικής απόκρισης του ισότοπου ^{16}O στα νετρίνα διαφόρων πηγών (ηλιακά, υπερκαινοφανή, ατμοσφαιρικά, κλπ.) ήταν και είναι αντικείμενο μεγάλου ενδι-



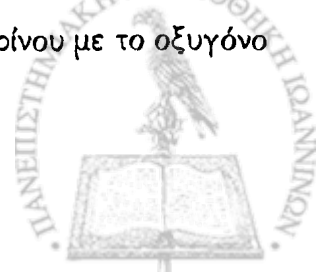


Σχήμα 6.18: Η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης $^{40}\text{Ar}(\bar{\nu}, \nu')^{40}\text{Ar}^*$ οφειλόμενη σε όλες τις τελικές διεγερμένες καταστάσεις του χώρου μοντέλου και όλες τις γωνίες σκέδασης, συναρτήσεως της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Για λόγους σύγκρισης απεικονίζεται και η συναφής ενεργός διατομή ($g.s. \Rightarrow g.s.$).

αφέροντος στην έρευνα της φυσικής των νετρίνων. Έτσι, π.χ. οι ανιχνευτές Čerenkov νερού (Kamiokande) χρησιμοποιήθηκαν για τα SN1987A νετρίνα. Οι ανιχνευτές μεγάλου όγκου νερού Super-Kamiokande (SK) και SNO είναι κατάλληλοι τόσο για υπερκαινοφανή όσο και για ηλιακά νετρίνα. Τα πρωτόνια στο SK, π.χ., χρησιμοποιούνται για να ανιχνεύσουν $\bar{\nu}_e$ μέσω αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος και το δευτέριο στο SNO για ν και $\bar{\nu}$ όλων των αρωμάτων μέσω αλληλεπιδράσεων φορτισμένων και ουδέτερων ρευμάτων [28, 99, 115]. Οι ανιχνευτές νερού περιέχουν ένα τεράστιο αριθμό πυρήνων ^{16}O , οι οποίοι μπορούν να ανιχνεύσουν νετρίνα μέσω αντιδράσεων φορτισμένων αλλά και ουδέτερων ρευμάτων.

Από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής, η αλληλεπίδραση φορτισμένου ρεύματος των ηλιακών και υπερκαινοφανών νετρίνων με το ισότοπο ^{16}O έχει υπολογιστεί από διάφορους ερευνητές [54, 55, 140, 141]. Οι Langanke, Vogel και Kolbe [118] έχουν μελετήσει λεπτομερώς αλληλεπιδράσεις ουδέτερου ρεύματος των αντιδράσεων $(\nu, \nu' p \gamma)$ και $(\nu, \nu' n \gamma)$ στο ^{16}O οι οποίες χρησιμοποιούνται στην έρευνα νετρίνων τύπου $\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_\tau$ και $\bar{\nu}_\tau$. Οι γιγαντιαίοι συντονισμοί στο ^{16}O διεγείρονται με ανελαστική σκέδαση υπερκαινοφανών νετρίνων (μέσης ενέργεια $\sim 25 \text{ MeV}$) και αποδιεγείρονται εκπέμποντας κυρίως πρωτόνια, νετρόνια και άλλα σωματίδια καθώς και ακτίνες γ . Επίσης, λόγω του γεγονότος ότι το ^{16}O είναι ένα από τα κύρια προϊόντα των θερμοπυρηνικών διαδικασιών καύσης στους μαζικούς αστέρες (βλέπε παρακάτω), το ισότοπο αυτό παίζει ένα σπουδαίο ρόλο στην πυρηνοσύνθεση των υπερκαινοφανών και άλλων αστέρων [137, 149]. Έτσι, οι υπολογισμοί των ενεργών διατομών αντιδράσεων ν - ^{16}O , αποτελούν απαραίτητο εφόδιο για τους κώδικες εξέλιξης αστέρων καθώς και της έκρηξης π.χ. υπερκαινοφανών αστέρων τύπου II [120].

Με ανάλυση των γεγονότων αντιδράσεων νετρίνου και αντινετρίνου με το οξυγόνο



σε γήινα πειράματα, ελπίζει κανείς να πάρει ακριβείς πληροφορίες για τα αρχικά φάσματα στην πηγή παραγωγής των νετρίνων. Για την πραγματοποίηση αυτής της ανάλυσης, χρειάζεται να γνωρίζει κανείς την ενεργειακή και γωνιακή εξάρτηση των αντίστοιχων ενεργών διατομών [121, 118, 122, 123]. Έτσι, π.χ. για την ακριβή ανάλυση του σήματος σε ανιχνευτή Čerenkov νερού, που προέρχονται από νετρίνα υπερκαινοφανών αστέρων, είναι σημαντικό να γνωρίζει κανείς λεπτομερείς ενεργές διατομές των αντιδράσεων

$${}^{16}\text{O} + \nu_e \rightarrow \nu'_e + {}^{16}\text{O}^* \quad (6.4)$$

$${}^{16}\text{O} + \bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}'_e + {}^{16}\text{O}^* \quad (6.5)$$

στην περιοχή ενεργειών μέχρι $\approx 100\text{MeV}$.

Προς την κατεύθυνση αυτή, στην παρούσα διατριβή μελετούμε την απόκριση του πυρήνα ${}^{16}\text{O}$ ως ανιχνευτή νετρίνων εκτελώντας συστηματικούς υπολογισμούς ενεργού διατομής της αντίδρασής του με ν_e και $\bar{\nu}_e$. Στις ενότητες που ακολουθούν, θα αναφερθούμε εκτεταμένα στη γωνιακή και ενεργειακή εξάρτηση των διαφορικών και ολικών ενεργών διατομών των αντιδράσεων (6.4) και (6.5).

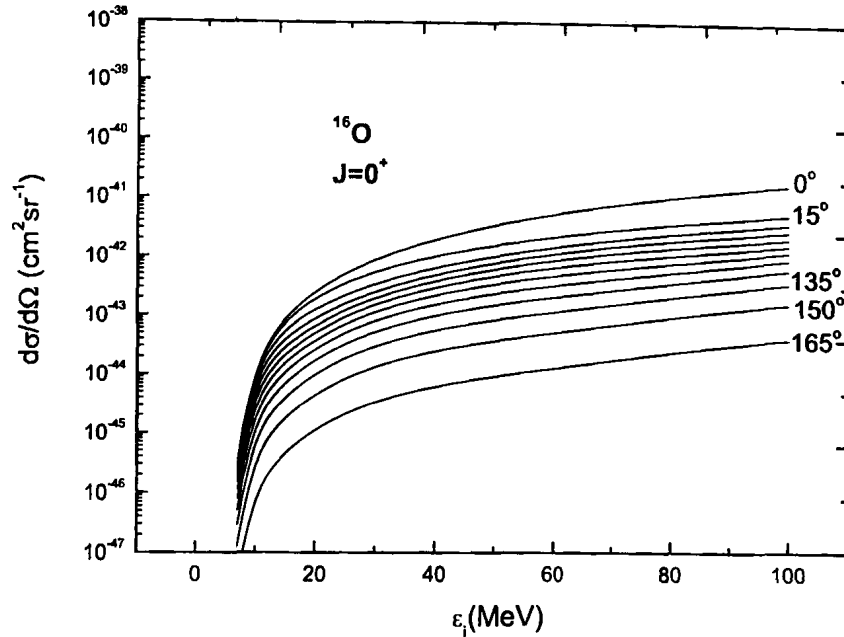
Από θεωρητική άποψη ο πυρήνας ${}^{16}\text{O}$, έχοντας κλειστούς φλοιούς πρωτονίων και νετρονίων ($Z = 8$ και $N = 8$), άρα έλλειψη των κύριων δυσκολιών πολύπλοκης πυρηνικής δομής, προσφέρεται για καλό έλεγχο της αξιοπιστίας του φορμαλισμού διαφόρων μοντέλων, π.χ. μοντέλο φλοιών. Σε ό,τι αφορά τα μοντέλα της QRPA, κλπ., είναι γνωστό ότι η μελέτη κλειστών πυρήνων (${}^{16}\text{O}$, ${}^{40}\text{Ca}$, ${}^{208}\text{Pb}$, κλπ.) είναι συνδεδεμένη με δυσκολίες προσδιορισμού των παραμέτρων $g_{pair}^{p,n}$. Το πρόβλημα παρακάμπτεται χρησιμοποιώντας σαν ενεργειακά χάσματα (energy gaps) εκείνα των γειτονικών πυρήνων που διαφέρουν κατά δύο μονάδες ως προς τα πρωτόνια ή τα νετρόνια, δηλαδή των πυρήνων με $N \pm 2$, $Z \pm 2$ [114, 125].

Τα ενεργειακά επίπεδα σθένους που έχουμε συμπεριλάβει στο χώρο μοντέλου μας είναι τα δέκα χαμηλότερα (χωρίς πυρηνική καρδιά). Σαν τιμή της παραμέτρου μεγέθους του αρμονικού ταλαντωτή πήραμε $b = 1.675\text{fm}$, ενώ οι τιμές των παραμέτρων σύζευξης που προσδιορίστηκαν με την γνωστή μέθοδο [125] είναι $g_{pair}^n = 1.090$, $g_{pair}^p = 0.960$. Όπως και στους προηγούμενους πυρήνες, αρχικά υπολογίσαμε το ενεργειακό φάσμα των χαμηλά κειμένων διεγέρσεων του ${}^{16}\text{O}$ με τη μέθοδο QRPA και το συγκρίναμε με το αντίστοιχο πειραματικό. Οι τιμές των παραμέτρων g_{ph} και g_{pp} που πήραμε (ξεχωριστά για κάθε πολυπολική κατάσταση) παρατίθενται στον Πίνακα 6.2.

Εξάρτηση της $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ από την ενέργεια ϵ_i και τη γωνία σκέδασης Φ

Στο Σχήμα 6.19 παρουσιάζεται η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ για τις 0^+ πολυπολικές διεγέρσεις σε γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$. Παρατηρούμε ότι η συμπεριφορά της ως προς τη γωνία σκέδασης Φ , είναι καθόλα όμοια με εκείνη των 0^+ καταστάσεων των άλλων δύο ισοτόπων. Οι γραφικές παραστάσεις της $d\sigma/d\Omega$ για τις καταστάσεις 1^- και 2^+ , φαίνονται στα Σχήματα 6.20 και 6.21, αντίστοιχα. Για τις καταστάσεις 1^- , η διαφορική ενεργός διατομή γίνεται μη-μηδενική για ενέργειες εισερχομένου





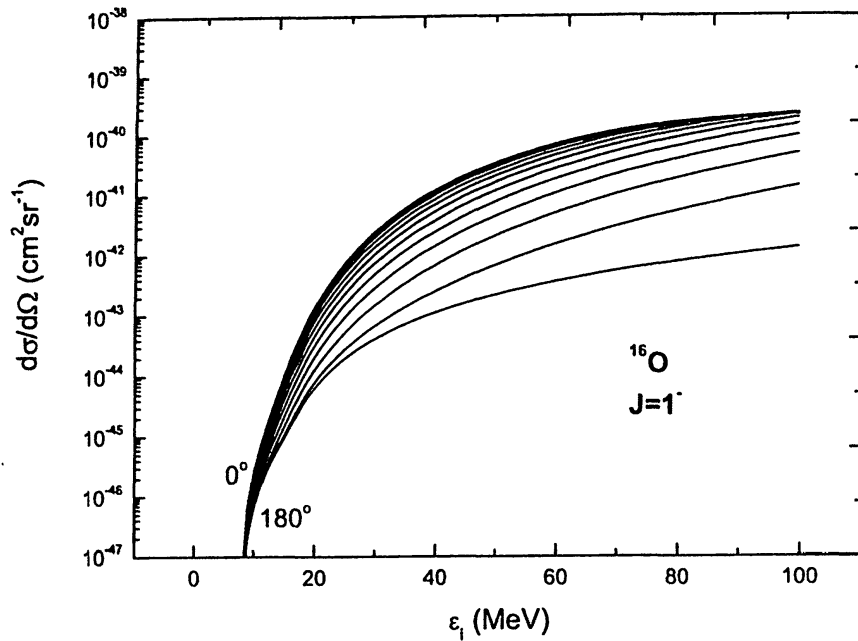
Σχήμα 6.19: Μερική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης $^{16}\text{O}(\nu_e, \nu'_e)^{16}\text{O}^*$ που προκύπτει από όλες τις καταστάσεις 0^+ του χώρου μοντέλου (συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV)). Φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις για γωνίες $0^\circ \leq \Phi \leq 165^\circ$ με βήμα 15° .

νετρίνου $\epsilon_i \gtrsim 8$ MeV, αυξάνεται πολύ γρήγορα μέχρι την τιμή $\epsilon_i \sim 35$ MeV ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες αυξάνεται πιο αργά αυξανόμενης της ϵ_i . Για την 2^+ πολυπολική κατάσταση η $d\sigma/d\Omega$ αυξάνεται συνεχώς και ομαλά με την ϵ_i , είναι μηδέν για $\epsilon_i \leq 6$ MeV και αυξάνεται με την αύξηση της γωνίας σκέδασης Φ .

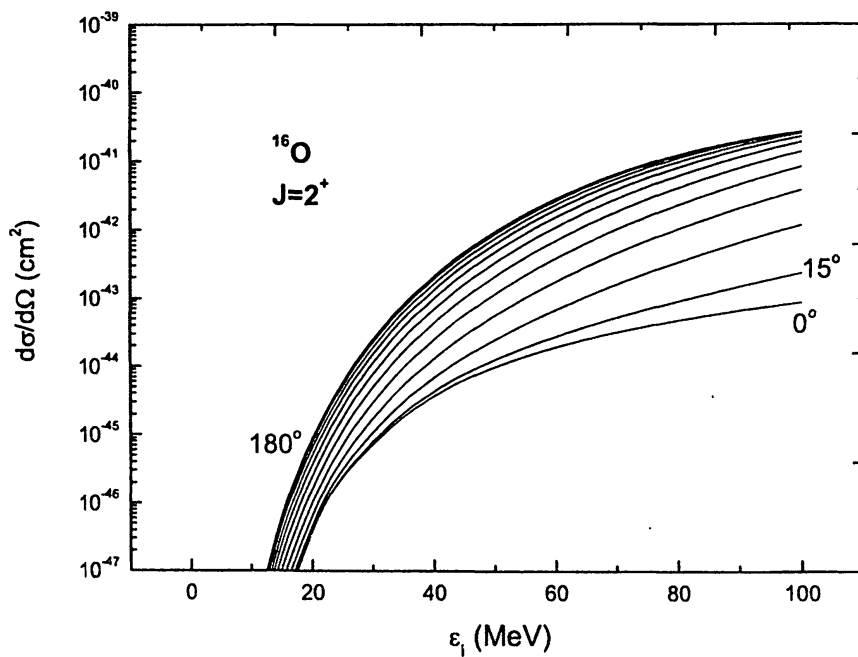
Από τη σύγκριση της γωνιακής εξάρτησης της $d\sigma/d\Omega$ στις πολυπολικές διεγέρσεις 1^- και 2^+ (βλέπε Σχήματα 6.20 και 6.21) παρατηρούμε ότι ενώ για τις 1^- έχουμε μείωση της $d\sigma/d\Omega$ αυξανόμενης της γωνίας σκέδασης, για τις 2^+ διεγέρσεις ο ρόλος αντιστρέφεται. Τούτο οφείλεται στο διαφορετικό ρόλο που παίζουν για τις παραπάνω διεγέρσεις οι συνεισφορές που προέρχονται από τους τελεστές T^{el} και T^{mag} , εγκάρσιος ηλεκτρικός και εγκάρσιος μαγνητικός. Τα αποτελέσματα αυτά είναι σε πλήρη συμφωνία με τα αποτελέσματα των Botrugno - Co, της εργασίας [100], οι οποίοι μελέτησαν τις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων ν_e και $\bar{\nu}_e$ για τα ελαφρά ισότοπα ^{12}C και ^{16}O (πυρήνες με $N=Z$) χρησιμοποιώντας CRPA.

Κυρίαρχες συνεισφορές στην $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ και 'άθροιση μερικών ρυθμών'

Στο Σχήμα 6.22 έχει σχεδιαστεί η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$, για διάφορες κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις σε ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου $\epsilon_i = 0 - 100$ MeV και γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$. Παρατηρούμε ότι οι κύριες συνεισφορές προέρχονται από τις καταστάσεις 0^+ , 1^- , 2^- και κατά δεύτερο λόγο από τις πολυπολικές καταστάσεις 2^+ (οι άλλες έχουν αμελητέα συνεισφορά). Η ολική διαφορική ενεργός διατομή ('total' στο σχήμα), η οποία έχει υπολογιστεί όπως έγινε και στους

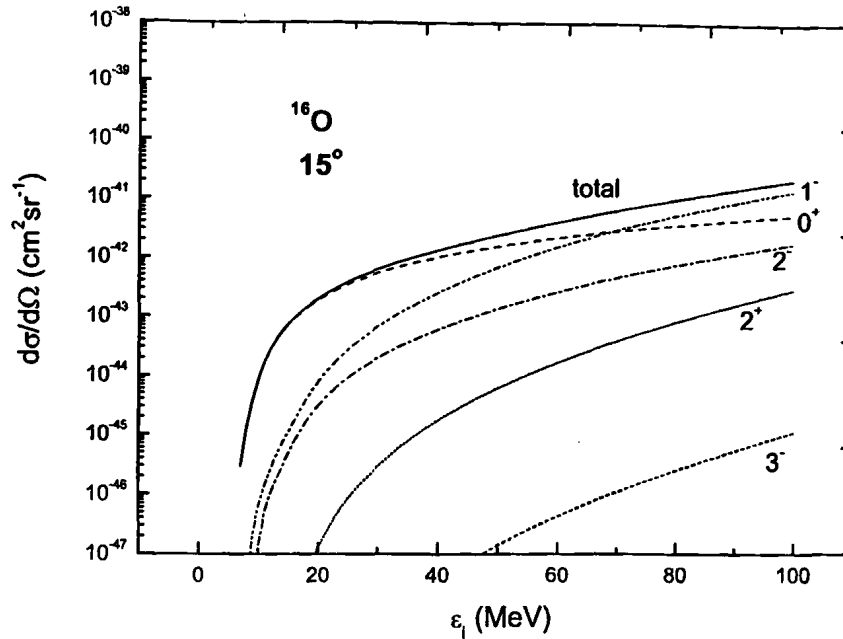


Σχήμα 6.20: Η $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{16}\text{O}(\nu_e, \nu'_e)^{16}\text{O}^*$ που οφείλεται σε όλες τις καταστάσεις 1^- . Βλέπε λεζάντα Σχ. 6.19 ($0^\circ \leq \Phi \leq 180^\circ$, βήμα $\Phi = 15^\circ$).



Σχήμα 6.21: Η $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της αντίδρασης $^{16}\text{O}(\nu_e, \nu'_e)^{16}\text{O}^*$ προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις 2^+ . Βλέπε λεζάντα Σχ. 6.20.





Σχήμα 6.22: Η μερική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV) της αντίδρασης $^{16}\text{O}(\nu_e, \nu'_e) ^{16}\text{O}^*$ που προέρχεται από διάφορες πολυπολικές καταστάσεις (για μια τυπική γωνία σκέδασης 15°). Κυρίαρχη συνεισφορά: 0^+ , 1^- , 2^- .

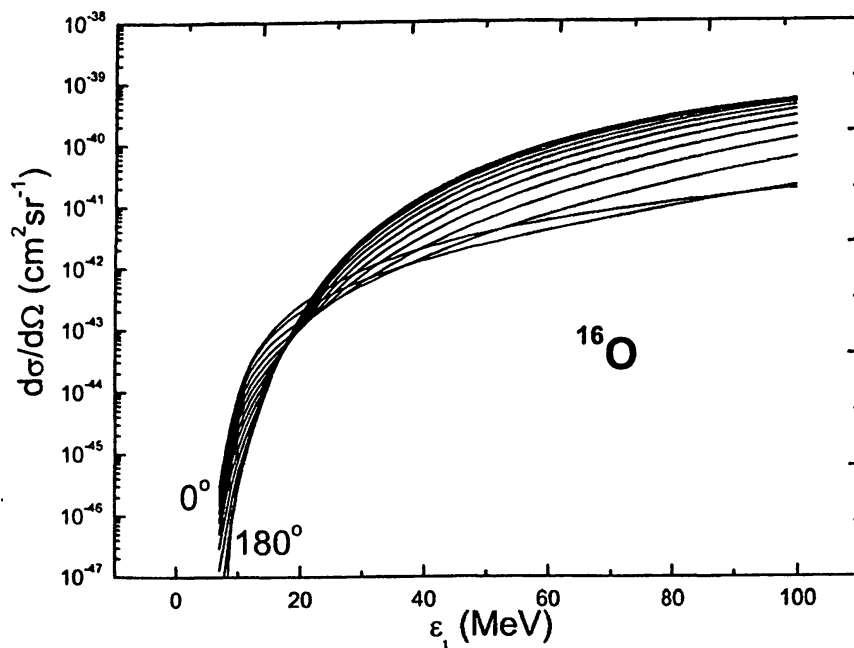
προηγούμενους πυρήνες, για ενέργειες $\epsilon_i \lesssim 60$ MeV κυριαρχείται από την πολυπολική διέγερση 0^+ , ενώ για ενέργειες $\epsilon_i \gtrsim 80$ MeV υπερισχύει η συνεισφορά των 1^- . Επίσης, βλέπουμε στο Σχήμα 6.22 ότι για ενέργειες $\epsilon_i < 7$ MeV, η διαφορική ενεργός διατομή είναι μηδέν (μεγάλο χάσμα λόγω του ότι το ^{16}O είναι διπλά κλειστός πυρήνας). Αυτό είναι αναμενόμενο και σημαίνει ότι για να διεγερθεί ο πυρήνας, πρέπει η ενέργεια εισερχομένου νετρίνου να είναι μεγαλύτερη από αυτή την τιμή.

Στο Σχήμα 6.23 παριστάνεται η ολική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ συναρτήσει της ϵ_i , για διάφορες γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°). Έχουν ληφθεί, όπως αναφέραμε και για τους προηγούμενους πυρήνες, με άθροιση πάνω σ' όλες τις ενέργειες διέγερσης μέχρι $E_\delta = 31.8$ MeV και σε όλες τις αντίστοιχες στροφορμές. Είναι φανερό ότι η ολική διαφορική ενεργός διατομή, γενικά, μειώνεται με αύξηση της γωνίας σκέδασης, στις χαμηλότερες ενέργειες ϵ_i . Όμως η συμπεριφορά της αντιστρέφεται για ενέργειες $\epsilon_i \gtrsim 22$ MeV, λόγω της κυριαρχίας των 1^- (αλλά και των 2^-) πολυπολικών διεγέρσεων όπως φαίνεται στο Σχ. 6.22.

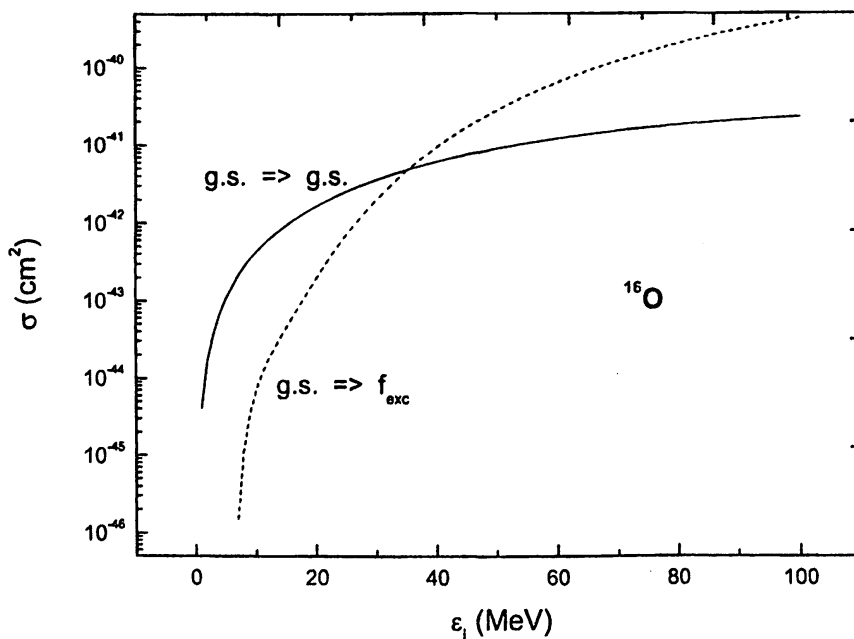
Ολική ενεργός διατομή

Στο Σχήμα 6.24 φαίνεται η ολική μη-συναφής (incoherent) ενεργός διατομή η οποία προκύπτει αθροίζοντας πάνω σε όλες τις συνεισφορές των διεγερμένων καταστάσεων, $7\text{MeV} \lesssim \omega \lesssim 37.8\text{MeV}$, και ολοκληρώνοντας ως προς τη γωνία σκέδασης. Προφανώς, για ενέργειες εισερχομένου νετρίνου $\epsilon_i < 7$ MeV, ενέργεια κατωφλίου για το κανάλι σ_{inc} στο ^{16}O , η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή (σ_{inc}) είναι μηδέν. Από

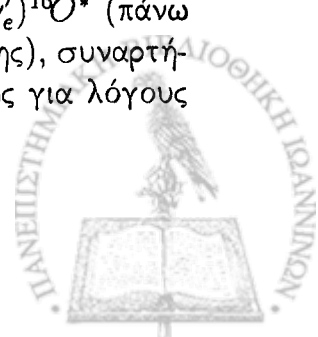




Σχήμα 6.23: Η $d\sigma/d\Omega$ της $^{16}\text{O}(\nu_e, \nu'_e)^{16}\text{O}^*$ προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Δίνεται για γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ με βήμα 15° .



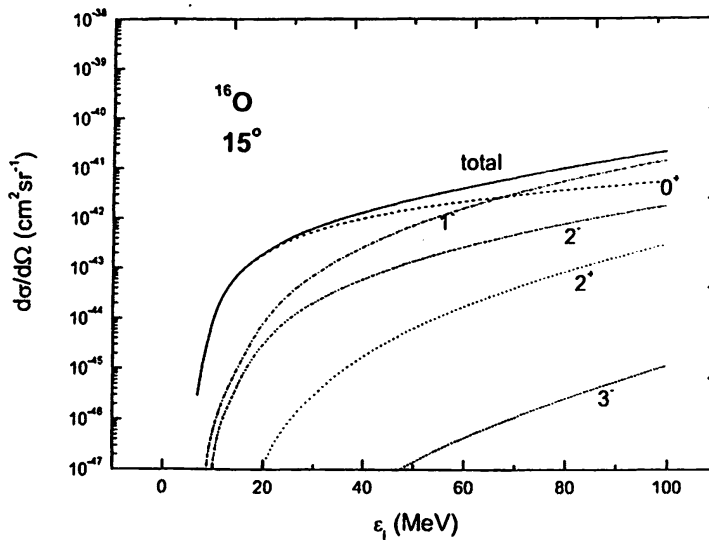
Σχήμα 6.24: Η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή σ (cm²) της $^{16}\text{O}(\nu_e, \nu'_e)^{16}\text{O}^*$ (πάνω σε όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου και όλες τις γωνίες σκέδασης), συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Παριστάνεται επίσης για λόγους σύγκρισης, η ενεργός διατομή σκέδασης, $g.s. \Rightarrow g.s.$.



Πίνακας 6.4: Ολικές ενεργές διατομές για την αντίδραση $^{16}\text{O}(\nu, \nu')^{16}\text{O}^*$ για χαμηλές και μέσες ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου ν_e , ϵ_i . Στην δεύτερη στήλη αναγράφονται τα αποτελέσματα της μεθόδου μας και στην τρίτη τα αποτελέσματα της εργασίας [122]. Οι ενεργές διατομές δίνονται σε μονάδες 10^{-42}cm^2 και οι ενέργειες σε MeV .

Ενέργεια εισερχόμενου ν_e	Ολική ενεργός διατομή της $^{16}\text{O}(\nu, \nu')^{16}\text{O}^*$	
$\epsilon_i(\text{MeV})$	Παρόντα αποτελέσματα	Αποτελέσματα Αναφ. [122]
15	4.37(-2)	5.10(-4)
20	2.05(-1)	1.60(-2)
25	7.96(-1)	1.75(-1)
30	2.33(0)	8.43(-1)
35	5.51(0)	2.59(0)
40	1.12(+1)	6.09(0)
45	2.02(+1)	1.21(+1)
50	3.34(+1)	2.14(+1)
55	5.18(+1)	3.46(+1)
60	7.62(+1)	5.24(+1)
65	1.07(+2)	7.53(+1)
70	1.45(+2)	1.04 (+2)
80	2.42(+2)	1.78(+2)
90	3.66(+2)	2.76(+2)
100	5.13(+2)	3.99(+2)





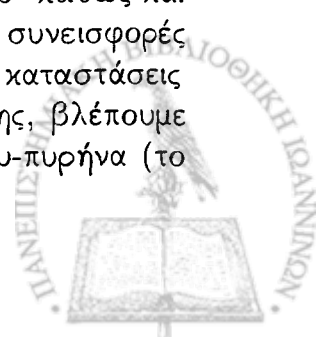
Σχήμα 6.25: Η $d\sigma/d\Omega(\text{cm}^2\text{sr}^{-1})$ της $^{16}\text{O}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)^{16}\text{O}^*$ προερχόμενη από διάφορες πολυπολικές καταστάσεις (γωνία σκέδασης 15°) που συνεισφέρουν περισσότερο σ' αυτή 0^+ , 1^- , 2^- κ.λ.π., συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, ϵ_i MeV.

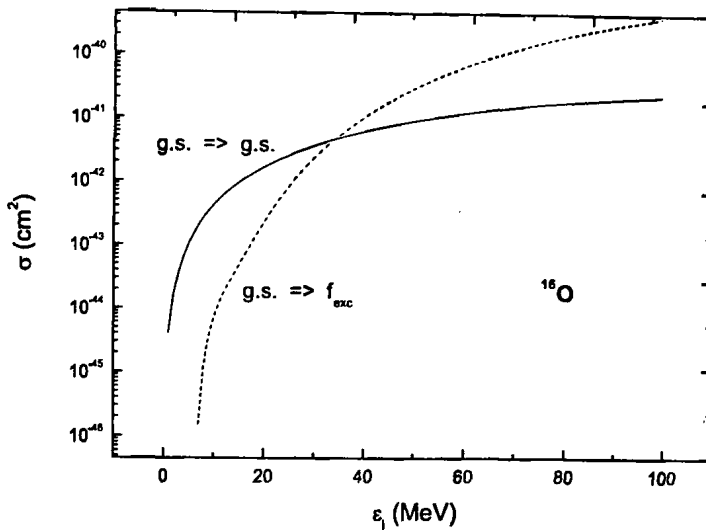
- τη σύγκριση της σ_{inc} με την ενεργό διατομή της συναφούς (coherent) κατάστασης ($g.s. \Rightarrow g.s.$), παρατηρούμε, ότι η ενεργός διατομή της ελαστικής σκέδασης είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχετικά χαμηλές ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου, δηλαδή $\epsilon_i < 30\text{MeV}$. Η μετάβαση $g.s. \Rightarrow g.s.$ είναι το μόνο ανοιχτό κανάλι για ενέργειες εισερχόμενου νετρίνου $\epsilon_i < 7\text{MeV}$. Η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή (μεταβάσεις του τύπου $|gs\rangle \Rightarrow |f_{exc}\rangle$), είναι μεγαλύτερη της σ_{coh} για $\epsilon_i < 35 - 40\text{MeV}$. Επίσης, οι τιμές τόσο της σ_{coh} όσο και της σ_{inc} , είναι εμφανώς μικρότερες από τις αντίστοιχες των άλλων πυρήνων (^{56}Fe και ^{40}Ar).

Υπολογισμοί για αντιδράσεις αντινετρίνου-πυρήνα

Από την Εξ. (5.10) του Κεφαλαίου 5 μπορεί να υπολογισθεί με τον ίδιο τρόπο όπως για την περίπτωση των νετρίνων, η διπλή διαφορική ενεργός διατομή $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ για την αντίδραση $^{16}\text{O}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)^{16}\text{O}^*$. Η διαφορά στις ενεργές διατομές νετρίνου και αντινετρίνου έγκειται στο γεγονός ότι υπάρχει μια αλλαγή προσήμου στον όρο του γινομένου του εγχάρσιου ηλεκτρικού επί το εγχάρσιο μαγνητικό στοιχείο πίνακα στην Εξ. (5.13).

Στο Σχήμα 6.25 έχει σχεδιαστεί η διαφορική ενεργός διατομή, $d\sigma/d\Omega$, για ενέργειες εισερχόμενου αντινετρίνου $\epsilon_i = 1 - 100\text{MeV}$ και γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$ καθώς και η ολική διαφορική ενεργός διατομή (total). Παρατηρούμε ότι οι κύριες συνεισφορές προέρχονται από τις πολυπολικές καταστάσεις 0^+ , 1^- και 2^- (οι άλλες καταστάσεις συνεισφέρουν τάξεις μεγέθους λιγότερο, αμελητέα συνεισφορά). Επίσης, βλέπουμε ότι έχουμε όμοιες καμπύλες με τις αντίστοιχες της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα (το





Σχήμα 6.26: Η ολική ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της $^{16}\text{O}(\bar{\nu}_e, \nu'_e)^{16}\text{O}^*$ πάνω σε όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου και όλες τις γωνίες σκέδασης, συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$.

ενεργειακό κατώφλι $\epsilon_i = 7\text{MeV}$, είναι προφανές και στην αντίδραση $\bar{\nu} - ^{16}\text{O}$).

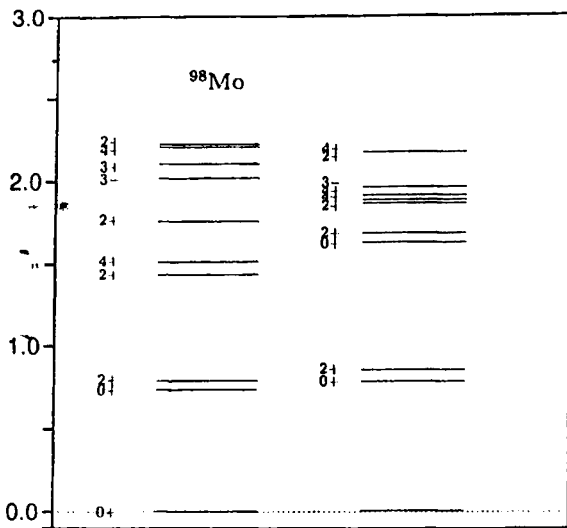
Στο Σχήμα 6.26 συγκρίνεται η συναφής ενεργός διατομή με την αντίστοιχη ολική μη-συναφή της αντίδρασης η οποία πάρθηκε ολοκληρώνοντας κατά Gauss ως προς τη γωνία σκέδασης Φ και αθροίζοντας πάνω σ' όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις μέχρι $E_\delta \approx 37\text{MeV}$. Η σύγκριση αυτή ελάχιστα διαφέρει από την αντίστοιχη της αντίδρασης $^{16}\text{O}(\nu, \nu')^{16}\text{O}^*$.

Πριν κλείσουμε τη συζήτησή μας για τον πυρήνα ^{16}O , θα πρέπει να αναφέρουμε ότι ο εν λόγω πυρήνας είναι το ελαφρύτερο ισότοπο που μελετήσαμε στην παρούσα εργασία, αρκετά ελαφρύς ώστε να μελετηθεί ασφαλώς με χρήση της μεθόδου QRPA. Έτσι, προκαταβολικά θα περίμενε κανείς μεγαλύτερες αποκλείσεις και μικρότερη αξιοπιστία των αποτελεσμάτων μας. Η σύγκριση των αποτελεσμάτων ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{16}\text{O}(\nu, \nu')^{16}\text{O}^*$ που ελήφθησαν με QRPA με τα αντίστοιχα της Continuum RPA (βλέπε Πίνακα 6.4) δείχνει γενικά διαφορές της τάξεως του 25 – 30%, είναι αρκετά ικανοποιητική [96, 122].

6.3.4 Ο πυρήνας ^{98}Mo ως ανιχνευτής νετρίνων

Το ^{98}Mo προτάθηκε αρχικά ως στοιχείο κατάλληλο για ανίχνευση ηλιακών νετρίνων σε πειράματα ραδιοχημικού τύπου, δηλαδή πειράματα αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων (π.χ. πείραμα LAMPF) [23]. Ο ανιχνευτής ^{98}Mo μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση των ^8B -νετρίνων. Η αφθονία του ισότοπου ^{98}Mo στο φυσικό Mo είναι 24.13%. Πρόσφατα, προτάθηκε να εκτελεστεί στην Ιαπωνία το πείραμα MOON (Molybdenum Observatory Of Neutrinos) με αρχικό στόχο τη χρήση του ισότοπου





Σχήμα 6.27: Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων ενεργειακά καταστάσεων του ^{98}Mo . Στο αριστερό μέρος δείχνονται οι πειραματικές τιμές και στο δεξιό οι τιμές που υπολογίσαμε με τη μέθοδο QRPA

^{100}Mo για ανίχνευση γεγονότων διπλής β -αποδιέγερσης χωρίς νετρίνα (0νββ-decay) καθώς και την ανίχνευση ηλιακών και υπερκαινοφανών νετρίνων. Το εν λόγω πείραμα χρειάζεται περίπου 100 ton Mo και, βέβαια, αυτή η τεράστια ποσότητα δεν μπορεί να είναι εμπλουτισμένη σε ^{100}Mo αλλά θα περιέχει φυσικό Mo (το ^{100}Mo έχει αφθονία 9.63%).

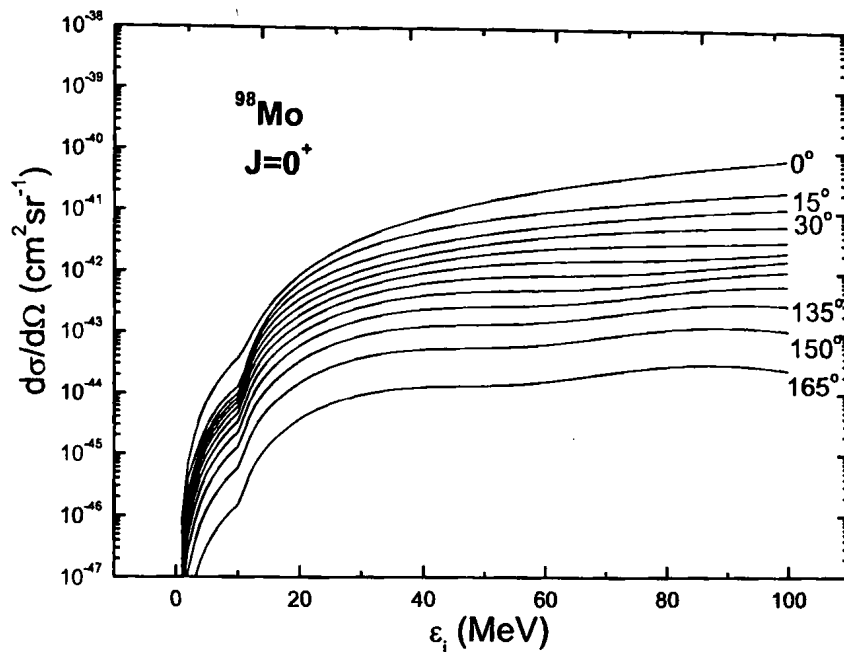
Το ^{100}Mo στον προτεινόμενο ανιχνευτή $\beta\beta$ -αποδιέγερσης και ηλιακών νετρίνων, MOON, [152] είναι επίσης κατάλληλο για τη μελέτη ταλαντώσεων υπερκαινοφανών νετρίνων (SN-ν). Είναι δυνατό με το ισότοπο αυτό να γίνουν φασματοσκοπικές μελέτες της 0νββ με μια ευαισθησία μάζας ν_e νετρίνου της τάξης του $\langle m_{\nu_e} \rangle \sim 0.03\text{eV}$, σημερινή περιοχή ορίου μάζας του ν_e , καθώς επίσης και για μελέτες αποκλειστικών μεταβάσεων σε χαμηλές ενέργειες που επικαλύπτονται από τα ηλιακά ν (με την βοήθεια της αντίστροφης β διάσπασης).

Μελλοντικά, όλα τα σταθερά ισότοπα του Mo που περιέχονται στο φυσικό Mo, συνολικά επτά με μαζικούς αριθμούς $A = 92, 94, 95, 96, 97, 98, 100$, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως ανιχνευτές, κυρίως για υπερκαινοφανή και ηλιακά νετρίνα, στο πείραμα MOON. Επομένως, τα αποτελέσματα μιας έρευνας σαν αυτή που κάνουμε στην παρούσα διατριβή είναι χρήσιμα για το πείραμα MOON [28]. Έτσι είναι σημαντικό, να γνωρίζει κανείς τις ενεργές διατομές νετρίνων/αντινετρίνων καθώς και την $\langle \sigma_{tot} \rangle$ για τα διάφορα άρτια (σταθερά) ισότοπα του Mo.

Ο πυρήνας ^{98}Mo που μελετάμε εδώ, έχει $Z=42$ και $N=56$. Για τους παρόντες υπολογισμούς χρησιμοποιούμε 12 επίπεδα σθένους ($0d_{5/2}, 1s_{1/2}, 0d_{3/2}, 0f_{7/2}, 1p_{3/2}, 1p_{1/2}, 0f_{5/2}, 0g_{9/2}, 1d_{5/2}, 0g_{7/2}, 1d_{3/2}, 2s_{1/2}$), με καρδιά το ^{16}O . Για την παράμετρο μεγέθους του αρμονικού ταλαντωτή χρησιμοποιήσαμε την τιμή $b = 2.165\text{fm}$ και για τις παραμέτρους σύζευξης τις τιμές $g_{pair}^n = 0.980$, $g_{pair}^p = 0.940$ (βλέπε Πίνακα 6.2).

Αρχικά υπολογίσαμε το ενεργειακό φάσμα του ^{98}Mo με το μέθοδο QRPA (Σχήμα 6.27) επιλύοντας τις QRPA εξισώσεις ξεχωριστά για κάθε πολυπολική κατάσταση $|J^\pi\rangle$. Η σύγκριση με το αντίστοιχο πειραματικό φάσμα της βιβλιογραφίας [153] φαίνεται στο Σχήμα 6.27.





Σχήμα 6.28: Μερική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις 0^+ του χώρου μοντέλου συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Δίνεται για γωνίες σκέδασης $0^\circ - 165^\circ$ με βήμα 15° .

Εξάρτηση της $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ από την ενέργεια ϵ_i και τη γωνία σκέδασης Φ

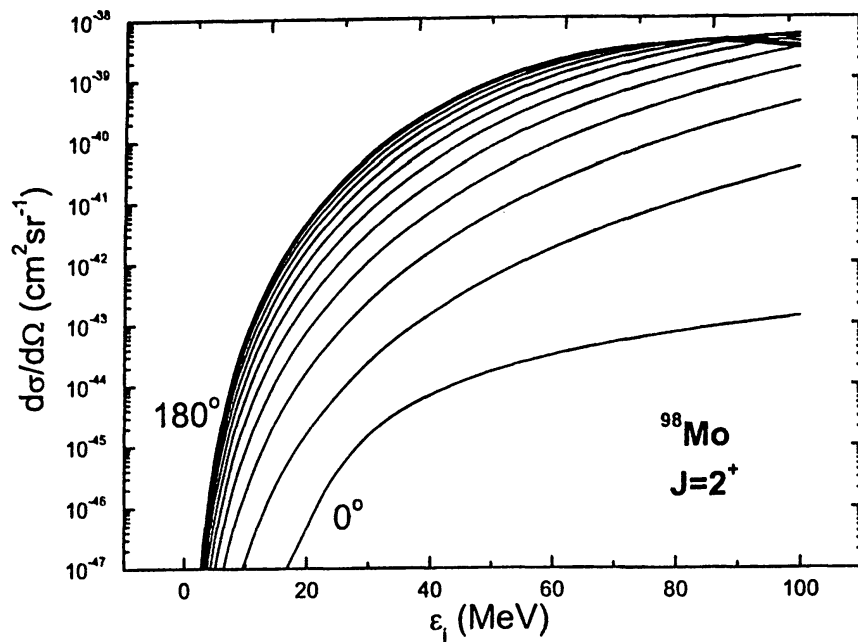
Με τον ίδιο τρόπο όπως και στους προηγούμενους πυρήνες υπολογίσαμε κατάσταση-προς-κατάσταση τη συνεισφορά στην $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ (πρωτογενή αποτελέσματα) κάθε δυνατής διέγερσης του τελικού πυρήνα ${}^{98}\text{Mo}$. Η συζήτηση και ανάλυση των αποτελεσμάτων έχει ως ακολούθως.

Στο Σχήμα 6.28 παρουσιάζεται η διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ για τις 0^+ πολυπολικές καταστάσεις σε γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 165^\circ$. Παρατηρούμε ότι μειώνεται με αύξηση της γωνίας σκέδασης.

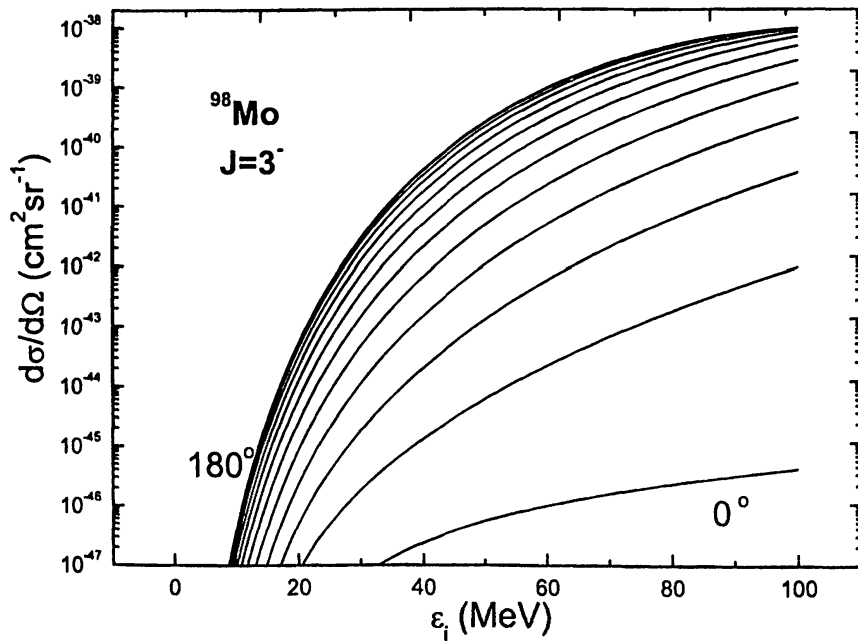
Η γραφική παράσταση της μερικής διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\Omega$, που προέρχεται από τις καταστάσεις 2^+ και 3^- , φαίνεται στα Σχήματα 6.29 και 6.30 αντίστοιχα (γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$). Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι οι πολυπολικές καταστάσεις 3^- συνεισφέρουν σημαντικά, σε αντίθεση με ό,τι συμβαίνει στους προηγούμενους πυρήνες όπου οι 1^\pm παίζουν κυρίαρχο ρόλο. Εδώ, για τις 2^+ καταστάσεις, η διαφορική ενεργός διατομή αυξάνεται πολύ απότομα μέχρι την ενέργεια $\epsilon_i \sim 50$ MeV, ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες αυξάνεται αλλά βραδύτερα με την ενέργεια του εισερχόμενου νετρίνου. Για τις 3^- η $d\sigma/d\Omega$ αυξάνεται σχεδόν με τον ίδιο τρόπο όπως και για τις 2^+ ενώ και στα δύο σύνολα πολυπολικών διεγέρσεων, 3^- και 2^+ , η $d\sigma/d\Omega$ αυξάνεται με την γωνία σκέδασης Φ .

Αξίζει, επίσης, να σημειωθεί η ιδιαίτερα μεγάλη συνεισφορά των πολυπολικών καταστάσεων 3^- σε μεγάλες γωνίες σκέδασης $\Phi \approx 165 - 180^\circ$ (βλέπε επίσης Σχήμα 6.31 παρακάτω).



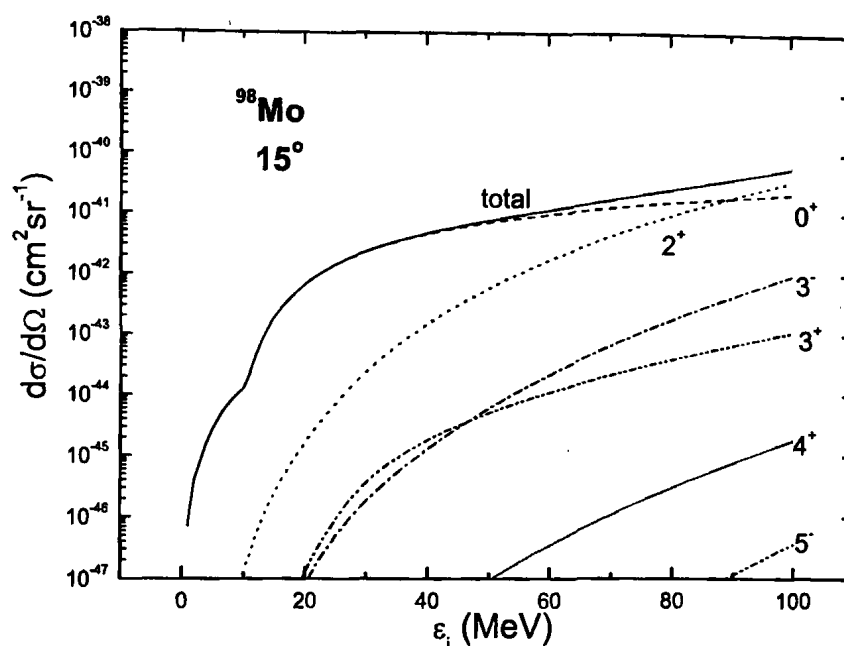


Σχήμα 6.29: Η $d\sigma/d\Omega$ της ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις 2^+ του χώρου μοντέλου συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Δίνεται για γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ με βήμα 15° .



Σχήμα 6.30: Η $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ που προέρχεται από όλες τις καταστάσεις 3^- του χώρου μοντέλου συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Δίνεται για γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ με βήμα 15° .





Σχήμα 6.31: Η $d\sigma/d\Omega$ της αντίδρασης ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις (για γωνία σκέδασης 15°) καθώς και των πολυπολικών καταστάσεων που συνεισφέρουν περισσότερο σ' αυτή 0^+ , 2^+ , 3^- , 3^+ κλπ.

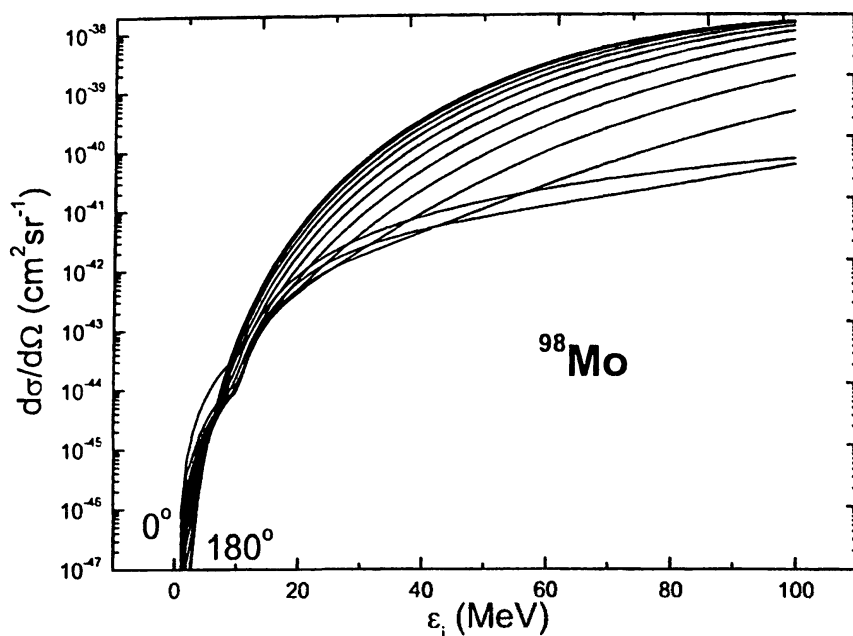
Κυρίαρχες συνεισφορές στην $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ και 'άθροιση μερικών ρυθμών'

Στο Σχήμα 6.31 συγκρίνονται οι μερικές συνεισφορές στη διαφορική ενεργός διατομή, $d\sigma/d\Omega$, των κυρίαρχων πολυπολικών καταστάσεων 0^+ , 2^+ , 3^- , 3^+ κλπ. (για τη γωνία σκέδασης της επιλογής μας $\Phi = 15^\circ$) και παριστάνεται η καμπύλη της ολικής διαφορικής ενεργός διατομής ('total'). Είναι φανερό ότι η κύρια συνεισφορά στην ολική διαφορική ενεργός διατομή προέρχεται από τις καταστάσεις 0^+ , και 2^+ και ότι, σε αντίθεση με άλλους πυρήνες, στο ${}^{98}\text{Mo}$ οι 3^\pm πολυπολικές καταστάσεις έχουν σημαντική συνεισφορά σε όλη την περιοχή ενεργειών ϵ_i που μελετάμε, με μεγαλύτερη συνεισφορά άλλοτε των 3^- και άλλοτε των 3^+ διεγέρσεων.

Στο Σχήμα 6.32 παριστάνεται η ολική διαφορική ενεργός διατομή $d\sigma/d\Omega$ συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i , για γωνίες σκέδασης $\Phi = 0^\circ - 180^\circ$ (βήμα 15°). Η άθροιση πάνω σ' όλες τις ενέργειες διέγερσης εδώ γίνεται μέχρι $E_\delta \approx 41\text{MeV}$ και σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 5^+$. Παρατηρούμε ότι η ολική διαφορική ενεργός διατομή, για μικρές γωνίες σκέδασης, στην περιοχή ενεργειών νετρίνου $\epsilon_i \lesssim 20\text{MeV}$ μειώνεται με αύξηση της γωνίας σκέδασης. Σε μεγαλύτερες ενέργειες ϵ_i η συμπεριφορά της ολικής διαφορικής ενεργός διατομής αντιστρέφεται (για μεγαλύτερες γωνίες σκέδασης), γεγονός το οποίο οφείλεται κυρίως στη συνεισφορά των 3^- πολυπολικών καταστάσεων οι οποίες κυριαρχούν σε μεγάλες γωνίες σκέδασης.

Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι η μελέτη της λεπτής υφής της $d\sigma/d\Omega$ του Σχήματος 6.31 δεν έχει μελετηθεί λεπτομερώς στην παρούσα εργασία. Έτσι, δεν μπορεί να αιτιολογηθεί ακριβώς η συμπεριφορά στη μεταβατική περιοχή $\epsilon_i \approx 20\text{MeV}$ και να





Σχήμα 6.32: Η ολική $d\sigma/d\Omega$ της ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$, προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου συναρτήσεως της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, ϵ_i (MeV). Οι καμπύλες αντιστοιχούν σε γωνίες $0^\circ - 180^\circ$ με βήμα 15° .

αποδοθεί σε συγκεκριμένη συνιστώσα (ή πολύπολο) του τελεστή αλληλεπίδρασης. Η μελέτη αυτού του τύπου απαιτεί βελτίωση του προγράμματος Fortran και θα γίνει σε μελλοντικούς υπολογισμούς.

Ολική ενεργός διατομή

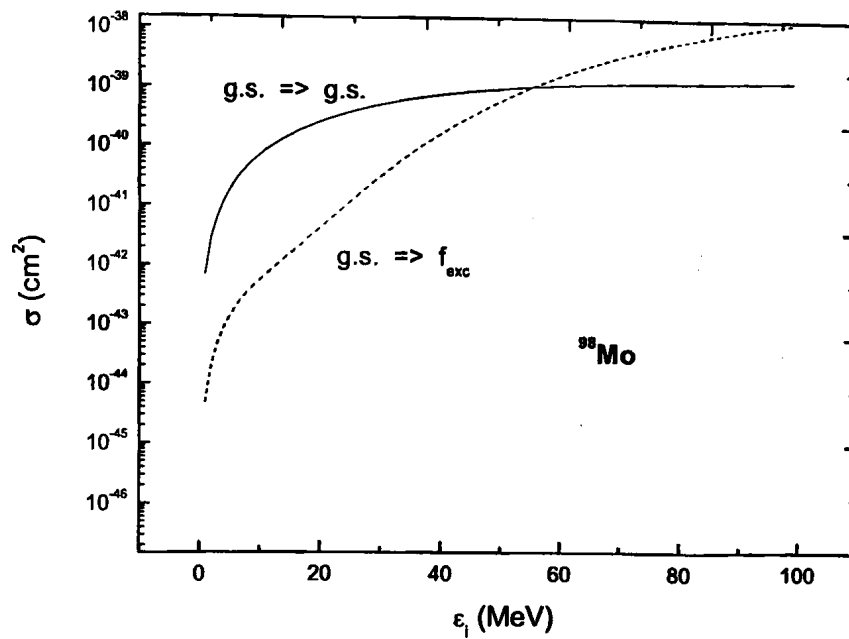
Στο Σχήμα 6.33 απεικονίζεται η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή και η ενεργός διατομή της συναφούς (coherent) διαδικασίας ($g.s. \Rightarrow g.s.$). Παρατηρούμε, όπως και σε προηγούμενους πυρήνες, ότι η ενεργός διατομή της βασικής κατάστασης (ελαστική σκέδαση) είναι πολύ μεγαλύτερη σε ενέργειες $\epsilon_i \lesssim 55$ MeV και ότι η ενεργός διατομή σε χαμηλές ενέργειες $\epsilon_i \lesssim 30-35$ MeV προκύπτει κυρίως από τη μετάβαση $g.s. \Rightarrow g.s.$

Από το Σχήμα 6.33 συμπεραίνουμε ότι τα υψηλής ενέργειας υπερκαινοφανή νετρίνα, ενέργειας $E_\nu \lesssim 50-70$ MeV, μπορούν να ανιχνευτούν κυρίως μέσω μη-συναφών διαδικασιών, ενώ τα ηλιακά κυρίως μέσω του συναφούς καναλιού αλλά και με μεταβάσεις σε διακριτές διεγερμένες καταστάσεις πολύ χαμηλών ενεργειών.

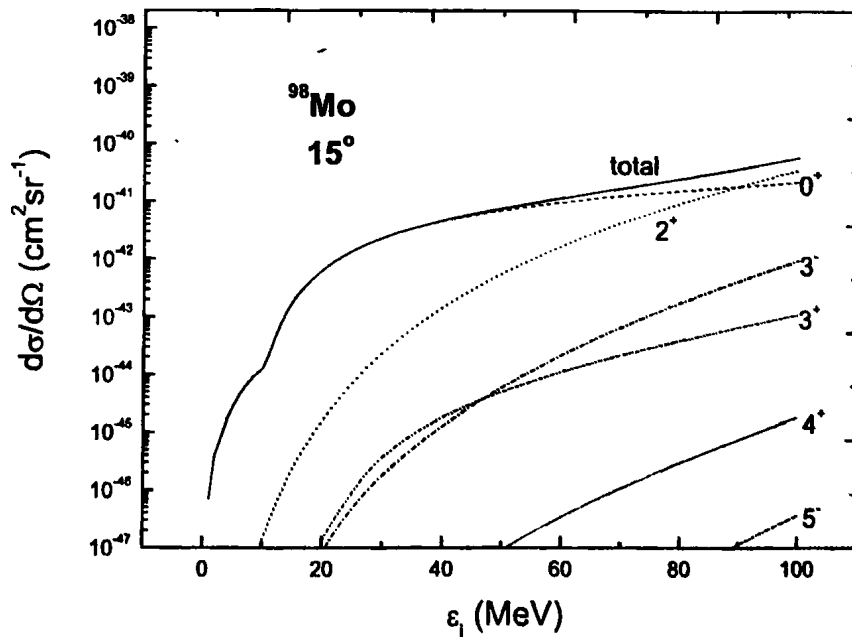
Υπολογισμοί για αντιδράσεις αντινετρίνου-πυρήνα

Μετά την εκτέλεση υπολογισμών της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $\bar{\nu}_e$ με τον πυρήνα ${}^{98}\text{Mo}$ προβήκαμε στην ίδια επεξεργασία και ανάλυση των αποτελεσμάτων όπως και στους άλλους πυρήνες. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στα Σχήματα 6.34 και 6.35. Ειδικότερα, στο Σχήμα 6.34 έχει σχεδιαστεί η μερική συνεισφορά των πολυπολικών διεγέρσεων $0^+, 2^+, 3^-, 3^+$ κ.λ.π. στην διαφορική ενεργό διατομή, $d\sigma/d\Omega$, για ενέργειες εισερχόμενου αντινετρίνου $\epsilon_i = 0 - 100$ MeV



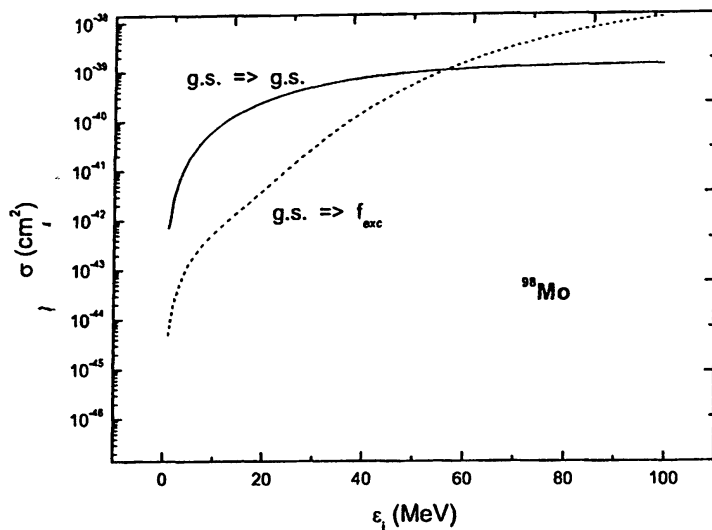


Σχήμα 6.33: Η ολική ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ που προέρχεται από όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου και όλες τις γωνίες σκέδασης, συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου νετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$.



Σχήμα 6.34: Η $d\sigma/d\Omega$ της ${}^{98}\text{Mo}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ προερχόμενη από όλες τις καταστάσεις για γωνία σκέδασης 15° και των καταστάσεων που συνεισφέρουν περισσότερο σ' αυτή $0^+, 2^+, 3^-$ του χώρου μοντέλου συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$.





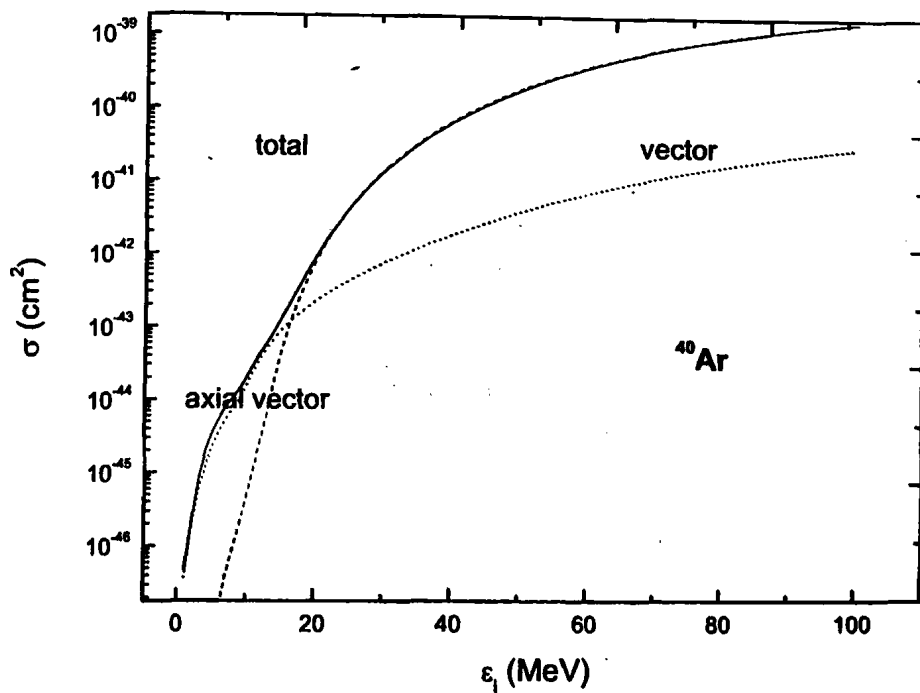
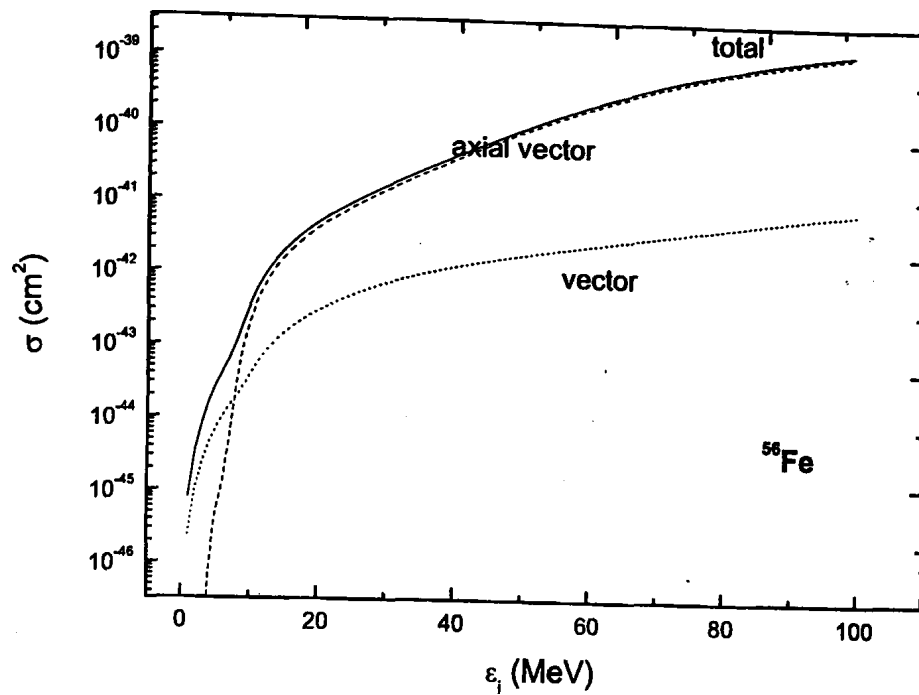
Σχήμα 6.35: Η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της ${}^{98}\text{Mo}(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e){}^{98}\text{Mo}^*$ προερχόμενη από όλες τις διεγερμένες καταστάσεις του χώρου μοντέλου και όλες τις γωνίες σκέδασης, συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$.

(γωνία σκέδασης $\Phi = 15^\circ$) καθώς και η ολική διαφορική ενεργός διατομή (total). Παρατηρούμε ότι οι κύριες συνεισφορές στην ολική διαφορική ενεργό διατομή προέρχονται, όπως και στην περίπτωση της αντίδρασης ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}^*$, από τις πολυπολικές καταστάσεις 0^+ , και 2^+ , και κατά δεύτερο λόγο από τις καταστάσεις 3^\pm . Οι γραφικές παραστάσεις του Σχήματος 6.34 είναι καθ' όλα όμοιες με τις αντίστοιχες της αντίδρασης ${}^{98}\text{Mo}(\nu, \nu'){}^{98}\text{Mo}^*$.

Τέλος, στο Σχήμα 6.35 παριστάνεται η ολική μη-συναφής ενεργός διατομή για την αντίδραση ${}^{98}\text{Mo}(\bar{\nu}, \bar{\nu}'){}^{98}\text{Mo}^*$ (πάρθηκε με ολοκλήρωση στη γωνία σκέδασης και άθροιση πάνω σ' όλες τις καταστάσεις του χώρου μοντέλου), συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου αντινετρίνου, $\epsilon_i(\text{MeV})$. Υπάρχει πλήρης ομοιότητα στη συμπεριφορά των γραφικών παραστάσεων $g.s. \Rightarrow f_{exc}$ (μη-συναφής) και $g.s. \Rightarrow g.s.$ (συναφής) της αντίδρασης νετρίνου- Mo με τις αντίστοιχες αντινετρίνου- Mo .

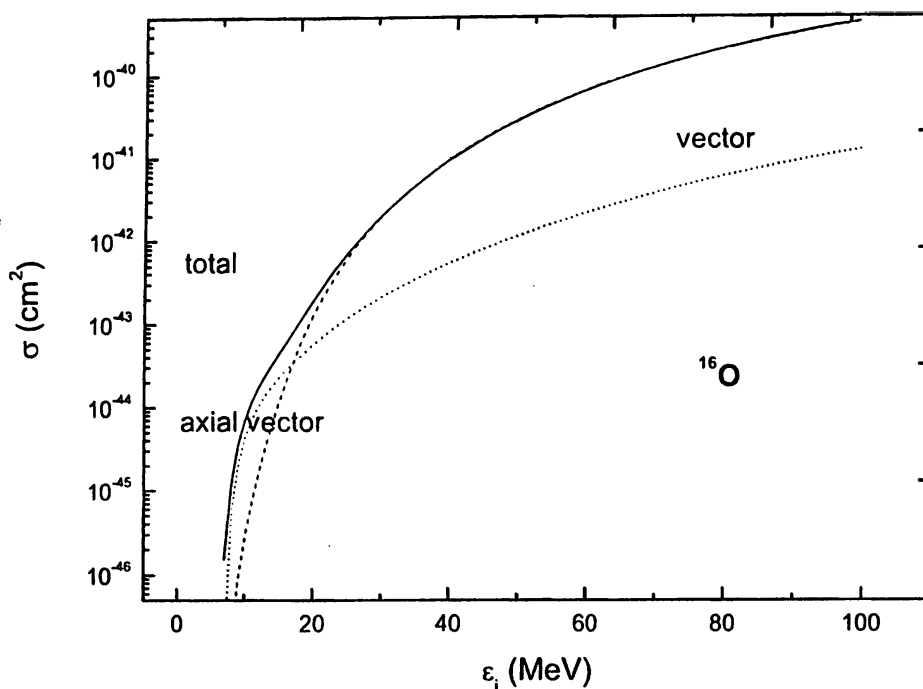
6.4 Μερική συνεισφορά στην ενεργό διατομή ν-πυρήνα του πολικού- και αξονικού-διανυσματικού μέρους του αδρονικού ρεύματος

Η δυνατότητα εκτέλεσης (πρωτογενών) υπολογισμών της μορφής $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ κατάσταση-προς-κατάσταση, μας επιτρέπει να μελετήσουμε την επί μέρους συνεισφορά στην ενεργό διατομή κάθε συνιστώσας ξεχωριστά του τελεστή αλληλεπίδρασης ν-πυρήνα. Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε και θα συζητήσουμε την μερική συνεισφορά στην ο-



Σχήμα 6.36: Η ολική ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης ουδέτερου ρεύματος του ν_e με τους πυρήνες ^{56}Fe (πάνω) και ^{40}Ar (κάτω) και η σχετική συνεισφορά του πολικού διανυσματικού και αξονικού διανυσματικού μέρους του αδρονικού ρεύματος.



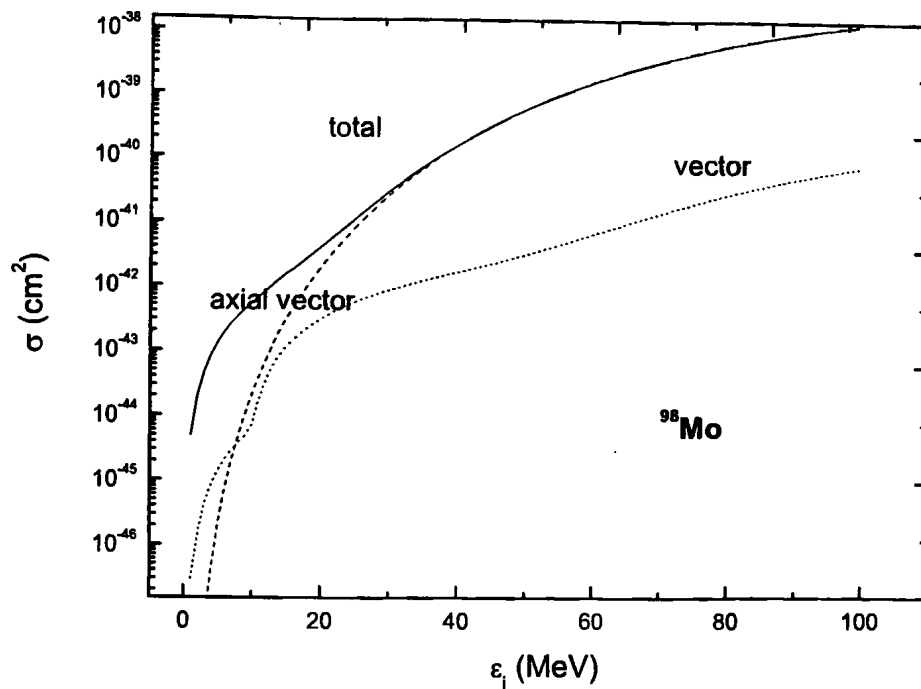


Σχήμα 6.37: Η ολική ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα ουδέτερου ρεύματος για τον ^{16}O και η σχετική συνεισφορά του πολικού διανυσματικού και του αξονικού διανυσματικού μέρους των τελεστών.

λική ενεργό διατομή της πολικής διανυσματικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος για αντιδράσεις του ν_e με τους παραπάνω μελετηθέντες πυρήνες.

Στα Σχήματα 6.36 -6.38 παριστάνεται η ολική ενεργός διατομή των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα καθώς και η μερική ενεργός διατομή του διανυσματικού και του αξονικού μέρους του τελεστή που προκαλεί τις αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, για τους πυρήνες-στόχους που μελετήσαμε στην παρούσα διατριβή (^{56}Fe , ^{40}Ar , ^{16}O , ^{98}Mo). Παρατηρούμε ότι σε όλα τα παραπάνω ισότοπα, για μικρές ενέργειες ϵ_i , η πολική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος προσφέρει την κύρια συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή. Για τις ενέργειες αυτές, η αξονική διανυσματική συνιστώσα μάλλον δεν επάγει πυρηνικές μεταπτώσεις. Αντίθετα, σε υψηλότερες ενέργειες ($\epsilon_i > 14 - 18\text{MeV}$), η κυριαρχία της αξονικής συνιστώσας είναι μάλλον πλήρης. Η περιοχή ενέργειας στην οποία αντιστρέφεται η κυρίαρχη συνιστώσα εξαρτάται από τον μελετούμενο πυρήνα, αποτέλεσμα σύμφωνο με τους σχετικά πρόσφατους υπολογισμούς που έγιναν (κυρίως σε διαφορετικούς πυρήνες) χρησιμοποιώντας άλλες μεθόδους [96]. Συμπερασματικά λοιπόν, από τα σχήματα 6.36 -6.38 προκύπτει ότι, και στις τέσσερις περιπτώσεις πυρήνων, η κύρια συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από την αξονική συνιστώσα του τελεστή αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα, η οποία για μεγάλες ενέργειες είναι περίπου ίση με την ολική ενεργό διατομή σ .

Σημειώνουμε ότι, στα Σχήματα 6.36-6.38, λόγω της λογαριθμικής κλίμακας που χρησιμοποιήθηκε, υπάρχει ταύτιση στις χαμπύλες που αντιστοιχούν στην αξονική διανυσματική συνιστώσα και την ολική ενεργό διατομή (ιδιαίτερα για μεγάλες ενέργειες).



Σχήμα 6.38: Η ολική ενεργός διατομή $\sigma(\text{cm}^2)$ της αντίδρασης ${}^{98}\text{Mo}(\nu_e, \nu'_e){}^{98}\text{Mo}$ και η σχετική συνεισφορά της πολικής διανυσματικής και του αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του υπεύθυνου τελεστή αλληλεπίδρασης.

Παρατηρούμε επίσης ότι τόσο η ολική ενεργός διατομή σ όσο και οι μερικές, σ_{vector} και $\sigma_{\text{axial-vector}}$ αυξάνονται με το μαζικό αριθμό A .

6.5 Απόκριση πυρηνικών ανιχνευτών σε ενεργειακά φάσματα νετρίνων

Ένας από τους κύριους στόχους της παρούσας διατριβής είναι η μελέτη της απόκρισης των πυρήνων που επιλέξαμε στα ενεργειακά φάσματα νετρίνων που προέρχονται από διάφορες πηγές (ατμοσφαιρικά, ηλιακά, υπερκαινοφανή, εργαστηριακά, κλπ.). Η μελέτη αυτή αποτελεί και την τελευταία φάση της έρευνας αυτής της εργασίας. Αν και η περιοχή της ενέργειας ϵ_i στην οποία έγιναν οι υπολογισμοί, γενικά, μας επιτρέπει την μελέτη της απόκρισης των πυρήνων μας (${}^{56}\text{Fe}$, ${}^{40}\text{Ar}$, ${}^{16}\text{O}$, ${}^{98}\text{Mo}$) σε πολλές από τις παραπάνω πηγές νετρίνων, εδώ θα επικεντρώσουμε την προσοχή μας κυρίως στην απόκρισή των στα φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων, τα οποία καλύπτουν την ενεργειακή περιοχή από λίγα MeV μέχρι 60-70 MeV.

Πριν ειδικεύσουμε τη μελέτη μας, θεωρούμε σκόπιμο να αναφερθούμε περιληπτικά στο ρόλο των αστροφυσικών νετρίνων στη διαδικασία της πυρηνοσύνθεσης η οποία συνδέεται στενά με την εξέλιξη του ηλίου και των αστέρων συμπεριλαμβανομένων και των υπερκαινοφανών αστέρων τύπου II. Ιδιαίτερης σημασίας για την παρούσα έρευνα, είναι η πυρηνοσύνθεση εκείνη που είτε επάγεται από νετρίνα ή παράγει νετρίνα και επομένως συμμετέχει στη δημιουργία του ενεργειακού φάσματος αστροφυσικών

νετρίνων. Τα τελευταία χρόνια έχουν κατασκευαστεί διάφορα μοντέλα περιγραφής (κώδικες προσομοίωσης) της εξέλιξης των διαφόρων αστέρων καθώς και του μηχανισμού παραγωγής τέτοιων νετρίνων (π.χ έκρηξη υπερκαινοφανών αστέρων τύπου II) [118, 121]. Στα μοντέλα αυτά, ο ρόλος των νετρίνων είναι πολύ σημαντικός και καθορίζει σε μεγάλο βαθμό την εξέλιξη του αστέρα με τις παράγουσες ή επαγόμενες από νετρίνα διεργασίες. Εδώ θα αναφερθούμε περιληπτικά σε φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό του Ηλίου και στο εσωτερικό ενός μαζικού αστέρα τα οποία σχετίζονται με την νετρίνο-πυρηνοσύνθεση και μπορούν να ανιχνευθούν και με γήινα πειράματα.

Όπως έχει βρεθεί από τους μέχρι τώρα υπολογισμούς, οι ενεργές διατομές αντιδράσεων σκέδασης που περιλαμβάνουν νετρίνα είναι πάρα πολύ μικρές, για το λόγο ότι τα νετρίνα αλληλεπιδρούν μόνο ασθενώς. Έτσι οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα είναι σημαντικές μόνον σε περιπτώσεις όπου συμμετέχει μεγάλος αριθμός νετρίνων και εκεί όπου τα νετρίνα μεταφέρουν μεγάλο ποσοστό ενέργειας. Τέτοιες περιπτώσεις συναντά κανείς στα αστροφυσικά νετρίνα (π.χ. ηλιακά νετρίνα, νετρίνα υπερκαινοφανών αστέρων, κ.λ.π) τα οποία παράγονται σε κολοσιαίο αριθμό από ποικίλες διεργασίες.

Η ανίχνευση και μελέτη αυτών των νετρίνων με γήινα πειράματα βασίζεται στην επιλογή διαφόρων πυρήνων-στόχων των οποίων τα κριτήρια επιλογής σχετίζονται άμεσα με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των καθώς και το είδος των υπο συζήτηση νετρίνων. Στις επόμενες ενότητες θα αναφερθούμε σε μερικά τέτοια κριτήρια επιλογής, αρχικά για ανίχνευση ηλιακών νετρίνων και στη συνέχεια για υπερκαινοφανή νετρίνα.

6.5.1 Ηλιακά νετρίνα: Ελαστική και ημιαστική σκέδαση με πυρήνες

Για χαμηλές ενέργειες νετρίνων, $E_\nu \lesssim 20 \text{ MeV}$,³ όπως συμβαίνει στα ηλιακά νετρίνα, ο πυρήνας-στόχος μπορεί να θεωρηθεί σαν σημειακός σκεδαστής, οπότε, σε καλή προσέγγιση η διαφορική ενεργός διατομή ελαστικής σκέδασης για αντιδράσεις ουδέτερου ρεύματος της μορφής

$$\nu + (A, Z) \rightarrow \nu' + (A, Z)^*, \quad (6.6)$$

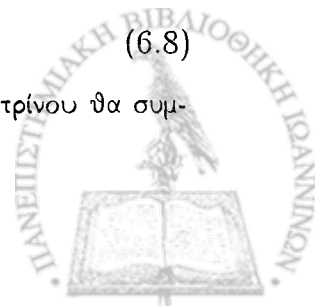
για πυρήνες με βασική κατάσταση 0^+ (όπως είναι και οι πυρήνες που μελετήσαμε) δίνεται από την έκφραση [154, 155]

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\Phi)} = G_V^2 \frac{\sin^2\theta_W}{2\pi} A^2 E_\nu^2 (1 + \cos\Phi) \quad (6.7)$$

όπου $A=N+Z$, παριστάνει τον μαζικό αριθμό του πυρήνα και $\Phi = \text{γωνία σκέδασης}$. Ολοκληρώνοντας ως προς Φ την παραπάνω εξίσωση, η ολική ενεργός διατομή και για πυρήνες με $N=Z$, γράφεται

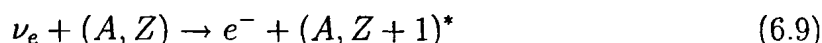
$$\sigma \simeq 4 \times 10^{-47} N^2 E_\nu^2 \text{ cm}^2 \text{ MeV}^{-2} \quad (6.8)$$

³ Στο υπόλοιπο του Κεφαλαίου, η ενέργεια του εισερχομένου στον ανιχνευτή νετρίνου θα συμβολίζεται με E_ν αντί ϵ_i που χρησιμοποιούσαμε μέχρι τώρα.



(όπου η E_ν μετράται σε MeV). Ο παράγοντας A^2 στην Εξ. (6.7) (και ο N^2 στην (6.8)) δείχνει το μεγάλο πλεονέκτημα που υπάρχει όταν χρησιμοποιούμε πυρήνες-στόχους (και όχι απλά σωμάτια όπως π.χ. νουκλεόνια, ηλεκτρόνια, κ.λ.π.), στη μελέτη ελαστικής σκέδασης νετρίνου. Τότε λαμβάνει χώρα το γνωστό φαινόμενο συνάφειας (coherent effect), με την σύμφωνη συνεισφορά όλων των νουκλεονίων του πυρήνα το οποίο έχει σαν τελικό αποτέλεσμα η ολική ενεργός διατομή να εμφανίζεται π.χ. $10^3 - 10^4$ φορές μεγαλύτερη της αντίστοιχης που προκύπτει από την σκέδαση νετρίνου-ηλεκτρονίου.

Σημειώνουμε ότι κατά την σύλληψη (ή απορρόφηση) νετρίνου από πυρήνες, η οποία γίνεται σύμφωνα με την αντίδραση φορτισμένου ρεύματος (ή μεταβολής φορτίου)



δεν εμφανίζεται το φαινόμενο της συνάφειας.

Η κύρια δυσκολία, κατά τη μελέτη σκέδασης νετρίνου-πυρήνα βρίσκεται στο γεγονός ότι το μόνο παρατηρούμενο σήμα είναι η ανάκρουση του στόχου. Η μέση ενέργεια ανάκρουσης του πυρήνα-στόχου στην Εξ. (6.6) δίνεται προσεγγιστικά από την έκφραση

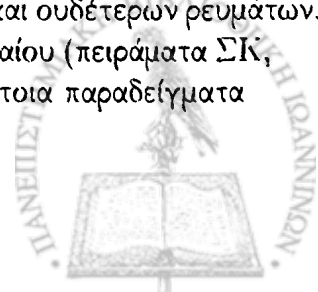
$$\langle E_A \rangle = \frac{2}{3A} E_\nu^2 \text{ KeV} \quad (6.10)$$

όπου η E_ν = ενέργεια νετρίνου σε MeV.

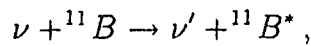
Θα πρέπει να τονιστεί ότι, ο πυρήνας-στόχος πρέπει να επιλεγεί κατάλληλα έτσι ώστε, η ενέργεια ανάκρουσης, που είναι αντιστρόφως ανάλογη του A , να είναι μετρήσιμη, αφού η $\langle E_A \rangle$ ανταγωνίζεται το πλεονέκτημα του φαινομένου συνάφειας της ενεργού διατομής (ανάλογη του A^2 όπως φαίνεται στην Εξ. (6.7)) το οποίο είναι επιθυμητό να το εκμεταλευτούμε στο μέγιστο δυνατό. Έτσι, μια καλή επιλογή είναι π.χ. ο πυρήνας Si (βλέπε αναφορές [156, 157]). Οι πρώτες μελέτες αντιδράσεων ουδέτερου ρεύματος νετρίνου-πυρήνα στην αστροφυσική (ηλιακά νετρίνα), έγιναν από τους Drukier και Stodolsky [154].

Αντιδράσεις ουδέτερων ρευμάτων κατά τις οποίες η τελική κατάσταση του πυρήνα είναι διεγερμένη (μη ελαστικές διαδικασίες της Εξ. (6.6)) έχουν το πρακτικό πειραματικό πλεονέκτημα έναντι των καθαρά ελαστικής σκέδασης αντιδράσεων [159, 160, 161], ότι μπορεί κανείς να ανιχνεύσει τα προϊόντα της αποδιέγερσης του πυρήνα τα οποία μπορεί να είναι γ-ακτίνες (κυρίως για χαμηλές ενέργειες) αλλά και εκπομπή ισχυρά αλληλεπιδρώντων σωμάτων όπως πρωτόνια, νετρόνια, α-σωμάτια κ.λ.π (για ενέργειες E_ν μεγαλύτερες από την ενέργεια σύνδεσης του νουκλεονίου στον μελετούμενο πυρήνα). Δηλαδή, τα τελικά σωμάτια εξαρτώνται από την ενέργεια του σκεδαζόμενου νετρίνου και από τον διεγερμένο σύνθετο πυρήνα που θα προκύψει (συνήθως είναι ασταθής σε εκπομπή ακόμα και σωμάτων, p , n , α).

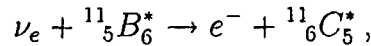
Στην σύγχρονη έρευνα των αντιδράσεων αστροφυσικών νετρίνων με πυρήνες έχει δοθεί έμφαση στη χρήση πυρήνων-στόχων που έχουν ειδικό πλεονέκτημα παρατήρησης αμφοτέρων των αντιδράσεων (6.6) και (6.9), δηλαδή φορτισμένων και ουδέτερων ρευμάτων. Το πλεονέκτημα αυτό έχει τονιστεί στις αρχές του παρόντος κεφαλαίου (πειράματα ΣΚ, ΣΝΟ) όμως εδώ αναφέρουμε κάποια επιπλέον στοιχεία σε δύο τέτοια παραδείγματα



(1) Ο ανιχνευτής ^{11}B [160] είναι κατάλληλος για την παρατήρηση της αντίδρασης ουδετέρου ρεύματος

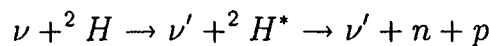


καθώς και της αντίδρασης φορτισμένου ρεύματος

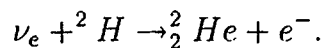


μέσω των μεταπτώσεων του διεγερμένου τελικού πυρήνα ${}^{11}_6\text{C}_5^*$.

(2) Ο ανιχνευτής ^2H (δευτέριο) στο εργαστήριο SNO διαθέτει τη δυνατότητα μελέτης της αντίδρασης ουδετέρου ρεύματος



(διάσπαση δευτερίου σε p και n) καθώς και της αντίδρασης φορτισμένου ρεύματος



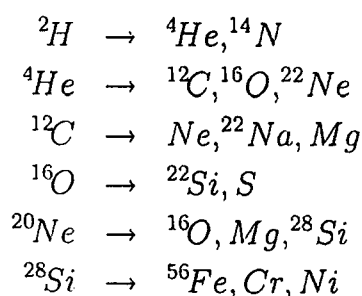
Για αντιδράσεις σαν τις παραπάνω οι υπολογισμοί γίνονται κατά κύριο λόγο για τον προσδιορισμό του πηλίκου των ολικών ενεργών διατομών των αντιδράσεων ουδετέρου ρεύματος $\sigma_{neutral\ current}$ προς φορτισμένου ρεύματος $\sigma_{charged\ current}$ δηλαδή [101]

$$\rho = \frac{\sigma_{neutral\ current}}{\sigma_{charged\ current}}.$$

Υπολογισμοί με τη μέθοδό μας για τέτοιους (ελαφρείς) στόχους δεν είναι εφικτοί, όπως έχουμε αναφέρει (βλέπε π.χ. Nozawa και Kubodera [47]).

6.5.2 Νετρίνα υπερκαινοφανών αστέρων: Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις σε μαζικούς αστέρες

Κατά τη διάρκεια της ζωής ενός μαζικού αστέρα ($M \gtrsim 8M_{\odot}$), οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις σύντηξης παράγουν την ενέργεια και την πίεση που απαιτείται για να κρατηθεί ο αστέρας σε υδροστατική ισορροπία [16]. Κατ' αυτόν τον τρόπο ο αστέρας καίει το υδρογόνο του και παράγονται βαθμιαία βαρύτερα πυρηνικά στοιχεία μέχρι την περιοχή του Fe ($A \approx 56 - 58$). Με την αύξηση της θερμοκρασίας, στους διάφορους φλοιούς του αστέρα γίνεται έναυση διαφόρων βαρύτερων στοιχείων. Έτσι, προς τα τέλη της σταθερής θερμοπυρηνικής καύσης ενός μαζικού αστέρα, η δομή του κατά φλοιούς, από τους εξωτερικούς προς τους εσωτερικούς, χονδρικά έχει όπως στο παρακάτω σχήμα



(6.11)



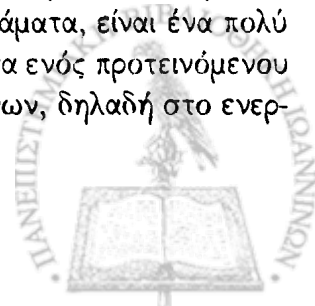
Είναι φανερό λοιπόν ότι, η καύση υδρογόνου στους επιφανειακούς φλοιούς είναι εκείνη που υποστηρίζει έναν μαζικό αστέρα (μέχρι μάζας περίπου ίσης με $25M_{\odot}$) [16] έτσι ώστε η ποσότητα του Si στην καρδιά του να μετατρέπεται τελικά σε Fe. Ο κύκλος καύσης, εξάντλησης καυσίμου, συστολής, αύξησης της πίεσης και της θερμοκρασίας και έναυση της στάχτης της προηγούμενης φάσης-καύσης στο κέντρο του αστέρα λαμβάνουν χώρα με αυξητική ταχύτητα μέχρις ότου το Si στην καρδιά του αστέρα καεί σε Fe [28, 16]. Αστέρες που εξελίσσονται ήρεμα και ημιστατικά για εκατομμύρια χρόνια, περνώντας από αναγνωρίσιμα στάδια εξέλιξης, όταν εξαντληθούν τα πυρηνικά καύσιμα και δεν μπορούν να επιζήσουν μόνοι τους, τελικά καταρρέουν με μια έκρηξη. Όταν αυτό συμβεί, η καρδιά του αστέρα καταρρέει κάτω από την πίεση του βάρους του σε λιγότερο από ένα δευτερόλεπτο. Στα τελικά στάδια κατάρρευσης, οι αστέρες ακτινοβολούν υπό τη μορφή νετρίνων (ή αντινετρίνων) διαφόρων αρωμάτων. Αυτή η αυθόρμητη εκπομπή νετρίνων προκαλεί ένα ανιχνεύσιμο σήμα στους επίγειους ανιχνευτές νετρίνων, όπως εκείνο που παρατηρήθηκε για πρώτη φορά στο αστρονομικό γεγονός του υπερκαινοφανή αστέρα SN1987A στους ανιχνευτές Kamionkande, IMB.

Σημειώνουμε ότι κατά τη διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα, οι φυσικές συνθήκες που επικρατούν είναι ακραίες, η πυκνότητα στην καρδιά του συνήθως υπερβαίνει τις πυρηνικές πυκνότητες και οι θερμοκρασίες που αναπτύσσονται ξεπερνούν το ένα εκατομμύριο βαθμούς. Αντίθετα, με την κύρια ακολουθία των φαινομένων της εξέλιξης που χαρακτηρίζονται από μέτριες αλλαγές στη χρονική κλίμακα της τάξης των εκατομμυρίων χρόνων, οι δραματικές αλλαγές που συμβαίνουν σε μια αστρική κατάρρευση συμβαίνουν σε κλάσματα του δευτερολέπτου.

Τα λεπτομερή αποτελέσματα των υπολογισμών μιας αστρικής κατάρρευσης και τη δημιουργία νετρίνων συνοψίζονται σε λίγες παρατηρήσιμες ποσότητες. Συνήθως, απλά φυσικά επιχειρήματα είναι αρκετά για να παράγουν προσεγγιστικές αριθμητικές τιμές της ολικής ακτινοβολούμενης ενέργειας, τις θερμοκρασίες των νετρίνων και τη διάρκεια του σήματος της ακτινοβολίας [119]. Προϋπάρχοντες υπολογισμοί είναι σε καλή συμφωνία με τις παρατηρήσεις των νετρίνων από το SN1987A προσδίδοντας κύρος και αξιοπιστία στις αστροφυσικές θεωρίες των τελευταίων πενήντα χρόνων. Οποσδήποτε, όμως, λεπτομερειακές προβλέψεις της θεωρίας δεν μπορούν να ελεγχθούν επειδή είναι πολύ μικρός (~ 20) ο αριθμός των νετρίνων που ανιχνεύθηκαν. Πιστεύεται, ότι το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας εκπέμπεται σε υψηλής θερμοκρασίες ν_{μ} και ν_{τ} νετρίνων καθώς και των αντινετρίνων τους τα οποία προέρχονται από την καρδιά του αστέρα, ενώ μόνο ηλεκτρονικά νετρίνα έχουν ανιχνευτεί με βεβαιότητα.

6.5.3 Απόκριση πυρήνων σε φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων

Στην πυρηνική και αστροπυρηνική φυσική, η ανίχνευση των αστροφυσικών νετρίνων (ηλιακά, ατμοσφαιρικά, υπερκαινοφανή κ.λ.π.) μέσω των αντιδράσεων νετρίνων-πυρήνων, χρησιμοποιώντας έναν πυρηνικό στόχο σε επίγεια πειράματα, είναι ένα πολύ ενδιαφέρον πεδίο έρευνας [25, 28, 96, 122]. Για την καταλληλότητα ενός προτεινόμενου πυρήνα ανιχνευτή η απόκρισή του στη συγκεκριμένη πηγή νετρίνων, δηλαδή στο ενεργ-



γειακό φάσμα των νετρίνων της, αποτελεί κυρίαρχο κριτήριο. Τούτο ελέγχεται θεωρητικά υπολογίζοντας την αναδίπλωση (συνέλιξη) των ενεργών διατομών (διαφορικής ή ολικής) των επαγομένων αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα με την ενεργειακή κατανομή των νετρίνων της δεδομένης πηγής.

Στην περίπτωση των διαφορικών ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, $d\sigma(E_\nu, \omega)/d\omega$, η συνέλιξη (convolution or folding) δίνεται από την έκφραση

$$\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} = \int_{\omega}^{\infty} \frac{d\sigma(E_\nu, \omega)}{d\omega} f_\nu(E_\nu) dE_\nu, \quad (6.12)$$

όπου $\omega = E_f - E_i = E_\nu - E'_\nu$, παριστάνει την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα. E_i (E_f) και E_ν (E'_ν) είναι η αρχική (τελική) ενέργεια του πυρήνα και του νετρίνου (ή, γενικότερα, του εξερχομένου λεπτονίου), αντίστοιχα.

Στην περίπτωση της ολικής ενεργού διατομής αντιδράσεως νετρίνου-πυρήνα, $\sigma(E_\nu)$, ή συνέλιξη ορίζεται σαν

$$\langle \sigma_\nu \rangle = \int_{E_{thres}}^{\infty} \sigma(E_\nu) f_\nu(E_\nu) dE_\nu, \quad (6.13)$$

όπου E_{thres} δηλώνει το ενεργειακό κατώφλι του πυρηνικού ανιχνευτή.

Η συναρτησιακή έκφραση της $f_{\nu_i}(E_{\nu_i})$ [107, 122, 96], ν_i δηλώνει το άρωμα του νετρίνου ($\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e$, κ.λ.π.), εξαρτάται από την πηγή προέλευσης των νετρίνων (εργαστηριακά, ηλιακά, ατμοσφαιρικά, κ.λ.π.). Έτσι, για τα νετρίνα που προέρχονται από έναν υπερκαινοφανή αστέρα που μας ενδιαφέρει στην παρούσα μελέτη, η $f(E_\nu)$ είναι της μορφής

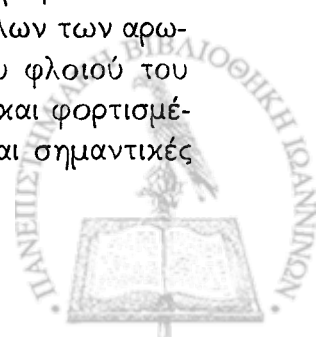
$$f(E_\nu) = \frac{1}{F_2(\alpha) T^3} \frac{E_\nu^2}{\exp[(E_\nu/T) - \alpha] + 1} \quad (6.14)$$

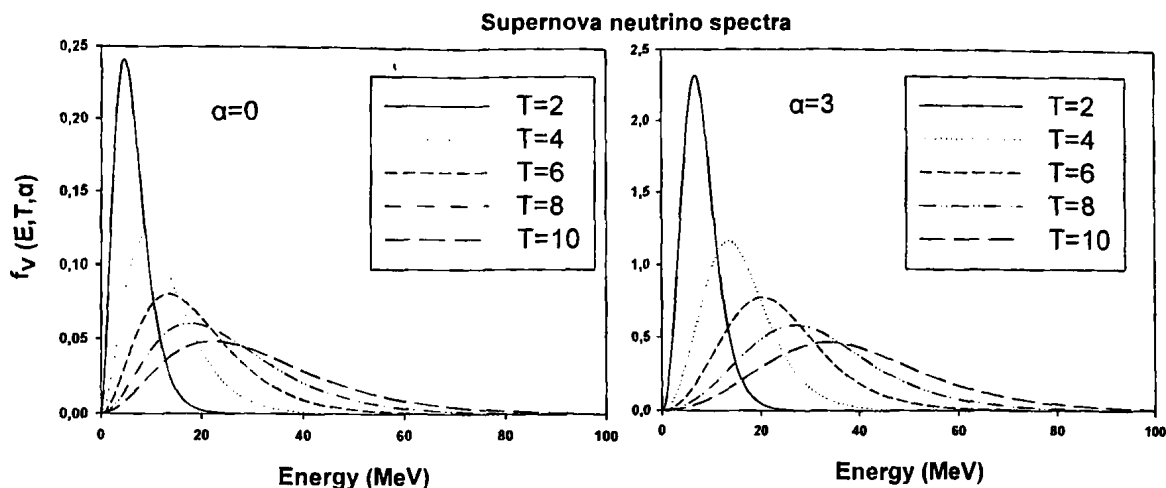
όπου T η θερμοκρασία των νετρίνων, α παράμετρος εκφυλισμού (ή χημικό δυναμικό) και $F_2(\alpha)$ σταθερά κανονικοποίησης. Για δεδομένη τιμή της παραμέτρου α , η $F_2(\alpha)$ προσδιορίζεται από τη γνωστή σχέση κανονικοποίησης

$$\int f(E_\nu) dE_\nu = 1.$$

Η ενεργειακή κατανομή των νετρίνων που εκφράζεται από την Εξ. (6.14) είναι γνωστή σαν κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων και δηλώνεται επίσης και ως $f_\nu(E_\nu, T, \alpha)$. Στο Σχήμα 6.39 φαίνεται η μορφή του φάσματος για διάφορες τιμές των παραμέτρων: θερμοκρασίας εκπεμπομένων νετρίνων T (για $2 \text{ MeV} \leq T \leq 10 \text{ MeV}$) και χημικού δυναμικού α ($\alpha=0,3$).

Όπως έχει αναφερθεί, το μεγαλύτερο ποσοστό της ενέργειας που παράγεται κατά την έκρηξη ενός υπερκαινοφανούς αστέρα μεταφέρεται από τα νετρίνα όλων των αρωμάτων. Τα νετρίνα αυτά καθώς εξέρχονται μέσω της καρδιάς και του φλοιού του εκχρυσυνομένου αστέρα, αντιδρούν με πυρήνες (αντιδράσεις ουδετέρων και φορτισμένων ρευμάτων). Τέτοιες αντιδράσεις (neutrino induced reactions), είναι σημαντικές





Σχήμα 6.39: Ενεργειακό φάσμα των νετρίνων που εκπέμπονται από κατάρρευση της καρδιάς ενός υπερκαινοφανή αστέρα. Προσεγγιστικά περιγράφεται από την δι-παραμετρική κατανομή Fermi-Dirac, $f_\nu(E_\nu, T, \alpha)$, όπου οι τιμές της θερμοκρασίας, T και της παραμέτρου α , εξαρτώνται από το άρωμα του νετρίνου [28].

για τη σύνθεση διαφόρων ισοτόπων (βλέπε παράγρ. 6.5.2). Η θερμοκρασία του φάσματος των ν_e νετρίνων είναι ~ 5 MeV. Επειδή οι τυπικές ενέργειες των υπερκαινοφανών νετρίνων δεν είναι αρκετά μεγάλες ώστε να μπορούν να δώσουν τα βαρύτερα λεπτόνια μ^\pm , τ^\pm (με αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων), τα αντίστοιχα νετρίνα ν_μ , ν_τ , κλπ. δεν συμμετέχουν σε αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων. Έτσι, τα νετρίνα βαρύτερων αρωμάτων προέρχονται από το κέντρο του αστέρα και έχουν θερμοκρασίες 8–10 MeV. Επίσης, επειδή η ενεργός διατομή είναι χονδρικά ανάλογη του τετραγώνου της ενέργειας E_ν [βλέπε π.χ. Εξς. (5.20), (6.7)], τα νετρίνα με υψηλότερες θερμοκρασίες καθώς και οι αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων κυριαρχούν στις διαδικασίες πυρηνοσύνθεσης.

Από την άποψη της πυρηνικής φυσικής, είναι πολύ σημαντική η ακριβής περιγραφή του φάσματος του Σχ. 6.39, στις σχετικά υψηλές ενέργειες (ουρά της κατανομής), επειδή αυτή η περιοχή είναι υπεύθυνη για τις υψηλοενεργειακές διεγέρσεις που επάγονται από τα νετρίνα υπερκαινοφανών αστέρων στον πυρηνικό ανιχνευτή. Πρόσφατα, πολλοί πυρήνες έχουν προταθεί (ή έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί) ως στόχοι για την ανίχνευση των νετρίνων από υπερκαινοφανείς αστέρες [25, 28, 107]. Για παράδειγμα, το ισότοπο ^{16}O χρησιμοποιήθηκε στο Superkamiokande ως ένας τέτοιος ανιχνευτής (παίζει επίσης σημαντικό ρόλο στην πυρηνοσύνθεση των υπερκαινοφανών αστέρων, όπως είδαμε στην παράγραφο 6.5.2) [28, 107]. Επίσης, όπως έχουμε αναφέρει, τα ισότοπα ^{99}Mo και ^{100}Mo περιέχονται στον ανιχνευτή του πειράματος νετρίνων MOON της Ιαπωνίας [28].

Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές αντιδράσεων $\nu(\bar{\nu})$ -πυρήνα με φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων

Στην παρούσα εργασία, η μελέτη της απόκρισης στα φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων των πυρήνων που επιλέξαμε συνίσταται στην εύρεση των αναδιπλωμένων ολικών



ενεργών διατομών χρησιμοποιώντας τις Εξς. (6.13) και (6.14) για τα εξής κανάλια των αντιδράσεων $X(\nu_e, \nu'_e)X^*$ και $X(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)X^*$: (i) της ενεργού διατομής του συναφούς καναλιού, $\langle \sigma_{coh} \rangle$, (ii) της ολικής ενεργού διατομής των μη-συναφών διαδικασιών $\langle \sigma_{tot} \rangle$, (iii) της αξονικής διανυσματικής συνεισφοράς $\langle \sigma_A \rangle$, στην ολική μη-συναφή ενεργό διατομή και (iv) της πολικής διανυσματικής συνεισφοράς $\langle \sigma_V \rangle$.

Οι αναδιπλωμένες (μέσες) ενεργές διατομές που υπολογίστηκαν τόσο για τις αντιδράσεις νετρίνων $X(\nu_e, \nu'_e)X^*$, όσο και αντιδράσεις αντινετρίνων $X(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)X^*$, των ισotόπων ^{56}Fe , ^{40}Ar , ^{16}O ^{98}Mo παρατίθενται στους Πίνακες 6.5, 6.7. Οι τιμές των παραμέτρων θερμοκρασίας νετρίνων T και του χημικού δυναμικού α , επιλέγησαν, για λόγους σύγκρισης, ίδιες με εκείνες της εργασίας [112], στην οποία υπολογίζονται οι αναδιπλωμένες ολικές μη-συναφείς ενεργές διατομές του ημιαθροίσματος

$$\overline{\langle \sigma_{tot} \rangle} = \frac{1}{2} [\langle \sigma_{tot} \rangle(\nu_e) + \langle \sigma_{tot} \rangle(\bar{\nu}_e)]$$

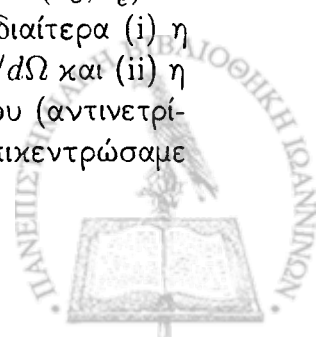
(βλέπε Πίνακα 6.6). Τα αποτελέσματα των υπολογισμών της παρούσας έρευνας φαίνονται στους Πίνακες 6.5 για τον πυρήνα ^{56}Fe , και 6.7 για τον πυρήνα ^{16}O .

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων της $\langle \sigma_{tot} \rangle$ που βρήκαμε για το ^{56}Fe με τα αντίστοιχα της $\overline{\langle \sigma_{tot} \rangle}$ της εργασίας [112] δείχνει αποκλίσεις της τάξης του 25%. Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι γενικά η μέθοδος προσέγγισης τυχαίας φάσης του συνεχούς (CR-PA) δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για πυρήνες με $N \approx Z$ αλλά στην τωρινή της μορφή σεν είναι κατάλληλη για πυρήνες με $|N - Z| \gg 1$. Επίσης σημειώνουμε ότι υπολογισμοί των μέσων ενεργών διατομών του τύπου $\langle \sigma_A \rangle$, $\langle \sigma_V \rangle$ και $\langle \sigma_{coh} \rangle$ για το ^{56}Fe , δεν υπάρχουν στη βιβλιογραφία, για δε τους πυρήνες ^{40}Ar και ^{98}Mo δεν υπάρχουν λεπτομερειακοί υπολογισμοί των διαφορικών και ολικών ενεργών διατομών ουδετέρων ρευμάτων, επομένως ούτε υπολογισμοί της μορφής $\langle \sigma_{coh} \rangle$, $\langle \sigma_{tot} \rangle$, κ.λ.π. προκειμένου να γίνει σύγκριση με τα παρόντα αποτελέσματα.

Από την μελέτη της απόκρισης των πυρήνων που επιλέξαμε στην παρούσα εργασία στα ενεργειακά φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων συμπεραίνονται τα ακόλουθα: Η αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή $\langle \sigma_{tot} \rangle$ καθώς και εκείνη των επιμέρους καναλιών $\langle \sigma_{coh} \rangle$, $\langle \sigma_A \rangle$ και $\langle \sigma_V \rangle$ αυξάνεται αργά με την αύξηση του μαζικού αριθμού A . Για το ίδιο πυρηνικό σύστημα οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές τόσο της ολικής $\langle \sigma_{tot} \rangle$ όσο και των συνιστωσών $\langle \sigma_A \rangle$ και $\langle \sigma_V \rangle$, αυξάνονται ευαίσθητα με τη θερμοκρασία νετρίνων T και αργά με το χημικό δυναμικό α .

6.6 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο έγιναν λεπτομερειακοί υπολογισμοί των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου- και αντινετρίνου-πυρήνα του τύπου $X(\nu_e, \nu'_e)X^*$ και $X(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)X^*$ για τους πυρηνικούς στόχους $X = ^{16}\text{O}$, ^{40}Ar , ^{56}Fe , ^{98}Mo . Μελετήθηκαν ιδιαίτερα (i) η εξάρτηση από τη γωνία σκέδασης Φ της διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\Omega$ και (ii) η εξάρτηση της $d\sigma/dw$ και σ_{tot} από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου (αντινετρίνου) ϵ_i για χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες ($0 \leq \epsilon_i \leq 100\text{MeV}$). Επικεντρώσαμε



	$a = 0$						$a = 3$					
$\sigma \setminus T$	2.75	3.5	4.0	5.0	6.4	8.0	2.75	3.5	4.0	5.0	6.4	8.0
	^{56}Fe : Μέσες ενεργές διατομές για ν_e											
σ_{coh}	12.9	20.4	26.2	39.2	59.9	85.3	19.0	29.9	38.2	56.8	85.7	120.0
σ_{tot}	0.7	1.6	2.4	5.2	12.4	27.9	1.2	2.7	4.1	8.7	21.0	47.7
A	0.6	1.4	2.2	4.9	12.0	27.5	1.0	2.4	3.8	8.3	20.5	47.3
V	0.1	0.1	0.1	0.2	0.4	0.7	0.1	0.2	0.2	0.4	0.6	1.0
	^{56}Fe : Μέσες ενεργές διατομές για $\bar{\nu}_e$											
σ_{coh}	12.9	20.4	26.2	39.2	59.9	85.3	19.0	29.9	38.2	56.8	85.7	120.0
σ_{tot}	0.6	1.5	2.3	5.0	12.2	27.4	1.2	2.7	4.1	8.7	21.0	47.7
A	0.6	1.4	2.2	4.9	12.0	27.5	1.0	2.4	3.8	8.3	20.5	47.3
V	0.1	0.1	0.1	0.2	0.4	0.7	0.1	0.2	0.2	0.4	0.6	1.0

Πίνακας 6.5: Μέσες ενεργές διατομές (σε μονάδες 10^{-42}cm^2) (αναδιπλωμένες με την φασματική κατανομή υπερκαινοφανών νετρίνων) για το ισότοπο ^{56}Fe . Οι θερμοκρασίες T (σε MeV), έχουν επιλεγεί κατά το πρότυπο της αναφοράς [112].

^{56}Fe	$a = 0$						$a = 3$					
$T =$	2.75	3.5	4.0	5.0	6.4	8.0	2.75	3.5	4.0	5.0	6.4	8.0
$(\nu_e + \bar{\nu}_e)/2$	1	2	3	7	20	44	1	3	5	13	34	77

Πίνακας 6.6: Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής για φάσμα υπερκαινοφανών νετρίνων για τον ^{56}Fe (σε 10^{-42}cm^2) για διάφορες τιμές των παραμέτρων T (σε MeV).



	$a = 0$						$a = 3$					
$\sigma \setminus T$	2.75	3.5	4.0	5.0	6.4	8.0	2.75	3.5	4.0	5.0	6.4	8.0
	^{16}O : Μέσες ενεργές διατομές για ν_e											
σ_{coh}	8.8	14.2	18.3	28.1	44.6	66.4	13.1	20.9	27.0	41.3	65.0	95.9
σ_{tot}	0.0	0.1	0.2	0.7	2.5	6.9	0.0	0.2	0.4	1.4	4.6	12.4
A	0.0	0.1	0.2	0.7	2.4	6.5	0.0	0.2	0.4	1.3	4.4	11.8
V	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.3	0.0	0.0	0.0	0.1	0.2	0.5
	^{16}O : Μέσες ενεργές διατομές για $\bar{\nu}_e$											
σ_{coh}	8.8	14.2	18.3	28.1	44.6	66.4	13.0	20.9	27.0	41.3	65.0	95.9
σ_{tot}	0.0	0.1	0.2	0.8	2.6	6.8	0.0	0.2	0.4	1.4	4.7	12.2
A	0.0	0.1	0.2	0.7	2.4	6.5	0.0	0.2	0.4	1.3	4.4	11.8
V	0.0	0.0	0.0	0.1	0.1	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.5

Πίνακας 6.7: Μέσες ενεργές διατομές (σε μονάδες 10^{-42}cm^2) για το ισότοπο ^{16}O .
Βλέπε υπότιτλο Πίνακα 6.5.



την προσοχή μας στη μελέτη εκείνων των πυρηνικών διεγέρσεων οι οποίες συνεισφέρουν κυρίαρχη ενεργό διατομή. Βρέθηκε ότι, οι κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις του τελικού πυρήνα (συνήθως είναι οι $0^+, 2^+, 1^-, 2^-, \dots$) εξαρτώνται τόσο από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου ϵ_i , όσο και από τη γωνία σκέδασης Φ . Τούτο αιτιολογείται από το γεγονός ότι όσο η ενέργεια αυξάνεται όλο και περισσότερα κανάλια της αντίδρασης ανοίγουν.

Εξάρτηση από την ενέργεια ϵ_i , βρέθηκε και στην κυριαρχία της αξονικής συνεισφοράς έναντι εκείνης της πολικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος. Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη κυριαρχεί εμφανώς για ενέργειες $\epsilon_i \gtrsim 15\text{MeV}$ (περιοχή των γιγαντιαίων συντονισμών), ενώ για χαμηλές ενέργειες (περιοχή του διακριτού φάσματος) η συνεισφορά της πολικής διανυσματικής είναι σχετικά μεγαλύτερη.

Τα αποτελέσματα των Πινάκων 6.5 και 6.7 για τις συνελιγμένες ενεργές διατομές δείχνουν ευαισθησία στη θερμοκρασία νετρίνων T . Στο ίδιο ισότοπο η (σ_{tot}) αυξάνεται με τη θερμοκρασία T (για σταθερό χημικό δυναμικό) καθώς και με το χημικό δυναμικό α (για σταθερή θερμοκρασία). Η συμπεριφορά αυτή αντικατοπτρίζει την ενεργειακή εξάρτηση της πυρηνικής απόκρισης στη θεωρηθείσα ενεργειακή περιοχή.

Οι παρόντες υπολογισμοί σε νετρίνο επαγόμενες πυρηνικές αντιδράσεις (ν -πυρηνοσύνθεση) και η επέκτασή των και σε άλλα ισότοπα (Si, S, κλπ.) και μπορεί να συνεισφέρει στη κατασκευή μοντέλων καύσεις (κώδικες) αστρικής εξέλιξης που καταλήγουν σε έκρηξη π.χ. περιγραφή των μηχανισμών έκρηξης υπερκαινοφανών αστέρων τύπου II. Αξίζει επίσης να αναφερθεί ότι παραπροϊόν της παρούσας έρευνας είναι η ευρύτερη χρήση των αποτελεσμάτων της σκέδασης νετρίνου πυρήνα (ουδετέρων ρευμάτων) ως εργαλείου πυρηνικής δομής. Τούτο είναι μια πλούσια πηγή πληροφοριών αν και ακόμη περιορισμένης έκτασης. Τα παραπάνω καθιστούν φανερό τη συνεισφορά των παρόντων υπολογισμών στη σύγχρονη έρευνα των νετρίνων.



Κεφάλαιο 7

Σύνοψη–Συμπεράσματα– Προοπτικές

7.1 Σύνοψη

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής αποτέλεσε η μελέτη των ηλεκτρασθενών διαδικασιών που λαμβάνουν χώρα στο περιβάλλον πυρήνων με μαζικό αριθμό $A \gtrsim 12$. Με αφετηρία τον φορμαλισμό των Donnelly-Walecka, ο οποίος περιγράφει κατά έναν ενοποιημένο τρόπο τις ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς ημιλεπτονικές πυρηνικές αντιδράσεις, η παρούσα εργασία περιλαμβάνει δύο τμήματα.

Στο πρώτο στάδιο, έγινε προσπάθεια βελτίωσης του υπάρχοντος φορμαλισμού των ανηγμένων πυρηνικών στοιχείων πίνακα μετάπτωσης για όλους τους βασικούς πολυπολικούς τελεστές που προκύπτουν από την πολυπολική ανάπτυξη της πυκνότητας του αδρονικού (πυρηνικού) ρεύματος και για τις δυο συνιστώσες, πολική διανυσματική και αξονική διανυσματική. Στο στάδιο αυτό επιτεύχθηκε, όλα τα θεμελιώδη πυρηνικά στοιχεία πίνακα να γραφούν σε συμπαγή αναλυτική μορφή η οποία περιλαμβάνει έναν εκθετικό παράγοντα και ένα πολώνυμο με σταθερούς συντελεστές, αμφότερα συναρτήσεις του τετραγώνου της μεταφερόμενης ορμής, q^2 , στον πυρήνα-στόχο. Το αποτέλεσμα αυτό δίνει στις τελικές εκφράσεις μεγάλο πλεονέκτημα έναντι των αντίστοιχων της μεθόδου των Horie-Sasaki [81] που χρησιμοποιούνταν μέχρι τώρα, καθώς και άλλων σχετικών μεθόδων της σύγχρονης βιβλιογραφίας [4, 80, 82, 83]. Τούτο καταδεικνύεται με σύγκριση του παρόντος φορμαλισμού με τους αντίστοιχους των Horie-Sasaki και άλλων, σε εφαρμογές όπως ακτινικές ροπές της διπλής β-αποδιέγερσης χωρίς νετρίνα, κ.λ.π. Η βελτιωμένη μέθοδος είναι εύκολα εφαρμόσιμη για υπολογισμούς ενεργών διατομών τόσο σε αποκλειστικές (μη-περιεκτικές, exclusive) όσο και σε ολικές (περιεκτικές, inclusive) διαδικασίες ημιλεπτονικών αντιδράσεων, κατά τις οποίες η αρχική και τελική πυρηνική κατάσταση περιγράφονται από καλά καθορισμένες τιμές στροφορμής και ομοτιμίας (J-projected method).

Στα πλαίσια αυτά, έχει κατασκευαστεί υπολογιστικός κώδικας σε γλώσσα Fortran (βλέπε αντίστοιχο Παράρτημα) ο οποίος έχει τη δυνατότητα υπολογισμού των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μετάπτωσης μέσω των σταθερών συντελεστών των προανα-



φερθέντων πολυωνύμων. Το κύριο πλεονέκτημα της μεθόδου έγκειται στο γεγονός ότι οι παραπάνω συντελεστές (οι οποίοι είναι γενικά απλοί αριθμοί, κλασματικοί ή τετραγωνικές ρίζες κλασματικών αριθμών, όπως φαίνεται στους σχετικούς Πίνακες του Κεφ. 4) υπολογίζονται μια φορά στην αρχή των υπολογισμών ενός πυρήνα-στόχου και αποθηκεύονται (δεν εξαρτώνται από την μεταφερόμενη ορμή και τις άλλες κινηματικές παραμέτρους της υπό συζήτηση αντίδρασης). Έτσι, πολύπλοκες αριθμητικές ολοκληρώσεις (π.χ. εύρεση ολικών ενεργών διατομών από τις αντίστοιχες διαφορικές σε ποικίλες γωνίες σκέδασης, ενέργειες και τελικές πυρηνικές καταστάσεις), αφ' ενός διευκολύνονται τα μέγιστα, αφ' ετέρου επιφέρουν δραστική μείωση του υπολογιστικού χρόνου.

Στο δεύτερο στάδιο της παρούσας διατριβής, έγινε εφαρμογή του ανωτέρου φορμαλισμού στην (θεωρητική) μελέτη αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, οι οποίες αποτελούν ένα ιδιαίτερα ενδιαφέρον πεδίο της σύγχρονης έρευνας στο χώρο της πυρηνικής, αστροπυρηνικής και αστροσωματιακής φυσικής. Οι υπολογισμοί των κυματοσυναρτήσεων των απαραίτητων αρχικών και τελικών πυρηνικών καταστάσεων, που υπεισέρχονται στις ενεργές διατομές που μας ενδιαφέρουν, έγιναν στα πλαίσια της πυρηνικής μεθόδου προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA) η οποία παρέχει τη δυνατότητα, οι πυρηνικές καταστάσεις καθορισμένης στροφορμής και ομοτιμίας του πυρήνα-στόχου, $|J_f \pi_f\rangle$, να κατασκευάζονται ρητώς με επιλογή πολύ πλούσιου χώρου μοντέλου (π.χ. δέκα έως είκοσι μονοσωματιδιακά ενεργειακά επίπεδα σθένους). Προς το παρόν, οι υπολογισμοί μας εστιάστηκαν σε πυρήνες οι οποίοι είναι ενδιαφέροντες από πειραματική άποψη στην σύγχρονη έρευνα, και ιδιαίτερα στον ειδικό τομέα της έρευνας των νετρίνων (ηλιακά νετρίνα, νετρίνα υπερκαινοφανών αστέρων, πυρηνοσύνθεσης, κ.λ.π.). Έχουν γίνει συστηματικοί υπολογισμοί κυρίως για αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος νετρίνου-πυρήνα (και αντινετρίνου-πυρήνα) για χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες εισερχομένου νετρίνου (στην περιοχή $\epsilon_i \lesssim 100 \text{ MeV}$).

7.2 Συμπεράσματα

Έγιναν εκτενείς και λεπτομερειακοί υπολογισμοί των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου και αντινετρίνου με πυρήνα του τύπου $X(\nu_e, \nu'_e)X^*$ και $X(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}'_e)X^*$ για τους πυρηνικούς στόχους $X = {}^{16}\text{O}, {}^{40}\text{Ar}, {}^{56}\text{Fe}, {}^{98}\text{Mo}$, μελετήθηκαν ιδιαίτερα (i) η εξάρτηση από τη γωνία σκέδασης Φ της διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\Omega$ και (ii) η εξάρτηση από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου (αντινετρίνου) ϵ_i για χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες ($0 \leq \epsilon_i \leq 100 \text{ MeV}$). Επικεντρώσαμε την προσοχή μας στη μελέτη εκείνων των πυρηνικών μεταπτώσεων οι οποίες συνεισφέρουν κυρίαρχη ενεργό διατομή. Βρέθηκε ότι, οι κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις (είναι οι $0^+, 2^+, 1^-, \dots$) εξαρτώνται τόσο από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου ϵ_i , όσο και από τη γωνία σκέδασης. Τούτο αιτιολογείται από το γεγονός ότι όσο η ενέργεια αυξάνεται όλο και περισσότερα κανάλια της αντίδρασης ανοίγουν οπότε ανταγωνίζονται το ένα το άλλο.

Σε ό,τι αφορά την κυριαρχία της αξονικής συνεισφοράς έναντι εκείνης της πολικής διανυσματικής, βρέθηκε ότι αυτή έχει εξάρτηση από την ενέργεια του εισερχομένου



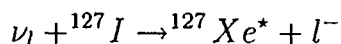
νετρίνου, ν_i . Πιο συγκεκριμένα, η πρώτη κυριαρχεί εμφανώς για ενέργειες μεγαλύτερες της $\nu_i \gtrsim 15 \text{ MeV}$, ενώ για χαμηλές ενέργειες η συνεισφορά της πολικής διανυσματικής είναι ελαφρώς μεγαλύτερη. Τούτο οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι, στους πυρήνες που μελετάμε στην παρούσα εργασία (άρτιοι-άρτιοι), τα ανοιχτά κανάλια σε χαμηλές ενέργειες, είναι τύπου-Fermi μάλλον παρά τύπου-Gamow-Teller. Η κατάσταση αντιστρέφεται σε μεγαλύτερες ενέργειες ν_i , οπότε είναι πιθανότερη η διέγερση υψηλότερα κείμενων ενεργειακών επιπέδων.

Τα αποτελέσματα των ενεργών διατομών της παρούσας μελέτης είναι χρήσιμα για τους κώδικες εξέλιξης των διαφόρων αστέρων και συγκεκριμένα της ρεαλιστικής περιγραφής της διαδικασίας πυρηνοσύνθεσης που επάγεται από νετρίνα. Ιδιαίτερα χρήσιμες είναι οι διατομές ισοτόπων όπως π.χ. τα ^{16}O , ^{56}Fe , κλπ., τα οποία παίζουν καίριο ρόλο στην εξέλιξη του εσωτερικού των αστέρων καθώς και τη διαδικασία της έκρηξης των μεγάλης μάζας αστέρων. Οι σχετικοί κώδικες έχουν ανάγκη ανεφοδιασμού με πικοίλα δεδομένα των αντιδράσεων πολλών ισοτόπων (O, Si, S, Fe, κλπ.) με νετρίνα όλων των αρωμάτων για την πρόβλεψη της εξέλιξης και της έκρηξης (π.χ. υπερκαινοφανείς τύπου II, κλπ.)

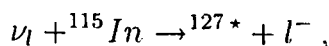
Εξ' άλλου η γνώση της απόκρισης των διαφόρων πυρηνικών ισοτόπων (O, Ar, Ge, Fe, Mo, In, I, κλπ.) ως ανιχνευτών των νετρίνων διαφόρων πηγών (ηλιακών, ατμοσφαιρικών, υπερκαινοφανών, κλπ.) αποτελεί απαραίτητο δεδομένο για τα γήινα πειράματα έρευνας νετρίνων.

7.3 Προοπτικές

Μια ειδική κατηγορία αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα είναι αυτή που απαντάται στα πειράματα ραδιοχημικού τύπου, δηλαδή αυτά που οδηγούν σε διεγερμένες καταστάσεις που βρίσκονται κάτω από το ενεργειακό κατώφλι εκπομπής σωματίου, πρωτονίου ή νετρονίου (θεμελιώδεις σωματιδιακές καταστάσεις), αποκαλούμενες ημι-ολικές διαδικασίες (ημι-περιεκτικές, semi-inclusive processes). Ένα καλό παράδειγμα αυτής της κατηγορίας, είναι η αντίδραση



η οποία συζητείται μερικώς στο Κεφάλαιο 4, αλλά λόγω της σπουδαιότητάς της πρόκειται να μελετηθεί με λεπτομέρεια, στο μέλλον. Όπως είναι γνωστό, ηλιακά νετρίνα ή νετρίνα υπερκαινοφανών, που προσπίπτουν σε ένα ιωδιούχο υγρό, μπορούν να παράγουν το ευγενές αέριο ${}^{127}\text{Xe}$, το οποίο μπορεί να βρεθεί και να μετρηθεί όπως στο πείραμα ${}^{37}\text{Cl}$ (ραδιοχημικού τύπου). Στην παραπάνω αντίδραση, η μετάπτωση από την θεμελιώδη κατάσταση $\frac{5}{2}^+$ στην θεμελιώδη κατάσταση $\frac{1}{2}^-$ ($g.s. \rightarrow g.s.$), είναι απαγορευμένη, έτσι ώστε, η πρώτη επιτρεπόμενη μετάπτωση να είναι η $\frac{5}{2}^+ \rightarrow \frac{3}{2}^+$ που οδηγεί στην χαμηλότερη διεγερμένη κατάσταση (στα 124.6 KeV) του ισοτόπου ${}^{127}\text{Xe}$. Ένας άλλος ελπιδοφόρος ανιχνευτής ραδιοχημικού τύπου για νετρίνα ${}^7\text{Be}$ ή ${}^8\text{B}$ [55, 106] είναι και το ${}^{115}\text{In}$ στην αντίδραση



η οποία επαναπροτάθηκε πρόσφατα να χρησιμοποιηθεί για ανίχνευση νετρίνων στο εργαστήριο SNO.

Από την πλευρά της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής, οι πολυσωματιδιακές πυρηνικές καταστάσεις για βαρείς πυρήνες περιττού μαζικού αριθμού και ιδιαίτερα όταν έχουν σχετικά μεγάλα (ημιακέραια) σπιν στη θεμελιώδη κατάσταση, δεν μπορούν να κατασκευαστούν εύκολα στα πλαίσια του μοντέλου φλοιών ή των μεθόδων της προσέγγισης τυχαίας φάσης (random phase approximation -RPA) συμπεριλαμβανομένης και εκείνης που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Οι προταθέντες ανιχνευτές νετρίνων πυρήνες μεσαίου βάρους όπως ^{115}In , ^{127}I , ^{127}Xe κλπ. της αντίδρασης φορτισμένου ρεύματος, είναι ισότοπα αυτού του είδους. Γι' αυτό το λόγο, οι κυματοσυναρτήσεις που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς της ενεργούς διατομής των διαδικασιών υπολογίζονται συνήθως [75] στα πλαίσια του γνωστού μικροσκοπικού μοντέλου ημισωματιδίων-φωνονίων (Quasiparticle Phonon Model, QPM). Αυτό το μοντέλο, πρόκειται να χρησιμοποιηθεί ως μια αξιόπιστη περιγραφή τέτοιων διαδικασιών στο εγγύς μέλλον σε συνεργασία με την ομάδα Θεωρητικής Πυρηνικής Φυσικής του Πανεπιστημίου Jyväskylä της Φιλανδίας..

Στην περίπτωση της αντίδρασης ουδέτερου ρεύματος νετρίνο- ^{127}I (σχέδαση ν - ^{127}I), χρειάζεται κανείς είτε την μετάβαση $g.s \rightarrow g.s.$ (coherent process) του ^{127}I , π.χ. $\frac{5}{2}^+ \rightarrow \frac{5}{2}^+$, ή τις μεταβάσεις από τη θεμελιώδη κατάσταση του ^{127}I στις ενεργειακά χαμηλότερες διεγερμένες καταστάσεις (particle-bound). Είναι σημαντικό να αναφερθεί ότι, ο πυρήνας ^{127}I αποτελεί ένα υποσχόμενο ανιχνευτή για τη μελέτη της κρύας σκοτεινής ύλης [108], περίπτωση κατά την οποία τα απαιτούμενα ανηγμένα στοιχεία πίνακα είναι όμοια με αυτά της αντίδρασης $^{127}\text{I}(\nu, \nu')^{127}\text{I}^*$ [86]. Έρευνα αυτού του τύπου μπορεί να γίνει με το μοντέλο ημισωματιδίων-φωνονίων (MQPM).

Όπως προαναφέρθηκε, η μελέτη της απόκρισης του ^{98}Mo σε φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων είναι πολύ σημαντική για το πείραμα MOON της Ιαπωνίας. Ο ανιχνευτής του εν λόγω πειράματος περιέχει και τα άλλα σταθερά ισότοπα του Mo ($^{92,94,95,96,97,100}\text{Mo}$). Εξ' αυτών τα άρτια-άρτια μπορούν να μελετηθούν με την μέθοδο που αναπτύξαμε και χρησιμοποιήσαμε στην παρούσα διατριβή ενώ τα περιττά-άρτια ($^{95,97}\text{Mo}$) μπορούν να μελετηθούν με χρήση του μοντέλου QPM.



Κεφάλαιο 8

Παράρτημα

Παράρτημα Α

A1. Αναπαράσταση σπιν με πίνακες Pauli. Οι πίνακες 2×2 Pauli ορίστηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε ο τελεστής του σπιν να γράφεται (στο φυσικό σύστημα μονάδων, $\hbar = c = 1$)

$$\mathbf{s} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} \quad (8.1)$$

Η θεμελιώδης αναπαράσταση των πινάκων σ_i δίνεται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (8.2)$$

Οι συνιστώσες του τελεστή σ ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις μετάθεσης $[\sigma_i, \sigma_j]$ και αντιμετάθεσης $\{\sigma_i, \sigma_j\}$:

$$[\sigma_i, \sigma_j] = i2\epsilon_{ijk}\sigma_k \quad (8.3)$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}I \quad (8.4)$$

$$\sigma_i\sigma_j = \delta_{ij}I + i\epsilon_{ijk}\sigma_k \quad (8.5)$$

όπου I ο μοναδιαίος πίνακας 2×2

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8.6)$$

Μια χρήσιμη ταυτότητα είναι:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \quad (8.7)$$

με \mathbf{A} και \mathbf{B} να μετατίθενται με τον $\boldsymbol{\sigma}$, αλλά όχι αναγκαστικά και μεταξύ τους.



A2. Αναπαράσταση ισοσπίν με πίνακες Pauli. Η αναπαράσταση των συνιστωσών του τελεστή ισοτοπικού σπιν $\tau = 2t$, παίρνεται κατ' αναλογία προς εκείνη του σπιν σ , Εξ. (8.1), δηλαδή

$$\tau_1 = \sigma_1, \quad \tau_2 = \sigma_2, \quad \tau_3 = \sigma_3 \quad (8.8)$$

Συχνά υπεισέρχονται στις εκφράσεις των τελεστών οι παρακάτω χρήσιμες σχέσεις και ο ορισμός των συνιστωσών του τελεστή τ

$$\frac{1}{2}(1 - \tau_3) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \frac{1}{2}(1 + \tau_3) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (8.9)$$

$$\tau_+ = \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_- = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (8.10)$$

A3. Σπίνορ Dirac για πρωτόνιο και νετρόνιο. Ο σπίνορ Dirac για το νουκλεόνιο, είναι

$$\psi = \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} = \psi_p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \psi_n \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (8.11)$$

$$\bar{\psi} \equiv \psi^\dagger \gamma_0 = (\psi_p^*, -\psi_n^*) = \psi_p^* (1 \ 0) - \psi_n^* (0 \ 1). \quad (8.12)$$

Pauli ισοσπίνορ (δύο συνιστωσών) για το νουκλεόνιο (όπου ο γ_0 δίνεται παρακάτω)

$$|\eta_p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\eta_n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (8.13)$$

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιούμε την παρακάτω σύμβαση για τη δράση των τελεστών ισοτοπικού σπιν

$$\begin{aligned} \tau_3 |\eta_p\rangle &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = |\eta_p\rangle \\ \tau_3 |\eta_n\rangle &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -|\eta_n\rangle \end{aligned} \quad (8.14)$$

$$\tau_- |\eta_p\rangle = |\eta_n\rangle, \quad \tau_+ |\eta_n\rangle = |\eta_p\rangle \quad (8.15)$$

$$\tau_+ |\eta_p\rangle = 0, \quad \tau_- |\eta_n\rangle = 0 \quad (8.16)$$

A4. Πίνακες Dirac. Η χαμιλτονιανή που περιγράφει την κίνηση ενός σχετικιστικού σωματίου με σπιν $\frac{1}{2}$, μάζα m και ορμή p , δίνεται από:

$$H = \alpha \cdot p + \beta m \quad (8.17)$$



Ο τελεστής β και οι συνιστώσες του τελεστή α ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις:

$$\begin{aligned} \{\alpha_i, \alpha_j\}_{i \neq j} &= \{\alpha_i, \beta\} = 0 \\ (\alpha_i)^2 &= (\beta)^2 = I \\ \alpha_i^\dagger &= \alpha_i \quad \beta^\dagger = \beta \end{aligned} \quad (8.18)$$

Οι τελεστές α και β είναι πίνακες $2n \times 2n$ με ίχνος μηδέν, για $n > 1$. Στην αναπαράσταση Dirac-Pauli ($n = 2$) υποθέτουμε τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (8.19)$$

Οι πίνακες Dirac γ ορίζονται ως εξής:

$$\gamma^\mu = (\beta, \beta\alpha) = (\gamma^0, \gamma) \quad (8.20)$$

και έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix} \quad (8.21)$$

Πολλές από τις εξισώσεις του Κεφ. 2 αποδεικνύονται με τις παρακάτω χρήσιμες ιδιότητες των πινάκων Dirac

$$\begin{aligned} \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2g^{\mu\nu} \\ (\gamma^\mu)^\dagger &= \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \\ (\gamma^0)^2 &= I_4 \\ (\gamma^k)^2 &= -I_4 \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (8.22)$$

όπου I_4 ο μοναδιαίος πίνακας 4×4 δηλαδή:

$$I_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (8.23)$$

Ο πίνακας γ^5 ορίζεται από την ακόλουθη έκφραση:

$$\gamma^5 = \gamma_5 \equiv i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \quad (8.24)$$

και έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

$$\begin{aligned} \{\gamma_5, \gamma_\mu\} &= 0 \\ (\gamma_5)^\dagger &= \gamma^5 \\ (\gamma_5)^2 &= I_4 \\ \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) &= \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \\ \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) &= 0 \\ \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\frac{1}{2}(1 - \gamma_5) &= \frac{1}{2}(1 - \gamma_5) \end{aligned} \quad (8.25)$$



Στην καθιερωμένη αναπαράσταση των πινάκων Dirac έχουμε

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 \alpha = \alpha \gamma_5 = \begin{pmatrix} -\sigma & 0 \\ 0 & -\sigma \end{pmatrix} = -\Sigma \quad (8.26)$$

Ο αντισυμμετρικός τανυστής $\sigma^{\mu\nu}$ ορίζεται ως εξής:

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu) \quad (8.27)$$

$$= i(\gamma^\mu \gamma^\nu - g^{\mu\nu}) \quad (8.28)$$

$$\sigma^{ij} = \epsilon_{ijk} \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix} \quad (8.29)$$

A5. Εξίσωση Dirac. Η εξίσωση Dirac για τις ενεργειακές ιδιοκαταστάσεις στην περίπτωση των άμαζων σωματιδίων είναι

$$\alpha \cdot \mathbf{p} \psi = \pm E_p \psi \quad (8.30)$$

Πολλαπλασιασμός της (8.30) με $\frac{1}{2}(1 + \gamma_5)$ και γ_5 , οδηγεί σε

$$\begin{aligned} \hat{\alpha} \cdot \mathbf{p} \phi &= \pm E_p \phi \\ -\sigma \cdot \mathbf{p} \phi &= \pm E_p \phi \\ \sigma \cdot \left(\frac{\mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right) \phi &= \mp \phi \end{aligned} \quad (8.31)$$

Η τελευταία εξίσωση δείχνει την εμπειρική ελίκωση των άμαζων λεπτονίων. Τα σωματάρια είναι αριστερόστροφα και τα αντισωματάρια δεξιόστροφα στη σύζευξή τους κατά την ασθενή αλληλεπίδραση.

Στην παρούσα σύμβαση το $e \equiv e^-$ είναι σωματάριο στο φορτισμένο λεπτονικό πεδίο και το e^+ είναι αντισωματάριο.

A6. Λεπτονικά πεδία Dirac. Είναι εμπειρικό γεγονός ότι, αν τα λεπτόνια χαρακτηρίζονται από ένα λεπτονικό αριθμό l , ο αριθμός αυτός είναι μια διατηρούμενη ποσότητα όπως ισχύει και για τον βαρυονικό αριθμό. Τα παρατηρούμενα λεπτόνια μπορούν να ομαδοποιηθούν κατά δυάδες με τον ακόλουθο τρόπο

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix} \quad (8.32)$$

Τότε, έχει διαπιστωθεί πειραματικά ότι οι λεπτονικοί αριθμοί αρώματος l_i , $i = e, \mu, \tau$ δηλαδή l_e, l_μ, l_τ για κάθε ζεύγος χωριστά, διατηρούνται.



A7. Στην παρούσα εργασία, επειδή τα περισσότερα λεπτόνια (ℓ, ν_ℓ) είναι ελαφριά ή άμαζα, και μπορούν να δημιουργηθούν και να καταστραφούν κατά τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, περιγράφονται με σχετικιστικά χβαντικά πεδία. Στην αναπαράσταση αλληλεπίδρασης, τα φερμιονικά πεδία παίρνουν την μορφή

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{\vec{k}_\lambda} [a_{\vec{k}_\lambda} u(\vec{k}_\lambda) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} + b_{\vec{k}_\lambda}^\dagger v(-\vec{k}_\lambda) e^{-i\vec{k}\cdot\vec{x}}] \quad (8.33)$$

όπου a, b είναι οι τελεστές καταστροφής λεπτονίου και αντιλεπτονίου (a^\dagger, b^\dagger παριστάνουν τελεστές δημιουργίας λεπτονίου και αντιλεπτονίου), αντίστοιχα, και λ η ελίκωση σε σχέση με τη συνοδευόμενη μεταβλητή ορμή \vec{k} . Η $u(\vec{k}_\lambda)$ παριστάνει την θετικής ενέργειας λύση της εξίσωσης Dirac (με ελίκωση λ και ορμή \vec{k}) η $v(-\vec{k}_\lambda)$ είναι η αντίστοιχη αρνητικής ενέργειας λύση με ορμή $-\vec{k}$ και ελίκωση λ . Το Ω παριστάνει τον όγκο κανονικοποίησης.

A8. Θεωρία V-A. Στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, τα άμαζα λεπτόνια παριστάνονται σε ζεύγη μέσω των αχολούθων δύο συνιστώσων πεδίων

$$\phi_{L,R} \equiv \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\psi \quad (8.34)$$

το πρόσημο $-$ αντιστοιχεί στο L και το πρόσημο $+$ αντιστοιχεί στο R. Η (8.34) συνεπάγεται ότι οι όροι λεπτονικής σύζευξης στην ασθενή Χαμιλτονιανή, παίρνουν τη μορφή

$$\bar{\phi}_a O_i \phi_b = \frac{1}{4} \bar{\psi}_a (1 + \gamma_5) O_i (1 - \gamma_5) \psi_b \quad (8.35)$$

Η εξίσωση (8.35) μηδενίζεται όταν $O_i = 1, \gamma_5, \sigma_{\mu\nu}$ συνιστώσα, δηλαδή για βαθμωτή (S), ψευδοβαθμωτή (P) και ταυστική σύζευξη (T). Στην περίπτωση των διανυσματικών, (V), και αξονικών, (V-A) αλληλεπιδράσεων $O_i = \gamma_\mu, \gamma_\mu \gamma_\nu$, η εξίσωση (8.35) δίνει

$$\bar{\phi}_a O_i \phi_b = \frac{1}{4} \bar{\psi}_a (1 + \gamma_5) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_b = \frac{1}{4} \bar{\psi}_a \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \psi_b \quad (8.36)$$

Οι πρώτες μελέτες των ασθενών αλληλεπιδράσεων αφορούσαν τον προσδιορισμό της φύσης των συζεύξεων (S, P, T, V, A). Σήμερα υπάρχει εμπειρική απόδειξη ότι είναι, πλήρως, της μορφής V-A.

A9. Μη σχετικιστικά όρια των τελεστών Dirac.

Αυτή η προσέγγιση συνίσταται στην αντικατάσταση των u και \bar{u} ως εξής:

$$u = \begin{pmatrix} \chi_e \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{2mc} \chi_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{2M} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (8.37)$$

$$\bar{u} = (\chi_e^* \quad 0) \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{2M} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (8.38)$$

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις (8.37) και (8.38) για τις συνιστώσες των αδρονικών ρευμάτων των Εξν. (2.46) και (2.47), παίρνουμε



(i) Για τον τελεστή $O = \vec{\gamma}_k, k = 1, 2, 3$

$$\begin{aligned}
 \bar{u}\vec{\gamma}_k u &= (\chi_e^* \ 0) \begin{pmatrix} 1 & \frac{\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p}}{2M} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{2M} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_e \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= (\chi_e^* \ 0) \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p}}{2M} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma}(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{2M} & 0 \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_e \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= (\chi_e^* \ 0) \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma}(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{2M} + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p})\vec{\sigma}}{2M} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_e \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \chi_e^* \left[\frac{(\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p})\vec{\sigma}}{2M} + \frac{\vec{\sigma}(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{2M} \right] \chi_e
 \end{aligned} \tag{8.39}$$

(ii) Ανάλογα με το προηγούμενο, για $\gamma_\mu \rightarrow \gamma_0$ παίρνουμε

$$\bar{u}\gamma_0 u = \chi_e^* 1 \chi_e \tag{8.40}$$

(iii) Για $\gamma_\mu \gamma_5 \rightarrow \vec{\gamma} \gamma_5$

$$\bar{u}\gamma_\mu \gamma_5 u = \chi_e^* \vec{\sigma} \chi_e \tag{8.41}$$

(iv) Για $\gamma_0 \gamma_5$

$$\bar{u}\gamma_0 \gamma_5 u = \chi_e^* \left(\frac{(\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p})}{2M} + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{2M} \right) \chi_e \tag{8.42}$$

(v)

$$\bar{u}\gamma_5 u = \chi_e^* \left(-\frac{(\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p})}{2M} + \frac{(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{2M} \right) \chi_e \tag{8.43}$$

Σημείωση: Στον Πίνακα 2.2 του Κεφ. 2 παρατίθεται η αναγωγή $\vec{\gamma} \rightarrow \frac{1}{M}(\overleftarrow{p} + \vec{p}) + \frac{i}{2M}(\vec{p} - \overleftarrow{p}) \times \vec{\sigma}$. Αυτή αποδεικνύεται ως εξής:

$$\begin{aligned}
 \vec{\gamma} &\rightarrow \left(\frac{(\vec{\sigma} \cdot \overleftarrow{p})\vec{\sigma}}{2M} + \frac{\vec{\sigma}(\vec{\sigma} \cdot \vec{p})}{2M} \right) \\
 &= \frac{\hat{e}_k}{2M} [(\sigma_j p_j^l) \sigma_k + \sigma_k (\sigma_j p_j^r)] \\
 &= \frac{\hat{e}_k}{2M} [p_j^l \sigma_j \sigma_k + \sigma_k \sigma_j p_j^r]
 \end{aligned} \tag{8.44}$$

όπου

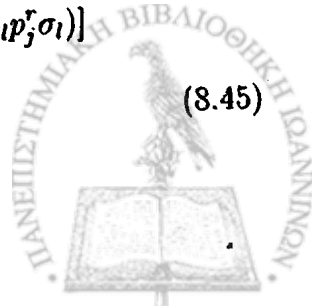
$$p_j^l \rightarrow \overleftarrow{p}, \quad p_j^r \rightarrow \vec{p}.$$

Όμως,

$$\sigma_i \sigma_j = \delta_{ij} I + i \epsilon_{ijk} \sigma_k$$

Άρα

$$\begin{aligned}
 \vec{\gamma} &\rightarrow \frac{\hat{e}_k}{2M} [p_j^l \delta_{jk} + p_j^r \delta_{kj} + i p_j^l \epsilon_{jkl} \sigma_l + i p_j^r \epsilon_{klj} \sigma_l] \\
 &= \frac{1}{2M} [\hat{e}_k \delta_{kj} p_j^l + \hat{e}_k \delta_{kj} p_j^r + i(-\hat{e}_k \epsilon_{kjl} p_j^l \sigma_l + \hat{e}_k \epsilon_{kjl} p_j^r \sigma_l)] \\
 &= \frac{1}{M} (\overleftarrow{p} + \vec{p}) + \frac{i}{2M} (\vec{p} - \overleftarrow{p}) \times \vec{\sigma}
 \end{aligned} \tag{8.45}$$



A10. Συνοπτικά τα μονονουκλεονικά στοιχεία πίνακα των Εξν. (2.61)-(2.64) του Κεφ.2, γράφονται (θεωρώντας αμελητέα την ψευδοβαθμωτή συνεισφορά, ανάλογη του F_P),

$$\langle p' \sigma' \rho' | \mathcal{J}_\mu^-(0) | p \sigma \rho \rangle = \frac{1}{\Omega} \chi_{\sigma'}^\dagger \eta_{\rho'}^\dagger \mathcal{M}_\mu \tau_c \eta_\rho \chi_\sigma \quad (8.46)$$

όπου $\vec{c} = \pm, 0$ και $\mathcal{M}_\mu \equiv (\mathcal{M}_0, \mathcal{M})$ με χρονική (\mathcal{M}_0) και χωρική (\mathcal{M}) συνιστώσες, οι οποίες δίνονται από τις εκφράσεις

$$\mathcal{M}_0 = F_1 + F_A \sigma \cdot \left(\frac{2\mathbf{p} - \mathbf{q}}{2M} \right), \quad \mu = 0 \quad (8.47)$$

$$\mathcal{M} = F_A \sigma - (F_1 + 2MF_2) \frac{i\sigma \times \mathbf{q}}{2M} + F_1 \left(\frac{2\mathbf{p} - \mathbf{q}}{2M} \right), \quad \mu = 1, 2, 3 \quad (8.48)$$



Παράρτημα Β

B1. Οι σφαιρικές συντεταγμένες ενός διανύσματος ορίζονται από:

$$\begin{aligned}\hat{e}_{\pm} &\equiv \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{e}_{q_1} \pm i\hat{e}_{q_2}) \\ \hat{e}_3 &\equiv \mathbf{q}/|\mathbf{q}| \equiv \hat{e}_{q_3}\end{aligned}\quad (8.49)$$

$$\hat{e}_{\lambda}^* \cdot \hat{e}_{\lambda'} = \delta_{\lambda, \lambda'}, \quad \hat{e}_{\lambda}^* = (-1)^{\lambda} \hat{e}_{-\lambda} \quad (8.50)$$

Κάθε διάνυσμα αναπτύσσεται σε αυτό το σύστημα, ως ακολούθως:

$$\mathbf{l} = \sum_{\lambda=0, \pm 1} l_{\lambda} \hat{e}_{\lambda}^* = \sum_{\lambda=0, \pm 1} l_{\lambda}^* \hat{e}_{\lambda}, \quad \lambda = \pm 1, 0 \quad (8.51)$$

Έτσι $l_{\lambda} = \hat{e}_{\lambda} \cdot \mathbf{l}$, και για να αποφύγουμε τη σύγχυση με τη χρονική συνιστώσα, γράφουμε $\hat{e}_0 \cdot \mathbf{l} \equiv l_3$

$$l_{\pm} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(l_1 \pm l_2), \quad l_{\lambda=0} \equiv l_3 \quad (8.52)$$

Το βαθμωτό γινόμενο είναι

$$\begin{aligned}\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} &= \sum_{\lambda=0, \pm 1} a_{\lambda}^* \hat{e}_{\lambda} \sum_{\lambda'=0, \pm 1} b_{\lambda'} \hat{e}_{\lambda'}^* \\ &= \sum_{\lambda=0, \pm 1} a_{\lambda}^* b_{\lambda} \delta_{\lambda, \lambda'} \\ &= \sum_{\lambda=0, \pm 1} a_{\lambda}^* b_{\lambda} = \sum_{\lambda=0, \pm 1} (-1)^{\lambda} a_{-\lambda} b_{\lambda}\end{aligned}\quad (8.53)$$

B2. Η μέθοδος Donnelly-Walecka στηρίζεται στην πολυπολική ανάπτυξη του αδρονικού ρεύματος σε μη αναγωγίσιμους τανυστικούς τελεστές (Irreducible Tensor Operators-ITO), η οποία επιτρέπει τη χρήση της θεωρίας της στροφορμής στα πυρηνικά στοιχεία πίνακα. Η απαιτούμενη πολυπολική ανάπτυξη εφαρμόζεται στις παρακάτω ποσότητες:

(i) στο επίπεδο κύμα $e^{+i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$ το οποίο διαδίδεται στη διεύθυνση \hat{q}

$$e^{+i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} = \sum_{J=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2J+1)} i^J j_J(\kappa x) Y_{J0}(\hat{x}) \quad (8.54)$$

όπου $\kappa = |\mathbf{q}|$, $x = |\mathbf{x}|$, $\hat{x} = \mathbf{x}/|\mathbf{x}|$ και $\hat{q} = \mathbf{q}/|\mathbf{q}|$, $j_l(x)$ παριστάνουν τις σφαιρικές συναρτήσεις Bessel και $Y_{lm}(\hat{x})$ είναι οι σφαιρικές αρμονικές.

(ii) στη διαμήκη συνιστώσα του $\hat{e}_0 e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$, η οποία δίνει

$$\hat{e}_{q_0} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} = -\frac{i}{\kappa} \sum_{J \geq 0} \sqrt{4\pi(2J+1)} i^J \nabla (j_J(\kappa x) Y_{J0}) \quad (8.55)$$



όπου $Y_{IJ}^M(\hat{x})$ οι διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές:

$$Y_{IJ}^M(\hat{x}) = \sum_{m\lambda} \langle lm1\lambda | JM \rangle Y_{lm}(\hat{x}) \hat{e}_\lambda \quad (8.56)$$

όπου $\langle j_1 m_1 j_2 m_2 | JM \rangle$ παριστάνει τους συντελεστές Clebsch-Gordan (βλέπε παρακάτω ιδιότητες και σχέση τους με τα $3 - J$ σύμβολα).

(iii) στις εγκάρσιες συνιστώσες $\hat{e}_{q\lambda} e^{iq \cdot x}$, οι οποίες δίνουν

$$\hat{e}_{q\lambda} e^{iq \cdot x} = - \sum_{J \geq 1}^{\infty} \sqrt{2\pi(2J+1)} i^J \left\{ \lambda j_J(\kappa x) Y_{JJ}^\lambda + \frac{1}{k} \nabla \times (j_J(\kappa x) Y_{JJ}^\lambda) \right\} \quad (8.57)$$

για $\lambda = \pm 1$.

Στο Κεφ. 2 χρησιμοποιούνται οι συζυγείς σχέσεις των Εξν. (8.55) - (8.57).

Ιδιότητες:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\kappa} \nabla (j_J(\kappa x) Y_{JM}(\hat{x})) &= \left(\frac{J}{2J+1} \right)^{1/2} j_{J-1}(\kappa x) Y_{J,J-1,1}^M(\hat{x}) \\ &+ \left(\frac{J+1}{2J+1} \right)^{1/2} j_{J+1}(\kappa x) Y_{J,J+1,1}^M(\hat{x}) \end{aligned} \quad (8.58)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{\kappa} \nabla \times (j_J(\kappa x) Y_{JJ}(\hat{x})) &= i \left(\frac{J+1}{2J+1} \right)^{1/2} j_{J-1}(\kappa x) Y_{J-1,J,1}^M(\hat{x}) \\ &- i \left(\frac{J}{2J+1} \right)^{1/2} j_{J+1}(\kappa x) Y_{J+1,J,1}^M(\hat{x}) \end{aligned} \quad (8.59)$$

$$\nabla (\cdot \phi(x) Y_{J,J}^M(\hat{x})) = 0 \quad (8.60)$$

B3. Στην αναπαράσταση του ισοτοπικού σπιν, οι πολυπολικοί τελεστές γράφονται:

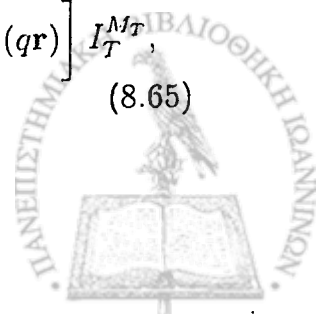
$$\hat{M}_{JM;TM_T}^{coul}(q\mathbf{r}) = F_1^T(q_\mu^2) M_M^J(q\mathbf{r}) I_T^{M_T} \quad (8.61)$$

$$\hat{L}_{JM;TM_T}(q\mathbf{r}) = \frac{q_0}{q} \hat{M}_{JM;TM_T}^{coul}(q\mathbf{r}) \quad (8.62)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{el}(q\mathbf{r}) = \frac{q}{M_N} \left[F_1^T(q_\mu^2) \Delta_M^J(q\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \mu^T(q_\mu^2) \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) \right] I_T^{M_T} \quad (8.63)$$

$$i \hat{T}_{JM;TM_T}^{mag}(q\mathbf{r}) = \frac{q}{M_N} \left[F_1^T(q_\mu^2) \Delta_M^J(q\mathbf{r}) - \frac{1}{2} \mu^T(q_\mu^2) \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) \right] I_T^{M_T}, \quad (8.64)$$

$$i \hat{M}_{JM;TM_T}^5(q\mathbf{r}) = \frac{q}{M_N} \left[F_A^T(q_\mu^2) \Omega_M^J(q\mathbf{r}) + \frac{1}{2} (F_A^T(q_\mu^2) + q_0 F_P^T(q_\mu^2)) \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) \right] I_T^{M_T}, \quad (8.65)$$



$$-i\hat{L}_{JM;TM_T}^5(q\mathbf{r}) = \left[F_A^T(q_\mu^2) - \frac{q^2}{2M_N} F_P^T(q_\mu^2) \right] \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) I_T^{M_T}, \quad (8.66)$$

$$-i\hat{T}_{JM;TM_T}^{el5}(q\mathbf{r}) = F_A^T(q_\mu^2) \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) I_T^{M_T}, \quad (8.67)$$

$$\hat{T}_{JM;TM_T}^{mag5}(q\mathbf{r}) = F_A^T(q_\mu^2) \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) I_T^{M_T}. \quad (8.68)$$

Η εξάρτηση από το ισοσπίν των βασικών μονοσωματιδιακών τελεστών περιγράφεται από την ποσότητα $I_T^{M_T}$ η οποία γράφεται

$$I_T^{M_T} = \begin{cases} 1, & T = 0, M_T = 0 \\ \tau_0 = \tau_3, & T = 1, M_T = 0 \\ \tau_\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\tau_1 \pm \tau_2), & T = 1, M_T = \pm 1 \end{cases} \quad (8.69)$$

B4. Στην Εξ. (2.77), μετά την αντιστροφή των αθροισμάτων ως προς λ και J , η περαιτέρω απλοποίηση γίνεται με την χρήσιμη σχέση

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda=\pm 1} |a + \lambda b|^2 &= |a + b|^2 \frac{1}{2} (l_1 l_1^* + l_2 l_2^* + i l_2 l_1^* - i l_1 l_2^*) \\ &+ |a - b|^2 \frac{1}{2} (l_1 l_1^* + l_2 l_2^* - i l_2 l_1^* + i l_1 l_2^*) \\ &= (|a|^2 + |b|^2) (\mathbf{1} \cdot \mathbf{1}^* - l_3 l_3^*) - i(\mathbf{1} \times \mathbf{1}^*)_3 2\text{Re}(ab^*) \end{aligned} \quad (8.70)$$

B5. Θεώρημα Wigner-Eckart. Χρησιμοποιώντας $3-J$ σύμβολα για τα στοιχειώδη πίνακα των μη αναγωγίσιμων ταυσιτικών τελεστών το θεώρημα Wigner-Eckart δίνει

$$\langle J_f M_f | \hat{T}^{JM} | J_i M_i \rangle = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & J & J_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix} \langle J_f || \hat{T}_i^J || J_i \rangle \quad (8.71)$$

Αν αντί των $3-J$ συμβόλων χρησιμοποιήσουμε τους συντελεστές Clebsch-Gordan η Εξ. (8.71) γράφεται:

$$\langle J_f M_f | \hat{T}^{JM} | J_i M_i \rangle = (-1)^{J_i - M_i} \frac{(J_f M_f J_i - M_i | J_f J_i J M)}{(2J + 1)^{1/2}} \langle J_f || \hat{T}_i^J || J_i \rangle \quad (8.72)$$

Μια χρήσιμη σχέση είναι η ορθοκανονικότητα των $3-j$ συμβόλων

$$\sum_{M_f} \sum_{M_i} \begin{pmatrix} J_f & J & J_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_f & J' & J_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix} = \frac{1}{(2J + 1)} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \quad (8.73)$$



Παράρτημα Γ

Οι λύσεις της εξίσωσης Schrödinger (3.6) είναι της μορφής

$$\Psi_{nlstm_s m_l}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(x) Y_l^m(\theta, \phi) \chi_s^{m_s} \chi_t^{m_l} \quad (8.74)$$

όπου $Y_l^m(\theta, \phi)$ είναι οι σφαιρικές αρμονικές και $\chi_s^{m_s}, \chi_t^{m_l}$ είναι οι κυματοσυναρτήσεις στο χώρο του σπιν και του ισотоπικού σπιν αντίστοιχα. Το ακτινικό μέρος των κυματοσυναρτήσεων στο (τριδιάστατο ισότροπικό) δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή γράφεται ως

$$R_{nl}(x) = N_{nl} x^l e^{-x^2/2} \mathcal{L}_n^{l+1/2}(x^2), \quad (8.75)$$

όπου $x = r/b$, b είναι η παράμετρος μεγέθους αρμονικού ταλαντωτή που δίνεται από

$$b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$$

και N_{nl} είναι ο παράγοντας κανονικοποίησης

$$N_{nl}^2 = \frac{2n!}{b^3 \Gamma(n+l+3/2)}. \quad (8.76)$$

όπου $\Gamma(x)$ είναι η γνωστή γάμμα συνάρτηση και $\mathcal{L}_n^{l+1/2}$ είναι τα πολυώνυμα Laguerre που ορίζονται από

$$\mathcal{L}_n^{l+1/2}(x) = \sum_{m=0}^n \frac{(-)^m}{m!} \binom{n+l+1/2}{n-m} x^m = \sum_{m=0}^n \Lambda_m(nl) x^m, \quad (8.77)$$

όπου

$$\Lambda_m(nl) = \frac{(-)^m}{m!} \binom{n+l+1/2}{n-m}. \quad (8.78)$$

Το σύμβολο $\binom{a}{k}$, όπου a =ημιακέραιοι και k =ακέραιοι αριθμοί, παριστάνει το διωνυμικό συντελεστή

$$\binom{a}{k} = \frac{\Gamma(a+1)}{k! \Gamma(a-k+1)},$$

με

$$\Gamma(2\lambda - 1/2) = \frac{(2\lambda - 1)!!}{2^\lambda} \sqrt{\pi}, \quad \lambda = 1, 2, \dots$$

Οι ιδιοτιμές της ενέργειας E στην (3.6) δίνονται από τη σχέση

$$E_{nl} = N + 3/2,$$

όπου $N = 2n + l$ είναι ο ολικός αριθμός των κβάντα του ταλαντωτή. Οι τιμές που παίρνει είναι $N=0,1,2,3,\dots$

Όπου γράφουμε $|n(l1/2)jm_j\rangle \equiv |(nl)jm_j\rangle$, εννοούμε $R_{nlj}(r)[Y_l(\Omega_r) \otimes \chi_{1/2}]_{m_j}^j$ και το $\chi_{1/2}$ είναι ο σπίνορ Pauli. Σημειώνουμε ότι για τον αρμονικό ταλαντωτή ισχύει $R_{nlj}(r) = R_{nl}(r)$. Στην παρούσα εργασία, έχουμε υιοθετήσει τη σύμβαση των μονοσωματιδιακών καταστάσεων: $0s_{1/2}, 0p_{3/2}, 0p_{1/2}, \dots$



Παράρτημα Δ

Στη μέθοδό μας, για να πάρουμε τις τελικές αθροίσεις πάνω στον κύριο κβαντικό αριθμό του αρμονικού ταλαντωτή, γίνεται πολλαπλή εφαρμογή των παρακάτω σχέσεων μεταξύ πεπερασμένων αθροισμάτων (ή σειρών). Τις σχέσεις αυτές μπορεί κανείς σχετικά εύκολα να επαληθεύσει.

1. Αντιστροφή δύο εξαρτημένων αθροισμάτων (ή σειρών).

$$\sum_{\kappa_1=0}^n \sum_{\kappa=0}^{\kappa_1+m} c_{\kappa_1}^{\kappa} x^{\kappa} = \sum_{\kappa=0}^{n+m} \sum_{\kappa_1=\lambda}^n c_{\kappa_1}^{\kappa} x^{\kappa} = \sum_{\kappa=0}^{n+m} d_{\kappa} x^{\kappa} \quad (8.79)$$

όπου κ, n, κ_1, m ακέραιοι αριθμοί και

$$d_{\kappa} = \sum_{\kappa_1=\lambda}^n c_{\kappa_1}^{\kappa}$$

$$\lambda = \begin{cases} 0, & \kappa - m \leq 0 \\ \kappa - m, & \kappa - m > 0 \end{cases} \quad (8.80)$$

Η σχέση (8.79) μετατρέπει ένα διπλό άθροισμα σε απλό.

2. Πολλαπλασιασμός πεπερασμένων αθροισμάτων (ή σειρών).

Για τον πολλαπλασιασμό των πεπερασμένων αθροισμάτων της ίδιας μεταβλητής (x) ισχύει

$$\sum_{m_1=0}^{n_1} a_{m_1} x^{m_1} \sum_{m_2=0}^{n_2} b_{m_2} x^{m_2} = \sum_{\kappa=0}^{n_1+n_2} c_{\kappa} x^{\kappa} \quad (8.81)$$

όπου

$$c_{\kappa} = \sum_{\lambda=0}^{\kappa} a_{\lambda} b_{\kappa-\lambda} \quad (8.82)$$

και

$$a_{\mu} = \begin{cases} a_{\mu}, & \mu = 0, 1, \dots, n_1 \\ 0, & n_1 < \mu < n_1 + n_2 \end{cases}, \quad b_{\nu} = \begin{cases} b_{\nu}, & \nu = 0, 1, \dots, n_2 \\ 0, & n_2 < \nu < n_1 + n_2 \end{cases}$$

Ο δείκτης του αθροίσματος της Εξς. (8.82) εξαρτάται από τον δείκτη αθροίσεως στο δεύτερο μέλος της Εξς. (8.81).

Παράδειγμα: Οι συντελεστές $\varepsilon_{\mu}^L(n_1 l_1 n_2 l_2)$.

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις που ορίστηκαν στο Κεφάλαιο 4 βρίσκουμε

$$\varepsilon_{\mu}^L(n_1 l_1 n_2 l_2) = G \frac{\pi^{1/2}}{2} \sum_{m_1=\lambda_1}^{n_1} \sum_{m_2=\lambda_2}^{n_2} n! \Lambda_{m_1}(n_1 l_1) \Lambda_{m_2}(n_2 l_2) \Lambda_{\mu}(nL), \quad (8.83)$$



με

$$G = b^3 N_{n_1 l_1} N_{n_2 l_2} / 2$$

και

$$n = m_1 + m_2 + (l_1 + l_2 - L) / 2.$$

(Ο N_{nl} ορίστηκε στο Παράρτημα Γ, Εξ. (8.76)). Οι δείκτες λ_1, λ_2 της Εξ. (8.83) ορίζονται ως εξής

$$\lambda_1 = \begin{cases} 0, & \mu - n_2 - \alpha \leq 0 \\ \mu - n_2 - \alpha, & \mu - n_2 - \alpha > 0 \end{cases}$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} 0, & \mu - m_1 - \alpha \leq 0 \\ \mu - m_1 - \alpha, & \mu - m_1 - \alpha > 0 \end{cases}$$

3. Στο πρόσφατο βιβλίο τους, οι Moshinsky και Smirnov [4] χρησιμοποιούν τον παρακάτω φορμαλισμό για τα ακτινικά ολοκληρώματα

$$\begin{aligned} \langle n'l' | f(r) | nl \rangle &= \sum_{k=0}^n \sum_{k'=0}^{n'} \alpha_{nlk} \alpha_{n'l'k'} \int_0^\infty r^{2k+2k'+l+l'} f(r) e^{-r^2} r^2 dr \\ &= \sum_m \sum_k \alpha_{nlm} \alpha_{n'l'm-k-\frac{1}{2}(l+l')} \int_0^\infty r^{2m+2} f(r) r^2 dr \\ &\equiv \sum_m B(n'l', nl, m) I_m \end{aligned} \quad (8.84)$$

όπου

$$m \equiv \frac{1}{2}(2k + 2k' + l + l')$$

με $\frac{1}{2}(l+l') \leq m \leq \frac{1}{2}(l+l') + n + n'$ και οι γεωμετρικοί παράγοντες $B(n'l', nl, m)$ είναι γνωστοί σαν συντελεστές Brody-Moshinsky (Brody-Moshinsky coefficients) [14]. Οι συντελεστές αυτοί ορίζονται από τη σχέση

$$B(n'l', nl, m) \equiv \frac{1}{2} \Gamma(m + \frac{3}{2}) \sum_k \alpha_{nlm} \alpha_{n'l'm-k-\frac{1}{2}(l+l')} \quad (8.85)$$

Στην Εξ. (8.84) I_m είναι τα ολοκληρώματα Talmi που ορίζονται από

$$I_m \equiv \frac{2}{\Gamma(m + \frac{3}{2})} \int_0^\infty r^{2m+2} f(r) e^{-r^2} dr. \quad (8.86)$$

Η κανονικοποίηση στην προηγούμενη έκφραση επιλέγεται έτσι ώστε για $f(r) = 1$, και $n' = n, l' = l$ να ισχύει $I_m = 1$.



Βιβλιογραφία

- [1] R.J. Blin-Stoyle, *Fundamental Interactions and the Nucleus*, (North-Holland-American Elsevier, 1973).
- [2] J.D. Walecka, *Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics*, Oxford Univ. Press, 1995.
- [3] A. De Shalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics, Vol. I*, (Wiley and Sons, New York, 1974).
- [4] M. Moshinsky and Y.F. Smirnov, "The Harmonic Oscillator in Modern Physics", *Cont. Conc. in Physics, Vol. 9*, Harwood Acad. Pub. GmbH, Amsterdam, 1996.
- [5] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, (Springer, New York 1980).
- [6] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear structure, vol I*, (Benjamin, New York 1969).
- [7] A.R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, (Princeton Univ. Press, 1985).
- [8] A.L. Fetter and J.D. Walecka, *Quantum Theory of Many-particle Systems*, (McCraw-Hill, New York 1971).
- [9] W.F. Hornyak, *Nuclear Structure*, (Acad. Press, New York 1975).
- [10] D.J. Rowe, *Nuclear Collective Motion, Models and Theory*, (Methuen and Co.LTD, London 1970).
- [11] F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*, (Wiley, 1991).
- [12] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, (Wiley, New York 1984).
- [13] A. Faessler, T.S. Kosmas, G.K. Leontaris (Eds.), *Symmetries in Intermediate and High Energy Physics*, (Springer-Verlag, 2000).



- [14] Moshinsky and Brody, Tables of Transformation Brackets (Gordon and Breach, N.Y., 1967).
- [15] I. Gradshteyn and I. Ryzhik, Tables of Integrals Series and Products, (Academic Press, 1965).
- [16] D. D. Clayton, Principles of stellar evolution and nucleosynthesis, The University of Chicago Press, Chicago, USA, 1983.
- [17] De Forest and Walecka, Adv. Nucl. Phys. **15**(57) (1966) 1.
- [18] J.D. Walecka, Semileptonic Weak Interactions in Nuclei, in Muon Physics Vol. II, eds V. W. Hughes and C.S. Wu, Academic Press, N.Y. (1975).
- [19] T.W. Donnelly and R.D. Peccei, Phys. Rep. **50** (1979) 1 .
- [20] B. Frois and C.N. Papanicolas, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **37** (1987),133.
- [21] M.S. Musolf, et al., Phys. Rep. **239** (1994) 1.
- [22] J. Suhonen and O. Civitarese, Phys. Rep. **300** (1998) 123.
- [23] J. Rapaport et al., Phys. Rev. Lett. **47**, 1518 (1981); **54**, 2325 (1985); D. Krofcheck et al., ibid. **55**, 1051 (1985); Phys. Lett. **B 189**, 299 (1987); Yu. S. Lutostansky and N. B. Skulgina, Phys. Rev. Lett. **67**, 430 (1991).
- [24] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, HNPS Advances in Nuclear Physics, Proc. 6th Hellenic Symp. on Nucl. Phys., Piraeus May 26-27, 1995, Edit. C.N. Panos, Makedonian Publications, Athens, (1996), p. 23.
- [25] E. Kolbe and T.S. Kosmas, Springer Trac. Mod. Phys., **163** (2000) 199.
- [26] J.D. Vergados, Phys. Rep. **361** (2002) 1.
- [27] K. Holinde, Phys. Reports **68** (1981) 121.
- [28] H. Ejiri, Phys. Reports **338** (2000) 265.
- [29] E. Fermi, Ric. Sci. **2** (1933) part 12; Zeit. f. Physik **88** (1934) 161.
- [30] W. Pauli, Proc. Solvay Congress, Brussels (1933).
- [31] C.S. Wu, "The Neutrino", in Theoretical Physics in the Twentieth Century, Edt. M. Fierz and V.F. Weisskopf, Interscience Publishers, London (1960).
- [32] R.P. Feynman, and M. Gell-Mann, Phys. Rev. **109** (1958) 193.
- [33] J.S. Connell, T.W. Donnelly and J.D. Walecka, Phys.Rev. **C 6**(1972) 719.



- [34] T.W. Donnelly and J.D. Walecka, Nucl. Phys. **A201** (1973) 81 ; *ibid* **A 274** (1976) 368.
- [35] S.L. Glashow, Nucl. Phys. **22** (1961) 579; S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. (1967) 264; A. Salam, in: Elementary Particle Theory: Relativistic Groups and Analyticity (Nobel Symposium No. 8), ed. N. Svartholm (Almqvist and Wiksels, Stockholm, 1967) p. 367.
- [36] S.L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Phys. Rev. **D 2** (1970) 1285.
- [37] H. Georgi, S.L. Glashow. Phys. Rev. Lett. **32** 438 (1974).
- [38] H. Überall, Phys. Rev. **126** (1962) 876.
- [39] H. Überall, Phys. Rev. **137** (1965) B502.
- [40] F.J. Kelly and H. Überall, Phys. Rev. **158** (1967) 987.
- [41] F.J. Kelly and H. Überall, Phys. Rev. **C5** (1972) 1432.
- [42] I.E. Lagaris, V.R. Pandharipande, Nucl. Phys. **A359** (1981) 331; **A359** (1981) 349.
- [43] N. Auerbach, N. Van Giai, and O.K. Vorov, Phys. Rev. **C 56** (1998) 2368.
- [44] C. Volpe, N. Auerbach, G. Colo, T. Suzuki and N. van Giai, Phys. Rev. **C 62** (2000) 015501 ; Phys. Atom. Nucl. **64** (2001) 1165 .
- [45] N. Auerbach *et al*, Phys. Rev. **C 56** (1997) R2368 ; Nucl. Phys. **A 687** (2001) 289 .
- [46] C. Volpe, N. Auerbach, G. Colo, and N. Van Giai, **nucl-th/0103039**.
- [47] T. Kuramoto, M. Fucugita, Y. Kohyama and K. Kubodera, Nucl. Phys. **A512** (1990) 711.
- [48] K. Kubodera, S. Nozama, Int. J. Mod. Phys. **E, 3** (1994) 101.
- [49] H. De Vries, C.W. De Jager and C. De Vries, At. Data Nucl. Data Tables, **36** (1987) 495 .
- [50] C.Piller *et al* Phys. Rev. **C 42** (1990) 182.
- [51] L.A. Schaller, Z. Phys. **C 56** (1992) S48.
- [52] C. Garcia-Recio, J. Nieves, and E. Oset, Nucl. Phys. **A547**, (1992) 473.
- [53] H.C. Chiang, E. Oset, T.S. Kosmas, A. Faessler, and J.D. Vergados, Nucl. Phys. **A559** (1993) 526.



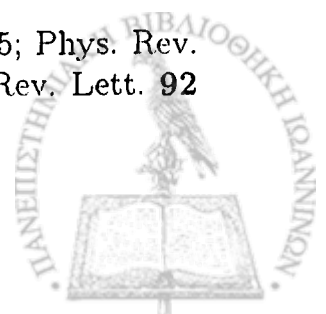
- [54] S.K. Singh and E. Oset, Nucl. Phys. **A542** (1992) 587; Phys. Rev. C **48** (1993) 1246.
- [55] T.S. Kosmas and E. Oset, Phys. Rev. C **53** (1996) 1409 .
- [56] S.K. Singh, Nimai C. Mukhopadhyay, and E. Oset, Phys. Rev. C **57** (1998) 2687.
- [57] J. Nieves, J. E. Amaro, M. Valverde, and E. Oset, nucl-th/0503023v1 (2005).
- [58] H. Primakoff, Rev. Mod. Phys. **31** (1959) 802; B. Goulard and H. Primakoff, Phys. Rev. C **10** (1974) 2034.
- [59] J.S. Bell and C.H. Llewellyn Smith, Nucl. Phys. **B28** (1971) 317 .
- [60] S.L. Mintz and M. Pourkaviani, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. **20** (1994) 925; Nucl. Phys. **A584** (1995) 665 ; *ibid* **A594** (1995) 346.
- [61] E. Caurier, F. Nowaki, A. Poves, and J. Retamosa, Phys. Rev. Lett. **77** (1996) 1954; E. Caurier, F. Nowacki , A. Poves, Nucl.Phys. **A693** (2001) 374; E. Caurier, M. Rejmund, H. Grawe, Phys.Rev.C **67** (2003) 054310.
- [62] C.H. Ching and E. Oset, Phys. Lett. B **282** (1991) 239.
- [63] D.J. Rowe, Rev. Mod. Phys. **40** (1968) 153.
- [64] T. S. Kosmas, J.D. Vergados, O. Civitarese and A. Faessler, Nucl. Phys. A **570** (1994) 637.
- [65] H. Esbensen, G.F. Bertch, Phys. Lett. B **359** (1995) 13.
- [66] Y. Tanaka, Y. Oda, F. Petrovich and R.K. Sheline, Phys. Lett. B **83** (1979) 279.
- [67] J. Suhonen, T. Taigel, and A. Faessler, Nucl. Phys. **A486** (1988) 91.
- [68] V.G. Soloviev, Sov. J. Part. Nucl. Phys. **2** (1978) 343.
- [69] S. Gales, Ch. Stoyanov and A.I. Vdovin, Phys. Rep. **166** (1988) 125 .
- [70] J. Suhonen, Nucl. Phys. **A563** (1993) 205.
- [71] J. Toivanen and J. Suhonen, J. Phys. G **21** (1995) 1495.
- [72] J. Toivanen and J. Suhonen, Phys. Rev. Lett. **75** (1995) 410.
- [73] J. Suhonen, J. Toivanen, A. Holt, T. Engeland, E. Osnes, M. Hjorth-Jensen, Nucl. Phys. **A628** (1998) 41 .



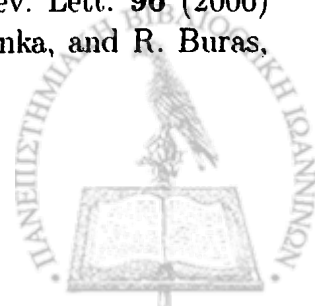
- [74] E. Holmlud, M. Kortelainen, T.S. Kosmas, J. Suhonen, J. Toivanen, Phys. Lett. **B584** (2004) 31 .
- [75] M. Kortelainen, J. Suhonen, J. Toivanen, and T.S. Kosmas, Czech. J. Phys. **56** (2006) 467.
- [76] J. Suhonen and G. Lhersonneau, Phys. Rev. C **64** (2001) 014315.
- [77] J. Suhonen, S.B. Khadkikar, A. Faessler, Phys. Lett. B **237** (1990) 8; Nucl. Phys. A **529** (1991) 727.
- [78] S. Furui, A. Faessler, S.B. Khadkikar, Nucl. Phys. A **424** (1984) 495 .
- [79] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, Phys. Lett. B **215** (1988) 460; *ibid* **217** (1989) 19; Nucl. Phys. A **510** (1990) 641.
- [80] J. Suhonen, S.B. Khadkikar and A. Faessler, Nucl. Phys. A **529** (1991) 727; *ibid* A **535** (1991) 509.
- [81] H. Horie and K. Sasaki, Prog. Th. Phys. **25** (1961) 475.
- [82] C. Barbero, F. Krmpotic and D. Tabic, Nucl. Phys. A **628** (1998) 170.
- [83] C. Barbero, F. Krmpotic, A. Mariano and D. Tabic, Nucl. Phys. A **650** (1999) 485.
- [84] A. Faessler, Prog. Part. Nucl. Phys. **57** (2006) 162 .
- [85] M. Doi, T. Kotani, E. Takasugi, Prog. Theor. Phys. **69** (1983) 1 .
- [86] V. Chasioti and T.S. Kosmas, Czech. J. Phys. **52** (2002) 467.
- [87] V.Ch. Chasioti and T.S. Kosmas, nucl-th/0202062.
- [88] T.W. Donnelly and W.C. Haxton, At. Data Nucl. Data Tabl. **23** (1979) 103.
- [89] T.W. Donnelly and W.C. Haxton, At. Data Nucl. Data Tabl. **25** (1980) 1.
- [90] A. Faessler, Prog. Part. Nucl. Phys. **21**, 183 (1988).
- [91] J. Suhonen, O. Civitarese, Phys. Lett. B **312** (1993) 367.
- [92] J.L. Friar, Nucl. Phys. **87** (1966) 407.
- [93] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, P. von Neumann-Cosel, and A. Richter, Phys. Rev. Lett. **93** (2004) 202501 .
- [94] A. Juodagalvis, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, W.R. Hix, D.J. Dean and J.M. Sampaio, Nucl. Phys. A **747** (2005) 87 .



- [95] P. Papakonstantinou, T.S. Kosmas, J. Wambach and A. Faessler, Phys. Rev. C **73** (2006) 035502.
- [96] N. Jachowicz *et al*, Phys. Rev. C **59** (1999) 3246; N. Jachowicz, K. Heyde, and S. Rombouts, Nucl. Phys. A **688** (2001) 593.
- [97] E. Kolbe, K. Langanke and S. Krewald, Phys. Rev. C **49** (1994) 1122; E. Kolbe, Phys. Rev. C **54** (1996) 1741 .
- [98] E. Kolbe, K. Langanke, S. Krewald and F.K. Thielemann, Nucl. Phys. A **540** (1992) 599.
- [99] E. Kolbe, K. Langanke, S. Krewald and F.K. Thielemann, Phys. Rep. **227** (1993) 37.
- [100] Antonio Botrugno, Giampaolo Co' Nucl. Phys. A **761** (2005) 200.
- [101] J.N. Bahcall, K. Kubodera, and S. Nozawa, Phys. Rev. D **38** (1988) 1030.
- [102] T.A. Brody *et al*, Nucl. Phys. **17**, (1960) 16; see also [14].
- [103] M. G. Mayer, Phys. Rev. **75** (1949) 1969; **78** (1950) 16.
- [104] Haxel, Jensen and Suess, Phys. Rev. **75** (1949) 1766; Z. Phys. **128** (1950) 295.
- [105] M. Baranger, Phys. Rev. **120** (1960) 957.
- [106] J. Engel, S. Pittel and P. Vogel, Phys. Rev. Lett. **67** (1991) 426.
- [107] E. Kolbe and K. Langanke, Phys. Rev. C **63** (2001) 025802.
- [108] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, Phys. Rev. D **55** (1997) 1752 .
- [109] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, Nucl. Phys. A **536**, 72 (1992).
- [110] V.Ch. Chasioti and T.S. Kosmas, Nucl. Phys. A., to be submitted.
- [111] M.E. Rose, R.K. Osborn, Phys. Rev. **93** (1954) 1315.
- [112] J. Toivanen, E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo and P. Vogel, Nucl. Phys. A **694** (2001) 395 .
- [113] P.C. Divari, J.D. Vergados, T.S. Kosmas and L.D. Skouras, Phys. Rev. C **61** 054612.
- [114] T.S. Kosmas, Z. Ren and A. Faessler, Nucl. Phys. A **665** (2000) 183.
- [115] The SNO Collaboration, nucl-ex/0610020; ApJ **653**, (2006) 1545; Phys. Rev. C **72** (2005), 055502; Phys. Rev. D **70** (2004), 093014; Phys. Rev. Lett. **92** (2004), 181301; Phys. Rev. Lett. **92** (2004), 102004.



- [116] R. Rosenfelder, Nucl. Phys. A **290** (1977) 315; *ibid* **298** (1978) 397.
- [117] C.L. Cowan, F. Reines, F.B. Harisson, H.W. Kruse, A.D. Mc Guire, Science **124** (1956) 103.
- [118] K. Langanke, P. Vogel and E. Kolbe, Phys. Rev. Lett. **76** (1996) 26291.
- [119] M.Th. Keil, G.G. Raffelt and Hans-Thomas Janka, Astrophys. J. **590** (2003) 971.
- [120] R. Tomàs, D. Semikoz, G.G. Raffelt, M. Kachelrieß and A.S. Dighe, Phys. Rev. D **68** (2003) 093013.
- [121] C. Haxton, Phys. Rev. D **36**,(1987) 2283.
- [122] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, Phys. Rev. D **66** (2002) 013007.
- [123] E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo and P. Vogel, J. Phys. G **29** (2003) 2569.
- [124] H. Junde, Nucl. Data Sheets. **86** (1999) 315.
- [125] T.S. Kosmas, Nucl. Phys. A**683** (2001) 443; NIM Phys. Res. A **503** (2003) 247, nucl-th/0108045.
- [126] T.S. Kosmas, Prog. Part. Nucl. Phys. **48** (2002) 307.
- [127] J. Schwieger, T.S. Kosmas, and A. Faessler, Phys. Lett. B **443** (1998) 7.
- [128] J. Schwieger, A. Faessler, and T.S. Kosmas, Phys. Rev. C **56** (1997) 2830.
- [129] D.R. Bes and O. Civitarese, Phys. Rev. C **63**, 044323 (2001).
- [130] T.S. Kosmas and I.E. Lagaris, J. of Phys. G **28** (2002) 2907.
- [131] V. Rodin and A. Faessler, Phys. Rev. C **66** (2002) 051303(R).
- [132] Krzysztof M. Graczyk, Nucl. Phys. A **748** (2005) 313.
- [133] E. Kolbe and K. Langanke, Phys. Rev. C **63** (2001) 025802.
- [134] G. Evan, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A **314** (1992) 372; SNO Collaboration, Phys. Can. **48** (1992) 112.
- [135] K. Langanke, private communication (2006).
- [136] C. Fröhlich, G. Martinez-Pinedo, M. Liebendörfer, F.-K. Thielemann, E. Bravo, W. R. Hix, K. Langanke, and N. T. Zinner, Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 142502; J. Pruet, R. D. Hoffman, S. E. Woosley, H. T. Janka, and R. Buras, Astrophys. J. **644** (2006) 1028.



- [137] S.E. Woosley, D.H. Hartmann, R.D. Hofman, and W.C. Haxton, *Astrophys. J* **356**,272 (1990); W.C. Haxton, *Nucl. Phys. A* **533** (1993) 397c.
- [138] W.M. Alberico, M.B. Barbaro, S.M. Bilenky, J.A. Caballero, C. Giunti, C. Maieron, E. Moya de Guerra, and J.M. Udias, *Nucl.Phys. A* **623** (1997) 471 .
- [139] H. Kim, J. Piekarewicz, and C.J. Horowitz, *Phys. Rev. C* **51** (1994) 2739.
- [140] H. Ejiri, J. Engel, N. Kudomi, *Phys. Lett. B* **530** (2002) 27.
- [141] H. Ejiri, *Nucl. Instrum. Meth. A* **503** (2003) 276.
- [142] R. Hazama et al., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **138** (2005) 102.
- [143] M. Nomachi et al., *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **138** (2005) 221 .
- [144] J. Morfin, M. Sakuda, Y. Suzuki (Eds), *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **112**, (2002); F. Cavanna, C. Keppel, P. Lipari, M. Sakuda (Eds) *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **139**, (2005).
- [145] F. Cavanna, M.L. Constantini, O. Palamara, F. Vissani, *Surveys High Energy Phys.* **19** (2004) 35.
- [146] G. Fiorentini, F. Mantovani, B. Ricci, *Phys. Lett. B* **557** (2003) 139; F. Mantovani, L. Carminiani, G. Fiorentini, M. Lissia, *Phys. Rev. D.* **69** (2004) 013001.
- [147] G.T. Carvey, S. Krewald, E. Kolbe, K. Langanke, *Phys. Lett. B* **289** (1992) 249; G.T. Carvey, E. Kolbe, K. Langanke, S. Krewald, *Phys. Rev. C* **48** (1993) 1919.
- [148] W.M. Alberico, S.M. Bilenky, C. Maieron, *Phys. Rep.* **358** (2002) 265.
- [149] M. Hashimoto, *Prog. theor. Phys.* **94** (1995) 663.
- [150] A. Ereditato, A. Rubbia, *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* **154** 2006 163.
- [151] J.A. Cameron and B. Singh, *Nucl. Data Sheets.* **102** (2004) 293.
- [152] H. Ejiri, J. Engel, N. Kudomi, *Phys. Lett. B* **530** (2002) 27; R. Hazama *et al*, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)* **138** (2005) 102.
- [153] B. Singh and Z. Hu, *Nucl. Data Sheets.* **98** (2003) 335.
- [154] A. Drukier and L. Stodolsky, *Phys. Rev. D* **30** (1984) 2295.
- [155] D.Z. Freedman, *Phys. Rev. D* **9** (1974) 1389.
- [156] B. Cabrera, L.M. Krauss and F. Wilczek *Pys. Rev. Lett.* **55** (1985) 25.
- [157] C.J. Martoff, *Science* **237** (1987) 507.



- [158] G.A. Lalazissis and C.P. Panos, Phys. Rev. C 51, 1247 (1995).
- [159] T.W. Donnelly, D. Hitlin, M. Schartz, J.D. Walecka, and S.J. Wiesner, Phys. Lett. 49B (1974) 8.
- [160] R.S. Raghavan, S. Pakvasa, and B.A. Brown, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 1801.
- [161] G. Aardsma, et al., Phys. Lett. B194 (1987) 321.
- [162] V.Ch. Chasioti, T.S. Kosmas and P.C. Divari, Prog. Part. Nucl. Phys. 59 (2007).
- [163] V.Ch. Chasioti, T.S. Kosmas and P.C. Divari, Proc. of the 16th Hellenic Symposium on Nuclear Physic, (2007) 249.
- [164] V.Ch. Chasioti, T.S. Kosmas and P.C. Divari, AIP Conf.Proc. 942 (2007) 52.
- [165] "Neutrino-Nucleus Interactions at Low and Intermediate Neutrino-Energies", V.Ch. Chasioti, T.S. Kosmas and P.C. Divari, Am.J. Phys., to appear.
- [166] V.Ch. Chasioti, T.S. Kosmas and P.C. Divari, Nucl. Phys. A, to be submitted.

