

ΗΛΙΑΣ ΓΙΑΝΝΑΚΗΣ

ΟΙ ΑΡΧΑΙΕΣ ΕΛΛΗΝΙΚΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ
ΣΤΗΝ ΑΡΑΒΙΚΗ ΠΑΡΑΔΟΣΗ *

Εισαγωγικές παρατηρήσεις – Το ιστορικό πλαίσιο

Η έξοδος των Αράβων από την αραβική χερσόνησο λίγο πριν από τα μέσα του έβδομου αιώνα μ.Χ. έμελλε να είναι διαφορετική από κάθε προηγούμενη. Οι Άραβες πολλές φορές είχαν κάνει επιδρομές στο χώρο της Μέσης Ανατολής, αλλά αυτή τη φορά δεν επρόκειτο για μια τέτοια περιστασιακή επιδρομή. Στο δεύτερο τέταρτο του έβδομου αιώνα οι Άραβες ξεχύθηκαν στο χώρο της λεγόμενης Εύφορης Ημισελήνου με μια καινούργια ιδεολογία, κατέλυσαν την περσική αυτοκρατορία των Σασανιδών και κατέλαβαν σημαντικά εδάφη της Βυζαντινής αυτοκρατορίας. Ίδρυσαν μια μεγάλη αυτοκρατορία, διέδωσαν μια καινούργια θρησκεία και δημιούργησαν έναν καινούργιο πολιτισμό. Ο πολιτισμός αυτός γνώρισε τη γένεσή του και την ακμή του στο πλαίσιο των καινούργιων πόλεων που θεμελίωσαν και οικοδόμησαν οι κατακτητές. Η Μεδίνα πολύ νωρίς έπαψε να είναι το κέντρο της εξουσίας και η Δαμασκός έγινε η πρωτεύουσα του χαλιφάτου κατά τη διάρκεια της δυναστείας των Ομαγιαδών (661-750 μ.Χ.). Από το 762 μ.Χ. η νεο-ιδρυθείσα Βαγδάτη επρόκειτο να γίνει το πολιτικό, οικονομικό και πολιτισμικό κέντρο της αυτοκρατορικής δυναστείας των Αββασιδών χαλίφηδων (750-1258 μ.Χ.).

* Μια πρώτη μορφή αυτής της μελέτης με τον ίδιο τίτλο παρουσιάστηκε στο συνέδριο: «Ανατολική Μεσόγειος: 4000 Χρόνια Πολιτικής και Πολιτισμού» του Τμήματος Μεσογειακών Σπουδών του Πανεπιστημίου του Αιγαίου, Ρόδος 31 Μαρτίου – 1 Απριλίου 2001. Για τη διευκόλυνση του αναγνώστη πρέπει να σημειώσω ότι οι χρονολογίες αναφέρονται στο έτος θανάτου ή την περίοδο ακμής του συγκεκριμένου προσώπου ή την χρονική περίοδο διακυβέρνησης, όταν πρόκειται για χαλίφη. Το άρθρο μπορεί να διαβαστεί χωρίς την παρεμβολή των υποσημειώσεων, οι οποίες συνήθως τεκμηριώνουν ή παραπέμπουν στην πηγή της σχετικής άποψης. Η βιβλιογραφία και οι συντομογραφίες που παρατίθενται στο τέλος του άρθρου αποβλέπουν στην πληροφόρηση του αναγνώστη αλλά και του ενδιαφερομένου για περαιτέρω μελέτη ή έρευνα. Αναλυτική βιβλιογραφία μπορεί να βρει κανείς στο τέλος κάθε τόμου του έργου Encyclopedia of the History of Arabic Science και στα άρθρα του J. L. Berggren.



Οι λαοί των περιοχών που κατέκτησαν οι Άραβες βαθμιαία εξαραβίστηκαν και εξισλαμίστηκαν. Βεβαίως οι Κόπτες και οι χριστιανοί της Συρίας, που είχαν μάθει να διατηρούν την ταυτότητά τους ακόμα και υπό εχθρική διακυβέρνηση, δεν είχαν την τύχη των λαών των ανατολικών διαμερισμάτων του χαλιφάτου. Τόσο οι Κόπτες όσο και οι χριστιανοί της Συρίας διατήρησαν μια σχετική αυτονομία μέσα στο πλαίσιο της ισλαμικής αυτοκρατορίας. Όμως, με την εμφάνιση του Ισλάμ, η πολιτισμική ανθρωπογεωγραφία της ανατολικής Μεσογείου άλλαξε.

Η Μεσόγειος, που είναι συνδεδεμένη με την εμφάνιση των μεγαλύτερων πολιτισμών της παγκόσμιας ιστορίας, παρουσίαζε μια πολιτισμική ενότητα από την ελληνιστική, τη ρωμαϊκή και την πρώιμη βυζαντινή περίοδο. Η ενότητα αυτή διασπάστηκε κατά την περίοδο της ύστερης Αρχαιότητας.¹ Σ' αυτό συνετέλεσε και η εξάπλωση των Αράβων από τον έβδομο αιώνα και εξής. Έτσι η Μέση Ανατολή και η Βόρεια Αφρική αποσπάστηκαν από τον ενιαίο πολιτισμικό χώρο της Μεσογείου. Ανεξαρτήτως της κατάστασης που είχε επικρατήσει στο δυτικό μέρος της Μεσογείου παλαιότερα με την εισβολή βαρβαρικών φύλων, οι Άραβες πέτυχαν να επιβάλουν το δικό τους πρότυπο κοινωνικής οργάνωσης, κρατικής διοίκησης, τρόπου ζωής και διανόησης στους λαούς που κατέκτησαν.

Ο πολιτισμός που δημιουργήθηκε στα κατακτημένα εδάφη από Άραβες και μη Άραβες ονομάζεται συνήθως ισλαμικός. Επειδή όμως εκφράστηκε στην αραβική γλώσσα ενίοτε ονομάζεται αραβικός. Πολλές φορές οι δύο όροι χρησιμοποιούνται εναλλακτικά για να δηλώσουν το μεσαιωνικό πολιτισμό των διάφορων δυναστειών χαλίφηδων. Στη διαμόρφωση αυτού του πολιτισμού συνέβαλαν πολλές εθνοτικές ομάδες. Αφομοιώθηκαν πολλά στοιχεία προηγούμενων πολιτισμών και εμφανίστηκε ένας σφριγηλός πολιτισμός με καινούργιους θεσμούς και νέους τρόπους σκέψης και δράσης.

Στον επιστημονικό τομέα, που μας ενδιαφέρει εδώ, συνταιριάστηκαν διάφορα ρεύματα από τις προηγούμενες πολιτισμικές παραδόσεις, ιδιαίτερα από την περσική και τη συριακή. Και οι δύο αυτές παραδόσεις, λίγο

1. Για την ύστερη Αρχαιότητα βλέπε P. Brown, *The World of Late Antiquity*, Thames & Hudson, London, 1971, (ελληνική μετάφραση: *Ο κόσμος της ύστερης Αρχαιότητας*, (μετ. Ε. Σταμπόγλη), Αθήνα, Αλεξάνδρεια, 1996). Επίσης μελέτες ή άρθρα για την ύστερη Αρχαιότητα βλέπε G. W. Bowersock, P. Brown and O. Grabar (eds), *Late Antiquity. A Guide to the Postclassical World*, Cambridge, Mass. and London, The Belknap Press of Harvard University Press, 1999.



πριν από την εξάπλωση των Αράβων, είχαν υιοθετήσει μια θετική στάση προς την ελληνική παιδεία και τον ελληνικό τρόπο σκέψης. Αδιάφευστο τεκμήριο αυτής της άποψης είναι οι μεταφράσεις ελληνικών αστρονομικών, γεωργικών και φιλοσοφικών έργων στην μεσαιωνική περσική (Pahlavi) αλλά και ιατρικών, φιλοσοφικών και άλλων ελληνικών έργων στη συριακή γλώσσα. Εκπρόσωποι αυτών των παραδόσεων ήταν υπεύθυνοι και για τις πρώτες μεταφράσεις ελληνικών έργων στην αραβική γλώσσα. Αλλά αυτό που είναι μοναδικό και χωρίς προηγούμενο είναι ότι οι Άραβες όχι μόνο ανέλαβαν να μεταφράσουν ό,τι ήταν πρακτικό και χρήσιμο από την ελληνική κοσμική γραμματεία της ύστερης Αρχαιότητας αλλά και έφεραν σε πέρας αυτό το έργο. Το ενδιαφέρον ήταν τόσο μεγάλο που δεν θα ήταν υπερβολή να πούμε ότι η ελληνική φιλοσοφία και επιστήμη θριάμβευσε στην αραβική φιλοσοφική και επιστημονική παράδοση. Αυτό βέβαια συνέβη γιατί τίποτε δεν μπορούσε να τη σταματήσει.² Οποιαδήποτε προσπάθεια να κατανοηθούν μερικά πράγματα οδηγούσε στα ερωτήματα και τα προβλήματα που είχαν θέσει παλαιότερα οι Έλληνες. Πράγματι οι μουσουλμάνοι στοχαστές συζήτησαν φιλοσοφικά, επιστημονικά και θεολογικά ζητήματα με ελληνικούς όρους, έννοιες και κατηγορίες. Δηλαδή ο ελληνικός στοχασμός, όπως τον κατανόησε και ο Αβερρόης, φαίνεται πως ήταν το φυσικό σημείο εκκίνησης κάθε δυνατής ανθρώπινης διανόησης. Οι Έλληνες δεν είχαν όλες τις λύσεις αλλά πρόσφεραν το σωστό πλαίσιο και τους δυνατούς τρόπους για την αναζήτηση λύσης κάθε προβλήματος.

Ωστόσο τα αραβικά συγγράμματα των μαθηματικών επιστημών δεν προέρχονται από μία και ομοιογενή παράδοση.³ Σε θέματα που αφορούν την αρίθμηση ή τη μέτρηση χρόνου και αποστάσεων οι Άραβες ακολούθησαν την πρακτική των λαών που κατέκτησαν. Έτσι χρησιμοποίησαν το πολύ παλαιό σύστημα αρίθμησης των Σουμερίων που είχε ως βάση του το εξήντα και στην αστρονομία και στη γεωμετρία.⁴ Αργότερα εισήγαγαν το

2. M. Mahdi, "Postface: Approaches to the History of Arabic Science", στο *EHAS*, τ. 3, σσ. 1026-44 (σσ. 1029 κ. ε.).

3. J. L. Berggren, "Mathematics and her Sisters in Medieval Islam", *Historia Mathematica*, 24 (1997) 407-40. Του ιδίου: "History of Mathematics in the Islamic World. The Present State of the Art", *Middle East Studies Association Bulletin*, 19 (1985) 9-33.

4. Σημειώτεον ότι το σύστημα με βάση το εξήντα χρησιμοποιείται και σήμερα τόσο στην υποδιαίρεση της ώρας (μία ώρα = εξήντα λεπτά, ένα λεπτό = εξήντα δευτερόλεπτα) όσο και στη μέτρηση γωνιών σε μοίρες (πλήρης γωνία = τριακόσιες εξήντα μοίρες, κλπ.).



ινδικό δεκαδικό σύστημα αρίθμησης πιθανόν μέσω της περσικής παράδοσης. Ο μουσουλμανικός επιστημονικός κόσμος άρχισε να εξοικειώνεται με αυτό που λέμε ινδικό σύστημα αρίθμησης, όταν κυκλοφόρησε η αραβική μετάφραση του έργου *Sindhind* από τον al-Fazâgî (773 μ.Χ.). Το ινδικό σύστημα αρίθμησης ήταν γνωστό από νωρίς. Ο Σύρος επίσκοπος Σεβήρος Σεμπόχτ (Sebokht) σε ένα απόσπασμα που χρονολογείται από το 662 μ.Χ. αναφέρεται ρητά στο ινδικό σύστημα αρίθμησης.⁵ Η περσική παράδοση κατά την τελευταία περίοδο της σασανιδικής δυναστείας (224 – 637 μ.Χ.) είχε αφομοιώσει αρκετά στοιχεία της ινδικής παράδοσης ιδιαίτερα στους τομείς της αριθμητικής, της τριγωνομετρίας και της αστρονομίας.⁶ Βεβαίως η ινδική παράδοση συνέχισε να επιδρά και στους μετέπειτα αιώνες της ισλαμικής κυριαρχίας, όμως δεν έχουμε καμία αναφορά σε ινδούς συγγραφείς ή τίτλους ινδικών έργων. Επίσης δεν πρέπει να παραβλέψουμε τη συρο-αραμαϊκή παράδοση που είχε αφομοιώσει βαβυλωνιακά και ελληνικά στοιχεία. Φαίνεται πως η χρήση των γραμμάτων του αρχαίου σημιτικού αλφαβήτου για την γραφική παράσταση των αριθμών στο σύστημα αρίθμησης προέρχεται από ελληνική επίδραση και ακολουθήθηκε και από τους Άραβες. Δυστυχώς όμως δεν έχουμε κείμενα για να ξέρουμε το βαθμό της επίδρασης αυτών των παραδόσεων στην αραβική μαθηματική διανόηση.

Αραβικές μεταφράσεις έργων των ελληνικών μαθηματικών επιστημών

Όσον αφορά στην ελληνική παράδοση, η επίδρασή της ήταν καταλυτική. Οι ελληνικές μαθηματικές επιστήμες εμπεριείχαν την **αριθμητική**, τη **γεωμετρία**, την **αστρονομία** και τη **μουσική** (ή **αρμονία**). Αυτές ήταν οι επιστήμες του “τετραοδίου” (*quadrivium*), όπως ήδη αναφέρονται στην Πολιτεία του Πλάτωνα⁷ και διδάσκονταν στις φιλοσοφικές σχολές της ύστερης Αρχαιότητας. Δεν καλλιεργούνταν μόνο από ειδικούς αλλά και από φιλοσόφους, όπως οι νεοπλατωνικοί φιλόσοφοι Πρόκλος, Δαμά-

5. Βλέπε A. S. Saidan, “Numeration and Arithmetic”, στο *EHAS*, τ.2, σσ. 331-348 (σ. 333).

6. Για περισσότερες λεπτομέρειες βλέπε: D. Pingree, “Indian Influence on Sasanian and Early Islamic Astronomy and Astrology”, *The Journal of Oriental Research*, 34-35 (Madras 1964-66) 118-126.

7. J. Burnet, *Platonis Opera*, τόμοι 1-5, Oxford Classical Texts, Oxford, Clarendon Press, 1900-7, (τ. 4, Πλάτωνος *Πολιτεία*, VII. 524d – 531c).



σκιος και Σιμπλίκιος. Το ίδιο συνέβη και στην αραβική παράδοση, όπως φαίνεται από τα υπομνήματα, τα εγκυκλοπαιδικά έργα και τις ξεχωριστές συμβολές των φιλοσόφων al-Kindî (867 μ.Χ.)⁸, al-Fârâbî (950 μ.Χ.)⁹ και Ibn Sînâ (1038 μ.Χ.), γνωστού ως Αβικέννα.¹⁰ Η πρόσφατη έρευνα έχει αποδείξει ότι οι Άραβες εν μέρει ακολούθησαν το πρόγραμμα της φιλοσοφικής σχολής της Αλεξανδρείας, όπως τελικά είχε διαμορφωθεί κατά τον 6ο και 7ο μ.Χ. αιώνα.¹¹

Οι αραβικές μεταφράσεις ελληνικών έργων περιλαμβάνουν τα κείμενα που διδάσκονταν στις ελληνικές σχολές της ύστερης Αρχαιότητας.¹² Πρώτα – πρώτα στην **αριθμητική**: Η θεωρητική αριθμητική του Νικόμαχου του Γερασηνού (50 – 150 μ.Χ.)¹³ και του Διόφαντου (ακμή 3ος αι. μ.Χ.) μεταφράστηκαν στα Αραβικά από τον Thâbit ibn Qurra (901 μ.Χ.) από την πόλη Χαρράν και τον μελχίτη Qusî ibn Lûqâ (ακμή 860 – 890 μ.Χ.), ίσως ελληνικής καταγωγής, αντίστοιχα.¹⁴ Είναι αξιοσημείωτο ότι τα βιβλία

8. R. Rashed, “Al-Kindî’s Commentary on Archimedes’ The Measurement of the Circle”, *Arabic Science and Philosophy*, 1 (1993) 7-53. Βλέπε επίσης D. C. Lindberg, *Theories of Vision from al-Kindî to Kepler*, Chicago, London, 1976. Του ιδίου: *Studies in the History of Medieval Optics*, London, 1983.

9. Al-Fârâbî, Abû Naşr M., *Ihşâ’ al-‘ulûm*. Catálogo de la Ciencias, edited and translated by A. Gonzalez Palencia, Madrid, Granada, 1953².

10. Βλέπε το τμήμα που αφορά τα μαθηματικά στο έργο του Αβικέννα: A. L. Mazhar (ed), *Ibn Sînâ. Ash-Shifâ’. [III:] ar-Riyâdiyyât. 2: al-Hisâb*, Cairo, 1975. Επίσης J. Jolivet, “Classifications of the Sciences”, στο *EHAS*, τ. 3, σσ. 1008-25.

11. F. W. Zimmermann, *Al-Farabi’s Commentary and Short Treatise on Aristotle’s De Interpretatione*, Transl. with an Introduction and Notes, The British Academy. Classical and Medieval Logic Texts 3, London, Oxford, 1981, σσ. ciii f.. Βλέπε επίσης: G. Strohmaier, “Von Alexandrien nach Bagdad’ – eine fiktive Schultradition”, στο J. Wiesner (ed.), *Aristoteles. Werk und Wirkung, Paul Moraux gewidmet*, τόμος 2, Berlin, W. de Gruyter, 1987, σσ. 380-9. G. Endress, “The Defense of Reason: The Plea for Philosophy in the Religious Community”, *ZGAIW*, 6 (1990) 1-49, (σσ. 16-17).

12. Για την ιστορία των μεταφράσεων στα μαθηματικά, στην αστρονομία και στην αστρολογία βλέπε: *GAS*, τ. 5, (μαθηματικά), τ. 6 (αστρονομία), και τ. 7 (αστρολογία).

13. Η έκδοση του αραβικού κειμένου έγινε από τον W. Kutsch, *Thâbit ibn Qurra arabische Übersetzung der ’Αριθμητική Εισαγωγή des Nikomachus von Gerasa*, Beirut, 1959.

14. Για τον βίο και τα έργα του Qusî ibn Lûqâ βλέπε G. Gabrieli, “Nota Biobibliografica su Qusî ibn Lûqâ”, *Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei*, Ser. 5, vol. 21 (1912) 341-382.



τέσσερα ως και επτά (IV-VII) από το έργο του Διόφαντου σώζονται μόνο στην αραβική μετάφραση, ενώ έχει χαθεί το ελληνικό πρωτότυπο.¹⁵

Όσον αφορά στη **γεωμετρία**, πρέπει να ειπωθεί ότι μεγάλη ήταν η επίδραση των *Στοιχείων Γεωμετρίας* του Ευκλείδη (ακμή 300 π.Χ.), που μεταφράστηκε πολλές φορές.¹⁶ Αναφέρονται τρεις διαφορετικές μεταφράσεις από τους Άραβες βιβλιογράφους. Μεταφράστηκε δύο φορές από τον al-Hajjâj ibn Yûsuf ibn Majar, μία κατά τη διάρκεια που ήταν χαλίφης (ή κατά παραγγελία του) ο Hârûn ar-Rashîd (786 – 809 μ.Χ.) και αργότερα επί al-Ma'mûn (813 – 833 μ.Χ.). Μεταφράστηκε επίσης από τον Ishâq ibn Hunayn (910 μ.Χ.) και διορθώθηκε σε μια τελική και οριστική μορφή από τον Thâbit ibn Qurra (901 μ.Χ.).¹⁷ Μεταφράστηκαν επίσης και άλλα έργα του Ευκλείδη,¹⁸ όπως τα *Δεδομένα*,¹⁹ τα *Φαινόμενα* και τα *Όπτικά*. Από το ελληνικό πρωτότυπο μεταφράστηκε και ένα βιβλίο με τίτλο *Υποθέσεις* που αποδίδεται σε κάποιον Aqâṭun άγνωστης ταυτότητας.²⁰ Μεταφράστηκαν επίσης μεταγενέστερα υπομνήματα στα *Στοιχεία Γεωμετρίας* του Ευκλείδη, όπως το υπόμνημα του Υψικλή (ακμή 150 π.Χ.) στο δέκατο τέταρτο και δέκατο πέμπτο βιβλίο, καθώς και εκείνου του Πάππου (ακμή

15. Αγγλική μετάφραση από τον J. Sesiano, *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica in the Arabic Translation Attributed to Qustâ ibn Lûqâ*, Heidelberg, 1982. Το ίδιο έργο εκδόθηκε με γαλλική μετάφραση και σχόλια από τον R. Rashed, *Diophante. Les Arithmétiques*, Tomes III (livre IV), IV (livres V, VI et VII), Paris, Belles Lettres, 1984.

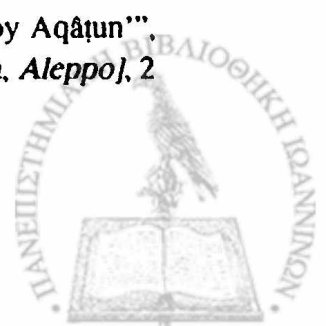
16. Για την μετάδοση των έργων του Ευκλείδη στους Άραβες βλέπε: W. Knoth, "On the Transmission of Geometry from Greek into Arabic", *Historia Mathematica*, 10 (1983) 71-78. Επίσης GAS, τ. 5, σσ. 83 κ. ε., και το άρθρο "ilm al-handasa", του M. Souissi (1982) στην EI² Supplement, σ. 411 κ.ε. J. L. Heiberg, "Die arabische Tradition der Elemente Euklid's", *Zeitschrift für Mathematik und Physik Hist.-lit. Abt.*, 29 (1884) 1-22. J. W. Engroff, *The Arabic Tradition of Euclid's Elements, Book V*. Harvard University Dissertation, Cambridge, Mass., 1980. G. de Young, "The Arabic Textual Traditions of Euclid's Elements", *Historia Mathematica*, 11 (1984) 147-60. Του ιδίου: *The Arithmetic Books of Euclid's Elements in the Arabic Tradition*, Harvard University Dissertation, Cambridge, Mass., 1981. Για τα προβλήματα που αντιμετωπίζει ο ερευνητής βλέπε S. Brentjes, "Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid", *Archive for History of Exact Sciences*, 47 (1994) 53-92.

17. M. Ibn an-Nadîm, *Kitâb al-Fihrist*, τόμοι 2, ed. by J. Flügel, Leipzig, 1871-2, σ. 265.

18. J. P. Hogendijk, "On Euclid's Lost Porisms and its Arabic Traces", *Bolletino di storia delle Scienze Matematiche*, 7 (1987) 93-115.

19. C. Thaer, "Euklids Data in arabischer Fassung", *Hermes*, 77 (1942) 197-205.

20. Y. Dold-Samplonius, "Some Remarks on the 'Book of Assumptions by Aqâṭun'", *Journal of the History of Arabic Science [Majallat Târikh al-culûm al-carabîya, Aleppo]*, 2 (1978) 255-63.



320 μ.Χ.) στο δέκατο βιβλίο.²¹ Οι Άραβες είχαν επίσης την μετάφραση των *Σφαιρικῶν* του Θεοδοσίου Βιθυνίας (περίπου 150 – 70 π.Χ.) και το έργο *Περί σφαίρας* του Μενέλαου (ακμή 98 μ.Χ.), που σώζεται μόνο στα Αραβικά και περιέχει θεωρήματα σφαιρικής τριγωνομετρίας.²² Η βάση της ανώτερης γεωμετρίας ήταν τα έργα του Αρχιμήδη (287 – 212 π.Χ.) από τις Συρακούσες και του Απολλώνιου του Περγαίου (περίπου 262 – 190 π.Χ.). Για τα έργα αυτά ενδιαφέρθηκαν οι περσικής καταγωγής τρεις γιοί του Mūsā (γνωστοί ως Banū Mūsā), ιδιαίτερα ο Muḥammad ibn Mūsā (873 μ.Χ.).²³ Έτσι μεταφράστηκαν στα Αραβικά ορισμένα έργα του Αρχιμήδη, όπως το *Περί σφαίρας και κυλίνδρου* μαζί με το *Υπόμνημα* του Ευτόκιου (ακμή 520 μ.Χ.),²⁴ το *Κύκλου μέτρησις*, το *Περί τοῦ ἐν κύκλῳ ἑπταγώνου* και το ψευδεπίγραφο *Λήμματα*. Έπειτα μεταφράστηκε και αντιγράφηκε πολλές φορές το έργο *Κωνικά* του Απολλώνιου του Περγαίου, του οποίου το πέμπτο ως και το έβδομο βιβλίο σώζονται μόνο στα Αραβικά, ενώ έχει χαθεί το ελληνικό πρωτότυπο.²⁵ Μεταφράστηκε επίσης το έργο του Διοκλή (ακμή 200 π.Χ.) *Περί πυρίων*,²⁶ που είχε ως θέμα την εκπύρωση στην κύρια εστία ενός σφαιρικού κατόπτρου. Και αυτό το έργο σώζεται μόνο στα Αραβικά.

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε ότι μετά τη γεωμετρία ή συ-

21. G. Junge and W. Thomson, *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements*, Cambridge, 1930. Επίσης G. Bergsträsser, "Pappos Kommentar zum Zehnten Buch von Euklid's Elementen. Beiträge zu Text und Übersetzung", *Der Islam*, 21 (1933) 195-222.

22. Το έργο εκδόθηκε από τον M. Krause, *Die Sphärik des Menelaos aus Alexandrien in der Verbesserung von Abū Naṣr Maṣū' b. 'Alī b. 'Irāq. Mit Untersuchungen zur Geschichte des Textes bei den islamischen Mathematikern*, Berlin, 1936.

23. Βλέπε το άρθρο "*Mūsā, Banū*" του D. R. Hill στην *EI*², τ. 7, σ. 640-1.

24. Για τον Αρχιμήδη στους Άραβες βλέπε J. Vernet, A. Catalá, *Dos tratados del Arquímède árabe*, Barcelona, 1972. R. Lorch, "The Arabic Transmission of Archimedes' 'Sphere and Cylinder' and Eutocius' Commentary", *ZGAIW*, 5(1989) 94-114.

25. Για τα έργα του Απολλωνίου βλέπε J. P. Hogendijk, "Arabic Translations of Lost Works of Apollonius", *Archive for History of Exact Sciences*, 35 (1986) 187-253. G. J. Toomer, *Apollonius. Conics Books V to VII. The Arabic Translation of the Lost Greek Original in the Version of Banu Musa*, Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences 9, New York, Berlin, 1990.

26. Το έργο εκδόθηκε και μελετήθηκε από τον G. J. Toomer, *Diocles. On Burning Mirrors. The Arabic Translation of the Lost Greek Original. Edited with English Translation and Commentary*, Berlin, 1976.



νήθως μεταξύ των *Στοιχείων* της γεωμετρίας και της αστρονομίας τοποθετούνταν οι εφαρμοσμένες μαθηματικές μέθοδοι για τις φυσικές διαδικασίες της κίνησης στην **οπτική** και για τις τεχνητές διαδικασίες στη **μηχανική**.²⁷ Για το λόγο αυτό αναφέρονται αμέσως μετά τη γεωμετρία και πριν την αστρονομία οι αραβικές μεταφράσεις των *Όπτικῶν* του Ευκλείδη και του ψευδο-Πτολεμαίου αλλά και το έργο για τα επιπλέοντα σώματα του Αρχιμήδη, το έργο *Σύνταξις μηχανική* του Φίλωνα από το Βυζάντιο (1ος αι. μ.Χ.)²⁸ και τα *Μηχανικά* του Ήρωνα (ακμή 62 μ.Χ.) που μετέφρασε ο Qustâ ibn Lûqâ. Σημειωτέον ότι το έργο του Ήρωνα σώζεται μόνο στα Αραβικά, ενώ χάθηκε το ελληνικό πρωτότυπο.²⁹

Στην **αστρονομία**³⁰ το έργο που μεταφράστηκε στα Αραβικά πέντε φορές, μελετήθηκε πολύ και σχολιάστηκε ποικιλοτρόπως ήταν η *Μεγίστη μαθηματική σύνταξις*, σε δεκατρία βιβλία, του Πτολεμαίου του Κλαυδίου (ακμή 125 – 141/51 μ.Χ.).³¹ Επίσης μεταφράστηκαν και τα *Υπομνήματα*

27. Βλέπε το άρθρο “*hiyal*” του D. R. Hill (1982) στην *EI² Supplement*, σσ. 371 κ. ε. Του ιδίου: “Arabic Mechanical Engineering. Survey of the Historical Sources”, *Arabic Sciences and Philosophy*, 1 (1991) 167-186. Του ιδίου: *Arabic Water-Clocks*, Aleppo, 1981. Επίσης, A. Y. al-Hassan, D. R. Hill, *Islamic Technology. An Illustrated History*, Cambridge, 1986.

28. B. Carra de Vaux, *Le Livre des Appareils pneumatiques et des machines hydrauliques par Philon de Byzance*, Notices et extraits des manuscrits de la bibliothèque nationale 38, Paris, 1902. Αγγλική μετάφραση από τον F. D. Prager, *Philo of Byzantium. Pneumatica. The First Treatise on Experimental Physics, Western Version and Eastern Version*, Wiesbaden, 1974.

29. Το έργο εκδόθηκε με γαλλική μετάφραση από τον B. Carra de Vaux, “Les Mécaniques ou l’Élevateur de Héron d’Alexandrie, publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ”, *Journal Asiatique*, 1 (1893) 386-472; 2 (1893) 152-269, 420-514. (Ανατυπώθηκε ως ανεξάρτητο βιβλίο: Paris 1894. Νέα ανατύπωση: *Facsimile of Carra de Vaux’ 1894 edited with an Introduction by D. R. Hill and Commentaries by A. G. Drachmann*, Paris, 1988). L. Nix und W. Schmidt (hrsg. und übersetzt), *Herons von Alexandrien Machanik und Katoptrik*, Leipzig, 1900.

30. Ο Sezgin έχει παρουσιάσει όλο το επιστημονικό υλικό που αφορά την αστρονομία για τους πρώτους τέσσερις αιώνες του Ισλάμ στο GAS, τ. 6. Επίσης βλέπε το άρθρο “*al-falak*” του W. Hartner (1965) στην *EI²*, τ. 2, σσ. 767 κ. ε. και το άρθρο “*‘ilm al-hay’a*” του D. Pingree (1970) στην *EI²*, τ. 3, σσ. 1135 κ. ε.. Επίσης D. A. King, “Astronomy” στο *Religion, Learning and Science in the ‘Abbasid Period*, edited by M. J. L. Young et al., Cambridge, Cambridge University Press, 1990, σσ. 274-289.

31. Για τον Πτολεμαίο βλέπε R. Morelon, “Comment Ptolémée a été reçu par les astronomes arabes”, *L’Eredità classica nelle lingue orientali. A cura di Massimiliano Pavan*



του Θέωνα Αλεξανδρείας (ακμή 364 μ. Χ.) και του Πάππου (ακμή 320 μ.Χ.) στο αναφερθέν έργο του Πτολεμαίου. Μεταφράστηκαν και άλλα μικρότερα αστρονομικά έργα, όπως οι *Πρόχειροι κανόνες* του Θέωνα του Σμυρναίου (ακμή 115 – 140 μ.Χ.), το έργο *Φαινόμενα* του Αράτου³² (περίπου 315 – 240 π.Χ.), το *Περί κινουμένης σφαίρας* και το *Περί ανατολών και δύσεων* του Αυτόλυκου (ακμή τέλη 4ου αρχές 3ου αι. π.Χ.),³³ το έργο *Περί του μεγέθους και του αποστήματος του ήλιου και της σελήνης* του Αρίσταρχου του Σαμίου (ακμή 280 π. Χ.), το έργο *Άναφορικός*³⁴ του Υψικλή (ακμή 150 π. Χ.), καθώς και το *Περί ημερών και νυκτών* του Θεοδοσίου Βιθυνίας.

Μαζί με την αστρονομία τοποθετούνταν και η **αστρολογία**.³⁵ Έτσι μεταφράστηκαν στα Αραβικά αστρολογικά έργα, όπως η *Τετράβιβλος* του Πτολεμαίου³⁶ από τον al-Bīrǧī (815 μ.Χ.) και το αστρολογικό άσμα του Δωρόθεου από τη Σιδώνα (ακμή τέλη 1ου - αρχές 2ου αι. μ.Χ.).³⁷

· Για τη **μαθηματική γεωγραφία**³⁸ και τη **γεωδαισία** οι Άραβες είχαν την μετάφραση του άλλου έργου του Πτολεμαίου που φέρει τον τίτλο *Γεωγραφική ύφήγησις*³⁹ και το *Περί οικήσεων* του Θεοδοσίου Βιθυνίας, που μετέφρασε ο Qusṭā ibn Lūqā και περιέχει αστρονομικούς πίνακες για διαφορετικά μέρη της γης.

e Umberto Cozzoli, Roma, 1986, σσ. 161-170. Το έργο εκδόθηκε από τον P. Kunitzsch, *Der Almagest. Die Syntaxis Mathematica des Claudius Ptolemäus in arabisch-lateinischer Überlieferung*, Wiesbaden, 1974. Βλέπε επίσης G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest, Translated and Annotated*, London, 1984.

32. E. Honigmann, "The Arabic Translation of Aratus' *Phaenomena*", *Isis*, 41 (1950) 30-31.

33. Βλέπε GAS τ. 5, σ. 82 κ. ε..

34. Βλέπε GAS τ. 5, σ. 145 κ. ε..

35. Για την αστρολογία βλέπε GAS, τ. 7, σσ. 43 κ. ε.. Επίσης D. Pingree, "Astrology" στο *Religion, Learning and Science in the 'Abbasid Period*, edited by M. J. L. Young et al., Cambridge, Cambridge University Press, 1990, σσ. 290-300.

36. M. Ullmann, *Die Natur- und Geheimwissenschaften im Islam*, Leiden, Köln, 1972, σσ. 282 κ. ε..

37. Για το αστρολογικό άσμα του Δωρόθεου βλέπε D. Pingree (ed.), *Dorotheus Sidonius: Carmen astrologicum*, Bibliotheca Teubneriana, Leipzig, 1976.

38. E. S. Kennedy, "Mathematical Geography", στο *EHAS*, τ. 1, σσ. 185-201.

39. F. Sezgin (ed.), *Ptolemy: Geography, Arabic Translation. Reproduction of the Facsimile Edition of the MS Aya Sofya 2610*, Frankfurt am Main, 1987. Του ίδιου: *The Contribution of the Arabic-Islamic Geographers to the Formation of the World Map*, Frankfurt am Main, 1987.



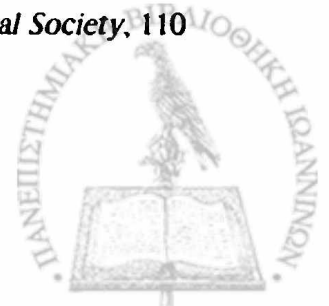
Τέλος ενδιαφέρον έδειξαν οι Άραβες για τη μουσική, την οποία συνέδεσαν με θεραπευτικές ιδιότητες.⁴⁰ Στον τομέα της μουσικής μεταφράστηκαν το *Ἄρμονικόν ἐγχειρίδιον* του Νικόμαχου του Γερασηνού, το *Περὶ ρυθμοῦ* (*Ρυθμικά στοιχεία*) του Αριστόξενου (ακμή 360–343 π.Χ.), η *Κατατομή κανόνος* του Ευκλείδη και τα *Ἄρμονικά* (;) του Πτολεμαίου.

Ο ενδεικτικός κατάλογος των αναφερθέντων έργων δείχνει καθαρά ότι οι Άραβες είχαν πρόσβαση στα σημαντικότερα ελληνικά μαθηματικά κείμενα που διδάσκονταν στις ελληνικές σχολές της ύστερης Αρχαιότητας. Το γεγονός ότι ορισμένα ελληνικά έργα σώζονται μόνο στα Αραβικά δείχνει το μεγάλο ενδιαφέρον των Αράβων για τις μαθηματικές επιστήμες.

Η επίδραση των ελληνικών μαθηματικών επιστημών στην ανάπτυξη των αραβικών μαθηματικών επιστημών

Οι αραβικές μεταφράσεις δεν έγιναν σε επιστημονικό κενό. Η ανάκτηση των συγγραμμάτων και η αφήγηση ιδεών και σκέψεων προηγούμενων αιώνων και ξένων εθνών σε σύγχρονες συνθήκες, άλλη γλώσσα και διαφορετικούς τρόπους σκέψης είναι έργο μεγάλων διαστάσεων. Απαιτούσε δημόσιο ενδιαφέρον και δημόσια στήριξη, μια πλούσια ομάδα διανοουμένων με ελεύθερο χρόνο, και πάνω απ' όλα επίπονη προσπάθεια εκ μέρους των μεταφραστών και ερμηνευτών. Ένα τέτοιο πνευματικό περιβάλλον φαίνεται πως εξασφάλιζε η Βαγδάτη από τον 8ο ως και τον 10ο αιώνα μ.Χ. Αλλά και άλλες πόλεις του χαλιφάτου προσέφεραν παρόμοιες συνθήκες, ιδιαίτερα εκεί όπου φωτισμένοι ηγέτες ενήργησαν ως προστάτες και χορηγοί της επιστημονικής έρευνας. Πράγματι οι αραβικές μεταφράσεις ελληνικών μαθηματικών έργων έγιναν ταυτόχρονα με την έρευνα που διεξαγόταν στη Βαγδάτη της Αββασιδικής περιόδου για να αντιμετωπιστούν πρακτικές αναγκαιότητες (μέτρηση χρόνου και αποστάσε-

40. Για την αραβική μουσική βλέπε H. G. Farmer, *The Sources of Arabian Music*, Leiden, 1965. E. Neubaur, "Neuerscheinungen zur arabischen Musik. Eine Auswahl an Nachschlagewerken und allgemeinen Darstellungen in europäischen Sprachen", *ZGAIW*, 1 (1984) 288-311. Του ιδίου: "Arabische Anleitungen zur Musik-therapie", *ZGAIW*, 6 (1990) 227-272. Επίσης N. A. Mrad, *Musicothérapie chez les Arabes au Moyen Age*, Académie de Paris, Univ. René Descartes. Thèse pour le doctorat de médecine, Paris, 1989. F. Rosenthal, "Two Graeco-Arabic Works on Music", *Proceedings of the American Philosophical Society*, 110 (1966) 261-8.



ων, διανομή γης, κλπ.) και να επιλυθούν θεωρητικά και πρακτικά προβλήματα, όπως ο προσανατολισμός στην ανέγερση τζαμιών ή άλλων προβλημάτων στην κατασκευή αρχιτεκτονικών οικοδομημάτων.⁴¹

Όταν υπήρχε μεγάλη ζήτηση για μεταφράσεις ελληνικών μαθηματικών έργων, η μεταφραστική ενασχόληση γνώρισε λαμπρές μέρες. Καθώς όμως το ενδιαφέρον στράφηκε προς την παραγωγή πρωτότυπων έργων στην αραβική γλώσσα, τελείωσε και η μεταφραστική δραστηριότητα.

Από τα σωζόμενα αραβικά έργα γνωρίζουμε ότι οι Άραβες ακολούθησαν σε κάποιο βαθμό τον τρόπο διδασκαλίας της σχολής της Αλεξάνδρειας⁴² και έγραψαν υπομνήματα όπου όχι μόνο επεξηγούσαν το μεταφρασμένο κείμενο αλλά και παρέθεταν τυχόν διαφωνίες ή αντιρρήσεις.⁴³ Ενίοτε οι διαφωνίες συγκεντρώνονταν σε ξεχωριστές και ανεξάρτητες πραγματείες. Μία τέτοια ανεξάρτητη πραγματεία είναι το αξιόλογο έργο του Ibn-Haytham, *ash-shukûk 'alâ Baṭlamyûs*, δηλαδή *Απορίες κατά Πτολεμαίου*.⁴⁴

Η γένεση των αρχικών τάσεων της αραβόφωνης μαθηματικής δραστηριότητας εμφανίστηκε στη Βαγδάτη στις αρχές του 9ου μ.Χ. αιώνα. Γνωρίζουμε ότι ο Muḥammad ibn Mûsâ al-Kh̄wârizmî μεταξύ του 813 – 833 μ.Χ. έγραψε δύο σημαντικά βιβλία.⁴⁵ Το ένα σώζεται μόνο σε λατινική μετάφραση με τίτλο *Algorithmi de numero Indorum*, ήτοι *Περί της Ινδικής αρίθμησης*. Ο αρχικός τίτλος του βιβλίου στα Αραβικά ήταν: *al-jam 'wa-l-*

41. G. Saliba, "Artisans and Mathematicians in Medieval Islam", *Journal of the American Oriental Society*, 119 (1999) 637-45. D. A. King, "The World about the Ka'ba. A Study of the Sacred Direction of Islam", *Islamic Art*, 3 (1992). Του ιδίου: "The Earliest Islamic Mathematical Methods and Tables for Finding the Direction of Mecca", *ZGAIW*, 3 (1986) 82-149. Του ιδίου: "Astronomical Alignments in Medieval Islamic Religious Architecture", στο *Ethnoastronomy and Archoastronomy in the American Tropics*, edited by A. F. Aveni and G. Urton, New York, 1982, σσ. 303-312. D. A. King and G. S. Hawkins, "On the Orientation of the Ka'ba", *Journal for the History of Astronomy*, 13 (1982) 102-109.

42. Βλέπε F. W. Zimmermann, *Al-Farabi's Commentary and Short Treatise on Aristotle's De Interpretatione*, Transl. with an Introduction and Notes, The British Academy. Classical and Medieval Logic Texts 3, London, Oxford, 1981, σσ. ciii ff.

43. A. I. Sabra, "The Andalusian Revolt against Ptolemaic Astronomy: Averroes and al-Biṭrûjî", στο *Transformation and Tradition in the Sciences. Essays in Honor of I. Bernard Cohen*, Cambridge, 1984, σσ. 133-153.

44. A.I. Sabra, "An Eleventh-Century Refutation of Ptolemy's Planetary Theory", στο *Science and History. Studies in Honor of Edward Rosen*, Wroclaw, 1978, σσ. 117-131.

45. Βλέπε το άρθρο "al-Kh̄wârazmî" του J. Vernet στην *EI*², τ. 4, σσ. 1070 κ. ε.



tafrīq bi-hisâb al-Hind. Από το βιβλίο αυτό η Ευρώπη γνώρισε το δεκαδικό σύστημα θέσης και τα σύμβολα με τα οποία εκφράζονταν τα ψηφία στο δεκαδικό σύστημα θέσης.⁴⁶ Είναι γνωστή η άποψη ότι οι λεγόμενοι αραβικοί αριθμοί προέρχονται από τα σύμβολα *ghubâr* που χρησιμοποιούσαν οι Άραβες της Ισπανίας.⁴⁷ Το άλλο βιβλίο σώζεται στα Αραβικά και έχει τον εξής τίτλο: *kitâb al-mukhtaṣar fî hisâb al-jabr wa-l-muqâbala* ή εν συντομία *kitâb al-jabr wa-l-muqâbala*, ήτοι *Βιβλίο μετάθεσης και αναγωγής*.⁴⁸ Με το βιβλίο αυτό δημιουργήθηκε η άλγεβρα ως ξεχωριστή και ανεξάρτητη επιστήμη.⁴⁹

Σύμφωνα με τον καθηγητή R. Rashed⁵⁰, οι διάδοχοι του al-Khwârizmî ανέλαβαν σταδιακά την εφαρμογή της αριθμητικής στην άλγεβρα, της άλγεβρας στην αριθμητική και των δύο στην τριγωνομετρία, της άλγεβρας στην ευκλείδια θεωρία των αριθμών, της άλγεβρας στην γεωμετρία και της γεωμετρίας στην άλγεβρα. Αυτές οι εφαρμογές θεμελίωσαν καινούργιες επιστήμες και νέα κεφάλαια στα μαθηματικά. Έτσι δημιουργήθηκε η άλγεβρα και ξεχώρισε η τριγωνομετρία.⁵¹ Η τριγωνομετρία ήταν βοηθητική επιστήμη της αστρονομίας και των εφαρμογών της, δηλαδή της ουρανογραφίας, της χρονολόγησης και χρονομέτρησης, της γεωδαισίας αλλά και της γνωμονικής (κατασκευής ηλιακών ωρολογίων) και κατασκευής

46. Για τη συνεισφορά των Αράβων βλέπε A. I. Sabra, "The Scientific Enterprise. Islamic Contributions to the Development of Science", στο *The World of Islam*, edited by B. Lewis, London, 1976, σσ. 181-200.

47. Ο Woerpcke έχει διατυπώσει την άποψη ότι τα ψηφία *ghubâr* ήταν σε χρήση στην Ισπανία όταν έφτασαν οι Άραβες και είχαν μεταδοθεί από τους νεοπυθαγόρειους της Αλεξάνδρειας ήδη από το 450 μ. Χ.. Για το ζήτημα αυτό βλέπε D. E. Smith and L. C. Karpinsky, *The Hindu-Arabic Numerals*, Boston and London, 1911, σ. 71. Επίσης S. Gandz, "The Origin of the *Ghubâr* Numerals", *Isis*, 16 (1931) 393-424.

48. Για τη σημασία των όρων βλέπε G. A. Saliba, "The Meaning of *al-jabr wa 'l-muqâbala*", *Centaurus*, 17 (1972/3) 189-204 και στο D. A. King and M. H. Kennedy (eds), *Studies in the Islamic Exact Sciences by E. S. Kennedy, Colleagues and Former Students*, Beirut, American University of Beirut Press, 1983, σσ. 544-59.

49. Σημειωτέον ότι η λέξη *άλγεβρα* προέρχεται από τη φωνητική μεταγραφή της λέξης *al-jabr* και στην ελληνική και τις άλλες ευρωπαϊκές γλώσσες μέσω των Λατινικών.

50. Βλέπε το άρθρο "al-Riyâdiyyâf", του R. Rashed (1995), στην *EI*², τ. 6, σσ. 549-62. Του ιδίου: *Entre arithmétique et algèbre. Recherches sur l'histoire des mathématiques arabes. Études et reprises*, Paris, 1984.

51. Βλέπε τα άρθρα "Algebra" του R. Rashed, στο *EHAS*, τ. 2, σσ. 349-375 και "Trigonometry" της Marie-Thérèse Debarnot, στο *EHAS*, τ. 2, σσ. 495-539.



οργάνων, π.χ. αστρολάβων.⁵² Περαιτέρω δημιουργήθηκε η άλγεβρα των πολυωνύμων, η συνδυαστική ανάλυση, η αριθμητική ανάλυση, η λύση αριθμητικών εξισώσεων, η θεωρία των αριθμών, η γεωμετρική κατασκευή εξισώσεων καθώς και ο διαχωρισμός της ολοκληρωτικής Διοφαντιανής ανάλυσης από τη ρητή Διοφαντιανή ανάλυση.⁵³ Επίσης διευρύνθηκαν οι ορίζοντες και επεκτάθηκε η ελληνιστική αριθμητική και γεωμετρία· δηλαδή η θεωρία των κωνικών και εκείνη των παραλλήλων,⁵⁴ οι μελέτες των προβολών, οι μέθοδοι του Αρχιμήδη για την μέτρηση καμπυλογραμμικών επιφανειών και όγκων, ισοπεριμετρικά προβλήματα και μετασχηματισμοί.⁵⁵ Στους τομείς αυτούς εργάστηκαν ο Thābit ibn Qurra, ο al-Kūhī, ο Ibn Sahl και ο Ibn al-Haytham.⁵⁶

Την ίδια περίοδο υπήρχε και μια άλλη τάση επιστημόνων που εργάζονταν σε μη ελληνιστικές περιοχές. Αλλά και αυτά τα ρεύματα έρευνας δέχτηκαν γόνιμα ερεθίσματα από τη μελέτη του Ευκλείδη (ιδιαίτερα με τη μελέτη των άρρητων ποσοτήτων του δέκατου βιβλίου των *Στοιχείων*) και των *Αριθμητικῶν* του Διόφαντου στην άλγεβρα. Στη θεωρία των αριθμών δύο τάσεις διακρίνονται. Η πρώτη βασίζεται στα τρία αριθμητικά βιβλία των *Στοιχείων Γεωμετρίας* του Ευκλείδη, δηλαδή το έβδομο, όγδοο και ένατο βιβλίο των *Στοιχείων*. Η δεύτερη τάση βασίζεται στη νεοπυθαγόρεια αριθμητική, όπως εμφανίζεται στο έργο του Νικόμαχου του Γερασηνού. Σημαντική ήταν και η επίδραση των μεθόδων του Αρχιμήδη στον υπολογισμό απειροελάχιστων επιφανειών και όγκων, ιδιαίτερα η ιδέα

52. D. A. King, *Islamic Astronomical Instruments*, Collected Articles, London, 1987. Βλέπε το άρθρο “*Asṭurlāb*” του W. Hartner (1960) στην *EI*², τ. 1, σσ. 722 κ. ε..

53. Βλέπε τις μελέτες του R. Rashed: “Combinatorial analysis, numerical analysis, Diophantine analysis and number theory”, και “Infinitesimal determinations, quadrature of lunules and isoperimetric problems” στο *EHAS*, τ. 2, σσ. 376-417 και 418-446 αντίστοιχα.

54. Για την συνεισφορά των Αράβων στη μελέτη του θεωρήματος των παραλλήλων ευθειών και την μη Ευκλείδεια γεωμετρία βλέπε B. A. Rosenfeld, “The Theory of Parallel Lines in the Medieval East”, *Actes du XI^e congrès international d’histoire des sciences*, 1965, Varsovie, 1968. Επίσης Kh. Jaouiche, *La Théorie de parallèles en pays d’Islam: contribution à la préhistoire des géométries non-euclidiennes*, Paris, 1987.

55. Βλέπε R. Lorch, “Abū Ja’far al-Khāzin on Isoperimetry and the Archimedean Tradition”, *ZGAIW*, 3 (1986) 150-229

56. R. Rashed, *Géométrie et dioptrique au Xe siècle. Ibn Sahl, al-Qūhī et Ibn al-Haytham*, Paris, 1993. A. I. Sabra, “Ibn al-Haytham’s Lemmas for Solving ‘Alhazen’s Problem’”, *Archive for History of Exact Sciences*, 26 (1982) 299-324.



ενός κατώτερου και ενός ανώτερου ολοκληρωτικού αθροίσματος που συμπλήρωνε τη μέθοδο της εξάντλησης.⁵⁷

Σπουδαίοι μαθηματικοί και αστρονόμοι εργάστηκαν σε αραβικές μεταφράσεις ελληνικών έργων. Έγραψαν όχι μόνο σχόλια, συνόψεις ή μελέτησαν επί μέρους προβλήματα αλλά και συνέβαλαν στην πρόοδο της επιστήμης με νέα ερωτήματα και θεωρίες. Ενδεικτικά αναφέρουμε τα ονόματα των μεταφραστών Qusṭā ibn Lûqā⁵⁸ και Thābit ibn Qurra στην αριθμητική, τη γεωμετρία και την αστρονομία.⁵⁹ Επίσης πολλοί αραβόφωνοι επιστήμονες, μουσουλμάνοι και μη, διακρίθηκαν για την αφοσίωση και την προσφορά τους στις μαθηματικές επιστήμες, όπως ο al-Battānī (929 μ.Χ.) στην αστρονομία,⁶⁰ ο μαθηματικός Abū Kāmil (850-930) στην άλγεβρα,⁶¹ ο φιλόσοφος al-Fārābī (950 μ.Χ.) στη θεωρία της μουσικής,⁶² ο Abū -l-Wafā' al-Būzjānī (998 μ.Χ.) στην τριγωνομετρία, την αριθμητική και τις εξισώσεις τρίτου και τέταρτου βαθμού,⁶³ ο al-Karajī (1029 μ. Χ.) στην

57. Για την επίδραση του Αρχιμήδη στους Άραβες βλέπε R. Rashed, "Archimède dans les mathématiques arabes", στο *Essays around the Mathematical Sciences of the Greeks*, edited by I. Mueller, Apeiron 1991.

58. W. H. Worrell, "Qusṭā ibn Lûqā on the Use of the Celestial Globe", *Isis*, 35 (1944) 285-293.

59. S. Pines, "Thābit b. Qurra's Conception of Number and Theory of the Mathematical Infinite", στο *Actes du XI^e Congrès international d' Histoire des sciences* 1965, Varsovie, 1968, σσ.160-166. J. P. Hogendijk, "Thābit ibn Qurra and the Pair of Amicable Numbers 17296, 18416", *Historia Mathematica*, 12 (1985) 269-273. A. Sayili, "Thābit ibn Qurra's Generalization of the Pythagorean Theorem", *Isis*, 51 (1960) 35-37. R. Morelon, "Les deux versions du traité de Thābit b. Qurra 'Sur le Mouvement des deux luminaires'", *Mélanges de l' Institut dominicain d' études orientales du Caire*, 18 (1988) 9-44.

60. C. A. Nallino, *Al-Battānī sive Albatēnii Opus astronomicum. Ad fidem codicis Escorialensis Arabice editum, Latine versum, adnotationibus instructum*. Part 1-3, Pubblicazioni del Reale Osservatorio di Brera in Milano, N. 40, 1-3, Mailand, 1899-1907 (Ανατύπωση: Hildesheim, New York, 1977). Βλέπε επίσης P. Kunitzsch, "New Light on al-Battānī's Zīj", *Centaurus*, 18 (1974) 270-274.

61. J. Sesiano, "Les Méthodes d' analyse indéterminée chez Abū Kāmil", *Centaurus*, 21 (1977) 89-105.

62. H. G. Farmer, *Al-Fārābī's Arabic-Latin Writings on Music*, Glasgow, 1934 (1960²). Το έργο Kitāb al-mūsīqī al-kabīr του al-Fārābī έχει μεταφραστεί από τον R. d'Erlanger, *La Musique arabe*, Tome I, Paris, 1930.

63. A. S. Saidan, "The Arithmetic of Abū 'l-Wafā'", *Isis*, 65 (1974) 367-375.



άλγεβρα με επιδράσεις από τον Διόφαντο,⁶⁴ ο μεγάλος φυσικός Ibn al-Haytham (1038 μ.Χ.) στην οπτική⁶⁵ και τη γεωμετρία,⁶⁶ ο πολυμαθής al-Bîrûnî (1048 μ.Χ.) στην αστρονομία,⁶⁷ ο ‘Umar al-Khayyâmî (1131 μ.Χ.) στην άλγεβρα και την αστρονομία,⁶⁸ ο al-Jazarî (ακμή 1200 μ.Χ.) στη μηχανική,⁶⁹ ο μεγάλος μαθηματικός και αστρονόμος Naşir ad-dîn at-Ṭûsî (1274 μ.Χ.) στη γεωμετρία,⁷⁰ τριγωνομετρία και την αστρονομία, ο αστρονόμος Ibn ash-Shâtir (1375 μ.Χ.) στην πλανητική αστρονομία,⁷¹ ο al-Kâshî (1436 μ.Χ.) στην άλγεβρα και την τριγωνομετρία⁷² και πολλοί άλλοι.

64. Βλέπε το άρθρο του R. Rashed, “al-Karajî” στο DSB, τ. 7, σσ. 240-45. Επίσης A. Anboubâ, *L’Algèbre al-Badî‘e d’ al-Karagî. Manuscrit de la Bibliothèque Vaticane Barberini Orientale 36, 1. Édition, introduction et notes*, Beirut, 1964.

65. A. I. Sabra (ed.), *Ibn al-Haytham. The Optics, Books I-III: On Direct Vision. Transl. with Introduction and Commentary*, Studies of the Warburg Institute 40, London, 1989. Πρβλ. G. Simon, *Le Regard, l’être et l’apparence dans l’optique de l’antiquité*, Paris, 1988.

66. Πρβλ. J. P. Hogendijk, “Greek and Arabic Constructions of the Regular Heptagon”, *Archive for History of Exact Sciences*, 30 (1984) 197-330. Του ιδίου, *Ibn al-Haytham’s Completion of the Conics*, Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences 7, New York, Berlin, etc., 1985.

67. Βλέπε το άρθρο “al-Bîrûnî” του E. S. Kennedy στο DSB, τ. 2, σσ. 147-158 και τ. 6, σσ. 189-210. Επίσης: G. Saliba, “Al-Bîrûnî and the Sciences of his Time”, στο *Religion, Learning and Science in the ‘Abbasid Period*, edited by M. J. L. Young et al., Cambridge, Cambridge University Press, 1990, σσ. 405-423. R. Arnaldez, “La science arabe à travers l’oeuvre de Bîrûnî”, στο *Lumières arabes sur l’Occident médiéval*, Paris, 1978, σσ. 41-54. G. Strohmaier, *al-Bîrûnî. In den Gärten der Wissenschaft. Ausgewählte Texte aus den Werken des muslimischen Universalgelehrten*, Leipzig, 1978. M.-T. Debarnot, *al-Bîrûnî. Maqâlîd ‘ilm al-hay’a. La trigonométrie sphérique chez les Arabes de l’Est à la fin du X^e siècle*, Damas, 1985.

68. Βλέπε το άρθρο “al-Khayyâmî” των A. P. Youschkevitch και B. A. Rosenfeld στο DSB, τ. 7, σσ. 323-334 και J. L. Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Berlin, Stuttgart, New York, 1986, σσ. 118-124.

69. Βλέπε το άρθρο “al-Djazarî” του D. R. Hill (1982) στην *EI² Supplement*, σσ. 266 κ. ε. Του ιδίου, *The Book of Knowledge of Ingenious Mechanical Devices, Translated and Annotated*, Dordrecht, Boston, 1974.

70. Για τη συνεισφορά του στη γεωμετρία βλέπε το άρθρο “Geometry” των B. A. Rosenfeld and A. P. Youschkevitch στο *EHAS*, τ. 2, σσ. 447-494.

71. Για την πλανητική του θεωρία και τις ομοιότητες με εκείνη του Κοπέρνικου βλέπε το άρθρο “Shâtir, Ibn al-” του D. A. King στο *DSB*, τ. 12, σσ. 357-364. Επίσης G. Saliba, “Arabic Planetary Theories after the Eleventh Century AD”, στο *EHAS*, τ. 1, σσ. 58-127.

72. Βλέπε J. L. Berggren, *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Berlin, Stuttgart, New York, 1986, σσ. 48-63.



Η ανάπτυξη των αραβικών μαθηματικών επιστημών με τη σειρά της άσκησε μεγάλη επίδραση στη λατινική Δύση μέσω της αραβοκρατούμενης Ισπανίας.⁷³ Αυτό αποδεικνύεται από τις λατινικές μεταφράσεις αραβικών έργων, αλλά και σημερινούς όρους, όπως αραβικοί αριθμοί, άλγεβρα, αλγόριθμος, κλπ. Αυτό όμως είναι άλλο θέμα και όχι του παρόντος.

Επίλογος

Το συμπέρασμα από την παραπάνω έκθεση είναι ότι οι ελληνικές μαθηματικές επιστήμες άσκησαν γόνιμη επίδραση στις αντίστοιχες αραβικές. Όχι μόνο μεταφράστηκαν τα σπουδαιότερα μαθηματικά έργα της ελληνικής Αρχαιότητας αλλά και σχολιάστηκαν, συνοψίστηκαν και αποτέλεσαν τη βάση της μελέτης σπουδαίων μαθηματικών και αστρονόμων. Τόσο η διατύπωση όσο και η μεθοδολογία επίλυσης των προβλημάτων των αντίστοιχων αραβικών επιστημών δείχνουν σαφώς την ελληνική προέλευση. Τα αραβικά έργα βρίθουν από αναφορές σε ονόματα Ελλήνων συγγραφέων ή σε τίτλους ελληνικών έργων. Βεβαίως οι Άραβες προήγαγαν τις ελληνικές μαθηματικές επιστήμες και σημείωσαν σημαντική πρόοδο με τη δημιουργία νέων κλάδων και πεδίων έρευνας. Ωστόσο, δεν υπάρχει ακόμα καμία συστηματική δημοσίευση των αραβικών κειμένων, είτε αραβικών μεταφράσεων ελληνικών έργων της Αρχαιότητας, είτε αραβικών σχολίων ή ανεξάρτητων πραγματειών. Γι' αυτό δεν έχει γίνει ούτε μπορεί να γίνει καμία αποτίμηση. Ό,τι μπορεί να ειπωθεί είναι σχετικό και προσωρινό.

Τέλος, αν όπως υποστηρίζεται ο μεσογειακός χώρος διασπάστηκε και διαφοροποιήθηκε πολιτισμικά στον ισλαμικό νότο, τη βυζαντινή ορθόδοξη ανατολή και τη ρωμαιοκαθολική δύση, ωστόσο παραμένουν πολλά κοινά στοιχεία στο υπόβαθρο και των τριών πολιτισμών που πηγάζουν από την ελληνική επιστημονική και φιλοσοφική παράδοση.

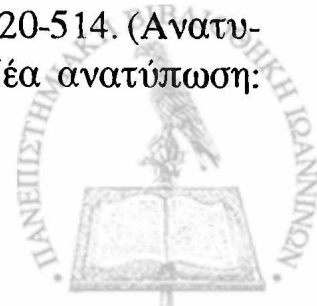
73. Βλέπε S. van Riet, "De Bagdad à Toléde, ou la transmission de la culture arabe à l'Occident latin", στο *Église et enseignement, Colloque*, Bruxelles, 1977, σσ. 47-56. Επίσης D. C. Lindberg, "The Transmission of Greek and Arabic Learning to the West", *Science in the Middle Ages*, edited by D. C. Lindberg, Chicago, The University of Chicago Press, 1978, σσ. 52-90. R. Walzer, "Arabic Transmission of Greek Thought to Medieval Europe", *Bulletin of the John Rylands Library*, 29 (1945-46) 160-183.



ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ ΚΑΙ ΣΥΝΤΟΜΟΓΡΑΦΙΕΣ

Η ακολουθούσα βιβλιογραφία περιέχει όλα τα έργα που παραπέμπονται στην παρούσα μελέτη, εκτός από άρθρα εγκυκλοπαιδειών ή λεξικών, και συντομογραφίες. Το αραβικό άρθρο al- και προθήματα σε δυτικά ονόματα (de, von, van) δεν έχουν ληφθεί υπόψη στην αλφαβητική κατάταξη.

- Anbouba, A., *L' Algèbre al-Badîc d' al-Karagî. Manuscrit de la Bibliothèque Vaticane Barberini Orientale 36, 1. Édition, introduction et notes*, Beirut, 1964.
- Arnaldez, R., "La Science arabe à travers l' oeuvre de Bîrûnî", στο *Lumières arabes sur l' Occident médiéval*, Paris, 1978, σσ. 41-54.
- Berggren, J. L., "History of Mathematics in the Islamic World. The Present State of the Art", *Middle East Studies Association Bulletin*, 19 (1985) 9-33.
- , "Mathematics and her Sisters in Medieval Islam", *Historia Mathematica*, 24 (1997) 407-40.
- , *Episodes in the Mathematics of Medieval Islam*, Berlin, Stuttgart, New York, 1986.
- Bergsträsser, G., "Pappos Kommentar zum Zehnten Buch von Euklid's Elementen. Beiträge zu Text und Übersetzung", *Der Islam*, 21 (1933) 195-222.
- Bowersock, G. W., Brown, P. and Grabar, O. (eds), *Late Antiquity. A Guide to the Postclassical World*, Cambridge, Mass. and London, The Belknap Press of Harvard University Press, 1999.
- Brentjes, S., "Textzeugen und Hypothesen zum arabischen Euklid", *Archive for History of Exact Sciences*, 47(1994) 53-92.
- Brown, P., *The World of Late Antiquity*, Thames & Hudson, London, 1971 (ελληνική μετάφραση: *Ο κόσμος της ύστερης Αρχαιότητας*, (μετ. Ε. Σταμπόγλη), Αθήνα, Αλεξάνδρεια, 1996).
- Burnet, J., *Platonis Opera*, τόμοι 1-5, Oxford Classical Texts, Oxford, Clarendon Press, 1900-7, (Αναθεωρημένη νέα έκδοση: 1995 -).
- Carra de Vaux, B., "Les Mécaniques ou l' Élevateur de Héron d' Alexandrie, publiées pour la première fois sur la version arabe de Qostâ ibn Lûqâ", *Journal Asiatique*, 1 (1893) 386-472; 2 (1893) 152-269, 420-514. (Ανατυπώθηκε ως βιβλίο με τον ίδιο τίτλο: Paris, 1894. Νέα ανατύπωση:



- Facsimile of Carra de Vaux' 1894 ed. with an introduction by D. R. Hill and commentaries by A. G. Drachmann, Paris, 1988).*
- , *Le Livre des Appareils pneumatiques et des machines hydrauliques par Philon de Byzance*, Notices et extraits des manuscrits de la Bibliothèque nationale 38, Paris, 1902.
- Debarnot, M.-T., *al-Bîrûnî. Maqâlîd cilm al-hay'a. La trigonométrie sphérique chez les Arabes de l' Est à la fin du X^e siècle*, Damas, 1985.
- Dictionary of Scientific Biography*, edited by C. C. Gillispie, τόμοι 1-17, New York, Scribner's, 1970-90.
- Dold-Samplonius, Y., "Some Remarks on the 'Book of Assumptions by Aqâtun'", *Journal of the History of Arabic Science [Majallat Târîkh al-culûm al-carabîya, Aleppo]*, 2 (1978) 255-63.
- DSB = Dictionary of Scientific Biography*
- EHAS = Encyclopedia of the History of Arabic Science*
- EI² = The Encyclopaedia of Islam, Second Edition*
- Encyclopedia of the History of Arabic Science*, edited by R. Rashed et R. Morelon, τόμοι 1-3, London and New York, Routledge, 1996 [repr. 2000].
- Endress, G., "The Defense of Reason: The Plea for Philosophy in the Religious Community", *ZGAIW*, 6 (1990) 1-49.
- Engroff, J. W., *The Arabic Tradition of Euclid's Elements, Book V*, Harvard University Dissertation, Cambridge Mass., 1980.
- d' Erlanger, R., *La Musique arabe*, Tomes 1-6, Paris, 1930-1959.
- al-Fârâbî, Abû Naşr M., *Ihşâ' al-culûm, Catálogo de la Ciencias*, edited and translated by A. Gonzalez Palencia, Madrid, 1953².
- Farmer, H. G., *Al-Fârâbî's Arabic-Latin Writings on Music*, Glasgow, 1934 (1960²).
- , *The Sources of Arabian Music*, Leiden, 1965.
- Gabrieli, G., "Nota Biobibliografica su Qusṭā ibn Lûqā", *Rendiconti della Reale Accademia dei Lincei*, Ser. 5, vol. 21 (1912) 341-382.
- Gandz, S., "The Origin of the *Ghubâr* Numerals", *Isis*, 16 (1931) 393-424.
- GAS = Geschichte des Arabischen Schrifttums*
- Geschichte des Arabischen Schrifttums*, edited by F. Sezgin, 10 τόμοι έως τώρα, Leiden, E. J. Brill, 1967-συνεχίζεται.
- al-Hassan, A. Y. and Hill, D. R., *Islamic Technology. An Illustrated History*, Cambridge, 1986.
- Heiberg, J. L., "Die arabische Tradition der Elemente Euklid's", *Zeitschrift für Mathematik und Physik Hist.-lit. Abt.*, 29 (1884) 1-22.



- Hill, D. R., "Arabic Mechanical Engineering. Survey of the Historical Sources", *Arabic Sciences and Philosophy*, 1 (1991) 167-186.
- , *Arabic Water-Clocks*, Aleppo, 1981.
- , [al-Jazarî:] *The Book of Knowledge of Ingenious Mechanical Devices, Translated and Annotated*, Dordrecht, Boston, 1974.
- Hogendijk, J. P., "Greek and Arabic Constructions of the Regular Heptagon", *Archive for History of Exact Sciences*, 30 (1984) 197-330.
- , "Thâbit ibn Qurra and the Pair of Amicable Numbers 17296, 18416", *Historia Mathematica*, 12 (1985) 269-273.
- , *Ibn al-Haytham's Completion of the Conics*, Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences 7, New York, Berlin, etc. 1985.
- , "Arabic Translations of Lost Works of Apollonius", *Archive for History of Exact Sciences*, 35 (1986) 187-253.
- , "On Euclid's Lost Porisms and its Arabic Traces", *Bolletino di storia delle Scienze Matematiche*, 7 (1987) 93-115.
- Honigmann, E., "The Arabic Translation of Aratus' *Phaenomena*", *Isis*, 41 (1950) 30-31.
- Ibn an-Nadîm, M., *Kitâb al-Fihrist*, τόμος 2, edited by J. Flügel, Leipzig, 1871-2.
- Junge G. and Thomson, W., *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements*, Cambridge, 1930.
- Jaouiche, Kh., *La Théorie de parallèles en pays d' Islam: contribution à la préhistoire des géométries non-euclidiennes*, Paris, 1987.
- Kennedy, E. S. et al., *Studies in the Islamic Exact Sciences by E. S. Kennedy, Colleagues and Former Students*, edited by D. A. King and M. H. Kennedy, Beirut, American University of Beirut Press, 1983.
- King, D. A., "Astronomical Alignments in Medieval Islamic Religious Architecture", στο *Ethnoastronomy and Archoastronomy in the American Tropics*, edited by A. F. Aveni and G. Urton, New York, 1982, σσ. 303-312.
- , "The Earliest Islamic Mathematical Methods and Tables for Finding the Direction of Mecca", *ZGAIW*, 3 (1986) 82-149
- , *Islamic astronomical Instruments*, Collected Articles, London, 1987.
- , "The World about the Ka'ba. A Study of the Sacred Direction of Islam", *Islamic Art*, 3 (1992).
- and Hawkins, G. S., "On the Orientation of the Ka'ba", *Journal for the History of Astronomy*, 13 (1982) 102-109.



- and Saliba, G. (eds), *From Deferent to Equant. A Volume of Studies in the History of Science in the Ancient and Medieval Near East in Honor of E. S. Kennedy*, Annals of the New York Academy of Sciences, vol. 500, New York, 1987.
- Knorr, W., “On the Transmission of Geometry from Greek into Arabic”, *Historia Mathematica*, 10 (1983) 71-78.
- Krause, M., *Die Sphärik des Menelaos aus Alexandria in der Verbesserung von Abû Naşr Mañşûr b. ʿAlî b. ʿIrâq. Mit Untersuchungen zur Geschichte des Textes bei den islamischen Mathematikern*, Berlin, 1936.
- Kunitzsch, P., “New Light on al-Battânî’s Zîj”, *Centaurus*, 18 (1974) 270-274.
- , *Der Almagest. Die Syntaxis Mathematica des Claudius Ptolemäeus in arabisch-lateinischer Überlieferung*, Wiesbaden, 1974.
- Kutsch, W., *Thâbit ibn Qurra arabische Übersetzung der Ἀριθμητικὴ Εἰσαγωγή des Nikomachos von Gerasa*, Beirut, 1959.
- Lindberg, D. C., “The Transmission of Greek and Arabic Learning to the West”, στο *Science in the Middle Ages*, edited by D. C. Lindberg, Chicago, 1978, σσ. 52-90.
- , *Studies in the History of Medieval Optics*, London, Variorum Reprints, 1983.
- , *Theories of Vision from al-Kindî to Kepler*, Chicago, London, 1976.
- Lorch, R., “Abû Jaʿfar al-Khâzin on Isoperimetry and the Archimedean Tradition”, *ZGAIW*, 3 (1986) 150-229.
- , “The Arabic Transmission of Archimedes’ ‘Sphere and Cylinder’ and Eutocius’ Commentary”, *ZGAIW*, 5 (1989) 94-114.
- Mazhar ʿA. L., (ed), *Ibn Sînâ. ash-Shifâʾ. [III:] ar-Riyâḍiyyât. 2: al-Ḥisâb*, Cairo, 1975.
- Morelon, R., “Comment Ptolémée a été reçu par les astronomes arabes”, στο *L’Eredità classica nelle lingue orientali. A cura di Massimiliano Pavan e Umberto Cozzoli*, Roma, 1986, σσ. 161-170.
- , “Les deux versions du traité de Thâbit b. Qurra ‘Sur le Mouvement des deux lumineux’”, *Mélanges de l’Institut dominicain d’études orientales du Caire*, 18 (1988) 9-44.
- Mrad, N. A., *Musicothérapie chez les Arabes au Moyen Age*, Académie de Paris, Univ. René Descartes. Thèse pour le doctorat de médecine, Paris, 1989.
- Nallino, C. A., *Al-Battânî sive Albatenii Opus astronomicum. Ad fidem*



- codicis Escorialensis Arabice editum, Latine versum, adnotationibus instructum*, Part 1-3, Pubblicazioni del Reale Osservatorio di Brera in Milano, N. 40, 1-3, Mailand, 1899-1907. Ανατύπωση: Hildesheim, New York, 1977.
- Neubaur, E., “Arabische Anleitungen zur Musik-therapie”, *ZGAIW*, 6 (1990) 227-272.
- , “Neuerscheinungen zur arabischen Musik. Eine Auswahl an Nachschlagewerken und allgemeinen Darstellungen in europäischen Sprachen”, *ZGAIW*, 1 (1984) 288-311.
- Nix, L. und Schmidt, W. (hrsg. und übersetzt), *Hérons von Alexandrien Machanik und Katoptrik*, Leipzig, 1900.
- Pines, S., “Thâbit b. Qurra’s Conception of Number and Theory of the Mathematical Infinite”, στο *Actes du XI^e Congrès international d’histoire des sciences* 1965, Varsovie 1968, σσ. 160-166.
- Pingree, D. (ed.), *Dorotheus Sidonius. Carmen astrologicum*, Bibliotheca Teubneriana, Leipzig, 1976.
- , “Indian Influence on Sasanian and Early Islamic Astronomy and Astrology”, *The Journal of Oriental Research* 34-35 (Madras, 1964-66) 118-126.
- Prager, F. D., *Philo of Byzantium. Pneumatica. The First Treatise on Experimental Physics, Western Version and Eastern Version*, Wiesbaden, 1974.
- Rashed, R., “Al-Kindî’s Commentary on Archimedes’ The Measurement of the Circle”, *Arabic Science and Philosophy*, 1 (1993) 7-53.
- , “Archimède dans les mathématiques arabes”, στο: *Essays around the Mathematical Sciences of the Greeks*, edited by I. Mueller, Apeiron 1991.
- , *Diophante. Les Arithmétiques. Tomes III (livre IV), IV (livres V, VI et VII)*, Paris, Belles Lettres, 1984
- , *Entre arithétique et algèbre. Recherches sur l’histoire des mathématiques arabes. Études et reprises*, Paris, 1984.
- , *Géométrie et dioptrique au Xe siècle. Ibn Sahl, al-Qûhî et Ibn al-Haytham*, Paris, 1993.
- Riet, S. van, “De Bagdad à Toléde, ou la transmission de la culture arabe à l’Occident latin”, στο *Église et enseignement, Colloque*, Bruxelles, 1977, σσ. 47-56.
- Rosenfeld, B. A., “The Theory of Parallel Lines in the Medieval East”, στο *Actes du XI^e congrès international d’histoire des sciences*, 1965, Varsovie, 1968.



- Rosenthal, F., "Two Graeco-Arabic Works on Music", *Proceedings of the American Philosophical Society*, 110 (1966) 261-8.
- Sabra, A. I., "The Scientific Enterprise. Islamic Contributions to the Development of Science", στο: *The World of Islam*, edited by B. Lewis, London, 1976, σσ. 181-200.
- , "An Eleventh-Century Refutation of Ptolemy's Planetary Theory", στο *Science and History. Studies in Honor of Edward Rosen*, Wroclaw, 1978, σσ. 117-131.
- , "Ibn al-Haytham's Lemmas for Solving 'Alhazen's Problem'", *Archive for History of Exact Sciences*, 26 (1982) 299-324.
- , "The Andalusian Revolt against Ptolemaic Astronomy: Averroes and al-Biṭrūjī", στο *Transformation and Tradition in the Sciences. Essays in Honor of I. Bernard Cohen*, Cambridge, 1984, σσ. 133-153.
- (ed.), *Ibn al-Haytham. The Optics, Books I-III: On Direct Vision. Transl. with Introduction and Commentary*, Studies of the Warburg Institute 40, London 1989.
- Saidan, A. S., "The Arithmetic of Abū 'l-Wafā'", *Isis*, 65 (1974) 367-375.
- Saliba, G., "Al-Bīrūnī and the Sciences of his Time", στο: *Religion, Learning and Science in the 'Abbasid Period*, edited by M. J. L. Young et al., Cambridge, Cambridge University Press, 1990, σσ. 405-423.
- , "Artisans and Mathematicians in Medieval Islam", *Journal of the American Oriental Society*, 119 (1999) 637-45.
- , "The Meaning of *al-jabr wa 'l-muqābala*", *Centaurus*, 17 (1972/3) 189-204
- Sayili, A., "Thābit ibn Qurra's Generalization of the Pythagorean Theorem", *Isis*, 51 (1960) 35-37
- Sesiano, J., *Books IV to VII of Diophantus' Arithmetica in the Arabic Translation Attributed to Qusṭā ibn Lūqā*, Heidelberg, 1982.
- , "Les Méthodes d' analyse indéterminée chez Abū Kāmil", *Centaurus*, 21 (1977) 89-105.
- Sezgin, F.(ed.), *Ptolemy: Geography, Arabic Translation. Reproduction of the Facsimile edition of the MS Aya Sofya 2610*, Frankfurt am Main, 1987.
- , *The Contribution of the Arabic-Islamic Geographers to the Formation of the World Map*, Frankfurt am Main, 1987.
- Simon, G., *Le Regard, l'être et l'apparence dans l'optique de l'antiquité*, Paris, 1988.



- Smith, D. E. and Karpinsky, L. C., *The Hindu-Arabic Numerals*, Boston, London, 1911.
- Strohmaier, G., “Von Alexadrien nach Bagdad’ – eine fiktive Schultradition”, στο J. Wiesner (ed.), *Aristoteles. Werk und Wirkung, Paul Moraux gewidmet*, τόμος 2, Berlin, W. de Gruyter, 1987, σσ. 380-9.
- , *al-Bîrûnî. In den Gärten der Wissenschaft. Ausgewählte Texte aus den Werken des muslimischen Universalgelehrten*, Leipzig, 1978.
- Thaer, C., “Euklid’s Data in arabischer Fassung”, *Hermes*, 77 (1942) 197-205.
- The Encyclopaedia of Islam*, Second Edition, 10 τόμοι έως τώρα, Leiden, E. J. Brill, 1960-συνεχίζεται.
- Toomer, G. J., *Diocles. On Burning Mirrors. The Arabic Translation of the Lost Greek Original. Ed. with English Translation and Commentary*, Berlin, 1976.
- , *Ptolemy’s Almagest, Translated and Annotated*, London, 1984.
- , *Apollonius. Conics Books V to VII. The Arabic Translation of the Lost Greek Original in the Version of Banu Musa, Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences 9*, New York, Berlin, 1990.
- Ullmann, M., *Die Natur- und Geheimwissenschaften im Islam*, Leiden, Köln, 1972.
- Vernet, J. and Catalá, A., *Dos tratados del Arquímède árabe*, Barcelona, 1972.
- Walzer, R., “Arabic Transmission of Greek Thought to Medieval Europe”, *Bulletin of the John Rylands Library*, 29 (1945-46) 160-183.
- Worrell, W. H., “Qustâ ibn Lûqâ on the Use of the Celestial Globe”, *Isis*, 35 (1944) 285-293.
- de Young, G., *The Arithmetic Books of Euclid’s Elements in the Arabic Tradition*, Harvard University Dissertation, Cambridge, Mass., 1981.
- , “The Arabic Textual Traditions of Euclid’s Elements”, *Historia Mathematica*, 11 (1984) 147-60.
- ZGAIW = *Zeitschrift für Geschichte der Arabisch-Islamischen Wissenschaften*, Frankfurt am Main.
- Zimmermann, F. W., *Al-Farabi’s Commentary and Short Treatise on Aristotle’s De Interpretatione*, Transl. with an Introduction and Notes, The British Academy. Classical and Medieval Logic Texts 3, London, Oxford, 1981.



SUMMARY

THE ANCIENT GREEK MATHEMATICAL SCIENCES IN THE ARABIC TRADITION

by
Elias Giannakis

This paper aims at giving a short account of the transmission of the ancient Greek mathematical sciences to the Arabs through the Arabic translations made during the cAbbasid dynasty from the 8th to 10th c. A. D.. The first part deals with the historical milieu within which the Greek tradition of mathematical thought was received by the Arabs and was cultivated alongside other native traditions of the Fertile Crescent. Then, with the advent of the cAbbasids as leaders of the Caliphate the interest in Greek mathematical works increased in order to meet practical and theoretical needs, such as educational, bureaucratic and other exigencies. The Greek mathematical syllabus of higher studies included arithmetic, geometry, astronomy and harmonics, known as quadrivium. The most important texts taught in the curriculum of the Greek schools of Late Antiquity were translated into Arabic, some of which are now lost in the Greek original. Finally attention is drawn upon influences the Greek tradition exerted in the formation of the Arabic sciences and technology. The Arabs studied the translated Greek works, wrote commentaries, paraphrases, summaries, collections of problems and independent treatises. Also they developed new fields and topics, like algebra and trigonometry. In turn, this scientific tradition influenced the Western European mathematical thought through Latin translations of Arabic texts made in the 12th – 14th c. A. D.

