

Μηαρωχισαί. ✓

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ**  
Τμήμα Φυσικής

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ :**  
«Νέες Τεχνολογίες και Έρευνα στη Διδακτική της  
Φυσικής»

Μεταπτυχιακή εργασία Ειδίκευσης με θέμα:  
« Εικονικά Παιδαγωγικά Πειράματα Μηχανικής»

Τσούλος Γεώργιος

Επιβλέπων καθηγητής: Γεώργιος Ευαγγελάκης

Νοέμβριος 2004



ΒΙΒΛΙΟΘΗΚΗ  
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ



026000321002



## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος.....	4
1. Εισαγωγή.....	5
2. Νέες τεχνολογίες και εκπαίδευση.....	8
2.1 Ιστορική αναδρομή.....	8
2.2 Ο ρόλος του υπολογιστή στο σχολείο.....	11
2.2.1 Επικοινωνία της γνώσης και νέες τεχνολογίες.....	11
2.2.2 Μάθηση και νέες τεχνολογίες.....	12
3. Συστήματα προσομοιώσεων.....	14
3.1.1 Εισαγωγή.....	14
3.1.2 Η έννοια της προσομοίωσης.....	15
3.2 Κατηγορίες προσομοιώσεων.....	16
3.2.1 Προσομοιώσεις Εργαστηρίων Φυσικής.....	17
3.2.2 Προσομοιώσεις Φυσικών Μοντέλων.....	18
3.2.3 Τα Physlets.....	18
3.2.4 Το περιβάλλον Interactive Physics.....	19
3.3 Οι προσομοιώσεις ως εργαλείο εκπαιδευτικής έρευνας.....	19
3.4 Μάθηση και λογισμικά προσομοιώσεων.....	20
3.4.1 Κονστрукτιβιστική προσέγγιση.....	20
3.4.2 Επίπεδα και στόχοι μάθησης.....	21
3.5 Η διδασκαλία της φυσικής με προσομοιώσεις.....	22
3.5.1 Μπριξβιοριστική προσέγγιση.....	22
3.5.2 Οι αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας.....	22
3.6 Τα υπέρ και τα κατά των προσομοιώσεων.....	23
3.6.1 Τα πλεονεκτήματα.....	23
3.6.2 Τα αδύνατα σημεία.....	24
4. Η παρούσα εργασία.....	26
4.1 Μονοδιάστατη κίνηση.....	26
4.1.1 Ευθύγραμμη κίνηση.....	26
4.1.2 Σχετική ταχύτητα.....	27
4.1.2α Κίνηση σε ευθεία.....	27
4.1.2β Κίνηση στο επίπεδο ή στο χώρο.....	28
4.2 Διοδιάστατη κίνηση.....	30
4.2.1 Πλάγια βολή.....	31
4.2.2 Ομαλή κυκλική κίνηση.....	34
4.2.2α Δυναμική στην ομαλή κυκλική κίνηση.....	35
4.2.2β Το μοντέλο του λούνα-παρκ.....	36
4.3 Δυναμική του σωματίου.....	37
4.3.1 Κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο.....	38
4.3.2 Κίνηση σε αεροτροχιά.....	39
4.4 Ορμή-Κρούσεις- Πύραυλοι.....	41
4.4.1 Μετωπική κρούση.....	42
4.4.2 Διοδιάστατη κρούση.....	43
4.4.3 Πλαστική κρούση.....	45

4.4.4 Ο πύραυλος.....	46
4.5 Έργο και ενέργεια.....	48
4.5.1 Υπολογισμός του έργου σταθερής δύναμης.....	50
4.5.2 Έργο ελατηρίου, ανακύκλωση και κεκλιμένο επίπεδο.....	50
4.6 Διατήρηση της ενέργειας.....	52
4.6.1 Βαλλιστικό εκκρεμές.....	54
4.6.2 Πτώση σώματος σε ελατήριο.....	55
4.6.3 Μετακίνηση σώματος σε ημισφαιρικό θόλο.....	58
4.6.3α Μετακίνηση χωρίς τριβή.....	58
4.6.3β Μετακίνηση με τριβή.....	58
4.6.4 Η ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή.....	60
4.7 Κινηματική της περιστροφής.....	61
4.7.1 Υπολογισμός της ροπής αδράνειας ενός δίσκου.....	62
4.7.2 Κύλιση σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο.....	64
4.7.2α Κύλιση δίχως ολίσθηση.....	64
4.7.2β Κύλιση με ολίσθηση.....	65
4.8 Δυναμική της στροφικής κίνησης.....	66
4.8.1 Υπολογισμός ροπής δύναμης.....	68
4.8.2 Ανελαστική κρούση βλήματος-δίσκου.....	69
4.8.3 Προσκόλληση δύο περιστρεφόμενων δίσκων.....	71
4.8.4 Η επαπτομενική επαφή δύο περιστρεφόμενων δίσκων.....	73
4.8.5 Παπνάροντας στον πάγο.....	74
4.9 Ισορροπία στερεού και ελαστικότητα.....	76
4.9.1 Στατική διαδικασία για τη σταθερά ελατηρίου.....	77
4.9.2 Δυναμική διαδικασία για τη σταθερά ελατηρίου.....	78
4.9.3 Ισορροπία μοχλού.....	80
4.9.4 Μέτρο ελαστικότητας χορδής.....	81
4.9.5 Μέτρο ελαστικότητας δοκού.....	82
4.10 Βαρύτητα.....	83
4.10.1 Ο δεύτερος νόμος του Κέπλερ.....	85
4.10.2 Εκτόξευση βλήματος από μεγάλο ύψος.....	86
4.10.3 Το πλανητικό μας σύστημα.....	88
4.11 Ταλαντώσεις.....	89
4.11.1 Αρμονικός ταλαντωτής.....	90
4.11.2 Απλό εκκρεμές.....	91
4.11.3 Σύζευξη ταλαντώσεων.....	92
4.12 Μηχανική των ρευστών.....	93
4.12.1 Υδροστατική πίεση.....	94
4.12.2 Μέτρηση της άνωσης.....	95
5. Συμπεράσματα.....	97
Βιβλιογραφία.....	98

## Πρόλογος

Η παρούσα εργασία αποτελεί μια συλλογή εικονικών πειραμάτων, που στοχεύουν στην επίδειξη θεμάτων της κλασσικής μηχανικής. Η συγκέντρωσή τους έγινε, ύστερα από έρευνα στο διαδίκτυο, με επιλογή των πιο αντιπροσωπευτικών και διδακτικών πειραμάτων. Απευθύνεται κυρίως σε καθηγητές που διδάσκουν στη Γ' Γυμνασίου και στο Λύκειο, στους μαθητές αυτών των τάξεων, αλλά και σε οποιοδήποτε άλλον ενδιαφέρεται για τις προσομοιώσεις της Φυσικής. Ο καθένας μπορεί να δει και να μελετήσει τα πειράματα αυτά στην ιστοσελίδα:

<http://newpc114.cs.uoi.gr/diplomatiki/>

Για την περάτωση της εργασίας, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα αναπληρωτή καθηγητή κ. Γ. Ευαγγελάκη, για τη συνεχή του καθοδήγηση και την αμέριστη συμπαράστασή του. Επίσης θα ήθελα να ευχαριστήσω τον υποψήφιο διδάκτορα του τμήματος πληροφορικής κ. Ι. Τσούλο, για την καθοριστική του συμβολή κυρίως σε τεχνικά προβλήματα υλοποίησης, που αφορούν τις γλώσσες HTML και JAVA.

# 1. Εισαγωγή

Στην εποχή μας, η διδασκαλία της φυσικής σε σχολικό επίπεδο, βρίσκεται μπροστά σε ένα δίλημμα. Από τη μια η παραδοσιακή διδασκαλία που επιμένει να κρατά τη θέση της και από την άλλη οι νέες τεχνολογίες που άρχισαν να εντάσσονται στο σύστημα εκπαίδευσης. Θεωρούμε δεδομένη την επικράτηση της δεύτερης στο άμεσο μέλλον για τους εξής λόγους:

α) Η παγκοσμιοποίηση και οι απαιτήσεις της αγοράς εργασίας επιβάλλουν νέους σκοπούς και στόχους στη διδασκαλία των φυσικών επιστημών. Σε αυτούς τους σκοπούς συμπεριλαμβάνεται και η σύνδεση της εκπαίδευσης με την τεχνολογία.

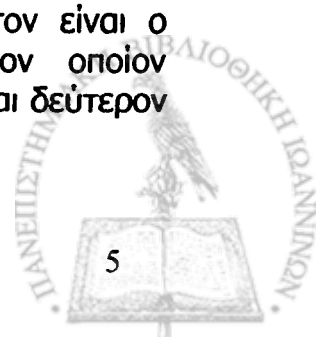
β) Νέες θεωρίες για τη μάθηση εκπορεύονται από τη γνωστική επιστήμη και γίνεται προσπάθεια να αξιοποιηθούν στη διδασκαλία και στο σχεδιασμό των αναλυτικών προγραμμάτων.

Πάντως, τα γνωστά προβλήματα της διδασκαλίας ( παρανοήσεις των μαθητών, δυσκολία στην επίλυση ασκήσεων, πληθώρα νέας ύλης, φοβία για τη φυσική, κ.α.) παραμένουν και αναμένουν τη λύση τους.

Εκμεταλλευόμενοι λοιπόν τις νέες τεχνολογίες και συγκεκριμένα την πληροφορική, τα λογισμικά των προσομοιώσεων για εκπαιδευτικούς σκοπούς, το διαδίκτυο και τη γλώσσα επισήμανσης κειμένου HTML, δημιουργήσαμε ένα ιστοχώρο με προσομοιώσεις σε Java, που καλύπτουν τη περιοχή της Μηχανικής και είναι διατυπωμένες στα Ελληνικά. Πρόκειται για μια οργανωμένη εργασία, η οποία κρίνουμε ότι θα συμβάλει στην επίτευξη ενός κοινού σκοπού, που δεν είναι άλλος από τη ευρύτερη μάθηση και κατανόηση των εννοιών της φυσικής.

Αποφασίσαμε να δημιουργήσουμε τον ιστοχώρο αυτόν επειδή καταρχήν θεωρούμε ότι οι προσομοιώσεις είναι ένα σύγχρονο μέσο διδασκαλίας και έπειτα, διότι θα ήταν χρήσιμο να υπάρχουν τοπικά εγκατεστημένες, να καλύπτουν συγκεκριμένο θεματικό τομέα της φυσικής ή την ύλη μιας τάξης Γυμνασίου-Λυκείου και να είναι στα Ελληνικά, ώστε να μπορεί ο χρήστης ανεξάρτητα από γνώσεις, τόπο και χρόνο να τις χρησιμοποιεί. Για να φθάσουμε βέβαια σ' αυτόν τον στόχο, ερευνήσαμε σχετικά στο διαδίκτυο στο οποίο υπάρχουν πάμπολλες προσομοιώσεις, αλλά ελάχιστες από αυτές είναι στην Ελληνική γλώσσα, αρκετές από αυτές δεν εκτελούνται καθόλου ή είναι δύσκολες στο χειρισμό και την κατανόησή τους, ενώ άλλες απαιτούν οικονομική συνδρομή για να επιτραπεί η εκτέλεσή τους. Έτσι, θέλοντας να καλύψουμε κατά το δυνατόν τα παραπάνω κενά, προχωρήσαμε στη συγκεκριμένη εργασία.

Επιλέξαμε τώρα να ασχοληθούμε με τη Μηχανική, διότι πρώτον είναι ο πρωταρχικός και ο βασικότερος κλάδος της Φυσικής, στον οποίον εμπεριέχονται οι βασικές έννοιες και αρχές της επιστήμης αυτής και δεύτερον



είναι η περιοχή της Φυσικής με την οποία σχετίζονται οι πρώτες εμπειρίες και επαφές των παιδιών, τόσο στο σχολείο όσο και στη καθημερινή ζωή.

Όπως φαίνεται από τα παραπάνω, η συλλογή αυτή των προσομοιώσεων Μηχανικής, μπορεί να αποτελέσει ένα χρήσιμο εργαλείο στα χέρια ενός «δάσκαλου» με όρεξη και διάθεση να προσφέρει στους μαθητές του, διότι κατά πρώτον δεν υπάρχει πλέον το πρόβλημα της γλώσσας και μπορεί ανά πάσα στιγμή να τις χρησιμοποιήσει και κατά δεύτερον επειδή σε κάθε ενότητα εμπεριέχονται τουλάχιστον δύο εφαρμογές, καλύπτοντας αρκετή ύλη.

Ας δούμε τώρα την οργάνωση του ιστοχώρου μας. Μπαίνοντας στην ηλεκτρονική μας διεύθυνση εμφανίζεται η κεντρική σελίδα η οποία περιέχει συνδέσμους που οδηγούν σε κάθε μία από τις δώδεκα ενότητες στις οποίες έχουμε χωρίσει τη μηχανική καθώς και στην εισαγωγή.

Ακόμα υπάρχει μια προτροπή στο χρήστη να εγκαταστήσει τη Java, αν δεν την έχει ήδη, για να εκτελούνται τα εικονικά πειράματα, όπως επίσης και να ενεργοποιήσει τη **javascript στο φυλομετρητή του**, προκειμένου να απεικονίζονται κατάλληλα οι σελίδες ανάλογα με την οθόνη που διαθέτει. Η Java διατίθεται δωρεάν από την εταιρεία Sun Microsystems στο site: <http://java.sun.com>

Επιλέγοντας στη συνέχεια τον επιθυμητό σύνδεσμο, ανοίγει η σελίδα της αντίστοιχης ενότητας η οποία είναι χωρισμένη σε δύο περιοχές (πίνακες). Το κεντρικό τμήμα περιέχει μια μικρή εισαγωγή στην ενότητα, ενώ αριστερά υπάρχει μια λίστα επιλογών με συνδέσμους που οδηγούν είτε στο αντίστοιχο θεωρητικό υπόβαθρο της μελετούμενης ενότητας, είτε στις εφαρμογές που εμπεριέχονται σε αυτή, είτε επιστροφή στην αρχική σελίδα.

Η κάθε εφαρμογή τώρα ξεκινά με το θεωρητικό υπόβαθρο του επιδεικνυόμενου πειράματος (1 ή 2 σελίδες) ενώ στο τέλος της σελίδας υπάρχουν σύνδεσμοι που οδηγούν σε επόμενη σελίδα ή επιστροφή στην ίδια ενότητα για επιλογή άλλης εφαρμογής ή επιστροφή πάλι στην αρχική σελίδα.

Σε κάθε Applet πάλι, υπάρχουν σύνδεσμοι που οδηγούν είτε στις οδηγίες εκτέλεσης, είτε στο κεφάλαιο που ανήκουν, είτε στην αρχική σελίδα, ενώ δεν παραλείψαμε να βάλουμε και τον κατασκευαστή του καθενός, για λόγους δεοντολογίας. Με την οργάνωση αυτή ο χρήστης δε χάνεται, αφού όποτε θελήσει επιστρέφει εκεί που ξεκίνησε.

Τι είναι όμως το Applet που αναφέραμε πιο πάνω; Είναι απλά ένα μικρό πρόγραμμα γραμμένο στην γλώσσα προγραμματισμού Java. Τα Applets μπορούν να ενσωματωθούν σε μια σελίδα HTML με τον ίδιο περίπου τρόπο που γίνεται αυτό για μια εικόνα. Όταν επισκεφθούμε μια σελίδα του διαδικτύου, στην οποία περιέχεται ο σχετικός κώδικας, το Applet μεταφέρεται στον υπολογιστή μας και εκτελείται όπως κάθε άλλο πρόγραμμα. Η μόνη απαίτηση για την διεκπεραίωση της διαδικασίας αυτής είναι η ύπαρξη του Java Virtual Machine (JVM) στον υπολογιστή μας, κάτι που δεν προβληματίζει ιδιαίτερα αφού η εγκατάστασή είναι αυτοματοποιημένη. Σε περίπτωση που αυτό δεν ισχύει γίνεται προτροπή του χρήστη να πάρει και να εγκαταστήσει από το δίκτυο ό,τι χρειάζεται.



Τελειώνοντας την εισαγωγή μας θα θέλαμε να κάνουμε και μια βιβλιογραφική ανασκόπηση. Επειδή όμως το θέμα των προσομοιώσεων είναι ταυτόσημο με τους υπολογιστές και κυρίως με το διαδίκτυο (Internet), κρίναμε σκόπιμο να παραθέσουμε μερικές ιστοσελίδες (site) στις οποίες υπάρχουν πάρα πολλές προσομοιώσεις από όλο τον κόσμο. Και αυτό είναι η μεγαλοσύνη του διαδικτύου. Φέρνει τη παγκόσμια βιβλιοθήκη στον υπολογιστή μας με μηδαμινό κόστος. Περιέχει εκατοντάδες χιλιάδες εκπαιδευτικά site, βιβλιοθήκες, Πανεπιστήμια, φορείς, μέσα από τους οποίους μπορούμε να αντλήσουμε πάρα πολλές πληροφορίες και ειδικότερα στην περίπτωση μας τις τόσες και τόσες προσομοιώσεις. Ας δούμε κάποιες από αυτές:

**1. <http://www.geocities.com/grphysics/>**

**Ελληνική πύλη στο χώρο της Φυσικής**

**2. <http://zebu.uoregon.edu/nsf/mo.html>**

**Συλλογή Applet από το Πανεπιστήμιο του Όρεγκον**

**3. <http://physics.uwstout.edu/physapplets/>:**

**Μεγάλη ποικιλία applet Φυσικής**

**4. <http://www.phys.hawaii.edu/~teb/optics/>:**

**Applet φυσικής από το Πανεπιστήμιο της Χαβάης**

**5. <http://www.phy.ntnu.edu.tu/iava/>:**

**Εφαρμογές Φυσικής και Μαθηματικών**

**6. <http://www.vast.org/vip/applets/home.htm>:**

**Σύνδεσμοι που οδηγούν σε θεματικές ενότητες Φυσικής**





## 2. Νέες τεχνολογίες και εκπαίδευση

### 2.1 Ιστορική αναδρομή

Η εισαγωγή διαφόρων μορφών τεχνολογίας στην εκπαίδευση είναι φαινόμενο πολλών δεκαετιών και αποκτά ευρεία έκταση κατά τις αρχές του 20<sup>ου</sup> αιώνα (Κόμης, 2004). Κατά την ένταξη αυτή των τεχνολογιών και της πληροφορικής στην πρωτοβάθμια και τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, μπορούμε να διακρίνουμε τέσσερα σημαντικά στάδια ή **φάσεις εισαγωγής** (Baron & Bruillard, 1996):

- Η περίοδος της **εκπαιδευτικής τεχνολογίας** και των διδακτικών μηχανών (πριν το 1970),
- η **πληροφορική προσέγγιση** (1970-1980),
- η **πληροφορική ως μέσο και ως αντικείμενο εκπαίδευσης** (1980-1989),
- **οι τεχνολογίες της πληροφορικής και των επικοινωνιών ως μέσο διδασκαλίας και μάθησης** (μετά το 1990).

#### Α' Φάση

Η πρώτη ή εισαγωγική φάση θεωρείται πρόδρομος όλων των σταδίων που σχετίζονται με την ένταξη των **Τεχνολογιών της Πληροφορικής και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ)** στην εκπαίδευση και χαρακτηρίζεται από την προσπάθεια εισαγωγής και ένταξης των διάφορων media και τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Ήδη από το τέλος του Πρώτου Παγκοσμίου Πολέμου αναπτύσσεται στις ΗΠΑ μια βιομηχανία παραγωγής εκπαιδευτικών ταινιών και ένα παιδαγωγικό ρεύμα με στόχο την «οπτική» κατάρτιση των μαθητών που πολύ γρήγορα μετατράπηκε σε «οπτικοακουστική» (Saettler, 1969). Γνώρισε μάλιστα ιδιαίτερη άνθιση αμέσως μετά το Δεύτερο Παγκόσμιο Πόλεμο, υπό την ώθηση της *συμπεριφοριστικής ψυχολογικής θεωρίας* ενώ συνεπικούρησαν σε αυτό η εμφάνιση της τηλεόρασης (μέσα από τις εφαρμογές της στην εκπαίδευση) και των υπολογιστών.

Στην Ευρώπη και ειδικότερα στη Γαλλία, ήδη από το τέλος του 19<sup>ου</sup> αιώνα παρατηρείται παραγωγή παιδαγωγικών μέσων (Perriault, 1989) τα οποία κάνουν χρήση των σύγχρονων τεχνολογιών εκείνης της εποχής (ραδιοφώνου αρχικά και κινηματογράφου αργότερα). Εξελίχθηκε μάλιστα ραγδαία κατά τη



δεκαετία του 1960, όταν υποστηρίχθηκε με θεσμοθετημένο τρόπο από τις εκπαιδευτικές πολιτικές των αναπτυγμένων χωρών.

Παράλληλα με την εισαγωγή των μαζικών μέσων επικοινωνίας (ΜΜΕ) για διδακτικούς σκοπούς, διεξάγονται έρευνες για το κατά πόσο τα παιδαγωγικά και τα μαθησιακά αποτελέσματα των προσπαθειών αυτών, στάθηκαν στο ύψος των προσδοκιών που τα παραπάνω μέσα καλλιέργησαν ( Clark, 2001, Salomon, 1994).

Την περίοδο αυτή κάνει την εμφάνισή του ο όρος «**εκπαιδευτική τεχνολογία**» (educational technology), που με τη στενή του έννοια αναφέρεται στη χρησιμοποίηση τεχνολογιών και τεχνικών συσκευών στη διδασκαλία και τη μάθηση ( Σολομωνίδου, 1999, Κανάκης, 1989). Ο όρος εκπαιδευτική τεχνολογία με την ευρεία έννοια χρησιμοποιείται για να χαρακτηρίσει την ορθολογική χρήση μίας ή περισσοτέρων τεχνολογιών με σκοπό την απόκτηση ενός εκπαιδευτικού αποτελέσματος. Χαρακτηρίζει επίσης το λόγο, τις αξίες και τα υποτιθέμενα ή πραγματικά αποτελέσματα που αντιστοιχούν σε αυτές τις πρακτικές (Diezeude, 1994). Ο όρος αυτός θα αποκτήσει στη συνέχεια μια άλλη διάσταση με την εμφάνιση και την εξέλιξη των υπολογιστών.

Στην ίδια περίοδο αναπτύχθηκαν και οι λεγόμενες **διδασκτικές μηχανές**, συσκευές ειδικές για τη διδασκαλία και οι οποίες ήταν δημιούργημα του *συμπεριφορισμού* με βασικό εκπρόσωπο το γνωστό ψυχολόγο Skinner (Skinner, 1968), ο οποίος στήριξε σε μεγάλο βαθμό τις εργασίες του στις απόψεις του Ρανλν στα πλαίσια του εκπαιδευτικού κινήματος της *προγραμματισμένης διδασκαλίας* (Κόλλιας, 1993). Οι διδασκτικές μηχανές υπήρξαν ουσιαστικά η πρώτη αμιγής εφαρμογή της εκπαιδευτικής τεχνολογίας.

### **Β΄ Φάση**

Η δεύτερη φάση αποτελεί το πρώτο καθαρά πληροφορικό στάδιο που αφορά κυρίως την «**πληροφορική προσέγγιση**», ξεκινά στις αρχές της δεκαετίας του 1970 και η προβληματική του αποκρυσταλλώνεται στις πρώτες επίσημες εκθέσεις ειδικών (π.χ. Nora & Minc, 1978) σχετικά με την «**πληροφοριοποίηση**» της κοινωνίας και τις επιπτώσεις της στην εκπαίδευση. Στην περίοδο αυτή αρχίζει σιγά-σιγά η εισαγωγή του υπολογιστή στο σχολικό σύστημα των ανεπτυγμένων τεχνολογικά χωρών, όμως δίνεται μεγαλύτερο βάρος στη **διδασκαλία του προγραμματισμού** και μικρότερο στην προσπάθεια ανάπτυξης συστημάτων **Διδασκαλίας με τη βοήθεια Υπολογιστή** ή **Μάθηση με τη βοήθεια Υπολογιστή**. Η πλειονότητα των εκπαιδευτικών προγραμμάτων σε αυτή την περίοδο δεν είναι παρά προγράμματα **εξάσκησης και πρακτικής εφαρμογής** και πολύ λίγα είναι αυτά που αφορούν εναλλακτικές εφαρμογές (όπως προγράμματα **προσομοιώσεων και έμπειρα διδασκτικά συστήματα**).

### **Γ΄ Φάση**



Το στάδιο αυτό συνίσταται από τη σφαιρική προσέγγιση η οποία προτείνει τους «Υπολογιστές στα σχολεία» στη Μεγάλη Βρετανία, την «Πληροφορική για όλους» στη Γαλλία, ενώ αντίστοιχα προγράμματα εισαγωγής των υπολογιστών εξελίσσονται στις ΗΠΑ και στις άλλες ανεπτυγμένες χώρες. Αξίζει να σημειωθεί ότι στις ΗΠΑ η εισαγωγή υπολογιστών στο σχολικό σύστημα προωθήθηκε τόσο από ερευνητές και εκπαιδευτικούς όσο και από τη βιομηχανία και την αγορά. Η αποκεντρωτική δομή του εκπαιδευτικού συστήματος και ο σκληρός ανταγωνισμός προσφορών από τις εταιρίες για εξοπλισμό σε υλικό και λογισμικό οδήγησε στην ένταξη ποικιλίας υλικού και λογισμικού στα σχολεία των ΗΠΑ, αλλά παράλληλα και τη δημιουργία σημαντικών διαφορών ανάμεσά τους. Πρόκειται, συνεπώς, για μια περίοδο γενικευμένης εισαγωγής της πληροφορικής σε όλες τις βαθμίδες της εκπαίδευσης, η οποία είναι συνυφασμένη με την αλματώδη εξέλιξη των προσωπικών υπολογιστών, συνέπεια της αντίστοιχης πτώσης των τιμών τους .

#### **Δ' Φάση**

Το τελευταίο αυτό στάδιο έχει ξεκινήσει από τις αρχές της δεκαετίας του 1990 και βρίσκεται σε εξέλιξη ακόμα και σήμερα. Βασικό χαρακτηριστικό αυτής της φάσης είναι η γενικευμένη ένταξη των ΤΠΕ στις διάφορες πτυχές της εκπαιδευτικής δραστηριότητας και οι σημαντικές προσπάθειες που καταβάλλονται για την ενσωμάτωση των ΤΠΕ σε όλο το εύρος του προγράμματος σπουδών.

Οι ενθουσιώδεις και αισιόδοξες προβλέψεις για την επανάσταση που θα επιφέρει ο υπολογιστής στη διδασκαλία και κυρίως στη μάθηση ( Papert, 1980) που καταγράφηκαν όλα αυτά τα χρόνια δεν συνάδουν με τα αποτελέσματα πολλών εμπειρικών ερευνών. Πολλά ερωτήματα δεν απαντήθηκαν επαρκώς και είναι ακόμα και σήμερα ανοικτά, ενώ η δημιουργική χρήση του υπολογιστή στη σχολική πραγματικότητα παραμένει μια δυνατότητα που πρέπει να επιβεβαιωθεί από την καθημερινή εκπαιδευτική πράξη (Μακράκης & Κοντογιαννοπούλου-Πολυδωρίδη, 1995).

Στην Ελλάδα, χρησιμοποιούνται ήδη πειραματικά, ορισμένα εκπαιδευτικά λογισμικά κυρίως στο Γυμνάσιο, και λιγότερο στο Λύκειο και στα Πανεπιστήμια. Τα τελευταία χρόνια, το Υπουργείο Παιδείας, έδωσε ώθηση στην ανάπτυξη εκπαιδευτικών λογισμικών και γενικότερα στην αξιοποίηση των Νέων Τεχνολογιών της Πληροφορίας και της Επικοινωνίας στην εκπαίδευση. Στα πλαίσια της ενέργειας "Οδύσσεια" αναπτύχθηκαν εκπαιδευτικά λογισμικά από ελληνικούς φορείς, ενώ παράλληλα έγινε προσαρμογή των αντίστοιχων διεθνών λογισμικών για την ελληνική εκπαίδευση. Επίσης, επειδή για την εφαρμογή και την αξιοποίηση των υπολογιστών δεν είναι αρκετό να υπάρχουν τα εκπαιδευτικά λογισμικά αλλά και να είναι σε θέση να τα χρησιμοποιούν οι εκπαιδευτικοί, το Υπουργείο προχώρησε τα έτη 2002 και 2003 σε μια ευρεία επιμόρφωση πάνω στη χρήση των Η/Υ, αρκετά μεγάλου αριθμού δασκάλων και καθηγητών όλων των ειδικοτήτων (περίπου 75000).



## 2.2 Ο ρόλος του υπολογιστή στο σχολείο

### 2.2.1 Εποικοδόμηση της γνώσης και νέες τεχνολογίες.

Η παρουσία της τεχνολογίας των υπολογιστών στα σχολεία έχει αυξηθεί πάρα πολύ τα τελευταία χρόνια και υπάρχουν προβλέψεις ότι αυτή η τάση συνεχώς θα αυξάνει. Το πώς όμως θα χρησιμοποιηθεί ο υπολογιστής στη μαθησιακή διαδικασία εξαρτάται από τη θεωρία μάθησης που τη στηρίζει (Πήλιουρας κ.α., 2002). Οι επικρατούσες θεωρίες μάθησης είναι η συμπεριφοριστική, η γνωστική και η εποικοδομητική θεωρία (θεωρία του κονστρουκτιβισμού). Από αυτές τις θεωρίες μάθησης προκύπτουν οι αντίστοιχες διδακτικές προσεγγίσεις, ενώ τα τελευταία χρόνια με την επιδίωξη για ολόπλευρη ενσωμάτωση των νέων τεχνολογιών στην εκπαιδευτική διαδικασία έχουν διατυπωθεί μια σειρά διδακτικές προσεγγίσεις που υιοθετούν εποικοδομητικές (Jonassen, 1998) και κοινωνικοπολιτισμικές προοπτικές (Brown J. S. et al. 1989, Wertch J. et al. 1995, Cobern & Aikenhead 1998), της βασιζόμενης στους υπολογιστές συνεργατικής μάθησης (computer-supported collaborative learning-CSCCL) που σύμφωνα με τον Koschmann (1996) θεωρείται το επικρατές παράδειγμα στην εκπαιδευτική διαδικασία με την χρήση των νέων τεχνολογιών.

Η διδασκαλία σήμερα αντιμετωπίζει δύο προκλήσεις. Η πρώτη προέρχεται από τη σύγχρονη αντίληψη για το τι είναι μάθηση. Η δεύτερη πηγάζει από τις καινούριες ευκαιρίες μάθησης που προσφέρει η χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαιδευτική και μαθησιακή διαδικασία (Κόκκοτας, 2000) και είναι ο υπολογιστής. Η αξιοποίησή του στην εκπαίδευση μπορεί να βοηθήσει ώστε να υπάρξει μετατόπιση από τη γνώση ως κατοχή μέσω μετάδοσης, στη γνώση ως οικοδόμηση. Αυτό συνεπάγεται μια νέα αντίληψη για τη διδασκαλία που δίνει έμφαση όχι στη μετάδοση αλλά στην καθοδήγηση μιας κοινωνικά βασισμένης εξερεύνησης σε ένα πλούσιο νοημάτων περιβάλλον. Στα πλαίσια αυτά, ο υπολογιστής γίνεται εργαλείο έκφρασης και διερεύνησης στα χέρια και τον έλεγχο των μαθητών. Ο τρόπος που χρησιμοποιείται ο υπολογιστής σε αυτή την περίπτωση αλλάζει από αυτόν του υπολογιστή-δασκάλου σε αυτόν του υπολογιστή-συνεργάτη στη μαθησιακή διαδικασία. Οι μαθητές δεν διδάσκονται από τους υπολογιστές, αλλά μαθαίνουν με τη βοήθεια των υπολογιστών (learn with technology) (Jonassen, 1998).

Οι αλλαγές που προκάλεσαν οι νέες τεχνολογίες στην εκπαίδευση στηρίζονται και συμφωνούν απόλυτα με την εποικοδομητική θεωρία. Τα περιβάλλοντα εποικοδόμησης της γνώσης που υποστηρίζονται από τον υπολογιστή δεν περιλαμβάνουν έτοιμη γνώση αλλά μάλλον δημιουργούν καταστάσεις και παρέχουν εργαλεία που παρωθούν τους μαθητές να κάνουν τη μέγιστη δυνατή χρήση των δικών τους γνωστικών ικανοτήτων. Τέλος, ένα άλλο σπουδαίο επακόλουθο της θεωρίας της εποικοδόμησης της γνώσης για την



οικοδόμηση μαθησιακού περιβάλλοντος που υποστηρίζεται από υπολογιστή, είναι ότι η μάθηση αποτελεί προσωπική και κοινωνική δραστηριότητα (Vygotsky, L. S. 1978, Cole M., & Wertsch, J. V. 1996).

## 2.2.2 Μάθηση και νέες τεχνολογίες

Σύμφωνα με τις τάσεις της σύγχρονης διδακτικής, η διδασκαλία και η μάθηση των Φυσικών Επιστημών δεν αφορά μόνο την απόκτηση γνώσεων φυσικών εννοιών, νόμων και φαινομένων, αλλά και την ανάπτυξη δεξιοτήτων εκτέλεσης διαδικασιών που να αναδεικνύουν την εφαρμογή των γνώσεων περιεχομένου και να επιτρέπουν στους μαθητές να προβαίνουν σε επιστημονικές διερευνήσεις και επιλύσεις προβλημάτων. Η εργαστηριακή διδασκαλία της Φυσικής αποτελεί αρκετά χρόνια μια εδραιωμένη πρακτική που ενεργοποιεί τους μαθητές και τους επιτρέπει να αποκτήσουν χειριστικές δεξιότητες και να εξοικειωθούν με την επιστημονική μεθοδολογία και τρόπο σκέψης (McFarlane, 2002).

Η διεθνής εμπειρία και έρευνα έχει δείξει ότι η χρήση της νέας τεχνολογίας ωθεί τους μαθητές σε ενεργό συμμετοχή τους και στη μάθηση. Οι μαθητές μαθαίνουν παρατηρώντας τα φυσικά φαινόμενα και βλέποντας πως δουλεύει η Φυσική, ακόμη και σε περιπτώσεις που πρακτικοί περιορισμοί, όπως γρήγορη εξέλιξη των φαινομένων, δεν επιτρέπουν την εκτέλεση των πειραμάτων με συμβατικά μέσα (Austen, 1999). Μέσα από τη χρήση ΤΠΕ μπορούν επιπλέον να οδηγηθούν σε καλύτερα επίπεδα εννοιολογικής κατανόησης και βελτίωση της δυνατότητας ακόμη και αυτής της ποσοτικής επίλυσης προβλημάτων (Christian, 2001). Προτείνεται η χρήση των ΤΠΕ και κατά τη διάρκεια της θεωρητικής διδασκαλίας ( Hake, 1998, Mazur, 1997, Novac, 1999) και στην εργαστηριακή διαδικασία, μπορεί δε είτε να αποτελεί πλήρες και αυτοτελές μάθημα (Laws, 1997) ή μικρές παρεμβάσεις ενταγμένες στη συνήθη ροή της διδασκαλίας ( Sokoloff, 1995).

Σχετικά όμως με την προσφορά της τεχνολογίας στη μάθηση υπάρχουν δύο αντικρουόμενες απόψεις (Κόκκοτας, 2002). Η μία διατείνεται, ότι η απλή παρουσία της τεχνολογίας στα σχολεία θα βελτιώσει τη μάθηση και την επιτυχία των μαθητών. Η άλλη θεωρεί, ότι τα χρήματα που διατίθενται για την τεχνολογία και ο χρόνος που καταναλώνεται από τους μαθητές για την ενασχόλησή τους με αυτή, είναι άδικος κόπος. Πολλές ερευνητικές ομάδες έχουν επανεξετάσει κείμενα για την τεχνολογία και τη μάθηση και έχουν καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η βελτίωση της επιτυχίας των μαθητών και της μάθησης των εκπαιδευτικών έχει μεγάλες πιθανότητες να υπάρξει, αλλά μόνο αν η τεχνολογία χρησιμοποιηθεί σωστά. Έτσι, οι περισσότεροι παιδαγωγοί προτείνουν, να γίνει η κάλυψη των σχολικών μονάδων με υπολογιστές και σύνδεση στο διαδίκτυο, παράλληλα και ταυτόχρονα με την χρησιμοποίηση του κάθε είδους λογισμικού για τη ανάπτυξη της μάθησης.

Ενώ όμως υπάρχει ένας αυξανόμενος αριθμός μελετών αποτελεσματικότητας που γίνονται στον τομέα των εκπαιδευτικών εφαρμογών της τεχνολογίας, η σύνθεση των ερευνητικών αποτελεσμάτων δεν έχει δώσει ισχυρά

επιχειρήματα για τον αντίκτυπό της στη διδασκαλία και τη μάθηση. Αυτό σημαίνει ότι ο σχεδιασμός υπολογιστικών περιβαλλόντων ικανών να επιφέρουν ουσιαστικά μαθησιακά αποτελέσματα απαιτεί σαφή θεωρητικά πλαίσια. Επίσης απαιτεί ένα πλέγμα αναλύσεων που λαμβάνει υπόψη θεωρήσεις για τη μάθηση, το ρόλο του μαθητή, το ρόλο του δασκάλου και τις διδακτικές στρατηγικές, το κοινωνικό πλαίσιο στο οποίο λαμβάνει χώρα η μάθηση, τους ειδικούς και γενικότερους εκπαιδευτικούς στόχους.

Εξαιτίας του γεγονότος ότι οι νέες τεχνολογίες προσφέρουν δυνατότητες αλληλεπίδρασης (Greenfield and Cocking, 1996), είναι ευκολότερο να δημιουργηθούν περιβάλλοντα στα οποία οι μαθητές μπορούν να μαθαίνουν μέσα από την πράξη, να λαμβάνουν ανατροφοδότηση και συνεχώς να βελτιώνουν την κατανόησή τους και να οικοδομούν νέα γνώση (Baron et al. 1998, Bereiter and Scardamalia, 1993). Οι νέες τεχνολογίες μπορούν επίσης να βοηθήσουν τους ανθρώπους να συλλάβουν δυσνόητες έννοιες, όπως η διαφοροποίηση μεταξύ θερμότητας και θερμοκρασίας (Linn et al., 1996). Οι μαθητές μπορούν να ασχοληθούν με τη σύλληψη και τη διαμόρφωση προγραμμάτων στον υπολογιστή, αυξάνοντας την πιθανότητα να μεταφερθούν τέτοιου είδους σημαντικές δεξιότητες από τη σχολική τάξη στη καθημερινή ζωή.

Αυτές οι τεχνολογίες παρέχουν επιπλέον πρόσβαση σε μια απέραντη περιοχή πληροφοριών, που περιλαμβάνει ηλεκτρονικές βιβλιοθήκες, δεδομένα για ανάλυση, και άλλους ανθρώπους που παρέχουν πληροφορίες, ανατροφοδότηση και έμπνευση. Επίσης, μπορούν να βελτιώσουν τις δυνατότητες μάθησης των εκπαιδευτικών, όπως και αυτές των μαθητών, και να αυξήσουν τους συνδέσμους μεταξύ σχολείων και κοινοτήτων, συμπεριλαμβανομένων και των σπιτιών των μαθητών.

Με την υπολογιστική υποστήριξη, θα μπορεί πλέον το μάθημα των Φυσικών Επιστημών, αλλά και τα άλλα μαθήματα, να στοχεύουν σε ριζική αναβάθμιση του ρόλου του μορφωτικού περιβάλλοντος, καλλιεργώντας στο μαθητή όχι μόνο κάποιες συγκεκριμένες γνώσεις, αλλά και γενικότερες ικανότητες, ώστε να είναι σε θέση να *αυτενεργεί, να συνεργάζεται, να εξερευνά και να διερευνά, να αξιολογεί τις πληροφορίες συνδυάζοντας την κατανόηση των φυσικών εννοιών με την ανάπτυξη δεξιοτήτων στις επιστημονικές διαδικασίες* (Κόκκοτας, 2002).

Σύμφωνα με δεδομένα πρόσφατων ερευνητικών μελετών οι υπολογιστές παρουσιάζουν πολλές εκπαιδευτικές δυνατότητες. Ενδεικτικά αναφέρονται οι ακόλουθες :

- Κάνουν τη μάθηση πιο ενδιαφέρουσα και διασκεδαστική.
- Παρουσιάζουν τα γεγονότα και τις πληροφορίες με πολλαπλό τρόπο (κείμενο – ήχος - εικόνα).
- Τονίζουν τον ενεργητικό ρόλο του μαθητή στη διαδικασία της μάθησης (διαφορές παθητικής και ενεργητικής μάθησης).



- Εξατομικεύουν τη διδασκαλία και παρέχουν την κατάλληλη ανατροφοδότηση σε σύντομο χρονικό διάστημα.
- Παρέχουν τον έλεγχο της διαδικασίας είτε στο δάσκαλο, είτε στο μαθητή ή και στους δύο ταυτόχρονα
- Συνδέουν τη μαθησιακή δραστηριότητα με την καθημερινή ζωή (αδρανής γνώση).
- Δημιουργούν ποιοτικότερες συνθήκες συνεργατικής μάθησης (ομαδοκεντρική διδασκαλία).
- Υπογραμμίζουν το διευκολυντικό παροτρυντικό, συντονιστικό και διαμεσολαβητικό ρόλο του εκπαιδευτικού στη μαθησιακή διαδικασία.
- Βοηθούν στη διόρθωση ορθογραφικών και συντακτικών λαθών, καθώς και στην εκτύπωση κειμένων και εικόνων.

Η χρήση των νέων τεχνολογιών στην εκπαίδευση έχει πλεονεκτήματα αλλά και μειονεκτήματα, χρειάζεται όμως να καταστεί σαφές ότι ο ηλεκτρονικός υπολογιστής δε θα πρέπει να μετεξελιχτεί σε ένα μηχάνημα το οποίο θα αντικαταστήσει τον καθηγητή, αλλά θα αποτελεί μόνο ένα εποπτικό – επικοινωνιακό - σύγχρονο μέσο που συναρπάζει και γοητεύει τους μαθητές. Ταυτόχρονα, ο ρόλος του καθηγητή αλλάζει μετατρέποντάς τον από μεταδότη γνώσεων σε συντονιστή, οργανωτή και υποστηρικτή της μάθησης. Θα πρέπει λοιπόν, να προετοιμάζει κατάλληλες διδακτικές στρατηγικές έτσι ώστε να μπορεί να πετύχει τα επιθυμητά μαθησιακά αποτελέσματα. Επιπλέον, οι νέες τεχνολογίες χρειάζεται να προσαρμοστούν και ενσωματωθούν στην ευρύτερη εκπαιδευτική διαδικασία η οποία χρειάζεται να δίνει έμφαση σε δύο στόχους :

α) Στην ενεργοποίηση διαχρονικών δεξιοτήτων και β) στην καλλιέργεια παιδείας στην Πληροφορική.

### 3. Συστήματα προσομοιώσεων

#### 3.1.1 Εισαγωγή

Στον ευαίσθητο χώρο της εκπαίδευσης, η χρήση των νέων τεχνολογιών υπόσχεται μια εκ θεμελίων αναδιοργάνωση της διδασκαλίας και της μαθησιακής διαδικασίας (Tzastas, 2002). Η διδακτική της Φυσικής, μιας κατεξοχήν θετικής επιστήμης, αποκτά μέσω των Η/Υ την δυνατότητα να εμπλουτίσει τα διδακτικά μέσα που χρησιμοποιεί με σκοπό να επιταχυνθεί η μαθησιακή διαδικασία και να εκβαθυνθεί η κατανόηση της Φυσικής (Arons, 1990), (Redish, 1998). Κατά τη διάρκεια των τριάντα τελευταίων χρόνων έχουν δημιουργηθεί διάφορα είδη εκπαιδευτικών λογισμικών για την αξιοποίηση του Η/Υ στη διδασκαλία των φυσικών επιστημών, τα σημαντικότερα από τα οποία βασίζονται σε:

- Προσομοιώσεις
- Μοντελοποίηση
- Συστήματα υποστήριξης & λήψης δεδομένων (αισθητήρες-δισύνδεση)
- Πολυμέσα( ήχος, εικόνα, φωτογραφία, κίνηση και βίντεο)



- **Εικονική πραγματικότητα και τρισδιάστατα γραφικά**
- **Επικοινωνία από απόσταση**(διαδίκτυο- ηλεκτρονικό ταχυδρομείο- τηλεδιάσκεψη)
- **Τηλεκπαίδευση**

Από τα παραπάνω αξιόλογα είδη λογισμικού, επιλέχθηκε στην παρούσα εργασία, όπως έχει ήδη προαναφερθεί, η μελέτη αυτών που βασίζονται στις **προσομοιώσεις**.

### 3.1.2 Η έννοια της προσομοίωσης

Η **προσομοίωση** (simulation) ως τεχνική μίμησης της συμπεριφοράς ενός συστήματος από ένα άλλο σύστημα, καταλαμβάνει περίοπτη θέση στα πλαίσια των εκπαιδευτικών εφαρμογών των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών (ΤΠΕ). Κυρίως, όταν πρόκειται για την ψηφιακή εικόνα, αυτή η πλευρά είναι εμφανής. Ο θεατής-χρήστης μπορεί να παρέμβει με απλές εντολές μέσα στην εξερεύνηση ενός ορατού κόσμου αλλάζοντας κλίμακες και τρόπους αναπαράστασης. Τα συστήματα προσομοίωσης μιμούνται ένα πραγματικό ή φανταστικό περιβάλλον, αναπτύσσονται για επιστημονικούς ή εκπαιδευτικούς σκοπούς και αποτελούν στις μέρες μας τις πιο διαδεδομένες και ταυτόχρονα περισσότερο αποτελεσματικές εφαρμογές των ΤΠΕ στην εκπαιδευτική διαδικασία (Alessi & Trollip, 2001).

*Οι επιστημονικές προσομοιώσεις* παρέχουν στους επιστήμονες ένα μέσο μελέτης κάποιου συγκεκριμένου συστήματος, βοηθώντας τους να προσδιορίσουν ή να βελτιώσουν μια θεωρία και να κατανοήσουν ένα σύστημα ή ένα φαινόμενο.

*Οι εκπαιδευτικές προσομοιώσεις* σχεδιάζονται για τη διδασκαλία, τη μελέτη και την κατανόηση ενός φαινομένου μέσα από την παρατήρηση της συμπεριφοράς του και της ανάδρασης που παράγεται από την προσομοίωση σε χρόνο πραγματικό, ταχύτερο ή βραδύτερο.

Τα πρώτα εκπαιδευτικά προγράμματα προσομοίωσης δημιουργήθηκαν στις αρχές της δεκαετίας του 1970 και ως λογισμικό είχαν σαφώς αντίθετο προσανατολισμό από την κλασική *Διδασκαλία με τη βοήθεια Υπολογιστή*. Ενώ τα *προγράμματα εξάσκησης και πρακτικής* οφείλουν πολλά στις απόψεις του B. F. Skinner, τα προγράμματα προσομοίωσης βασίζονται περισσότερο στις απόψεις του A. Bandura για την *θεωρία της κοινωνικής μάθησης* (Social-Learning Theory), (Bandura, 1977).

Σύμφωνα με τον Bandura, σημαντικό τμήμα των ανθρώπινων γνώσεων αποκτάται μέσω της παρατήρησης της συμπεριφοράς των άλλων και της προσπάθειας για αναπαραγωγή της εν λόγω συμπεριφοράς. Μια εκπαιδευτική προσομοίωση επομένως πρέπει να περιέχει:

- Την επιλογή των μεταβλητών που θεωρούνται σημαντικές από εκπαιδευτική σκοπιά, και θα είναι εκείνες που μπορεί να μεταβάλλει ο μαθητής.
- Την προσπάθεια για αύξηση του ενδιαφέροντος του παιδιού (με τη χρήση σεναρίων, γραφικών, εικόνων, κίνησης, ήχου, κλπ).
- Την ολοφάνερη για το παιδί σχέση των επιδράσεων του με την εξέλιξη του φαινομένου (Ράπτης, 1993).



Με τις νέες τεχνολογικές εξελίξεις αξιοποιούνται οι δυνατότητες της μηχανής για τη δημιουργία αλληλεπιδραστικών περιβαλλόντων προσομοίωσης στα πλαίσια των οποίων ο μαθητής είναι έχει τη διαχείριση του χώρου χρησιμοποιώντας μεθόδους και τρόπους έκφρασης που ήδη γνωρίζει από το γνωστό του κόσμο, εμβαθύνοντας έτσι στο χώρο τον οποίο μελετά (Jimoγιannis & Komis, 2001, Jimoγιannis et al., 2000).

Σε πολλούς επιστημονικούς και τεχνικούς χώρους η προσομοίωση επιτρέπει να κερδίσουμε σημαντικό χρόνο αφού παρέχει τη δυνατότητα να παρουσιασθούν άμεσα πειραματικά αποτελέσματα που σε πραγματικές συνθήκες θα απαιτούσαν μήνες ή και χρόνια για να εξελιχθούν (στη γενετική για παράδειγμα ή στην κοσμολογία). Σε άλλες περιπτώσεις, τα πειράματα δημιουργούν σοβαρούς και υπαρκτούς κινδύνους ώστε να είναι αδύνατον να πραγματοποιηθούν στα πλαίσια του εργαστηρίου (στο χώρο της πυρηνικής φυσικής για παράδειγμα) ή η πραγματοποίησή τους να είναι απαγορευτική λόγω κόστους. Επομένως, μπορούμε να πούμε ότι η προσομοίωση προσφέρει ταχύτητα και σιγουριά.

## 3.2 Κατηγορίες προσομοιώσεων

Επειδή με τον όρο «προσομοιώσεις» καλύπτεται ένα ευρύ φάσμα λογισμικού, είναι απαραίτητο να γίνει μια γενική διάκριση ανάμεσα στα είδη των προσομοιώσεων (Δημητρακοπούλου, 1999).

Αρχικά, ανάλογα με το αντικείμενο που μελετάται, έχουμε τα εξής είδη:

α) Λογισμικά που προσομοιώνουν ένα *φαινόμενο ή κατάσταση*, όπως:

- Διαδικασίες που είναι επικίνδυνες, πολύ αργές ή πολύ γρήγορες (π.χ. σχάσεις πυρήνων, οξειδώσεις, κρούσεις)
- Φαινόμενα που δε φαίνονται με γυμνό οφθαλμό ( π.χ. μικρόκοσμος, κίνηση ηλεκτρονίων).
- Φαινόμενα τα οποία λόγω κλίμακας δεν μπορούν να παρατηρηθούν αν δεν υπάρχουν τα κατάλληλα όργανα (π.χ. μακρόκοσμος, κίνηση των πλανητών).
- Καταστάσεις που εμπλέκουν ανύπαρκτες ή ιδανικές οντότητες (π.χ. επιφάνειες δίχως τριβές, ιδανικό αέριο).
- Θεωρίες και μοντέλα (π.χ. κινητική θεωρία, ατομικό μοντέλο).

β) Λογισμικά που προσομοιώνουν τη *λειτουργία συσκευών ή μηχανημάτων* (π.χ. το βολτόμετρο).



Έπειτα, ανάλογα με τη ποικιλία των φαινομένων που προσομοιώνουν, έχουμε δύο είδη λογισμικών:

A) *Κλειστά συστήματα*. Αυτά που παράγουν προσομοιώσεις συγκεκριμένων φαινομένων, τα οποία δε μπορεί να μεταβάλει ο χρήστης.

B) *Ανοιχτά συστήματα*. Είναι αυτά στα οποία ο χρήστης έχει τη δυνατότητα να προσδιορίσει και κατασκευάσει ένα φαινόμενο που θέλει να μελετήσει, αρκεί φυσικά να έχει την απαιτούμενη γνώση, επιλέγοντας τα επιθυμητά στοιχεία μέσα από μια βιβλιοθήκη βασικών οντοτήτων μιας κατηγορίας (π.χ. στοιχεία ηλεκτρικών κυκλωμάτων όπως, στο λογισμικό Interactive Physics).

Τέλος, ανάλογα με τη δυνατότητας αλληλεπίδρασης του χρήστη με το παρατηρούμενο σύστημα, διακρίνουμε δύο είδη προσομοιώσεων:

α) Αυτές που απλώς αναπαριστούν ένα φαινόμενο χωρίς καμιά δυνατότητα παρέμβασης από το χρήστη, ή προσφέρουν μικρές ανούσιες επιλογές (π.χ. επιλογή ταχύτητας εξέλιξης φαινομένου), τα λεγόμενα **βίντεο** (π.χ. το ηλιακό μας σύστημα).

β) Αυτές στις οποίες υπάρχει η δυνατότητα, να καθοριστούν από το χρήστη, οι τιμές των διαφόρων παραμέτρων που επηρεάζουν την εξέλιξη του φαινομένου, το οποίο αναπαρίσταται στην οθόνη του υπολογιστή και έτσι να μελετηθεί το θέμα σε όλο του το εύρος (**διαδραστικές προσομοιώσεις**). Στη συνέχεια θα περιγράψουμε εκτενέστερα τα κυριότερα λογισμικά προσομοιώσεων.

### 3.2.1 Προσομοιώσεις Εργαστηρίων Φυσικής

Οι προσομοιώσεις εργαστηρίων Φυσικής είναι εφαρμογές λογισμικού, που παρουσιάζουν και προσομοιώνουν στην οθόνη ενός Η/Υ εργαστηριακές συσκευές ή ομάδες εργαστηριακών συσκευών, που συνθέτουν μια πειραματική διάταξη (Wellington, 2000), (Tzastas, 2002). Ο χρήστης μπορεί να εκτελέσει ένα εικονικό πείραμα ακολουθώντας μια διαδικασία παρόμοια με αυτή στο συμβατικό εργαστήριο. Η ακρίβεια και η ευαισθησία των εικονικών συσκευών μπορούν να έχουν πραγματικές ή υποθετικές τιμές. Οριακές καταστάσεις, βλάβες, αστοχίες και σφάλματα είναι εύκολο να προσομοιωθούν και να δώσουν στο χρήστη πρόσθετη εμπειρία. Επιπλέον, έχουν τη δυνατότητα να προσομοιώνουν φυσικά φαινόμενα τόσο από το χώρο της ανθρώπινης εμπειρίας, όσο και από τον μικρόκοσμο και τον χώρο του διαστήματος. Για το λόγο αυτό μπορούν να χαρακτηρισθούν γενικότερα «Προσομοιώσεις Φυσικής» και όχι ειδικά «Προσομοιώσεις Εργαστηρίων Φυσικής».

Γραμμένες με τις πλέον ισχυρές γλώσσες προγραμματισμού ( η **Java** φαίνεται να αποτελεί σήμερα την πιο πολλά υποσχόμενη πλατφόρμα), χρησιμοποιούν κινούμενα δισδιάστατα ή τρισδιάστατα σχήματα, απεικονίσεις φυσικών μεγεθών και γραφικές παραστάσεις και παρέχουν στο μαθητή τη δυνατότητα να αλληλεπιδράσει, να αναλύσει, να συνθέσει και να πειραματιστεί. Ως



εκπαιδευτικές εφαρμογές είναι προσανατολισμένες στη διδασκαλία της Φυσικής και επειδή απευθύνονται σε εφήβους πρέπει να είναι εφοδιασμένες με την κατάλληλη, προσιτή και εύχρηστη διασύνδεση εφαρμογής-χρήστη (Martinez-Jimenez, 1997). Η υψηλή πιστότητα δεν είναι απαραίτητη στις σχολικές εφαρμογές, όμως η ευελιξία, η αλληλεπιδραστικότητα, το εμφανές διδακτικό υπόβαθρο, η προσαρμοστικότητα και η οπτικοποίηση φαινομένων, φυσικών μεγεθών, γραφικών παραστάσεων και σχέσεων, αποτελούν τα κύρια χαρακτηριστικά των προσομοιώσεων Φυσικής (Bowman et al ,1999).

### 3.2.2 Προσομοιώσεις Φυσικών Μοντέλων

Οι προσομοιώσεις Φυσικών Μοντέλων είναι ίσως ο πιο αποτελεσματικός τρόπος για να κατανοήσει κανείς τους κύριους μηχανισμούς «Φυσικής Σκέψης». Η οπτικοποίηση και η αλληλεπιδραστικότητα, που παρέχουν οι προσομοιώσεις, επιταχύνουν την αισθητοποίηση των Φυσικών Μοντέλων (Loss et al., 1994). Στις προσομοιώσεις αυτές το μαθηματικό μοντέλο μπορεί να μένει πίσω από τη σκηνή, ενώ η εικόνα, η κίνηση, η οπτικοποίηση των φυσικών μεγεθών και η προβολή των γραφικών παραστάσεων εστιάζουν την προσοχή του μαθητή-χρήστη στη «Φυσική». Η χρήση του Video για αρκετά χρόνια απέδειξε ότι η κατανόηση και η μάθηση των «Φυσικών Μοντέλων» επιταχύνονται, αν και το Video προσφέρει μόνο οπτικοποίηση ενώ στερείται της αλληλεπιδραστικότητας.

### 3.2.3 Τα Physlets

Τα Physlets (**PHYS**ics app**LETS**) (Christian W., Belomi M., 2001) είναι η πιο εντυπωσιακή και η περισσότερα ίσως υποσχόμενη μορφή προσομοιώσεων Φυσικής. Σαν Java applets, (Garside R, Mariani J, 1998), (Rodley J.,1996), δηλαδή μικρές διαδικτυακές εφαρμογές σε γλώσσα Java, παρουσιάζουν τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- **Διάθεση και παροχή τους μέσω διαδικτύου.** Η δυνατότητα να χρησιμοποιηθούν σε πραγματικό χρόνο (κατά τη διάρκεια της σύνδεσης) ή να αποθηκευτούν σε έναν προσωπικό Η/Υ για μετέπειτα χρήση τα καθιστά ιδανικά για την Ελληνική Εκπαίδευση.
- **Ανεξαρτησία από τον χρησιμοποιούμενο Η/Υ και το Λειτουργικό Σύστημα.** Σε PC ή σε Macidos, σε UNIX ή σε LINUX , τα physlets ενεργοποιούνται σε ένα οποιοδήποτε «φυλλομετρητή διαδικτύου» (browser) που υποστηρίζει Java applets.
- **Ασφαλή στη χρήση.** Σαν Java applets δεν αλληλεπιδρούν με το σύστημα αρχείων του Η/Υ.
- **Είναι αντικειμενοστραφή.** Αν και το χαρακτηριστικό αυτό αφορά τους δημιουργούς των physlets, είναι πολύ σημαντικό γι' αυτούς να εκμεταλλεύονται τα πλεονεκτήματα της κληρονομικότητας, του εμφωλίσμου και του πολυμορφισμού που παρέχει η Java.



### 3.2.4 Το περιβάλλον Interactive Physics

Το εκπαιδευτικό λογισμικό *Interactive Physics 2000* έχει αναπτυχθεί από την εταιρεία knowledge Revolution (<http://www.krev.com/>) και έχει προσαρμοστεί στα ελληνικά από την εταιρία Rainbow Computer A. E.: (<http://www.rainbow.gr/>). Το λογισμικό αυτό συνιστά ένα ανοικτό περιβάλλον μάθησης για τη Φυσική με το οποίο ο εκπαιδευτικός και ο μαθητής δημιουργούν προσομοιώσεις σχεδιάζοντας αντικείμενα στην οθόνη, τα οποία έχουν συγκεκριμένες συμπεριφορές και αλληλεπιδρούν μεταξύ τους μέσω της μηχανής προσομοίωσης που διαθέτει το σύστημα. Στη συνέχεια μπορούν να εισάγουν τις αρχικές συνθήκες και τις τιμές των φυσικών μεγεθών και το λογισμικό προσομοιώνει την εξέλιξη του πειράματος, παρουσιάζοντας άμεσα το τελικό αποτέλεσμα στην οθόνη (Jimoyiannis & Komis, 2001).

Το λογισμικό περιέχει τροχαλίες, ελατήρια, σχοινιά, αποσβεστήρες, μετρητές, καθώς και πάρα πολλά σχηματικά αντικείμενα, τα οποία βοηθούν τους χρήστες να σχεδιάσουν τις διάφορες πειραματικές διατάξεις.

Με το *Interactive Physics* είναι δυνατόν:

- Να **υπολογιστούν** διάφορα φυσικά μεγέθη (π.χ. ταχύτητα, ροπή, ενέργεια, κλπ. ) και να επανακαθοριστούν διάφορες σταθερές (όπως η βαρύτητα) ενώ εκτελείται η προσομοίωση.
- Να **δοκιμαστούν** διάφορα εναλλακτικά υποθετικά σενάρια.
- Να **δημιουργηθούν** από τους προχωρημένους χρήστες μικρά προγράμματα που ρυθμίζουν τις λειτουργίες του και, συνεπώς, επεκτείνουν τις δυνατότητές του, με τη βοήθεια του ενσωματωμένου συστήματος προγραμματισμού (γλώσσα τύπου scripting) που περιέχει.

Συμπερασματικά, το παραπάνω λογισμικό, επιτρέπει τη μελέτη ενός μεγάλου εύρους φαινομένων, προσφέροντας ταυτόχρονα τη δυνατότητα της δημιουργίας των επιθυμητών προσομοιώσεων, όμως συχνά υστερεί στη πιστή εικονική αναπαράσταση των μελετούμενων φαινομένων.

## 3.3 Οι προσομοιώσεις ως εργαλείο εκπαιδευτικής έρευνας

Σήμερα η έρευνα της διδασκαλίας της Φυσικής και η πληροφορική επιστήμη θεωρούνται άμεσα συσχετιζόμενα πεδία (McDermott , 1999), (Τζιμογιάννης , 1999), καθώς η πρώτη μπορεί να οδηγήσει στο σχεδιασμό και την ανάπτυξη νέων εργαλείων εκπαιδευτικού λογισμικού. Από την άλλη ο υπολογιστής



μπορεί να χρησιμοποιηθεί ως μέσο έρευνας της κατανόησης των βασικών φυσικών εννοιών.

Οι προσομοιώσεις βρίσκονται στο επίκεντρο του εκπαιδευτικού ενδιαφέροντος (Andaloro , Bellomonte & Sperandeo-Mineo , 1997), καθώς είναι ανοικτά περιβάλλοντα όπου οι μαθητές μπορούν να πειραματιστούν, να μελετήσουν νόμους, να διαπιστώσουν τις συσχετίσεις μεταξύ διαφόρων μεγεθών, να κάνουν υποθέσεις, να οδηγηθούν σε συμπεράσματα.

Η πολλαπλότητα των δυνατών αναπαραστάσεων που υποστηρίζουν (εικόνες, κινούμενα σχέδια, γραφικές παραστάσεις, παρουσίαση μεγεθών σε αριθμητική και διανυσματική μορφή) τις καθιστά **ένα ισχυρό εργαλείο για την κατανόηση** φυσικών νόμων και φαινομένων (Τζιμογιάννης , 1999).

Τα τελευταία χρόνια αναπτύσσονται δυναμικά, με πολλές εφαρμογές στη διδασκαλία των φυσικών επιστημών από το εισαγωγικό (Doert , 1997) μέχρι το πανεπιστημιακό επίπεδο (Schroeder & Moore, 1993), (Μικροπουλος , 1995). Οι προσομοιώσεις μπορούν να αποτελέσουν ένα δυναμικό ερευνητικό εργαλείο για τη διερεύνηση των αντιλήψεων μαθητών και φοιτητών καθώς:

- **παρέχουν** άμεση ανάδραση στις ενέργειες του χρήστη, με αποτέλεσμα η παρέμβαση του ερευνητή στην προσέγγισή του να περιορίζεται στο ελάχιστο.
- **εξασφαλίζουν** τη λήψη ερευνητικών δεδομένων κάτω από τις ίδιες παραμέτρους και συνθήκες για όλους τους μαθητές
- οι μαθητές έχουν τη δυνατότητα να **χειρίζονται** και να τροποποιούν μία παράμετρο κάθε φορά, έτσι ώστε να διερευνούν και να κατανοούν τις συσχετίσεις μεταξύ των διαφόρων μεγεθών
- Τα διάφορα έργα **παρουσιάζονται** χωρίς τις δυσκολίες και τα προβλήματα των συμβατικών εργαστηρίων ελευθερώνοντας χρόνο για τους μαθητές, ώστε να εστιάζουν την προσοχή τους στο υπό μελέτη αντικείμενο
- **επιτρέπουν** τη διερεύνηση-μελέτη φαινομένων που δεν είναι άμεσα ορατά στο εργαστήριο ή είναι αδύνατη η εκτέλεσή τους (επικίνδυνα και περίπλοκα πειράματα, φυσικές διαδικασίες που εξελίσσονται πολύ αργά ή διαρκούν πολύ λίγο κλπ).

## 3.4 Μάθηση και λογισμικά προσομοιώσεων

### 3.4.1 Κονστρουκτιβιστική προσέγγιση

Προσεγγίζοντας τη μάθηση της Φυσικής σύμφωνα με τις απόψεις των «Κονστρουκτιβιστών», οι οποίες στον χώρο της Διδακτικής της Φυσικής



μεταφράζονται σε «Εμπειρία στο Εργαστήριο», οι προσομοιώσεις αποτελούν ένα ικανό συμπλήρωμα του εργαστηρίου φυσικής. Οι κονστρουκτιβιστές θεωρούν ότι η μάθηση είναι η αναδόμηση των αντιλήψεων και της γνώσης του μαθητευόμενου με το γνωστικό αντικείμενο (Constructivism Lincs). Στα εργαστήρια (εικονικά ή πραγματικά) ο μαθητευόμενος εξωθείται να χρησιμοποιήσει τις γνώσεις, τη φαντασία, τις πρακτικές ικανότητες και κυρίως τις αισθήσεις του. Ταυτόχρονα αποκτά τη δυνατότητα να συνεργαστεί με τους συμμαθητές του και να αλληλεπιδράσει άμεσα με το γνωστικό αντικείμενο.

Τα σχολικά εργαστήρια, αν και πολύτιμα, είναι δαπανηρά στην εγκατάσταση και στη συντήρησή τους. Στις αίθουσες Η/Υ των σχολείων που πληθαίνουν συνεχώς, αλλά και στους οικιακούς Η/Υ στα σπίτια των παιδιών, οι προσομοιώσεις μπορούν να εγκατασταθούν πάρα πολύ εύκολα και να επιταχύνουν τη μάθηση της Φυσικής (Meyer, 1998). Οι μαθητευόμενοι μπορούν να αξιοποιήσουν τις προσομοιώσεις με μεθόδους όπως: «Διεγείρω και παρατηρώ», «Εξερευνώ τις εναλλακτικές δυνατότητες», «Δοκιμάζω και αποτυγχάνω», «Προσπαθώ να ανακαλύψω το λάθος», «Προσπαθώ να βελτιώσω», κ.ά.

### **3.4.2 Επίπεδα και στόχοι μάθησης**

Όταν έχουμε αλληλεπίδραση με το λογισμικό της προσομοίωσης, η μάθηση μπορεί να έχει σχέση με όλα ή με μερικά από τα παρακάτω πεδία εστίασης των στόχων μάθησης.

#### *1. Εντοπισμός των κατάλληλων μεταβλητών*

Οι μαθητές θα πρέπει να βρουν και να προσδιορίσουν τις παραμέτρους που σχετίζονται με το υπό μελέτη φαινόμενο, ώστε να αρχίσουν να μαθαίνουν. Παρόλο που ο παραπάνω προσδιορισμός είναι βασικό στοιχείο της πειραματικής μεθόδου, τα περισσότερα συστήματα προσομοιώσεων προσφέρουν στο χρήστη έτοιμο τον κατάλογο με τους παράγοντες που επηρεάζουν το φαινόμενο, κάνοντας από τη μια πιο εύκολο το έργο του, στερώντας του όμως από την άλλη την πρωταρχική μάθηση μέσω της έρευνας αυτής ( Dimitracopoulou et. al., 1997).

#### *2. Τρόπος επίδρασης των μεταβλητών*

Με δεδομένο λοιπόν τη γνώση των παραγόντων που επιδρούν στο σύστημα που μελετάμε, ο επόμενος στόχος μάθησης είναι ο προσδιορισμός από τους μαθητές του τρόπου επίδρασης της κάθε μεταβλητής στο φαινόμενο, καθώς και τη σχέση αλληλεπίδρασης μεταξύ των μεταβλητών. Για το σκοπό αυτό οι μαθητές μεταβάλουν στα όρια τους τις τιμές των μεταβλητών που τους παρέχονται και παρατηρούν την επίδρασή τους στο φαινόμενο ή στις άλλες μεταβλητές. Τα τελευταία χρόνια έχει γίνει σημαντική βελτίωση στο θέμα αυτό, με τη δυνατότητα που δίνεται στο χρήστη να αλλάζει τις τιμές των μεταβλητών σε πραγματικό χρόνο κατά την εξέλιξη του φαινομένου.

#### *3. Στρατηγική διερεύνησης ενός φαινομένου*



Για να αντλήσουν οι μαθητές από την προσομοίωση σημαντικές και αξιόλογες πληροφορίες, είναι απαραίτητο να κάνουν διερευνήσεις με οργανωμένο τρόπο, δηλαδή να αξιοποιήσουν κάποια μέθοδο ανακάλυψης, συλλογής και ανάλυσης δεδομένων. Αυτή η συστηματική μέθοδος έχει άρρητη σχέση με τις νοητικές δραστηριότητες που συνδέονται με την πειραματική μέθοδο.

Από τα τρία αυτά πεδία εστίασης των στόχων μάθησης, συχνά οι διδάσκοντες επικεντρώνονται, κατά την τρέχουσα πρακτική, μόνο στο δεύτερο πεδίο, αμελώντας τα άλλα δύο που είναι όμως εξ ίσου σημαντικά (Weil-Barais, 1994)

Τελικά στις προσομοιώσεις, η ποιότητα της γνώσης των μαθητών που θα τις μελετήσουν καθώς και η γνώση των συμβόλων και των κανόνων ανάγνωσης της αναπαράστασης θα προσδιορίσουν το αν θα προκληθούν παρανοήσεις ή αν θα ευοδωθεί η καλύτερη κατανόηση των φαινομένων. Οι μαθησιακές δραστηριότητες με τις προσομοιώσεις πρέπει να στηρίζονται στην παραγωγή άλλων αναπαραστάσεων όπως η λεκτική (προφορική περιγραφή), η γραπτή (παραγωγή κειμένου), η σχηματική (σχέδιο), η μοντελοποίηση (σχεδίαση και περιγραφή μοντέλου για το φαινόμενο), η φορμαλιστική (μαθηματικές σχέσεις που περιγράφουν το φαινόμενο, ή και διάφοροι συνδυασμοί αυτών).

## **3.5 Η διδασκαλία της φυσικής με προσομοιώσεις**

### **3.5.1 Μπιχειβιοριστική προσέγγιση**

Οι «Μπιχειβιοριστές» υποστηρίζουν ότι η μάθηση είναι μια κατευθυνόμενη διαδικασία. Ο «δάσκαλος» είναι ο κύριος παράγοντας μάθησης, ενώ ο μαθητευόμενος μαθαίνει ακολουθώντας τις οδηγίες του δασκάλου, επαναλαμβάνοντας κάθε διαδικασία πολλές φορές (Byrne, 1994). Για τους μπιχειβιοριστές η εργαστηριακή εξάσκηση αποτελεί μια αυστηρή διαδικασία με την οποία οι μαθητευόμενοι αποκτούν προκαθορισμένη εμπειρία ακολουθώντας τις οδηγίες του δασκάλου.

Οι προσομοιώσεις συνήθως προηγούνται της εργαστηριακής άσκησης (Meyer, 1998). Στην περίπτωση όμως επικίνδυνων, ακριβών ή περίπλοκων πειραμάτων, στη μελέτη φαινομένων που αφορούν το μικρόκοσμο ή το διάστημα, καθώς και στη μελέτη φυσικών μοντέλων, οι προσομοιώσεις φυσικής αποτελούν τη μόνη ρεαλιστική και ταυτόχρονα αποτελεσματική λύση τόσο για τους μπιχειβιοριστές όσο και για τους κονστρουκτιβιστές εκπαιδευτικούς.

### **3.5.2 Οι αλλαγές στον τρόπο διδασκαλίας**

Αφού διευκρινίσουμε ότι, οι προσομοιώσεις είναι ένα νέο μέσο που διευκολύνει αφάνταστα τη διδασκαλία της φυσικής, χωρίς να καταργεί το σχολικό εργαστήριο, ενεργώντας τότε υποβοηθητικά και τότε



συμπληρωματικά με αυτό, ας δούμε πως διαφοροποιείται στο νέο περιβάλλον ο ρόλος του καθηγητή, ο οποίος:

- Διαθέτει ένα νέο εργαλείο επίδειξης πειραματικών διατάξεων και φαινομένων.
- Θέτει ερωτήματα στα οποία οι απαντήσεις προκύπτουν με τη συμμετοχή όλων.
- Οργανώνει τις παρατηρήσεις των μαθητών και τους καθοδηγεί στη διατύπωση των συμπερασμάτων
- Συνδιαλέγεται με τους μαθητές του και παύει να μονολογεί από την έδρα του. Δρα περισσότερο σαν σύμβουλος και καθοδηγητής, παρά σαν παρουσιαστής-ομιλητής, λειτουργώντας ταυτόχρονα σαν μέλος μιας ομάδας που μαθαίνει να μαθαίνει.
- Σχεδιάζει μόνο ένα αρχικό πλάνο εργασίας των μαθητών, ενθαρρύνοντας την πρωτοβουλία τους.
- Παρουσιάζει πολλές πτυχές από το κάθε θέμα, τονίζοντας τα βασικά τους σημεία.

Γίνεται φανερό από τα παραπάνω, ότι ο νέος πολύπλευρος ρόλος του καθηγητή, μόνο εύκολος δεν μπορεί να θεωρηθεί. Απαιτεί πρώτα από όλα την καλή διάθεση του διδάσκοντα και έπειτα άφθονο χρόνο, αρκετή μελέτη και επίπονη προσπάθεια. Θέλουμε όμως να πιστεύουμε ότι τα αποτελέσματα θα είναι η καλύτερη ανταμοιβή για το "δάσκαλο" (Γκούτσιας, 2001).

## 3.6 Τα υπέρ και τα κατά των προσομοιώσεων

### 3.6.1 Τα πλεονεκτήματα

Ανεξάρτητα από την παιδαγωγική προσέγγιση, οι προσομοιώσεις φυσικής αναμένεται να τύχουν ευρείας χρήσης στην εκπαίδευση (Jimoγιannis, & komis, 2001), γιατί είναι:

- **Αποτελεσματικές**, γιατί επιταχύνουν και εμβαθύνουν την κατανόηση της φυσικής, ενσωματώνουν οπτικοποίηση και αλληλεπίδραση και συνθέτουν ένα εικονικό μαθησιακό περιβάλλον.
- **Απεριόριστες**, γιατί είναι λογισμικές εφαρμογές και τα μόνα όρια τους είναι η φαντασία και η ικανότητα των δημιουργών τους.
- **Ευέλικτες** στη χρήση, γιατί μπορούν να προσαρμοστούν στις εκάστοτε μαθησιακές δυσκολίες και περιβάλλοντα.
- **Ασφαλείς**, γιατί είναι τελείως αβλαβείς για το χρήστη (ακόμα και για τον άπειρο), αλλά και για τα συστήματα Η/Υ, στα οποία υλοποιούνται.
- **Φτηνές** στην εγκατάσταση και τη χρήση. Είναι λογισμικά προϊόντα και συνεπώς δεν απαιτούν ιδιαίτερες εγκαταστάσεις (τα σχολικά εργαστήρια Η/Υ αρκούν), ούτε χρειάζονται δαπανηρή συντήρηση. Στην περίπτωση των διαδικτυακών εφαρμογών μάλιστα, η χρήση τους είναι πιο απλοποιημένη.



- **Ελκυστικές και οικείες** στο μαθητόκοσμο, γιατί συνήθως εμφανίζονται με μορφή παρόμοια με τα ηλεκτρονικά παιχνίδια, με τα οποία είναι εξοικειωμένοι οι έφηβοι.
- **Ανεξάρτητες** από τόπο και χρόνο. Μπορούν να εγκατασταθούν σε κάθε διαθέσιμο Η/Υ στο σχολείο ή στο σπίτι και να χρησιμοποιηθούν οποιαδήποτε χρονική στιγμή.

### 3.6.2 Τα αδύνατα σημεία

Υπάρχουν κάποια θέματα που χρειάζονται προσοχή και θα πρέπει να αντιμετωπιστούν από τους διδάσκοντες( Δημητρακοπούλου, 1999). Ας δούμε ορισμένα από αυτά που είναι ενδογενή των συστημάτων προσομοίωσης, εμπλέκονται δηλαδή ανεξάρτητα από τον τρόπο που έχει σχεδιαστεί ένα συγκεκριμένο σύστημα:

#### 1. *Η ευκολία χειρισμού των μεταβλητών*

Οι προσομοιώσεις μπορεί να δώσουν στους μαθητές την εντύπωση ότι οι μεταβλητές μιας φυσικής διαδικασίας μπορούν πάντα εύκολα, και ανεξάρτητα να ελεγχθούν.

#### 2. *Μοντέλα, δεδομένα και προϋποθέσεις που δεν εξετάζονται*

Κάθε προσομοίωση βασίζεται σε ένα σαφώς προσδιορισμένο μοντέλο της πραγματικότητας (συντά πρόκειται για κάποιο μαθηματικό μοντέλο, προκαθορισμένο εσωτερικά στο σύστημα). Οι χρήστες έχουν τη δυνατότητα μόνο να χειριστούν τους παράγοντες και τις μεταβλητές του μοντέλου, δίχως να έχουν ουδεμία αλληλεπίδραση με το ίδιο το μοντέλο ή γνώση αυτού.

Όμως, όλα τα μοντέλα βασίζονται σε ορισμένες θεωρήσεις (συντά απλοποιήσεις της πραγματικότητας) που είναι ενδογενείς του μοντέλου. Ποιες όμως είναι αυτές; Τις γνωρίζουν οι εκπαιδευόμενοι; Από πού πηγάζουν τα δεδομένα τα οποία χρησιμοποιούν οι προσομοιώσεις;

Αρκετοί θεωρούν διδακτικά σωστό να πληροφορούνται με σαφήνεια οι μαθητές τις απλοποιήσεις της πραγματικότητας στις οποίες βασίσθηκε το εκάστοτε μοντέλο καθώς τις πηγές των δεδομένων που αναφέρονται στα μοντέλα αυτά. Υπάρχουν όμως και άλλοι που πιστεύουν ότι η πληροφόρηση αυτή είναι δυνατό να δημιουργήσει νέες παρανοήσεις ή δυσκολίες κατανόησης στους μαθητές.

#### 3. *Παραπλανητικές ή αναξιόπιστες προσομοιώσεις*

Κάθε μοντέλο είναι μια απλοποίηση και ίσως μια εξιδανίκευση της πραγματικότητας. Κάποιες απλοποιήσεις μπορεί να είναι χρήσιμες και αποδεκτές, ενώ άλλες να παραπλανούν, ή να είναι ανακριβείς. Στις περιπτώσεις αυτές οι προσομοιώσεις, αποτελούν μάλλον καρικατούρες της πραγματικότητας παρά αναπαραστάσεις αυτής.

#### 4. *Σύγκριση με την πραγματικότητα*



Οι μαθητές συχνά δεν κάνουν σαφή διάκριση ανάμεσα στο μοντέλο που ο προγραμματιστής έχει ενσωματώσει στο πρόγραμμα και στην ίδια την πραγματικότητα. Κατά συνέπεια, η προσομοίωση του φαινομένου στον υπολογιστή μπορεί να δημιουργήσει την αίσθηση ενός διαφορετικού κόσμου, που είναι πολύ πιο απλός και εύκολος στον χειρισμό από ότι συμβαίνει στην πραγματικότητα. Εδώ θα πρέπει να προσεχθεί η άγνοια των περιορισμών και των κινδύνων που ενέχουν στα πραγματικά πειράματα (π.χ. δε μπορούμε να δούμε πέρα από κάποιο όριο ή να μετρήσουμε χρόνους πολύ μικρούς, όπως επίσης δεν μπορούμε να αγγίξουμε ένα σύρμα θερμοκρασίας 2000<sup>0</sup> C ή ένα γυμνό καλώδιο που διαρέεται από μεγάλο ρεύμα).

#### 5. Διπλές απλουστεύσεις και απλοποιήσεις

Όλα τα παραπάνω γίνονται ακόμα πιο επικίνδυνα όταν πρόκειται για προσομοιώσεις που χρησιμοποιούν υπολογιστικά μοντέλα ενός επιστημονικού μοντέλου ή μιας θεωρίας, η οποία είναι από μόνη της απλοποίηση της πραγματικότητας ( για παράδειγμα η κινητική θεωρία). Καταλήγουμε τότε να εργαζόμαστε με ένα μοντέλο του μοντέλου, δίχως συχνά αυτό να γίνεται σαφές στους μαθητές.

#### 6. Οικοδόμηση των Φυσικών Εννοιών

Οι έννοιες είναι νοητικά κατασκευάσματα με τα οποία περιγράφεται και ερμηνεύεται η φύση που μας περιβάλλει. Τις έννοιες τις αναπαριστούμε με λέξεις και με σύμβολα, τις μετράμε και τις ονομάζουμε μεγέθη. Επειδή φαίνεται δύσκολο να οικοδομηθούν έννοιες, που να αναφέρονται στον πραγματικό κόσμο, από αυτές τις συμβολικές εικονικές οντότητες, θα πρέπει πρώτα να καταλάβουν τα παιδιά, όσο καλύτερα γίνεται, τι σημαίνει π.χ. επιτάχυνση, έπειτα να τους δοθούν παραδείγματα από την καθημερινή ζωή της έννοιας αυτής, στη συνέχεια να εκτελεσθεί από τον καθηγητή ή από τους μαθητές κάποιο σχετικό πείραμα και στο τέλος να ασχοληθούν με το εικονικό πείραμα(Βλάχος, 2003).

#### 7. Μερική χρήση των αισθήσεων

Δεν εμπλέκουν, τουλάχιστον προς το παρόν, άλλες αισθήσεις εκτός από την όραση και την ακοή. Ο περιορισμός αυτός είναι αρκετός για να μας οδηγήσει στο συμπέρασμα ό,τι:

**Δεν μπορούν να αντικαταστήσουν τα πραγματικά σχολικά εργαστήρια.**

Μελλοντικές εφαρμογές αναμένεται να εμπλέκουν την όσφρηση, τη γεύση και την αφή. Προς το παρόν αυτές έχουν υψηλή τιμή και βρίσκονται σε πειραματικό στάδιο (Rice, 1997). Η πείρα όμως έχει δείξει ότι τεχνολογίες με παγκόσμιο και έντονο ενδιαφέρον γρήγορα γίνονται προσιτές.

## 4. Η παρούσα εργασία

### 4.1 Μονοδιάστατη κίνηση

Αρχίζουμε με τη μονοδιάστατη κίνηση, η οποία περιλαμβάνει δύο προσομοιώσεις, την ευθύγραμμη (ομαλή και μεταβαλλόμενη) κίνηση και τη σχετική ταχύτητα.

#### 4.1.1 Ευθύγραμμη κίνηση

##### Το πείραμα

Αποτελεί αναπαράσταση ενός πειράματος που μπορεί να γίνει και στο συμβατικό εργαστήριο, όταν υπάρχουν βέβαια τα ανάλογα εργαλεία, αλλά πλεονεκτεί από το πραγματικό πείραμα, εκτός των άλλων, σε δύο στοιχεία: 1) οι μαθητές μπορούν να παρακολουθούν ταυτόχρονα τις μεταβολές θέσης, ταχύτητας και επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο και β) είναι σε θέση ανά πάσα στιγμή να μεταβάλλουν τις τιμές των παραπάνω μεταβλητών. Επιπλέον, θέτοντας την επιτάχυνση ίση με μηδέν και δίνοντας φυσικά κάποια μη μηδενική τιμή στην ταχύτητα, η κίνηση γίνεται ευθύγραμμη ομαλή. Ένας στόχος του πειράματος θα μπορούσε να είναι η κατανόηση από τους μαθητές της σημασίας των λέξεων « ευθύγραμμη, ομαλή» και « ομαλά, μεταβαλλόμενη» στη μελέτη των κινήσεων στη Φυσική, ότι δηλαδή και οι δύο αναφέρονται σε δύο διαφορετικά αλλά σταθερά διανύσματα, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης αντίστοιχα. Επίσης μπορούν τα παιδιά να κάνουν πίνακα τιμών, καταγράφοντας τις παρατηρούμενες τιμές, να σχεδιάσουν τις αντίστοιχες γραφικές παραστάσεις τις οποίες θα συγκρίνουν με αυτές που βλέπουν και να βγάλουν τα συμπεράσματά τους (διερευνητική μέθοδος).

Στην εφαρμογή μας παρατηρούμε ένα αυτοκίνητο να κινείται σε ευθεία γραμμή με σταθερή επιτάχυνση (θετική ή αρνητική), εκτελώντας ευθύγραμμη ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση. Στην κίνηση αυτή η ταχύτητα  $v$  συναρτηθεί του χρόνου  $t$ , δίνεται από τη σχέση:  $v = v_0 \pm at$ , όπου  $v_0$  η αρχική ταχύτητα του σώματος και  $a$  η επιτάχυνση αυτού. Επίσης, η μετατόπιση  $x$  του σώματος κάθε χρονική στιγμή είναι:  $x = x_0 + at \pm 1/2 at^2$ , όπου  $x_0$  η αρχική θέση του κινητού. Από τη γραφική παράσταση  $v(t)$  μπορούμε να υπολογίσουμε τη μετατόπιση του σώματος μεταξύ δύο χρονικών στιγμών ( $x$ =εμβαδόν), ενώ από την αντίστοιχη  $x(t)$  υπολογίζουμε την ταχύτητα του κινητού, η οποία ισούται με τη κλίση της ευθείας.

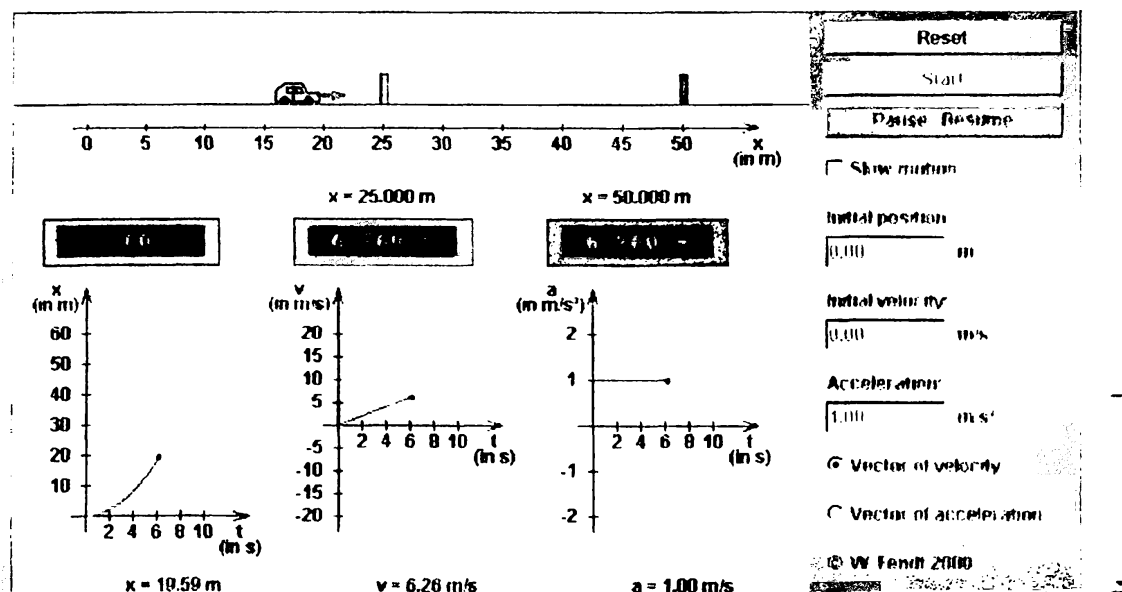
##### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στην αρχική θέση, στο κουμπί *Initial position* (μέχρι 50 m), στην αρχική ταχύτητα *Initial velocity* (μέχρι 10m/s) και στην επιτάχυνση *Acceleration* (μέχρι 2 m/s<sup>2</sup>), πατώντας το πλήκτρο *Enter* στο τέλος, για να γίνει η καταχώρησή τους από το πρόγραμμα. Πατώντας το κουμπί *slow motion* η κίνηση γίνεται 10 φορές πιο αργή. Με το



## Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στην αρχική θέση, στο κουμπι *Initial position* (μέχρι 50 m), στην αρχική ταχύτητα *Initial velocity* (μέχρι 10m/s) και στην επιτάχυνση *Acceleration* (μέχρι  $2 \text{ m/s}^2$ ), πατώντας το πλήκτρο *Enter* στο τέλος, για να γίνει η καταχώρησή τους από το πρόγραμμα. Πατώντας το κουμπι *slow motion* η κίνηση γίνεται 10 φορές πιο αργή. Με το *Pause/Resume* το αυτοκίνητο σταματά ή ξεκινά ανάλογα. Με το *Reset* επανέρχεται στην αρχική του θέση και σβήνουν τα διαγράμματα. Στο μπροστινό μέρος του αυτοκινήτου φαίνεται το διάνυσμα της ταχύτητας ή της επιτάχυνσης, ανάλογα με την επιλογή του χρήστη, που γίνεται πατώντας το αντίστοιχο πλήκτρο (*Vector of..*). Επίσης, τρία ψηφιακά ρολόγια καταγράφουν το χρόνο από την έναρξη της κίνησης. Όταν ο μπροστινός προφυλακτήρας του αυτοκινήτου φθάσει στο πράσινο ή στο κόκκινο εμπόδιο το αντίστοιχο ρολόι σταματά. Τα δύο αυτά εμπόδια μπορούν να μετακινηθούν εύκολα κάνοντας αρχικά ένα κλικ πάνω τους και στη συνέχεια με σύρσιμο του ποντικιού κρατώντας πατημένο το πλήκτρο.



### 4.1.2 Σχετική ταχύτητα

Η εφαρμογή αυτή είναι μια κινούμενη εικόνα (βίντεο) και όχι διαδραστική προσομοίωση. Παρατηρούμε μια βάρκα να κινείται σε ένα ποτάμι και έναν άνθρωπο να βαδίζει στην όχθη του ποταμού. Με τη προσομοίωση αυτή ενός καθημερινού φαινομένου, η οποία είναι και αρκετά πρωτότυπη και θεαματική, μπορούμε να δούμε ποιοτικά (με διανύσματα) και ποσοτικά (με τιμές), την ταχύτητα ενός κινούμενου σώματος σε σχέση με ένα άλλο, και πιθανόν μέσα από την παρατήρηση να γίνει κατανοητή η έννοια της σχετικής ταχύτητας. Αρχικά, θα δούμε το θέμα από θεωρητική σκοπιά, έπειτα θα δώσουμε τις οδηγίες για τον τρόπο που θα γίνει η παρατήρηση και στο τέλος θα δούμε τη προσομοίωση.

γυναίκα περπατάει με ταχύτητα 1,0 m/s στο διάδρομο τρένου κινούμενου με ταχύτητα 3,0 m/s. Ποια είναι η ταχύτητα της γυναίκας;

Πρόκειται για αρκετά απλή ερώτηση που όμως δεν έχει μια μοναδική απάντηση. Σε έναν ταξιδιώτη, που κάθεται στο τρένο, η γυναίκα φαίνεται πως κινείται με 1,0 m/s. Κάποιος, που περιμένει να περάσει το τρένο πάνω στο ποδηλάτο του, τη βλέπει να κινείται με  $1,0 \text{ m/s} + 3,0 \text{ m/s} = 4,0 \text{ m/s}$ . Ένας τρίτος παρατηρητής, σε άλλο τρένο, που κινείται σε αντίθετη κατεύθυνση, θα έδινε μια άλλη διαφορετική απάντηση. Η ταχύτητα είναι διαφορετική για διαφορετικούς παρατηρητές. Πρέπει να καθορίσουμε ποιον παρατηρητή εννοούμε, οπότε μιλάμε για ταχύτητα σε σχέση με το συγκεκριμένο παρατηρητή. Κάθε παρατηρητής, που καταρχήν διαθέτει μεζούρα και χρονόμετρο, αποτελεί αυτό που λέμε **σύστημα αναφοράς**. Δηλαδή, ένα σύστημα συντεταγμένων μαζί με ένα χρονόμετρο αποτελούν σύστημα αναφοράς.

Αν καλέσουμε A το σύστημα αναφοράς του ποδηλάτη (ακίνητο σε σχέση με το έδαφος), B το σύστημα αναφοράς του κινούμενου τρένου και P την κινούμενη γυναίκα ισχύει ότι:

$$u_{P/A} = u_{P/B} + u_{B/A} \quad (1)$$

Δηλαδή η ταχύτητα της γυναίκας σε σχέση με το σύστημα A ισούται με το άθροισμα της ταχύτητας ως προς το σύστημα B και της ταχύτητας του συστήματος B ως προς το σύστημα A (η ταχύτητα του τρένου ως προς τον ποδηλάτη).

Το άθροισμα στη παραπάνω σχέση είναι πάντα αλγεβρικό. Γι' αυτό θα πρέπει να καθορίζουμε πάντα (αυθαίρετα) τη θετική φορά της κίνησης, οπότε η αντίθετη θα είναι αρνητική και οι ταχύτητες θα αντικαθίστανται στην (1) με το πρόσημό τους. Έτσι, στο εξεταζόμενο παράδειγμα, αν η γυναίκα προχωρούσε αντίθετα προς το τρένο (προς τα πίσω) θα είχαμε  $u_{P/A} = -1,0 \text{ m/s}$  και η ταχύτητά της σε σχέση με τον ποδηλάτη θα ήταν 2,0 m/s.

Αν η γυναίκα κοιτάξει έξω από το παράθυρο, της φαίνεται πως ο ποδηλάτης ( που είναι ακίνητος ως προς το έδαφος) κινείται προς τα πίσω. Εδώ μπορούμε να μιλήσουμε για ταχύτητα του ποδηλάτη σε σχέση με τη γυναίκα, που προφανώς είναι η αντίθετη της  $u_{P/A}$ . Αν τα A και B είναι δύο οποιαδήποτε σημεία η συστήματα αναφοράς γενικά έχουμε:

$$u_{P/A} = - u_{B/A} \quad (2)$$

Τα παραπάνω ισχύουν με την προϋπόθεση ότι οι ταχύτητες των σωμάτων είναι αρκετά μικρότερες από τη ταχύτητα c του φωτός. Όταν κάποιες από τις ταχύτητες πλησιάζουν τη c, ο νόμος της πρόσθεσης ταχυτήτων πρέπει να αλλάξει. Αποδεικνύεται πως αν η γυναίκα μπορούσε να τρέξει στο διάδρομο με  $0,30c$  κι αν το τρένο μπορούσε να κινηθεί με  $0,90c$  η σχετική ταχύτητα της γυναίκας ως προς το έδαφος δεν θα ήταν  $1,20c$  αλλά μόνο  $0,94c$ .

#### 4.1.2β Κίνηση στο επίπεδο ή στο χώρο



Αν υποθέσουμε ότι η γυναίκα στο προηγούμενο παράδειγμα δεν βαδίζει κατά μήκος του διαδρόμου του βαγονιού στο τρένο, αλλά από τη μια πλευρά του βαγονιού στην άλλη με την ίδια ταχύτητα. Μπορούμε πάλι να περιγράψουμε την θέση της γυναίκας σε δύο διαφορετικά συστήματα αναφοράς, το βαγόνι του τρένου και το έδαφος. Αντί μια συντεταγμένης  $x$ , χρησιμοποιούμε διάνυσμα θέσης  $r$ , που στο επίπεδο περιγράφεται με δύο συντεταγμένες (συνιστώσες)  $x, y$ . Στην περίπτωση αυτή και με την προϋπόθεση ότι το σύστημα Β δεν περιστρέφεται ως προς το Α (δηλ. το τρένο κινείται ευθύγραμμα δίχως να στρίβει), καταλήγουμε πάλι στη σχέση (1), μόνο που τώρα έχουμε μια εξίσωση διανυσματική και οι ταχύτητες αντιμετωπίζονται σαν διανύσματα. Έτσι, η εύρεση κάθε φορά της ταχύτητας  $u_{P/A}$ , απαιτεί διανυσματικό διάγραμμα ταχυτήτων από τη μορφή του οποίου θα συνάγεται το μέτρο και η κατεύθυνση της ταχύτητας. Στο προηγούμενο παράδειγμα, το μέτρο της ταχύτητας προκύπτει από το Πυθαγόρειο θεώρημα:

$$u_{P/A} = (3^2 + 1^2)^{1/2} = 10^{1/2} \approx 3,2 \text{ m/s}$$

και η κατεύθυνσή της από τη σχέση

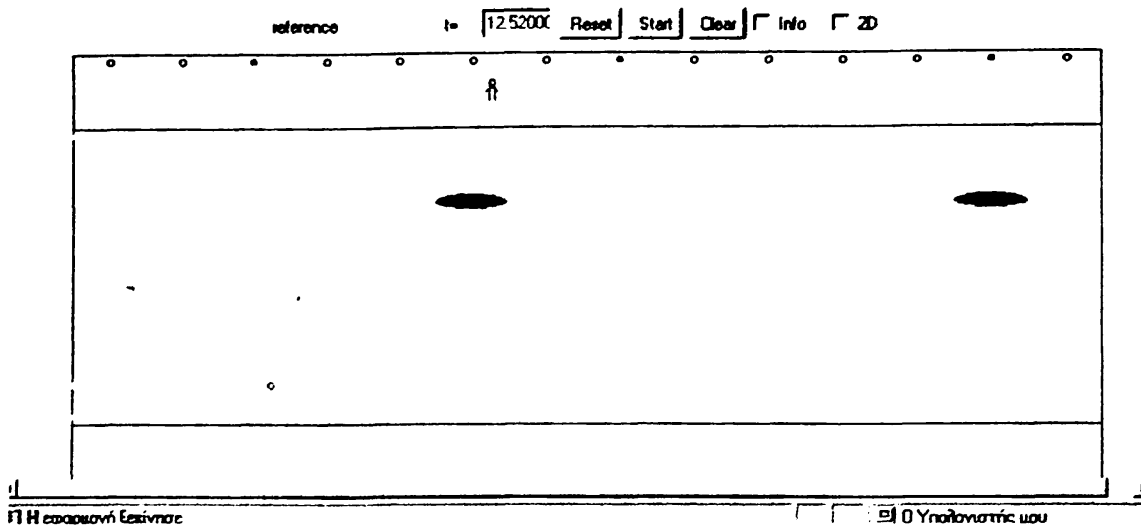
$$\tan \theta = u_{P/B} / u_{B/A} = 1/3, \text{ οπότε } \theta = 18^\circ$$

Επίσης και η σχέση (2) ισχύει, αλλά διανυσματικά. Έτσι λέμε πως η ταχύτητα της γυναίκας ως προς τρένο είναι το αντίθετο της ταχύτητας του τρένου ως προς τη γυναίκα κ.ο.κ..

### Οδηγίες εκτέλεσης

Στην απεικόνιση υπάρχει ένας ποταμός στο κέντρο της οθόνης (τα κίτρινα σημεία κινούνται με το νερό), μια κόκκινη βάρκα που κινείται επίσης σε σχέση με το ποτάμι, καθώς και ένας άνθρωπος(μπλε) που περπατά κοντά στη μια όχθη του ποταμού. Αυτός μπορεί να κολυπήσει και κάθετα στο ποτάμι. Για να δούμε τις ταχύτητες των σωμάτων στην εικόνα που παρουσιάζεται πατάμε το πλήκτρο *Info*. Για να αλλάξουμε σύστημα αναφοράς μετακινούμε το ποντίκι εκεί που θέλουμε και το αφήνουμε ακίνητο. Έτσι, αν για παράδειγμα το αφήσουμε ακίνητο σε ένα σημείο του ποταμού θα δούμε πάνω αριστερά, δίπλα στο ταμπλό με τους αριθμούς, να εμφανίζεται η λέξη River (ποταμός) με κίτρινο χρώμα. Σε αυτή την περίπτωση σύστημα αναφοράς είναι το ποτάμι (θεωρείται ακίνητο), εμείς είμαστε ένας παρατηρητής μέσα στο ποτάμι, αλλά μπορούμε να βλέπουμε την ταχύτητα των άλλων σωμάτων (την κατεύθυνση και το μέτρο της, αν έχουμε πατήσει *Info*).

## ΣΧΕΤΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ



Με τον ίδιο τρόπο μπορούμε να επιλέξουμε σαν σύστημα αναφοράς το έδαφος (Ground, γκριζο χρώμα), τον άνθρωπο (Man, μπλε χρώμα) και τη βάρκα (Boat, κόκκινο χρώμα). Μπορούμε, αν θέλουμε, να αναστείλουμε την κίνηση με τα πλήκτρα του ποντικιού ως εξής: Αν πατήσουμε το αριστερό, η κίνηση αναστέλλεται για όσο χρόνο το κρατάμε πατημένο και συνεχίζεται όταν το αφήσουμε. Αν πατήσουμε το δεξιό, αναστέλλεται μόνιμα και πρέπει να κάνουμε πάλι κλικ για αρχίσει πάλι η κίνηση. Για να αλλάξουμε, τις προκαθορισμένες από την εφαρμογή ταχύτητες των σωμάτων, κάνουμε με ακρίβεια κλικ στην άκρη του αντίστοιχου βέλους και σέρνουμε το ποντίκι προς τα δεξιά, αφού πρώτα σταματήσουμε την κίνηση με δεξί κλικ.

Για να αναγκάσουμε τον άνθρωπο να κολυμπήσει ενεργούμε ως εξής: Πατάμε *Info*, σταματάμε μόνιμα την κίνηση (με δεξί κλικ), κάνουμε κλικ κοντά στο αριστερό πόδι του ανθρώπου, κουνάμε το ποντίκι πάνω-κάτω, κρατώντας αυτό πατημένο και τέλος κάνουμε δεξί κλικ για να αρχίσει η κίνηση. Θα παρατηρήσουμε τότε, ότι ο άνθρωπος αρχίζει να κινείται κάθετα στο ποτάμι και την παράλληλη συνιστώσα της ταχύτητάς του (ως προς το έδαφος) να αλλάζει λόγω του ρεύματος του ποταμού. Τέλος, μπορούμε να δούμε και τη δισδιάστατη σχετική κίνηση πατώντας το *2D*. Θα παρατηρήσουμε τότε μια σφαίρα να φεύγει κάθετα από το κινούμενο ορθογώνιο και να εμφανίζεται η τροχιά της, διαφορετική για κάθε σύστημα αναφοράς που επιλέγουμε.

## 4.2 Δισδιάστατη κίνηση

Το επόμενο κεφάλαιο είναι η κίνηση στο επίπεδο ή στο χώρο (δύο ή τρεις διαστάσεις). Είναι γεγονός ότι, σε πολλά προβλήματα ευθύγραμμης κίνησης μπορούμε να περιγράψουμε τη θέση ενός σωματίου με μία μόνο συντεταγμένη. Αλλά ο πραγματικός κόσμος είναι τρισδιάστατος. Έτσι για να καταλάβουμε την καμπύλη που ακολουθεί η μπάλα του ποδοσφαίρου, την τροχιακή κίνηση δορυφόρου ή την τροχιά βλήματος τηλεβόλου πρέπει να επεκτείνουμε τις περιγραφές της κίνησης σε δισδιάστατες και τρισδιάστατες

καταστάσεις. Τα διανυσματικά μεγέθη μετατόπισης, ταχύτητας και επιτάχυνσης έχουν τώρα δύο ή τρεις διαστάσεις και δεν βρίσκονται πλέον σε μία ευθεία γραμμή. Αρκετά σημαντικά είδη κίνησης γίνονται στο επίπεδο και μπορούν να περιγραφούν με δύο συντεταγμένες και δύο συνιστώσες ταχύτητας και επιτάχυνσης όπως η κίνηση του βλήματος και η κυκλική κίνηση. Εδώ θα μας απασχολήσουν τρεις προσομοιώσεις. Η μία αφορά την πλάγια βολή και οι άλλες δύο σχετίζονται με την κεντρομόλο δύναμη και την κυκλική κίνηση

#### 4.2.1 Πλάγια βολή

Στην εφαρμογή αυτή προσομοιώνεται η κίνηση που κάνει ένα σώμα, όταν εκτοξεύεται από κάποιο σημείο του εδάφους με αρχική ταχύτητα η οποία σχηματίζει ορισμένη γωνία με το έδαφος και ξαναγυρίζει στο έδαφος στο ίδιο οριζόντιο επίπεδο. Θεωρούμε ότι η κίνηση γίνεται σε ομογενές βαρυτικό πεδίο, δηλαδή ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας παραμένει σταθερή. Είναι ένα εικονικό πείραμα που δύσκολα μπορεί να γίνει στο σχολείο και από το οποίο οι μαθητές μπορούν να αποκομίσουν αρκετά οφέλη, όπως τη μορφή της τροχιάς, την επίδραση του αέρα στο μέγιστο ύψος και στο βεληνεκές, το ότι το βεληνεκές είναι ίδιο για συμπληρωματικές γωνίες (μόνο δίχως αέρα) και άλλα. Αρχίζουμε με μια θεωρητική ανάλυση για την κίνηση των βλημάτων και συνεχίζουμε με τις οδηγίες εκτέλεσης του πειράματος.

Λέγοντας **βλήμα** εννοούμε κάθε σώμα που ακολουθεί τροχιά με προσδιορισμένη εντελώς τη βαρυτική επιτάχυνση και την αντίσταση του αέρα, αφού του δοθεί κάποια αρχική ταχύτητα. Τροχιά του βλήματος είναι η διαδρομή που ακολουθεί. Για να αναλύσει κανείς αυτόν τον κοινό τύπο κίνησης θα πρέπει να ξεκινήσει με ένα εξιδανικευμένο μοντέλο παριστάνοντας το βλήμα σαν απλό σώματιο με επιτάχυνση (εξαιτίας της βαρύτητας) σταθερή τόσο κατά μέτρο όσο και κατά κατεύθυνση. Θα αμελήσει την επίδραση της αντίστασης του αέρα, όπως επίσης την καμπυλότητα και την περιστροφή της Γης. Η καμπυλότητα της Γης πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στις πτήσεις των διηπειρωτικών βολιστικών πυραύλων (ICBM), η δε αντίσταση του αέρα είναι ζωτικής σημασίας για τους αλεξιπτωτιστές. Παρόλα αυτά, αναλύοντας το παραπάνω απλό μοντέλο μπορούμε να μάθουμε πολλά.

Καταρχήν η κίνηση του βλήματος περιορίζεται πάντα στο κατακόρυφο επίπεδο που ορίζει η διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας και καλείται  $\chi\psi$ , με οριζόντιο άξονα τον  $\chi$  και κατακόρυφο τον  $\psi$ . Το ουσιαστικό σημείο στην ανάλυση της κίνησης βλήματος είναι η δυνατότητα μελέτης των συντεταγμένων  $\chi$  και  $\psi$  ανεξάρτητα της μιας από την άλλη. Η συνιστώσα  $\chi$  της επιτάχυνσης μηδενίζεται, ενώ η συνιστώσα  $\psi$  είναι σταθερή και ίση με  $-g$ . Επομένως η κίνηση του βλήματος μπορεί να θεωρηθεί σαν συνδυασμός οριζόντιας κίνησης με σταθερή ταχύτητα και κατακόρυφης κίνησης με σταθερή επιτάχυνση. Όλες οι διανυσματικές σχέσεις μπορούν να εκφραστούν με τη βοήθεια εξισώσεων για την οριζόντια και την κατακόρυφη συνιστώσα ξεχωριστά. Η πραγματική κίνηση είναι υπέρθεση αυτών των ανεξάρτητων κινήσεων. Έτσι έχουμε:





A) Συνιστώσες θέσης:

$$\begin{aligned}x &= (u_0 \cos \alpha_0)t \\ y &= (u_0 \sin \alpha_0)t - 1/2 gt^2\end{aligned}$$

B) Συνιστώσες ταχύτητας:

$$\begin{aligned}u_x &= u_0 \cos \alpha_0 \\ u_y &= u_0 \sin \alpha_0 - gt\end{aligned}$$

Γ) Συνιστώσες επιτάχυνσης:

$$a_x = 0, \quad a_y = -g$$

Από τις παραπάνω εξισώσεις μπορεί κανείς να πάρει πολλές πληροφορίες. Π.χ. η απόσταση  $r$  του βλήματος από την αρχή κάθε χρονική στιγμή είναι

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

ενώ το μέτρο της ταχύτητα κάθε χρονική στιγμή είναι

$$u = (u_x^2 + u_y^2)^{1/2}$$

Η γωνία  $\alpha$  που σχηματίζει η κατεύθυνση της ταχύτητας με τον θετικό άξονα  $x$ , δίνεται από τη σχέση

$$\tan \alpha = u_y / u_x$$

Το διάνυσμα της ταχύτητας  $u$  εφάπτεται στην τροχιά σε κάθε σημείο της. Απαλείφοντας το χρόνο  $t$  από τις εξισώσεις θέσης προκύπτει μια εξίσωση που δίνει το σχήμα της τροχιάς. Η εξίσωση έχει την μορφή

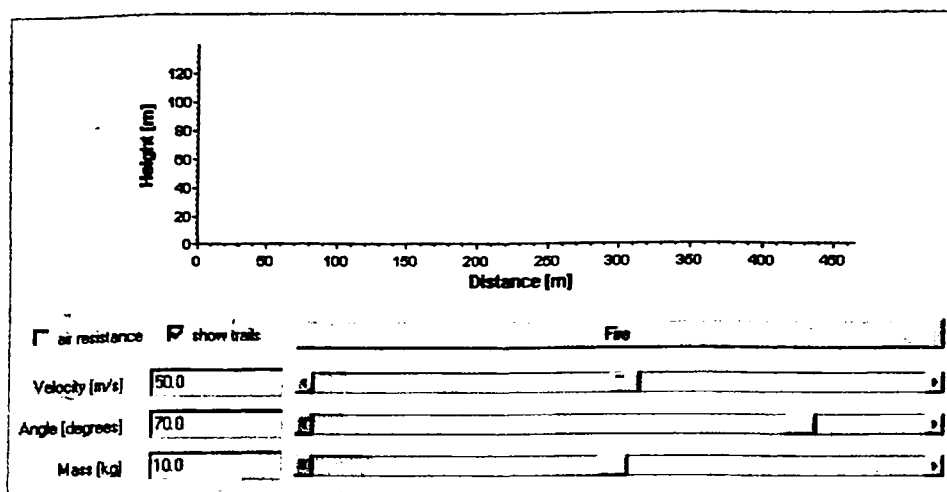
$$y = bx - cx^2$$

όπου οι  $b$  και  $c$  είναι θετικές σταθερές και αυτή είναι μια εξίσωση παραβολής.

### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στην αρχική ταχύτητα και στη μάζα του σώματος (χωρίς όριο), καθώς και στη γωνία βολής (μέχρι  $90^\circ$ ), είτε μετακινώντας το δρομέα έχοντας πατημένο το αριστερό πλήκτρο του ποντικιού, είτε με πληκτρολόγηση και πατώντας το *Enter* για να γίνει δεκτή η τιμή. Μετά από κάθε εκτέλεση του πειράματος, εμφανίζονται πάνω δεξιά τα αποτελέσματα του πειράματος, δηλαδή: το (βεληνεκές), το μέγιστο ύψος, ο ολικός χρόνος της κίνησης και η ταχύτητα με την οποία το σώμα συναντά το έδαφος. Επίσης εμφανίζεται κάθε φορά, η τροχιά που διαγράφει το σώμα στον αέρα.

## ΠΑΛΙΑ ΒΟΛΗ

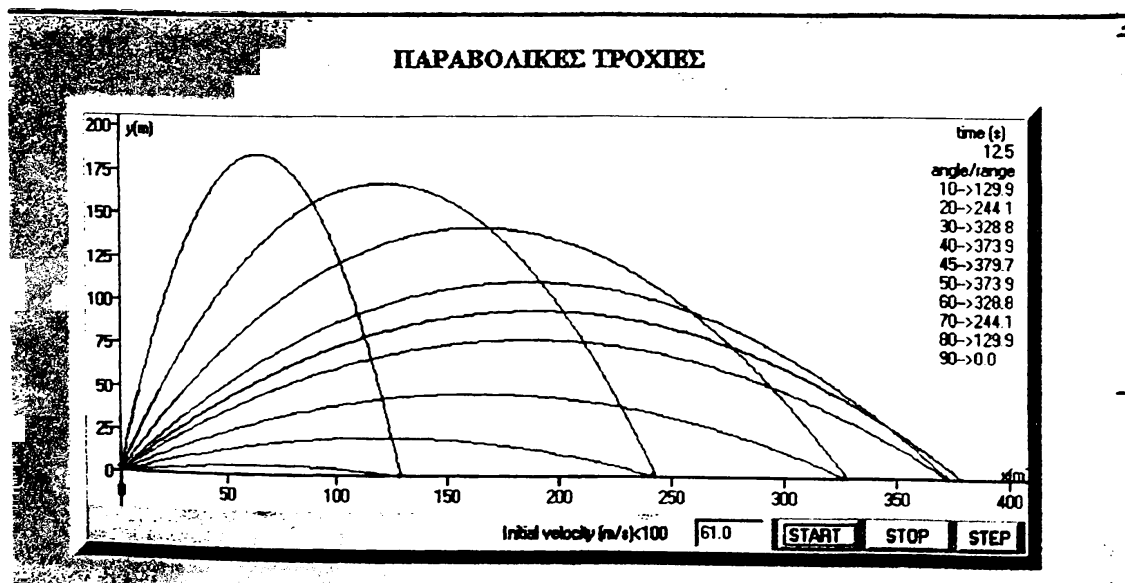


8] Η εφαρμογή Εκκίνησης

9] Ο Υπολογιστής μου

Για να γίνονται συγκρίσεις, το πρόγραμμα διατηρεί στην οθόνη μέχρι πέντε διαφορετικές τροχιές. Αν θέλουμε να καθαρίσει η οθόνη από τις τροχιές, πριν από κάποια βολή, πατάμε ανανέωση, μόνο που τότε επανέρχονται οι προκαθορισμένες τιμές και θα πρέπει να επαναλάβουμε τις τυχόν αλλαγές. Είναι πολύ ενδιαφέρον και αξιοπρόσεκτο να εκτελούμε την ίδια βολή (ίδιες παραμέτρους) **με και χωρίς αέρα** και να συγκρίνουμε τις τροχιές και τα αποτελέσματα. Για την εκτέλεση κατακόρυφης βολής θέτουμε τη γωνία ίση με 90 μοίρες. Αν θέλουμε να δούμε ταυτόχρονα τις τροχιές πολλών βολών, για διάφορες γωνίες, πατάμε το σύνδεσμο "παρabolicές τροχιές"

## ΠΑΡΑΒΟΛΙΚΕΣ ΤΡΟΧΙΕΣ



## 4.2.2 Ομαλή κυκλική κίνηση

Στην ενότητα αυτή θα ασχοληθούμε με δύο προσομοιώσεις. Η μία είναι η μέτρηση της δύναμης που ασκείται σε σώμα το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση (σύνηθες και εύκολο πείραμα) και η άλλη είναι εικονική αναπαράσταση του γνωστού τροχού του λούνα-παρκ. Είναι και οι δύο αρκετά ενδιαφέρουσες και διδακτικές και στοχεύουν, η μεν πρώτη να δείξει την επίδραση των διαφόρων παραμέτρων στην τιμή της δύναμης, η δε δεύτερη να βοηθήσει τους μαθητές να καταλάβουν ότι η κυκλική κίνηση είναι επιταχυνόμενη και τις σχέσεις που συνδέουν τα μεγέθη μεταξύ τους. Αρχίζουμε πάλι με τα θεωρητικά και συνεχίζουμε με τις οδηγίες για την κάθε προσομοίωση.

Όταν ένα σώματιο κινείται σε κύκλο με ταχύτητα σταθερού μέτρου λέμε ότι κάνει **ομαλή κυκλική κίνηση**. Ένα αυτοκίνητο που κινείται με σταθερή ως προς το μέτρο ταχύτητα σε καμπύλη σταθερής ακτίνας και ένας δορυφόρος που κινείται σε κυκλική τροχιά, είναι δύο από τα πολλά παραδείγματα ομαλής κυκλικής κίνησης.

Παρότι η κίνηση χαρακτηρίζεται ομαλή λόγω της σταθερότητας του μέτρου της ταχύτητας, δεν παύει να είναι μια μεταβαλλόμενη κίνηση επειδή αλλάζει συνεχώς η κατεύθυνση της ταχύτητας και κατά συνέπεια να υφίσταται μεταβολή το διάνυσμα αυτής. Σε κάθε σημείο της τροχιάς η ταχύτητα είναι εφαπτόμενη προς τον κύκλο και η επιτάχυνση κατευθύνεται προς το κέντρο του κύκλου.

Το μέτρο της ταχύτητας δεν αλλάζει διότι δεν υπάρχει συνιστώσα της επιτάχυνσης παράλληλη (εφαπτόμενη) προς την τροχιά. Αντίθετα η συνιστώσα της επιτάχυνσης που είναι κάθετη προς την τροχιά, είναι αυτή που προξενεί την αλλαγή της κατεύθυνσης της ταχύτητας του κινητού και η σχέση της με το μέτρο της ταχύτητας του σωματίου και την ακτίνα του κύκλου είναι :

$$a_{\text{rad}} = v^2/R \quad (1)$$

Προσθέτουμε το δείκτη «rad» (radial=ακτινικός) σαν υπόμνηση του ότι η κατεύθυνση της στιγμιαίας επιτάχυνσης σε κάθε σημείο είναι πάντοτε κατά μήκος της ακτίνας του κύκλου, προς το κέντρο του και κάθετα προς τη στιγμιαία ταχύτητα σε αυτό το σημείο.

Συμπεραίνουμε ότι: **Στην ομαλή κυκλική κίνηση το μέτρο  $a$  της στιγμιαίας επιτάχυνσης είναι ίσο με το τετράγωνο της ταχύτητας  $v$  διαιρεμένου δια της ακτίνας του κύκλου  $R$ . Η διεύθυνσή της είναι κάθετη προς το  $v$  και έχει φορά προς το κέντρο (κατά μήκος της ακτίνας)**. Επειδή η επιτάχυνση κατευθύνεται πάντοτε προς το κέντρο του κύκλου, ονομάζεται μερικές φορές **κεντρομόλος επιτάχυνση**. Η λέξη *κεντρομόλος* παράγεται από τις λέξεις κέντρο και από το θέμα του ρήματος *βλώσκω* (έρχομαι) και σημαίνει «ο προς κέντρο φερόμενος»

Μπορούμε ακόμα να εκφράσουμε το μέτρο της ταχύτητας και της επιτάχυνσης στην ομαλή κυκλική κίνηση σε συνάρτηση με την **περίοδο  $T$**  της κίνησης, δηλαδή του χρόνου για μια πλήρη περιφορά. Εάν το σώματιο κάνει μια φορά το γύρο του κύκλου, δηλαδή μήκος  $2\pi R$  σε χρόνο  $T$ , το μέτρο της ταχύτητάς του είναι

$$u=2\pi R/T$$

ενώ το μέτρο της επιτάχυνσης

$$a_{\text{rad}}=4\pi^2 R/T^2$$

Τα παραπάνω ισχύουν αν το μέτρο της ταχύτητας του σωματίου παραμένει σταθερό. Όταν όμως αυτό αλλάζει, η σχέση (1) εξακολουθεί να δίνει την ακτινική συνιστώσα της επιτάχυνσης, η οποία είναι πάντοτε κάθετη στη στιγμιαία ταχύτητα και κατευθύνεται προς το κέντρο του κύκλου. Σε αυτή όμως την περίπτωση, υπάρχει επίσης μια συνιστώσα επιτάχυνσης  $a_{\text{tan}}$  (εφαπτομενική συνιστώσα) η οποία είναι εφαπτόμενη του κύκλου, παράλληλη προς τη στιγμιαία ταχύτητα και το μέτρο της ισούται με το ρυθμό μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας:

$$a_{\text{tan}} = d|u|/dt$$

Η διανυσματική επιτάχυνση ενός σωματίου που κινείται σε κύκλο με μεταβαλλόμενο μέτρο ταχύτητας είναι το διανυσματικό άθροισμα των δύο αυτών επιταχύνσεων.

#### 4.2.2a Δυναμική στην ομαλή κυκλική κίνηση

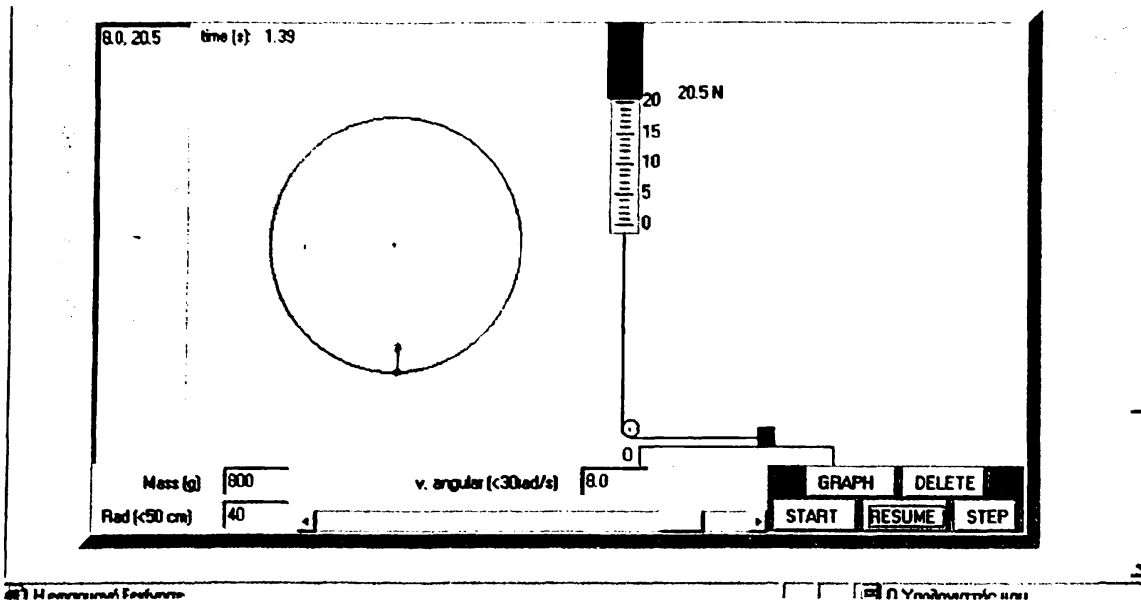
Στη μελέτη της ομαλής κυκλικής κίνησης έχουμε δει, ότι το μέτρο της ταχύτητας μένει σταθερό, αλλά η κατεύθυνσή της αλλάζει συνεχώς. Το κινητό έχει μια επιτάχυνση που έχει κατεύθυνση προς το κέντρο της τροχιάς, ονομάζεται κεντρομόλος επιτάχυνση και το μέτρο της δίνεται από τη σχέση:  $a_r = u^2/R$ . Σύμφωνα με το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα, η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα που εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, είναι ίση με το γινόμενο της μάζας του επί την κεντρομόλο επιτάχυνση:  $F_r = mu^2/R$  αλλά επειδή  $u = \omega R$  προκύπτει:  $F_r = m\omega^2 R$  (1).

Στην εφαρμογή αυτή θα ασχοληθούμε με ένα κλασσικό εργαστηριακό πείραμα, που είναι η μέτρηση με δυναμόμετρο της τάσης του νήματος, που ασκείται σε σώμα το οποίο εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση. Δίνουμε τιμές στα μεγέθη: α) Ακτίνα τροχιάς (σε cm) με το κουμπί *Rad*, β) μάζα του κινητού (σε gr) με το κουμπί *Mass* και γ) γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  (σε rad/s) με τα βελάκια ή το δρομέα του κουμπιού *v.angular*.

Πατώντας το *Start* το κινητό ξεκινά και παρατηρούμε πάνω σ' αυτό ένα βέλος που κατευθύνεται προς το κέντρο της τροχιάς και δείχνει την ακτινική δύναμη που είναι απαραίτητη για να διατηρηθεί η κυκλική κίνηση. Κρατάμε σταθερή τη μάζα και την ακτίνα και μεταβάλλοντας την γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , παίρνουμε ζεύγη τιμών ( $\omega$ ,  $F_r$ ) τα οποία εμφανίζονται σε ιδιαίτερο πλαίσιο πάνω αριστερά στην εικόνα. Τότε πατώντας το *Graph*, σχηματίζεται η γραφική παράσταση της δύναμης  $F$  (κάθετος άξονας), με το τετράγωνο της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$  (οριζόντιος άξονας), η οποία είναι ευθεία και η κλίση της ισούται με το γινόμενο της μάζας επί την ακτίνα. Πατάμε στη συνέχεια το *Delete* για



να σβήσουμε τα προηγούμενα. Δίνουμε άλλη τιμή στη μάζα ή στην ακτίνα ή στις δύο και παίρνουμε νέες μετρήσεις για κάθε  $\omega$  που επιλέγουμε επαληθεύοντας τη σχέση (1).

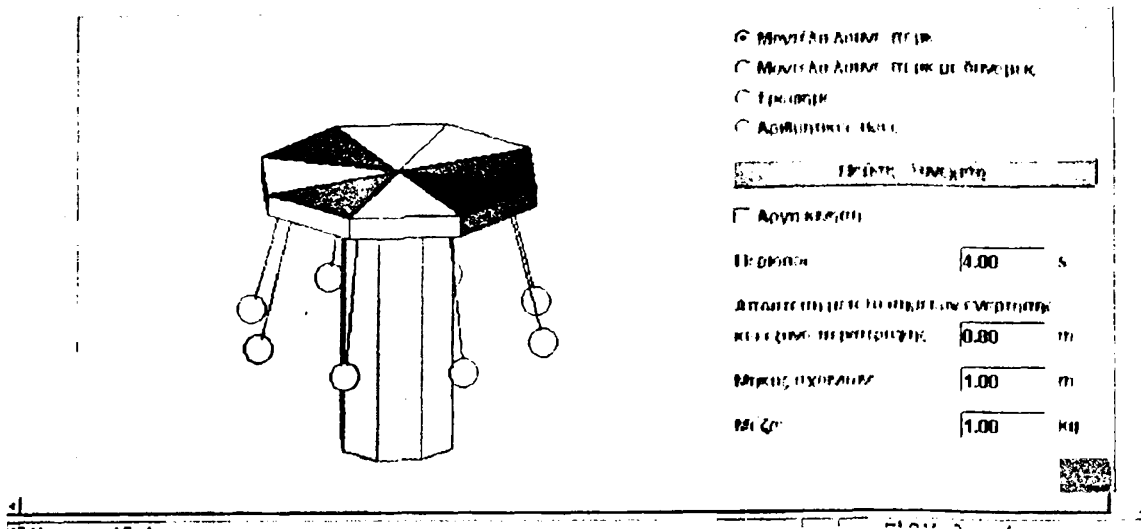


#### 4.2.2β Το μοντέλο του λούνα-παρκ

Σύμφωνα με τον πρώτο νόμο του Νεύτωνα (αρχή της αδράνειας), αν σε ένα σώμα δεν ασκείται καμία δύναμη, η ταχύτητά του και η κατεύθυνση της κίνησής δεν μεταβάλλονται. Τα αίτια μίας κυκλικής κίνησης είναι διαφορετικά: σε αυτήν την περίπτωση είναι αναγκαία η ύπαρξη μίας δύναμης, της λεγόμενης κεντρομόλου, η οποία έχει κατεύθυνση προς τον άξονα περιστροφής. Το απλουστευμένο μοντέλο του λούνα-παρκ δείχνει καθαρά αυτήν τη δύναμη.

Αν επιλέξουμε το δεύτερο από τα τέσσερα κουμπιά πάνω δεξιά, θα εμφανιστούν τα διανύσματα των δυνάμεων για το κάθε ένα από τα οκτώ κρεμάμενα σώματα στα οποία ασκούνται: το διάνυσμα του βάρους θα είναι μαύρο, η τάση του σκοινιού μπλε. Το άθροισμα αυτών των διανυσμάτων δίνει τη συνιστώσα δύναμη (κόκκινη), και ταυτίζεται με αυτό που ονομάζουμε κεντρομόλο δύναμη. Εκτός από την προσομοίωση του λούνα-παρκ (με ή χωρίς τα διανύσματα των δυνάμεων) το πρόγραμμα εμφανίζει ένα απλό δισδιάστατο σχήμα των διανυσμάτων των δυνάμεων καθώς και σημαντικές χαρακτηριστικές αριθμητικές τιμές της κυκλικής κίνησης.

## ΚΕΝΤΡΟΜΟΛΟΣ ΔΥΝΑΜΗ



Αν θέλουμε να παρατηρήσουμε επακριβώς τα διανύσματα των δυνάμεων, μπορούμε να σταματήσουμε την περιστροφή χρησιμοποιώντας το κουμπί Παύση / Συνέχιση, ή να μειώσουμε την ταχύτητά της κατά δέκα φορές με την επιλογή Αργή Κίνηση. Τα πεδία κειμένου επιτρέπουν την εντός ορισμένων ορίων αλλαγή των παραμέτρων. Σημείωση: η προσομοίωση εμφανίζει μία κυκλική κίνηση με σταθερή γωνιακή ταχύτητα. Δεν λαμβάνονται υπ' όψιν οι διαδικασίες που πραγματοποιούνται κατά την επιτάχυνση και την επιβράδυνση των σωμάτων. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται επίσης αμελητέα.

### 4.3 Δυναμική του σωματίου

Στην ενότητα αυτή που αναφέρεται στη σχέση δύναμης και κίνησης, θα μας απασχολήσουν και πάλι δύο προσομοιώσεις. Η πρώτη δείχνει τις δυνάμεις που ασκούνται σε ένα σώμα, το οποίο ανεβαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο με σταθερή ταχύτητα, υπό την επίδραση δύναμης μέσω δυναμόμετρου, το οποίο και καταγράφει φυσικά τη δύναμη έλξης. Είναι ένα απλό πείραμα που γίνεται εύκολα στο εργαστήριο, μόνο που εδώ φαίνονται τα διανύσματα των δυνάμεων κατά τη διάρκεια της κίνησης και υπολογίζονται άμεσα οι τιμές των συνιστωσών του βάρους και της τριβής, δίνοντας την ευκαιρία στο μαθητή να συγκρίνει τα δικά του αποτελέσματα με αυτά του προγράμματος.

Η δεύτερη αναπαριστά την κίνηση που κάνει σε μια οριζόντια αεροτροχιά ένα σώμα με τη βοήθεια ενός δεύτερου κρεμάμενου σώματος που συνδέεται μέσω τροχαλίας με το πρώτο. Είναι και αυτό ένα συνηθισμένο και εύκολο εργαστηριακό πείραμα, αρκεί βέβαια να υπάρχει αεροτροχιά και καλό χρονόμετρο, με τη διαφορά ότι εδώ υπολογίζεται αυτόματα από το πρόγραμμα η επιτάχυνση του σώματος και δίνεται άμεσα η γραφική παράσταση της μετατόπισης σε συνάρτηση με το χρόνο, δίνοντας τη δυνατότητα στο μαθητή να κάνει συγκρίσεις με τις δικές του τιμές.



Η **δύναμη**, που είναι ένα διανυσματικό μέγεθος, αποτελεί ένα ποσοτικό μέτρο της μηχανικής αλληλεπίδρασης δύο σωμάτων. Αν ασκούνται πολλές δυνάμεις σε ένα σώμα, το αποτέλεσμα είναι το ίδιο όπως όταν ασκείται πάνω του μια μοναδική δύναμη, ίση με το διανυσματικό άθροισμα των υπολοίπων δυνάμεων. Αυτή η μοναδική δύναμη λέγεται **συνισταμένη**. Πολλές φορές, χρειάζεται να αντικαταστήσουμε μία δύναμη από δύο άλλες, σε καθορισμένες διευθύνσεις, δίχως να αλλάξει το αποτέλεσμα εφαρμογής της. Η διαδικασία αυτή λέγεται **ανάλυση** δύναμης και οι επί μέρους δυνάμεις λέγονται **συνιστώσες**. Όταν το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων, οι οποίες επιδρούν σε κάποιο σώμα είναι μηδέν, το σώμα βρίσκεται σε ηρεμία ή κινείται με σταθερή ταχύτητα και τότε λέμε ότι **ισορροπεί**.

Ο πρώτος νόμος του Νεύτωνα διατυπώνεται ως εξής : **Κάθε σώμα διατηρεί την κατάσταση του της ηρεμίας ή της ευθύγραμμης ομαλής κίνησης εκτός αν υποχρεωθεί να μεταβάλλει αυτή την κατάσταση εξαιτίας δυνάμεων που επιβάλλονται επί αυτού**. Τα συστήματα αναφοράς για τα οποία ισχύει ο νόμος αυτός λέγονται **αδρανειακά** και πολλές φορές ονομάζεται **νόμος της αδράνειας** επειδή χρησιμοποιείται για τον ορισμό των συστημάτων αυτών. Ένα κατά προσέγγιση αδρανειακό σύστημα αναφοράς είναι η Γη.

Η ιδιότητα των σωμάτων να διατηρούν σταθερή την κινητική τους κατάσταση ονομάζεται **αδράνεια**. Οι αδρανειακές ιδιότητες κάθε σώματος χαρακτηρίζονται από τη μάζα του. Κάθε σώμα στο οποίο ασκούνται δυνάμεις με διανυσματικό άθροισμα μη μηδενικό, αποκτά επιτάχυνση η οποία είναι ανάλογη με τη συνισταμένη δύναμη και αντίστροφα ανάλογη με τη μάζα του σώματος. Η σχέση αυτή αποτελεί τη λεκτική διατύπωση του δεύτερου νόμου του Νεύτωνα ενώ η συμβολική διατύπωση είναι:

$$\Sigma F = m \cdot a$$

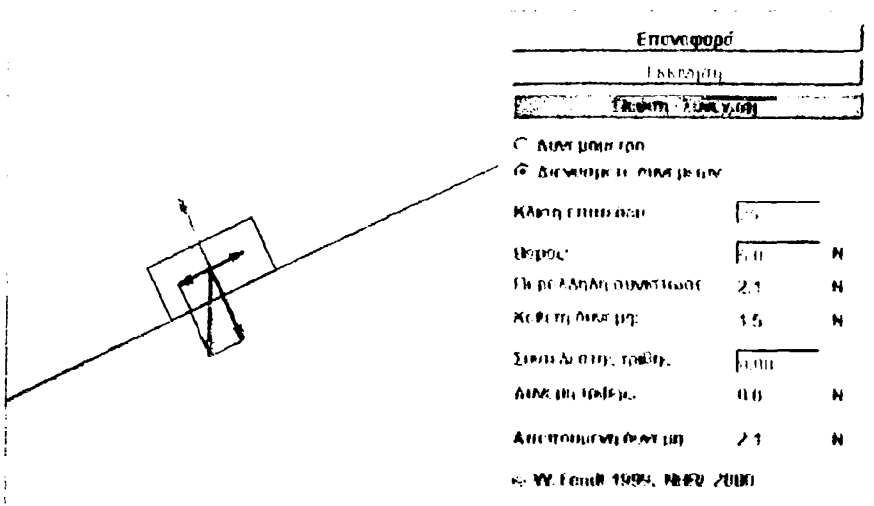
Όπως και ο πρώτος νόμος, έτσι και ο δεύτερος ισχύει μόνο σε αδρανειακά συστήματα αναφοράς. Η μονάδα δύναμης ορίζεται ως συνάρτηση των μονάδων μάζας και επιτάχυνσης με βάση τον δεύτερο νόμο και είναι το Newton(N), το οποίο ισούται με  $1\text{kg}\cdot\text{m}/\text{s}^2$ .

### 4.3.1 Κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο

Όταν ένα σώμα βρίσκεται σε κεκλιμένο επίπεδο, γωνίας κλίσης  $\theta$ , οι δυνάμεις που δρουν σε αυτό αναλύονται σε δύο άξονες, έναν παράλληλο στο επίπεδο ( $x'x''$ ) και έναν κάθετο σε αυτό ( $y'y''$ ). Έτσι, οι δύο συνιστώσες του βάρους είναι:  **$B_x = B \sin \theta$**  και  **$B_y = B \cos \theta$** .

Στο εικονικό αυτό πείραμα δεχόμαστε ότι η απαιτούμενη δύναμη έλξης  $F$  είναι παράλληλη στο επίπεδο με φορά προς τα δεξιά (θετική), η τριβή  $T$  παράλληλη και αυτή αλλά με φορά προς τα αριστερά (αρνητική) και η αντίδραση του επιπέδου  $N$  κάθετη σ' αυτό και επομένως δε χρειάζεται να αναλυθούν. Γενικότερα όμως, είναι δυνατόν να αναλυθούν όλες.

## ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ ΕΠΙΠΕΔΟ



Επιναφορά

Εκκίνηση

Επιλογή Σώματος

Ανεμόμετρο  
 Δυναμόμετρο οριζόντιων

Κλίση επιπέδου:

Βάρος:  N

Ποσοστό αλληλοσυμπύκνωσης:  N

Κοίτη τριβής:  N

Συντελεστής τριβής:

Διακρίση τριβής:  N

Αποστομωτική δύναμη:  N

© W. Foult 1994, Νέζη 2000

Στον άξονα  $yy'$  το σώμα δεν κινείται, δηλαδή ισορροπεί, οπότε ισχύει:  $N = B_y = B \cos \theta$  (1). Στον άξονα  $xx'$  το σώμα κινείται με σταθερή ταχύτητα, άρα πάλι ισορροπεί, έτσι ισχύει:  $\Sigma F_x = 0$  ή  $F = B_x + T$  (2). Για την τριβή  $T$  από τον ορισμό της έχουμε:  $T = \mu N$  (3), όπου  $\mu$  ο συντελεστής τριβής ολίσθησης. Από τις τρεις παραπάνω σχέσεις υπολογίζουμε τις άγνωστες ποσότητες με δεδομένα την κλίση  $\theta$  του επιπέδου, το βάρος  $B$  του σώματος και το συντελεστή  $\mu$ .

### Οδηγίες εκτέλεσης

Το κουμπί επαναφοράς φέρνει το σώμα στην αρχική του θέση (έξω από την εικόνα). Μπορούμε να αρχίσουμε ή να σταματήσουμε και να συνεχίσουμε την προσομοίωση με τα άλλα δύο κουμπιά. Ανάλογα με το επιλεγμένο κουμπί, η εφαρμογή παρουσιάζει ένα στιγμιότυπο, στο οποίο μπορούμε να παρατηρήσουμε τα διανύσματα των δυνάμεων που αναφέραμε παραπάνω, ή το δυναμόμετρο που έλκει το σώμα. Δίνοντας τιμές στην κλίση  $\theta$  (μέχρι  $90^\circ$ ), στο βάρος  $B$  (μέχρι 10 N) και στο συντελεστή τριβής  $\mu$  (μέχρι 0,5), πατάμε πρώτα *Enter* για να καταχωρηθούν οι τιμές και έπειτα το κουμπί της εκκίνησης. Τότε το πρόγραμμα εμφανίζει το κινούμενο σώμα και τις τιμές των άλλων δυνάμεων τις οποίες συγκρίνουμε με αυτές που βρίσκουμε από τη θεωρία.-

### 4.3.2 Κίνηση σε αεροτροχιά

Έστω ότι ο ολισθητής που κινείται σε οριζόντια αεροτροχιά έχει μάζα  $m_1$ , ενώ το βαριδίδο, με το οποίο συνδέεται μέσω μη εκτατού, εύκαμπτου νήματος, διερχομένου από μικρή τροχαλία, έχει μάζα  $m_2$ . Επειδή το νήμα δεν είναι εκτατό, τα δύο σώματα πρέπει να διανύουν ίσες αποστάσεις σε ίσους χρόνους, οπότε έχουν ίσες ταχύτητες κατά μέτρο, επομένως και ίσες μεταβολές των μέτρων των ταχυτήτων σε ίσους χρόνους. Άρα τα δύο σώματα



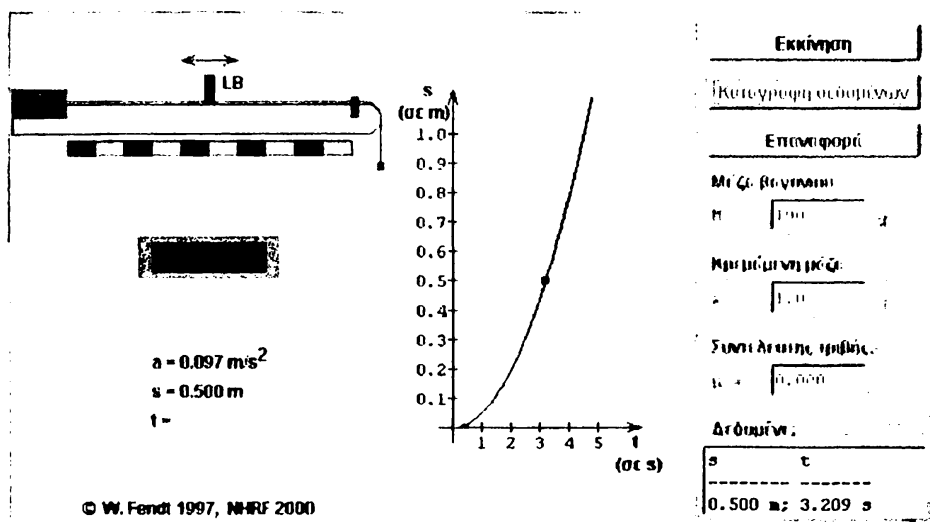


κινούνται με την ίδια επιτάχυνση ως προς το μέτρο. Αν  $T$  είναι η τριβή που ασκείται στον ολισθητή και  $N$  η τάση του νήματος που ασκείται στα δυο σώματα, εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για το κάθε σώμα ξεχωριστά θα έχουμε:  $N - T = m_1 \cdot a$  (1) και  $m_2 \cdot g - N = m_2 \cdot a$  (2). Από τις (1) και (2) προκύπτει ότι:  $a = (m_2 \cdot g - T) / (m_1 + m_2)$  (3). Ακόμα ξέρουμε ότι η τριβή δίνεται από τη σχέση:  $T = \mu F_{κ1} = \mu B_1 = \mu m_1 g$  (4). Τέλος το διάστημα  $s$  που διανύει ο ολισθητής στ χρόνο  $t$  δίνεται από τη σχέση:  $s = 1/2 at^2$ , αφού ξεκινά από την ηρεμία.

### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στη μάζα του ολισθητή  $m_1$  (μέχρι 1000 g), στη μάζα του βαριδιού  $m_2$  (μέχρι 100.0 g) και στο συντελεστή τριβής  $\mu$  (τυπικά μέχρι 1.000, αλλά καλύτερα μικρές τιμές) και πατάμε *Enter*. Τότε το πρόγραμμα εμφανίζει την τιμή της επιτάχυνσης  $a$ , την οποία συγκρίνουμε με τη θεωρητική που βρίσκουμε από τις σχέσεις (3) και (4). Έπειτα πατάμε *Εκκίνηση* με σκοπό τη μέτρηση του χρόνου στον οποίο το σώμα διανύει την απόσταση μέχρι τον αισθητήρα **LB**. Μπορούμε να μετατοπίσουμε τον αισθητήρα (με ακρίβεια 5 mm) και να πραγματοποιήσουμε μία σειρά μετρήσεων (με το ψηφιακό χρονόμετρο ακρίβειας 1 ms).

#### Ο ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΝΕΥΤΩΝΑ



Όταν το σώμα σταματήσει πατάμε *Καταγραφή Δεδομένων* και καταχωρούνται τα αποτελέσματα των μετρήσεων, ενώ με *Επαναφορά* ο ολισθητής επανέρχεται στο αρχικό του σημείο. Τότε μπορούμε να μεταβάλουμε ξανά τη θέση του αισθητήρα **LB**. Μία σειρά μετρήσεων με τις ίδιες παραμέτρους μπορεί να περιέχει το πολύ 10 μετρήσεις. Αν οι τιμές είναι τέτοιες που ο ολισθητής δεν μπορεί να ξεκινήσει (π.χ. μεγάλο  $\mu$ ), το πρόγραμμα εμφανίζει το μήνυμα «υπερβολική τριβή» με κόκκινα γράμματα. Κατά τη διάρκεια της κίνησης, ένα κόκκινο σημείο, πάνω στη γραφική παράσταση απόστασης-χρόνου ( $S-t$ ), δείχνει την απόσταση που έχει διανυθεί σε μία δεδομένη στιγμή.



## 4.4 Ορμή-Κρούσεις- Πύραυλοι

Στην ενότητα αυτή που αναφέρεται στη διατήρηση της ορμής κατά τη διάρκεια των κρούσεων και στα συστήματα μεταβλητής μάζας, θα παρουσιάσουμε τέσσερες προσομοιώσεις. Η πρώτη δείχνει τη μετωπική κρούση, η δεύτερη την πλάγια (δισδιάστατη) κρούση, η τρίτη την πλαστική κρούση και η τέταρτη αναπαριστά την κίνηση ενός πυραύλου στο διάστημα. Όπως θα δούμε είναι όλες αρκετά διδακτικές και μπορούν να συμβάλουν αρκετά στην κατανόηση των φαινομένων που παρουσιάζουν. Θα αρχίσουμε με το σχετικό θεωρητικό υπόβαθρο και στη συνέχεια θα τις δούμε αναλυτικά μία-μία.

Η **ορμή  $p$**  ενός σωματίου με μάζα  $m$  που κινείται με ταχύτητα  $u$  είναι διανυσματικό μέγεθος και ορίζεται ως το γινόμενο της μάζας του σωματίου επί την ταχύτητα του.

Δηλαδή  **$p = mu$** . Μονάδα ορμής στο (S.I.) είναι το 1 Kg.m/s. Η ολική ορμή  $P$  ενός συστήματος σωματίων είναι το διανυσματικό άθροισμα των ορμών των σωματίων:  **$P = p_1 + p_2 + \dots + p_n$** . Με την βοήθεια της ορμής επαναδιατυπώνεται ο δεύτερος νόμος του Νεύτωνα ως εξής: Το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται πάνω σε ένα σωματίο, είναι ίσο με τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του.  $\Sigma F = dp/dt$ . Αυτή είναι η σύγχρονη διατύπωση, ισοδύναμη με την αρχική ( $\Sigma F = ma$ ), που ισχύει μόνο σε αδρανειακά συστήματα αναφοράς.

*Εσωτερική δύναμη* είναι μια δύναμη που ασκείται από ένα σώμα ενός συστήματος πάνω σε ένα άλλο σώμα του ίδιου συστήματος. *Εξωτερική δύναμη* είναι μια δύναμη που ασκείται πάνω σε ένα σώμα ενός συστήματος από κάτι που βρίσκεται εκτός του συστήματος. *Απομονωμένο* σύστημα είναι ένα σύστημα χωρίς εξωτερικές δυνάμεις ή με εξωτερικές δυνάμεις των οποίων το διανυσματικό άθροισμα είναι μηδέν. **Η ολική ορμή ενός απομονωμένου συστήματος είναι σταθερή (διατηρείται)**. Η πρόταση αυτή αποτελεί τον **νόμο διατήρησης της ορμής**, που ισχύει και για μη διατηρητικές δυνάμεις. Συναρτήσει των συνιστωσών, κάθε συνιστώσα της ορμής διατηρείται ξεχωριστά. Όταν μια σταθερή δύναμη δρα για κάποιο χρονικό διάστημα, η ώθηση της δύναμης είναι το γινόμενό της με το χρόνο.  **$J = F \cdot \Delta t$**  Η μεταβολή της ορμής ενός σώματος, ή συστήματος σωμάτων, ισούται με την ολική ώθηση όλων των δυνάμεων που ασκούνται επάνω τους.

Το κέντρο μάζας συστήματος είναι η μέση θέση της μάζας του συστήματος. Η κίνηση του κέντρου μάζας, όταν πάνω στο σύστημα ασκούνται κάποιες δυνάμεις, είναι ίδια με αυτή που θα προέκυπτε αν όλη η μάζα ήταν συγκεντρωμένη στο κέντρο μάζας.

Στη φυσική λέγοντας **κρούση** εννοούμε όχι μόνο τις γνωστές καθημερινές συγκρούσεις, αλλά και κάθε ισχυρή αλληλεπίδραση ανάμεσα σε δύο σώματα, η οποία διαρκεί για μικρό σχετικά χρονικό διάστημα. Οι κρούσεις μπορούν να διαχωριστούν σύμφωνα με τις σχέσεις ενέργειας και τις τελικές ταχύτητες. Στην **ελαστική κρούση**, η κινητική ενέργεια διατηρείται, ενώ αρχική και τελική σχετική ταχύτητα έχουν το ίδιο μέτρο. Σε μια **μη ελαστική κρούση**, η



τελική κινητική ενέργεια είναι μικρότερη από την αρχική. Στην περίπτωση τώρα, που τα δύο σώματα έχουν την ίδια τελική ταχύτητα μετά την κρούση, μιλάμε για **πλαστική κρούση** (τελείως μη ελαστική κρούση).

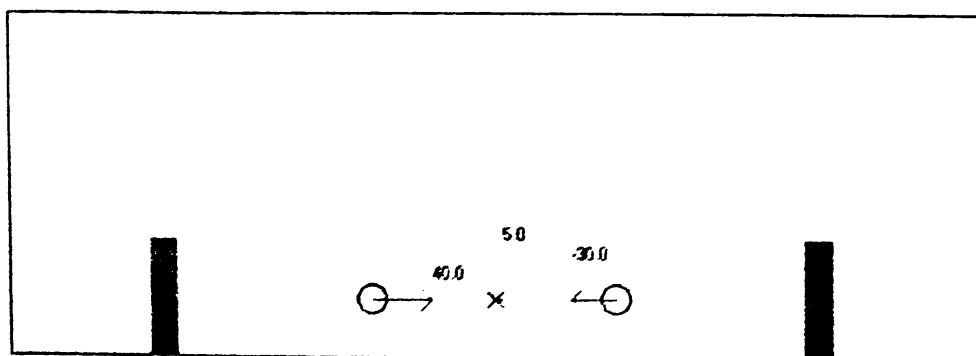
Στην προώθηση ενός πυραύλου, η μάζα του πυραύλου μεταβάλλεται καθώς τα καύσιμα καίγονται. Έτσι, δεν μπορούμε να εφαρμόσουμε απευθείας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα ( $\Sigma F=ma$ ), που ισχύει για σταθερή μάζα. Ο πύραυλος προωθείται με την εκτόξευση προς τα πίσω των αερίων που παράγονται από την καύση των καυσίμων που βρίσκονται αρχικά μέσα στον πύραυλο. Η δύναμη που ωθεί τον πύραυλο προς τα εμπρός είναι η αντίδραση στη προς τα πίσω δύναμη που ασκείται πάνω στην ύλη που αποβάλλεται. Η ανάλυση των σχέσεων ορμής πρέπει να συμπεριλαμβάνει και την ορμή που έχουν τα αέρια που αποβάλλονται καθώς και την ορμή του ιδίου του πυραύλου.

#### 4.4.1 Μετωπική κρούση

Σε αυτό το εικονικό πείραμα παρατηρούμε δύο σφαίρες που κινούνται μεταξύ δύο σταθερών και σωματών (γκρίζοι τοίχοι) και συγκρούονται μεταξύ τους. Πατώντας το *start* το πείραμα ξεκινά. Μπορεί να σταματήσει κάνοντας κλικ στο χώρο του πειράματος και να συνεχιστεί πάλι με ένα κλικ. Τα σώματα έχουν κάποιες αρχικές ταχύτητες. Για να τις αλλάξουμε κάνουμε κλικ στην άκρη του βέλους, σε φάση που τα σώματα δεν κινούνται, και κρατώντας πατημένο το πλήκτρο, μετακινούμε το βέλος όσο και όπως θέλουμε. Για να αλλάξουμε τη μάζα ενός αντικείμενου κάνουμε αρχικά κλικ μέσα στον κύκλο που θέλουμε. Μετά κάνοντας δεξί κλικ η μάζα αυξάνεται κατά μία μονάδα ενώ με αριστερό κλικ μειώνεται κατά μία μονάδα. Για να μετακινήσουμε κάποιο από τα αντικείμενα κάνουμε κλικ στο κέντρο του κύκλου και κρατώντας πατημένο το πλήκτρο το πάμε στην επιθυμητή θέση. Πατώντας *Reset* οι περισσότερες μεταβλητές επανέρχονται στις αρχικές τους τιμές. Για να επανέλθουν όλες πατάμε ανανέωση.

#### ΚΡΟΥΣΗ ΣΕ ΜΙΑ ΔΙΑΣΤΑΣΗ

m1 5 m2 5 eta 1.0 Reset Start frame 1st



οδηγίες προσομοίωσης κρούση σε δύο διαστάσεις επιστροφή αρχική σελίδα



Με το κουμπί *eta* επιλέγουμε το είδος της κρούσης που θέλουμε να μελετήσουμε. **Eta** είναι ο συντελεστής κρούσης και ορίζεται σαν λόγος της σχετικής ταχύτητας αμέσως μετά την κρούση προς τη σχετική ταχύτητα ελάχιστα

πριν την κρούση. Για  $\eta=1$  έχουμε ελαστική κρούση, ενώ για  $\eta=0$  έχουμε τελείως ανελαστική κρούση. Για ενδιάμεσες τιμές έχουμε μη ελαστική κρούση, στην οποία η ορμή εξακολουθεί να διατηρείται, αλλά όχι και η κινητική ενέργεια. Από το *frame* μπορούμε να αλλάζουμε το σύστημα αναφοράς, παρατηρώντας έτσι τη σχετική κίνηση όλων των αντικειμένων. Το *lab* αναφέρεται στο αδρανειακό σύστημα του εργαστηρίου, το  $m_1$  σύστημα του αριστερού σώματος, το  $m_2$  στο αντίστοιχο του δεξιού σώματος και το *cm* στο σύστημα του κέντρου μάζας του συστήματος των δύο αντικειμένων.-

#### 4.4.2 Δισδιάστατη κρούση

Στόχος της εφαρμογής αυτής είναι η μελέτη της δισδιάστατης κρούσης δύο σφαιρών στο σύστημα του εργαστηρίου (σύστημα-L) και στο σύστημα του κέντρου μάζας των δύο σωμάτων (σύστημα C). Μπορεί να γίνει και στο σχολικό εργαστήριο, αλλά είναι δύσκολο να προσδιοριστούν οι γωνίες της κρούσης. Όπως και σε άλλα εικονικά πειράματα, οι μαθητές μπορούν να υπολογίζουν τις ταχύτητες μετά την κρούση με βάση τις θεωρητικές σχέσεις και να τις συγκρίνουν με τα αποτελέσματα του προγράμματος. Εδώ θα κάνουμε την ανάλυση μόνο στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου. Έστω ότι συγκρούονται δύο σφαίρες με μάζες  $m_1, m_2$  και ακτίνες  $r_1, r_2$ . Αν  $\theta$  η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας  $v_2$  της ακίνητης δεύτερης σφαίρας με την αρχική ταχύτητα  $u_1$  της κινούμενης πρώτης σφαίρας, ορίζεται σαν μια νέα παράμετρος  $b$ , η απόσταση μεταξύ της διεύθυνσης της  $u_1$  και του κέντρου της δεύτερης σφαίρας:

$$b = (r_1 + r_2) \sin \theta.$$

Εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής σε κάθετους άξονες  $X$  και  $\Psi$ , όπου ο  $X$  έχει την διεύθυνση της  $v_2$ , προκύπτουν οι εξισώσεις:

$$m_1 u_1 \cos \theta = m_2 v_2 + m_1 v_1 \cos(\theta + \varphi) \quad (1)$$

$$m_1 u_1 \sin \theta = m_1 v_1 \sin(\theta + \varphi) \quad (2)$$

όπου  $v_1$  η ταχύτητα της πρώτης σφαίρας μετά την κρούση και  $\varphi$  η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας αυτής με τη διεύθυνση της αρχικής ταχύτητας.

Ο συντελεστής κρούσης  $e$ , μας είναι το μεταβλητό πηλίκο μεταξύ της διαφοράς των τελικών σχετικών ταχυτήτων στον άξονα  $X$  και της αρχικής ταχύτητας στον ίδιο άξονα:

$$e = [v_2 - v_1 \cos(\theta + \varphi)] / (u_1 \cos \theta).$$



Με τη βοήθεια της παραμέτρου  $b$  υπολογίζουμε τη γωνία  $\theta$ , ενώ από την επίλυση του συστήματος των υπολοίπων εξισώσεων υπολογίζουμε τη γωνία  $\phi$  και τις τελικές ταχύτητες των δύο σφαιρών .

$$\tan(\theta+\phi)=[m_1+m_2]\tan\theta]/(m_1-em_2)$$

$$v_1=(u_1\sin\theta)/[\sin(\theta+\phi)]$$

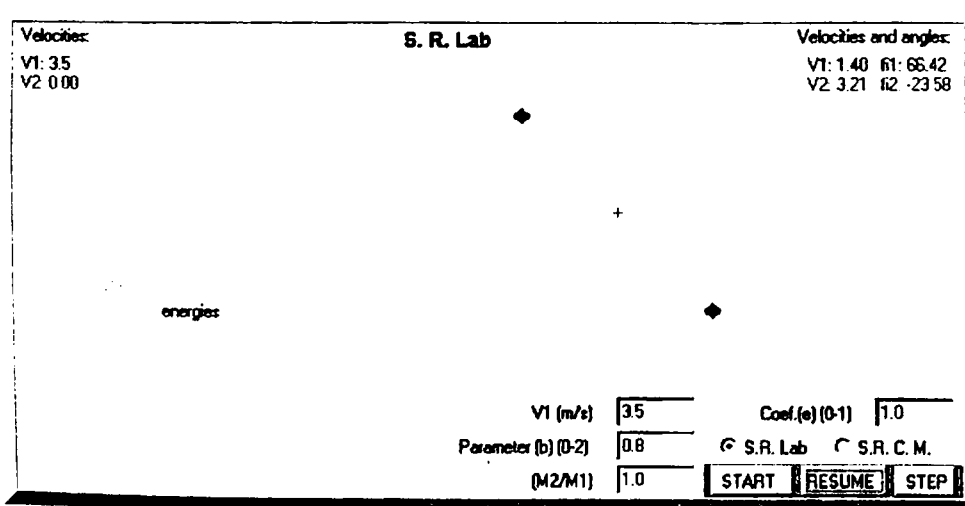
$$v_2=[m_1u_1(1+e)\cos\theta]/(m_1+m_2)$$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Για να ξεκινήσει το πείραμα πρέπει να δώσουμε τιμές στα εξής μεγέθη: α) Στην αρχική ταχύτητα  $v_1$  της πρώτης σφαίρας (χωρίς όριο). β) Στη παράμετρο  $b$  με τον επιλογέα *Parameter (b)*, με εύρος 0-2, όπου για  $b=1$  οι σφαίρες θα έχουν την ίδια ακτίνα και για  $b=0$  θα έχουμε μετωπική κρούση. γ) Στο λόγο  $m_2/m_1$  των μαζών των δύο σφαιρών. δ) Στον συντελεστή κρούσης  $e$  με το *Coef. (e)*, από 0 μέχρι 1, όπου η τιμή  $e=1$  αντιστοιχεί σε τελείως ελαστική κρούση ενώ, όσο μειώνεται η τιμή, η κρούση γίνεται περισσότερο ανελαστική. Το πείραμα μελετάται στο σύστημα του εργαστηρίου (*S.R.Lab*), ή στο σύστημα του κέντρου μάζας (*S.R.C.M*), ανάλογα με την επιλογή μας.

Πατώντας τώρα το *Start*, η πρώτη σφαίρα ξεκινά και παρατηρούμε ένα μπλε σταυρό μεταξύ των δύο σφαιρών, ο οποίος δείχνει τη θέση του κέντρου μάζας του συστήματος όπως διαμορφώνεται από την αλληλεπίδραση των δύο σωμάτων. Κάτω δεξιά στην εφαρμογή παριστάνεται με κυκλικό χρωματικό διάγραμμα η ενέργεια. Στην ελαστική κρούση η τελική ενέργεια ισούται με την αρχική, ενώ στην ανελαστική είναι μικρότερη από αυτή. Τα μέτρα των ταχυτήτων πριν και μετά την κρούση, όπως και οι γωνίες  $\theta$  και  $\phi$  αναγράφονται στο πάνω μέρος της εικόνας ( αριστερά πριν, δεξιά μετά ). Ακόμη παριστάνονται τα διανύσματα της ορμής των δύο σφαιρών ( πριν και μετά μόλις αυτές σταματήσουν).

### ΠΛΑΓΙΑ ΚΡΟΥΣΗ



### 4.4.3 Πλαστική κρούση

Στην εφαρμογή αυτή εξετάζουμε ένα απομονωμένο σύστημα που αποτελείται από μια σφαίρα και ένα σώμα σχήματος ορθογώνιου παραλληλεπίπεδου. Η σφαίρα κινείται οριζόντια, κτυπά κάθετα το σώμα, στην ευθεία του κέντρου μάζας και εισέρχεται σ' αυτό κινούμενη μέχρι να αποκτήσουν την ίδια ταχύτητα, οπότε και συνεχίζουν την κίνηση σαν ένα σώμα.

Έστω  $M$  η μάζα του ακίνητου σώματος,  $m$  η μάζα της σφαίρας και  $v_0$  ταχύτητά της. Εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της ορμής στο σύστημα αυτό για να υπολογίσουμε την κοινή ταχύτητα  $v$  των δύο σωμάτων μετά την κρούση:  $mv_0 = (M+m)v$ , οπότε:  $v = mv_0 / (m+M)$ . Επίσης η διαφορά αρχικής και τελικής κινητικής ενέργειας είναι:

$$\Delta E = E_{\text{τελ}} - E_{\text{αρχ}} = 1/2(M+m)v^2 - 1/2mv_0^2.$$

Η εμφάνιση τώρα, δυνάμεων κατά την κρούση, εξηγεί τη μεταβολή στην ταχύτητα των δύο σωμάτων. Συγκεκριμένα, όταν η σφαίρα διεισδύει στο σώμα, ασκεί σε αυτό μια δύναμη  $F$ , την οποία θεωρούμε σταθερή και η οποία επιταχύνει το σώμα που αποκτά ταχύτητα:  $u = Ft/M$ . Αλλά και το σώμα ασκεί μια αντίθετη δύναμη  $-F$  στη σφαίρα (τρίτος νόμος του Νεύτωνα), που επιβραδύνει τη σφαίρα και η ταχύτητά της μετά την κρούση γίνεται:

$v' = v_0 - Ft/m$ . Η κρούση ολοκληρώνεται όταν οι ταχύτητες των δύο σωμάτων γίνουν ίσες. Από την εξίσωση των ταχυτήτων υπολογίζουμε το χρόνο που απαιτείται γι' αυτό:  $t_c = mMv_0 / (m+M)F$ . Αντικαθιστώντας το χρόνο αυτό, στις αντίστοιχες εξισώσεις μετατόπισης των δύο σωμάτων, υπολογίζουμε τις μετατοπίσεις τους  $X$ ,  $x$ , καθώς και τη διαφορά  $\Delta x = X - x$  στο χρόνο αυτό. Επίσης το έργο της δύναμης  $F$  είναι  $W = F\Delta x$  και αποδεικνύεται ότι ισούται με τη διαφορά των κινητικών ενεργειών  $\Delta E$ .

Όμως, υπάρχει και το ενδεχόμενο να μην ολοκληρωθεί η κρούση κατ' αυτόν τον τρόπο. Ειδικότερα, αν η δύναμη δεν είναι αρκετά έντονη ή το μήκος  $L$  του σώματος είναι μικρότερο από τη  $\Delta x$ , η σφαίρα δεν ενσωματώνεται στο σώμα, αλλά εξέρχεται από αυτό, στην αντίθετη πλευρά, με μια ταχύτητα:

$$v_2^2 = v_0^2 - 2Fx/m$$

( $x$  η μετατόπιση της σφαίρας στο χρόνο  $t$  που υπολογίζεται από την [1]). Αλλά και το σώμα κινείται πλέον μόνο του με ταχύτητα:

$$v_1^2 = 2FX/M$$

( $X$  η μετατόπιση του σώματος σε χρόνο  $t$ ). Ο χρόνος  $t$ , που χρειάζεται η σφαίρα για να διαπεράσει το σώμα, βρίσκεται από τη λύση της δευτεροβάθμιας εξίσωσης:

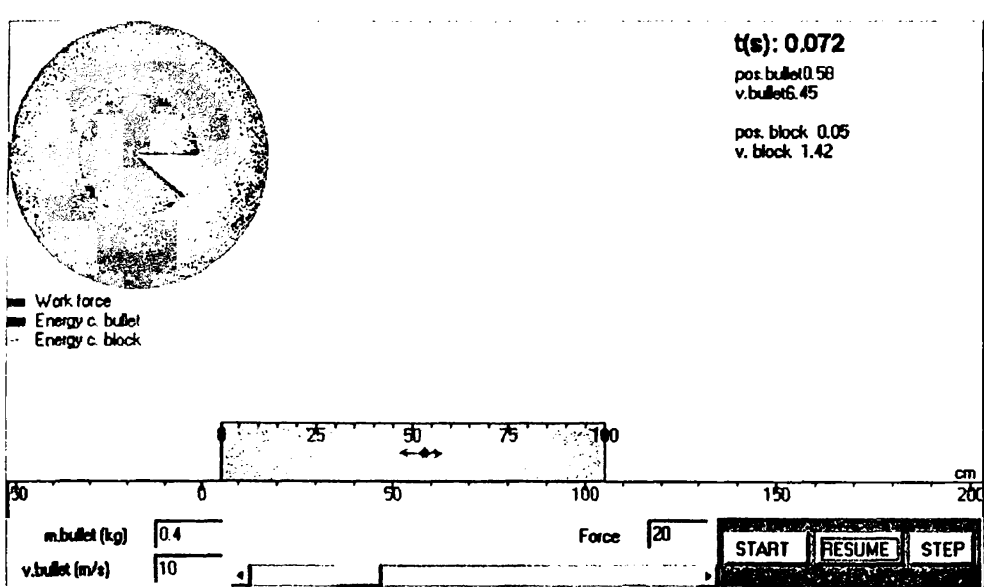
$$L = v_0 t - Ft^2/2m - Ft^2/2M. \quad (1)$$

Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας των σωμάτων είναι τώρα:

$$\Delta E = \frac{1}{2} M v_1^2 + \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = F(x-x) = -FL = W .$$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Δίνουμε τιμές στη μάζα και στη ταχύτητα της σφαίρας, με πληκτρολόγηση στα αντίστοιχα κουμπιά, καθώς και στη δύναμη  $F$  με μετακίνηση του δρομέα του κουμπιού *Force*. Η μάζα του σώματος δίνεται ίση με 1Kg και το μήκος του ίσο με 1m. Πατώντας το *Start*, η σφαίρα ξεκινά και παρατηρούμε την κίνησή της. Πάνω δεξιά στην εικόνα καταγράφονται συνεχώς, ο χρόνος  $t$ , οι ταχύτητες και οι θέσεις των δύο σωμάτων. Μέσα στο σώμα παρατηρούμε τα διανύσματα των δυνάμεων. Αριστερά στην εικόνα δίνονται με κυκλικό χρωματικό διάγραμμα οι ενεργειακές μεταβολές: Η κινητική ενέργεια του σώματος με μπλε και της σφαίρας με κόκκινο χρώμα, ενώ του έργου της δύναμης αλληλεπίδρασης  $F$  με γκριζο χρώμα, ενώ παρατηρούμε και τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σωμάτων.



### 4.4.4 Ο πύραυλος

Ένας συνηθισμένος πύραυλος λειτουργεί με χημικές αντιδράσεις που παρέχουν μια σταθερή ταχύτητα  $u$  εξόδου των αερίων στο σύστημα αναφοράς του πυραύλου. Εάν το ποσό των καυσίμων  $\delta$  που καίγεται στη μονάδα του χρόνου είναι σταθερό, τότε η ώθηση που προσδίδουν στον πύραυλο τα αποβαλόμενα αέρια είναι επίσης σταθερή. Στη σελίδα αυτή θα δούμε ότι η τελική ταχύτητα του πυραύλου δεν εξαρτάται από το ποσό  $D$  των καυσίμων που καίγεται στη μονάδα του χρόνου, ενώ ο χρόνος που απαιτείται για να αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα ή για δεδομένη μετατόπιση του πυραύλου, εξαρτώνται από αυτό το ποσό. Επίσης θα επαληθεύσουμε, ότι



όταν τελειώνουν τα καύσιμα του πυραύλου, δηλαδή όταν μηδενίζεται η δύναμη προώθησης που δρα στον πύραυλο, αυτός συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα, διότι υποθέτουμε ότι στο κενό διάστημα δεν ασκούνται δυνάμεις και έχουμε μια καλή εφαρμογή του πρώτου νόμου του Νεύτωνα.

Η κίνηση του πυραύλου είναι αποτέλεσμα της αρχής διατήρησης της ορμής. Δεδομένου ότι ο πύραυλος και τα αέρια αποτελούν ένα απομονωμένο σύστημα, η γραμμική ορμή του πυραύλου είναι ίση και αντίθετη με την ορμή των αερίων που αποβάλλονται τη χρονική στιγμή  $t=0$ , στιγμιαία. Επειδή η σχετική ταχύτητα των αερίων για ένα επίγειο παρατηρητή, δεν είναι σταθερή, χρησιμοποιούμε ολοκληρωτικό λογισμό, για να υπολογίσουμε τη μάζα των αερίων που αποβάλλονται μέχρι τη χρονική στιγμή  $t$  και να διατυπώσουμε την εξίσωση μετακίνησης του πυραύλου. Στην εφαρμογή φαίνεται η ενεργειακή ισορροπία του πυραύλου. Το πράσινο τετράγωνο παριστάνει τη συνολική ενέργεια των καυσίμων που μεταφέρει ο πύραυλος, η οποία στη συνέχεια μετατρέπεται αρχικά σε κινητική ενέργεια των αερίων που αποβάλλονται και τελικά σε κινητική ενέργεια του πυραύλου. Μετά την εξάντληση των καυσίμων, μόνο ένα μέρος από την αρχική τους ενέργεια, έχει μετασχηματιστεί σε ωφέλιμη κινητική ενέργεια του πυραύλου.

### Οδηγίες εκτέλεσης

Η εφαρμογή αυτή μας επιτρέπει να μελετήσουμε τη συμπεριφορά του πυραύλου σε ένα πλήρες στάδιο. Πριν πατήσουμε *Start* για να ξεκινήσει το πρόγραμμα, μπορούμε να δώσουμε τιμές στα μεγέθη: α) Μάζα καυσίμων (μέχρι 20.000 kg) β) Μάζα ωφέλιμου φορτίου που μεταφέρει ο πύραυλος (μέχρι 2000 Kg) και γ) Ποσό καυσίμων  $D$  που καίγονται ανά δευτερόλεπτο. Η αρχική μάζα  $m_0$  είναι το άθροισμα του ωφέλιμου φορτίου, της μάζας των καυσίμων και ενός μέρους της μάζας του κυλινδρικού δοχείου, που είναι ανάλογο με τη μάζα των περιεχομένων καυσίμων.

*αρχική μάζα  $m_0 = \text{ωφέλιμο φορτίο} + (1+r) \cdot \text{καύσιμα}$* , όπου το  $r$  είναι της τάξης του 5% ή 0.05.

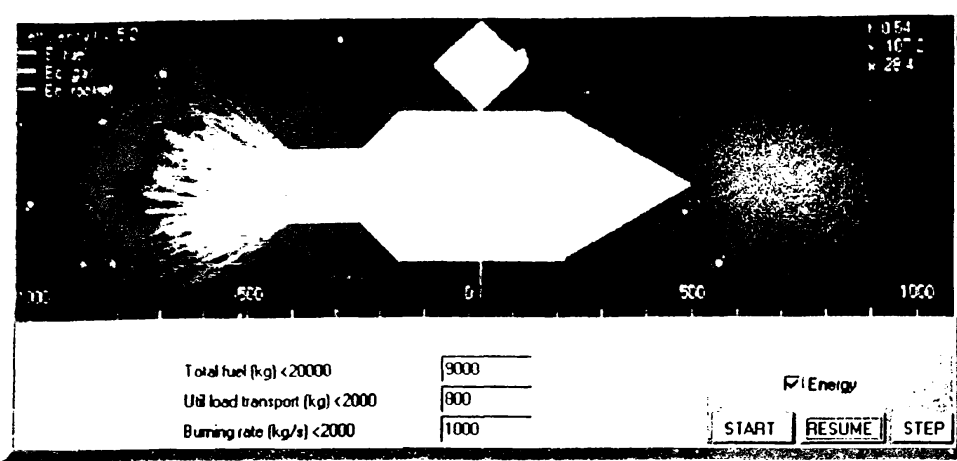
Ο μέγιστος χρόνος  $t_{\max}$  εξάντλησης των καυσίμων είναι ίσος με το πηλίκο της μάζας  $c$  των καυσίμων προς το ρυθμό  $D$  που καίγονται τα καύσιμα:  $t_{\max} = c/D$ .

Όταν τα καύσιμα εξαντλούνται, ο πύραυλος συνεχίζει να κινείται ευθύγραμμα και ομαλά με την τελική του ταχύτητα, αφού δεν ασκούνται σε αυτόν πλέον εξωτερικές δυνάμεις. Η ταχύτητα αυτή είναι:  $v = u \ln m_0 / (m_0 - c)$





## Ο ΠΥΡΑΥΛΟΣ



Στην προσομοίωση ο πύραυλος ξεκινά με αρχική ταχύτητα  $v=0$  και αρχική θέση  $\chi=0$ . Η ταχύτητα αποβολής των αερίων  $u$ , σχετικά με τον πύραυλο, μένει σταθερή με  $2000\text{m/s}$ . Στην άκρη του πυραύλου ένα μπλε βέλος δείχνει την ένταση της δύναμης έλξης-ρυμούλκησης. Δεδομένου ότι η ταχύτητα των αερίων (στο σύστημα αναφοράς του πυραύλου), η ώθηση είναι σταθερή. Μπορούμε να ελέγξουμε αν ο πύραυλος θα αποκτήσει τη μέγιστη ταχύτητα, ανεξάρτητα από το ρυθμό  $D$  καύσης των καυσίμων. Για αυτό διατηρούμε σταθερά το ποσό των καυσίμων  $c$  και το ωφέλιμο φορτίο, ενώ δίνουμε διάφορες τιμές στο  $D$ . Επίσης, μπορούμε να κάνουμε έναν πίνακα που θα περιέχει το  $D$ , το  $t_{max}$ , τη μέγιστη ταχύτητα  $v$  και τη θέση  $\chi$  του πυραύλου.

## 4.5 Έργο και ενέργεια

Η επόμενη ενότητα αναφέρεται στο έργο που παράγουν οι δυνάμεις και στην κινητική ενέργεια των σωμάτων, δυο έννοιες από τις πλέον βασικές. Εδώ θα μελετήσουμε δύο προσομοιώσεις. Η πρώτη είναι ένας απλός υπολογισμός του έργου της τριβής και του βάρους, που γίνεται αυτόματα με τη μετακίνηση του σώματος. Εκτός από τη σύγκριση των αποτελεσμάτων που μπορούν να κάνουν οι μαθητές, εύκολα θα διαπιστώσουν ότι το έργο του βάρους σε μια κλειστή διαδρομή είναι μηδέν, ενώ της τριβής δεν είναι. Η δεύτερη είναι πολύ πιο σύνθετη, περιλαμβάνει αρκετά φαινόμενα και μπορεί να βοηθήσει αρκετά τους μαθητές στην κατανόηση των εννοιών και των φαινομένων που παρουσιάζονται στο πείραμα. Αν υπάρχουν τα μέσα μπορεί να γίνει και στο σχολικό εργαστήριο και σίγουρα θα εντυπωσιάσει τα παιδιά. Το εικονικό πείραμα μάλλον υπερέχει από την άποψη ότι παρουσιάζει τις ενεργειακές μετατροπές, γίνονται εύκολα οι μεταβολές των παραμέτρων και έχουμε άμεσα τα αποτελέσματα. Αρχίζουμε πάλι με τη σχετική θεωρία και έπεται η συνέχεια.

Οι έννοιες του έργου και της κινητικής ενέργειας παίζουν κεντρικό ρόλο σε ένα από τους παγκόσμιους νόμους της φυσικής, στο νόμο διατήρησης της ενέργειας, ο οποίος ορίζει ότι **η ολική ενέργεια σε κάθε απομονωμένο σύστημα είναι σταθερή, οτιδήποτε και να συμβαίνει μέσα στο**



**σύστημα.** Η έννοια της ενέργειας εμφανίζεται σε κάθε κλάδο της φυσικής, αλλά δεν είναι εύκολο να ορισθεί γενικά τι είναι ακριβώς η ενέργεια. Εμφανίζεται βέβαια με διάφορες μορφές όπως μηχανική, ηλεκτρική, θερμική, πυρηνική, χημική, φωτεινή κλπ., μπορεί να μετατρέπεται από τη μια μορφή στην άλλη, όμως είναι δύσκολο να πει κάποιος ότι ενέργεια είναι αυτό ή εκείνο. Συνήθως λέμε ότι ένα σώμα ή σύστημα σωμάτων περιέχει ενέργεια όταν είναι σε θέση (όταν δύναται) να **παράγει έργο**, το οποίο ορίζεται ως το γινόμενο της δύναμης  $F$  που ασκείται σε ένα σωματίο επί τη μετατόπιση  $s$  του σωματίου στην διεύθυνση της δύναμης:

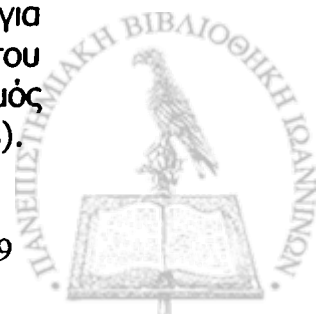
$$W = F \cdot s \cdot \cos\theta$$

όπου  $\theta$  η γωνία που σχηματίζουν οι κατευθύνσεις της δύναμης και της μετατόπισης. Μονάδα έργου στο σύστημα SI είναι το 1 joule=1 newton.μέτρο (1J=1N.m). Το έργο είναι ένα βαθμωτό (μονόμετρο) μέγεθος. Έχει αλγεβρικό πρόσημο (θετικό ή αρνητικό), αλλά δεν έχει κατεύθυνση στο χώρο. Μια δύναμη δεν παράγει έργο όταν δεν μετατοπίζεται το σημείο εφαρμογής της ή όταν είναι κάθετη στην μετατόπιση.

Όταν σ' ένα σώμα ασκούνται περισσότερες από μία δυνάμεις (σύνηθες φαινόμενο), για τον υπολογισμό του συνολικού έργου των δυνάμεων, μπορούμε, είτε να υπολογίσουμε το έργο κάθε δύναμης χωριστά και έπειτα να αθροίσουμε αλγεβρικά, είτε να υπολογίσουμε μόνο το έργο της συνισταμένης δύναμης, αφού πρώτα φυσικά βρεθεί με τις γνωστές μεθόδους. Στην περίπτωση που το μέτρο της δύναμης δεν είναι σταθερό, αλλά μεταβάλλεται σε συνάρτηση με τη θέση του κινητού, το ολικό έργο που παράγεται από τη δύναμη απεικονίζεται από το εμβαδόν της επιφάνειας κάτω από την καμπύλη μεταξύ της αρχικής και της τελικής θέσης, σε μια γραφική παράσταση της δύναμης σε συνάρτηση με τη θέση. Ο υπολογισμός του έργου γίνεται εύκολα για τα γνωστά σχήματα, αλλά προϋποθέτει γνώση ολοκληρωμάτων για τα άγνωστα ή ακαθόριστα σχήματα, αφού το έργο της δύναμης δίνεται από το ολοκλήρωμα της συνάρτησης  $F(x)$  με όρια την αρχική και την τελική θέση.

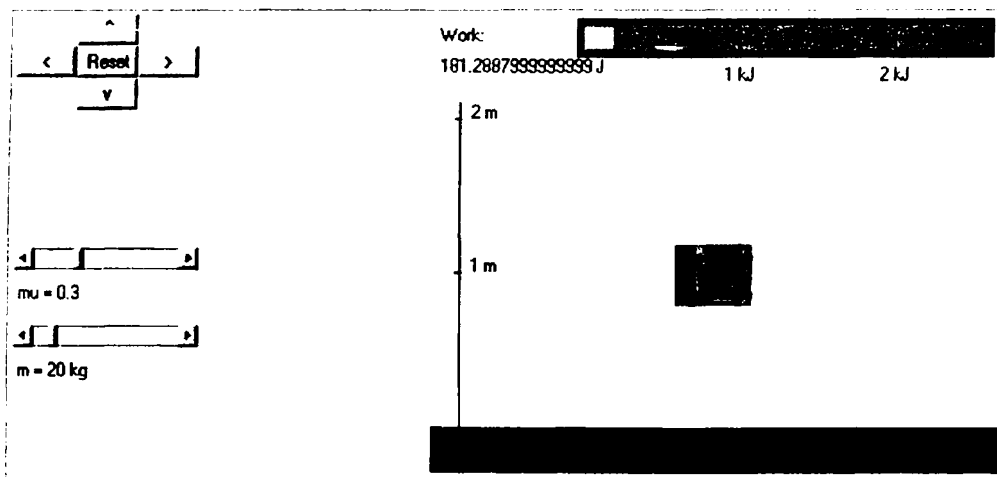
Η **κινητική ενέργεια** είναι ένα βαθμωτό μέγεθος που σχετίζεται με την κίνηση ενός σώματος. Ορίζεται ως το μισό του γινομένου της μάζας του σώματος επί το τετράγωνο της ταχύτητάς του:  $K = 1/2 mv^2$ . Έχει πάντα θετικό μέτρο και η μονάδα μέτρησής της είναι το 1 joule (η ίδια με τη μονάδα μέτρησης του έργου).

Όταν πολλές δυνάμεις δρουν επί ενός σωματίου ενώ μετατοπίζεται ως προς ένα αδρανειακό σύστημα αναφοράς, το ολικό έργο που παράγεται επί του σωματίου από όλες τις δυνάμεις ισούται με τη μεταβολή στην κινητική ενέργεια του σωματίου στο ίδιο σύστημα αναφοράς:  $W_{ολ} = K_2 - K_1 = \Delta K$ . Η σχέση αυτή ονομάζεται **θεώρημα έργου-ενέργειας**, είναι πολύ χρήσιμη για την επίλυση προβλημάτων και αποτελεί έναν έμμεσο τρόπο υπολογισμού του συνολικού έργου των δυνάμεων. Τέλος η **ισχύς** είναι ο χρονικός ρυθμός παραγωγής του έργου:  $P = \Delta W / \Delta t$  με μονάδα μέτρησης το 1 watt (1w=1j/s).



#### 4.5.1 Υπολογισμός του έργου σταθερής δύναμης

Η εφαρμογή αυτή υπολογίζει το έργο των δυνάμεων κατά τη μετακίνηση ενός κιβωτίου. Στο συγκεκριμένο πείραμα οι δυνάμεις είναι το βάρος του σώματος και η τριβή που ασκείται σ' αυτό κατά την οριζόντια μετακίνηση. Η μετακίνηση αυτή μπορεί να γίνει είτε με τη βοήθεια του ποντικιού (κλικ πάνω στο κιβώτιο και σύρσιμο), είτε με τα βελάκια που υπάρχουν πάνω αριστερά στην εικόνα. Το έργο μιας δύναμης  $F$  υπολογίζεται από τον τύπο  $W=F \cdot x$  και το αποτέλεσμα εμφανίζεται αριθμητικά και γραφικά στο πάνω μέρος της εικόνας.



Μπορούμε εύκολα να αλλάξουμε τη μάζα  $m$  του κιβωτίου και τον συντελεστή  $\mu$  της τριβής ολίσθησης με τη βοήθεια των ρυθμιστών  $m$  και  $\mu$  αντίστοιχα. Η αρχική θέση του κιβωτίου φαίνεται από τη γκριζα σκιά και το σώμα επανέρχεται σ' αυτή με το *Reset*.

#### 4.5.2 Έργο ελατηρίου, ανακύκλωση και κεκλιμένο επίπεδο

Στην εφαρμογή αυτή παρουσιάζεται ένα σύνθετο πείραμα, που συμπεριλαμβάνει αρκετές από τις πτυχές της δυναμικής ενός σώματος. Αρχικά, το σώμα εκτοξεύεται με αρχική ταχύτητα σε οριζόντιο επίπεδο, με τη βοήθεια ενός ελατηρίου σταθεράς  $K$ . Έπειτα εισέρχεται σε κυκλική τροχιά, αν έχει την απαιτούμενη ταχύτητα, και τέλος ανεβαίνει σε κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει. Στο οριζόντιο και κεκλιμένο επίπεδο η κίνηση μπορεί να γίνεται με ή χωρίς τριβή, αλλά στην κυκλική τροχιά πάντα χωρίς τριβή (για λόγους απλούστευσης). Η αρχική ενέργεια του σώματος είναι ίση με την ενέργεια του συμπιεσμένου ελατηρίου:  $E_A = 1/2 Kx^2$ . Στη διαδρομή  $AB=0,7m$  το σώμα χάνει λόγω της τριβής ενέργεια:  $W_{AB} = \mu mg(x+0,7)$ , όπου  $\mu$  ο συντελεστής τριβής ολίσθησης και  $x$  η συμπίεση του ελατηρίου. Έτσι, στη θέση  $B$  που αρχίζει η κυκλική τροχιά ακτίνας  $R$ , το σώμα έχει κινητική ενέργεια:  $E_B = E_A - W_{AB} = 1/2 mu_B^2$ .

Εφαρμόζοντας τώρα την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τη θέση εισόδου Β στην κυκλική τροχιά και το ανώτερο σημείο Γ της τροχιάς, υπολογίζουμε την ταχύτητα στο σημείο Γ:

$$1/2mu_B^2 = 1/2mu_r^2 + 2mgR.$$

Για να υπολογίσουμε την ελάχιστη ταχύτητα για να γίνει η ανακύκλωση, εφαρμόζουμε τις εξισώσεις της δυναμικής για την κυκλική κίνηση στο σημείο Γ και καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι, για να κάνει το σώμα την ανακύκλωση, θα πρέπει το τετράγωνο της ταχύτητας στο σημείο Β να είναι το λιγότερο ίσο με  $5gR$ .

Ας υποθέσουμε τώρα ότι το σώμα είχε αρκετή ενέργεια για να κάνει την ανακύκλωση και να αρχίσει να ανεβαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, το οποίο έχει κλίση  $30^\circ$ . Η κινητική ενέργεια που έχει το σώμα στην αρχή Δ του κεκλιμένου επιπέδου υπολογίζεται με την αρχή διατήρησης της ενέργειας για τις θέσεις Β και Δ:

$$1/2mu_B^2 = 1/2mu_\Delta^2 + mgR(1 - \cos 30^\circ).$$

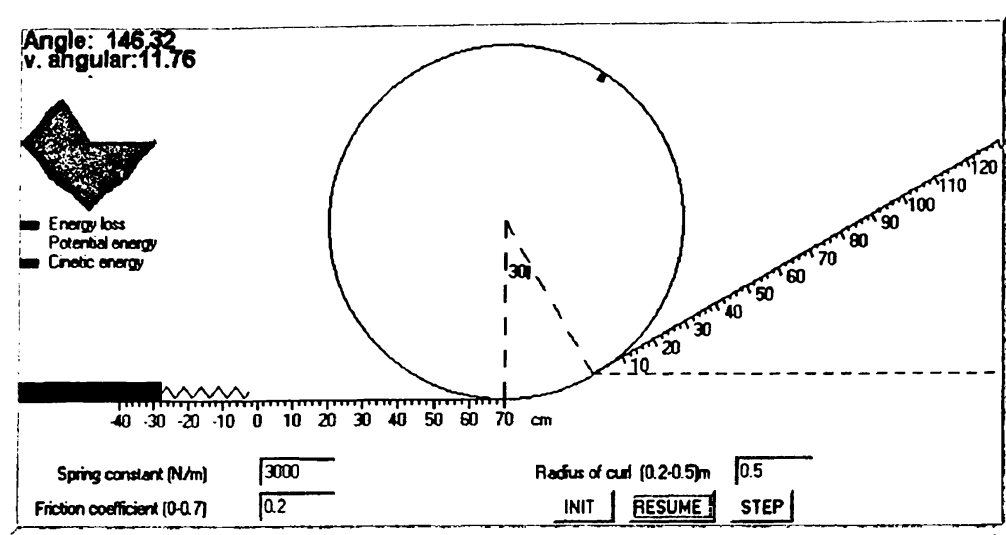
Κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος στο κεκλιμένο επίπεδο ασκούνται σ' αυτό, σε αντίθετη κατεύθυνση, η δύναμη τριβής και η συνιστώσα του βάρους  $B_x$ , που επιβραδύνουν το σώμα και το αναγκάζουν να σταματήσει μετά από απόσταση Χ. Με ενεργειακή ισορροπία υπολογίζουμε την απόσταση Χ:

$$0 - 1/2mu_\Delta^2 = -mgX \sin 30^\circ - \mu mgX \cos 30^\circ$$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Κάνουμε κλικ πάνω στο σώμα (κόκκινο κυβάκι) και κρατώντας το πλήκτρο πατημένο, συμπιέζουμε όσο θέλουμε το ελατήριο και έπειτα το ελευθερώνουμε, οπότε το σώμα αρχίζει να κινείται στο οριζόντιο επίπεδο. Η συμπίεση χ φαίνεται στον χάρακα αλλά και σημειώνεται στην ένδειξη *Position*. Αν θέλουμε να επαναλάβουμε το πείραμα πατάμε το κουμπί *Init*. Με το κουμπί *Stop* σταματά η κίνηση, η οποία συνεχίζεται με νέο πάτημα σε αυτό που στο μεταξύ γράφει *Resume*. Με το κουμπί *Step* παρατηρούμε βήμα-βήμα την εκτέλεση του πειράματος.





Οι παράμετροι που μπορούν να αλλάξουν είναι: α) Η σταθερά  $K$  του ελατηρίου (χωρίς όρια). β) Ο συντελεστής τριβής από 0 μέχρι 0,7 (για  $\mu=0$  δεν έχουμε τριβή). γ) Η ακτίνα της κυκλικής τροχιάς από 0,2m μέχρι 0,5m. Η μάζα  $m$  του σώματος είναι σταθερή και ίση με 1 Kg.

**Αριστερά** περιγράφεται ποιοτικά η ενεργειακή ισορροπία. Ο μέγιστος κύκλος είναι η συνολική ενέργεια, ενώ τα διάφορα χρώματα δείχνουν τα ποσοστά των διαφόρων μορφών ενέργειας. Πιο συγκεκριμένα:

- Με κόκκινο χρώμα η ενέργεια που χάνεται λόγω τριβών κλπ.
- Με κίτρινο η δυναμική ενέργεια (ελαστική ή βαρυτική).
- Με μπλε η κινητική ενέργεια.

Το παραπάνω πρόγραμμα είναι αρκετά ελκυστικό και διδακτικό ταυτόχρονα διότι μας επιτρέπει να μελετήσουμε πρακτικά αρκετές από τις περιπτώσεις της **δυναμικής** όπως:

- Την ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση σε κεκλιμένο επίπεδο.
- Τη δυναμική της κυκλικής κίνησης.
- Τη διατήρηση της ενέργειας.
- Την ενεργειακή ισορροπία όταν υπάρχει τριβή (οριζόντιο και κεκλιμένο επίπεδο).-

## 4.6 Διατήρηση της ενέργειας

Συνεχίζοντας τα περί της ενέργειας και σε αυτή την ενότητα θα μελετήσουμε τις διάφορες μορφές ενέργειας και τους νόμους που διέπουν την διατήρηση αυτής παρουσιάζοντας τρεις προσομοιώσεις. Η πρώτη είναι το βαλλιστικό εκκρεμές, γνωστό πείραμα με το οποίο υπολογίζεται η ταχύτητα μιας κινούμενης σφαίρας. Δύσκολο για να γίνει σε σχολικό εργαστήριο και γι' αυτό το εικονικό πείραμα δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να δουν την απώλεια της ενέργειας κατά τη σύγκρουση και να επαληθεύσουν τα αποτελέσματα των υπολογισμών τους. Η δεύτερη παρουσιάζει τις ενεργειακές μετατροπές που

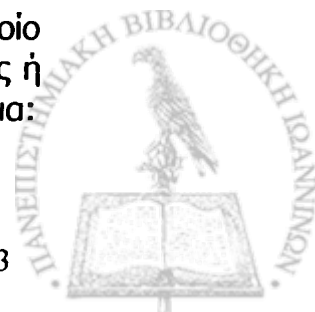
συμβαίνουν κατά την πτώση ενός σώματος πάνω σε κατακόρυφο ελατήριο. Γίνεται εύκολα και στο εργαστήριο αλλά μάλλον υπερέχει πάλι το εικονικό πείραμα στο ότι δείχνει με χρωματικό διάγραμμα τις μεταβολές της ενέργειας, μπορεί να εκτελεστεί βήμα –βήμα και ταυτόχρονα βλέπουμε τη γραφική παράσταση θέσης-χρόνου. Στην τρίτη έχουμε τη πτώση ενός σώματος από την κορυφή ενός ημισφαιρικού θόλου, η οποία μπορεί να γίνει με τριβή ή και χωρίς αυτή (κάτι που φυσικά δεν μπορεί να γίνει στο εργαστήριο). Είναι ενδιαφέρον πείραμα και θεωρούμε αρκετά σημαντικό το ότι μπορεί να εκτελεστεί βήμα-βήμα, ιδιαίτερα τη στιγμή που το σώμα εγκαταλείπει την επιφάνεια. Τέλος παρουσιάζουμε και μια αναπαράσταση των ενεργειακών μεταβολών ενός αρμονικού ταλαντωτή με μοναδική επιλογή τη ταχύτητα εξέλιξης της κίνησης.

Η ενέργεια που συνδέεται με τη θέση του σώματος ονομάζεται **δυναμική ενέργεια** και οι δυνάμεις που μπορούν να συσχετιστούν με κάποιου είδους δυναμική ενέργεια ονομάζονται **διατηρητικές δυνάμεις**. Ένα σύστημα στο οποίο η ολική μηχανική ενέργεια, κινητική και δυναμική, είναι σταθερή ονομάζεται **διατηρητικό σύστημα**.

Μια μορφή δυναμικής ενέργειας η οποία συσχετίζεται με το βάρος του σώματος και το ύψος του πάνω από το έδαφος, ονομάζεται **βαρυτική δυναμική ενέργεια** και δίνεται από τη σχέση:  $U = mgy$  όπου  $y$  το ύψος πάνω από την αρχή των συντεταγμένων. Επειδή η τιμή της βαρυτικής δυναμικής ενέργειας εξαρτάται κάθε φορά από τον καθορισμό της αρχής των συντεταγμένων (επίπεδο αναφοράς), είναι προτιμότερο να υπολογίζουμε τη μεταβολή της ενέργειας αυτής κατά την μετακίνηση του σώματος από τη μια θέση στην άλλη. Αποδεικνύεται ότι, η μεταβολή αυτή ισούται με το έργο που παράγεται από τη βαρυτική δύναμη:  $W_{\text{βαρ}} = U_1 - U_2 = -\Delta U$ . Το αρνητικό σημείο πριν το  $\Delta U$  ερμηνεύεται ως εξής: Όταν το σώμα κινείται προς τα κάτω, το  $y$  μειώνεται, η βαρυτική δύναμη παράγει θετικό έργο και η δυναμική ενέργεια ελαττώνεται. Το αντίθετο συμβαίνει όταν το σώμα κινείται προς τα πάνω.

Το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας ενός συστήματος ορίζεται σαν **μηχανική ενέργεια**. Αποδεικνύεται ότι **η ολική μηχανική ενέργεια ενός συστήματος παραμένει σταθερή ή αλλιώς διατηρείται, αν το έργο όλων των δυνάμεων μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει μεταβολών δυναμικής ενέργειας**. Με άλλα λόγια, η μεταβολή της ολικής μηχανικής ενέργειας είναι ίση με το έργο που παράγουν οι δυνάμεις που δεν εμπεριέχονται στην δυναμική ενέργεια.

Μια άλλη μορφή δυναμικής ενέργειας που συνδέεται με τις ελαστικές παραμορφώσεις ενός σώματος, όπως για παράδειγμα την έκταση και τη συμπίεση ενός ελατηρίου, ονομάζεται **ελαστική δυναμική ενέργεια** και δίνεται από τη σχέση:  $U = 1/2 kx^2$ , όπου  $k$  μια σταθερά που εκφράζει τη σκληρότητα του ελατηρίου και  $x$  η μεταβολή του μήκους του ελατηρίου. Το έργο που παράγεται από ένα τεταμένο ή συμπιεσμένο ελατήριο, το οποίο ασκεί μια δύναμη  $F = -k \cdot x$  σε ένα σώματιο, όπου  $x$  το μέγεθος της έκτασης ή της συμπίεσης, μπορεί να παρασταθεί σε συνάρτηση με τη δυναμική ενέργεια:



$$W_{el} = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

Όταν το  $\chi$  αυξάνεται, το  $W_{el}$  είναι αρνητικό και η  $U$  αυξάνεται. Το αντίθετο συμβαίνει κατά τη μείωση του  $\chi$ . Αν το ελατήριο μπορεί και να συμπιεστεί και να εκταθεί, τότε το  $\chi$  είναι αρνητικό στη συμπίεση. Αν  $\chi=0$ , τότε  $U=0$  και το ελατήριο δεν έχει υποστεί ούτε έκταση ούτε συμπίεση. Αν στο σώμα ασκούνται και άλλες δυνάμεις τότε το έργο των άλλων δυνάμεων ισούται με την ολική μεταβολή στο άθροισμα της κινητικής ενέργειας και της ελαστικής δυναμικής ενέργειας.

Μια δύναμη που προσφέρει τη δυνατότητα αμφίδρομης μετατροπής μεταξύ δυναμικής και κινητικής ενέργειας λέγεται **διατηρητική δύναμη**. Βασικό χαρακτηριστικό των διατηρητικών δυνάμεων είναι ότι το έργο τους είναι πάντα αντιστρεπτό. Οτιδήποτε καταθέτουμε στην "τράπεζα" ενέργειας μπορεί αργότερα να αναληφθεί δίχως απώλειες. Παράδειγμα τέτοιας δύναμης αποτελεί η βαρυτική, ενώ μη διατηρητική δύναμη είναι η τριβή. Εκτός από αντιστρεπτό, το έργο μιας διατηρητικής δύναμης, είναι και ανεξάρτητο της τροχιάς που ακολουθεί το σώμα, μπορεί πάντα να εκφραστεί σαν διαφορά μιας αρχικής και μιας τελικής τιμής δυναμικής ενέργειας, ενώ στην περίπτωση που το αρχικό σημείο συμπίπτει με το τελικό, το συνολικό έργο είναι μηδέν.

#### 4.6.1 Βαλλιστικό εκκρεμές

Για να μετρήσουμε την ταχύτητα ενός αντικειμένου που κινείται πολύ γρήγορα, όπως π.χ. μιας σφαίρας, χρησιμοποιούμε το βαλλιστικό εκκρεμές. Κρεμάμε ένα μεγάλο κομμάτι ξύλο (κατά προτίμηση ορθογωνίου σχήματος), από το ένα άκρο του με ελαφρά νήματα και το πυροβολούμε οριζόντια. Η σφαίρα σφηνώνεται μέσα στο καδρόνι, το οποίο κινείται κατά ύψος  $H$ . Επειδή όμως, η κρούση είναι μη ελαστική, η ορμή διατηρείται, αλλά δεν συμβαίνει το ίδιο με την κινητική ενέργεια. Αυτό, οφείλεται στο ότι η σφαίρα, κατά την ενοσφίνωση στο ξύλο, δαπανά ένα μεγάλο μέρος της ενέργειάς της για τη θραύση των ινών του ξύλου και τη θέρμανσή του, με αποτέλεσμα να μειώνεται η κινητική ενέργεια. Επειδή όμως, μετά την κρούση, δεν έχουμε μη διατηρητικές δυνάμεις (όπως θλάση του ξύλου και τριβή με αυτό), μπορούμε να εφαρμόσουμε την διατήρηση της μηχανικής ενέργειας (κινητική συσσωματώματος = δυναμική σε ύψος  $H$  ή γωνία απόκλισης  $\theta$ ).

Διακρίνουμε τις περιπτώσεις: 1) Η απόκλιση  $\theta$  του εκκρεμούς είναι μέχρι  $90^\circ$ . Τότε από την αρχή διατήρησης της ορμής έχουμε  $\mathbf{mu} = (\mathbf{m} + \mathbf{M})\mathbf{v}$  (1) και από την αρχή διατήρησης της ενέργειας  $\frac{1}{2} (\mathbf{m} + \mathbf{M})\mathbf{v}^2 = (\mathbf{m} + \mathbf{M})\mathbf{gR}(1 - \cos\theta)$  (2). Μετρώντας τη γωνία  $\theta$  υπολογίζουμε την ταχύτητα  $v$  του συσσωματώματος από τη (2) και από την (1) τη ταχύτητα  $u$  της σφαίρας. 2) Η απόκλιση  $\theta$  είναι από  $90^\circ$  μέχρι  $180^\circ$ . Τότε αποδεικνύεται, ότι στο ανώτερο σημείο που φθάνει το εκκρεμές, όπου η τάση νήματος γίνεται μηδέν, η ταχύτητά του δίνεται από τη σχέση:

$$v^2 = gR[2 + 3\cos(180 - \theta)].$$



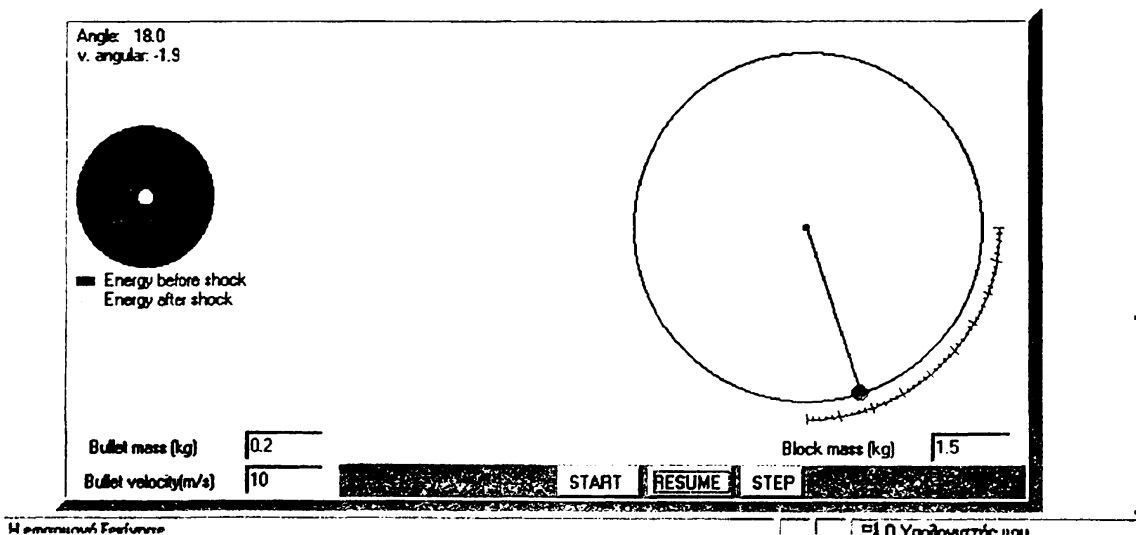
Από εκεί και μετά το σώμα κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του. 3) Το εκκρεμές κάνει ανακύκλωση. Για να συμβεί αυτό, πρέπει να ισχύει για την ελάχιστη τιμή της ταχύτητας, μετά την ενσφώνωση, η σχέση:

$$v^2 = 5gR.$$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στις μάζες των δύο σωμάτων και στη ταχύτητα της σφαίρας, στα αντίστοιχα κουμπιά, ενώ το μήκος του εκκρεμούς δίνεται σταθερό και ίσο με 0,5m. Έπειτα, πατώντας το *Start*, η σφαίρα ξεκινά και σφηνώνεται στο εκκρεμές. Πάνω αριστερά, καταγράφονται συνεχώς, η γωνία  $\theta$  και η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του συστήματος, ενώ παρακάτω, εμφανίζεται σε χρωματικό διάγραμμα, η ενέργεια της σφαίρας πριν (μπλε) και μετά την κρούση (θαλασσί). Επειδή η κρούση είναι ανελαστική, χάνεται μεγάλο μέρος της αρχικής ενέργειας.

### ΤΟ ΒΑΛΛΙΣΤΙΚΟ ΕΚΚΡΕΜΟΣ II



Για ευκολία στη μέτρηση της γωνίας  $\theta$  μπορούμε να αυξήσουμε τη μάζα του εκκρεμούς, αλλά και να προχωράμε σιγά-σιγά την κίνησή του όταν πλησιάζει να σταματήσει, με το *Step*. Για επαλήθευση, μπορούμε με τα δεδομένα που έχουμε, να υπολογίζουμε τη γωνία  $\theta$  και να τη συγκρίνουμε με αυτή που δίνει το πρόγραμμα, ή να την καταγράφουμε και να βλέπουμε αν αντιστοιχεί στην ταχύτητα της σφαίρας κάθε φορά.

### 4.6.2 Πτώση σώματος σε ελατήριο

Ένα σώμα μάζας  $m$  πέφτει από ύψος  $h$  πάνω σε δίσκο μάζας  $M$  που είναι στερεωμένος σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς  $K$ . Η κρούση είναι ανελαστική, τα δύο σώματα συγκολλούνται και κινούνται πλέον σαν ένα ενιαίο σώμα. Σκοπός της εφαρμογής είναι η μελέτη της κίνησης του συσσωματώματος. Διακρίνουμε τις εξής φάσεις κατά την πτώση:





1. Ο δίσκος ισορροπεί πάνω στο ελατήριο. Η θέση ισορροπίας είναι αυτή στην οποία το βάρος του δίσκου ισούται με τη δύναμη του ελατηρίου, το οποίο συμπιέζεται κατά  $y$ , δηλαδή:

$$Mg = Ky.$$

2. Το σώμα μάζας  $m$  πέφτει από ύψος  $(h+y)$ , πριν κτυπήσει το δίσκο και η ταχύτητα που έχει πριν την κρούση είναι:

$$v_1 = [2g(h+y)]^{1/2}$$

3. Κατά την κρούση η ορμή διατηρείται. Ο δίσκος και το σώμα θεωρούνται σαν ένα συσσωμάτωμα που έχει μετά την κρούση ταχύτητα  $v_0$ . Από την αρχή διατήρησης της ορμής προκύπτει:

$$mv_1 = (m+M)v_0$$

4. Η νέα θέση ισορροπίας του συστήματος είναι αυτή στην οποία η δύναμη του ελατηρίου, που έχει συμπιεσθεί τώρα κατά  $X_0$ , ισούται με το βάρος του συσσωματώματος, δηλαδή:

$$KX_0 = (m+M)g$$

5. Το σύστημα τώρα εκτελεί ταλάντωση με περίοδο:

$$T = 2\pi[(m+M)/K]^{1/2}$$

Η γωνιακή συχνότητα  $\omega$  είναι  $\omega = 2\pi/T$ , η εξίσωση απομάκρυνσης

$$X = -X_0 + A\sin(\omega t + \varphi)$$

και η εξίσωση της ταχύτητας

$$v = A\omega\cos(\omega t + \varphi)$$

όπου το πλάτος  $A$  και η φάση  $\varphi$  καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες. Τη χρονική στιγμή  $t=0$ , είναι  $X=-y$  και  $v=v_0$ . Έτσι, προκύπτουν δύο εξισώσεις από τις οποίες υπολογίζεται εύκολα το πλάτος και η φάση της ταλάντωσης στην εφαρμογή αυτή.

### Φάσεις ενεργειακής ισορροπίας

1. Πριν την κρούση το σώμα έχει δυναμική ενέργεια  $E_{δ1} = mgh$ , ο δίσκος  $E_{δ2} = -Mgy$  και το συμπιεσμένο ελατήριο  $E_{ελ} = 1/2Ky^2$

2. Λίγο πριν την κρούση η δυναμική ενέργεια του σώματος μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια του ίδιου σώματος:  $mg(h+y) = 1/2mv_1^2$



3. Η κρούση είναι ανελαστική και ένα μέρος  $Q$  της ενέργειας χάνεται:  $Q=1/2(m+m)v_0^2-1/2mv_1^2$ , όπου  $v_0$  η ταχύτητα του συσσωματώματος μετά την κρούση.

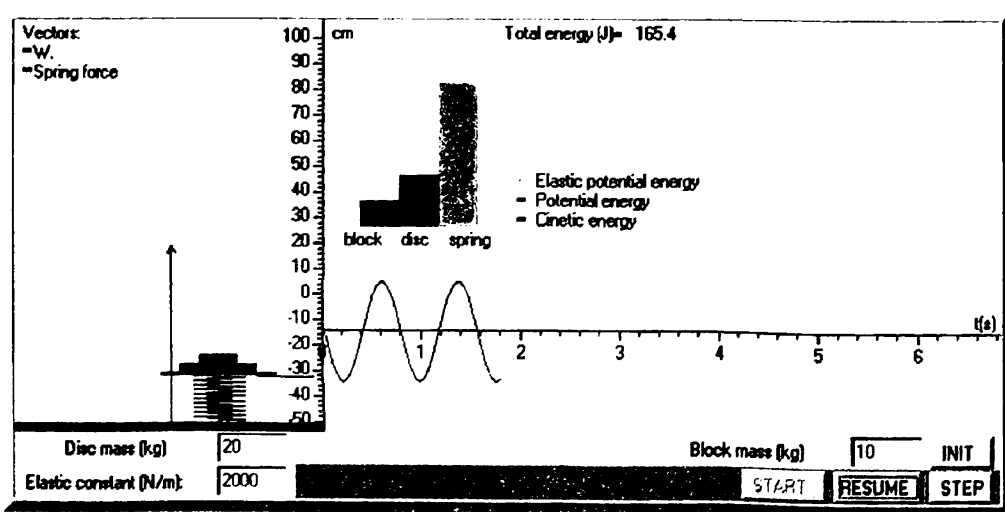
4. Μετά την κρούση το συσσωμάτωμα έχει και δυναμική ενέργεια:  $E_g=(m+m)gy$  και κινητική ενέργεια:  $E_k=1/2(m+M)v_0^2$ , ενώ το ελατήριο έχει δυναμική ενέργεια ελαστικότητας:  $E_{ελ}=1/2Ky^2$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά δίνουμε τις επιθυμητές τιμές στις μάζες δίσκου και σώματος σε Kg, στα κουμπιά *Disk mass* και *Block mass* αντίστοιχα, καθώς και στη σταθερά  $K$  του ελατηρίου σε N/m (όλα με πληκτρολόγηση). Κατόπιν πατάμε το κουμπί *Init* για να καταχωρηθούν οι τιμές και τέλος το *Start* για να ξεκινήσει η εκτέλεση του πειράματος. Στα δεξιά της εφαρμογής παριστάνεται γραφικά η θέση σε συνάρτηση με το χρόνο για το ταλαντούμενο σύστημα και μπορούμε εύκολα να μετρήσουμε την περίοδο και το πλάτος της ταλάντωσης και να εκτιμήσουμε την αρχική φάση. Στο πάνω μέρος της εφαρμογής παριστάνονται οι ενεργειακές μεταβολές με ραβδογράμματα διαφορετικών χρωμάτων.

Με κόκκινο χρώμα παριστάνεται η δυναμική ενέργεια του δίσκου και του σώματος, με μπλε η κινητική τους ενέργεια και με πράσινο η δυναμική ενέργεια ελαστικότητας του ελατηρίου. Αριστερά, πάνω στα σώματα, παρατηρούμε τα διανύσματα του βάρους ( $W$ ) και της δύναμης του ελατηρίου, που ασκούνται στο συσσωμάτωμα. Πάνω δεξιά τέλος, εμφανίζεται κάθε φορά η ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

### ΚΡΟΥΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ ΜΕ ΕΛΑΤΗΡΙΟ



### 4.6.3 Μετακίνηση σώματος σε ημισφαιρικό θόλο

Στην εφαρμογή αυτή, ένα σώμα ολισθαίνει, με ή χωρίς τριβή, από την κορυφή θόλου ακτίνας  $R$ . Θα υπολογίσουμε τη γωνία για την οποία το σώμα χάνει την επαφή του με το θόλο.

#### 4.6.3α Μετακίνηση χωρίς τριβή

Η αρχική ενέργεια του σώματος (κορυφή του θόλου,  $\theta=0$ ) είναι:  $E_{αρχ}=mgR$ , ενώ η ενέργεια στη θέση που το σώμα χάνει την επαφή του με το θόλο (γωνία  $\theta$ ) είναι:

$$E_{τελ}=1/2 mv^2+mgR \cos\theta$$

Από την αρχή διατήρησης της ενέργειας προκύπτει:

$$v^2=2gR(1-\cos\theta)$$

Οι δυνάμεις που δρουν στο σώμα σε κάποιο σημείο της τροχιάς, είναι το βάρος του  $mg$  και η αντίδραση  $N$  της επιφάνειας. Το σώμα διαγράφει κυκλική κίνηση με εφαπτομενική και κεντρομόλο επιτάχυνση  $a_\epsilon$  και  $a_\kappa$  αντίστοιχα. Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε στην εφαπτομενική κατεύθυνση:  $mg\sin\theta=ma_\epsilon$  (1) και στην ακτινική:  $mg\cos\theta - N=ma_\kappa$  (2). Η εξίσωση (1) μας βοηθά να υπολογίσουμε τη γωνία  $\theta$ , ενώ από τη (2) και την αρχή διατήρησης της ενέργειας υπολογίζουμε την αντίδραση  $N$  στη θέση  $\theta$ :

$$N=3mg\cos\theta - 2mg$$

Το σώμα χάνει την επαφή του με την επιφάνεια, όταν  $N=0$ , οπότε:  $\cos\theta=2/3$ , δηλαδή η γωνία  $\theta$  είναι περίπου  $48^\circ$  και η ταχύτητά του σε αυτή τη θέση είναι:  $v_o^2=2gR/3$ .

Μόλις το σώμα χάσει την επαφή με το θόλο, κινείται μόνο με την επίδραση του βάρους του, διαγράφοντας παραβολική τροχιά, ξεκινώντας από το σημείο  $M$  με συντεταγμένες:  $x_o=R\sin\theta$ ,  $y_o=R\cos\theta$  και συνιστώσες αρχικής ταχύτητας:  $v_{ox}=v_o\cos\theta$ ,  $v_{oy}=v_o\sin\theta$ . Μπορεί κανείς εύκολα να γράψει τις εξισώσεις της κίνησης και από αυτές να υπολογίσει το σημείο πρόσπτωσης στο έδαφος θέτοντας  $y=0$ . Αυτές είναι:

$$x=x_o+v_o\cos\theta t \text{ και } y=y_o-v_o\sin\theta t-gt^2/2.$$

#### 4.6.3β Μετακίνηση με τριβή

Στην περίπτωση αυτή, δίνοντας στο σώμα μια αρχική ταχύτητα  $v_o$ , μελετάμε την εξάρτηση της ταχύτητάς του από τη γωνία  $\theta$ . Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις: 1) Το σώμα αφήνει την επιφάνεια για κάποια γωνία  $\theta$ , που γενικά δεν είναι  $48^\circ$ . 2) Το σώμα σταματά προτού εγκαταλείψει την επιφάνεια. Οι



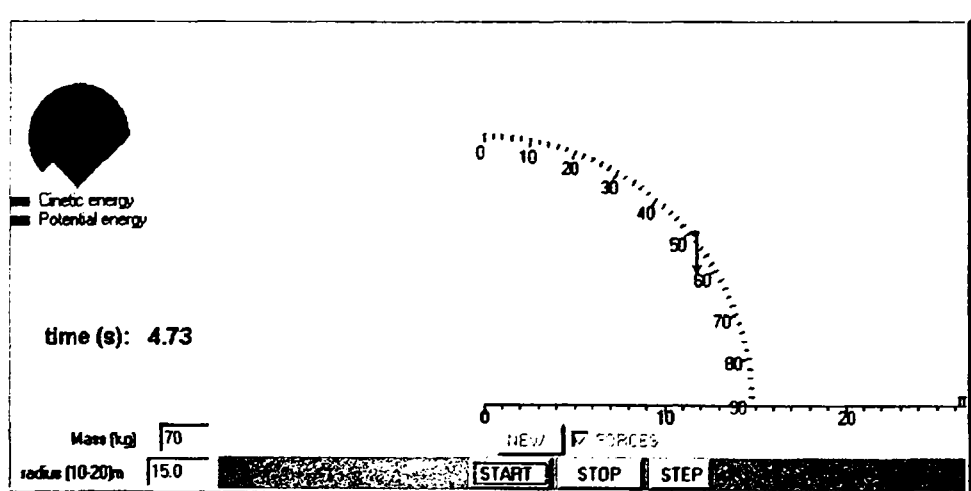
παράμετροι που καθορίζουν εδώ τη συμπεριφορά του σώματος είναι η αρχική ταχύτητα και ο συντελεστής ολίσθησης.

## Οδηγίες εκτέλεσης

### I. (Χωρίς τριβή)

Αρχικά, δίνουμε τιμές στη μάζα του σώματος και στην ακτίνα του θόλου. Έπειτα πατώντας διαδοχικά το *New* και το *Start*, το σώμα ξεκινά. Υπάρχει και η δυνατότητα να παρατηρούμε τα διανύσματα των δυνάμεων που δρουν στο σώμα με το κουμπί *Forces*. Επίσης μπορούμε να σταματήσουμε την κίνηση τη στιγμή που η αντίδραση  $N$  πλησιάζει να γίνει μηδέν με το *Stop* και να την προσεγγίσουμε προχωρώντας αργά-αργά με το *Step*. Ο κύκλος πάνω αριστερά παριστάνει τη συνολική ενέργεια του σώματος. Με μπλε χρώμα είναι η δυναμική ενέργεια και με κόκκινο η κινητική. Παρατηρούμε ότι η δυναμική μετατρέπεται σε κινητική, αλλά το άθροισμά τους παραμένει συνεχώς σταθερό και ίσο με την αρχική ενέργεια.

#### ΠΤΩΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΘΟΛΟ ΧΩΡΙΣ ΤΡΙΒΗ

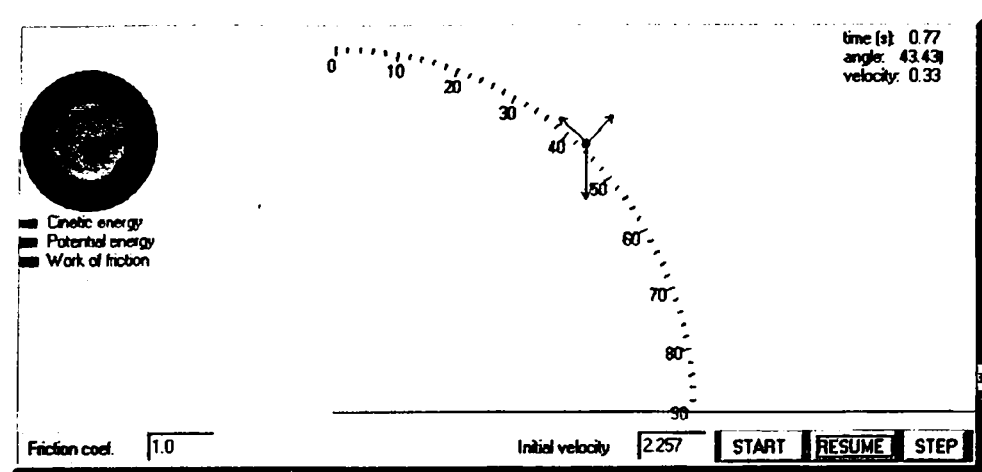


### II. (Με τριβή).

Εδώ, δίνουμε τιμές στον συντελεστή τριβής  $\mu$ , με το κουμπί *Friction coef.*, και στην αρχική ταχύτητα του σώματος με το *Initial velocity*, (καλύτερα μικρές τιμές, π.χ. μέχρι 3m/s). Η μάζα του σώματος και η ακτίνα του θόλου καθορίζονται από το πρόγραμμα, 1Kg και 1m αντίστοιχα. Πατώντας στη συνέχεια *Start*, το σώμα ξεκινά και παρατηρούμε τα διανύσματα των τριών δυνάμεων που ενεργούν σ' αυτό. Πάνω δεξιά στην εικόνα καταγράφονται συνεχώς ο χρόνος της κίνησης, η γωνία θέσης  $\theta$  και η ταχύτητα του σώματος. Ακόμα εμφανίζονται με κόκκινα γράμματα η γωνία  $\theta$  και η ταχύτητα του σώματος τη στιγμή που το σώμα εγκαταλείπει την επιφάνεια (όταν  $N=0$ ). Όπως και στην αντίστοιχη εφαρμογή χωρίς τριβή, πάνω αριστερά παριστάνεται με χρωματικό διάγραμμα η μεταβολή της ενέργειας του σώματος. Η διαφορά είναι ότι τώρα, λόγω τριβής, το άθροισμα δεν μένει

σταθερό. Το μαύρο χρώμα αντιπροσωπεύει το έργο της τριβής που γίνεται θερμότητα.

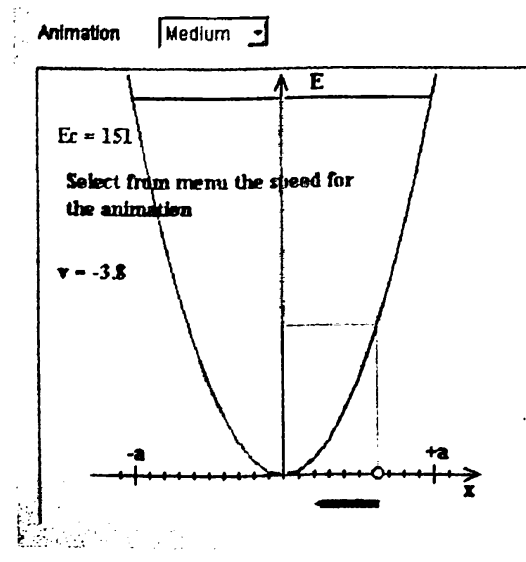
#### ΠΤΩΣΗ ΣΩΜΑΤΟΣ ΑΠΟ ΘΩΛΟ ΜΕ ΤΡΙΒΗ



#### 4.6.4 Η ενέργεια του αρμονικού ταλαντωτή

Η εφαρμογή αυτή παρουσιάζει τη μεταβολή της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με τη μετατόπιση  $x$ , κατά τη διάρκεια της αρμονικής ταλάντωσης ενός συστήματος ελατηρίου-μάζας. Το ταλαντούμενο σώμα στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του έχει μόνο δυναμική ενέργεια:  $E_p = 1/2Ka^2$ , όπου  $a$  το πλάτος της ταλάντωσης και  $K$  η σταθερά του ελατηρίου, ενώ στη θέση ισορροπίας έχει μόνο κινητική ενέργεια:  $E_c = 1/2mv^2 = 1/2ma^2\omega^2$  ( $v$  η μέγιστη ταχύτητα, αλλά στις άλλες θέσεις ισχύει  $v' = a\omega\cos\omega t$ ). Στις ενδιάμεσες θέσεις (όπου η απόσταση από τη θέση ισορροπίας είναι  $x$ ), το σώμα έχει και κινητική και δυναμική ενέργεια, αλλά το άθροισμά τους (μηχανική ενέργεια) είναι ίσο με την αρχική συνολική ενέργεια:

$$E_t = E_p + E_c = 1/2Kx^2 + 1/2mv'^2 = 1/2mv^2 = 1/2Ka^2$$



Το ταλαντούμενο σώμα στις ακραίες θέσεις της τροχιάς του έχει μόνο δυναμική ενέργεια:  $E_p = 1/2Ka^2$ , όπου  $a$  το πλάτος της ταλάντωσης, ενώ στη θέση ισορροπίας έχει μόνο κινητική ενέργεια:  $E_c = 1/2mv^2 = 1/2ma^2\omega^2$  (εδώ η ταχύτητα  $v$  γίνεται μέγιστη, αλλά στις άλλες θέσεις  $v = a\omega\cos\omega t$ ). Στις ενδιάμεσες θέσεις το σώμα έχει και κινητική και δυναμική ενέργεια, που το άθροισμά τους όμως (μηχανική ενέργεια) είναι ίσο με την αρχική συνολική ενέργεια:

$$E_t = 1/2Kx^2 + 1/2mv'^2 = 1/2Ka^2$$



Δίνοντας τις τιμές  $a=10$ ,  $m=20$ ,  $K=5$  (σε αυθαίρετες μονάδες), προκύπτει για την ολική ενέργεια η τιμή  $E=250$  (από την εξίσωση  $E_p=1/2Ka^2$ ). Μπορούμε να επιλέξουμε το είδος της κίνησης (αργή-ενδιάμεση-γρήγορη) με τον επιλογέα animation. Κάνοντας κλικ με το ποντίκι σε όποιο σημείο της κίνησης θέλουμε και κρατώντας αυτό πατημένο, βλέπουμε τις τιμές των ενεργειών και τη ταχύτητα του σώματος στη θέση αυτή.-

## 4.7 Κινηματική της περιστροφής

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε το στερεό σώμα και συγκεκριμένα την περιστροφή αυτού εισάγοντας δύο νέα μεγέθη, τη γωνιακή επιτάχυνση και τη ροπή αδράνειας. Στη μελέτη αυτή θα μας βοηθήσουν δύο ενδιαφέρουσες προσομοιώσεις εργαστηριακών πειραμάτων. Στη πρώτη υπολογίζεται η ροπή αδράνειας μιας ενός δίσκου (τροχαλίας) καθώς αυτός περιστρέφεται. Εκτός από την ευκολία στην αλλαγή των παραμέτρων που παρέχει το εικονικό πείραμα, δίνει και τη δυνατότητα στο μαθητή να συγκρίνει το αποτέλεσμα που βρίσκει από τη θεωρία με αυτό που παράγει το πρόγραμμα. Η δεύτερη αναπαριστά ένα δύσκολο εργαστηριακό πείραμα για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας των σωμάτων, που είναι η κύλιση σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο. Στο εικονικό αυτό πείραμα θα πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα το ρόλο της τριβής κατά την κύλιση και το πόσο επηρεάζει τις ενεργειακές μεταβολές. Είναι ένα αξιόλογο πείραμα και θέλουμε να πιστεύουμε ότι με την κατάλληλη αντιμετώπιση από τους διδάσκοντες θα βοηθήσει αρκετά τους μαθητές.

**Στερεό σώμα** είναι ένα σώμα με καθορισμένο και αμετάβλητο σχήμα και μέγεθος. Όταν ένα στερεό σώμα περιστρέφεται γύρω από ακλόνητο άξονα, η θέση του περιγράφεται από μία γωνία θέσης  $\theta$ . Καθώς το σώμα κινείται από το ένα σημείο στο άλλο σε χρόνο  $\Delta t$ , η επιβατική ακτίνα σαρώνει γωνία  $\Delta\theta=\theta_2-\theta_1$ , η οποία είναι ίση με τη **γωνιακή μετατόπιση**. Η **μέση γωνιακή ταχύτητα**  $\omega$ , ορίζεται ως ο λόγος της γωνιακής μετατόπισης προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα  $\Delta t$ :  $\omega_p=\Delta\theta/\Delta t$ . Το όριο του παραπάνω λόγου, όταν το  $\Delta t$  τείνει προς το μηδέν, ορίζεται ως η **στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα**  $\omega$ . Η **μέση γωνιακή επιτάχυνση**  $\alpha$  ενός περιστρεφόμενου σώματος ορίζεται ως ο λόγος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας προς το χρονικό διάστημα  $\Delta t$  που συμβαίνει η μεταβολή αυτή:  $\alpha_p=\Delta\omega/\Delta t$ . Παρόμοια, το όριο του παραπάνω λόγου, όταν το  $\Delta t$  τείνει στο μηδέν, ορίζεται ως η **στιγμιαία γωνιακή επιτάχυνση**. Η γωνιακή ταχύτητα μετριέται σε rad/s ή σε  $s^{-1}$  (αφού το ακτίνιο δεν έχει διαστάσεις), ενώ η γωνιακή επιτάχυνση σε  $rad/s^2$  ή  $s^{-2}$ . Οι σχέσεις που συνδέουν τα παραπάνω μεγέθη κατά την περιστροφή στερεού σώματος είναι:

$$\theta=\theta_0+\omega_0 t+1/2\alpha t^2 \quad (1)$$

$$\omega=\omega_0+\alpha t \quad (2)$$

$$\omega^2=\omega_0^2+2\alpha(\theta-\theta_0) \quad (3)$$



όπου τα μεγέθη με δείκτη μηδέν αποτελούν τις αρχικές τιμές αυτών. Ένα σημείο περιστρεφόμενου σώματος που απέχει  $r$  από τον άξονα περιστροφής, έχει ταχύτητα:  $\mathbf{u} = r\boldsymbol{\omega}$  και μια επιτάχυνση  $\mathbf{a}$  με επιτρόχιο συνιστώσα:  $\mathbf{a}_{\text{tan}} = r\boldsymbol{\alpha}$  και ακτινική συνιστώσα:

$$\mathbf{a}_{\text{rad}} = \mathbf{u}^2 / r = \boldsymbol{\omega}^2 r$$

**Ροπή αδράνειας  $I$**  ενός στερεού σώματος ως προς κάποιο άξονα περιστροφής, ονομάζεται το άθροισμα των γινομένων των στοιχειωδών μαζών  $m_1, m_2, m_3, \dots$  από τις οποίες αποτελείται το σώμα επί τα τετράγωνα των αποστάσεών τους από τον άξονα περιστροφής. Δηλαδή:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2$$

Η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος, έχει μονάδα μέτρησης στο (S.I.) το  $1\text{Kg}\cdot\text{m}^2$  και εξαρτάται: α) από τη θέση του άξονα περιστροφής, β) από τη μάζα του σώματος και γ) από την κατανομή της μάζας του σώματος ως προς τον άξονα περιστροφής του. Τέλος, εκφράζει την αντίδραση του σώματος σε κάθε μεταβολή της γωνιακής του ταχύτητας. Για ένα σώμα που κάνει μόνο περιστροφική κίνηση η κινητική του ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$K = 1/2 I \boldsymbol{\omega}^2$$

Όταν η ροπή αδράνειας  $I_{\text{cm}}$  ενός σώματος ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του είναι γνωστή, η ροπή αδράνειας του σώματος  $I_p$  ως προς άξονα  $p$  που είναι παράλληλος και απέχει τυχαία απόσταση  $d$  από τον πρώτο άξονα δίνεται από τη σχέση:

$$I_p = I_{\text{cm}} + M d^2.$$

#### 4.7.1 Υπολογισμός της ροπής αδράνειας ενός δίσκου

Εδώ χρησιμοποιείται μια συσκευή που μοιάζει με ρόδα ποδηλάτου, η οποία μπορεί να περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα. Γύρω από την αυτή τυλίγεται ένα σχοινί, στα άκρα του οποίου κρέμονται ένα ή δύο βαρίδια. Ο χρόνος που χρειάζεται για να διανύσει ένα βαρίδι το διάστημα  $\chi$ , είναι σχετικά μικρός. Με τη βοήθεια του χρόνου αυτού, των μαζών των βαριδιών και των ακτινών ( εσωτερικής και εξωτερικής) της ρόδας, υπολογίζεται η ροπή αδράνειας του δίσκου με δύο τρόπους:

- α) Με τις εξισώσεις της δυναμικής.
- β) Με την αρχή διατήρησης της ενέργειας.

Εδώ θα μελετήσουμε το θέμα με το δεύτερο τρόπο. Συγκρίνοντας την αρχική και τελική κατάσταση, κάνουμε μια πρόχειρη εκτίμηση για τις μεταβολές της ενέργειας που προκαλούνται στα δύο σώματα.

- Το βαρίδι μάζας  $m_1$  κατεβαίνει κατά ύψος  $h_1$  και αυξάνει την ταχύτητά του σε  $v_1$ .
- Το βαρίδι μάζας  $m_2$  ανεβαίνει κατά ύψος  $h_2$  και αυξάνει την ταχύτητά του σε  $v_2$ .
- Η ρόδα περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .

Η αρχή διατήρησης της ενέργειας διατυπώνεται τώρα ως εξής:

$$m_1gh_1 = m_2gh_2 + \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

Οι σχέσεις που συνδέουν τις ταχύτητες και τα ύψη είναι:

$$v_1 = \omega r_1(1) \quad v_2 = \omega r_2(2) \quad h_1 = \theta r_1(3) \quad h_2 = \theta r_2(4)$$

όπου  $\omega$  η γωνιακή ταχύτητα της ρόδας και  $\theta$  η γωνία περιστροφής σε χρόνο  $t$ .

Στη συνέχεια, με δεδομένα τις ταχύτητες  $v_1, v_2$ , τα ύψη  $h_1, h_2$ , τις μάζες  $m_1, m_2$ , τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , το χρόνο  $t$  και την εσωτερική ακτίνα  $r_2$  της ρόδας υπολογίζουμε αρχικά την εξωτερική ακτίνα  $r_1$  και έπειτα τη ροπή αδράνειας  $I$  της ρόδας και συγκρίνουμε το αποτέλεσμα που βρίσκουμε με εκείνο που δίνει το πρόγραμμα πατώντας το κουμπί *Result*.

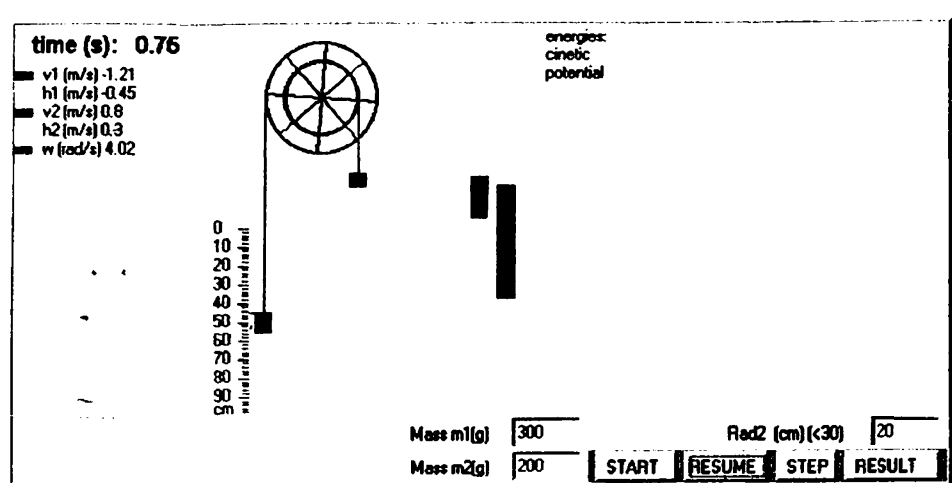
### Οδηγίες εκτέλεσης

Μπορούμε να επιλέξουμε τιμές για τις μάζες των βαριδιών και την εσωτερική ακτίνα της ρόδας. Επιλέγοντας όμως  $m_1=0$  και  $r_2=30\text{cm}$  θα έχουμε την περίπτωση της πτώσης ενός σώματος από νήμα τυλιγμένο στο εξωτερικό της ρόδας, ενώ για μάζες διάφορες του μηδενός και  $r_2=30\text{cm}$  θα έχουμε δύο σώματα κρεμασμένα στο εξωτερικό της ρόδας. Φυσικά, και στις δύο αυτές περιπτώσεις, οι προηγούμενες σχέσεις διαμορφώνονται κατάλληλα.

Κατά την εκτέλεση του πειράματος παρατηρούμε σε ραβδογράμματα τις ενεργειακές μεταβολές των σωμάτων. Έτσι, αριστερά παριστάνεται η κινητική ενέργεια: Με *γκρίζο* χρώμα η *περιστροφική* ενέργεια του δίσκου, με *κόκκινο* χρώμα η *κινητική* ενέργεια του κόκκινου βαριδιού και με *μπλε* η αντίστοιχη του μπλε βαριδιού. Δεξιά τώρα, παριστάνεται η δυναμική ενέργεια των δύο βαριδιών με τα αντίστοιχα χρώματα.-







#### 4.7.2 Κύλιση σώματος σε κεκλιμένο επίπεδο

Στην εφαρμογή αυτή μελετάμε τη κίνηση ενός σώματος (κύλινδρος, στεφάνη, σφαίρα) σε κεκλιμένο επίπεδο. Η μελέτη αυτή μας επιτρέπει να εξετάσουμε τη ροπή αδράνειας και το ρόλο της τριβής στην κίνηση. Διακρίνουμε δύο περιπτώσεις: α) Υπάρχει τριβή, τέτοιας τιμής ώστε το σώμα να κυλά χωρίς να ολισθαίνει, ενώ διατηρείται η μηχανική ενέργεια. β) Η τιμή της τριβής είναι τέτοια ώστε, αναγκάζει το σώμα να κυλά και να ολισθαίνει με αποτέλεσμα τη μείωση της τελικής ενέργειας του σώματος.

#### 4.7. 2α Κύλιση δίχως ολίσθηση

**ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ:** Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα είναι: α) Το βάρος το  $mg$ , που αναλύεται σε δύο συνιστώσες, μία παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο ( $mg\sin\theta$ ) και μία κάθετη σε αυτό ( $mg\cos\theta$ ). β) Η αντίδραση  $N$  του επιπέδου και γ) Η δύναμη τριβής  $F_T$  στο σημείο επαφής του σώματος με το επίπεδο. Οι εξισώσεις κίνησης που προκύπτουν είναι:

I) Μεταφορική κίνηση του κέντρου βάρους:  $mg\sin\theta - F_T = ma_c$

II) Κυκλική κίνηση γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους:  $F_T R = I_c a$

III) Σχέση μεταξύ μεταφορικής και κυκλικής κίνησης:  $a_c = aR$

Εκφράζοντας τώρα τη ροπή αδράνειας με τη σχέση  $I_c = k m R^2$ , όπου το  $k$  είναι ένας συντελεστής με τιμή  $2/5$  για τη σφαίρα,  $1/2$  για τον κύλινδρο και  $1$  για τη στεφάνη, καταλήγουμε στις σχέσεις που δίνουν την επιτάχυνση  $a_c$  και την τριβή  $F_T$  :

$$a_c = g \sin \theta / (1+k) \text{ και } F_T = mg \sin \theta / (1+k)$$

ενώ για την τελική ταχύτητα του κέντρου μάζας του σώματος έχουμε:

$$v_c^2 = 2a_c x = 2gx \sin \theta / (1+k) = 2gh / (1+k),$$

όπου  $x$  το διάστημα που διανύει το σώμα στο κεκλιμένο επίπεδο και  $h$  το ύψος του επιπέδου.

**ΕΝΕΡΓΕΙΑΚΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ:** Το σώμα έχει κινητική ενέργεια λόγω μεταφορικής και λόγω περιστροφικής κίνησης. Το ίδιο ισχύει για το έργο των δυνάμεων που δρουν στο σώμα:  $W = W_1 + W_2$ , όπου  $W_1 = (mg \sin \theta - F_T)x = mgh - F_T x$  και  $W_2 = M\phi = F_T R \phi = F_T x$ , όπου  $\phi$  η γωνία που στρέφεται το σώμα όταν μετακινείται κατά διάστημα  $x$ , οπότε για το συνολικό έργο προκύπτει  $W = mgh$ . Παρατηρούμε ότι σε αυτή την κίνηση η τριβή παράγει δύο έργα της ίδιας τιμής αλλά με αντίθετο πρόσημο. Για το λόγο αυτό δεν χρειάζεται να συμπεριλάβουμε το έργο της τριβής στην ενεργειακή ισορροπία του σώματος. Το έργο της συνισταμένης των δυνάμεων που δρουν στο σώμα μετατρέπει τη δυναμική του ενέργεια σε κινητική:  $mgh = 1/2 m v_c^2 + 1/2 I_c \omega^2$ . Από αυτή τη σχέση προκύπτει για την ταχύτητα του κέντρου μάζας η σχέση:  $v_c^2 = 2gh / (1+k)$ . Παρατηρούμε ότι το τετράγωνο της ταχύτητας είναι ανάλογο με το ύψος, κάτι που θα το διαπιστώσουμε με την προσομοίωση.

#### 4.7.2β Κύλιση με ολίσθηση

Για να υπάρχει κύλιση πρέπει να ισχύει η σχέση:  $F_T \leq \mu N$ , όπου  $\mu$  ο συντελεστής στατικής τριβής και  $N$  η αντίδραση του επιπέδου  $N = mg \cos \theta$ . Το σώμα κυλά χωρίς να ολισθαίνει μέχρι μια οριακή γωνία  $\theta$  του επιπέδου που δίνεται από τη σχέση:

$$\mu \geq k \tan \theta / (1+k)$$

Όταν δεν εκπληρώνεται η τελευταία σχέση, το σώμα κυλά και ολισθαίνει, ενώ η τριβή παίρνει τη μέγιστη τιμή της  $F_T = \mu N$ . Με τις κατάλληλες πράξεις βρίσκουμε για την ταχύτητα:

$$v_c^2 = 2a_c x = 2g(1 - \mu \cot \theta)h$$

και για τη γωνιακή ταχύτητα:

$$\omega^2 = 2a\phi = 2g\mu \phi \cos \theta / kR$$

όπου  $a_c = g(\sin \theta - \mu \cos \theta)$  και  $a = g\mu \cos \theta / kR$ .

Το έργο της τριβής στην περίπτωση αυτή είναι  $W_T = -\mu mg \cos \theta (x - R\phi)$ , τροποποιεί την ενέργεια του σώματος και ισούται με τη διαφορά μεταξύ αρχικής και τελικής ενέργειας αυτού:  $W_T = E_{\text{τελ}} - E_{\text{αρχ}}$ .

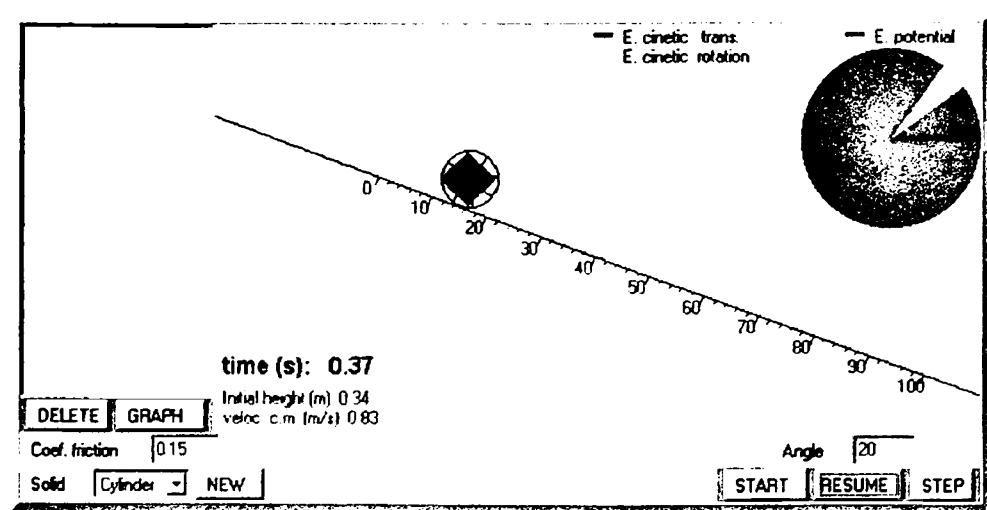
#### Οδηγίες εκτέλεσης

Επιλέγουμε με το κουμπι *Solid* το είδος του σώματος που θα κινηθεί στο κεκλιμένο επίπεδο, (σφαίρα, κύλινδρος ή στεφάνη), ίδιας μάζας και ακτίνας. Με το κουμπι *Coef. friction* δίνουμε τιμή στο συντελεστή τριβής και πατάμε το



κουμπι *New* . Αφού δώσουμε τιμή και στη γωνία, με το κουμπι *Angle*, πατάμε *Start* και αρχίζει η κίνηση του σώματος. Όταν το σώμα φθάσει στο τέλος του κεκλιμένου επιπέδου, στο πλαίσιο κειμένου που βρίσκεται αριστερά στην εικόνα εμφανίζονται η τελική ταχύτητα και το ύψος από τη βάση του κεκλιμένου επιπέδου. Πατώντας το κουμπι *Graph* εμφανίζονται τα πειραματικά αποτελέσματα σε σύστημα αξόνων: Στον κάθετο άξονα το τετράγωνο της ταχύτητας του κέντρου μάζας και στον οριζόντιο το αρχικό ύψος του σώματος. Παρατηρώντας τη γραφική παράσταση θα δούμε, ότι στην κύλιση χωρίς ολίσθηση τα πειραματικά σημεία προσαρμόζονται σε ευθεία γραμμή, ενώ στην κύλιση με ολίσθηση τα αντίστοιχα σημεία παρεκκλίνουν από την ευθεία.

#### ΚΥΛΙΣΗ ΜΕ Η ΧΩΡΙΣ ΟΛΙΣΘΗΣΗ



Δεξιά στην εφαρμογή παριστάνεται με κυκλικό χρωματικό διάγραμμα η ενέργεια: α) Όταν το σώμα κυλά χωρίς να ολισθαίνει, η δυναμική ενέργεια μειώνεται (μπλε χρώμα) και αυξάνεται η κινητική ενέργεια λόγω μεταφοράς (κόκκινο χρώμα) και λόγω περιστροφής (ροζ χρώμα), σε διαφορετικές αναλογίες ανάλογα με τη ροπή αδράνειας του σώματος. β) Όταν το σώμα κυλά και ολισθαίνει ταυτόχρονα, ένα μέρος της δυναμικής ενέργειας μετατρέπεται σε έργο της δύναμης τριβής.-

## 4.8 Δυναμική της στροφορικής κίνησης

Συνεχίζουμε και σε αυτή την ενότητα τη μελέτη του στερεού σώματος με την εισαγωγή δύο νέων μεγεθών, της ροπής δύναμης και της στροφορμής, καλύπτοντας έτσι ένα από τα δύσκολα πεδία της μηχανικής. Εδώ θα μας βοηθήσουν μια απλή προσομοίωση για τον υπολογισμό της ροπής μιας δύναμης και τρεις ενδιαφέρουσες και διδακτικές προσομοιώσεις για τη στροφορμή και τη διατήρησή της. Στην πρώτη από τις τρεις, βασισμένοι στην αρχή διατήρησης της στροφορμής, υπολογίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής ενός δίσκου στον οποίο προσκολλάται μια σφαίρα κινούμενη με σχετικά μεγάλη ταχύτητα καθώς και την ενέργεια που χάνεται κατά την κρούση. Η δεύτερη τώρα αποτελείται από δύο μέρη και σχετίζεται με την



περιστροφή δύο δίσκων. Στο πρώτο μέρος θα δείξουμε ότι οι εσωτερικές δυνάμεις ενός συστήματος δεν μπορούν να μεταβάλλουν τη στροφορμή του συστήματος και στο δεύτερο ότι η ύπαρξη εξωτερικής ροπής διαφορετικής του μηδενός μεταβάλλει τη στροφορμή των σωμάτων. Είναι δύο εικονικά πειράματα πρωτότυπα και αρκετά διδακτικά. Τέλος η τρίτη αναπαριστά με αρκετά έξυπνο τρόπο την κίνηση που κάνει ένας χορευτής στον πάγο ή μια αθλήτρια των καταδύσεων ή και την κίνηση του μαθητή ο οποίος κάθεται σε περιστρεφόμενη πολυθρόνα με τα βράκια στα χέρια και με την έκταση ή τη σύμπτυξη αυτών μεταβάλλει τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής του.

Η ροπή μιας δύναμης περιγράφει την τάση της δύναμης να προκαλέσει περιστροφή του σώματος στο οποίο ασκείται. Είναι διανυσματικό μέγεθος με διεύθυνση τον άξονα περιστροφής, φορά που καθορίζεται από τον κανόνα του δεξιού χεριού και μέτρο ίσο με το γινόμενο του μέτρου της  $F$  δύναμης επί την κάθετη απόσταση  $l$  της δύναμης από τον άξονα περιστροφής. Δηλαδή:  $\tau = F \cdot l$ . Μονάδα μέτρησής της στο S.I. είναι το 1 N.m.

Η γωνιακή επιτάχυνση  $\alpha$  ενός στερεού σώματος, που περιστρέφεται γύρω από ένα σταθερό άξονα, συνδέεται με την ολική ροπή  $\Sigma \tau$  και τη ροπή αδράνειας  $I$  του σώματος με τη σχέση:  $\Sigma \tau = I \cdot \alpha$  η οποία ισχύει και για κινούμενο άξονα, αρκεί να είναι ένας άξονας συμμετρίας που διέρχεται από το κέντρο μάζας και δεν αλλάζει διεύθυνση κατά τη διάρκεια της κίνησης.

Η ολική κινητική ενέργεια ενός στερεού σώματος που εκτελεί ένα συνδυασμό μεταφορικής και περιστροφικής κίνησης ισούται με το άθροισμα της ποσότητας  $1/2 M \cdot u_{cm}^2$ , που αναφέρεται στην κίνηση του κέντρου μάζας και της ποσότητας  $1/2 I_{cm} \omega^2$  που αναφέρεται στην περιστροφή γύρω από έναν άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας:

$$K = 1/2 M u_{cm}^2 + 1/2 I_{cm} \omega^2$$

Όταν μία δύναμη ασκείται σε ένα περιστρεφόμενο σώμα, το έργο που παράγεται κατά τη διάρκεια μιας γωνιακής μετατόπισης ισούται με το γινόμενο της ροπής επί τη γωνιακή μετατόπιση:  $W = \tau \cdot \Delta\theta$ . Ισχύς είναι το γινόμενο της ροπής επί τη γωνιακή ταχύτητα:  $P = \tau \cdot \omega$

Η στροφορμή  $L$ , ως προς ένα σημείο  $O$ , ενός σωματίου μάζας  $m$ , ταχύτητας  $u$  και ορμής  $p$  είναι:

$$L = r \times p = r \times m \cdot u$$

όπου  $r$  είναι το διάνυσμα θέσης του σωματίου ως προς το  $O$ . Είναι διανυσματικό μέγεθος, αποτελεί το στροφικό ανάλογο της ορμής και η μονάδα μέτρησής της στο (S.I.) είναι το  $1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$ . Όταν ένα στερεό σώμα ροπής αδράνειας  $I$ , ως προς ακίνητο άξονα, περιστρέφεται γύρω από αυτόν με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ , η συνιστώσα της στροφορμής του κατά μήκος του άξονα είναι:  $L = I \cdot \omega$ .



Όταν μεταβάλλεται η διεύθυνση του άξονα περιστροφής, η ροπή και η στροφορμή παριστάνονται απαραίτητα σαν διανυσματικές ποσότητες. Τότε ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής ενός σώματος ισούται με το διανυσματικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο σώμα. Στην περίπτωση που ο άξονας έχει σταθερό προσανατολισμό στο χώρο, η βασική δυναμική σχέση της στροφικής κίνησης παίρνει τη μορφή:  $\Sigma \tau = I \cdot \alpha$ .

Αν ένα σύστημα αποτελείται από σώματα που αλληλεπιδρούν μόνο μεταξύ τους και με τίποτε άλλο, ή αν η ολική ροπή των εξωτερικών δυνάμεων είναι μηδέν, τότε η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή ή, όπως λέμε διατηρείται. Οι ακροβάτες, οι παγοδρόμοι και οι αθλητές καταδύσεων είναι χαρακτηριστικά παραδείγματα εφαρμογής αυτής της φυσικής αρχής, της αρχής διατήρησης της στροφορμής.-

#### 4.8.1 Υπολογισμός ροπής δύναμης

Σε αυτή τη σελίδα εξηγείται θεωρητικά η ροπή δύναμης και στο τέλος γίνεται εφαρμογή σε οριζόντια ράβδο. Σχετικά με τον ορισμό της ροπής αναφερθήκαμε στη θεωρία Αν όμως η δύναμη  $F$  δε βρίσκεται σε επίπεδο κάθετο στον άξονα περιστροφής, η ροπή είναι ίση με τη ροπή που δημιουργεί η συνιστώσα  $F_x$  που βρίσκεται πάνω στο επίπεδο, δηλαδή  $\tau = F_x l$ . Συμβατικά, θεωρείται *θετική* η ροπή της δύναμης που τείνει να περιστρέψει ένα σώμα αντίθετα από τη φορά των δεικτών του ρολογιού και *αρνητική* αυτή που τείνει να το περιστρέψει κατά τη φορά της κίνησης των δεικτών. Επίσης θα πρέπει να επισημανθούν τα εξής:

- Η ροπή μιας δύναμης δεν αλλάζει όταν αυτή μετακινείται πάνω στον φορέα της.
- Η ροπή μιας δύναμης είναι μηδέν, αν ο φορέας της διέρχεται από τον άξονα ή το σημείο περιστροφής.
- Αν σε ένα ελεύθερο σώμα ασκηθεί δύναμη και ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος, το σώμα δεν στρέφεται (η ροπή της  $F$  είναι μηδέν), αλλά εκτελεί μεταφορική κίνηση.
- Η ροπή μιας δύναμης ως προς άξονα είναι επίσης μηδέν, αν η δύναμη είναι παράλληλη στον άξονα.

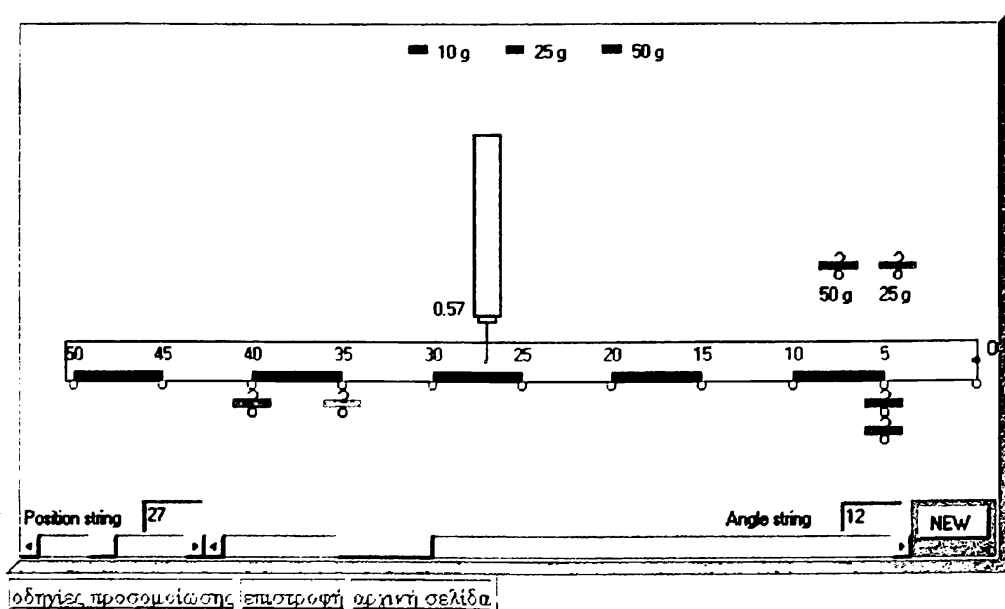
#### Οδηγίες εκτέλεσης για την ισορροπία ράβδου

Θεωρούμε οριζόντια ράβδο αμελητέας μάζας, η οποία είναι στερεωμένη στο ένα άκρο της  $O$ . Τοποθετούμε βάρος  $B$  σε απόσταση  $\chi$  από το άκρο  $O$ . Η ροπή της δύναμης αυτής ως προς το  $O$  είναι  $\tau = +B\chi$ . Δένουμε ένα νήμα σε απόσταση  $\psi$  από το  $O$ , έτσι ώστε να σχηματίζει γωνία  $\theta$  με την κατακόρυφο. Η ροπή της τάσης  $F$  του νήματος αυτού ως προς το  $O$  είναι  $\tau' = -F\psi \cos\theta$ . Για να ισορροπεί η παραπάνω ράβδος θα πρέπει η συνολική ροπή ως προς το  $O$  να είναι μηδέν:  $B\chi - F\psi \cos\theta = 0$ .

Έχουμε μια οριζόντια ράβδο μήκους 50 cm, αμελητέας μάζας, η οποία φέρει γάντζους στις θέσεις 0, 5, 10, ... 50cm. Η ράβδος είναι στερεωμένη στο άκρο



της Ο. Εισάγουμε: α) Τη θέση του σχοινοῦ, κάνοντας αριστερό κλικ πάνω στο δρομέα του κουμπιού *Position string* και, κρατώντας πατημένο το πλήκτρο μετακινούμε τον δρομέα όπου θέλουμε. β) Τη γωνία  $\theta$  που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο, ενεργώντας όπως πριν στο κουμπί *Angle string*. Στη συνέχεια πιέζουμε το κουμπί *New*. Εμφανίζονται βαρίδια 10gr, 25gr και 50gr, διαφορετικών χρωμάτων. Με αριστερό κλικ του ποντικιοῦ μεταφέρουμε ένα από τα βαρίδια και το κρεμάμε σε έναν από τους γάντζους της ράβδου. Παίρνουμε ένα άλλο βαρίδι και το κρεμάμε σε άλλον ή στον ίδιο γάντζο κάτω από το προηγούμενο βαρίδι. Μπορούμε να επαναλάβουμε μέχρι έξι βαρίδια συνολικά (δύο από κάθε μέγεθος). Το δυναμόμετρο μας δείχνει την τάση του νήματος που χρειάζεται για να διατηρείται η ράβδος οριζόντια και σε ισορροπία. Η δύναμη εκφράζεται σε Newton (N).



Αρχικά, δοκιμάζουμε με ένα βαρίδι το οποίο τοποθετούμε σε διάφορες θέσεις, γράφοντας τη δύναμη που δείχνει το δυναμόμετρο κάθε φορά. Πιέζοντας το κουμπί *New*, τοποθετούμε το βαρίδι σε κάποιο γάντζο και σημειώνουμε την ένδειξη του δυναμόμετρου. Συνεχίζουμε με το ίδιο βαρίδι σε άλλες θέσεις, πιέζοντας πριν από κάθε αλλαγή το *New* και σημειώνοντας κάθε φορά την νέα ένδειξη. Θα παρατηρήσουμε ότι για τα βαρίδια που βρίσκονται στο άκρο Ο, η ροπή είναι μηδέν, ενώ για εκείνα που βρίσκονται στο άλλο άκρο της ράβδου, η ροπή είναι η μέγιστη. Τελικά, δοκιμάζουμε και με άλλα βαρίδια, σε διάφορες θέσεις, ίδιες ή όχι. Ταυτόχρονα, συμπληρώνουμε ένα πίνακα, με τα βαρίδια (σε g), τις αποστάσεις από το Ο (σε cm) και τις ροπές του κάθε βάρους ως προς το Ο (σε g.cm). Υπολογίζουμε τη συνολική ροπή και από τη συνθήκη ισορροπίας της ράβδου, υπολογίζουμε τη τάση του νήματος  $F$  και εξετάζουμε αν συμφωνεί με την τιμή που δίνει το πρόγραμμα.

#### 4.8.2 Ανελαστική κρούση βλήματος-δίσκου

Για να μελετηθεί η αρχή διατήρησης της στροφορμής και παρόμοια προβλήματα εκτελούμε το εξής εικονικό πείραμα: Μια σφαίρα μάζας  $m$  και οριζόντιας ταχύτητας  $v$ , προσπίπτει σε μια μικρή προεξοχή (δόντι) που



υπάρχει στην περιφέρεια ενός τιμονιού (δίσκου) μάζας  $M$  και ακτίνας  $R$  και ενσωματώνεται σ' αυτό. Αν υποθεθεί ότι η σφαίρα είναι μια ακριβής μάζα και το τιμόνι ένας συμπαγής και ομοιογενής δίσκος (η προεξοχή δεν λαμβάνεται υπόψη) μπορεί να υπολογισθούν: α) Η γωνιακή ταχύτητα του συστήματος δίσκου-σφαίρας μετά το κτύπημα. β) Η ενέργεια που χάνεται κατά την κρούση.

### Θεωρητικό υπόβαθρο

Το πρόβλημα αυτό είναι μια εφαρμογή της αρχής διατήρησης της στροφορμής, αφού στην περίπτωση που η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων στον άξονα του δίσκου παραμένει σταθερή, ο δίσκος μπορεί να κάνει περιστροφή γύρω από τον άξονά του, αλλά δεν μπορεί να κάνει μεταφορική κίνηση. Η ροπή των δυνάμεων αυτών στο κέντρο του δίσκου είναι μηδέν, γι' αυτό και η στροφορμή στο σημείο αυτό είναι σταθερή. Η αρχική στροφορμή του συστήματος είναι η στροφορμή της σφαίρας ως προς το κέντρο του δίσκου:  $L_{αρχ} = md \cdot v \cdot \cos\theta$ , όπου  $m$  η μάζα της σφαίρας,  $d$  η απόσταση του σημείου πρόσκρουσης από το κέντρο του δίσκου,  $v$  η ταχύτητα της σφαίρας και  $\theta$  η γωνία που σχηματίζει η διεύθυνση της ταχύτητας με τον οριζόντιο άξονα. Η τελική στροφορμή του συστήματος, είναι η στροφορμή του συσσωματώματος δίσκου-σφαίρας που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και έχει ροπή αδράνειας:

$$I = 1/2 MR^2 + md^2, L_{τελ} = I\omega$$

όπου  $M$  η μάζα του δίσκου και  $R$  η ακτίνα αυτού.

Λύνοντας την εξίσωση:  $L_{αρχ} = L_{τελ}$ , υπολογίζουμε τη τιμή της γωνιακής ταχύτητας  $\omega$ :  $\omega = L_{αρχ} / I(1)$ . Η ενέργεια που χάνεται κατά τη σύγκρουση ισούται με τη διαφορά της τελικής ενέργειας περιστροφής του συσσωματώματος μετά την πρόσκρουση και της κινητικής ενέργειας της σφαίρας πριν από αυτή.

$$\Delta E_k = 1/2 I\omega^2 - 1/2 mv^2$$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Για να ξεκινήσει το πείραμα εισάγουμε τις παρακάτω παραμέτρους:

*Μάζα και ταχύτητα* της σφαίρας και *μάζα* του δίσκου, με πληκτρολόγηση στα αντίστοιχα κουμπιά.

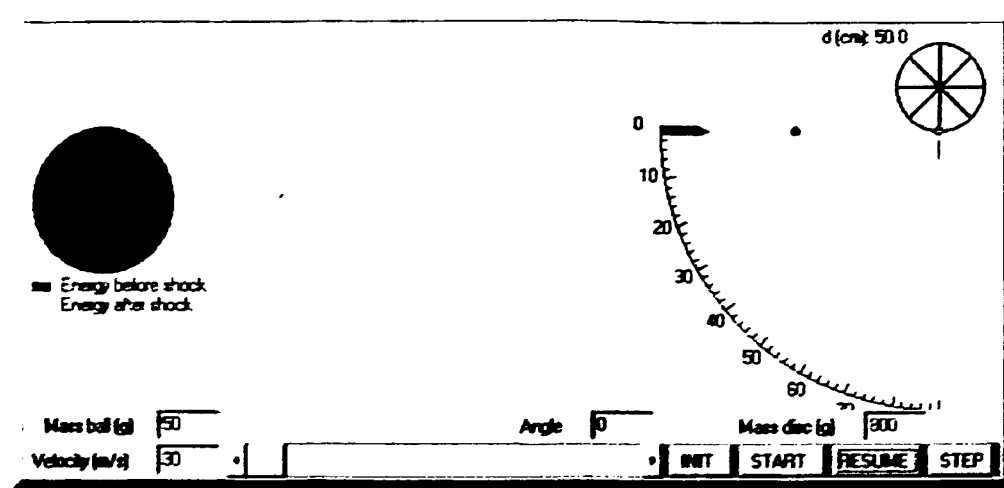
*Γωνία βολής  $\theta$* , κάνοντας αριστερό κλικ στη περιοχή του κουμπιού Angle ( ή με τα σχετικά βελάκια).

*Απόσταση  $d$*  του σημείου πρόσπτωσης της σφαίρας από το κέντρο του δίσκου, κάνοντας αριστερό κλικ στο κόκκινο σφαιρίδιο στην περιφέρεια του δίσκου και σέρνοντας αυτό, κρατώντάς το πατημένο. Η *ακτίνα* του δίσκου



είναι σταθερή και ίση με 50cm. Μόλις εισαχθούν τα δεδομένα, πατώντας Start ξεκινά το πείραμα.

#### ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΒΑΗΜΑΤΟΣ- ΔΙΣΚΟΥ



Υπολογίζουμε με αυτά τα δεδομένα τη γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  του συσσωματώματος από τη σχέση (1), και συγκρίνουμε το αποτέλεσμα με αυτό που δίνει το πρόγραμμα κάθε φορά (πάνω αριστερά). Ακόμα, παριστάνονται γραφικά η ενέργεια πριν την κρούση (μπλε σφαίρα) και αυτή που χάνεται κατά την κρούση(θαλασσί σφαίρα).

#### 4.8.3 Προσκόλληση δύο περιστρεφόμενων δίσκων

Στην εφαρμογή αυτή έχουμε δύο δίσκους που μπορούν να περιστρέφονται γύρω από τον ίδιο άξονα με διαφορετικές γωνιακές ταχύτητες. Ο κάτω δίσκος έχει ακτίνα 1m και ο πάνω 0,5m. Κάποια στιγμή ο υπερκείμενος δίσκος πέφτει και στον υποκείμενο και προσκολλάται σ' αυτόν. Επειδή οι δύο επιφάνειες δεν είναι λείες, οι δύο δίσκοι αποκτούν τελικά την ίδια γωνιακή ταχύτητα, την οποία υπολογίζει το πρόγραμμα. Με την προσομοίωση αυτή επιδιώκεται να δείχθει ότι, οι εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος δεν επηρεάζουν την τελική του κατάσταση.

#### Θεωρητικό υπόβαθρο

Διαμορφώνουμε ένα σύστημα στο οποίο οι δύο δίσκοι περιστρέφονται γύρω από τον ίδιο άξονα. Η ροπή των εξωτερικών δυνάμεων στον άξονα είναι μηδέν και για το λόγο αυτό η στροφορμή διατηρείται. Για ένα σώμα που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  γύρω από άξονα, η στροφορμή δίνεται από σχέση:  $L=I\omega$ , όπου  $I$  η ροπή αδράνειας του σώματος ως προς αυτόν τον άξονα. Για το δίσκο η  $I$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο του δίνεται από τη σχέση:

$$I_0 = \frac{1}{2}mR^2(1)$$



Η στροφορμή του συστήματος πριν τη σύνδεση είναι ίση με το άθροισμα των στροφορμών των δύο δίσκων:  $L_{αρχ} = I_1\omega_1 + I_2\omega_2$ . Μετά την σύνδεση οι δίσκοι έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\omega$  και η στροφορμή του συστήματος είναι:  $L_{τελ} = I_1\omega + I_2\omega(2)$ . Επειδή η στροφορμή διατηρείται, από τις σχέσεις (1) και (2) υπολογίζεται εύκολα ότι:

$$\omega = L_{αρχ} / (I_1 + I_2)$$

Αναφορικά με την ενεργειακή ισορροπία του συστήματος, εύκολα διαπιστώνεται ότι η τελική ενέργεια είναι μικρότερη από την αρχική, λόγω της τριβής μεταξύ των δίσκων, η οποία καταναλώνει ένα μέρος της αρχικής ενέργειας.

Η γωνιακή ταχύτητα των δύο δίσκων, δεν φθάνει ακαριαία στην τελική τιμή  $\omega$  από τις αρχικές τιμές  $\omega_1, \omega_2$ . Στους δίσκους οι εσωτερικές δυνάμεις τριβής μεταξύ των επιφανειών επαφής, είναι τέτοιες ώστε, ο ένας δίσκος να επιταχύνεται και ο άλλος να επιβραδύνεται έως ότου αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Οι δυνάμεις αυτές ασκούν μια ροπή  $M_\gamma$ . Αν υποθέσουμε ότι  $\omega_1 > \omega_2$ , τότε η ροπή αυτή είναι αντίθετη στην  $\omega_1$  και τείνει να επιβραδύνει τον κάτω δίσκο και να επιταχύνει τον πάνω. Αν υποθέσουμε ότι οι δίσκοι έχουν ίσες ροπές αδράνειας  $I_1 = I_2$  και ίσες αλλά αντίθετης κατεύθυνσης γωνιακές ταχύτητες  $\omega_1 = -\omega_2$ , τότε η ροπή τείνει να μειώσει τις δύο ταχύτητες ώστε η τελική ταχύτητα να είναι μηδέν, αφού αυτό προβλέπεται από την αρχή διατήρησης της στροφορμής.

Οι εξισώσεις δυναμικής της περιστροφής για τον κάθε δίσκο είναι:  $-M_\gamma = I_1 a_1$  και  $M_\gamma = I_2 a_2$ . Αν υποθεθεί ότι η ροπή και οι γωνιακές επιταχύνσεις είναι σταθερές, τότε οι γωνιακές ταχύτητες είναι:  $\omega_1 = \omega_{10} + a_1 t$  και  $\omega_2 = \omega_{20} + a_2 t$ , όπου  $\omega_{10}, \omega_{20}$  είναι οι αρχικές γωνιακές ταχύτητες τη χρονική στιγμή  $t=0$ . Από τη λύση αυτών των εξισώσεων μπορεί να βρεθεί ο χρόνος που απαιτείται ώστε οι δίσκοι να αποκτήσουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ . Έτσι:

$$t = (\omega_{10} - \omega_{20}) / (a_2 - a_1)$$

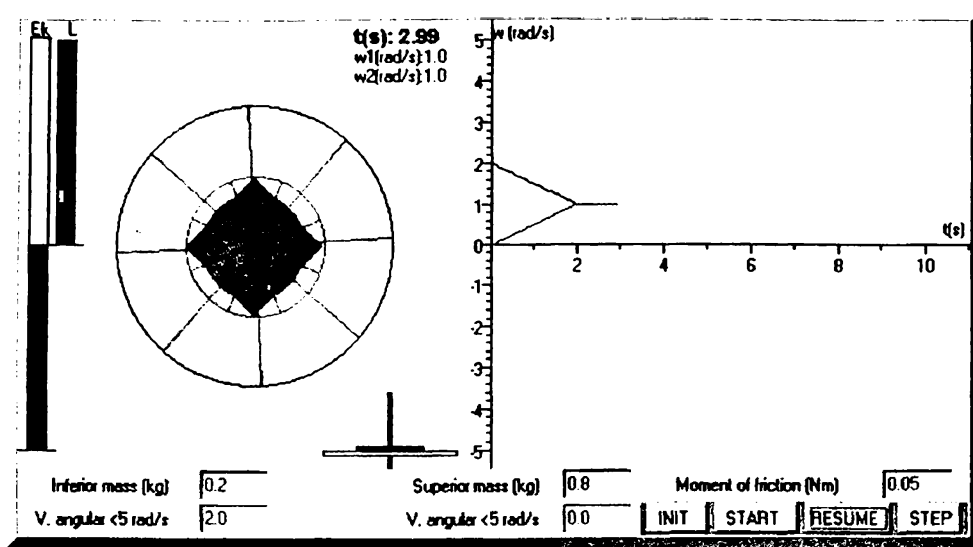
Ακόμα μπορούμε να υπολογίσουμε την γωνιακή μετατόπιση καθενός από τους δίσκους, στο χρονικό διάστημα  $t$ , από τις σχέσεις:  $\theta_1 = \omega_{10}t + 1/2 a_1 t^2$  και  $\theta_2 = \omega_{20}t + 1/2 a_2 t^2$ , ενώ το έργο της ροπής της δύναμης τριβής θα δίνεται από τη σχέση:  $W = -M_\gamma \theta_1 + M_\gamma \theta_2$ .

### Οδηγίες εκτέλεσης

Ο κάτω δίσκος (Inferior) αναφέρεται με δείκτη 1 και ο πάνω (Superior) με 2. Αρχικά, δίνουμε τιμές στις μάζες των δύο δίσκων σε Kg, στις γωνιακές τους ταχύτητες σε rad/s (στα κουμπιά *V.angular*, προσέχοντας τα όρια) και στη ροπή της δύναμης τριβής μεταξύ των δίσκων σε N.m (στο κουμπί *Moment of friction*). Οι ακτίνες των δίσκων δίνονται σταθερές από το πρόγραμμα ( $R_1 = 1m, R_2 = 0,5m$ ). Στη συνέχεια, πατώντας το *Init*, οι δίσκοι αρχίζουν να περιστρέφονται ο ένας ανεξάρτητα από τον άλλο. Αριστερά της εικόνας



παρατηρούμε δύο ορθογώνια χρωματικά διαγράμματα, ένα για την ενέργεια και ένα για τη στροφορμή.



Κάποια στιγμή πατάμε το *Start* και τότε με την ενεργοποίηση κάποιου μηχανισμού, ο πάνω δίσκος πέφτει στον κάτω και συνδέεται μ' αυτόν. Από τη στιγμή της σύνδεσης αρχίζει να ενεργεί η ροπή της δύναμης τριβής. Δεξιά στην εικόνα παρατηρούμε την κοινή γραφική παράσταση της γωνιακής ταχύτητας των δίσκων ως προς το χρόνο. Μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η τιμή της ροπής δεν επιδρά στην κοινή τελική γωνιακή ταχύτητα των δύο δίσκων. Ρυθμίζει όμως το χρόνο, που χρειάζονται οι δίσκοι, για να φθάσουν στην τελική τους κατάσταση. Στα αριστερά της εφαρμογής φαίνεται η μεταβολή της ενέργειας και της στροφορμής για τους δύο δίσκους. Η διατήρηση της στροφορμής δεν συνεπάγεται τη διατήρηση της ενέργειας. Αποτέλεσμα της σύνδεσης είναι η μείωση της αρχικής ενέργειας υπό μορφή θερμότητας λόγω της τριβής μεταξύ των δίσκων, ενώ η στροφορμή παραμένει σταθερή. Βέβαια η στροφορμή του ενός δίσκου αυξάνεται και του άλλου μειώνεται, αλλά το άθροισμα τους μένει σταθερό.-

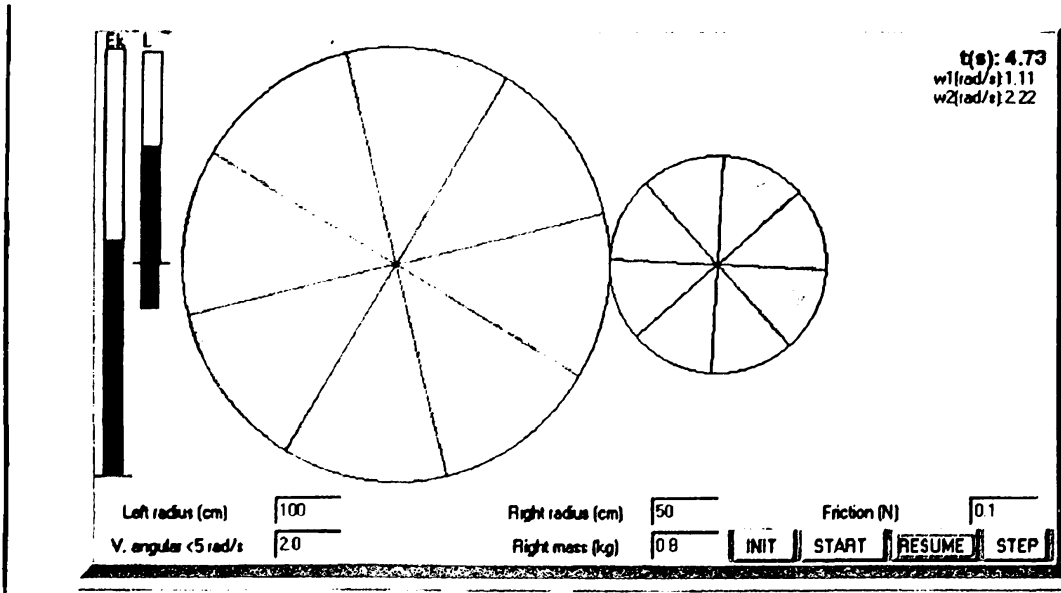
#### 4.8.4 Η εφαπτομενική επαφή δύο περιστρεφόμενων δίσκων

Στην εφαρμογή αυτή έχουμε πάλι δύο δίσκους, μόνο που τώρα περιστρέφονται γύρω από τους αντίστοιχους παράλληλους άξονες και κάποια στιγμή έρχονται σε επιφανειακή επαφή. Θα δείξουμε ότι σε μια τέτοια κατάσταση η στροφορμή δεν διατηρείται. Γιατί όμως γίνεται αυτό; Εξετάζοντας το σύστημα των δύο δίσκων, όταν έρχονται σε επαφή, παρατηρούμε δύο είδη δυνάμεων: α) Τις εσωτερικές δυνάμεις τριβής μεταξύ των δίσκων, που δρουν στο σημείο επαφής, έχουν ίσα μέτρα και αντίθετη κατεύθυνση. β) Τις εξωτερικές δυνάμεις, που δρουν στους άξονες περιστροφής και είναι απαραίτητες για να εμποδίσουν την μεταφορική κίνηση των δίσκων. Όπως αποδεικνύεται, η ροπή των εξωτερικών δυνάμεων δεν είναι μηδέν, με αποτέλεσμα τη μη διατήρηση της στροφορμής.

#### Οδηγίες εκτέλεσης



Αρχικά, δίνουμε τιμές στις ακτίνες των δίσκων με τα κουμπιά *Radius*, στη μάζα του δεξιού δίσκου ( $m_2$ ), στη γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$  και στη δύναμη τριβής, στα αντίστοιχα κουμπιά. Η μάζα του αριστερού δίσκου δίνεται ίση με 1Kg. Έπειτα πατάμε το *Init* και βλέπουμε μόνο τον αριστερό δίσκο να γυρίζει. Τέλος πατώντας το *Start*, ο δεξιός δίσκος πλησιάζει τον αριστερό, εφάπτεται σ' αυτόν και αρχίζει να γυρίζει με αυξανόμενη γωνιακή ταχύτητα, ενώ ταυτόχρονα μειώνεται η ταχύτητα του αριστερού δίσκου λόγω της τριβής μεταξύ τους.



Αριστερά στην εικόνα δείχνονται οι μεταβολές στην ενέργεια και στη στροφορμή για τους δύο δίσκους με χρωματιστά ορθογώνια (μπλε για τον αριστερό και κόκκινο για τον δεξιό). Παρατηρούμε ότι η ενέργεια του συστήματος μειώνεται συνέχεια, μέχρι που σταθεροποιείται σε μια τιμή. Επίσης, ότι η στροφορμή του αριστερού δίσκου είναι θετική και του δεξιού αρνητική.-

#### 4.8.5 Πατινάροντας στον πάγο

Σε πολλά βιβλία, αναφέρεται σαν παράδειγμα το πατινάζ στον πάγο, για να εξηγηθεί η αρχή διατήρησης της στροφορμής. Έτσι, η αύξηση της γωνιακής ταχύτητας περιστροφής, οφείλεται στη μείωση της ροπής αδράνειας, όταν ο αθλητής φέρει τα χέρια στο στήθος. Στην εφαρμογή αυτή θα προσομοιώσουμε το πατινάζ με ένα σύστημα που αποτελείται από μία ράβδο, δύο ελατήρια και δύο μικρούς δίσκους, που μπορούν να ολισθαίνουν χωρίς τριβή σε όλο το μήκος της ράβδου. Η ράβδος αναπαριστά το σώμα, οι δίσκοι τα χέρια και τα πόδια, ενώ η δράση των μυών αντιπροσωπεύεται από τα δύο ελατήρια που συνδέουν τα άκρα της ράβδου με καθεμιά από τις μάζες. Το σύστημα περιστρέφεται γύρω από άξονα κάθετο στο κέντρο της ράβδου. Η ράβδος έχει μάζα  $M$  και μήκος  $2R$ , η μάζα κάθε δίσκου είναι  $m/2$  και η απόστασή τους από το κέντρο είναι  $r$ , ενώ η σταθερά των ελατηρίων είναι ίση με  $k$  και το μήκος τους χωρίς παραμόρφωση ίσο με  $R$ . Αρχικά, το σύστημα περιστρέφεται γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο

Ο της ράβδου, με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$ . Ένα έλασμα κρατά τους δίσκους σε σταθερή απόσταση  $r_0$  από τον άξονα. Υπολογίζουμε τη γωνιακή ταχύτητα περιστροφής  $\omega$ , όταν οι δύο δίσκοι ελευθερώνονται και αρχίζουν να γλιστρούν πάνω στη ράβδο.

Η αρχική στροφορμή του συστήματος είναι:

$$L_1 = (I_1 + mr_0^2)\omega_0$$

όπου  $I_1$  είναι η ροπή αδράνειας της ράβδου

$$I_1 = M(2R)^2/12 = MR^2/3$$

Η τελική στροφορμή είναι αυτή που έχει το σύστημα, όταν οι δυο μάζες φθάνουν στο κέντρο O, όπου  $r=0$ :  $L_2 = I_1 \cdot \omega$ . Η στροφορμή διατηρείται ( $L_1 = L_2$ ), η ροπή αδράνειας μειώνεται και η γωνιακή ταχύτητα αυξάνεται:  $\omega = L_1/I_1$ . Η αρχική ολική ενέργεια του συστήματος δίνεται από τη σχέση:

$$E = 1/2(mr_0^2 + I_1)\omega_0^2 + kr_0^2$$

ενώ η συνάρτηση του κανονικού δυναμικού από τη σχέση:

$$V(r) = 1/4 L^2 / (I_1 + mr^2) + 1/2kr^2$$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στα μεγέθη: α) Μάζα των δίσκων σε kg, με το κουμπί *Disc mass*. β) Σταθερά k των ελατηρίων σε N/m, με το κουμπί *Spring cons..* γ) Αρχική απόσταση  $r_0$  των δύο δίσκων από τον άξονα περιστροφής σε m, μετακινώντας το δρομέα του κουμπιού *Disc position*. Η ροπή αδράνειας της ράβδου και η αρχική γωνιακή ταχύτητα δίνονται από το πρόγραμμα:  $I_1 = 1/12 kgm^2$  και  $\omega_0 = 1 rad/s$ .

Έπειτα, πιέζουμε το κουμπί *New* και παρατηρούμε ότι το σύστημα αρχίζει να περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα  $\omega_0$ , ενώ οι δίσκοι παραμένουν σταθεροί στη θέση τους με τη βοήθεια του ελάσματος. Δεξιά στην εικόνα παρατηρούμε τη γραφική παράσταση του δυναμικού των δύο μαζών σε συνάρτηση με την απόσταση r των δίσκων από το O (καμπύλη) και την συνολική ενέργεια E του συστήματος με την ευθεία γραμμή. Η καμπύλη και η ευθεία τέμνονται στο σημείο με απόσταση  $r_0$ .

Τέλος, πατώντας το *Start*, παρατηρούμε να φεύγει το έλασμα και οι δύο δίσκοι να κινούνται προς τον άξονα, ενώ η γωνιακή ταχύτητα της ράβδου αυξάνεται εμφανώς. Ακόμα, παρατηρούμε ότι οι δίσκοι κινούνται μεταξύ των θέσεων που αντιστοιχούν στα σημεία τομής της ολικής ενέργειας E και της καμπύλης του κανονικού δυναμικού και για το διάστημα που η καμπύλη είναι "κάτω" από την ευθεία της E. Το τμήμα της κάθετης με μπλε χρώμα



παριστάνει την κινητική ενέργεια των δίσκων. Πάνω αριστερά στην εικόνα καταγράφονται συνεχώς, η απόσταση  $r$  και η γωνιακή ταχύτητα  $\omega$ .



Ας προσέξουμε και δυο ιδιαίτερες περιπτώσεις: α) Θέτοντας  $m=0.5$ ,  $k=1$  και  $r=0.9$ , παρατηρούμε ότι οι δίσκοι δεν φθάνουν στη θέση  $r=0$  αλλά στη θέση  $r=0.28$ , όπου έχουμε και τη μέγιστη  $\omega$ , ενώ στη συνέχεια οι δίσκοι κάνουν μια ταλάντωση μεταξύ των παραπάνω θέσεων με αντίστοιχες αυξομειώσεις στην  $\omega$ . β) Θέτοντας  $m=2$ ,  $k=0.2$  και  $r=0.6$ , παρατηρούμε ότι οι δίσκοι κινούνται προς τα άκρα της ράβδου, όπου και "κολλάνε" και η  $\omega$  φυσικά μειώνεται με τελική τιμή 0.39.-

## 4.9 Ισορροπία στερεού και ελαστικότητα

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τις συνθήκες ισορροπίας ενός στερεού και τις ελαστικές ιδιότητες των υλικών σωμάτων. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τρεις προσομοιώσεις κλασικών εργαστηριακών πειραμάτων. Με την πρώτη θα υπολογίσουμε τη σταθερά ενός ελατηρίου με δύο τρόπους. Στον έναν εφαρμόζοντας το νόμο του Hooke (στατική διαδικασία) και στον άλλο με τη βοήθεια χρονομέτρου (δυναμική διαδικασία). Σε αυτά τα πειράματα πιστεύουμε ότι το σχολικό εργαστήριο υπερτερεί σαφώς, αλλά όταν δεν υπάρχει τέτοια δυνατότητα, π.χ. οι μαθητές στο σπίτι τους, σίγουρα θα βοηθήσουν οι προσομοιώσεις. Στη δεύτερη προσομοίωση αναπαριστούμε ένα μοχλό, όπου μετακινώντας διάφορα βαρίδια πετυχαίνουμε ή καταστρέφουμε την ισορροπία του, ενώ ταυτόχρονα το πρόγραμμα υπολογίζει αυτόματα τις υψιστάμενες ροπές. Εύκολο και αυτό το πείραμα αλλά προτιμότερο να γίνεται στο εργαστήριο. Στη τρίτη τέλος που είναι η πιο δύσκολη και ενδιαφέρουσα, υπολογίζουμε το μέτρο ελαστικότητας διαφόρων υλικών με δύο διαφορετικά πειράματα, τα οποία θα τα δούμε αναλυτικότερα στη συνέχεια. Βέβαια, παρότι το θέμα αυτό δεν περιέχεται κατά τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο στη σχολική ύλη, πιστεύουμε πως



δεν πρέπει να αγνοηθεί, αφού μπορεί να χρησιμοποιηθεί από διδάσκοντες και φοιτητές.

Λέγοντας ότι ένα σώμα βρίσκεται σε ισορροπία εννοούμε ότι το σώμα παραμένει ακίνητο (σε κάποιο αδρανειακό σύστημα αναφοράς βέβαια), ή ότι το κέντρο μάζας του κινείται με σταθερή ταχύτητα. Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα θα πρέπει να ικανοποιούνται δύο συνθήκες. Πρώτον, το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται σε αυτό να είναι μηδέν. Δεύτερον, το άθροισμα των ροπών των δυνάμεων αυτών ως προς οποιοδήποτε καθορισμένο σημείο να είναι μηδέν. Η πρώτη συνθήκη με χρήση συνιστωσών, γράφεται:

$$\Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0, \Sigma F_z = 0 \quad (1)$$

και διασφαλίζει μεταφορική ισορροπία και η δεύτερη είναι  $\Sigma \tau = 0$  (2) ως προς οποιοδήποτε σημείο και διασφαλίζει περιστροφική ισορροπία.

Η ροπή του βάρους ενός σώματος μπορεί να βρεθεί αν υποθέσουμε ότι ολόκληρο το βάρος, σαν δύναμη, εφαρμόζεται στο κέντρο μάζας που γι' αυτό το λόγο ονομάζεται και κέντρο βάρους. Σε ομογενές βαρυτικό πεδίο το κέντρο βάρους ενός σώματος συμπίπτει με το κέντρο μάζας του.

Δύο δυνάμεις ίδιου μέτρου  $F$  και αντίθετης κατεύθυνσης που εφαρμόζονται σε ένα σώμα αποτελούν ζεύγος. Αν  $l$  η απόσταση των φορέων τους, το μέτρο της ροπής του ζεύγους είναι:  $\tau = Fl$ .

Οι ελαστικές ιδιότητες των στερεών περιγράφονται με τη βοήθεια των εννοιών της τάσης και της παραμόρφωσης. Η **τάση** είναι ποσότητα ανάλογη προς τη δύναμη η οποία προξενεί την παραμόρφωση. Η **παραμόρφωση** δίνει το μέτρο της μεταβολής του σχήματος και του μεγέθους του αντικειμένου. Η τάση είναι ανάλογη προς την παραμόρφωση και η σταθερά αναλογίας λέγεται **μέτρο ελαστικότητας**.

#### 4.9.1 Στατική διαδικασία για τη σταθερά ελατηρίου

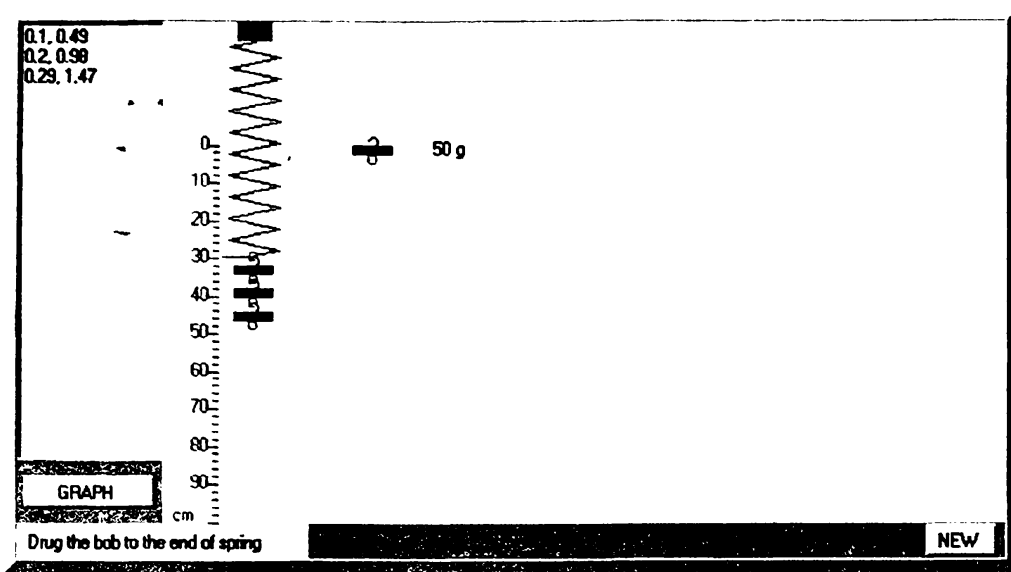
Όταν ένα ελατήριο τεντώνεται ή συμπιέζεται κατά απόσταση  $x$  από τη θέση ισορροπίας, (στην οποία θέση έχει το φυσικό του μήκος), η δύναμη που ασκείται σε αυτό είναι ανάλογη με την παραμόρφωση  $x$ :  $F = Kx$ . Η σταθερά αναλογίας λέγεται σταθερά ελαστικότητας του ελατηρίου (σε N/m), και η παραπάνω σχέση είναι γνωστή σαν νόμος του Hooke.

#### Οδηγίες εκτέλεσης

Πατώντας το κουμπί *New*, το πρόγραμμα δίνει στη σταθερά  $K$  του εικονιζόμενου ελατηρίου μια τυχαία τιμή, την οποία και θα υπολογίσουμε "πειραματικά". Ταυτόχρονα, εμφανίζεται ένα βαρίδι των 50 gr, το οποίο μετακινούμε και κρεμάμε στο άκρο του ελατηρίου, κάνοντας κλικ (αριστερό ή δεξιό) με το ποντίκι πάνω σ' αυτό και κρατώντας το πλήκτρο πατημένο σε όλη τη διαδρομή. Επαναλαμβάνουμε για άλλα δύο τουλάχιστον βαρίδια (μέχρι να



γίνει έντονο το κουμπί *Graph*). Τα ζεύγη των τιμών ( $\chi, F$ ) εμφανίζονται σε ένα ξεχωριστό πλαίσιο κειμένου, πάνω αριστερά της εικόνας. Για να εκφράσουμε τις δυνάμεις  $F$  σε (N) από gr, πολλαπλασιάζουμε με το συντελεστή 0,0098, ενώ η παραμόρφωση  $\chi$  σε cm φαίνεται στον υπάρχοντα χάρακα. Όταν το *Graph* "μαυρίσει" πατάμε το κουμπί . Τότε σε ένα ορθογώνιο



σύστημα αξόνων (στον κάθετο η δύναμη  $F$  σε N και στον οριζόντιο η παραμόρφωση  $\chi$  σε m), εμφανίζονται τα "πειραματικά" σημεία και η ευθεία  $F=K\chi$ . Από την κλίση της ευθείας μετράμε τη σταθερά  $K$  του ελατηρίου σε N/m. Θα παρατηρήσουμε ότι οι "πειραματικές" τιμές που αντιπροσωπεύονται από σημεία κόκκινου χρώματος, βρίσκονται πάνω στην ευθεία γραμμή.

#### 4.9.2 Δυναμική διαδικασία για τη σταθερά ελατηρίου

Ένα οριζόντιο ελατήριο ασκεί μια δύναμη  $F$  σε σώμα μάζας  $m$ , που είναι ανάλογη προς τη απομάκρυνση  $\chi$  και έχει αντίθετη κατεύθυνση προς αυτή ( $F=-K\chi$ ). Η απομάκρυνση  $\chi$  μετριέται από τη θέση ισορροπίας ( $\chi=0$ ), όπου το ελατήριο δεν είναι παραμορφωμένο. Εάν συμπιέσουμε ή τεντώσουμε ένα ελατήριο σταθεράς  $K$ , στο άκρο του οποίου είναι συνδεδεμένο ένα σώμα μάζας  $m$  και το αφήσουμε ελεύθερο, θα δούμε ότι το σύστημα θα αρχίσει να ταλαντώνεται. Από τη μέτρηση της περιόδου ορισμένου αριθμού ταλαντώσεων, μπορούμε να υπολογίσουμε την σταθερά  $K$  του ελατηρίου. Εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για την κίνηση του συστήματος και λύνοντας την εξίσωση που προκύπτει, βρίσκουμε ότι η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:  $T=2\pi(m/K)^{1/2}$ .

Η θέση του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο δίνεται από τη σχέση:

$$\chi = A \sin(\omega t + \phi)$$

όπου το πλάτος  $A$  και η διαφορά φάσης  $\varphi$  καθορίζονται από τις αρχικές συνθήκες: αρχική θέση και αρχική ταχύτητα. Η ταχύτητα του σώματος δίνεται από τη σχέση:

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

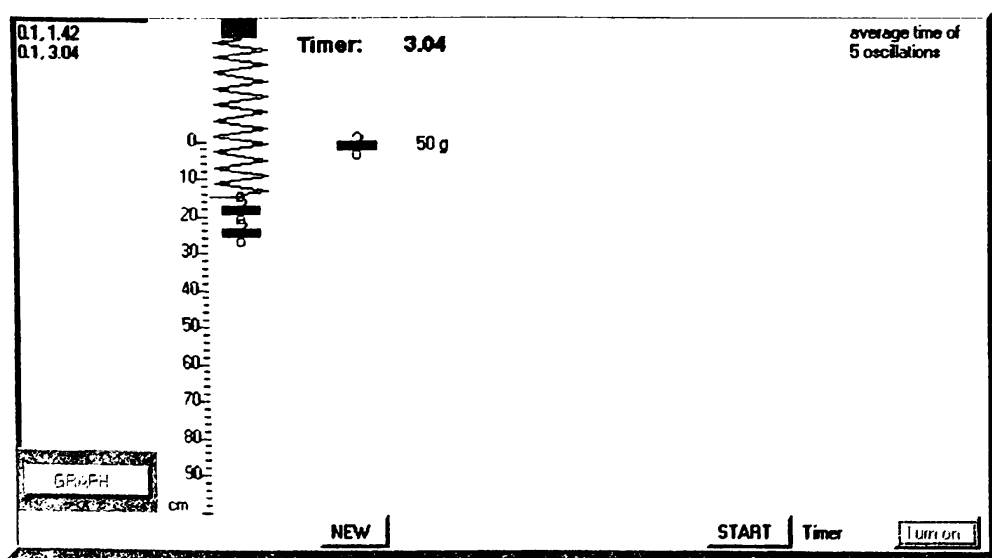
ενώ η επιτάχυνση από τη σχέση:

$$a = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

Λόγω της δύναμης  $F = -Kx$ , αποθηκεύεται στο ελατήριο δυναμική ενέργεια:  $E_{\text{δυν}} = 1/2 Kx^2$ , η οποία κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης μετατρέπεται σε κινητική:  $E_{\text{κιν}} = 1/2 mv^2$  και έπειτα πάλι σε δυναμική κ.ο.κ. Όμως, η μηχανική ενέργεια του συστήματος παραμένει συνεχώς σταθερή και ίση με την αρχική δυναμική ενέργεια, θεωρώντας φυσικά ότι δεν υπάρχουν τριβές.

### Οδηγίες εκτέλεσης

Πατώντας το κουμπί *New*, το διαλογικό πρόγραμμα δίνει στη σταθερά  $K$  του εικονιζόμενου ελατηρίου μια τυχαία τιμή, την οποία και θα υπολογίσουμε "πειραματικά". Με κλικ του ποντικιού (αριστερό ή δεξιό) πάνω στο βαρίδι των 50 gr και κρατώντας πλήκτρο πατημένο, το σέρνουμε και το κρεμάμε στο άγγιστρο του ελατηρίου. Αν θέλουμε, μεταφέρουμε και άλλο ένα ή και περισσότερα βαρίδια. Στη συνέχεια, πατώντας το κουμπί *Start* το σύστημα ελατήριο-μάζα αρχίζει να ταλαντώνεται.



Σκοπός μας είναι να μετρήσουμε το χρόνο πέντε πλήρων ταλαντώσεων του συστήματος. Γι' αυτό, όταν είμαστε έτοιμοι, σε μια ακραία συνήθως θέση του συστήματος, βάζουμε σε λειτουργία το χρονόμετρο (Timer), πατώντας το κουμπί *Turn on*. Όταν συμπληρωθούν 5 πλήρεις ταλαντώσεις, σταματάμε το χρονόμετρο με το κουμπί *Turn off*. Οι τιμές της μάζας  $m$  (σε Kg) που κρεμάμε





στο ελατήριο και η περίοδος 5.T (ο χρόνος των πέντε πλήρων ταλαντώσεων σε sec), καταγράφονται στο πλαίσιο κειμένου που βρίσκεται αριστερά στην εικόνα. Για το ίδιο βάρος, επαναλαμβάνουμε τη μέτρηση του χρόνου των 5 ταλαντώσεων, για άλλες τρεις φορές τουλάχιστον.

Το "μαύρισμα" του κουμπιού *Graph* μας δείχνει ότι το πείραμα έχει τελειώσει, οπότε πατώντας το, εμφανίζεται μια γραφική παράσταση. Συγκεκριμένα, σε ένα ορθογώνιο σύστημα αξόνων [ στον κάθετο η ποσότητα  $T^2/(4\pi^2)$  σε  $10^{-3}s^2$  και στον οριζόντιο η  $m.0,05$  (σε Kg)], εμφανίζονται οι "πειραματικές" τιμές και η ευθεία γραμμή της οποίας η κλίση είναι ίση με το αντίστροφο της σταθεράς  $K$  του ελατηρίου, (από τον τύπο της περιόδου  $T$  παίρνουμε την γραμμική σχέση:

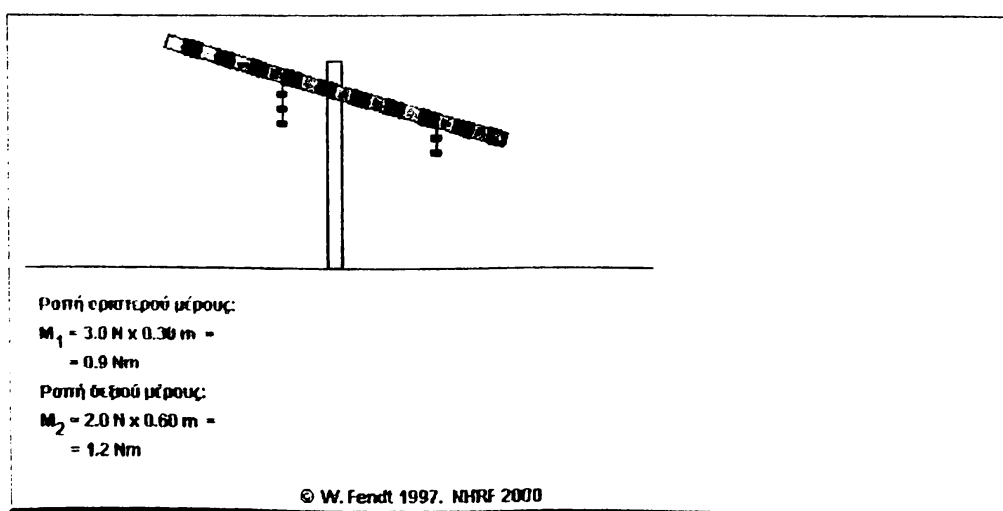
$$T^2/4\pi^2=(1/K).m$$

- Μπορούμε να ελέγξουμε αν οι μετρήσεις μας συμπίπτουν με τα αποτελέσματα που δίνει η θεωρία. Όταν οι μετρήσεις μας είναι καλές τα "πειραματικά" σημεία είναι πάνω στην ευθεία

### 4.9.3 Ισορροπία μοχλού

Σε αυτό το πρόγραμμα φαίνεται ένας συμμετρικός χάρακας-μοχλός που περιστρέφεται γύρω από έναν άξονα στερεωμένο στο κέντρο βάρους του. Ο χάρακας αυτός είναι χωρισμένος σε χρωματιστά παραλληλόγραμμα μήκους 0,10 m. Πάνω στον χάρακα κρέμονται όμοια σώματα βάρους 1,0 N.

Το σύστημα βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία. Μπορούμε να προσθέσουμε ένα νέο βάρος ή να μετατοπίσουμε ένα υπάρχον με κλικ του ποντικιού. Επίσης, διαγράφουμε ένα βάρος με κλικ πάνω του, και εμφανίζεται ένα νέο βάρος με κλικ πάνω στον χάρακα. Ακόμα μπορούμε να ανιχνεύουμε μία νέα θέση ισορροπίας μετακινώντας, προσθέτοντας ή αφαιρώντας βάρη.



#### 4.9.4 Μέτρο ελαστικότητας χορδής

##### Θεωρητικό υπόβαθρο

Ένα μεταλλικό νήμα, ανθεκτικό σε πιέσεις, υποβάλλεται σε ελαστική παραμόρφωση που προκαλεί αύξηση του μήκους. Η σχέση μεταξύ της εφαρμοζόμενης δύναμης  $F$  και της αύξησης  $\Delta L$  του μήκους είναι:

$$F/S = Y \Delta L/L_0,$$

όπου  $S = \pi r^2$  το εμβαδόν διατομής,  $L_0$  το αρχικό μήκος και  $Y$  μια σταθερά, χαρακτηριστική του κάθε υλικού, που λέγεται μέτρο ελαστικότητας ή μέτρο του Young. Η γραφική παράσταση του λόγου  $F/S$  (τάση εφελκυσμού) ως προς το λόγο  $\Delta L/L_0$  (παραμόρφωση εφελκυσμού) είναι μια γραμμή που αποτελείται από ένα ευθύγραμμο τμήμα  $AB$  και μια καμπύλη  $B\Gamma$ . Στο  $AB$  η όπου η τάση είναι ανάλογη με την παραμόρφωση, είμαστε στην *ελαστική* περιοχή. Αν μειωθεί βαθμιαία το φορτίο, η καμπύλη  $AB$  διαγράφεται εκ νέου προς τα πίσω, ώσπου το νήμα να αποκτήσει το αρχικό του μήκος. Το σημείο  $B$  είναι το όριο ελαστικότητας.

Εάν αυξήσουμε τη δύναμη πιο πέρα από το  $B$ , η παραμόρφωση εξακολουθεί να αυξάνει. Αν όμως τώρα αφαιρέσουμε την τάση σε οποιοδήποτε σημείο μετά το  $B$ , το νήμα δεν επανέρχεται στο αρχικό του μήκος. Και αυτό σημαίνει ότι το υλικό έχει πλέον υποστεί μόνιμη παραμόρφωση. Παραπάνω αύξηση του φορτίου πέρα από το  $\Gamma$ , προκαλεί δυσανάλογα μεγάλη παραμόρφωση για κάθε σχετικά μικρή αύξηση της τάσης ώσπου, σε κάποιο σημείο  $\Delta$  επέρχεται η *θραύση*. Λέμε ότι στο τμήμα  $B\Delta$  το υλικό υφίσταται *πλαστική παραμόρφωση*.

Για ορισμένα υλικά είναι δυνατό να παρατηρηθεί έντονη πλαστική παραμόρφωση μεταξύ του ορίου ελαστικότητας και του σημείου θραύσης. Τα υλικά αυτά λέγονται *όλκιμα*. Αντίθετα, αν το υλικό υποστεί θραύση αμέσως μόλις η παραμόρφωση υπερβεί το όριο ελαστικότητας, τότε ονομάζεται *εύθραυστο*. Το φαινόμενο κατά το οποίο ένα υλικό ακολουθεί διαφορετική καμπύλη μέχρι το αρχικό σημείο, κατά την αύξηση και την ελάττωση της τάσης, ονομάζεται *ελαστική υστέρηση*.

##### Οδηγίες εκτέλεσης

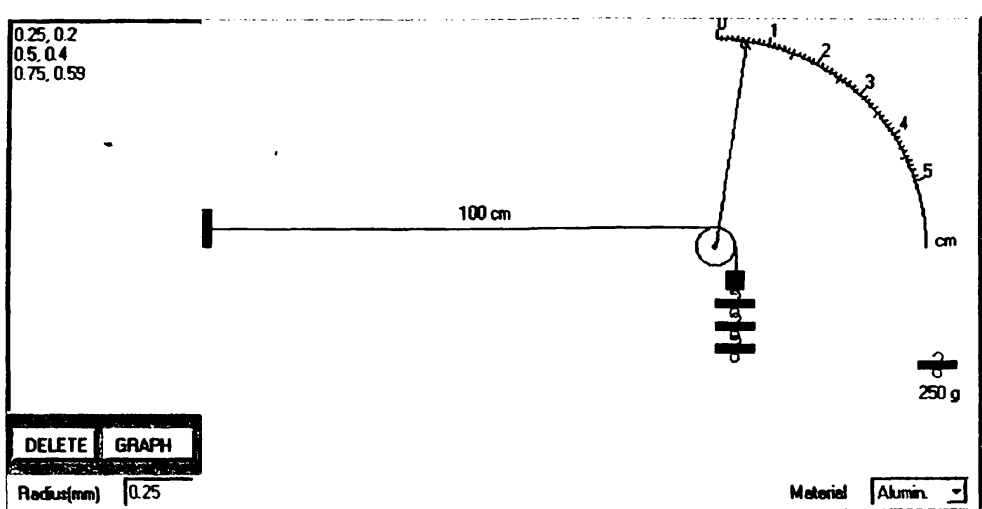
Αρχικά, επιλέγουμε το βαρίδι που θα χρησιμοποιήσουμε, κάνοντας κλικ στο αντίστοιχο κουμπί (100, 250, ή 500g), το υλικό του οποίου θα μετρήσουμε το μέτρο ελαστικότητας, κάνοντας κλικ στο βελάκι του κουμπιού *Material*, καθώς και την ακτίνα του κυκλικού τομέα στο κουμπί *Radius*. Έπειτα, πατώντας το *New*, εμφανίζεται το επιλεγμένο βάρος.

Κατόπιν, με πατημένο το πλήκτρο του ποντικιού, μεταφέρουμε και κρεμάμε στο άκρο του νήματος το βαρίδι, οπότε το νήμα επιμηκύνεται και η τροχαλία γυρίζει κατά γωνία  $\Delta L/r$ , όπου  $r$  η ακτίνα της τροχαλίας. Δεδομένου ότι η επιμήκυνση είναι μικρή, μπορεί να μετρηθεί με μια βελόνα- δείκτη, ο οποίος



μπορεί να κινείται μπροστά σε κυκλικό τομέα ακτίνας  $R=10r$ . Από τη γεωμετρία προκύπτει ότι  $s/\Delta L = R/r$  και επειδή  $R=10r$  προκύπτει  $s/\Delta L=10$ , δηλαδή το μήκος του τόξο  $s$  είναι δεκαπλάσιο της  $\Delta L$ .

#### ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ



Αριστερά στην εικόνα καταγράφονται τα "πειραματικά" ζεύγη τιμών (μάζα σε Kg-επιμήκυνση σε mm). Όταν τα ζεύγη είναι αρκετά, μαυρίζει το *Graph*, το οποίο και πατάμε. Τότε παρατηρούμε σε σύστημα αξόνων τη γραφική παράσταση της  $\Delta L$  (κάθετος άξονας) ως προς τη μάζα  $m$  (οριζόντιος άξονας), η οποία είναι ευθεία και η κλίση της φαίνεται στο πάνω μέρος της εικόνας. Από την κλίση μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε το μέτρο ελαστικότητας του υλικού. Έτσι, αν η κλίση είναι  $a$  έχουμε:  $Y=gL_0/a\pi r^2$ . Όταν κάνω τον υπολογισμό, σημειώνω το αποτέλεσμα και πιέζω το *Answer*, το οποίο δίνει την απάντηση του προγράμματος για σύγκριση.

Παράδειγμα: Έστω  $R=0,25\text{mm}$ ,  $m=250\text{g}$  και υλικό αλουμίνιο. Μεταφέρουμε 6 βαρίδια των 250, οπότε  $F=mg=6.0,25.9,8\text{N}$ . Στη κλίμακα διαβάζουμε  $s=1,19\text{cm}$  οπότε  $\Delta L=1,19\text{mm}$ . Ακόμα  $F/S=6.0,25.9,8/\pi(0,00025)^2$  και  $\Delta L/L_0=0,0019/1$ . Από τα παραπάνω υπολογίζουμε ότι για το αλουμίνιο  $Y=6,29.10^{10}\text{N/m}^2$ , ενώ η βιβλιογραφία δίνει  $Y=6,3010^{10}\text{N/m}^2$ .

Για να σβήσουμε τα πειραματικά δεδομένα πατάμε το *Delete*, οπότε μπορούμε να επαναλάβουμε το πείραμα.-

#### 4.9.5 Μέτρο ελαστικότητας δοκού

Το εξεταζόμενο υλικό έχει τη μορφή δοκαριού, μήκους  $L$ , πάχους  $h$  και πλάτους  $b$ . Το ένα άκρο του δοκαριού στερεώνεται πολύ καλά σε τοίχο (εντοιχίζεται) ενώ στο άλλο καρφώνουμε μια μικρή μεταλλική ακτίνα, στην οποία κρεμάμε τα βαρίδια. Κατακόρυφα, μπροστά στην ακτίνα, υπάρχει ένας χάρακας, πάνω στον οποίο μετράμε τη μετατόπιση του ελεύθερου άκρου της

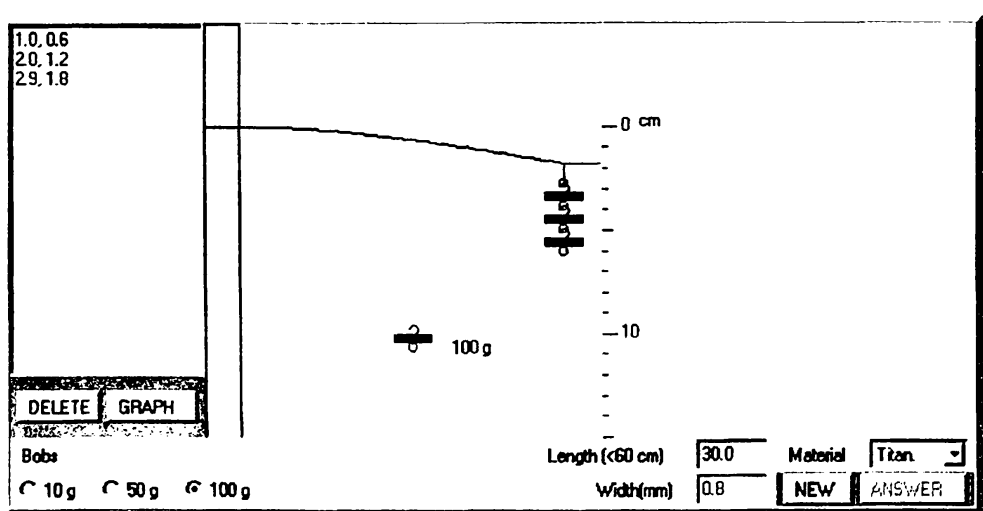
ακτίνας, λόγω των βαρών. Έτσι, ελέγχουμε τη σχέση της μετατόπισης με την εφαρμοζόμενη δύναμη και βγάζουμε τα συμπεράσματά μας.

Από τη θεωρία γνωρίζουμε τη σχέση:  $Z(L)=L^3F/3YI$ , όπου  $Y$  είναι το μέτρο του Young για το υλικό,  $I$  η ροπή αδράνειας ενός ορθογωνίου τμήματος του δοκαριού:  $I=bh^3/12$  και  $F$  η εφαρμοζόμενη δύναμη.

### Οδηγίες εκτέλεσης

Η διαδικασία είναι ίδια όπως και στη προηγούμενη προσομοίωση. Μόνο που εδώ πρέπει να επιλέξουμε το μήκος  $L$  του δοκαριού από το κουμπι *Length* και το πάχος του από το κουμπι *Width*. Όταν γίνει η γραφική παράσταση, στο πάνω μέρος της εικόνας βλέπουμε την κλίση της ευθείας, η οποία χρειάζεται για τον υπολογισμό του  $Y$ . Παράδειγμα:  $L=0.3m$ ,  $h=0.0008m$  και  $b=0.3m$  (το οποίο όμως καθορίζεται από το πρόγραμμα και δεν αλλάζει) και υλικό το αλουμίνιο (αργίλιο). Χρησιμοποιώντας 3 βαρίδια των 100g το *Graph* γίνεται έντονο (μαυρίζει), το πιέζουμε και παίρνουμε τη γραφική παράσταση  $Z(F)$  με κλίση  $a=1,11607cm/N=0,011607m/N$ .

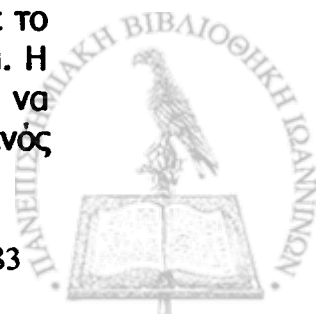
#### ΜΕΤΡΟ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ



Με τα παραπάνω δεδομένα υπολογίζουμε τη ροπή αδράνειας:  $I=1,28 \cdot 10^{-11} m^4$ . Λαμβάνοντας υπόψη και την κλίση της ευθείας βρίσκουμε:  $Y=6,3 \cdot 10^{10} N/m^2$ . Πιέζοντας το *Answer* το πρόγραμμα μας δίνει την απάντηση από τη βιβλιογραφία για το κάθε υλικό και τη συγκρίνουμε με αυτή που βρίσκουμε με το εικονικό πείραμα.-

## 4.10 Βαρύτητα

Η ενότητα αυτή αναφέρεται στις βαρυτικές δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των ουρανίων σωμάτων και καθορίζουν τις κινήσεις τους. Θα μελετήσουμε το θέμα με δύο προσομοιώσεις και ένα βίντεο για το πλανητικό μας σύστημα. Η πρώτη αναπαριστά το δεύτερο νόμο του Κέπλερ και φυσικά δεν μπορεί να γίνει στο σχολικό εργαστήριο. Στη δεύτερη μελετάμε την τροχιά ενός



βλήματος, το οποίο εκτοξεύεται από μεγάλο ύψος πάνω από τη Γη. Είναι ένα αρκετά διδακτικό πείραμα, που και αυτό όμως δεν γίνεται στο εργαστήριο.

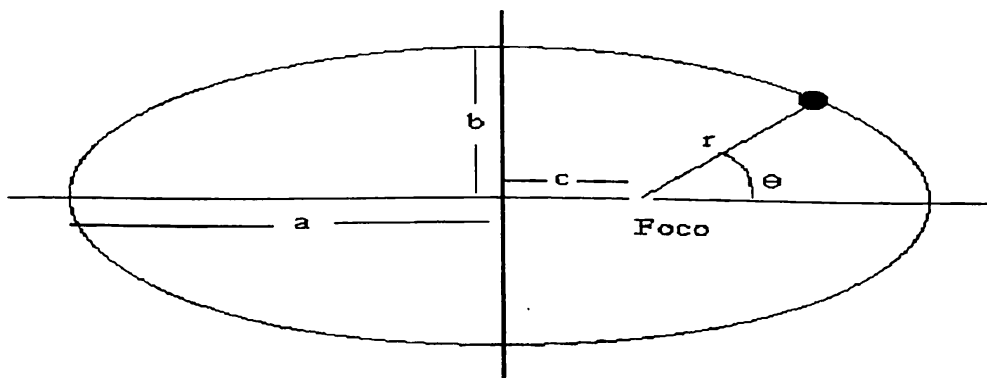
Το 1687 ο Νεύτωνας διατύπωσε το νόμο της παγκόσμιας βαρυτικής έλξης ή νόμο της βαρύτητας ως εξής: **Κάθε σώμα στο Σύμπαν έλκει κάθε άλλο σώμα με δύναμη που είναι ανάλογη προς το γινόμενο των μαζών τους και αντιστρόφως ανάλογη προς το τετράγωνο της απόστασής τους.** Ο νόμος αυτός εξηγούσε αρχικά την κίνηση της Σελήνης γύρω από τη Γη και ύστερα την κίνηση όλων των πλανητών. Η δύναμη έλξης μεταξύ των δύο σωμάτων λέγεται **βαρυτική δύναμη**, δρα από απόσταση, ανεξάρτητα από το μέσον που βρίσκεται ανάμεσα στα σώματα και αφού μεταβάλλεται με το αντίστροφο του τετραγώνου της απόστασης, μειώνεται πολύ γρήγορα καθώς αυξάνεται η απόσταση. Τέλος, είναι ανάλογη με τη μάζα καθενός από τα δύο σώματα, ενώ μια άλλη σημαντική ιδιότητα του νόμου είναι ότι *η βαρυτική δύναμη που ασκεί μια σφαιρικά συμμετρική κατανομή μάζας σε ένα σώμα έξω από την σφαίρα είναι ίδια με την αντίστοιχη δύναμη που θα προέκυπτε εάν όλη η μάζα ήταν συγκεντρωμένη στο κέντρο της σφαιρικής κατανομής.*

Εκατό χρόνια πριν τη διατύπωση του παραπάνω νόμου, ο Γερμανός αστρονόμος **Κέπλερ**, προσπαθώντας να διαμορφώσει ένα εμπειρικό μαθηματικό μοντέλο για την κίνηση των πλανητών, κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η τροχιά του Άρη είναι έλλειψη της οποίας η μία εστία είναι ο Ήλιος. Γενίκευσε κατόπιν τη θεωρία του και για τους λοιπούς πλανήτες, διατυπώνοντας τρεις εμπειρικούς νόμους που περιγράφουν το ηλιακό σύστημα και οι οποίοι είναι γνωστοί ως οι **νόμοι του Κέπλερ**. Και οι τρεις αυτοί νόμοι, όπως απέδειξε ο Νεύτωνας, είναι αποτέλεσμα του νόμου της παγκόσμιας έλξης που διατύπωσε ο ίδιος και ο οποίος φυσικά είναι πολύ γενικότερος. Οι νόμοι του Κέπλερ περιγράφουν τις κινήσεις των πλανητών γύρω από τον Ήλιο.

Ο πρώτος λέει ότι: **«Όλοι οι πλανήτες κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές στη μία εστία των οποίων βρίσκεται ο Ήλιος»**

#### Ο ΠΡΩΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΚΕΠΛΕΡ

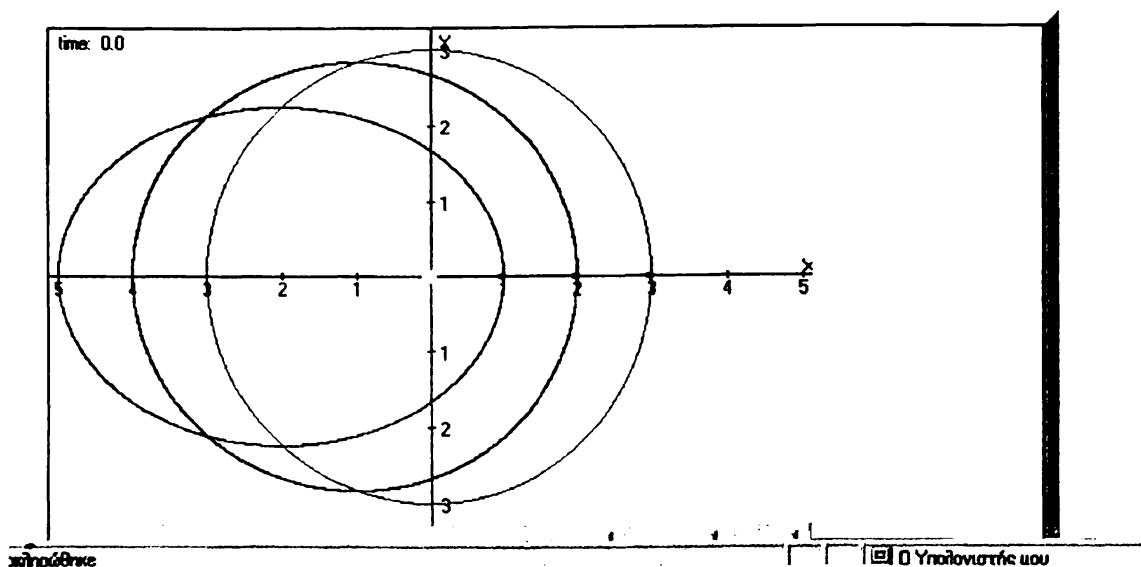
Όλοι οι πλανήτες κινούνται σε ελλειπτικές τροχιές στη μια εστία των οποίων βρίσκεται ο Ήλιος.



ο δεύτερος ότι: «**Η επιβατική ακτίνα κάθε πλανήτη (εάν θεωρηθεί ο Ήλιος ως αρχή των συντεταγμένων) σαρώνει ίσες επιφάνειες σε ίσα χρονικά διαστήματα**»

και ο τρίτος: «**Το τετράγωνο της περιόδου κάθε πλανήτη είναι ανάλογο προς τον κύβο του μεγάλου ημιάξονα της ελλειπτικής τροχιάς του**».

#### Ο ΤΡΙΤΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΚΕΠΛΕΡ

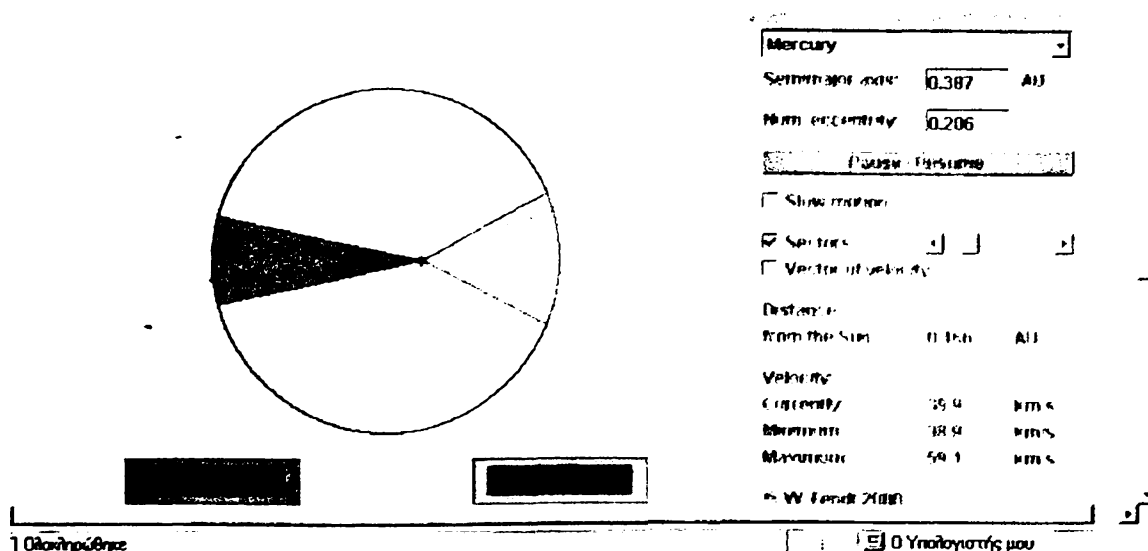


#### 4.10.1 Ο δεύτερος νόμος του Κέπλερ

Σε ποιο σημείο της ελλειπτικής τροχιάς του βρίσκεται ένας πλανήτης μια δεδομένη χρονική στιγμή; Στο ερώτημα αυτό θα μπορούσε να απαντήσει από το 1609 Johannes Kepler βασισμένος στον παρακάτω απλό νόμο: **Η γραμμή που συνδέει έναν πλανήτη με τον Ήλιο σαρώνει ίσες επιφάνειες σε ίσα χρονικά διαστήματα.**

Το νόμο αυτό παρουσιάζουμε εδώ με μια προσομοίωση σε υπολογιστή. Στο πάνω δεξιά μέρος της εικόνας υπάρχει μια λίστα από την οποία μπορούμε να επιλέξουμε έναν από τους εννέα πλανήτες ή τον κομήτη Halley. Επιπρόσθετα, είναι δυνατόν να καθορισθεί η τροχιά ενός φανταστικού ουράνιου σώματος με την εισαγωγή του μεγάλου ημιάξονα και της τιμής της εκκεντρότητας, πατώντας φυσικά *Enter* μετά από κάθε εισαγωγή τιμής. Μπορούμε να σταματάμε και να ξαναρχίζουμε την προσομοίωση της πλανητικής κίνησης με το κουμπί *Pause / Resume*, ή να την κάνουμε πιο αργή με το *Slow motion*.

## ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΚΕΠΛΕΡ



Εάν επιλέξουμε το κουμπι *Sectors* (=τομείς), η εφαρμογή της Java θα παρουσιάσει δύο τμήματα ίσων εμβαδών και δύο ρολόγια στα οποία μπορούμε να διαβάσουμε το χρόνο που απαιτήθηκε για τη σάρωση αυτών των περιοχών (εκφρασμένα με την περίοδο  $T$ ). Τα τμήματα αυτά μπορούν να επεκταθούν ή να περιορισθούν με μετακίνηση του δρομέα που υπάρχει δίπλα από το κουμπι *Sectors*, ή να περιστραφούν με πιεσμένο πάνω σε αυτές του κουμπιού του ποντικιού (αριστερού ή δεξιού). Το διάνυσμα της ταχύτητας του πλανήτη ή του κομήτη εμφανίζεται πατώντας το κουμπι *Vector of velocity*. Στο κάτω δεξιά μέρος της εικόνας το πρόγραμμα μας πληροφορεί για την απόσταση του πλανήτη από τον Ήλιο σε αστρονομικές μονάδες AU ( $1 \text{ AU} = 1.49597870 \times 10^{11} \text{ m}$ ), και η ταχύτητα (σε km/s).

### 4.10.2 Εκτόξευση βλήματος από μεγάλο ύψος

Συνήθως μελετάμε την κίνηση βλημάτων που γίνονται σε τοπικό επίπεδο, η τροχιά τους είναι παραβολική και η επιτάχυνση της βαρύτητας θεωρείται σταθερή. Στην εφαρμογή αυτή θα εξετάσουμε την τροχιά βλήματος το οποίο εκτοξεύεται από ορισμένο ύψος  $h$ , με αρχική ταχύτητα  $v_0$ , η οποία σχηματίζει γωνία  $\phi$  με την ακτινική (άξονα  $X$ ) διεύθυνση. Εδώ θα χρειασθούμε τα ακόλουθα στοιχεία: α) Μάζα Γης  $M=5,98 \cdot 10^{24} \text{ Kg}$ . β) Ακτίνα Γης  $R=6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$  και γ) Σταθερά παγκόσμιας έλξης  $G=6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{Kg}^2$ .

#### Θεωρητικό υπόβαθρο

Έστω βλήμα μάζας  $m$ , που εκτοξεύεται από απόσταση  $r_0=R+h$  από το κέντρο της Γης, με ταχύτητα  $v_0$  που σχηματίζει γωνία  $\phi$  με το διάνυσμα της ακτίνας. Η στροφορμή και η ενέργεια του βλήματος είναι αντίστοιχα:  $L=mv_0 r_0 \sin \phi$  και  $E=1/2 mv_0^2 - GMm/r_0$ . Δεδομένου ότι η ενέργεια είναι σταθερή σε όλα τα σημεία της τροχιάς, η ταχύτητα του βλήματος στην επιφάνεια της Γης θα είναι ανεξάρτητη από τη μάζα  $m$  και τη γωνία βολής  $\phi$ . Έτσι θέτοντας  $r=R$  στην εξίσωση της ενέργειας βρίσκουμε την άγνωστη ταχύτητα  $v$ :  

$$E=1/2 mv^2 - GMm/R = E=1/2 mv_0^2 - GMm/r_0$$
 Ο χρόνος που διαρκεί η βολή



δίνεται από τη σχέση:  $t=2\pi S/L$ , όπου  $S$  το εμβαδόν που διαγράφει το διάνυσμα της ακτίνας, όταν κινείται από τη θέση όπου η γωνία είναι  $\theta$  μέχρι τη θέση  $\theta=\pi$ .

Οι εξισώσεις της τροχιάς σε πολικές συντεταγμένες είναι:

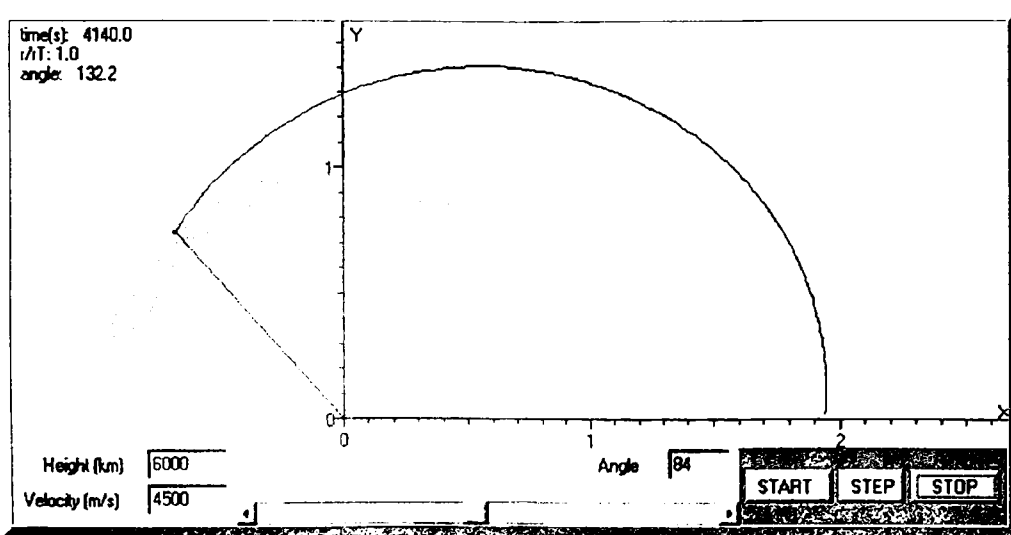
$$r=d/(1+\epsilon\cos\theta), \epsilon=[1+2EL^2/(G^2M^2 m^3)]^{1/2}, d=L^2/GMm^2$$

Εάν η ενέργεια είναι αρνητική, η τροχιά είναι μια έλλειψη με εκκεντρότητα  $\epsilon$ .  $2a=d/(1+\epsilon)+d/(1-\epsilon)$ . Η εσπιακή απόσταση είναι:  $c=\epsilon a$ , ενώ ο μικρός ημιάξονας  $b$  της έλλειψης:  $b=(a^2-c^2)^{1/2}$ .

### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά δίνουμε τιμές στα παρακάτω μεγέθη: α) Στο ύψος  $h$  σε Km από το οποίο φεύγει το βλήμα, με το κουμπι *Height*. Η αρχική θέση τότε του βλήματος είναι  $r_0=1000.h+ 6,37.10^6m$ . β) Στην αρχική ταχύτητα του βλήματος με το κουμπι *Velocity*. γ) Στη γωνία βολής  $\phi$ , που μετρείται από τον άξονα  $X$ , με τον δρομέα του κουμπιού *Angle*. Έπειτα πατώντας το *START* πείραμα αρχίζει. Δεν μπορούμε να δώσουμε στη  $\phi$  τις τιμές 0 και 180 επειδή η ανάλυση των περιπτώσεων είναι απλή και επειδή μπορεί να προκύψουν λάθη στους υπολογισμούς. Παρατηρούμε τη μετακίνηση του βλήματος, ενώ ο χρόνος της κίνησης και η αναλογία της γωνιακής απόστασης μεταξύ του σημείου πρόσκρουσης στην επιφάνεια της Γης και του τόπου εκτόξευσης καταγράφονται πάνω αριστερά στην εικόνα.

#### ΚΑΘΟΡΙΣΜΟΣ ΤΡΟΧΙΑΣ ΒΛΗΜΑΤΟΣ ΠΟΥ ΕΚΤΟΞΕΥΕΤΑΙ ΑΠΟ ΥΨΟΣ $h$



Στο τέλος του πειράματος δίνεται και η γωνία που σχηματίζει το σημείο πρόσκρουσης του βλήματος στη επιφάνεια της Γης με τον άξονα  $X$ . Αν η ταχύτητα είναι μεγάλη, τότε το βλήμα τίθεται σε τροχιά γύρω από τη Γη. Σαν άσκηση μπορούμε π.χ. να κρατήσουμε την ταχύτητα σταθερή και να εξετάσουμε για ποια γωνία  $\phi$  το βεληνεκές γίνεται μέγιστο, ή μπορούμε να





κρατήσουμε σταθερό το ύψος  $h$  και να εξετάσουμε για ποια ταχύτητα το βλήμα τίθεται σε τροχιά γύρω από τη Γη.-

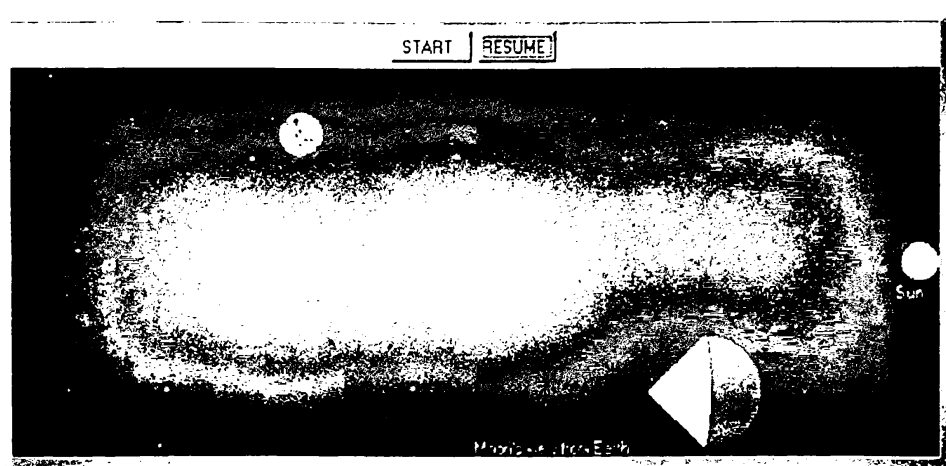
### 4.10.3 Το πλανητικό μας σύστημα

Το φεγγάρι είναι ένα από τα μεγάλα ουράνια σώματα του ηλιακού μας συστήματος. Η τροχιά του είναι σχεδόν κύκλος (εκκεντρότητα  $\epsilon=0,05$ ). Η μέση απόστασή του από τη γη είναι 384400Km και περίοδος της περιστροφής του γύρω από τη γη είναι 27,332 ημέρες. Η αλλαγή της θέσης του, σε σχέση με τον ήλιο, προκαλεί τις φάσεις του φεγγαριού. Το φεγγάρι παρουσιάζει πάντα την ίδια εικόνα σε έναν επίγειο παρατηρητή, πράγμα που οφείλεται στις δυνάμεις παλίρροιας που ασκεί η γη σε αυτό. Η εξήγηση αυτή, συμφωνεί με την περίοδο περιστροφής του φεγγαριού γύρω από τον άξονά του και του χρόνου που απαιτείται για έναν κύκλο γύρω από τη γη.

### Οι φάσεις της σελήνης

Το φεγγάρι είναι ορατό από έναν επίγειο παρατηρητή επειδή φωτίζεται από τον ήλιο (όπως και η γη). Ανάλογα τώρα, με τις σχετικές θέσεις των τριών αυτών ουράνιων σωμάτων, δημιουργούνται οι λεγόμενες φάσεις του φεγγαριού. Έτσι έχουμε:

ΤΟ ΗΛΙΑΚΟ ΜΑΣ ΣΥΣΤΗΜΑ



1. Όταν το φεγγάρι είναι μεταξύ γης και ήλιου, η πλευρά του που γειτονεύει με τη γη είναι σκοτεινή, γι' αυτό δεν είναι ορατό. Η φάση αυτή ονομάζεται νέα σελήνη.
2. Όταν η γη είναι μεταξύ ήλιου και φεγγαριού, φωτίζεται το μισό από το μέρος του φεγγαριού που είναι πιο κοντά στη γη, αλλά είναι ορατό ολόκληρο και τότε έχουμε την πανσέληνο.
3. Όταν το φεγγάρι βρίσκεται σε ενδιάμεσες θέσεις, φωτίζεται μόνο το μισό του γειτονικού με τη γη μέρους. Έτσι, εμείς βλέπουμε μόνο το 1/4 του φεγγαριού, γι' αυτό και οι φάσεις αυτές ονομάζονται τέταρτα, ημισέλιος στη



γέμιση (πρώτο τέταρτο) ή ημισέληνος στη χάση (τελευταίο τέταρτο), ανάλογα με το αν το ορατό μέρος αυξάνεται ή μειώνεται.

*Έκλειψη* σελήνης έχουμε κατά την πανσέληνο, στην περίπτωση όπου τα τρία σώματα είναι στην ίδια ευθεία και η σελήνη βρεθεί στη σκιά της γης.

**Σημείωση:** Η εφαρμογή αυτή προσπαθεί μόνο να εξηγήσει τις φάσεις του φεγγαριού και δεν απεικονίζει πιστά την τροχιά του φεγγαριού, η οποία σχηματίζει γωνία  $5^\circ$  σε σχέση με το επίπεδο της ελλειπτικής τροχιάς της γης γύρω από τον ήλιο, ούτε τον προσανατολισμό του γήινου άξονα, που κανονικά σχηματίζει γωνία  $23^\circ$  με το επίπεδο της έλλειψης.-

## 4.11 Ταλαντώσεις

Στην ενότητα αυτή θα μελετήσουμε τις περιοδικές κινήσεις των σωμάτων και ειδικότερα τις ταλαντώσεις. Επιπρόσθετα θα παρουσιάσουμε τρεις προσομοιώσεις απλών σχολικών πειραμάτων. Η πρώτη αναφέρεται στον αρμονικό ταλαντωτή, η δεύτερη στο απλό εκκρεμές και η τρίτη στη σύνθεση ταλαντώσεων. Αν και γίνονται εύκολα στο εργαστήριο, πιστεύουμε ότι είναι αρκετά χρήσιμες για δυο λόγους. Πρώτον, διότι με τις άμεσες γραφικές παραστάσεις των μεγεθών που παρουσιάζουν, βοηθούν τους μαθητές στην κατανόηση των αντίστοιχων εννοιών και δεύτερον με την ευχέρεια που δίνει το πρόγραμμα στις αλλαγές των παραμέτρων και τον ταυτόχρονο υπολογισμό συγκεκριμένων μεγεθών (όπως του πλάτους), επιτρέπουν στα παιδιά να κάνουν συγκρίσεις με τα δικά τους αποτελέσματα και να αντιλαμβάνονται καλύτερα την αλληλεξάρτηση των μεγεθών μεταξύ τους.

**Περιοδική κίνηση ή ταλάντωση** είναι εκείνη που επαναλαμβάνεται σε κανονικά διαστήματα. Τα χαρακτηριστικά μεγέθη κάθε περιοδικής κίνησης είναι τα εξής:

- Περίοδος  $T$  ( ο χρόνος που απαιτείται για μια πλήρη επανάληψη ή κύκλο).
- Συχνότητα  $f$  ( ο αριθμός  $N$  των κύκλων στη μονάδα του χρόνου).  
Ισχύουν:  $f=1/T$  ,  $T=1/f$  και  $f=N/t$
- Πλάτος της κίνησης  $A$  ( το μέγιστο μέτρο της μετατόπισης από τη θέση ισορροπίας).
- Γωνιακή συχνότητα  $\omega$  ( το γινόμενο του  $2\pi$  με τη συχνότητα:  $\omega=2\pi f$ )

Η απλούστερη περιοδική κίνηση είναι η απλή αρμονική. Παρουσιάζεται όταν η δύναμη επαναφοράς σε ένα σώμα είναι ανάλογη της μετατόπισης από τη θέση ισορροπίας του. Σε αυτή την περίπτωση ισχύουν:  $\mathbf{F}=-\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{a}=\mathbf{F}/\mathbf{m}=-\mathbf{k}\mathbf{x}/\mathbf{m}$  . Στην απλή αρμονική κίνηση η περίοδος και η συχνότητα εξαρτώνται από τη μάζα του σώματος και από το μέγεθος της δύναμης επαναφοράς, δεν εξαρτώνται όμως από το πλάτος. Μπορούμε να μελετήσουμε την κίνηση με λεπτομέρεια χρησιμοποιώντας ενεργειακές μεθόδους ή εφαρμόζοντας τον δεύτερο νόμο του Νεύτωνα.

Η ανάλυση της απλής αρμονικής κίνησης διευκολύνεται από τη χρήση της μεθόδου του κύκλου αναφοράς, στην οποία εκμεταλλευόμαστε μια απλή σχέση μεταξύ της περιοδικής και της ομαλής κυκλικής κίνησης. Η κατασκευή του κύκλου αναφοράς χρησιμοποιεί ένα περιστρεφόμενο διάνυσμα, το οποίο έχει μήκος ίσο με το πλάτος της περιοδικής κίνησης. Η προβολή του στον οριζόντιο άξονα απεικονίζει την πραγματική κίνηση του σώματος.

Πολλά συστήματα εκτελούν κίνηση που είναι κατά προσέγγιση απλή αρμονική, όπως τα εκκρεμή και άλλα συστήματα που κάνουν στροφικές ταλαντώσεις. Όταν υπάρχουν δυνάμεις απόσβεσης, το πλάτος της ταλάντωσης ελαττώνεται με το χρόνο. Στην περίπτωση που υπάρχει πρόσθετη εξωτερική δύναμη, που μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο, το σύστημα ταλαντώνεται με την ίδια συχνότητα που έχει η εξωτερική δύναμη και τότε μιλάμε για εξαναγκασμένη ταλάντωση.-

#### 4.11.1 Αρμονικός ταλαντωτής

Αυτό το πρόγραμμα δείχνει τη μεταβολή της απομάκρυνσης, της ταχύτητας, της επιτάχυνσης, της δύναμης και της ενέργειας, κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων ενός αρμονικού ταλαντωτή.

##### Θεωρητικό υπόβαθρο

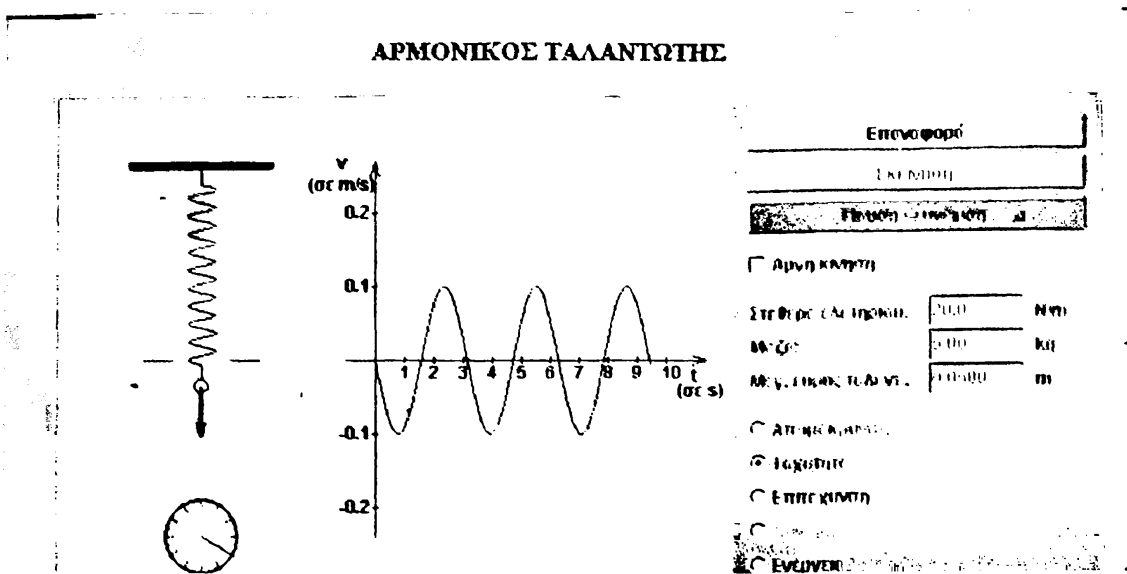
Έστω ότι το σώμα μάζας  $m$ , συνδέεται στο κάτω άκρο του κατακόρυφου ελατηρίου, σταθεράς  $K$ , και η δύναμη  $F$  που ασκείται σε αυτό από το ελατήριο δίνεται από τη σχέση:  $F = -Kx$ , όπου  $x$  η απομάκρυνση της ταλάντωσης:  $x = A \sin \omega t$ . Αν το πλάτος της ταλάντωσης που κάνει το σώμα είναι  $A$ , το μέτρο της μέγιστης δύναμης είναι  $F_{\max} = KA$  (1). Η περίοδος της ταλάντωσης δίνεται από τη σχέση:  $T = 2\pi(m/K)^{1/2}$  (2), ενώ η κυκλική συχνότητα  $\omega$  από τη σχέση:  $\omega = 2\pi/T = (K/m)^{1/2}$ . Για την ταχύτητα έχουμε:  $v = A\omega \cos \omega t$ , με μέγιστη τιμή:  $v_{\max} = A\omega$  (3) και για την επιτάχυνση:  $a = -A\omega^2 \sin \omega t$  με μέγιστη τιμή:  $a_{\max} = A\omega^2$  (4). Τέλος η μηχανική ενέργεια του ταλαντούμενου συστήματος έχει μέγιστη τιμή:  $E = KA^2/2$  (5).

##### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στη σταθερά του ελατηρίου  $K$  (μέχρι 50N/m), στη μάζα του σώματος  $m$  (μέχρι 10Kg) και στο πλάτος της ταλάντωσης  $A$  (μέχρι 0,100m), πατώντας φυσικά *Enter* μετά από κάθε εισαγωγή τιμής. Μόλις γίνει η εισαγωγή των παραμέτρων που αναφέραμε, το πρόγραμμα εμφανίζει κάτω από το χρονόμετρο, την τιμή της περιόδου  $T$  και την τιμή του πλάτους του μεγέθους που επιλέγουμε να παρατηρήσουμε. Μπορούμε να συγκρίνουμε τις τιμές αυτές με τις θεωρητικές που βρίσκουμε από τις σχέσεις (1) μέχρι (5). Τέλος πατώντας *Εκκίνηση*, παρατηρούμε τη ταλάντωση του σώματος, το διάνυσμα της δύναμης επαναφοράς που δρα σ' αυτό και τη γραφική παράσταση του επιλεγμένου κάθε φορά μεγέθους. Ταυτόχρονα, στη γραφική παράσταση, παρατηρούμε ένα κόκκινο σφαιρίδιο που δείχνει τη θέση του σώματος σε κάθε χρονική στιγμή.-



## ΑΡΜΟΝΙΚΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΤΗΣ



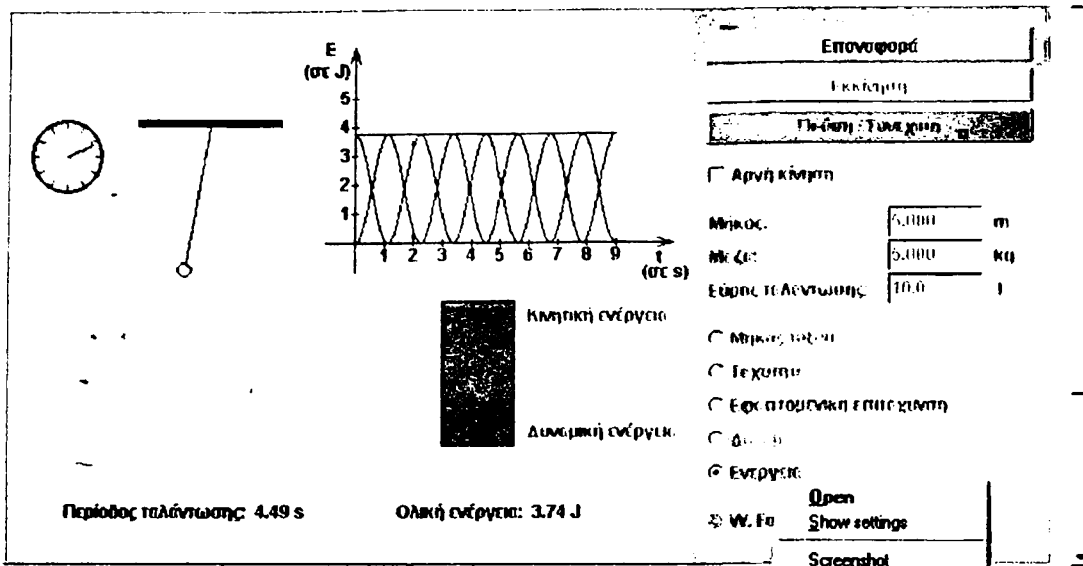
### 4.11.2 Απλό εκκρεμές

#### Θεωρητικό υπόβαθρο

Το *απλό εκκρεμές* είναι ένα εξιδανικευμένο μοντέλο, που αποτελείται από σημειακή μάζα  $m$ , κρεμασμένη από αβαρές, μη εκτατό νήμα, μήκους  $L$ , σε ομογενές βαρυτικό πεδίο. Η επαπτομενική συνιστώσα του βάρους αποτελεί τη δύναμη επαναφοράς και είναι:  $F = -mg \sin \theta$ . Όμως, για πολύ μικρές γωνίες (μέχρι  $7^\circ$  περίπου), δεχόμαστε προσεγγιστικά ότι  $\sin \theta = \theta$ , οπότε  $F = -mgx/L$  (1), όπου  $x$  το μήκος του τόξου που αντιστοιχεί στη γωνία  $\theta$ . Η περίοδος του εκκρεμούς δίνεται από τη σχέση:  $T = 2\pi (L/g)^{1/2}$  (2). Μπορούμε να δεχθούμε προσεγγιστικά, ότι το απλό εκκρεμές εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά  $K = mg/L$  και πλάτος  $A = \theta \cdot L$  με τη γωνία  $\theta$  εκφρασμένη σε ακτίνια (rad). Έτσι, θεωρώντας  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  από τις γνωστές σχέσεις της θεωρίας υπολογίζουμε τις μέγιστες τιμές των μεγεθών που μελετάμε.

#### Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, δίνουμε τιμές στο μήκος του εκκρεμούς (μέχρι 10m), στη μάζα του σώματος (μέχρι 10 Kg) και στο πλάτος της ταλάντωσης (μέχρι  $20^\circ$ ), πατώντας *Enter* για να καταχωρηθούν. Έπειτα, επιλέγουμε το μέγεθος που θα μελετήσουμε. Το πρόγραμμα εμφανίζει την περίοδο του εκκρεμούς και τη μέγιστη τιμή του επιλεγμένου μεγέθους. Πατώντας στη συνέχεια *Εκκίνηση*, το εκκρεμές αρχίζει να κινείται και ταυτόχρονα παρατηρούμε, τη μεταβολή του επιλεγμένου μεγέθους, το διάνουμά του και ένα κόκκινο σφαιρίδιο που δείχνει τη θέση της μάζας σε κάθε χρονική στιγμή. Η μεταβολή της περιόδου της ταλάντωσης συναρτήσει του πλάτους αγνοείται στους υπολογισμούς.-



### 4.11.3 Σύζευξη ταλαντώσεων

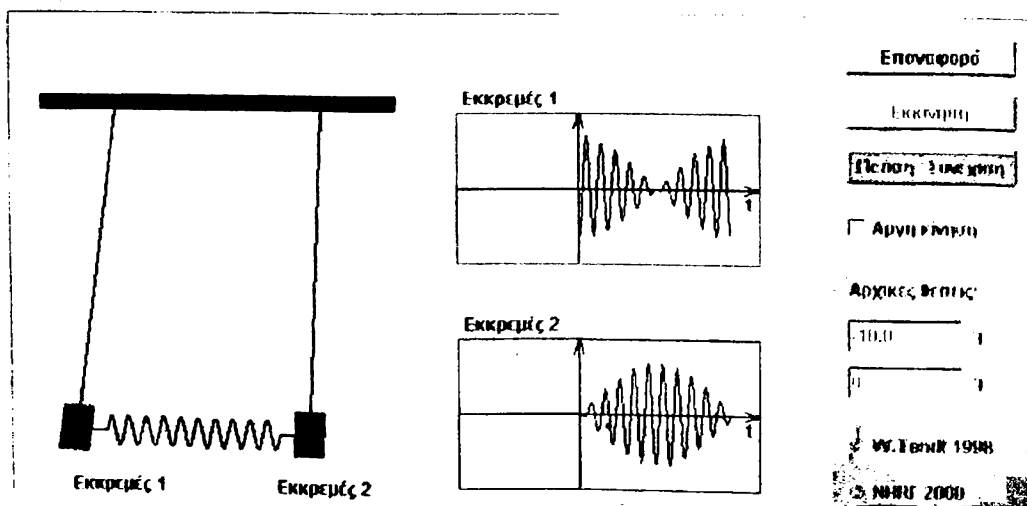
Σε αυτήν την προσομοίωση φαίνονται δύο εκκρεμή συζευγμένα με ένα ελατήριο μικρής σταθεράς (ασθενής σύζευξη). Τέτοια συστήματα χαρακτηρίζονται από τη συνεχή μεταβίβαση ενέργειας κατά τη διάρκεια των ταλαντώσεων, από το ένα μέρος του συστήματος στο άλλο.

Το κουμπί *Επιαναφορά* επαναφέρει το εκκρεμές στην αρχική του κατάσταση. Μπορούμε να ξεκινήσουμε ή να σταματήσουμε προσωρινά την προσομοίωση με τα δύο άλλα κουμπιά. Μπορούμε να μεταβάλλουμε τις αρχικές θέσεις των δύο εκκρεμών χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα πεδία. Θετική γωνία σημαίνει επιμήκυνση από τη δεξιά πλευρά, και αρνητική από την αριστερή.

Μπορούμε να πάρουμε τις αρμονικές του συστήματος ως εξής:

- Αν εισάγουμε δύο ίδιες γωνίες (για παράδειγμα, 10 μοίρες), τα δύο εκκρεμή θα βρίσκονται συνεχώς σε φάση.
- Αν εισάγουμε δύο αντίθετους αριθμούς (για παράδειγμα, 8 και -8 μοίρες) μπορούμε να πάρουμε ταλαντώσεις σε αντίθετη φάση.

#### ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΑ ΕΚΚΡΕΜΗ



Αν εισάγουμε μηδέν (0) στο ένα πεδίο ως αρχική θέση, όλη η ενέργεια των ταλαντώσεων θα μεταβιβάζεται εναλλάξ από το ένα στο άλλο εκκρεμές. Το εκκρεμές που θα περάσει πρώτο από το σημείο ισορροπίας του ταλαντώνεται με ολοένα αυξανόμενο πλάτος ενώ το πλάτος ταλάντωσης του άλλου εκκρεμούς φθίνει. Μετά από ορισμένο χρόνο, σε μία συγκεκριμένη στιγμή, μόνο το πρώτο εκκρεμές θα ταλαντώνεται ενώ το άλλο σταματάει στη θέση ισορροπίας του. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται με αντεστραμμένους ρόλους, και ούτω καθ' εξής.-

## 4.12 Μηχανική των ρευστών

Στην τελευταία αυτή ενότητα θα μελετήσουμε τις ιδιότητες των ρευστών, δηλαδή των υγρών και αερίων με ένα κοινό όνομα, παρουσιάζοντας και δύο απλές προσομοιώσεις. Η μία αναφέρεται στην υδροστατική πίεση και η άλλη στην άνωση, μπορούν να γίνουν εύκολα και στο εργαστήριο και για την διδακτική τους προσφορά ισχύουν τα ίδια με τη προηγούμενη ενότητα.

Η ύλη γενικά κατατάσσεται σε μία από τις ακόλουθες τρεις καταστάσεις: Στερεά, υγρά και αέρια. Πολλές φορές, επεκτείνουμε την ταξινόμηση αυτή ώστε να περιλαμβάνει και μια τέταρτη κατάσταση που ονομάζεται πλάσμα. Το πλάσμα δημιουργείται όταν η ύλη θερμαίνεται σε πολύ υψηλές θερμοκρασίες, οπότε από κάθε άτομο ελευθερώνονται ένα-δύο ηλεκτρόνια. Η τελική κατάσταση αποτελείται από μια συλλογή ελεύθερων φορτισμένων, θετικά και αρνητικά, σωματιδίων. Ένα τέτοιο ιονισμένο αέριο με ίσα μέρη αρνητικού και θετικού φορτίου λέγεται **πλάσμα**.

Τα υγρά και τα αέρια συνήθως εξετάζονται ενιαία με την ονομασία ρευστά, επειδή έχουν αρκετές κοινές ιδιότητες. Η βασική τους διαφορά είναι ότι τα αέρια συμπιέζονται και αλλάζουν πολύ εύκολα τον όγκο τους σε αντίθεση με τα υγρά που είναι πρακτικά ασυμπίεστα και διατηρούν σταθερό όγκο, αλλά υπάρχουν και εξαιρέσεις. Η υδροστατική μελέτη ρευστά που βρίσκονται σε κατάσταση ισορροπίας και οι κυριότερες έννοιες που περιλαμβάνει είναι η πυκνότητα, η πίεση, η άνωση και η επιφανειακή τάση.

*Πυκνότητα* είναι η μάζα ανά μονάδα όγκου. Αν η μάζα  $m$  ενός υλικού έχει όγκο  $V$ , η πυκνότητα του υλικού  $\rho$  είναι:  **$\rho = m/V$**

*Σχετικό ειδικό βάρος ή ειδική βαρύτητα* είναι ο λόγος της πυκνότητας του υλικού προς την πυκνότητα του νερού. Είναι ένας καθαρός (αδιάστατος) αριθμός, αλλά και ατυχής όρος αφού δεν έχει καμιά σχέση με τη βαρύτητα. Ο όρος σχετική πυκνότητα θα ήταν καλύτερος.

*Πίεση* είναι η δύναμη ανά μονάδα επιφάνειας ενός στερεού ή ρευστού ή ανά μονάδα φανταστικής επιφάνειας μέσα σε ένα στερεό ή ρευστό. Αν σε επιφάνεια εμβαδού  $A$  ασκείται δύναμη  $F$  τότε η πίεση  $P$  είναι:  **$P = F/A$** . Μονάδα πίεσης στο SI είναι το  $1 \text{ N/m}^2$  που έχει το ειδικό όνομα **pascal**:  $1 \text{ pascal} = 1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ . Δύο ακόμα μονάδες που χρησιμοποιούνται κυρίως στη



μετεωρολογία, είναι το *bar*, ίσο με 100.000 Pa και το *millibar*, ίσο με 100 Pa. Τα όργανα μέτρησης της πίεσης λέγονται μανόμετρα.

*Ατμοσφαιρική πίεση* είναι η πίεση της ατμόσφαιρας της Γης, η πίεση στη βάση του αέριου όγκου μέσα στον οποίο ζούμε. Η πίεση αυτή αλλάζει με τις καιρικές μεταβολές και το ύψος. Η κανονική ατμοσφαιρική πίεση στην επιφάνεια της θάλασσας (μέση τιμή) είναι:  $1 \text{ atm} = 1,013 \text{ bar} = 1013 \text{ millibar} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ .

Σε ακίνητο ρευστό που βρίσκεται μέσα σε ένα δοχείο, *όλα τα σημεία που βρίσκονται στο ίδιο βάθος υφίστανται την ίδια πίεση*. Εάν αυτό δεν ίσχυε, το ρευστό δεν θα ηρεμούσε. Επίσης, *η πίεση σε βάθος  $h$  μέσα σε ένα ρευστό, είναι μεγαλύτερη από την πίεση στην επιφάνεια του υγρού κατά την ποσότητα  $\rho gh$* , όπου  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού και  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας στον συγκεκριμένο τόπο.

Σύμφωνα με την *αρχή του Pascal*: **κάθε μεταβολή στην πίεση ενός αποθηκευμένου ρευστού μεταδίδεται αμετάβλητη σε κάθε σημείο του ρευστού, καθώς και στα τοιχώματα του δοχείου αποθήκευσης**. Εφαρμογές της παραπάνω αρχής αποτελούν το υδραυλικό φρένο, οι υδραυλικές πρέσες, οι υδραυλικοί ανυψωτήρες, κ.α.

Σε κάθε σώμα που βυθίζεται σε ένα ρευστό, ασκείται μια κατακόρυφη δύναμη με φορά προς τα πάνω η οποία λέγεται *άνωση*, και είναι η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ενεργούν στην επιφάνεια του σώματος από το ρευστό. Σύμφωνα τώρα με την *αρχή του Αρχιμήδη*: **το μέτρο της άνωσης ισούται με το βάρος του ρευστού που εκτοπίζεται από το σώμα**. Αποδεικνύεται ότι η τιμή της άνωσης εξαρτάται από την πυκνότητα του ρευστού και τον όγκο του σώματος που βρίσκεται βυθισμένο στο ρευστό. Εφαρμογή της άνωσης αποτελεί η πλεύση των σωμάτων.

Η επιφάνεια ενός ρευστού συμπεριφέρεται σαν να είναι τεντωμένη. Η δύναμη ανά μονάδα μήκους κατά μήκος μιας γραμμής πάνω στην επιφάνεια ονομάζεται *επιφανειακή τάση*, συμβολίζεται με  $\gamma$  και δίνεται από τη σχέση:  $\gamma = F/d$  όπου  $d$  το μήκος της γραμμής στην οποία ασκείται η δύναμη  $F$ . Ένα από τα αποτελέσματα της επιφανειακής τάσης είναι ο σχηματισμός των σφαιρικών σταγόνων.-

#### 4.12.1 Υδροστατική πίεση

Η εφαρμογή αυτή μελετά εικονικά ένα απλό εργαστηριακό πείραμα, αρκετά εύκολο και συνηθισμένο, που είναι η μέτρηση της υδροστατικής πίεσης σε διάφορα υγρά. Αυτό γίνεται με ένα μανόμετρο (πιεσόμετρο σωλήνα), το οποίο έχει στην πάνω του πλευρά μία μεμβράνη, η οποία παραμορφώνεται ανάλογα με την πίεση που ασκείται σε αυτή. Συνεπώς η πίεση στον ροζ σωλήνα αυξάνεται, έτσι ώστε η επιφάνεια του υγρού κατεβαίνει στο αριστερό τμήμα του κυρτού σωλήνα και ανεβαίνει στο δεξιό. Η διαφορά ύψους επιτρέπει τη μέτρηση της πίεσης. Εδώ, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι το υγρό στον



σωλήνα και στην δεξαμενή είναι το ίδιο και ότι μετράμε μόνο την πίεση στο υγρό, και όχι την ατμοσφαιρική.

### Θεωρητικό υπόβαθρο

Γνωρίζοντας ότι, η υδροστατική πίεση που ασκείται από υγρό πυκνότητας  $\rho$ , σε σώμα το οποίο βρίσκεται σε βάθος  $h$ , δίνεται από τη σχέση:  $P = \rho gh$  (1), όπου  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , δεν απομένει παρά να επαληθεύσουμε με το εικονικό αυτό πείραμα τη σχέση (1), ή να "ανακαλύψουμε" τη σχέση μεταξύ των παραπάνω μεγεθών. Η πίεση μετριέται σε *hecopascal* = *hPa*,  $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$ ,  $1 \text{ hPa} = 100 \text{ Pa}$

### Οδηγίες εκτέλεσης

Η πειραματική διάταξη ανυψώνεται και κατεβαίνει έχοντας πατημένο πάνω της ένα κουμπί του ποντικιού ή πιο άμεσα δίνοντας μια τιμή στο βάθος στο κατάλληλο κουμπί. Στην δεξιά πλευρά της εικόνας μπορούμε να επιλέξουμε ανάμεσα σε διάφορα υγρά. Θα παρατηρήσουμε ότι μετά την εισαγωγή κάποιου υγρού, εμφανίζεται η πυκνότητά του. Μπορούμε επίσης να εισάγουμε τιμές της πυκνότητας για κάποιο "άγνωστο" υγρό που δεν υπάρχει στον πίνακα των υγρών που διαθέτει το πρόγραμμα αυτό. Βέβαια, μετά από κάθε εισαγωγή τιμής θα πρέπει να πατάμε *Enter* για να καταχωρείται αυτή στο πρόγραμμα. Στο κάτω μέρος φαίνονται οι τιμές του βάθους (σε cm) και της υδροστατικής πίεσης (σε hPa).

Ρευστό: νερό

Πυκνότητα: 1.00 g/cm<sup>3</sup>

Βάθος: 1.2 cm

Υδροστατική πίεση: 1.2 hPa

Βάθος: 1.2 cm  
Υδροστατική πίεση: 1.2 hPa

### 4.12.2 Μέτρηση της άνωσης

Σε αυτό το πρόγραμμα προσομοιώνεται ένα απλό πείραμα που αφορά την άνωση σε ένα υγρό: ένα σώμα το οποίο κρέμεται σε δυναμόμετρο βυθίζεται σε ένα υγρό (το σέρνουμε με πατημένο το πλήκτρο του ποντικιού).



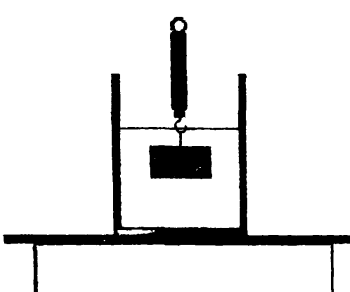


## Θεωρητικό υπόβαθρο

Η άνωση είναι μια δύναμη που ασκούν τα ρευστά σε κάθε σώμα που βρίσκεται μέσα σ' αυτά. Μπορεί να υπολογισθεί πειραματικά με δύο τρόπους. Ο ένας είναι ζυγίζοντας το υγρό που θα χυθεί από ένα γεμάτο δοχείο κατά τη βύθιση του σώματος (άνωση=βάρος). Ο άλλος είναι να ζυγίσουμε ένα σώμα στον αέρα ( $B_1$ ) και στο υγρό ( $B_2$ ). Τότε  $A=B_1-B_2$  (το παρόν πείραμα). Θεωρητικά, όταν ένα σώμα είναι βυθισμένο ολόκληρο στο υγρό, υπολογίζεται από τη σχέση:  $A=\rho_{\text{υγ}}gV_{\text{σώμ}}$ , όπου  $\rho_{\text{υγ}}$  η πυκνότητα του υγρού,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας ( εδώ θεωρείται ίση με  $9,81 \text{ m/s}^2$ ) και  $V_{\text{σώμ}}$  ο όγκος του σώματος.

## Οδηγίες εκτέλεσης

Αρχικά, είναι καλύτερο να δώσουμε μια τιμή στο εύρος μέτρησης (αντοχή) του δυναμόμετρου, γιατί διαφορετικά θα εμφανίσει πάνω αριστερά το κόκκινο μήνυμα *Maximum exceeded* (=υπερβολική δύναμη) στη περίπτωση που το βάρος του σώματος ξεπεράσει την μέγιστη τιμή μέτρησης και θα πρέπει να δώσουμε νέες τιμές. Στη περίπτωση αυτή ακόμα θα δούμε ότι δεν μπορούμε να μετακινήσουμε το σώμα. Έπειτα, δίνουμε τιμές στο εμβαδόν βάσης του σώματος (μέχρι  $360 \text{ cm}^2$ ), στο ύψος του(μέχρι  $10 \text{ cm}$ ), και στις πυκνότητες του σώματος και του υγρού (μέχρι  $50 \text{ g/cm}^3$  και τα δύο) και πατώντας *Enter*, το πρόγραμμα εμφανίζει τις τιμές του βάρους του σώματος και της δύναμης που μετρά το δυναμόμετρο.



Εμβαδόν βάσης σώματος:	100	cm <sup>2</sup>
Ύψος σώματος:	5.0	cm
Πυκνότητα σώματος:	3.0	g/cm <sup>3</sup>
Πυκνότητα υγρού:	1.0	g/cm <sup>3</sup>
Εμβαδόν βάσης:	5.0	cm <sup>2</sup>
Όγκος εκτοπιζόμενου υγρού:	500	cm <sup>3</sup>
Βάρος:	1.47	N
Βήρος σώματος:	14.72	N
Μετρούμενη δύναμη:	9.81	N
Έμβος μέτρησης:	100	N

© W. Fendt 1990, 2000

Τέλος, σέρνουμε το σώμα και το βυθίζουμε στο υγρό σιγά-σιγά, παρατηρώντας ότι εμφανίζονται οι τιμές της ανύψωσης της στάθμης του υγρού, του όγκου του εκτοπιζόμενου υγρού, της άνωσης και της νέας μετρούμενης τιμής δύναμης. Μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι η άνωση ισούται με τη διαφορά του βάρους και της δύναμης που μετρά το όργανο. Ακόμα, εύκολα φαίνεται ότι, από τη στιγμή που θα βυθισθεί ολόκληρο το σώμα και μετά, η άνωση δεν αλλάζει.-

## 5. Συμπεράσματα

Οι προσομοιώσεις φυσικής που υπάρχουν σήμερα, καλύπτουν ένα μεγάλο μέρος της ύλης της, τόσο σε σχολικό επίπεδο, όσο και πέρα από αυτό (πανεπιστημιακό και ερευνητικό), προσφέροντας αρκετές και ποικίλες δυνατότητες για την υποστήριξη της μαθησιακής διαδικασίας, ενώ ταυτόχρονα μπορούν να αποτελέσουν ένα δυναμικό ερευνητικό εργαλείο για τη μελέτη των μαθητικών αντιλήψεων. Επίσης, αναμένεται να αναπτυχθούν και άλλα πιο σύγχρονα εικονικά πειράματα, μέσα από την εφαρμογή των τεχνικών της εικονικής πραγματικότητας και της προσπάθειας που γίνεται από τους ειδικούς επιστήμονες να δημιουργήσουν λογισμικά που θα στηρίζουν τη συνεργατική μάθηση και την αλληλεπίδραση των μαθητών μέσω τοπικού δικτύου και διαδικτύου.

Ο παράγων τεχνολογία λοιπόν, κάτω από τις σημερινές συνθήκες, είναι αναγκαίος για καλύτερη μάθηση. Είναι όμως και ικανός; Προφανώς μόνο η δική του συνεισφορά δεν αρκεί. Για το σκοπό αυτό πρέπει να ικανοποιούνται και άλλες συνθήκες. Πρώτα-πρώτα θα πρέπει να οικοδομηθούν στέρεα και χωρίς παρανοήσεις οι βασικές έννοιες της Φυσικής, γιατί διαφορετικά η εκτέλεση ενός εικονικού πειράματος στον υπολογιστή δεν θα συμβάλει στην καλύτερη κατανόηση αλλά στην παραγωγή περισσότερων παρανοήσεων.

Επίσης οι μαθητές θα πρέπει να έχουν βιώσει το εργαστήριο, να γνωρίζουν τις επιμέρους διαδικασίες του πειραματισμού και να έχουν νοιώσει ότι άλλο το εικονικό εργαστήριο και άλλο το πραγματικό. Τότε θα μπορούν να πειραματίζονται σε αυτό αξιοποιώντας τις δυνατότητες που τους προσφέρει. Οι μαθησιακές δραστηριότητες στο εικονικό εργαστήριο θα πρέπει να είναι αντίστοιχες αυτών που συνιστώνται για το σχολικό εργαστήριο και να συμπληρώνουν τα σχολικά πειράματα.

Ο τελευταίος καθοριστικός παράγοντας, για επίτευξη της μάθησης με τη βοήθεια των προσομοιώσεων, δεν είναι άλλος από τους διδάσκοντες. Διότι η διδασκαλία της φυσικής με νέες τεχνολογίες, μόνο εύκολη δε μπορεί να θεωρηθεί, από τη στιγμή που απαιτεί την εφαρμογή σύγχρονων παιδαγωγικών και διδακτικών στρατηγικών και ενίοτε, ειδικές γνώσεις πληροφορικής, εκτός βέβαια της Φυσικής. Ακόμα, συχνά κρίνεται απαραίτητη, η χρήση των κατάλληλων φύλλων εργασίας, όπου οι μαθητές καλούνται να καταγράψουν τις προβλέψεις, παρατηρήσεις και εξηγήσεις τους, πριν, κατά τη διάρκεια και μετά από κάθε ενέργειά τους.

Εν κατακλείδι θα λέγαμε, ότι παρά τους περιορισμούς που τις συνοδεύουν, οι προσομοιώσεις προκαλούν το ενδιαφέρον των μαθητών για τη Φυσική, βοηθούν στη κατανόηση εννοιών και φαινομένων, και ίσως με τη σωστή διαχείριση μπορέσουν να ξαναφέρουν το μαθητικό κόσμο κοντά σε αυτή την επιστήμη που έχει προσφέρει τα μέγιστα στην τεχνολογική εξέλιξη, αλλά τις τελευταίες δεκαετίες, παρά τις διάφορες διδακτικές προσεγγίσεις, το μαθητικό ενδιαφέρον της πλειοψηφίας είναι αρνητικό.



# Βιβλιογραφία

## Βιβλιογραφία στα αγγλικά και γαλλικά

Andaloro, G., Bellomonte, L., and Sperandeo-Mineo, R.M., (1997), A computer-based learning environment in the field of Newtonian mechanics, *International Journal of Science Education* 19(6), 661-680.

Arons A.B., (1990), *Οδηγός διδασκαλίας της Φυσικής*, Εκδ. Τροχαλία, 1992.

Alessi, S. & Trollip, S. (2001). *Multimedia For Learning. Methods and development*. Third Edition. Boston: Allyn & Bacon.

Austen, D. J., Brouwer, W., Wright, P., Martin, B. & Laue, H., (1999), M.A.P. Modular Approach to Physics Laboratory, *Proceedings CBLIS-4*, Pedagogical Faculty University of Ostrava Press, Czech Republic.

Bandura, A. (1977). *Social Learning Theory*. New York: General Learning Press.

Baron, G.-L., Bruillard, E. (1996). *L'informatique et ses usagers dans l'education*. Paris : PUF.

Bowman et al (1999), *The Educational Value an Information-Rich Virtual Environment*,

URL:[http://people.cs.vt.edu/~bowman/papers/gorilla\\_education.pdf](http://people.cs.vt.edu/~bowman/papers/gorilla_education.pdf)

Barron, B.J., D.L. Schwartz, N.J. Vye, A. Moore, A. Petrosino, L. Zech., J.D. Bransford, and Cognition and Technology Group at Vanderbilt (1989). Doing with understanding: Lessons from research on problem and project-based learning. *Journal of Learning Sciences*.

Bereiter, C., and M. Scardamalia (1993). *Surpassing Ourselves: An Inquiry into the Nature and Implications of Expertise*. Chicago and La Salle, IL: Open Court Publishing.

Brown R. S., Collins, A. and Duguid, P. (1989). Situated cognition and culture of learning. *Educational Researcher*, 18(1).

Byrne A. (1994), *Behaviourism. A Companion to the Philosophy of Mind*, ed. S.D.Guttenplan, Blackwell,

URL:<http://web.mit.edu/abyrne/www/behaviourism.html>

Christian W., Belomi M., (2001), *PHYSLETS: Teaching Physics with Interactive Curricular material*, Upper Saddle River, New Jersey, Prentice Hall Inc., 2002.

Clark, R. (Editor) (2001). *Learning From Media: Arguments, Analysis and Evidence* (A volume in Perspectives in Instructional Technology and Distance Learning). Information Age Publishing Inc.

Codem & Aikenhead (1998). *Cultural Aspects of learning Science*. In Fraser and Tobin (Eds). *International Handbook of Science Education*, Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers.

Cole, M., & Wertsch, J. V. (1996). Beyond the individual-social antinomy in discussions of Piaget and Vygotsky. *Human Development*, 39, 250-256.

Constructivism Links, (Ontario Institute for Studies in Education of the University of Toronto),  
URL:<http://www.oise.utoronto.ca/~skarsten/research/constructivism.html>

Dieuzeibe, H. (1994). *Les nouvelles technologies, Outils d'enseignement*, Paris : Nathan.

Dimitracopoulou A., Vosniadou S., Ioannides C. (1997), Exploring and modelling the real world through special designed technology-based environments for young children, In *7th European Conference for Research on Learning and Instruction, Athens, Greece*.

Doerr, H.M., (1997), Experiment, simulation and analysis: an integrated instructional approach to the concept of force, *International Journal of Physics* 61(9), 798-805.

Garside R., Mariani J. (1998), *Java: First Contact*, Course Technology (USA).

Greenfield, P.M., and R.R Cocking, eds. (1996). *Interacting with Video*. Greenwich, CT: Ablex.

Hake, R., (1998), Interactive-engagement versus Traditional Methods : A six-thousand-student Survey of Mechanics Test Data for Introductory Physics Courses, *American Journal of Physics*, 66, 64-74.

Jimoyiannis, A. & Komis, V. (2001). Computer simulations in teaching and learning physics: a case study concerning students' understanding of trajectory motion. *Computers & Education*, 36, pp. 183-204.

Jimoyiannis, A., mikropoulos, T. A. & Ravanis, K. (2000). Student's performance towards computer simulations on kinematics, *THEMES in education*, 1(4), pp. 357-372.

Jonassen H. D. (1998). *Computers as Mindtools for schools. Engaging critical thinking*. Upper Saddle River, New Jersey, Columbus, Ohio: Merrill.



Koschmann, T. (1996). Paradigm shifts and instructional technology: An introduction. In T. Koschmann, (Ed), CSCL: theory and practice of an emerging paradigm, (pp. 1-23). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Laws, P. (1997), Millikan Lecture 1996: Promoting Active Learning Based of Physics Education Research in Introductory Physics Courses, *American journal of Physics*, 65, 13-21.

Linn, M.C., N.B. Songer, and B.S. Eylon (1996). Shifts and convergences in science learning and instruction. In R.C. Calfee and D.C. Berliner, eds: Handbook of Educational Psychology. Riverside, NJ: Macmillan, pp. 438-490.

Loss et al. (1994), Teaching and learning abstract physical science concepts in a computer based multimedia environment.

McFarlane, A.& Sakellariou, S., (2002), *The Role of ICT in Science Education*, Cambridge Journal of Education, 32(2), 219-231.

Martinez- Jimenez P. et al., (1997), *Interactive Physics Simulations Appeal to First-year Students*, Computers in Physics v.11,n.1,p.31-5,jan-feb 1997, URL: <http://www.aip.org/cip/pdf.ciejf97.pf>.

Mazur, E., (1997), *Peer Instruction: A User's Manual*, prentice Hall Upper Saddle River, NJ.

Meyer A., (1998)-i, *Behaviourism and technology/ behaviourism and computers-ii, Constructivism and technology/ Constructivism and computers*, URL: <http://hagar.up.ac.za/cats/learner/ameyer/behaviourismandtechnology.htm#Behaviourtechnol>.

Meyer A., (1998)-ii, *Constructivism and technology/ Constructivism and computers*, URL:<http://hagar.up.ac.za/cats/learner/ameyer/constructivismandtechnology.htm#Constructivism>.

McDermott L. C., 1990, Research and computer-based instruction: Opportunity for interaction, *American journal of physics* 58(5). 452-462.

Mikropoulos, T.A., (1995), Simulating Physics for education students Παν/μιο Ιωαννίνων. Επιστημονική Επετηρίδα ΠΤΔΕ No 8, 145-158.

Nora, S. & Minc, A. (1978). *L' informatisation de la société*, Paris : La Documentation Francaise.



Novak, G., Patterson, E., Gavrin, A. & Christian, W., (1999), *Just-in-Time Teaching: Blending Active Learning with Web Technology*, Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ.

Papert, S. (1980). *Mind-storms, Children, Computers and Powerful Ideas*. New York: Basic Books.

Perriault, J. (1989). *La logique de l'usage*. Paris: Flammarion.

Piaget, J., (1970), *The child's conception of movement and speed*, Ballantine, New York.

Raymond A. Serway., (1990), *Physics for scientists & engineers, Τόμος I(Μηχανική)*, Μετάφραση στα Ελληνικά: Ρεοβάνης Κ. Α., Τρίτη έκδοση.

Redish E.F., Steinberg R.N., (1999), *Teaching Physics: Figuring out What Works, Physics Today*, v.52, p.24-30, Journal 1999, URL:<http://www.physics.umd.edu/perg/papers/redish/pt.htm>

Redish E.F., (1998), *Millikan Award Lectures(1998): Building a Science of Teaching Physics*, The American Journal of Physics, n.67, p. 562-73, July 1999, URL:<http://www.physics.umd.edu/perg/papers/redish/millikan.htm>

Rice J.R., (1997), *Future Challenges for Scientific simulation*, 15<sup>th</sup> IMACS World Congress on Scientific Computation, Berlin, Germany, Proceedings, v.6, p. xii+765, URL: [http://sab.sccc.ru/Imascs\\_97/imacs\\_97/vol\\_vi.htm](http://sab.sccc.ru/Imascs_97/imacs_97/vol_vi.htm).

Rodley J. (1996), *Writing Java Applets*, Coriolis Group Books (USA).

Saettler, P. (1969). *A History of Instructional Technology*. New York: McGraw-Hill.

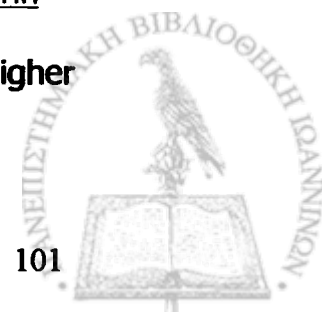
Salomon, G. (1994). *Interaction of media, cognition, and learning*. Hillsdale, NJ: L. Erlbaum Associates.

Skinner, B.F. (1968). *The technology of teaching*, Appleton-Century-Crofts.

Sokoloff, D. R., (1997), Using interactive lecture demonstrations, *Physics Teacher*, 35(6), 340-347.

Tzastas G. (2002), *School Physics Laboratory Simulations*. A Dynamic Virtual Learning Environment, URL: <http://www.soton.ac.uk/~cbltwork/tzastas/prin>

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: the development of higher psychological processes*. Cambridge, M. A: Harvard University Press.



Wellington J., (2000), *Teaching and Learning Secondary Science*, Routledge, London, 2000.

Well-Barais A. (1994). Etude de l' impact de l' utilisation d' outils informatiques par les eleves en Sciences Physiques, Report de Recherche Finance par le Minister de L ; Education Nationale, Direction de l' Information et des Technologies Nouvelles, pp.106.

Wellington J., (2000), *Teaching and Learning Secondary Science*, Routledge, London, 2000.

Wertch, J. Del Rio, P. and Alvarez, A. (1995) Sociocultural studies: history, action and mediation, in Wertch J., Del Rio P. and Alvarez A. (eds), *Sociocultural Studies of mind*. Cambridge: Cambridge University Press.

Young, H., (1992), *Πανεπιστημιακή Φυσική, Τόμος Α' (Μηχανική-Θερμοδυναμική)*, Εκδόσεις Παπαζήση, Μετάφραση-Επιμέλεια: Ομάδα Πανεπιστημιακών.

### **Βιβλιογραφία στα ελληνικά**

Βλάχος Α. Ιωάννης, " Εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες-Η πρόταση της Εποικοδόμησης", Αθήνα 2003

Γκούτσιας, Α., (2001), *Μαθαίνοντας στο Internet Φυσική*, Εκδόσεις Καστανιώτη, Αθήνα, URL: <http://www.geocities.com/gutsi1/New1.htm>

Δημητρακοπούλου Α., (1999). Οι εκπαιδευτικές εφαρμογές των τεχνολογιών της πληροφορίας στη διδακτική των φυσικών επιστημών, *ΕΠΙΘΕΩΡΗΣΗ ΦΥΣΙΚΗΣ*, 3<sup>η</sup> περίοδος, Vol. Η' , No 30, Άνοιξη 1999, σελ. 48-58.

Κανάκης, Ι, (1989). *Διδασκαλία και μάθηση με σύγχρονα μέσα επικοινωνίας*. Αθήνα: Εκδόσεις Γρηγόρη.

Κόκκοτας Π. (2000). « Πολυμέσα και εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες. Πολλαπλές Αναπαραστάσεις- Μια διαθεματική εφαρμογή πολυμέσων». Ημερίδα « Πολυμέσα και Εκπαίδευση στις Φυσικές Επιστήμες», Δεκέμβριος 2000, Αθήνα.

Κόκκοτας Π. (2002). *Διδακτική των Φυσικών Επιστημών. Μέρος ΙΙ. Σύγχρονες Προσεγγίσεις στη Διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών*, Αθήνα.

Κόλλιας, Α. (1993), *Οι υπολογιστές στη διδασκαλία και τη μάθηση*. Μια κριτική προσέγγιση. Αθήνα: ΙΩΝ.

Κόμης Β. (2004). *Εισαγωγή στις εκπαιδευτικές εφαρμογές των Τεχνολογιών της Πληροφορίας και των Επικοινωνιών*, Αθήνα.



Μακράκης, Β., Κοντογιαννοπούλου- Πολυδωρίδη, Γ. (1995). "Υπολογιστές στην εκπαίδευση: μια κριτική επισκόπηση στο διεθνή χώρο και στην Ελλάδα". Αθήνα: Εθνικό Ίδρυμα Ερευνών.

Πήλιουρας, Π., Κόκκοτας, Π., Μαλαμίτσα, Α., & Σταμούλης, Ε. (2002). Το υποθετικό πείραμα ως διδακτικό εργαλείο στη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών με τη χρήση νέων τεχνολογιών. Ένας πιλοτικός σχεδιασμός λογισμικού, σελ.739-741, 3<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο με διεθνή συμμετοχή: « Οι Τεχνολογίες της Πληροφορίας και Επικοινωνίας στην Εκπαίδευση», Ρόδος, 26-29 Σεπτεμβρίου 2002.

Ράπτης, Ν. (1993). Εκπαιδευτικές χρήσεις της Πληροφορικής. Δακτυλογραφημένο.

Σολομωνίδου, Χ. (1999). Εκπαιδευτική τεχνολογία. Μέσα, υλικά, διδακτική χρήση και αξιοποίηση. Αθήνα: Εκδόσεις Καστανιώτη.

Τζιμογιάννης, Α., (1999), Διδασκαλία Φυσικής και υπολογιστές. Μια εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, Σύγχρονη Εκπαίδευση, 105, (115-122) & 106, (111-117).

#### ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

**Dpto Applied Fisica I University of the Pais Vasco** (Angel Franco Garcia) \_URL: <http://www.sc.ehu.es/sbweb>

**Virtual Physics Laboratory** (National Taiwan Normal University, Pf.Fu Kwun Hwang), URL: <http://www.phy.htnu.tw/java/index.html#>

Electronics Workbench Education Edition (Adept Scientific), URL: <http://www.adeptscience.co.uk/as/products/mathsim/ewb/>

**Πύλη εισόδου στο ελληνικό διαδίκτυο για θέματα επιστήμης και τεχνολογίας**, URL: <http://www.spin.gr/spin/index.jsp>

**Physique et simulations numériques** ( Jean-Jacques Rousseau, Universite du Maine Le Mans), URL : <http://www.univ-mans.fr/enseignements/physique/02/index.html>