



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης

Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών

Κατεύθυνση: Μαθηματικά και Πληροφορική στην Εκπαίδευση

**Ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων του γυμνασίου
σύμφωνα με τη θεωρία επιπέδων γεωμετρικής
σκέψης των Van Hiele**

Ονοματεπώνυμο: Παρασκευή Αναστασοπούλου

Επιβλέπουσα Καθηγήτρια: Ευγενία Κολέζα

**Ιωάννινα,
Νοέμβριος 2008**



Πίνακας Περιεχομένων

Εισαγωγή	3
1. Η θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών.....	5
1.1. Η θεωρία της διδακτικής φαινομενολογίας του H. Freudenthal.....	5
1.2. Η θεωρία της προοδευτικής μαθηματοποίησης της ομάδας Wiskobas.....	6
1.3. Η θεωρία επιπέδων των Van Hiele	7
2. Η ύλη της Γεωμετρίας στο Γυμνάσιο	21
2.1. Στόχοι και περιεχόμενο της διδασκαλίας της Γεωμετρίας	21
στο Γυμνάσιο	21
3. Ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων σύμφωνα με τη θεωρία των Van Hiele	36
3.1. Μεθοδολογία ανάλυσης των εγχειριδίων	36
3.2. Ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων σύμφωνα με τη θεωρία των Van Hiele ..	37
3.2.1. Βιβλίο Α' Γυμνασίου	37
3.2.2. Βιβλίο Β' Γυμνασίου	42
3.2.3. Βιβλίο Γ' Γυμνασίου.....	46
4. Συμπεράσματα-σχόλια.....	50
5. Παράρτημα	52
6. Βιβλιογραφία	89

Εισαγωγή

Τα τελευταία χρόνια υλοποιούνται όλο και περισσότερες έρευνες σχετικές με τη διδασκαλία της γεωμετρίας και συγκεκριμένα σχετικές με τις δυσκολίες που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στη γεωμετρία και με το πως μπορούμε να τους βοηθήσουμε να τις ξεπεράσουν.

Υπάρχουν πάρα πολλοί λόγοι που συνηγορούν στην αναγκαιότητα της διδασκαλίας της γεωμετρίας. Είναι μια επιστήμη που συνδυάζει τέλεια την αρμονία και τη λογική σκέψη, με τη βοήθεια της οποίας υλοποιήθηκαν και υλοποιούνται όλα τα έργα της αρχιτεκτονικής, της γλυπτικής και της ζωγραφικής. Επιπλέον, σύμφωνα με τον Usiskin, η γεωμετρία είναι η επιστήμη που συνδέει με μοναδικό τρόπο τα μαθηματικά με τον πραγματικό φυσικό κόσμο και διευκολύνει την απεικόνιση μαθηματικών εννοιών και ιδεών. Εξάλλου, στην καθημερινή μας ζωή κάνουμε συχνά χρήση γεωμετρικών ορών και εννοιών, π.χ. όταν θέλουμε να περιγράψουμε μια τοποθεσία, το μέγεθος ή το σχήμα ενός αντικειμένου κτλ. Λύνοντας προβλήματα γεωμετρίας ο μαθητής καλλιεργεί τη λογική του και έρχεται σε επαφή με τη διαδικασία της απόδειξης που αποτελεί τον πυρήνα της μαθηματικής δραστηριότητας (Κολέζα, Ντζιαχρήστος, 1990).

Δυστυχώς όμως η έρευνα έχει αποδείξει ότι πολλοί μαθητές, ακόμα και αν έχουν καλές επιδόσεις στη άλγεβρα, δυσκολεύονται στη γεωμετρία και αδυνατούν να κατανοήσουν το σύστημα της λογικής που χρησιμοποιείται στα γεωμετρικά προβλήματα. Για το λόγο αυτό έχουν γίνει αρκετές έρευνες για τη διδασκαλία της γεωμετρίας, με επικρατέστερη τη θεωρία των επιπέδων των Ολλανδών Dina Van Hiele-Geldol και Piere Marie van Hiele στο πλαίσιο των ρεαλιστικών μαθηματικών.

Η παρούσα διπλωματική εργασία, η οποία εκπονείται στο πλαίσιο του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων με επιβλέπουσα καθηγήτρια την κ. Ευγενία Κολέζα, αναπληρώτρια καθηγήτρια του παραπάνω τμήματος και έχει ως θέμα την ανάλυση των νέων σχολικών εγχειριδίων σύμφωνα με τη θεωρία των επιπέδων των Van Hiele. Η δομή της εργασίας έχει ως εξής:

Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται εκτενής αναφορά στη θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών και ιδιαίτερα στη θεωρία επιπέδων των Van Hiele, πάνω στην οποία στηρίζεται η ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων. Στη συνέχεια παρουσιάζεται η ύλη της Γεωμετρίας στο γυμνάσιο σύμφωνα με τα νέα σχολικά



εγχειρίδια. Στο 3^ο κεφάλαιο περιγράφεται η ανάλυση των εγχειριδίων σύμφωνα με τη θεωρία των επιπέδων μάθησης των Van Hiele. Τέλος, στο 4^ο κεφάλαιο αναλύονται τα συμπεράσματα που προκύπτουν από την προαναφερθείσα ανάλυση και δίνονται προτάσεις για την αξιοποίηση τους στην εκπαιδευτική διαδικασία.

Στο σημείο αυτό, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τους καθηγητές του Μεταπτυχιακού Προγράμματος Σπουδών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων με τους οποίους συνεργάστηκα κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, και κυρίως την κ. Ευγενία Κολέξα, αναπληρώτρια καθηγήτρια Διδακτικής των Μαθηματικών, και τον κ. Αναστάσιο Μικρόπουλο, Καθηγητή Πληροφορικής στην Εκπαίδευση, για την ιδιαίτερη και εποικοδομητική συνεργασία που αναπτύξαμε στο πλαίσιο της ειδίκευσης “Τα Μαθηματικά και η Πληροφορική στην Εκπαίδευση”.

Παρασκευή Αναστασοπούλου

Ιωάννινα, Νοέμβριος 2008



1. Η θεωρία των Ρεαλιστικών Μαθηματικών

Τα θεμέλια της ρεαλιστικής μαθηματικής εκπαίδευσης τέθηκαν στη δεκαετία του 1970 από τον Ολλανδό H. Freudenthal και τους συνεργάτες του στο πλαίσιο ερευνητικού προγράμματος του Ινστιτούτου για την Ανάπτυξη της Μαθηματικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου της Ουτρέχτης. Ο όρος «Ρεαλιστικά Μαθηματικά» παραπέμπει αφενός στη σύνδεση με την πραγματικότητα, αφετέρου στο γεγονός ότι οι στόχοι του δεν υπερβαίνουν τις δυνατότητες πραγματοποίησής τους από τους μαθητές και τους καθηγητές τους. Η θεωρία για τη ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση μπορεί να περιγραφεί με τη βοήθεια τριών παραμέτρων (Streefland, 2000):

- α) της διδακτικής φαινομενολογίας του H. Freudenthal,
- β) της προοδευτικής μαθηματοποίησης της ομάδας Wiskobas,
- γ) της θεωρίας επιπέδων των Van Hiele.

1.1. Η θεωρία της διδακτικής φαινομενολογίας του H. Freudenthal

Σύμφωνα με τον Freudenthal, οι μαθηματικές έννοιες είναι εργαλεία οργάνωσης των πραγματικών φαινομένων. Κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, ο μαθητής μαθαίνει να χειρίζεται αυτά τα εργαλεία στα πλαίσια ενός αλληλεπιδραστικού περιβάλλοντος μέσα από μια ποικιλία φαινομένων που του επιτρέπουν να αντιμετωπίζει τις μαθηματικές δομές από διάφορες οπτικές γωνίες. Στο πλαίσιο αυτό, ο βασικός στόχος της διδακτικής πράξης είναι να έρθουν οι μαθητές σε επαφή με τα φαινόμενα εκείνα, για τα οποία οι μαθηματικές έννοιες και δομές αποτελούν τα οργανωτικά εργαλεία, έτσι ώστε να διαμορφώσουν μόνοι τους αυτά τα εργαλεία σε μια διαδικασία επανα-ανακάλυψης και να μάθουν να τα χειρίζονται και να τα χρησιμοποιούν στα πλαίσια ευρύτερων μαθησιακών/διδακτικών στόχων. Σε μια τέτοια διαδικασία είναι σημαντικός ο ρόλος του δασκάλου ως μεσολαβητή που θα φέρει το μαθητή σε επαφή με τις κατάλληλες θεματικές περιοχές και φαινόμενα και ως παρακινητή για τη δημιουργία συσχετισμών και την απόδοση νοήματος (Streefland, 2000).



1.2. Η θεωρία της προοδευτικής μαθηματικοποίησης της ομάδας

Wiskobas

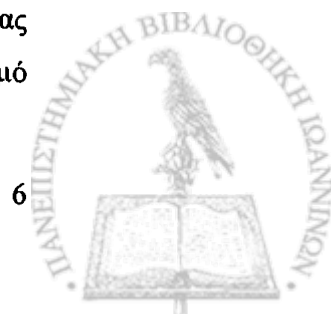
Στο πλαίσιο των ρεαλιστικών μαθηματικών οι πραγματικές καταστάσεις ή τα προβλήματα αντιμετωπίζονται σε πρώτη φάση διαισθητικά, γεγονός που σε συνδυασμό με ένα αλληλεπιδραστικό περιβάλλον συμβάλλει στο να ανασυρθούν οι μαθηματικές έννοιες από τις πραγματικές καταστάσεις μέσα από μια διαδικασία προοδευτικής μαθηματικοποίησης του προβλήματος. Η διαδικασία της μαθηματικοποίησης αναλύεται σε δύο συνιστώσες: την οριζόντια και την κατακόρυφη μαθηματικοποίηση. Κατά την οριζόντια μαθηματικοποίηση το πραγματικό φαινόμενο «μεταφράζεται» σε μαθηματικό πρόβλημα. Μέσα από συγκεκριμένες ενέργειες ο μαθητής προσπαθεί να εντοπίσει τις μαθηματικές έννοιες που βρίσκονται διάχυτες στο πραγματικό πρόβλημα και καταλήγει στη δημιουργία ενός μαθηματικού προβλήματος, το οποίο πλέον κατά την κατακόρυφη μαθηματικοποίηση αντιμετωπίζεται και επεξεργάζεται με μαθηματικά εργαλεία. Σε κάθε φάση της μαθηματικοποίησης ο μαθητής αναστοχάζεται πάνω σε κάθε ενέργειά του, εκτιμά την πρόοδό του, ανταλλάσσει απόψεις με τους άλλους, αξιολογεί τα προϊόντα της μαθηματικοποίησης και ερμηνεύει τα αποτελέσματα που παίρνει. Στην ουσία, η μαθηματικοποίηση πραγματοποιείται στο πλαίσιο μιας αλληλεπιδραστικής διδασκαλίας, η οποία παρέχει ευκαιρίες για συζήτηση, ανταλλαγή απόψεων και συνεργασία τόσο μεταξύ των μαθητών αλλά και με τον εκάστοτε διδάσκοντα.

Κατά την προοδευτική μαθηματικοποίηση ενός ρεαλιστικού προβλήματος, τόσο η οριζόντια όσο και η κατακόρυφη φάση υλοποιούνται στο πλαίσιο των παρακάτω διδακτικών αρχών:

Η αρχή της φαινομενολογικής εξερεύνησης: Σύμφωνα με την αρχή αυτή, τα πραγματικά φαινόμενα πρέπει να εξερευνούνται κάτω από όσο το δυνατόν περισσότερες οπτικές γωνίες, με στόχο το σχηματισμό διαισθητικών εννοιών που θα αποτελέσουν τη βάση για το χτίσιμο της επιθυμητής μαθηματικής έννοιας ή δομής.

Γεφύρωση των επιπέδων με χρήση εργαλείων: Στη φάση αυτή ο μαθητής καλείται να γεφυρώσει τη διαφορά μεταξύ των διαισθητικών εννοιών στις τυπικές μαθηματικές έννοιες και δομές. Η γεφύρωση γίνεται με σταδιακά βήματα και με τη χρήση κατάλληλων εργαλείων, όπως σχήματα, διαγράμματα, πίνακες και σύμβολα.

Αρχή της αυτοδυναμίας: Ο μαθητής σε κάθε φάση της μαθησιακής διαδικασίας επιτρέπει στον εκπαιδευτικό να γνωρίζει σε ποιο στάδιο βρίσκεται και τον βαθμό



προόδου του στη διαδικασία της μαθηματικοποίησης. Κατά συνέπεια, ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να προσαρμόζει τη διδακτική δραστηριότητα σύμφωνα με το επίπεδο του μαθητή και να καθορίζει έτσι την πορεία της μαθηματικοποίησης.

Αρχή της αλληλεπίδρασης: Οι μαθητές κατά τη διδασκαλία έχουν τη δυνατότητα να επεξεργαστούν όχι μόνο τις δικές τους ενέργειες και κατασκευές αλλά και εκείνες των συμμαθητών τους στο πλαίσιο μιας γόνιμης αντιπαράθεσης κατά την οποία ανταλλάσσουν επιχειρήματα, απόψεις και πρακτικές, αντισταθμίζουν τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα μιας μεθόδου και γενικότερα μέσα από μια γενικότερη αλληλεπίδραση καταφέρνουν να συντομεύσουν το πέρασμα από το ένα στάδιο μαθηματικοποίησης στο άλλο.

Αρχή της συνύφανσης: Η αρχή αυτή στηρίζεται στο γεγονός ότι τα πραγματικά φαινόμενα σπάνια εκφράζουν μία μόνο μαθηματική έννοια ή αρχή και κατά συνέπεια η διαδικασία της μαθηματικοποίησης απαιτεί τη σύνδεση πολλών θεματικών περιοχών και εννοιών (Streefland, 2000).

1.3. Η θεωρία επιπέδων των Van Hiele

Στο χώρο της έρευνας για τη διδασκαλία και μάθηση της Γεωμετρίας υπάρχουν δύο βασικές προσεγγίσεις (Hershkowitz 1989, στο Κολέζα 2000). Σύμφωνα με την πρώτη προσέγγιση («top-down» προσέγγιση), η διδασκαλία επικεντρώνεται στη διατύπωση μιας θεωρίας και στην επιλογή των δραστηριοτήτων εκείνων οι οποίες ταιριάζουν στο θεωρητικό μοντέλο αλλά δεν αντανακλούν απαραίτητα το επίπεδο των μαθητών. Κύριος στόχος της δεύτερης προσέγγισης («bottom-up» προσέγγιση) είναι η κατανόηση και ερμηνεία των δυνατοτήτων των μαθητών και των διαδικασιών που ακολουθούν. Στη σύγχρονη έρευνα επικρατεί δεύτερη προσέγγιση και η επικρατέστερη θεωρία της είναι η θεωρία των γεωμετρικών επιπέδων σκέψης του Ολλανδού Piere-Marie Van Hiele και της συζύγου του Dina.

Σύμφωνα με τη θεωρία των Van Hiele (1986, στο Κολέζα 2000) η γεωμετρική σκέψη του μαθητή εξελίσσεται σε πέντε διαδοχικά επίπεδα, με βάση τα οποία σχεδιάζεται η διδασκαλία της Γεωμετρίας και έχει ως στόχο τη διευκόλυνση του περάσματος από το ένα επίπεδο στο άλλο. Το περιεχόμενο των επιπέδων έχει ως εξής:



Πρώτο επίπεδο: Επίπεδο Αναγνώρισης (Recognition level) ή Οπτικοποίησης (Visualisation level). Στο αρχικό αυτό επίπεδο οι μαθητές αντιλαμβάνονται τα γεωμετρικά σχήματα με βάση τη μορφή τους και όχι σε σχέση με τις ιδιότητές τους.

Δεύτερο επίπεδο: Περιγραφικό επίπεδο (Descriptive level) ή επίπεδο Ανάλυσης (Analysis). Σ' αυτό το επίπεδο τα σχήματα αναγνωρίζονται χάρη στις ιδιότητές τους. Οι μαθητές είναι πλέον ικανοί να περιγράφουν τις ιδιότητες ενός σχήματος αλλά όχι και να τις ορίζουν τυπικά.

Τρίτο επίπεδο: Θεωρητικό επίπεδο (Theoretical level) ή επίπεδο Άτυπης Παραγωγής (Informal deduction) ή Διάταξης (Order). Στο στάδιο αυτό οι μαθητές μπορούν να διατάσσουν λογικά τα σχήματα και τις ιδιότητές τους και να αντιλαμβάνονται το ρόλο του ορισμού. Μπορούν να κατανοήσουν απλές παραγωγικές συλλογιστικές διαδικασίες αλλά δεν μπορούν ακόμα να κατανοήσουν ή να συνθέσουν μια πλήρη απόδειξη.

Τέταρτο επίπεδο: Επίπεδο τυπικής λογικής (Formal logic) ή Τυπικής Παραγωγής (Formally deduction level) ή Αφαίρεσης (Abstraction). Οι μαθητές αντιλαμβάνονται τη σημασία της παραγωγικής διαδικασίας ως ένα μέσο κατασκευής και ανάπτυξης της θεωρίας της Γεωμετρίας. Επιπλέον, κατανοούν το ρόλο των αξιωμάτων και είναι πλέον ικανοί να αναπαράγουν ή να συνθέτουν αποδείξεις.

Πέμπτο στάδιο: Επίπεδο Αυστηρότητας (Rigor level). Στο τελευταίο πλέον στάδιο οι μαθητές μπορούν να εργαστούν με μια ποικιλία αξιωματικών συστημάτων και είναι ικανοί για αφηρημένους συλλογισμούς και πλήρεις αποδείξεις.

Εκτός της βασικής περιγραφής των επιπέδων, η θεωρία των Van Hiele υποστηρίζει επίσης τα εξής:

- Οι μαθητές περνούν από το ένα επίπεδο στο επόμενο, χωρίς να παραλείψουν κανένα ενδιάμεσο επίπεδο.
- Τα επίπεδα είναι διακριτά και σφαιρικά, δηλαδή ένας μαθητής βρίσκεται σε κάποιο επίπεδο ανεξαρτήτως γνωστικού αντικειμένου.
- Ένας μαθητής που βρίσκεται σε κάποιο επίπεδο δεν μπορεί να επικοινωνήσει με μαθητές άλλου επιπέδου ή να κατανοήσει θέματα στο πλαίσιο μιας διδασκαλίας ανωτέρου επιπέδου.
- Η εξέλιξη της σκέψης ενός μαθητή από το ένα επίπεδο στο άλλο δεν εξαρτάται από την ηλικία του αλλά οφείλεται σε διδακτικές και μαθησιακές εμπειρίες. Η μετάβαση δηλαδή από το ένα επίπεδο στο άλλο



δεν είναι μια φυσική διαδικασία αλλά υλοποιείται κάτω από την επίδραση ενός προγράμματος διδασκαλίας-μάθησης.

Βασιζόμενος στην ύπαρξη των παραπάνω επιπέδων γεωμετρικής σκέψης, ο Van Hiele βλέπει την οργάνωση της διδασκαλίας της Γεωμετρίας καθ' όλη τη διάρκεια της υποχρεωτικής εκπαίδευσης ως εξής (Κολέζα κ.ά. 1990):

Η πρώτη φάση της διδασκαλίας της Γεωμετρίας πρέπει να εξασφαλίζει την κατάκτηση του δεύτερου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης (περιγραφικό επίπεδο), που ο Van Hiele ονομάζει «γεωμετρική άποψη» (“the aspect of Geometry”), να μπορούν δηλαδή οι μαθητές να περιγράφουν τις ιδιότητες ενός σχήματος. Για να πετύχουμε αυτό το στόχο, πρέπει να θέσουμε στη διάθεση των μαθητών μια ποικιλία από γεωμετρικά σχήματα και τα κατάλληλα εργαλεία που θα τους βοηθήσουν να ανακαλύψουν τις σχέσεις και τις ιδιότητες που αφορούν αυτά τα σχήματα.

Η δεύτερη φάση της διδασκαλίας του μαθήματος πρέπει να οδηγεί στην απόκτηση του τρίτου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης (θεωρητικό επίπεδο), που ο Van Hiele ονομάζει «ουσία της Γεωμετρίας» (“the essence of Geometry”), να αφομοιώνουν δηλαδή οι μαθητές τις σχέσεις που συνδέουν τις ιδιότητες των σχημάτων και επιπλέον να μπορούν να διατάσσουν λογικά τις ιδιότητες αυτές.

Η τρίτη φάση της διδασκαλίας πρέπει να εξασφαλίζει την κατάκτηση του τέταρτου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης (επίπεδο τυπικής λογικής), που ο Van Hiele ονομάζει «γεωμετρική οξυδέρκεια» (“discernment in Geometry”), να μπορούν δηλαδή οι μαθητές να κατανοούν τη λογική διάταξη των ιδιοτήτων ενός σχήματος.

Η τέταρτη φάση της διδασκαλίας της γεωμετρίας λαμβάνει πλέον χώρα στην τριτοβάθμια εκπαίδευση και εξασφαλίζει την κατάκτηση του πέμπτου επιπέδου ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης (επίπεδο αυστηρότητας), που ο Van Hiele ονομάζει «μαθηματική οξυδέρκεια» (“discernment in Mathematics”), να μπορούν δηλαδή οι μαθητές να αναλύουν σε τι έγκειται μια μαθηματική δραστηριότητα και σε τι διαφέρει από δραστηριότητες άλλων μαθημάτων. Για να φτάσει ο μαθητής σε αυτό το επίπεδο πρέπει να είναι ικανός να εκτελεί όλα τα βήματα που οδηγούν στην επίλυση οποιουδήποτε μαθηματικού προβλήματος και να μπορεί να δει τη δομή του προβλήματος στη γενικότητά του, σαν μια ολότητα.

Ο ρόλος του δασκάλου στις παραπάνω φάσεις διδασκαλίας είναι καθαρά επικουρικός. Αυτό σημαίνει ότι δεν θα αφήνει τους μαθητές να ανακαλύπτουν τα



πάντα μόνοι τους αλλά να προσπαθεί με κατάλληλες δραστηριότητες, ανάλογα με το επίπεδο ανάπτυξης της γεωμετρικής σκέψης του κάθε μαθητή, να τους κατευθύνει, προσπαθώντας κάθε φορά να μιλά στη γλώσσα τους.

Για παράδειγμα ας εξετάσουμε πως διαμορφώνεται σταδιακά στο νου του μαθητή η έννοια του ρόμβου, ανάλογα με το επίπεδο που βρίσκεται (Van Hiele 1986, στο Κολέζα 2000). Στο πρώτο επίπεδο, όταν ένας μαθητής τρίτης ή τετάρτης δημοτικού αποφαινεται ότι ένα σχήμα είναι ρόμβος, αυτό σημαίνει ότι το σχήμα αυτό μοιάζει με το σχήμα του βιβλίου που το λένε ρόμβο. Η ονομασία του σχήματος στηρίζεται αποκλειστικά σε ένα οπτικό πρότυπο, το οποίο αν π.χ. αλλάξει προσανατολισμό μπορεί να μη θεωρείται άλλο ρόμβος αλλά τετράγωνο. Στο δεύτερο επίπεδο, ο μαθητής της έκτης δημοτικού θεωρεί ότι ένα σχήμα είναι ρόμβος διότι έχει μια σειρά από ιδιότητες, η αναγνώριση του σχήματος οφείλεται σε ένα δίκτυο σχέσεων και μπορεί να γίνει ακόμα και αν το σχήμα δεν έχει κατασκευαστεί με ακρίβεια. Στο τρίτο επίπεδο, ένας μαθητής της δευτέρας γυμνασίου συνειδητοποιεί ότι το σχήμα είναι ρόμβος όταν ικανοποιεί τον ορισμό, και επιπλέον μπορεί να το ταξινομήσει μέσα στο σύνολο των τετραπλεύρων. Στο τέταρτο επίπεδο, ο μαθητής της πρώτης λυκείου μπορεί με βάση τον ορισμό και άλλες γνωστές προτάσεις να αποδείξει πλήρως τις ιδιότητές του αλλά και να διατυπώσει κριτήρια ικανά να χαρακτηρίσουν ένα τετράπλευρο ως ρόμβο. Τέλος, στο πέμπτο επίπεδο, ένα φοιτητής των μαθηματικών μπορεί να αναγνωρίσει αν ένα σχήμα είναι ρόμβος ή όχι σε άλλα αξιωματικά συστήματα.

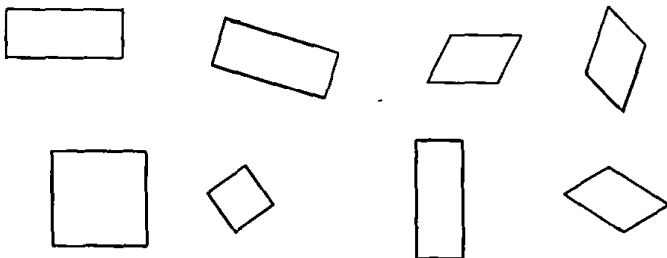
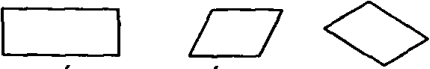
Ένα παράδειγμα διδακτικής εφαρμογής των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης για τη διδασκαλία του τετραγώνου στην ΣΤ' τάξη του δημοτικού είναι το εξής (Πιπίνος, 2006): Σύμφωνα με το αναλυτικό πρόγραμμα σπουδών οι μαθητές τελειώνοντας την ΣΤ' τάξη πρέπει να είναι ικανοί να:

- χειρίζονται με άνεση τα γεωμετρικά όργανα
- να χρησιμοποιούν ένα στοιχειώδες γεωμετρικό λεξιλόγιο,
- να αναγνωρίζουν σχήματα από μια εικόνα ή από μια λεκτική περιγραφή,
- να διακρίνουν τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά ενός σχήματος και να περιγράφουν με άνεση τις ιδιότητές του, χρησιμοποιώντας το κατάλληλο λεξιλόγιο,



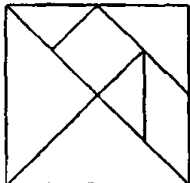
- να χρησιμοποιούν τις ιδιότητες ενός σχήματος, για να το κατασκευάζουν, όπως και τις ιδιότητες κάποιων στερεών, για να κατασκευάζουν τα αναπτύγματα τους,
- να ομαδοποιούν σχήματα ανάλογα με τις ιδιότητές τους,
- να αναγνωρίζουν τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων,
- να χρησιμοποιούν τεχνικές μετασχηματισμού σχημάτων (αξονική συμμετρία, μεταφορά, μεγέθυνση, σμίκρυνση).

Για την επίτευξη των παραπάνω στόχων, προτείνονται οι παρακάτω δραστηριότητες, οι οποίες βασίζονται στα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης των Van Hiele και στην αντίστοιχη ανάπτυξη των δεξιοτήτων γεωμετρικής φύσης.

Δραστηριότητες	Διδακτική Θεώρηση
Δραστηριότητα 1^η α) Ταξινομήστε τα παρακάτω σχήματα σε κατηγορίες:  β) Γνωρίζοντας ότι τα σχήματα:  δεν είναι «τετράγωνα», σε ποια από τις κατηγορίες της ταξινόμησης που κάνατε θα δίνετε αυτό τον τίτλο;	Επίπεδο Αναγνώρισης Οπτικές ικανότητες
Δραστηριότητα 2^η α) Σχεδιάστε σε τετραγωνισμένο χαρτί ένα τετράγωνο. Βάλτε στις «μύτες» του τα γράμματα Α, Β, Γ, Δ. Χαράξτε τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ και ΒΔ. β) Πώς λέγονται τα σημεία Α, Β, Γ, Δ, πώς τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΔ, ΔΑ και πώς τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΓ, ΒΔ του τετραγώνου; γ) Κόψτε το τετράγωνο που σχεδιάσατε. Περιεργαστείτε το και παρατηρήστε το από διάφορες θέσεις και διαφορετικές μεριές.	Ικανότητες σχεδίασης Λεκτικές ικανότητες Λογικές ικανότητες

Αλλάξτε του θέση στο χώρο, Πώς φαίνεται; Εξακολουθεί να είναι τετράγωνο;	
Δραστηριότητα 3^η α) Περιγράψτε τα τετράγωνα αντικείμενα της τάξης ή του χώρου στον οποίο ζείτε. Τι μπορείτε να σχολιάσετε σχετικά για το σκάκι, το ζάρι ή τις πυραμίδες; β) Φτιάξτε μικρά τετράγωνα με οδοντογλυφίδες και μεγαλύτερα με καλαμάκια. Πόσα κομμάτια χρειάζεστε για το κάθε τετράγωνο; Κολλήστε τα σε χαρτόνι και ονομάστε τα.	Ικανότητες Εφαρμογής
Δραστηριότητα 4^η α) Πόσα τετράγωνα μπορείτε να διακρίνετε στο παρακάτω σχέδιο;	Επίπεδο Ανάλυσης Οπτικές ικανότητες
Δραστηριότητα 5^η α) Προσπαθήστε να σχεδιάσετε σε λευκό χαρτί ένα τετράγωνο πλευράς 4 εκ. Ποιες δυσκολίες αντιμετωπίζετε; Ποια γεωμετρικά όργανα θα χρειαστείτε για τη σχεδιάσή του; Πόσες και τι είδους γωνίες έχει το τετράγωνο; Πόσες πλευρές έχει το τετράγωνο και τι σχέση έχουν μεταξύ τους; β) Κόψτε το τετράγωνο που σχεδιάσατε και χαράξτε τις διαγωνίες του. Πόσες διαγωνίες έχει το τετράγωνο και τι σχέση έχουν μεταξύ τους; γ) Διπλώστε το τετράγωνο κατά μήκος της μιας διαγωνίου του. Τι σχήματα προκύπτουν; Τι σχέση έχουν μεταξύ τους; Είναι συμμετρικά; Με ποιους άλλους τρόπους μπορείτε να διπλώσετε το τετράγωνο, ώστε να προκύψουν συμμετρικά σχήματα; δ) Κόψτε τις 4 γωνίες του τετραγώνου. Τι μέτρο έχει η καθεμία; Βάλτε διαδοχικά τη μία δίπλα στην άλλη. Πόσο είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τετραγώνου; Μπορείτε να καταλήξετε στο ίδιο συμπέρασμα, ξέροντας ότι η διαγώνιος του τετραγώνου το χωρίζει	Ικανότητες σχεδίασης

σε δύο ίσα τρίγωνα;	
Δραστηριότητα 6^η α) Περιγράψτε στα άλλα μέλη της ομάδας σας ένα τετράγωνο, με βάση τις ιδιότητές του. Φτιάξτε έναν πίνακα με τις ιδιότητες και τα χαρακτηριστικά του τετραγώνου που έχετε βρει μέχρι τώρα ή και άλλα, που μπορείτε να διαισθανθείτε. Συντάξτε ενδιαφέροντα σχετικά αινίγματα. β) Συζητήστε και σχολιάστε τις παρακάτω προτάσεις: Ένα τετράγωνο είναι και παραλληλόγραμμο. Ένα τετράγωνο είναι και ορθογώνιο. Οι διαγώνιοι ενός τετραγώνου το χωρίζουν σε τέσσερα ορθογώνια τρίγωνα, ίσα μεταξύ τους.	Λεκτικές ικανότητες Λογικές ικανότητες
Δραστηριότητα 7^η α) Ξεδιπλώστε μια χαρτοπετσέτα. Ποια σχήματα διακρίνετε; β) Ενώστε τέσσερα ίσα τετράγωνα με διάφορους τρόπους. Τι σχήματα μπορούν να προκύψουν;	Ικανότητες Εφαρμογής
Δραστηριότητα 8^η Φωτίστε ένα τετράγωνο και δείτε τη σκιά του. Μετατοπίστε το και περιστρέψτε το. Τι σχήματα παίρνει η σκιά του;	Επίπεδο Διάταξης- Ταξινόμησης Οπτικές Ικανότητες
Δραστηριότητα 9^η α) Συναρμολογήστε με διπλόκαρφα 4 χαρτοταινίες ίσων διαστάσεων και φτιάξτε ένα τετράγωνο. Αποτυπώστε το περίγραμμα του τετραγώνου σε χαρτί και χαράξτε τις διαγωνιές του. Μετά τραβήξτε τις δύο απέναντι κορυφές του τετραγώνου έτσι ώστε να αλλάξει σχήμα. Αποτυπώστε το περίγραμμα του νέου σχήματος σε χαρτί και χαράξτε τις διαγωνιές του. Τι σχήμα προέκυψε; β) Ποιες ομοιότητες και ποιες διαφορές παρατηρείτε μεταξύ τετραγώνου και ρόμβου;	Λεκτικές Ικανότητες
Δραστηριότητα 10^η α) Σχεδιάστε σε τετραγωνισμένο χαρτί διάφορα τετράπλευρα.	Λογικές

Παρατηρήστε τα και συζητήστε μεταξύ σας γι' αυτά. Να τα ονομάσετε και να επισημάνετε τις ομοιότητες και τις διαφορές τους. β) Προσπαθήστε με τα σχήματα αυτά να καλύψετε την επιφάνεια του βιβλίου σας. Με τη χρήση ποιου είδους πιστεύετε ότι θα καλυπτόταν πλήρως; γ) Βάλτε σε μια λογική σειρά τις έννοιες: ορθογώνια, τετράπλευρα, παραλληλόγραμμο, πολύγωνα, τραπέζια, τετράγωνα. Εξηγήστε και δικαιολογήστε το διάγραμμά σας.	ικανότητες Ικανότητες σχεδίασης
Δραστηριότητα 11^η α) Σχεδιάστε ένα τετράγωνο με τις διαγώνιές του. Κόψτε τα 4 τρίγωνα που σχηματίζονται. Με αυτά να κατασκευάσετε τα εξής σχήματα: ισοσκελές τρίγωνο, ορθογώνιο παραλληλόγραμμο, πλάγιο παραλληλόγραμμο, ισοσκελές τραπέζιο. β) Να κατασκευάσετε σε τετραγωνισμένο χαρτί ένα «κινέζικο τετράγωνο», όπως στο υπόδειγμα, και μετά να φτιάξετε τετράγωνα χρησιμοποιώντας 1, 2, 3, 4, 5 ή 7 κομμάτια του.	Ικανότητες σχεδίασης
	
Δραστηριότητα 12^η Σε ποια αντικείμενα ή κατασκευές θα μπορούσε να αντικατασταθεί το σχήμα του τετραγώνου που έχουν με κάποιο άλλο σχήμα; Γράψτε τις σχετικές παρατηρήσεις σας.	Ικανότητες εφαρμογής

Ο Α. Hoffer τροποποίησε και συμπλήρωσε τη θεωρία των επιπέδων του P.M. van Hiele προτείνοντας πέντε δεξιότητες-ικανότητες που πρέπει να αναπτύσσουν οι μαθητές και που παρατίθενται στον παρακάτω πίνακα μαζί με ένα σχέδιο μαθήματος για το τρίγωνο (Κοντογιάννης Δ., Ντζιαχρήστος Β., 1999):



Βασικές ικανότητες στη Γεωμετρία

ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ I ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ
	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	Αναγνωρίζει διάφορα σχήματα από μια εικόνα. Αναγνωρίζει μια πληροφορία που δίνεται με ένα σχήμα.	Μπορεί να διακρίνει τις ιδιότητες ενός σχήματος. Εντοπίζει ένα σχήμα σαν μέρος ενός πιο σύνθετου σχήματος.	Αναγνωρίζει σχέσεις μεταξύ διαφόρων ειδών σχημάτων. Αναγνωρίζει κοινές ιδιότητες διαφόρων ειδών σχημάτων.	Χρησιμοποιεί πληροφορία σχετική με ένα σχήμα για να συμπεράνει νέα στοιχεία.	Αναγνωρίζει εσφαλμένες παραδοχές σε ένα πρόβλημα που χρησιμοποιήθηκαν σχήματα. Συλλαμβάνει σχέσεις σχημάτων σε διάφορα επαγωγικά συστήματα.
	Συσχετίζει το σχήμα με τη σωστή ονομασία. Ερμηνεύει προτάσεις που περιγράφουν σχήματα. Καταλαβαίνει από την περιγραφή για ποιο σχήμα πρόκειται.	Περιγράφει με άνεση διάφορες ιδιότητες ενός σχήματος.	Μπορεί να δίνει τον ορισμό εννοιών άνετα και συνειδητά. Διατυπώνει προτάσεις που δείχνουν τις σχέσεις μεταξύ των σχημάτων.	Κατανοεί τις διαφορές μεταξύ ορισμών και αξιωμάτων και θεωρημάτων. Διακρίνει τις υποθέσεις από τα συμπεράσματα στην εκφώνηση ενός προβλήματος.	Διατυπώνει προεκτάσεις γνωστών αποτελεσμάτων. Περιγράφει διάφορα επαγωγικά συστήματα.

ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	Κατασκευάζει με άνεση σχήματα και μπορεί να ονομάζει τα διάφορα μέρη τους.	Μεταφράζει προφορική πληροφορία σε εικόνα. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες ενός σχήματος για να κατασκευάσει το σχήμα.	Δεδομένων κάποιων σχημάτων, μπορεί να κατασκευάζει άλλα που σχετίζονται με τα αρχικά.	Αναγνωρίζει πώς και πώς να χρησιμοποιήσει βοηθητικά στοιχεία σε ένα σχήμα. Από δοσμένη πληροφορία συμπεραίνει πως να κατασκευάσει ένα συγκεκριμένο σχήμα.	Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες διαφόρων οργάνων μέτρησης. Αναπαριστά σχηματικά έννοιες διαφόρων επαγωγικών συστημάτων.
ΛΟΓΙΚΗΣ	Συνειδητοποιεί ότι υπάρχουν διαφορές και ομοιότητες ανάμεσα στα σχήματα. Κατανοεί τη διατήρηση του σχήματος σε διάφορες σειρές.	τα σχήματα μπορούν να ομαδοποιηθούν σε διάφορες κατηγορίες. Συνειδητοποιεί ότι οι ιδιότητες χρησιμοποιούνται για να ξεχωρίζουν τα.	Κατανοεί τα πλεονεκτήματα ενός καλού ορισμού. Χρησιμοποιεί τις ιδιότητες των σχημάτων, για να συμπεράνει αν μια ομάδα σχημάτων εμπεριέχεται σε μια άλλη ομάδα.	Χρησιμοποιεί κανόνες της λογικής για να κατασκευάσει αποδείξεις. Μπορεί να διατυπώνει συμπεράσματα από δοσμένη πληροφορία.	Αντιλαμβάνεται τα όρια και τις δυνατότητες αξιωμάτων και προτάσεων. Γνωρίζει πότε ένα σύστημα αξιωμάτων είναι ανεξάρτητο.
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	Αναγνωρίζει γεωμετρικά σχήματα σε αντικείμενα της	Αναγνωρίζει τις γεωμετρικές ιδιότητες φυσικών αντικειμένων.	Κατανοεί την έννοια του μαθηματικού μοντέλου που	Είναι σε θέση να συμπεραίνει ιδιότητες αντικειμένων από μια	Χρησιμοποιεί μαθηματικά μοντέλα, για να αναπαραστήσει

	πραγματικής ζωής.	Αναπαριστά φυσικά φαινόμενα με σχέδιο ή με τη βοήθεια μοντέλου.	αναπαριστά σχέσεις μεταξύ αντικειμένων του πραγματικού χώρου.	πληροφορία και να λύνει προβλήματα που παρουσιάζουν σχέσεις μεταξύ αντικειμένων.	αφηρημένα συστήματα. Αναπτύσσει μαθηματικά μοντέλα για φυσικά και κοινωνικά φαινόμενα.
--	-------------------	---	---	--	--

Σχέδιο μαθήματος βασισμένο στα πέντε επίπεδα P.M. van Hiele. Το τρίγωνο

ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ I ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ
	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ	ΟΠΤΙΚΕΣ
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	Ποιά από τα παρακάτω σχήματα είναι τρίγωνα;	Πόσα τρίγωνα υπάρχουν στο παρακάτω σχήμα;	Τι σχήμα έχει η τομή ενός κανονικού τετράεδρου με επίπεδο παράλληλο προς μια έδρα του;	Τι σχήμα είναι το ανάπτυγμα της παράπλευρης επιφάνειας κώνου;	Υπάρχει τρίγωνο στο οποίο τα ύψη δεν είναι κάθετα στους φορείς των απέναντι πλευρών;
	Στο τρίγωνο ΑΒΓ πώς ονομάζονται τα σημεία Α, Β, Γ και πώς τα ευθύγραμμα τμήματα ΑΒ, ΒΓ, ΓΑ;	Ποιες ιδιότητες του ισόπλευρου τριγώνου γνωρίζεις;	Να γράψεις τον ορισμό του τριγώνου.	Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι ορισμός, ποια θεώρημα και ποια αξίωμα; i. Αν δύο τρίγωνα ΑΒΓ και Α'Β'Γ' έχουν ΑΒ=Α'Β', ΑΓ=Α'Γ' και γωνίες Α=Α' τότε τα τρίγωνα είναι ίσα. ii. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, οι παρά τη	Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες είναι ίσα;

					βάση γωνίες του είναι ίσες. iii. Το σημείο G για το οποίο ισχύει: $(GAB)=(GB\Gamma)=(G\Gamma A)$ ονομάζεται βαρύκεντρο.	Το άθροισμα των γωνιών τριγώνου είναι σταθερό σε όλες τις Γεωμετρίες;
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	Με τη βοήθεια του σχεδιαγράμματος να κατασκευάσετε ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) με κάθετες πλευρές $\beta=3$ εκ. και $\gamma=4$ εκ.	Να κατασκευαστεί ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρές $\alpha=3$ εκ.	Σε ισόπλευρο τρίγωνο $AB\Gamma$ να εγγράψετε τετράγωνο.	Υπάρχει ισόπλευρο τρίγωνο με κορυφές του τετραγωνισμένου σχεδιαγράμματος;		
ΛΟΓΙΚΕΣ	Μπορεί ένα τρίγωνο να είναι συγχρόνως ορθογώνιο και ισοσκελές;	Μπορεί να υπολογιστεί το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογωνίου τριγώνου, αν γνωρίζουμε τις τρεις πλευρές του;	Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι αληθής και ποια ψευδής; α) Κάθε ισόπλευρο τρίγωνο είναι ορθογώνιο. β) Αν οι διάμεσοι	Να εξετάσετε την αλήθεια ή όχι της πρότασης. Ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($A=90^\circ$) περιστρέφεται πρώτα περί την πλευρά AB και	Πώς υπολογίζουμε το εμβαδόν ενός τριγώνου στις μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες;	

			τριγώνου είναι ίσες, το τρίγωνο είναι ισόπλευρο. γ) Αν δύο διχοτόμοι ενός τριγώνου είναι ίσες, το τρίγωνο είναι ισοσκελές.	μετά περί την ΑΓ. Τα εμβαδά των στερεών που παράγονται είναι ίσα;	
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	Περιγράψτε τα τρίγωνα αντικείμενα αίθουσας.	Αν ένα ορθογώνιο έχει κάθετες πλευρές 3 εκ. και 4 εκ. ποιο είναι το μικρότερο μέγεθος χαρτιού που θα χρειαστεί να το σχεδιάσετε με κλίμακα 1:100;	Να υπολογισθεί το εμβαδόν του μεγαλύτερου ορθογωνίου που είναι εγγεγραμμένο σε ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρά $a=5$ εκ.	Υπάρχει τρίγωνο με τα τρία ύψη του μικρότερα από 1 εκ. και εμβαδόν μεγαλύτερο από 100 εκ ² ;	Ποιο είναι το πραγματικό σχήμα ενός ισόπλευρου τριγώνου πάνω σε μια σφαίρα;

2. Η ύλη της Γεωμετρίας στο Γυμνάσιο

2.1. Στόχοι και περιεχόμενο της διδασκαλίας της Γεωμετρίας

στο Γυμνάσιο

Τα Μαθηματικά συμβάλλουν στη γενικότερη πνευματική καλλιέργεια και στην ολοκλήρωση της προσωπικότητας του μαθητή, αφού αποτελούν μέρος της πολιτισμικής κληρονομιάς της ανθρωπότητας. Συγκεκριμένα, βοηθούν στην ανάπτυξη του κριτικού πνεύματος και της συγκροτημένης σκέψης, που συνοδεύεται από δημιουργική φαντασία. Ειδικότερα με τη διδασκαλία των Μαθηματικών στο Γυμνάσιο επιδιώκεται (ΕΠΠΣ, 1997):

- α) Να εμπεδωθεί καλύτερα και να συμπληρωθεί η ύλη που διδάχτηκε στο Δημοτικό Σχολείο, ώστε οι μαθητές να εφοδιαστούν με όλες τις μαθηματικές γνώσεις που είναι απαραίτητες για τη ζωή και την περαιτέρω μελέτη και εκπαίδευση.
- β) Να εμπλουτιστούν οι εμπειρίες των μαθητών με εφαρμογές από την καθημερινή ζωή, την τεχνολογία και τις άλλες εφαρμοσμένες επιστήμες, ώστε να αναπτυχθεί μια θετική στάση των μαθητών προς τα Μαθηματικά.
- γ) Να εισαχθούν οι μαθητές στην αποδεικτική διαδικασία και να συνειδητοποιήσουν ότι αυτό αποτελεί χρήσιμο εργαλείο για την επαλήθευση γενικών νόμων.

Στις γυμνασιακές τους σπουδές οι μαθητές θα έλθουν σε επαφή με νέες ιδέες και έννοιες της Γεωμετρίας όπου επιδιώκεται:

- Η αναγνώριση και ταξινόμηση των βασικών γεωμετρικών σχημάτων.
- Η κατασκευή γεωμετρικών σχημάτων με χρήση αβαθμολόγητου κανόνα και διαβήτη.
- Η μελέτη των σχέσεων της ισότητας, της παραλληλίας και της ομοιότητας.
- Ο υπολογισμός εμβαδών και όγκων.

Με την εισαγωγή των νέων σχολικών εγχειριδίων των Μαθηματικών στο γυμνάσιο, το νέο Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος για τα Μαθηματικά και συγκεκριμένα για τη Γεωμετρία διαμορφώνεται ως εξής:



Τάξη Α΄

Στόχοι	Περιεχόμενο
1^ο Κεφάλαιο: Βασικές Γεωμετρικές Έννοιες	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	
• Σχεδιάζουν και συμβολίζουν επίπεδα, σημεία, ευθείες, ευθύγραμμο τμήματα, ημιευθείες και ημιεπίπεδα • Διακρίνουν τη διαφορά ανάμεσα σε ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από δύο σημεία και σε ευθεία που διέρχεται από δύο σημεία • Γνωρίζουν ότι από δύο σημεία διέρχεται μία μοναδική ευθεία, ενώ από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες • Γνωρίζουν ότι από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο, ενώ από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα	Σημείο-Ευθύγραμμο τμήμα-Ευθεία- Ημιευθεία-Επίπεδο-Ημιεπίπεδο
• Κατανοούν την έννοια της γωνίας και σχεδιάζουν, συμβολίζουν και διαβάζουν γωνίες • Γνωρίζουν τα είδη των γραμμών και διακρίνουν τις κυρτές από τις μη κυρτές πολυγωνικές γραμμές • Γνωρίζουν την έννοια του ευθυγράμμου σχήματος και διακρίνουν το κυρτό από το μη κυρτό ευθύγραμμο σχήμα • Γνωρίζουν ότι δύο ευθύγραμμα σχήματα είναι ίσα αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα πάνω στο άλλο	Γωνία-Γραμμή-Επίπεδα σχήματα- Ευθύγραμμο σχήματα-Ίσα σχήματα



• Γνωρίζουν ότι κάθε ευθύγραμμο τμήμα έχει συγκεκριμένο μήκος και το υπολογίζουν • Γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης μήκους στο δεκαδικό μετρικό σύστημα, τον συμβολισμό τους και τις μεταξύ τους σχέσεις • Γνωρίζουν ότι δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ίσα αν και μόνο αν έχουν ίσα μήκη και συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα με το χάρακα και το διαβήτη • Κατασκευάζουν τμήμα δοθέντος μήκους με αρχή γνωστό σημείο πάνω σε γνωστή ευθεία και να βρίσκουν την απόσταση σημείων με χάρακα • Γνωρίζουν ότι κάθε τμήμα έχει μοναδικό μέσο και το προσδιορίζουν με τη βοήθεια του χάρακα • Γνωρίζουν ότι το ευθύγραμμο τμήμα AB είναι η μικρότερη σε μήκος γραμμή από όλες τις γραμμές που συνδέουν τα σημεία A και B	Μέτρηση-σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων-Απόσταση σημείων-Μέσο ευθύγραμμου τμήματος
• Μπορούν να προσθέτουν και να αφαιρούν ευθύγραμμα τμήματα	Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων
• Γνωρίζουν ότι κάθε γωνία έχει μοναδικό μέτρο, το υπολογίζουν και γνωρίζουν ότι αυτό εξαρτάται μόνο από το «άνοιγμα» των πλευρών της • Γνωρίζουν τη βασική μονάδα μέτρησης γωνιών και υπολογίζουν με μοιρογνωμόνιο το μέτρο τους • Συγκρίνουν γωνίες με διαφανές χαρτί ή με μοιρογνωμόνιο και γνωρίζουν	Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών-Διχοτόμος γωνίας

ότι δύο γωνίες είναι ίσες αν και μόνο αν έχουν το ίδιο μέτρο • Σχεδιάζουν γωνίες όταν γνωρίζουν το μέτρο τους • Γνωρίζουν τι είναι η διχοτόμος μιας γωνίας, ότι κάθε γωνία έχει μοναδική διχοτόμο και τη σχεδιάζουν	
• Γνωρίζουν και σχεδιάζουν διάφορα είδη γωνιών (οξεία, ορθή, αμβλεία) • Διαπιστώνουν με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου αν μια γωνία είναι οξεία, ορθή ή αμβλεία και τότε δύο ευθείες είναι κάθετες μεταξύ τους • Γνωρίζουν ότι από ένα σημείο άγεται μία και μόνο κάθετη σε μία ευθεία και τη χαράζουν με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου ή του γνώμονα	Είδη γωνιών-Κάθετες ευθείες
• Γνωρίζουν και σχεδιάζουν εφεξής γωνίες και υπολογίζουν το άθροισμα δύο ή περισσότερων γωνιών	Εφεξής και διαδοχικές γωνίες- Άθροισμα γωνιών
• Γνωρίζουν τότε δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές και τότε συμπληρωματικές • Γνωρίζουν ότι, όταν οι μη κοινές πλευρές δύο εφεξής γωνιών είναι αντικείμενες ημιευθείες, οι γωνίες είναι παραπληρωματικές και αντιστρόφως • Γνωρίζουν ότι, όταν οι μη κοινές πλευρές δύο εφεξής γωνιών είναι κάθετες ημιευθείες, οι γωνίες είναι συμπληρωματικές και αντιστρόφως • Υπολογίζουν και σχεδιάζουν την	Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες- Κατακορυφήν γωνίες

παραπληρωματική και τη συμπληρωματική μιας γωνίας Γνωρίζουν πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν, ότι οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες και σχεδιάζουν δύο κατακορυφήν γωνίες	
- Γνωρίζουν πότε δύο ευθείες είναι παράλληλες και ότι αν δύο ευθείες είναι κάθετες σε μία τρίτη, τότε θα είναι μεταξύ τους παράλληλες - Γνωρίζουν ότι από ένα σημείο εκτός ευθείας άγεται μία και μόνο μία ευθεία παράλληλη προς αυτήν και τη χαράσσουν με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου ή του γνώμονα	Θέσεις ευθειών στο επίπεδο
- Κατανοούν τι σημαίνει απόσταση σημείου από ευθεία και την υπολογίζουν με τη βοήθεια του γνώμονα και του χάρακα - Κατανοούν τι σημαίνει απόσταση δύο παραλλήλων και την υπολογίζουν με τη βοήθεια του γνώμονα και του χάρακα	Απόσταση σημείου από ευθεία- Απόσταση παραλλήλων
- Κατανοούν την έννοια του κύκλου, αναγνωρίζουν τα στοιχεία τους και τον σχεδιάζουν - Διακρίνουν τον κύκλο από τον κυκλικό δίσκο και σχεδιάζουν με κανόνα και διαβήτη ένα τρίγωνο, όταν δίνονται οι τρεις πλευρές του	Κύκλος και στοιχεία του κύκλου
Γνωρίζουν ότι ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και ότι στον ίδιο	Επίκεντρη γωνία-Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντιστοίχου τόξου- Μέτρηση τόξου

κύκλο (ή σε ίσους κύκλους), ίσες επίκεντρες γωνίες βαίνουν σε ίσα τόξα και αντιστρόφως Κατασκευάζουν, με κανόνα και διαβήτη, γωνία ίση με δεδομένη και σχεδιάζουν με κανόνα και διαβήτη ένα τρίγωνο όταν δίνονται: (α) δύο πλευρές και η περιεχόμενη γωνία και (β) μία πλευρά και οι προσκείμενες γωνίες	
Διακρίνουν αν μία ευθεία είναι τέμνουσα ή εφαπτομένη του κύκλου και σχεδιάζουν την εφαπτομένη ενός κύκλου σε ένα σημείο του	Θέσεις ευθείας και κύκλου
2^ο Κεφάλαιο: Συμμετρία	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	
- Γνωρίζουν πότε δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς ευθεία - Γνωρίζουν πότε δύο σχήματα είναι συμμετρικά ως προς ευθεία και ότι τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι ίσα - Βρίσκουν το συμμετρικό σημείο ευθυγράμμου τμήματος, ευθείας, τριγώνου, γωνίας και κύκλου ως προς μία ευθεία και γνωρίζουν τις γεωμετρικές ιδιότητες που απορρέουν από τη συμμετρία αυτή	Συμμετρία ως προς άξονα
Αναγνωρίζουν σχήματα με άξονα ή άξονες συμμετρίας	Άξονας συμμετρίας
Χαράσσουν τη μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος με τη βοήθεια	Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος

βαθμολογημένου κανόνα και γνώμονα • Γνωρίζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος • Χαράσσουν τη μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος με κανόνα και διαβήτη	
• Γνωρίζουν ότι η συμμετρία ως προς κέντρο O είναι μια στροφή γύρω από το O κατά γωνία 180° • Γνωρίζουν πότε δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς σημείο • Γνωρίζουν πότε δύο σχήματα είναι συμμετρικά ως προς σημείο και ότι αυτά τα συμμετρικά σχήματα είναι ίσα • Κατασκευάζουν το συμμετρικό σημείου, ευθύγραμμου τμήματος, ευθείας, γωνίας, τριγώνου, πολυγώνου και κύκλου ως προς σημείο	Συμμετρία ως προς σημείο
• Αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας • Γνωρίζουν τα βασικά γεωμετρικά σχήματα με κέντρο συμμετρίας και τις γεωμετρικές ιδιότητες που απορρέουν από τη συμμετρία αυτή	Κέντρο συμμετρίας
• Γνωρίζουν πως ονομάζονται τα ζεύγη των γωνιών που σχηματίζονται από την τομή δύο παραλλήλων με μία πέμνουσά τους • Διαπιστώνουν ότι όλες οι οξείες (ή οι αμβλείες) γωνίες, που σχηματίζουν δύο παράλληλες οι οποίες τέμνονται από	Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία

τρίτη ευθεία, είναι ίσες • Διαπιστώνουν ότι μία οξεία και μία αμβλεία γωνία από τις γωνίες που σχηματίζονται από την τομή δύο παραλλήλων από την τρίτη ευθεία είναι παραπληρωματικές	
3^ο Κεφάλαιο: Τρίγωνα-Παραλληλόγραμμα-Τραπεζίδια	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	
• Γνωρίζουν τα στοιχεία του τριγώνου • Γνωρίζουν τα είδη του τριγώνου	Στοιχεία τριγώνου-Είδη τριγώνων
• Γνωρίζουν ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° • Γνωρίζουν τις ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου και του ισοπλεύρου τριγώνου	Άθροισμα γωνιών τριγώνου-Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου
• Γνωρίζουν ποιο τετράπλευρο ονομάζεται παραλληλόγραμμο, ποιο ορθογώνιο, ποιο ρόμβος, ποιο τετράγωνο και ποιο τραπέζιο • Χαράσσουν τα ύψη του παραλληλογράμμου και του τραπέζιου	Παραλληλόγραμμο-Ορθογώνιο-Ρόμβος-Τετράγωνο-Τραπέζιο-Ισοσκελές τραπέζιο
• Γνωρίζουν τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του ισοσκελούς τραπέζιου	Ιδιότητες Παραλληλογράμμου-Ορθογωνίου-Ρόμβου-Τετραγώνου-Τραπεζίου-Ισοσκελούς τραπέζιου

Β' Τάξη

Στόχοι	Περιεχόμενο
1^ο Κεφάλαιο: Εμβαδά επίπεδων σχημάτων-Πυθαγόρειο Θεώρημα	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	
Κατανοήσουν την έννοια του εμβαδού και ότι αυτό εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης που χρησιμοποιείται κάθε φορά	Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας
Εξοικειωθούν με τις μονάδες μέτρησης εμβαδού και να μπορούν να μετατρέπουν μονάδες από μικρότερες σε μεγαλύτερες και αντίστροφα	Μονάδες μέτρησης επιφανειών
- Γνωρίζουν τους τύπους υπολογισμού εμβαδών επίπεδων σχημάτων, - Αποδεικνύουν τους τύπους των εμβαδών συνδέοντάς τους με την κατάλληλη σειρά, - Εφαρμόζουν συνδυαστικά τους τύπους σε αντίστοιχα προβλήματα.	Εμβαδά επίπεδων σχημάτων
- Γνωρίζουν το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του, - Επιλύουν προβλήματα με τη χρήση του Πυθαγόρειου θεωρήματος, - Ελέγχουν αν ένα τρίγωνο με γνωστές πλευρές είναι ορθογώνιο.	Πυθαγόρειο θεώρημα
3^ο Κεφάλαιο: Μέτρηση κύκλου	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	



• γνωρίζουν την έννοια της εγγεγραμμένης γωνίας και να σχεδιάζουν τέτοιες γωνίες, • γνωρίζουν τη σχέση του μέτρου μιας επίκεντρης γωνίας και του μέτρου του αντίστοιχου τόξου, • γνωρίζουν τη σχέση του μέτρου μιας εγγεγραμμένης γωνίας και του μέτρου του αντίστοιχου τόξου, • αναγνωρίζουν την ισότητα εγγεγραμμένων γωνιών που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα, • μπορούν να «μεταφέρουν» ίσες εγγεγραμμένες γωνίες, • διαχειρίζονται τη σχέση μεταξύ εγγεγραμμένης, αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και αντίστοιχου τόξου.	Εγγεγραμμένες γωνίες
• γνωρίζουν τον ορισμό του κανονικού πολυγώνου, • γνωρίζουν ότι ένα κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε κύκλο, • αποκτήσουν ευχέρεια στον υπολογισμό της γωνίας και της κεντρικής γωνίας ν-γώνου, • μπορούν να κατασκευάζουν απλά κανονικά πολύγωνα χρησιμοποιώντας τον υπολογισμό της κεντρικής γωνίας τους, • συσχετίζουν τη γωνία ή την κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου με το πλήθος των πλευρών του.	Κανονικά πολύγωνα
• κατανοήσουν το μήκος κύκλου	Μήκος κύκλου

μέσω του σταθερού λόγου $\frac{L}{\delta}$, • εξουκειωθούν με την ιδιαιτερότητα του αριθμού π, • υπολογίζουν το μήκος ενός κύκλου όταν γνωρίζουν την ακτίνα του.	
• υπολογίζουν το μήκος τόξου, όταν δίνεται η ακτίνα του κύκλου και το μέτρο του τόξου σε μοίρες ή σε ακτίνια.	Μήκος τόξου
• κατανοήσουν τον υπολογισμό του εμβαδού κυκλικού δίσκου και να μπορούν να εφαρμόζουν κατάλληλα τον τύπο.	Εμβαδόν κυκλικού δίσκου
• υπολογίζουν το εμβαδό κυκλικού τομέα, όταν δίνεται η ακτίνα του κύκλου και το μέτρο του αντίστοιχου τόξου σε μοίρες ή σε ακτίνια.	Εμβαδόν κυκλικού τομέα
4^ο Κεφάλαιο: Γεωμετρικά Στερεά	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	
• αναγνωρίζουν τη σχετική σχέση δύο επιπέδων στο χώρο, δύο ευθειών στο χώρο και μιας ευθείας και ενός επιπέδου, • διαπιστώνουν αν μια ευθεία είναι κάθετη σ' ένα επίπεδο.	Ευθείες και επίπεδα στο χώρο
• αναγνωρίζουν αν ένα στερεό είναι πρίσμα και το είδος του πρίσματος, • υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας πρίσματος, • αναγνωρίζουν αν ένα στερεό	Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου

είναι κύλινδρος και να υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου.	
• γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης όγκου στο δεκαδικό μετρικό σύστημα, τις μεταξύ τους σχέσεις και το συμβολισμό τους, • υπολογίζουν τον όγκο πρίσματος και κυλίνδρου.	Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου
• αναγνωρίζουν τα στοιχεία της πυραμίδας και το είδος της, • υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας κανονικής πυραμίδας, • υπολογίζουν τον όγκο μιας πυραμίδας.	Η πυραμίδα και τα στοιχεία της
• αναγνωρίζουν τα στοιχεία του κώνου, • υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας κώνου, • υπολογίζουν τον όγκο του κώνου.	Ο κώνος και τα στοιχεία του
• κατανοήσουν τον ορισμό της σφαίρας και ως στερεό εκ περιστροφής και ως γεωμετρικό τόπο, • αναγνωρίζουν τα στοιχεία της σφαίρας, • υπολογίζουν το εμβαδόν της επιφάνειάς συγκρίνοντάς την με την παράπλευρη επιφάνεια κυλίνδρου, • υπολογίζουν τον όγκο της σφαίρας.	Η σφαίρα και τα στοιχεία της

• γνωρίζουν τον άξονα περιστροφής, τα ημισφαίρια, τις παραλλήλους και τους μεσημβρινούς, το γεωγραφικό μήκος και πλάτος και να προσανατολίζονται στοιχειωδώς στην επιφάνεια της Γης.	Γεωγραφικές συντεταγμένες
--	---------------------------

Γ' Τάξη

Στόχοι	Περιεχόμενο
1^ο Κεφάλαιο: Γεωμετρία	
Με κατάλληλες δραστηριότητες οι μαθητές αναμένεται να καταστούν ικανοί να:	
• γνωρίζουν τα είδη των τριγώνων και τα στοιχεία ενός τριγώνου (κύρια και δευτερεύοντα), • μάθουν τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων και να μπορούν να τα εφαρμόζουν για να αποδεικνύουν την ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών, • μάθουν τα κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων.	Ισότητα τριγώνων
• μάθουν ότι, αν ευθείες παράλληλες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια ευθεία που τις τέμνει, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία που τις τέμνει, • μάθουν τις άμεσες συνέπειες της προηγούμενης πρότασης σε τραπέζιο και σε τρίγωνο, • μάθουν να διαιρούν με κανόνα και διαβήτη ένα ευθύγραμμο τμήμα σε ν	Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων



ίσα τμήματα, • μάθουν τι ονομάζεται λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων και πως αυτός υπολογίζεται, • μάθουν πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ανάλογα προς δύο άλλα ευθύγραμμα τμήματα.	
• μπορούν να διατυπώνουν το θεώρημα του Θαλή και να γράφουν τις αντίστοιχες αναλογίες σε οποιοδήποτε σχήμα που ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος, • μάθουν να χρησιμοποιούν το θεώρημα του Θαλή για να υπολογίζουν το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος και το λόγο δύο τμημάτων.	Θεώρημα του Θαλή
• μάθουν να βρίσκουν το ομοιόθετο ενός σημείου με κέντρο O και λόγο έναν οποιοδήποτε θετικό αριθμό, ώστε να μπορούν να βρίσκουν στη συνέχεια το ομοιόθετο οποιουδήποτε γεωμετρικού σχήματος, • γνωρίζουν ότι η τιμή του λ καθορίζει, αν το ομοιόθετο ενός σχήματος είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση, • αναγνωρίζουν αν δύο σχήματα είναι ή δεν είναι ομοιόθετα προσδιορίζοντας το κέντρο και το λόγο ομοιοθεσίας τους, • συνειδητοποιήσουν ότι το ομοιόθετο ενός σχήματος, αφού είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνσή του έχει την ίδια μορφή με το αρχικό,	Ομοιοθεσία

αξιοποιούν την ομοιοθεσία για την- απόδειξη παραλληλίας ευθυγράμμων τμημάτων.	
- γνωρίζουν ότι τα όμοια πολύγωνα είναι αυτά που το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου, οπότε τα σχήματα που είναι ομοιόθετα ή μπορούν αν γίνουν ομόθετα είναι όμοια, - γνωρίζουν ότι, αν δυο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια και το αντίστροφο, - γνωρίζουν τι σημαίνει λόγος ομοιότητας ομοίων πολυγώνων και ποια σχέση έχει με το λόγο των περιμέτρων τους. Ακόμη να γνωρίζουν πώς συνδέεται ο λόγος ομοιότητας με την κλίμακα ενός χάρτη ή ενός σχεδίου, - γνωρίζουν ότι δυο τρίγωνα είναι όμοια, αν έχουν δυο γωνίες τους ίσες, - μάθουν να γράφουν τους ίσους λόγους που προκύπτουν από τις αντίστοιχες πλευρές δυο ομοίων τριγώνων και να τους αξιοποιούν υπολογίζοντας μήκη τμημάτων.	Ομοιότητα
- γνωρίζουν ότι ο λόγος των εμβαδών δύο ομοίων σχημάτων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους, - γνωρίζουν ότι αν όλες οι πλευρές ενός πολυγώνου πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό λ και οι γωνίες του μείνουν αμετάβλητες τότε το εμβαδόν	Λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων

3. Ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων σύμφωνα με τη θεωρία των Van Hiele

3.1. Μεθοδολογία ανάλυσης των εγχειριδίων

Τα σωστά σχολικά βιβλία πρέπει να καθοδηγούν τους εκπαιδευτικούς στο να δίνουν έμφαση σε βασικές μαθηματικές έννοιες και ιδέες και να αναπτύσσουν καινοτόμες διδακτικές μεθόδους ώστε να μπορούν οι μαθητές να επιλύουν όχι τόσο συνηθισμένα προβλήματα.

Σύμφωνα με τη θεωρία επιπέδων των Van Hiele, ο μαθητής περνάει από πέντε διαφορετικά επίπεδα σκέψης κατά τη διδασκαλία της γεωμετρίας: το επίπεδο της αναγνώρισης, της ανάλυσης, της διάταξης-ταξινόμησης, της επαγωγής και της αυστηρότητας. Δεδομένου ότι τα σχολικά εγχειρίδια αποτελούν το βασικό μέσο διδασκαλίας της γεωμετρίας, κρίνεται απαραίτητο να σχεδιάζονται σύμφωνα με τα παραπάνω επίπεδα (Khasawneh, 2000).

Η παρούσα έρευνα έχει ως στόχο να μελετήσει τη δομή των νέων σχολικών εγχειριδίων του γυμνασίου και συγκεκριμένα να συμπεράνει κατά πόσο η ύλη της γεωμετρίας ακολουθεί τα επίπεδα σκέψης των Van Hiele ανά τάξη και κατά πόσο τα επίπεδα αναπτύσσονται ανάλογα με το επίπεδο των μαθητών.

Για την επίτευξη του παραπάνω στόχου έγινε μελέτη όλης της θεωρίας, των λυμένων παραδειγμάτων-εφαρμογών και των προτεινόμενων ασκήσεων και δραστηριοτήτων και για την κατάταξή τους ανάλογα με το επίπεδο στο οποίο ανήκουν και τις δεξιότητες που απαιτούν χρησιμοποιήθηκε ο πίνακας Hoffer, ο οποίος αποτελείται από τέσσερις γραμμές και πέντε στήλες στις οποίες περιγράφονται αντίστοιχα τα επίπεδα Van Hiele και οι δεξιότητες που απαιτούνται. Όταν μια δραστηριότητα ή θεωρία ανήκουν σε περισσότερα από ένα επίπεδα ή απαιτούν περισσότερες από μία δεξιότητες, τότε η κατάταξή τους έγινε στο ανώτερο επίπεδο και στην κυριότερη δεξιότητα που απαιτείται.

3.2. Ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων σύμφωνα με τη θεωρία των Van Hiele

3.2.1. Βιβλίο Α' Γυμνασίου

Στο βιβλίο των μαθηματικών της Α' τάξης του γυμνασίου, τα κεφάλαια της γεωμετρίας που αναλύθηκαν είναι το κεφάλαιο Β1 με τίτλο «Βασικές γεωμετρικές έννοιες», το κεφάλαιο Β2 με τίτλο «Συμμετρία» και το κεφάλαιο Β3 με τίτλο «Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμο – Τραπεζίδα». Ορισμένα αντιπροσωπευτικά παραδείγματα από την παραπάνω ανάλυση είναι τα εξής:

Επίπεδο Αναγνώρισης:

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Συμπλήρωσε τα παρακάτω κενά:

- Ένα ευθύγραμμο τμήμα αποτελείται από τα άκρα του Α και Β αλλά και τα σημεία που βρίσκονται ανάμεσα σ' αυτά τα δύο
- Αν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ πέρα από τα δύο άκρα του Α και Β παίρνουμε το σχήμα που λέγεται
- Αν προεκτείνουμε απεριόριστα ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ πέρα από το ένα μόνο άκρο του π.χ το Β, παίρνουμε το σχήμα που λέγεται
- λέγονται δύο ημιευθείες που έχουν κοινή αρχή και που οι δύο μαζί αποτελούν μία ευθεία
- Η επιφάνεια πάνω στην οποία η απεριόριστη ευθεία γραμμή εφαρμόζει παντού ολοκληρωμένη είναι το

Κεφάλαιο Β1.1.: Άσκηση 1^η, σελ.: 152

Η παραπάνω άσκηση ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να δώσουν τη σωστή ονομασία στο σχήμα που περιγράφεται σε κάθε ερώτημα.

3. Στο σχήμα φαίνονται πέντε σημεία τα Α Β Γ Δ και Ε. Να χαρακτηρίσετε όλα τα ευθύγραμμα τμήματα που έχουν άκρα τα σημεία αυτά. Πόσα διαφορετικά ευθύγραμμα τμήματα είναι:

Λύση

Κάθε σημείο είναι άκρο ενός από τα τέσσερα ευθύγραμμα τμήματα που το συνδέουν με τα υπόλοιπα τέσσερα σημεία. Επομένως:

Το σημείο Α είναι άκρο των τμημάτων: ΑΒ, ΑΓ, ΑΔ, ΑΕ

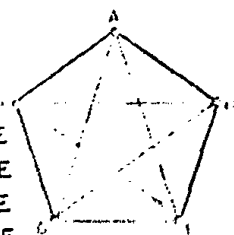
Το σημείο Β είναι άκρο των τμημάτων: ΒΑ, ΒΓ, ΒΔ, ΒΕ

Το σημείο Γ είναι άκρο των τμημάτων: ΓΑ, ΓΒ, ΓΔ, ΓΕ

Το σημείο Δ είναι άκρο των τμημάτων: ΔΑ, ΔΒ, ΔΓ, ΔΕ

Το σημείο Ε είναι άκρο των τμημάτων: ΕΑ, ΕΒ, ΕΓ, ΕΔ

Στα παραπάνω, κάθε τμήμα εμφανίζεται δυο φορές π.χ. το ΑΒ και ΒΑ, αφού το τμήμα έχει δύο άκρα. Έτσι, στο σχήμα, δεν είναι είκοσι (20) διαφορετικά τμήματα, αλλά δέκα (10) τα: ΑΒ, ΒΑ, ΑΓ, ΓΑ, ΑΔ, ΔΑ, ΒΓ, ΓΒ, ΒΕ, ΕΒ, ΓΔ, ΔΓ, ΔΕ, ΕΔ, ΑΕ, ΕΑ και ΒΕ.



Κεφάλαιο Β1.1.: Παράδειγμα 3^ο, σελ.: 151

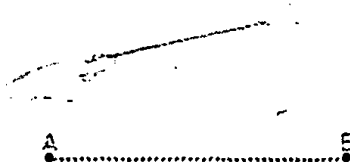
Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατασκευάσουν και να ονομάσουν σχήματα (ευθύγραμμα τμήματα).

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η



Πώς μπορείς να ονομάσεις το σχήμα μιας τεντωμένης κλωστής;

Το σχήμα που φαίνεται πιο κάτω αποτελείται από μερικά σημεία το ένα δίπλα στο άλλο



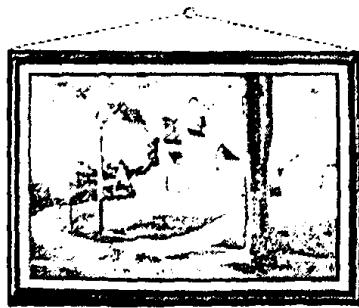
Μπορείς να το χαρακτηρίσεις με το ίδιο τρόπο; Κι αν όχι, γιατί;

Κεφάλαιο Β1.1.: Δραστηριότητα 1^η, σελ.: 148

Η δραστηριότητα αυτή ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες λογικής γιατί απαιτεί από τους μαθητές να συγκρίνουν δύο σχήματα και να δικαιολογήσουν αν είναι ίδια ή όχι.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 3η

Έχεις ακούσει εκφράσεις όπως: "Στο επίπεδο του ορίζοντα φαίνεται να χάνεται ο δρόμος", "Οι χώρες της Δύσης έχουν υψηλό επίπεδο ανάπτυξης", "Η επίπεδη οθόνη είναι καλύτερη από την κυρτή", "Οι σχέσεις τους βρίσκονται σε καλό επίπεδο", "Η επιφάνεια του εδάφους στην περιοχή αυτή είναι επίπεδη".



Αλλά και στον υλικό κόσμο που βρισκόμαστε γύρω μας, μπορείς να δεις και να αναγνωρίσεις πολλές επίπεδες επιφάνειες. Τους τοίχους της ταξής, την οροφή του δωματίου, ένα κάδρο, την πίστα προσγείωσης, την επιφάνεια του ηρεμού νερού, τον ισημερινό της Γης.

Ποιο χαρακτηριστικό η ονομασία μπορείς να δώσεις σε μια τέτοια επιφάνεια;

Κεφάλαιο Β1.1.: Δραστηριότητα 3^η, σελ.: 150

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίσουν μια μαθηματική έννοια (επίπεδο) σε αντικείμενα-εικόνες της πραγματικής ζωής.

Επίπεδο Ανάλυσης:

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ - ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

1. Να βρεθούν ποιες από τις ευθείες του σχήματος
• είναι παράλληλες και ποιες τεμνόμενες.

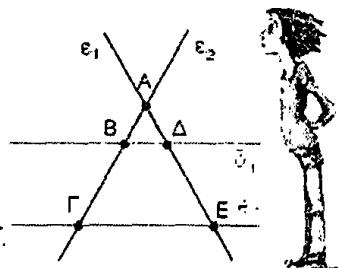
Λύση

Παράλληλες είναι οι ευθείες δ_1 και δ_2 ($\delta_1 // \delta_2$).

Τεμνόμενες είναι οι ευθείες: (α) ϵ_1 και ϵ_2 στο σημείο Α,

(β) ϵ_1 και δ_1 στο σημείο Δ, (γ) ϵ_1 και δ_2 στο σημείο Ε,

(δ) ϵ_2 και δ_1 στο σημείο Β και (ε) ϵ_2 και δ_2 στο σημείο Γ.



Κεφάλαιο Β1.2.: 1^ο Παράδειγμα-Εφαρμογή, σελ.: 181

Το παραπάνω παράδειγμα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι ζητάει από τους μαθητές να διακρίνουν τις ιδιότητες (παράλληλία, τομή) των ευθειών ενός σχήματος.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΚΑΙ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ

1. Τοποθέτησε ένα 'X' στη θέση που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση

(α) Δύο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και δεν έχουν κανένα κοινό σημείο λέγονται:

- ☐ Παράλληλες
☐ Τεμνόμενες
☐ Καθέτες

(β) Από ένα σημείο Α εκτός ευθείας ϵ διέρχεται:

- ☐ Μία και μοναδική κάθετη ευθεία στην ϵ
☐ Δύο διαφορετικές κάθετες ευθείες στην ϵ
☐ Κανένα κάθετη ευθεία στην ϵ

(γ) Αν δύο ευθείες του επιπέδου είναι κάθετες σε μια ευθεία, τότε είναι μεταξύ τους:

- ☐ Καθέτες
☐ Παράλληλες
☐ Τεμνόμενες



Κεφάλαιο Β1.9.: 1^η Άσκηση, σελίδα 183

Η παραπάνω άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες διότι ζητάει από τους μαθητές να περιγράψουν τις ιδιότητες σχημάτων (ευθείες).

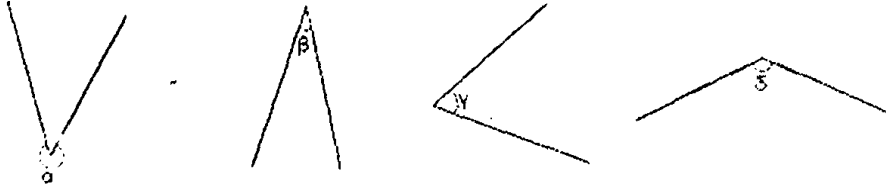
4. Να σχεδιάσεις δύο ευθείες που να διέρχονται από τα άκρα ενός ευθυγραμμίου τμήματος και να είναι κάθετες σ' αυτό.

Κεφάλαιο Β1.9.: 4^η Άσκηση, σελίδα 183



Η παραπάνω άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης διότι ζητάει από τους μαθητές να σχεδιάσουν ένα σχήμα (δύο ευθείες) με βάση συγκεκριμένες ιδιότητες (καθετότητα ως προς τρίτη ευθεία).

5. Να συγκρίνεις τις γωνίες και να τις γράφεις κατά σειρά από τη μεγαλύτερη προς τη μικρότερη.



Κεφάλαιο Β1.5.: 5^η Άσκηση, σελίδα 168

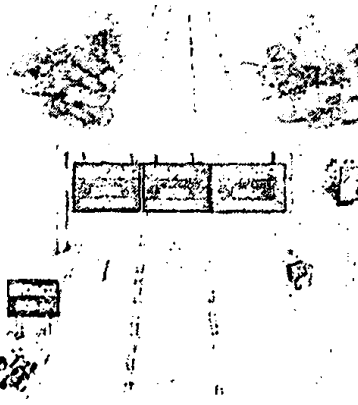
Η παραπάνω άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λογικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να γνωρίζουν τις ιδιότητες σχημάτων (γωνίες) και να μπορούν να τα συγκρίνουν μεταξύ τους.

ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ 1η



Οι διαγραμμίσεις του αυτοκινητόδρομου στη διπλανή εικόνα συναντώνται (τέμνονται) κάπου;

Μπορείς να δικαιολογήσεις την απάντησή σου;



Κεφάλαιο Β1.9.: 1^η Δραστηριότητα, σελίδα 180

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίσουν γεωμετρικές ιδιότητες (παραλληλία) φυσικών αντικειμένων (αυτοκινητόδρομος).

Επίπεδο Διάταξης-Ταξινόμησης:



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

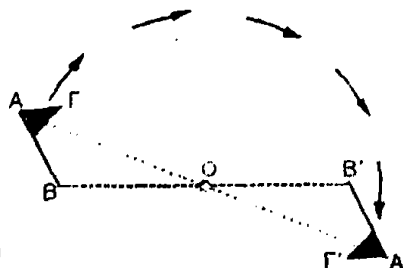
Αν περιστραφεί το σχήμα $AB\Gamma$ γύρω από το σημείο O κατά 180° παίρνει μια νέα θέση την $A'B'\Gamma'$.

Τι συμπεραίνεις για τα σχήματα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$;



Σκεφτόμαστε

Παρατηρούμε ότι όταν ολοκληρωθεί η στροφή αυτή, κάθε σημείο του $AB\Gamma$ συμπίπτει με ένα σημείο του $A'B'\Gamma'$. Για παράδειγμα, θα συμπίσουν τα σημεία A και A' .



Κεφάλαιο Β2.4.: Δραστηριότητα, σελίδα 210

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίσουν κοινές ιδιότητες σχημάτων (ισότητα).

χ. Σχεδιάσε μια γωνία 37° και μετά σχεδίασε την κατακορυφήν της.

Κεφάλαιο Β1.8.: Άσκηση 8, σελίδα 179

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης διότι απαιτεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν ένα σχήμα που σχετίζεται με κάποιο άλλο (κατακορυφήν γωνίες).

1. Τοποθέτησε ένα 'x' στην αντιστοιχη θέση.

ΣΩΣΤΟ ΛΑΘΟΣ

(α) Κάθε ορθογώνιο τρίγωνο έχει μια ορθή γωνία.

--	--

(β) Το αμβλυγώνιο τρίγωνο έχει δύο αμβλείες γωνίες.

--	--

(γ) Το ισόπλευρο τρίγωνο έχει όλες τις πλευρές του ίσες.

--	--

(δ) Το ισοσκελές τρίγωνο μπορεί να είναι και αμβλυγώνιο.

--	--

(ε) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισόπλευρο.

--	--

(στ) Το ορθογώνιο τρίγωνο μπορεί να είναι και ισοσκελές.

--	--

(ζ) Το ισόπλευρο τρίγωνο είναι πάντα αξυγώνιο.

--	--

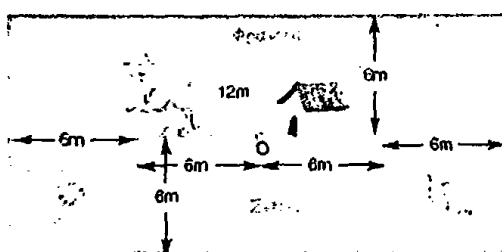
(η) Ένα σκαληνό τρίγωνο δεν μπορεί να είναι ορθογώνιο.

--	--

Κεφάλαιο Β3.1.: Άσκηση 1, σελίδα 220

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν καλά τους ορισμούς και τις ιδιότητες των σχημάτων (τριγώνων) και να τα ταξινομήσουν σε κατηγορίες (ισόπλευρα, ισοσκελή κτλ).

1. Ένας σκύλος είναι δεμένος με μια αλυσίδα μήκους 12 m όπως φαίνεται στο σχήμα. Να μεταφέρεις το διπλανό σχήμα στο τετράδιο σου και να βρεις χρωματίζοντας την περιοχή την οποία μπορεί να κινηθεί ο σκύλος. Επίσης να βρεις σε ποιες περιοχές της αυλής του σπιτιού μπορούν να σταθούν οι γάτες χωρίς να κινδυνεύουν από το σκύλο.



Κεφάλαιο Β1.11.: 1^η Δραστηριότητα για το σπίτι, σελίδα 189

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν το μαθηματικό μοντέλο (κύκλος) ενός πραγματικού χώρου.

Η ανάλυση έδειξε ότι στο σύνολο των 304 δραστηριοτήτων, εφαρμογών και προβλημάτων της Α' τάξης, οι 18 ανήκουν στο επίπεδο της αναγνώρισης, οι 158 στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 83 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 45 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 37 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 29 λεκτικές δεξιότητες, οι 105 δεξιότητες σχεδίασης, οι 101 δεξιότητες λογικής και οι 32 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Α' ΤΑΞΗ ΣΥΝΟΛΟ							
ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ I ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	4	16	8	9	0	37	12
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	6	22	1	0	0	29	10
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	4	48	53	0	0	105	35
ΛΟΓΙΚΕΣ	2	51	12	36	0	101	33
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	2	21	9	0	0	32	11
ΣΥΝΟΛΟ	18	158	83	45	0	304	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	6	52	27	15	0	100	

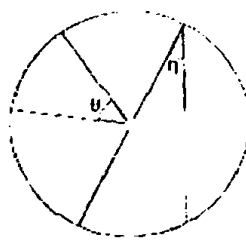
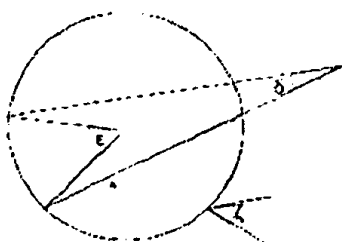
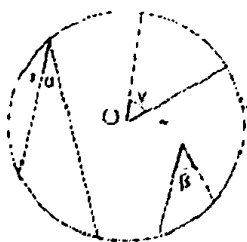
Αναλυτικά η ανάλυση των δραστηριοτήτων και ασκήσεων της γεωμετρίας της Α' τάξης παρουσιάζονται στο παράρτημα.

3.2.2. Βιβλίο Β' Γυμνασίου

Στο βιβλίο των μαθηματικών της Β' τάξης του γυμνασίου, τα κεφάλαια της γεωμετρίας που αναλύθηκαν είναι το κεφάλαιο Β1 με τίτλο «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων-Πυθαγόρειο Θεώρημα», το κεφάλαιο Β3 με τίτλο «Μέτρηση κύκλου» και το κεφάλαιο Β4 με τίτλο «Γεωμετρικά Στερεά – Μέτρηση στερεών». Ορισμένα αντιπροσωπευτικά παραδείγματα από την παραπάνω ανάλυση είναι τα εξής:

Επίπεδο Ανάλυσης:

1. Στα παρακάτω σχήματα ποιες από τις γωνίες είναι εγγεγραμμένες και ποιες ετιγκεντρίες;



Κεφάλαιο 3.1.: Ερώτηση κατανόησης 1, σελίδα 177.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να διακρίνουν τις ιδιότητες σχημάτων (επίκεντρες ή εγγεγραμμένες γωνίες).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 2

Να κατασκευαστεί κανονικό πεντάγωνο.

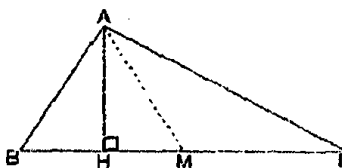
Κεφάλαιο 3.2.: Εφαρμογή 2, σελίδα 183.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα σχήμα σύμφωνα με τις ιδιότητές του (κανονικό πεντάγωνο).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4

Σιδ τρίγωνο $AB\Gamma$ του σχήματος φέρνουμε τη διάμετρο AM .

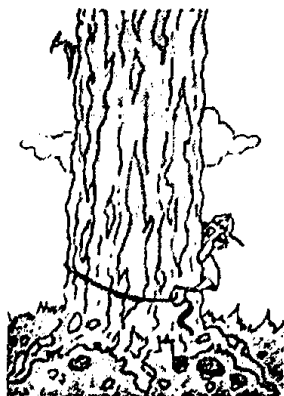
Να αποδείξει ότι τα τρίγωνα MAB και $M\Gamma A$ έχουν το ίδιο εμβαδόν.



Κεφάλαιο 1.4.: Εφαρμογή 4, σελίδα 122.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν τις ιδιότητες ενός σχήματος (εμβαδόν).

- 2 Γύρω από τον κορμό ενός αιωνόβιου δέντρου τυλίγουμε ένα σκοινί. Μετράμε το σκοινί και βρίσκουμε ότι έχει μήκος 3.5 m. Να υπολογίσετε την ακτίνα του κορμού.

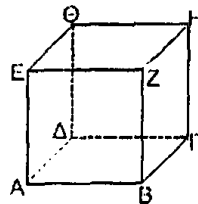


Κεφάλαιο 3.3.: Άσκηση 2, σελίδα 188.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίσουν τις γεωμετρικές ιδιότητες (κύκλος) ενός φυσικού αντικειμένου (κορμός δέντρου).

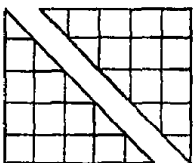
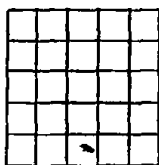
ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Στον κύβο $ABΓΔΕΖΗΘ$ του διπλανού σχήματος να βρείτε τις ευθείες των ακμών του που είναι ασύμβατες στη ακμή AB .



Κεφάλαιο 4.1.: Εφαρμογή 1, σελίδα 204.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίζει σχέσεις μεταξύ διαφόρων σχημάτων (ασύμβατες ευθείες).



ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

Δίνονται δύο ορθογώνια και ισοσκελή τριγώνια με κάθετες πλευρές 5 cm και ένα τετράγωνο πλευράς 5 cm.

α) Μπορείτε χρησιμοποιώντας τα τρία αυτά σχήματα να κατασκευάσετε:

- Ένα ορθογώνιο πλάτους 10 cm και ύψους 5 cm;
- Ένα ισοσκελές ορθογώνιο τριγώνιο, του οποίου οι κάθετες πλευρές είναι 10 cm;
- Ένα ισοσκελές τραπέζιο με βάσεις 5 cm και 15 cm;

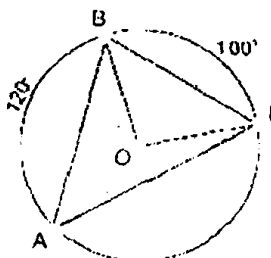
β) Τι έκταση καταλαμβάνουν τα παραπάνω σχήματα στο επίπεδο, αν θεωρήσουμε ως μονάδα μέτρησης το τετραγώνάκι □ πλευράς 1 cm;

Κεφάλαιο 1.1., Δραστηριότητα 1, σελίδα 113.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης διότι απαιτεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν κάποια σχήματα (ορθογώνιο, τρίγωνο, τραπέζιο) που σχετίζονται με τα αρχικά σχήματα (τρίγωνα, τετράγωνο).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 1

Σε ένα κύκλο (O, ρ) θεωρούμε τρία σημεία A, B, Γ , έτσι ώστε $AB = 120^\circ$ και $B\Gamma = 100^\circ$. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.



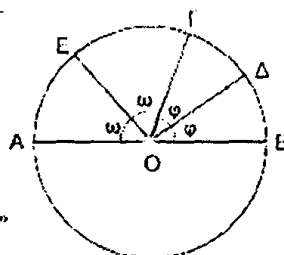
Κεφάλαιο 3.1., Εφαρμογή 1, σελίδα 176.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις πληροφορίες του σχήματος (μήκη τόξων) για να υπολογίσουν άλλα στοιχεία (μέτρα γωνιών).

ΕΦΑΡΜΟΓΗ 3

- Στο παρακάτω σχήμα η AB είναι διάμετρος του κύκλου και οι OD , OE είναι διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{BOG}$, $\widehat{AOG}$ αντιστοίχα. Να υπολογιστεί το τόξο ED .

Λύση: Αφού οι OD , OE είναι διχοτόμοι των γωνιών $\widehat{BOG}$ και $\widehat{AOG}$ αντιστοίχα, θεωρούμε ότι $\widehat{BOD} = \widehat{DOG} = \varphi$ και $\widehat{AOE} = \widehat{EOG} = \omega$.
 Όμως, $\widehat{DOE} = \widehat{DOG} + \widehat{EOG} = \varphi + \omega$.
 Έχουμε $\widehat{BOG} + \widehat{GOA} = 180^\circ$, δηλαδή $2\varphi + 2\omega = 180^\circ$,
 οπότε $\varphi + \omega = 90^\circ$.
 Άρα $\widehat{DOE} = 90^\circ$ και το αντιστοιχο τόξο ED είναι ίσο με 90° .



Κεφάλαιο 3.1., Εφαρμογή 3, σελίδα 177.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής διότι απαιτεί από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις πληροφορίες του σχήματος (OD , OE διχοτόμοι γωνιών, AB διάμετρος) για να υπολογίσουν άλλα στοιχεία (μέτρο τόξου ED) χρησιμοποιώντας κανόνες της λογικής.

Η ανάλυση έδειξε ότι στο σύνολο των 266 δραστηριοτήτων, εφαρμογών και προβλημάτων της Β' τάξης, οι 224 στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 8 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 34 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 25 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 4 λεκτικές δεξιότητες, οι 8 δεξιότητες σχεδίασης, οι 192 δεξιότητες λογικής και οι 37 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Β' ΤΑΞΗ ΣΥΝΟΛΟ							
ΕΠΙΠΕΔΟ	ΕΠΙΠΕΔΟ I ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	17	3	5	0	25	9
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	4	0	0	0	4	2
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	0	3	5	0	0	8	3
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	163	0	29	0	192	72
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	37	0	0	0	37	14
ΣΥΝΟΛΟ	0	224	8	34	0	266	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	84	3	13	0	100	

Αναλυτικά η ανάλυση των δραστηριοτήτων και ασκήσεων της γεωμετρίας της Β' τάξης παρουσιάζονται στο παράρτημα.

3.2.3. Βιβλίο Γ' Γυμνασίου

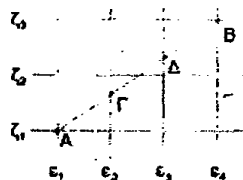
Στο βιβλίο των μαθηματικών της Γ' τάξης του γυμνασίου, το κεφάλαιο της γεωμετρίας που αναλύθηκε είναι το κεφάλαιο Β1 με τίτλο «Γεωμετρία». Ορισμένα αντιπροσωπευτικά παραδείγματα από την ανάλυση είναι τα εξής:

Επίπεδο Ανάλυσης:



ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ – ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

- 1 Σε τετραγωνισμένο χαρτί έχουμε χαράξει το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ.
- α) Να συγκριθούν τα τμήματα ΑΓ, ΓΔ και ΔΒ.
- β) Να βρεθούν οι λόγοι $\frac{ΑΓ}{ΑΒ}$, $\frac{ΑΒ}{ΑΔ}$, $\frac{ΑΔ}{ΒΓ}$.



Κεφάλαιο Β1.2.: Παράδειγμα 1, σελίδα 202.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να διακρίνουν τις ιδιότητες (αναλογίες) του σχήματος.

- 2 α) Με κανόνα και διαβήτη να διαιρέσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ = 7 cm σε πέντε ίσα ευθύγραμμα τμήματα και πάνω σε μια ευθεία ε να σχεδιάσετε τα διαδοχικά ευθύγραμμα τμήματα $ΓΔ = \frac{2}{5}ΑΒ$, $ΔΖ = \frac{4}{5}ΑΒ$ και $ΖΗ = \frac{6}{5}ΑΒ$.

Κεφάλαιο Β1.2.: Άσκηση 2α, σελίδα 204.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης διότι απαιτεί από τους μαθητές να σχεδιάσουν ένα σχήμα (διαίρεση ευθύγραμμου τμήματος) σύμφωνα με τις ιδιότητες του.

3 Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες.

α) Αν ΑΒ = 8 cm και ΓΔ = 12 cm, τότε $\frac{ΑΒ}{ΓΔ} = \frac{2}{3}$.

β) Αν $\frac{ΑΒ}{ΓΔ} = \frac{2}{3}$, τότε ΑΒ = 2 και ΓΔ = 3.

γ) Ο λόγος δύο πλευρών τετραγώνου είναι ίσος με 1.

δ) Αν $\frac{ΑΒ}{ΓΔ} = \frac{2}{5}$, τότε το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι μικρότερο από το ΓΔ.

ε) Ο λόγος της ακτίνας ενός κύκλου προς τη διάμετρό του είναι 2.

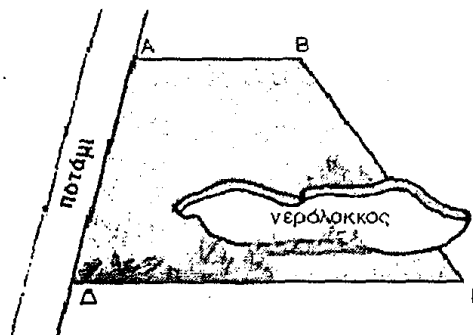
στ) Αν Μ είναι το μέσο του ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ, τότε $\frac{ΑΜ}{ΑΒ} = \frac{1}{2}$.

ζ) Ο λόγος μιας πλευράς ισόπλευρου τριγώνου προς την περίμετρό του είναι $\frac{1}{3}$.

Κεφάλαιο Β1.2.: Ερώτηση Κατανόησης 6, σελίδα 204.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατανοήσουν πλήρως τις ιδιότητες των σχημάτων (λόγοι-αναλογίες)

8 Ένα αγρόκτημα έχει το σχήμα ενός τραpezίου ΑΒΓΔ. Ο ιδιοκτήτης του θέλει να μετρήσει την περίμετρό του, προκειμένου να το περιφράξει αλλά τη ΒΓ δεν μπορεί να τη μετρήσει γιατί παρεμβάλλεται ένας νερόλακκος που σχηματίστηκε από την τελευταία βροχόπτωση, όπως φαίνεται στο σχήμα. Πώς θα μπορούσε να την υπολογίσει;

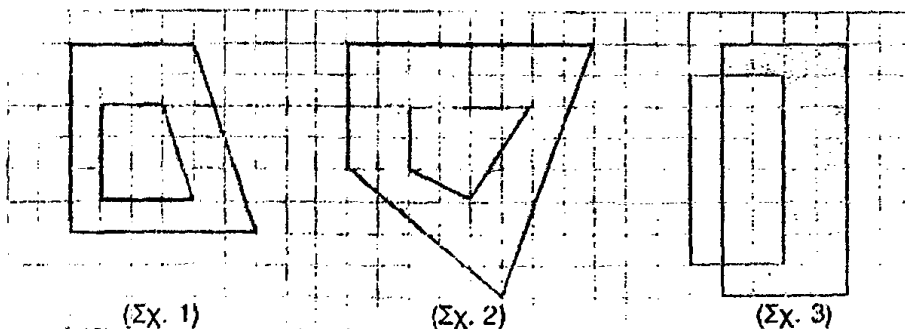


Κεφάλαιο Β1.2.: Άσκηση 8, σελίδα 205.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίσουν τις γεωμετρικές ιδιότητες (τραπέζιο) ενός φυσικού αντικειμένου.

Επίπεδο Διάταξης-Ταξινόμησης:

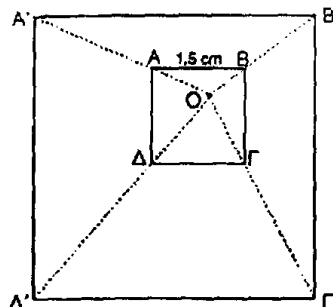
2 Σε ποια από τα παρακάτω σχήματα τα πολύγωνα είναι ομοιόθετα;



Κεφάλαιο Β1.4.: Ερώτηση κατανόησης 2, σελίδα 213.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να αναγνωρίσουν σχέσεις (ομοιοθεσία) μεταξύ διαφόρων σχημάτων.

- 1** Με κέντρο ομοιοθεσίας ένα εσωτερικό σημείο O τετραγώνου $AB\Gamma\Delta$, πλευράς $1,5\text{ cm}$ και λόγο $\lambda = 3$, να σχεδιαστεί το ομοιόθετό του και να αποδειχτεί ότι είναι τετράγωνο.



Κεφάλαιο Β1.4.: Παράδειγμα 1, σελίδα 212.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης διότι απαιτεί από τους μαθητές να κατασκευάσουν ένα σχήμα (τετράγωνο) που σχετίζεται (ομοιόθετο) με το αρχικό.

Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ), αν είναι λανθασμένες:

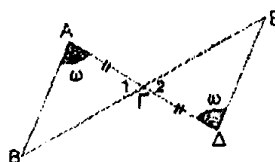
- Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
- Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους γωνία ίση.
- Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

Κεφάλαιο Β1.1.: Ερώτηση κατανόησης 7, σελίδα 193.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής διότι απαιτεί από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις ιδιότητες σχημάτων για να τα εντάξουν σε ομάδες (ίσα τρίγωνα).

Επίπεδο Επαγωγής:

- 2** Στο διπλανό σχήμα είναι $\hat{A} = \hat{\Delta} = \omega$ και $A\Gamma = \Gamma\Delta$.
Να αποδειχθεί ότι $AB = DE$.

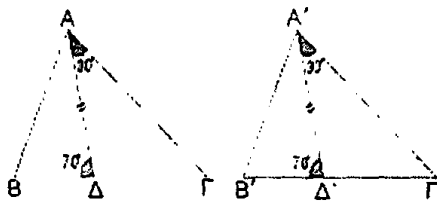


Κεφάλαιο Β1.1.: Παράδειγμα 2, σελίδα 191.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες διότι απαιτεί από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις δοσμένες

πληροφορίες (ίσες πλευρές, κατακορυφήν γωνίες) για να συμπεράνει νέα στοιχεία (ισότητα τριγώνων).

9. Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ του διπλανού σχήματος έχουν τις διχοτομους AD και $A'D'$ ίσες. Να αποδείξετε ότι:
- $AB = A'B'$
 - τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$ είναι ίσα.



Κεφάλαιο Β1.1.: Άσκηση 9, σελίδα 195.

Η παραπάνω δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής διότι απαιτεί από τους μαθητές να χρησιμοποιήσουν τις δοσμένες πληροφορίες και να χρησιμοποιήσουν κανόνες της λογικής για να συμπεράνει νέα στοιχεία (ισότητα τριγώνων).

Η ανάλυση έδειξε ότι στο σύνολο των 139 δραστηριοτήτων, εφαρμογών και προβλημάτων της Γ' τάξης, οι 32 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 75 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 32 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 43 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 13 δεξιότητες σχεδίασης, οι 72 δεξιότητες λογικής και οι 11 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Γ' ΤΑΞΗ ΣΥΝΟΛΟ

ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ I ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΤΙΚΕΣ	0	14	25	4	0	43	31
ΚΤΙΚΕΣ	0	0	0	0	0	0	0
ΕΔΙΑΣΗΣ	0	1	12	0	0	13	9
ΓΙΚΕΣ	0	14	31	27	0	72	52
ΑΡΜΟΓΗΣ	0	3	7	1	0	11	8
ΣΥΝΟΛΟ	0	32	75	32	0	139	100
ΣΟΣΤΟ	0	23	54	23	0	100	

- Αναλυτικά η ανάλυση των δραστηριοτήτων και ασκήσεων της γεωμετρίας της Γ' τάξης παρουσιάζονται στο παράρτημα.

4. Συμπεράσματα-σχόλια

Στους παρακάτω πίνακες βρίσκονται τα ποσοστιαία αποτελέσματα της ανάλυσης ανά τάξη και ανά επίπεδο και απαιτούμενες δεξιότητες.

ΤΑΞΗ ΕΠΙΠΕΔΟ	Α' ΤΑΞΗ	Β' ΤΑΞΗ	Γ' ΤΑΞΗ	ΣΥΝΟΛΟ
ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	6	0	0	2
ΑΝΑΛΥΣΗ	52	84	23	53
ΔΙΑΤΑΞΗ-ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	27	3	54	28
ΕΠΑΓΩΓΗ	15	13	23	17
ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	0	0	0	0

ΤΑΞΗ ΕΠΙΠΕΔΟ	Α' ΤΑΞΗ	Β' ΤΑΞΗ	Γ' ΤΑΞΗ	ΣΥΝΟΛΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	12	9	31	18
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	10	2	0	4
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	35	3	9	16
ΛΟΓΙΚΕΣ	33	72	52	52
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	11	14	8	11

Σύμφωνα με την παραπάνω ανάλυση των σχολικών εγχειριδίων του γυμνασίου με τη μέθοδο των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης των Van Hiele, προκύπτει ότι οι περισσότερες δραστηριότητες ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης 53%, και στη συνέχεια στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης με ποσοστό 28%, στο επίπεδο της επαγωγής με ποσοστό 17% και οι λιγότερες στο επίπεδο της αναγνώρισης με ποσοστό 2%. Δεν υπάρχουν δραστηριότητες που ανήκουν στο επίπεδο της αυστηρότητας, γεγονός που είναι αναμενόμενο δεδομένου ότι στο επίπεδο αυτό φτάνουν οι φοιτητές των μαθηματικών. Τέλος, στα κεφάλαια όλων των τάξεων δεν υπάρχει τόσο μεγάλη διαφοροποίηση στα επίπεδα αλλά κυρίως στις δεξιότητες που απαιτούν, γεγονός που θα μπορούσε να αντιμετωπιστεί με τη διδασκαλία επιπλέον δραστηριοτήτων που να ανήκουν σε διαφορετικά επίπεδα, ανάλογα με τα διαφορετικά επίπεδα στα οποία ανήκουν οι μαθητές της τάξης.

Σχετικά με τις απαιτούμενες δραστηριότητες, το μεγαλύτερο ποσοστό καταλαμβάνουν οι δραστηριότητες λογικής, οι οποίες κυριαρχούν στα σχολικά βιβλία με ποσοστό 52%. Ακολουθούν οι ασκήσεις που απαιτούν οπτικές δεξιότητες 18%, δεξιότητες σχεδίασης 16%, εφαρμογής 11% και λεκτικές δεξιότητες με ποσοστό 4%. Το ποσοστό των δραστηριοτήτων εφαρμογής είναι σχετικά μικρό και



στο πλαίσιο μιας Ρεαλιστικής Μαθηματικής Εκπαίδευσης η διδασκαλία θα μπορούσε να ενισχυθεί με επιπλέον ασκήσεις και δραστηριότητες με “ρεαλιστικά δεδομένα”.

Η παραπάνω ανάλυση των εγχειριδίων μπορεί να χρησιμεύσει ιδιαίτερα τους εκπαιδευτικούς της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης δεδομένου ότι μπορεί να αποτελέσει χρήσιμο εργαλείο για την κατάταξη των μαθητών ανά επίπεδο γεωμετρικής σκέψης. Πράγματι, με τη χρήση ενός ερωτηματολογίου που να αποτελείται από αντιπροσωπευτικά παραδείγματα κάθε επιπέδου, ο εκπαιδευτικός μπορεί να εντοπίσει το επίπεδο των μαθητών του και να αξιολογήσει έτσι ποιες δραστηριότητες είναι κατάλληλες για τις δυνατότητές του και με ποιες μπορεί να βοηθήσει τον μαθητή να περάσει στο επόμενο επίπεδο.



5. Παράρτημα

Βιβλίο Α' Γυμνασίου, Κεφάλαια Β.1., Β1.2, Β1.3.

Στο κεφάλαιο Β.1.1. με τίτλο «Σημείο - Ευθύγραμμο τμήμα - Ευθεία - Ημιευθεία - Επίπεδο - Ημιεπίπεδο» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να σχεδιάζουν και συμβολίζουν επίπεδα, σημεία, ευθείες, ευθύγραμμο τμήματα, ημιευθείες και ημιεπίπεδα, να διακρίνουν τη διαφορά ανάμεσα σε ευθύγραμμο τμήμα που ορίζεται από δύο σημεία και σε ευθεία που διέρχεται από δύο σημεία, να γνωρίζουν ότι από δύο σημεία διέρχεται μία μοναδική ευθεία, ενώ από ένα σημείο διέρχονται άπειρες ευθείες και να γνωρίζουν ότι από τρία μη συνευθειακά σημεία διέρχεται ένα μοναδικό επίπεδο, ενώ από ένα ή δύο σημεία διέρχονται άπειρα επίπεδα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β.1.2. με τίτλο «Γωνία - Γραμμή - Επίπεδα σχήματα - Ευθύγραμμο σχήματα - Ίσα σχήματα» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να κατανοούν την έννοια της γωνίας και να σχεδιάζουν, συμβολίζουν και διαβάζουν γωνίες, να γνωρίζουν τα είδη των γραμμών και διακρίνουν τις κυρτές από τις μη κυρτές πολυγωνικές γραμμές, να γνωρίζουν την έννοια του ευθυγράμμου σχήματος και διακρίνουν το κυρτό από το μη κυρτό ευθύγραμμο σχήμα, να γνωρίζουν ότι δύο



ευθύγραμμα σχήματα είναι ίσα αν συμπίπτουν, όταν τοποθετηθούν το ένα πάνω στο άλλο, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β.1.3. με τίτλο «Μέτρηση - σύγκριση και ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων - Απόσταση σημείων - Μέσο ευθύγραμμου τμήματος» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι κάθε ευθύγραμμο τμήμα έχει συγκεκριμένο μήκος και το υπολογίζουν, τις μονάδες μέτρησης μήκους στο δεκαδικό μετρικό σύστημα, τον συμβολισμό τους και τις μεταξύ τους σχέσεις, ότι δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ίσα αν και μόνο αν έχουν ίσα μήκη και συγκρίνουν ευθύγραμμα τμήματα με το χάρακα και το διαβήτη, να κατασκευάζουν τμήμα δοθέντος μήκους με αρχή γνωστό σημείο πάνω σε γνωστή ευθεία και να βρίσκουν την απόσταση σημείων με χάρακα, να γνωρίζουν ότι κάθε τμήμα έχει μοναδικό μέσο και το προσδιορίζουν με τη βοήθεια του χάρακα, να γνωρίζουν ότι το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι η μικρότερη σε μήκος γραμμή από όλες τις γραμμές που συνδέουν τα σημεία Α και Β, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί



δεξιότητες εφαρμογής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 9^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 11^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 12^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β.1.4. με τίτλο «Πρόσθεση και αφαίρεση ευθυγράμμων τμημάτων» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να προσθέτουν και να αφαιρούν ευθύγραμμα τμήματα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 11^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β.1.5. με τίτλο «Μέτρηση, σύγκριση και ισότητα γωνιών-Διχοτόμος γωνίας» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι κάθε γωνία έχει μοναδικό μέτρο, να το υπολογίζουν και να γνωρίζουν ότι αυτό εξαρτάται μόνο από το «άνοιγμα» των πλευρών της, να γνωρίζουν τη βασική μονάδα μέτρησης γωνιών και υπολογίζουν με μοιρογνωμόνιο το μέτρο τους, να συγκρίνουν γωνίες με διαφανές χαρτί ή με μοιρογνωμόνιο και γνωρίζουν ότι δύο γωνίες είναι ίσες αν και μόνο αν έχουν το ίδιο μέτρο, να σχεδιάζουν γωνίες όταν γνωρίζουν το μέτρο τους και να



γνωρίζουν τι είναι η διχοτόμος μιας γωνίας και ότι κάθε γωνία έχει μοναδική διχοτόμο και να τη σχεδιάζουν, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β.1.6. με τίτλο «Είδη γωνιών - Κάθετες ευθείες» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν και να σχεδιάζουν διάφορα είδη γωνιών (οξεία, ορθή, αμβλεία), και να μπορούν να διαπιστώνουν με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου αν μια γωνία είναι οξεία, ορθή ή αμβλεία και τότε δύο ευθείες είναι κάθετες μεταξύ τους και να γνωρίζουν ότι από ένα σημείο άγεται μία και μόνο κάθετη σε μία ευθεία και να τη χαράζουν με τη βοήθεια του μοιρογνωμονίου ή του γνώμονα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και



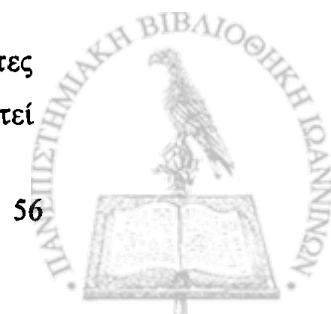
απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β.1.7. με τίτλο «Εφεξής και διαδοχικές γωνίες - Άθροισμα γωνιών» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν και να σχεδιάζουν εφεξής γωνίες και υπολογίζουν το άθροισμα δύο ή περισσότερων γωνιών, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες.

Στο κεφάλαιο Β.1.8. με τίτλο «Παραπληρωματικές και Συμπληρωματικές γωνίες - Κατακορυφήν γωνίες» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν πότε δύο γωνίες είναι παραπληρωματικές και πότε συμπληρωματικές, ότι όταν οι μη κοινές πλευρές δύο εφεξής γωνιών είναι αντικείμενες ημιευθείες, οι γωνίες είναι παραπληρωματικές και αντιστρόφως, ότι όταν οι μη κοινές πλευρές δύο εφεξής γωνιών είναι κάθετες ημιευθείες, οι γωνίες είναι συμπληρωματικές και αντιστρόφως, να μπορούν να υπολογίζουν και να σχεδιάζουν την παραπληρωματική και τη συμπληρωματική μιας γωνίας και να γνωρίζουν πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν, ότι οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες και να σχεδιάζουν δύο κατακορυφήν γωνίες, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί



δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 5^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 6^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 9^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 10^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 11^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β.1.9. με τίτλο «Θέσεις ευθειών στο επίπεδο» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν πότε δύο ευθείες είναι παράλληλες και ότι αν δύο ευθείες είναι κάθετες σε μία τρίτη, τότε θα είναι μεταξύ τους παράλληλες, ότι από ένα σημείο εκτός ευθείας άγεται μία και μόνο μία ευθεία παράλληλη προς αυτήν και να τη χαράσσουν με τη βοήθεια του μοιρογνομονίου ή του γνώμονα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί



δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β.1.10. με τίτλο «Απόσταση σημείου από ευθεία - Απόσταση παραλλήλων» και στόχο οι μαθητές να κατανοούν τι σημαίνει απόσταση σημείου από ευθεία και να την υπολογίζουν με τη βοήθεια του γνώμονα και του χάρακα, να κατανοούν τι σημαίνει απόσταση δύο παραλλήλων και να την υπολογίζουν με τη βοήθεια του γνώμονα και του χάρακα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β.1.11. με τίτλο «Κύκλος και στοιχεία του κύκλου» και στόχο οι μαθητές να κατανοούν την έννοια του κύκλου, να αναγνωρίζουν τα στοιχεία του και να τον σχεδιάζουν, να διακρίνουν τον κύκλο από τον κυκλικό δίσκο και να σχεδιάζουν με κανόνα και διαβήτη ένα τρίγωνο, όταν δίνονται οι τρεις πλευρές του, οι τρεις δραστηριότητες ανήκουν στο επίπεδο της αναγνώρισης και απαιτούν οπτικές δεξιότητες, η ανάλυση έδειξε τα εξής:



Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 3^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β.1.12. με τίτλο «Επίκεντρη γωνία - Σχέση επίκεντρης γωνίας και του αντιστοίχου τόξου - Μέτρηση τόξου» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι ως μέτρο ενός τόξου ορίζεται το μέτρο της αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και ότι στον ίδιο κύκλο (ή σε ίσους κύκλους), ίσες επίκεντρες γωνίες βαίνουν σε ίσα τόξα και αντιστρόφως, να μπορούν να κατασκευάζουν, με κανόνα και διαβήτη, γωνία ίση με δεδομένη και σχεδιάζουν με κανόνα και διαβήτη ένα τρίγωνο όταν δίνονται: (α) δύο πλευρές και η περιεχόμενη γωνία και (β) μία πλευρά και οι προσκείμενες γωνίες, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και



απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β.1.13. με τίτλο «Θέσεις ευθείας και κύκλου» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να διακρίνουν αν μία ευθεία είναι τέμνουσα ή εφαπτομένη του κύκλου και να σχεδιάζουν την εφαπτομένη ενός κύκλου σε ένα σημείο του, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της α διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στις επαναληπτικές ερωτήσεις αυτοαξιολόγησης, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 10^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 11^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 12^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 13^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες



λογικής, η 14^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 15^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 16^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 17^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 18^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 19^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 20^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 21^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 22^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 23^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 24^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 25^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 26^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 27^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 28^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες.

Συνολικά στο κεφάλαιο Β! με τίτλο «Βασικές γεωμετρικές έννοιες», στο σύνολο των 189 δραστηριοτήτων, παραδειγμάτων και ασκήσεων, οι 18 ανήκουν στο επίπεδο της αναγνώρισης, οι 134 στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 21 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 16 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 14 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 27 λεκτικές, οι 64 δεξιότητες σχεδίασης, οι 62 λογικές δεξιότητες και οι 22 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σύνολο Κεφαλαίου Β.1.							
ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙ ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙΙ ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	4	10	0	0	0	14	7
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	6	21	0	0	0	27	14
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	4	43	17	0	0	64	34
ΛΟΓΙΚΕΣ	2	44	0	16	0	62	33
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	2	16	4	0	0	22	12
ΣΥΝΟΛΟ	18	134	21	16	0	189	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	10	71	11	8	0	100	

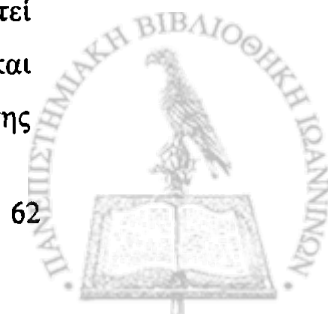


Στο κεφάλαιο Β.2.1. με τίτλο «Συμμετρία ως προς άξονα» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν πότε δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς ευθεία, πότε δύο σχήματα είναι συμμετρικά ως προς ευθεία και ότι τα συμμετρικά ως προς ευθεία σχήματα είναι ίσα, να βρίσκουν το συμμετρικό σημείο ευθυγράμμου τμήματος, ευθείας, τριγώνου, γωνίας και κύκλου ως προς μία ευθεία και να γνωρίζουν τις γεωμετρικές ιδιότητες που απορρέουν από τη συμμετρία αυτή, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 5^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 6^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 7^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 8^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 9^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β.2.2. με τίτλο «Άξονας συμμετρίας» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίζουν σχήματα με άξονα ή άξονες συμμετρίας, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της



•

ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β.2.3. με τίτλο «Μεσοκάθετος ευθύγραμμου τμήματος» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να χαράσσουν τη μεσοκάθετο ενός ευθύγραμμου τμήματος με τη βοήθεια βαθμολογημένου κανόνα και γνώμονα, να γνωρίζουν τη χαρακτηριστική ιδιότητα της μεσοκαθέτου ευθυγράμμου τμήματος και να χαράσσουν τη μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος με κανόνα και διαβήτη, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 5^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 9^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.



Στο κεφάλαιο Β.2.4. με τίτλο «Συμμετρία ως προς σημείο» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι η συμμετρία ως προς κέντρο Ο είναι μια στροφή γύρω από το Ο κατά γωνία 180° , τότε δύο σημεία είναι συμμετρικά ως προς σημείο, τότε δύο σχήματα είναι συμμετρικά ως προς σημείο και ότι αυτά τα συμμετρικά σχήματα είναι ίσα και να μπορούν να κατασκευάζουν το συμμετρικό σημείου, ευθύγραμμου τμήματος, ευθείας, γωνίας, τριγώνου, πολυγώνου και κύκλου ως προς σημείο, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 5^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, το 6^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β.2.5. με τίτλο «Κέντρο συμμετρίας» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίζουν σχήματα με κέντρο συμμετρίας και να γνωρίζουν τα βασικά γεωμετρικά σχήματα με κέντρο συμμετρίας και τις γεωμετρικές ιδιότητες που απορρέουν από τη συμμετρία αυτή, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες.

Στο κεφάλαιο Β.2.6. με τίτλο «Παράλληλες ευθείες που τέμνονται από μία άλλη ευθεία» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν πως ονομάζονται τα ζεύγη των



γωνιών που σχηματίζονται από την τομή δύο παραλλήλων με μία τέμνουσά τους, να διαπιστώνουν ότι όλες οι οξείες (ή οι αμβλείες) γωνίες, που σχηματίζουν δύο παράλληλες οι οποίες τέμνονται από τρίτη ευθεία, είναι ίσες και ότι μία οξεία και μία αμβλεία γωνία από τις γωνίες που σχηματίζονται από την τομή δύο παραλλήλων από την τρίτη ευθεία είναι παραπληρωματικές, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Συνολικά στο κεφάλαιο Β2 με τίτλο «Συμμετρία», στο σύνολο των 63 δραστηριοτήτων, παραδειγμάτων και ασκήσεων, οι 15 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 46 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 2 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 10 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, η 1 λεκτικές, οι 35 δεξιότητες σχεδίασης, οι 8 λογικές δεξιότητες και οι 9 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σύνολο Κεφαλαίου Β.2.

ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ I ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	2	6	2	0	10	16
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	0	1	0	0	1	2
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	0	3	32	0	0	35	56
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	5	3	0	0	8	13
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	5	4	0	0	9	14
ΣΥΝΟΛΟ	0	16	46	2	0	63	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	24	73	3	0	100	

Στο κεφάλαιο Β3.1. με τίτλο «Στοιχεία τριγώνου - Είδη τριγώνων» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν τα στοιχεία και τα είδη του τριγώνου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και δεξιότητες σχεδίασης, η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β3.2. με τίτλο «Άθροισμα γωνιών τριγώνου - Ιδιότητες ισοσκελούς τριγώνου» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι 180° και τις ιδιότητες του ισοσκελούς τριγώνου και του ισοπλεύρου τριγώνου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 5^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 6^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 6^η



•

άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β3.3. με τίτλο «Παραλληλόγραμμο – Ορθογώνιο – Ρόμβος – Τετράγωνο – Τραπεζίο - Ισοσκελές τραπέζιο» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ποιο τετράπλευρο ονομάζεται παραλληλόγραμμο, ποιο ορθογώνιο, ποιο ρόμβος, ποιο τετράγωνο και ποιο τραπέζιο και να μπορούν να χαράσσουν τα ύψη του παραλληλογράμμου και του τραπεζίου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η δραστηριότητα για το σπίτι ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οπτικές δεξιότητες.

Στο κεφάλαιο Β3.4. με τίτλο «Ιδιότητες Παραλληλογράμμου – Ορθογωνίου - Ρόμβου – Τετραγώνου – Τραπεζίου - Ισοσκελούς τραπεζίου» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν τις ιδιότητες του παραλληλογράμμου, του ορθογωνίου, του ρόμβου και του ισοσκελούς τραπεζίου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση-πρόβλημα



ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στις επαναληπτικές Ερωτήσεις Αυτοαξιολόγησης, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Συνολικά στο κεφάλαιο Β3 με τίτλο «Τρίγωνα – Παραλληλόγραμμα - Τραπεζία», στο σύνολο των 52 δραστηριοτήτων, παραδειγμάτων και ασκήσεων, οι 9 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 16 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 27 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 13 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, η 1 λεκτικές δεξιότητες, οι 6 δεξιότητες σχεδίασης, οι 31 λογικές δεξιότητες και η 1 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σύνολο Κεφαλαίου Β.3.							
ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙ ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙΙ ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	4	2	7	0	13	25
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	1	0	0	0	1	2
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	0	2	4	0	0	6	12
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	2	9	20	0	31	60
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	0	1	0	0	1	2
ΣΥΝΟΛΟ	0	9	16	27	0	52	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	17	31	52	0	100	

Βιβλίο Β' Γυμνασίου, Κεφάλαια Β.1., Β1.3, Β1.4.

Στο κεφάλαιο Β1.1. με τίτλο «Εμβαδόν επίπεδης επιφάνειας» και στόχο να κατανοήσουν οι μαθητές την έννοια του εμβαδού και ότι αυτό εξαρτάται από τη μονάδα μέτρησης που χρησιμοποιείται κάθε φορά, η ανάλυση έδειξε τα εξής:



Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β1.2. με τίτλο «Μονάδες μέτρησης επιφανειών» και στόχο να εξοικειωθούν οι μαθητές με τις μονάδες μέτρησης εμβαδού και να μπορούν να μετατρέπουν μονάδες από μικρότερες σε μεγαλύτερες και αντίστροφα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β1.3. με τίτλο «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν τους τύπους υπολογισμού εμβαδών επίπεδων σχημάτων, να μπορούν να αποδεικνύουν τους τύπους των εμβαδών συνδέοντάς τους με την κατάλληλη σειρά και να εφαρμόζουν συνδυαστικά τους τύπους σε αντίστοιχα προβλήματα η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 4^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 6^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί



οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 10^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 11^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 12^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 13^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 14^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 15^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 16^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 17^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β1.4. με τίτλο «Πυθαγόρειο θεώρημα» με στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν το Πυθαγόρειο θεώρημα και το αντίστροφό του, να μπορούν να επιλύουν προβλήματα με τη χρήση του Πυθαγόρειου θεωρήματος και να ελέγχουν αν ένα τρίγωνο με γνωστές πλευρές είναι ορθογώνιο, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 4^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της



ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Συνολικά στο κεφάλαιο Β1 με τίτλο «Εμβαδά επίπεδων σχημάτων-Πυθαγόρειο Θεώρημα», από το σύνολο των 56 δραστηριοτήτων, παραδειγμάτων και ασκήσεων, οι 53 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης και οι 3 ανήκουν στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης. Από αυτές, οι 12 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 3 δεξιότητες σχεδίασης, οι 29 δεξιότητες λογικής και οι 12 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σύνολο Κεφαλαίου Β.1.							
ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	12	0	0	0	12	21
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	0	0	0	0	0	0
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	0	0	3	0	0	3	5
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	29	0	0	0	29	52
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	12	0	0	0	12	21
ΣΥΝΟΛΟ	0	53	3	0	0	56	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	95	5	0	0	100	

Στο κεφάλαιο Β3.1. με τίτλο «Εγγεγραμμένες γωνίες» και με στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν την έννοια της εγγεγραμμένης γωνίας και να σχεδιάζουν τέτοιες γωνίες, να γνωρίζουν τη σχέση του μέτρου μιας επίκεντρης γωνίας και του μέτρου του αντίστοιχου τόξου, να γνωρίζουν τη σχέση του μέτρου μιας εγγεγραμμένης γωνίας και του μέτρου του αντίστοιχου τόξου, να μπορούν να αναγνωρίζουν την ισότητα εγγεγραμμένων γωνιών που βαίνουν στο ίδιο τόξο ή σε ίσα τόξα, να μπορούν να «μεταφέρουν» ίσες εγγεγραμμένες γωνίες και να μπορούν να διαχειρίζονται τη σχέση μεταξύ εγγεγραμμένης, αντίστοιχης επίκεντρης γωνίας και αντίστοιχου τόξου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες



λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β3.2. με τίτλο «Κανονικά πολύγωνα» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν τον ορισμό του κανονικού πολυγώνου και ότι ένα κανονικό πολύγωνο εγγράφεται σε κύκλο, να αποκτήσουν ευχέρεια στον υπολογισμό της γωνίας και της κεντρικής γωνίας ν-γώνου, να μπορούν να κατασκευάζουν απλά κανονικά πολύγωνα χρησιμοποιώντας τον υπολογισμό της κεντρικής γωνίας τους και να συσχετίζουν τη γωνία ή την κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου με το πλήθος των πλευρών του, η έρευνα έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο



επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β3.3. με τίτλο «Μήκος κύκλου» και με στόχο οι μαθητές να κατανοήσουν το μήκος κύκλου μέσω του σταθερού λόγου $\frac{L}{\delta}$, να εξοικειωθούν με την ιδιαιτερότητα του αριθμού π και να υπολογίζουν το μήκος ενός κύκλου όταν γνωρίζουν την ακτίνα του, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β3.4. με τίτλο «Μήκος τόξου» και με στόχο να μπορούν οι μαθητές να υπολογίζουν το μήκος τόξου, όταν δίνεται η ακτίνα του κύκλου και το μέτρο του τόξου σε μοίρες ή σε ακτίνια, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και

απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο B3.5. με τίτλο «Εμβαδόν κυκλικού δίσκου» και με στόχο να κατανοήσουν οι μαθητές τον υπολογισμό του εμβαδού κυκλικού δίσκου και να μπορούν να εφαρμόζουν κατάλληλα τον τύπο, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο B3.6. με τίτλο «Εμβαδόν κυκλικού τομέα» και με στόχο να μπορούν οι μαθητές να υπολογίζουν το εμβαδό κυκλικού τομέα, όταν δίνεται η ακτίνα του κύκλου και το μέτρο του αντίστοιχου τόξου σε μοίρες ή σε ακτίνια, η ανάλυση έδειξε τα εξής:



Η 1^η δραστηριότητα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Συνολικά στο κεφάλαιο Β3 με τίτλο «Μέτρηση κύκλου», στο σύνολο των 93 δραστηριοτήτων, παραδειγμάτων και ασκήσεων, οι 75 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης, μία ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι υπόλοιπες 17 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 7 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 4 απαιτούν δεξιότητες σχεδίασης, οι 71 δεξιότητες λογικής και οι 11 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σύνολο Κεφαλαίου Β.3.							
ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙ ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙΙΙ ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ ΙV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	2	0	5	0	7	8
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	0	0	0	0	0	0
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	0	3	1	0	0	4	4
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	59	0	12	0	71	76
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	11	0	0	0	11	12
ΣΥΝΟΛΟ	0	75	1	17	0	93	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	81	1	18	0	100	



Στο κεφάλαιο Β4.1. με τίτλο «Ευθείες και επίπεδα στο χώρο» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίζουν τη σχετική σχέση δύο επιπέδων στο χώρο, δύο ευθειών στο χώρο και μιας ευθείας και ενός επιπέδου και να διαπιστώνουν αν μια ευθεία είναι κάθετη σ' ένα επίπεδο, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί λεκτικές δεξιότητες, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής και η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β4.2. με τίτλο «Στοιχεία και εμβαδόν πρίσματος και κυλίνδρου» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίζουν αν ένα στερεό είναι πρίσμα και το είδος του πρίσματος, να υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας πρίσματος, να αναγνωρίζουν αν ένα στερεό είναι κύλινδρος και να υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας κυλίνδρου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 4^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες



εφαρμογής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο B4.3. με τίτλο «Όγκος πρίσματος και κυλίνδρου» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν τις μονάδες μέτρησης όγκου στο δεκαδικό μετρικό σύστημα, τις μεταξύ τους σχέσεις και το συμβολισμό τους και να μπορούν να υπολογίζουν τον όγκο πρίσματος και κυλίνδρου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο B4.4. με τίτλο «Η πυραμίδα και τα στοιχεία της» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίζουν τα στοιχεία της πυραμίδας και το είδος της, να



υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας κανονικής πυραμίδας και να υπολογίζουν τον όγκο μιας πυραμίδας, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 7^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο B4.5. με τίτλο «Ο κώνος και τα στοιχεία του» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να αναγνωρίζουν τα στοιχεία του κώνου, να υπολογίζουν το εμβαδόν της παράπλευρης και της ολικής επιφάνειας κώνου και να υπολογίζουν τον όγκο του κώνου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες



λογικής, η 4^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 10^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο B4.6. με τίτλο «Η σφαίρα και τα στοιχεία της» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να κατανοήσουν τον ορισμό της σφαίρας και ως στερεό εκ περιστροφής και ως γεωμετρικό τόπο, να αναγνωρίζουν τα στοιχεία της σφαίρας, να υπολογίζουν το εμβαδόν της επιφάνειάς συγκρίνοντάς την με την παράπλευρη επιφάνεια κυλίνδρου και να υπολογίζουν τον όγκο της σφαίρας, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 4^η εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί



δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β4.7. με τίτλο «Γεωγραφικές συντεταγμένες» και στόχο να γνωρίζουν οι μαθητές τον άξονα περιστροφής, τα ημισφαίρια, τις παραλλήλους και τους μεσημβρινούς, το γεωγραφικό μήκος και πλάτος και να προσανατολίζονται στοιχειωδώς στην επιφάνεια της Γης, δεν υπάρχουν δραστηριότητες, ερωτήσεις κατανόησης ή ασκήσεις παρά μόνο δραστηριότητες για διασκέδαση οι οποίες προφανώς ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτούν δεξιότητες εφαρμογής. Οι δραστηριότητες αυτές δεν λαμβάνονται υπόψη για τη συνολική ανάλυση του κεφαλαίου.

Στο σύνολο του κεφαλαίου Β4 με τίτλο «Γεωμετρικά Στερεά – Μέτρηση στερεών», από τις 117 δραστηριότητες, παραδείγματα και ασκήσεις, οι 96 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 4 στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 17 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 6 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 4 απαιτούν λεκτικές δεξιότητες, η 1 απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, οι 92 δεξιότητες λογικής και



οι 14 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:

Σύνολο Κεφαλαίου Β.4.							
ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	3	3	0	0	6	5
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	4	0	0	0	4	3
ΣΧΕΔΙΑΣΗ	0	0	1	0	0	1	1
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	75	0	17	0	92	79
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	14	0	0	0	14	12
ΣΥΝΟΛΟ	0	96	4	17	0	117	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	82	3	15	0	100	

Βιβλίο Γ' Γυμνασίου, Κεφάλαια Β.1.

Στο κεφάλαιο Β1.1. με τίτλο «Ισότητα τριγώνων» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν τα είδη των τριγώνων και τα στοιχεία ενός τριγώνου (κύρια και δευτερεύοντα), να μάθουν τα κριτήρια ισότητας των τριγώνων και να μπορούν να τα εφαρμόζουν για να αποδεικνύουν την ισότητα ευθυγράμμων τμημάτων και γωνιών και να μάθουν τα κριτήρια ισότητας των ορθογωνίων τριγώνων, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 6^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 7^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 9^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές



δεξιότητες, η 10^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 11^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 7^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 8^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 9^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 11^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 12^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 13^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 14^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 15^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 16^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 17^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 18^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 19^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 20^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 21^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο κεφάλαιο Β1.2. με τίτλο «Λόγος ευθυγράμμων τμημάτων» και στόχο οι μαθητές να μάθουν ότι, αν ευθείες παράλληλες ορίζουν ίσα τμήματα σε μια ευθεία που τις τέμνει, τότε θα ορίζουν ίσα τμήματα και σε οποιαδήποτε άλλη ευθεία που τις τέμνει, να μάθουν τις άμεσες συνέπειες της προηγούμενης πρότασης σε τραπέζιο και

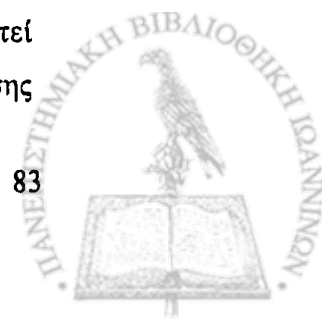


σε τρίγωνο, να μάθουν να διαιρούν με κανόνα και διαβήτη ένα ευθύγραμμο τμήμα σε n ίσα τμήματα, να μάθουν τι ονομάζεται λόγος δύο ευθυγράμμων τμημάτων και πως αυτός υπολογίζεται και να μάθουν πότε δύο ευθύγραμμα τμήματα είναι ανάλογα προς δύο άλλα ευθύγραμμα τμήματα, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 3^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 4^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 6^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 7^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 8^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β1.3. με τίτλο «Θεώρημα του Θαλή» και στόχο να μπορούν οι μαθητές να διατυπώνουν το θεώρημα του Θαλή και να γράφουν τις αντίστοιχες αναλογίες σε οποιοδήποτε σχήμα που ισχύουν οι προϋποθέσεις του θεωρήματος, και να μάθουν να χρησιμοποιούν το θεώρημα για να υπολογίζουν το μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος και το λόγο δύο τμημάτων, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης



και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 6^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της ανάλυσης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο Β1.4. με τίτλο «Ομοιοθεσία» και στόχο οι μαθητές να μάθουν να βρίσκουν το ομοιόθετο ενός σημείου με κέντρο Ο και λόγο έναν οποιοδήποτε θετικό αριθμό, ώστε να μπορούν να βρίσκουν στη συνέχεια το ομοιόθετο οποιουδήποτε γεωμετρικού σχήματος, να γνωρίζουν ότι η τιμή του λ καθορίζει, αν το ομοιόθετο ενός σχήματος είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση, να αναγνωρίζουν αν δύο σχήματα είναι ή δεν είναι ομοιόθετα προσδιορίζοντας το κέντρο και το λόγο ομοιοθεσίας τους, να συνειδητοποιήσουν ότι το ομοιόθετο ενός σχήματος, αφού είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνσή του έχει την ίδια μορφή με το αρχικό, και να αξιοποιούν την ομοιοθεσία για την απόδειξη παραλληλίας ευθυγράμμων τμημάτων, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες



σχεδίασης, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 6^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 7^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης, η 8^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 9^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες σχεδίασης.

Στο κεφάλαιο Β1.5.Α με τίτλο «Ομοιότητα-Όμοια Πολύγωνα» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι τα όμοια πολύγωνα είναι αυτά που το ένα είναι μεγέθυνση ή σμίκρυνση του άλλου, οπότε τα σχήματα που είναι ομοιόθετα ή μπορούν αν γίνουν ομόθετα είναι όμοια, να γνωρίζουν ότι, αν δυο πολύγωνα έχουν τις πλευρές τους ανάλογες και τις αντίστοιχες γωνίες τους ίσες, τότε είναι όμοια και το αντίστροφο, να γνωρίζουν τι σημαίνει λόγος ομοιότητας ομοίων πολυγώνων και ποια σχέση έχει με το λόγο των περιμέτρων τους, να γνωρίζουν πώς συνδέεται ο λόγος ομοιότητας με την κλίμακα ενός χάρτη ή ενός σχεδίου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η προτεινόμενη



άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο B1.5.B με τίτλο «Ομοιότητα-Όμοια Τρίγωνα» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι δυο τρίγωνα είναι όμοια, αν έχουν δυο γωνίες τους ίσες, να μάθουν να γράφουν τους ίσους λόγους που προκύπτουν από τις αντίστοιχες πλευρές δυο ομοίων τριγώνων και να τους αξιοποιούν υπολογίζοντας μήκη τμημάτων, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

- Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 4^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 7^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στο κεφάλαιο B1.6. με τίτλο «Λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων» και στόχο οι μαθητές να γνωρίζουν ότι ο λόγος των εμβαδών δύο ομοίων σχημάτων ισούται με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους και ότι αν όλες οι πλευρές ενός πολυγώνου πολλαπλασιαστούν με τον ίδιο αριθμό λ και οι γωνίες του μείνουν αμετάβλητες τότε το εμβαδόν του πολλαπλασιάζεται επί λ^2 , η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Το 1^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, το 2^ο παράδειγμα-εφαρμογή ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής



και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 1^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η ερώτηση κατανόησης ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 1^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 2^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί οπτικές δεξιότητες, η 3^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής, η 9^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η προτεινόμενη άσκηση-πρόβλημα ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες εφαρμογής.

Στις Γενικές Ασκήσεις του 1ου κεφαλαίου, η ανάλυση έδειξε τα εξής:

Η 1^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 2^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 3^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 4^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 5^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 6^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 7^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 8^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 9^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής, η 10^η άσκηση ανήκει στο επίπεδο της επαγωγής και απαιτεί δεξιότητες λογικής.

Στο σύνολο του κεφαλαίου Β1 με τίτλο «Γεωμετρία», στο σύνολο των 139 δραστηριοτήτων, παραδειγμάτων και ασκήσεων, οι 32 ανήκουν στο επίπεδο της ανάλυσης, οι 75 ανήκουν στο επίπεδο της διάταξης-ταξινόμησης και οι 32 στο επίπεδο της επαγωγής. Από αυτές, οι 43 απαιτούν οπτικές δεξιότητες, οι 13 απαιτούν δεξιότητες σχεδίασης, οι 72 δεξιότητες λογικής και οι 11 δεξιότητες εφαρμογής. Τα παραπάνω ευρήματα απεικονίζονται στον παρακάτω πίνακα:



Σύνολο Κεφαλαίου Β.1.

ΕΠΙΠΕΔΟ ΔΕΞΙΟΤΗΤΕΣ	ΕΠΙΠΕΔΟ Ι ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ II ΑΝΑΛΥΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ III ΔΙΑΤΑΞΗ- ΤΑΞΙΝΟΜΗΣΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ IV ΕΠΑΓΩΓΗ	ΕΠΙΠΕΔΟ V ΑΥΣΤΗΡΟΤΗΤΑ	ΣΥΝΟΛΟ	ΠΟΣΟΣΤΟ
ΟΠΤΙΚΕΣ	0	14	25	4	0	43	31
ΛΕΚΤΙΚΕΣ	0	0	0	0	0	0	0
ΣΧΕΔΙΑΣΗΣ	0	1	12	0	0	13	9
ΛΟΓΙΚΕΣ	0	14	31	27	0	72	52
ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ	0	3	7	1	0	11	8
ΣΥΝΟΛΟ	0	32	75	32	0	139	100
ΠΟΣΟΣΤΟ	0	23	54	23	0	100	

6. Βιβλιογραφία

- Khasawneh A., (2000). Geometric Thought Within School Mathematics Textbooks in Jordan. *Proceedings of The International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics For Living*. 18-23 November 2000, Amman, Jordan
- Κολέζα Ε., (2000). Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών. Αθήνα: Leader Books Α.Ε.
- Κολέζα Ε., Ντζιαχρήστος Β. (1990). Η διδασκαλία της Γεωμετρίας στα σχολεία. Επίπεδα Ρ. Μ. Van Hiele. *Μαθηματική Επιθεώρηση*, 37, 11-23.
- Κοντογιάννης Δ., Ντζιαχρήστος Β. (1999). Βασικές έννοιες της Γεωμετρίας. Αθήνα Παιδαγωγικό Ινστιτούτο (1997). Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών, <http://www.pi-schools.gr/lessons/mathematics/>
- Πιπίνος Γ., (2006). Διδακτική αξιοποίηση της θεωρίας των van Hiele. *Επιστημονικό Βήμα*, 5, 66-83.
- Streefland L., (Ed.) (2000). *Ρεαλιστικά Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση*. Αθήνα: Leader Books Α.Ε.