

Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Φυσικής

ΑΣΤΡΙΚΗ, ΕΚΡΗΚΤΙΚΗ  
ΠΥΡΗΝΟΣΥΝΘΕΣΗ  
ΠΑΡΑΓΟΥΣΑ ΚΑΙ ΕΠΑΓΟΜΕΝΗ  
ΑΠΟ ΝΕΤΡΙΝΑ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ Γ. ΓΙΑΝΝΑΚΑ  
Φυσικός

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ



Ιωάννινα, 2015



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Φυσικής

ΑΣΤΡΙΚΗ, ΕΚΦΡΗΚΤΙΚΗ  
ΠΥΡΗΝΟΣΥΝΘΕΣΗ  
ΠΑΡΑΓΟΥΣΑ ΚΑΙ ΕΠΑΓΟΜΕΝΗ  
ΑΠΟ ΝΕΤΡΙΝΑ

ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ Γ. ΓΙΑΝΝΑΚΑ  
Φυσικός

ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννινα, 2015



Η παρούσα έρευνα έχει συγχρηματοδοτηθεί από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο - ΕΚΤ) και από εθνικούς πόρους μέσω του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» του Εθνικού Στρατηγικού Πλαισίου Αναφοράς (ΕΣΠΑ)-Ερευνητικό Χρηματοδοτούμενο Έργο: Ηράκλειτος ΙΙ. Επένδυση στην κοινωνία της γνώσης μέσω του Ευρωπαϊκού Κοινωνικού Ταμείου.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΣΠΑ  
2007-2013  
Πρόγραμμα για την ανάπτυξη  
ΕΥΡΩΠΑΙΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

### Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή

- Θεοχάρης Κοσμάς, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων (Επιβλέπων Καθηγητής).
- Κωνσταντίνος Κόκκοτας, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Tubingen Γερμανίας (Μέλος της 3-μελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής).
- Διονύσιος Μπονάτσος, Ερευνητής Α του ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος (Μέλος της 3-μελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής).
- Ξενοφών Ασλάνογλου, Αναπληρωτής Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων.
- Ειρήνη Μαυρομάτη, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ.
- Ρόζα Βλαστού-Ζάννη, Καθηγήτρια Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, Τμήματος Φυσικής, Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.
- Ιωάννης Βέργαδος, Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων.

**ΠΡΑΚΤΙΚΟ**  
**ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗΣ, ΕΞΕΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ**  
**ΔΙΔΑΚΤΟΡΙΚΗΣ ΔΙΑΤΡΙΒΗΣ**

Σήμερα Δευτέρα **12-1-2015**, ώρα **12.00** στην Αίθουσα Τηλεδιασκέψεων Τμήματος Φυσικής, του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, Βιβλιοθήκη- Κτίριο Φ2, 3<sup>ος</sup> όροφος, πραγματοποιήθηκε, σύμφωνα με τις διατάξεις του Ν.3685/2008, η διαδικασία της δημόσιας παρουσίασης, εξέτασης και αξιολόγησης της εργασίας της υποψήφιας για την απόκτηση Διδακτορικής Διατριβής **Κας Παναγιώτας Γιαννακά**.

Την Επταμελή Εξεταστική Επιτροπή, που συγκροτήθηκε με απόφαση της Γενικής Συνέλευσης Ειδικής Σύθεσης του Τμήματος Φυσικής (συν. 445/1-12-2014), αποτελούν τα ακόλουθα μέλη:

- 1) Θεοχάρης Κοσμάς, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων ( Επιβλέπων ).
- 2) Κωνσταντίνος Κόκκοτας, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Tubingen Γερμανίας (Μέλος της 3-μελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής).
- 3) Διονύσιος Μπονάτσος, Ερευνητής Α του ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος, (Μέλος της 3-μελούς Συμβουλευτικής Επιτροπής).
- 4) Ξενοφών Ασλάνογλου, Αναπληρωτής Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων.
- 5) Ειρήνη Μαυρομάτη, Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Φυσικής του ΕΚΠΑ.
- 6) Ρόζα Βλαστού-Ζάννη, Καθηγήτρια Σχολής Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Φυσικών Επιστημών, Τμήματος Φυσικής, Εθνικού Μετσόβιου Πολυτεχνείου.
- 7) Ιωάννης Βέργαδος, Ομότιμος Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων.

Παρόντα ήταν και τα 7 μέλη της εξεταστικής επιτροπής. Από αυτά τα 2 μέλη συμμετείχαν με τηλεδιάσκεψη σύμφωνα με την Υ.Α. Β122.1/42/23076/β2, ΦΕΚ433Β/17-3-2011. Το θέμα της διδακτορικής διατριβής που εκπόνησε η **Κα Παναγιώτα Γιαννακά** και που παρουσίασε σήμερα είναι: **«Αστρική, Εκρηκτική Πυρηνοσύνθεση Παράγουσα και Επαγόμενη από Νετρίνα»**.

Η υποψήφια παρουσίασε και ανάπτυξε το θέμα και απάντησε σε σχετικές ερωτήσεις τόσο των μελών της εξεταστικής επιτροπής όσο και του ακροατηρίου. Στη συνέχεια αποσύρθηκε η εξεταστική επιτροπή και μετά από συζήτηση κατέληξε στα ακόλουθα:



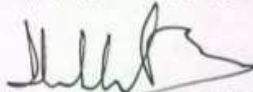
- α) Η συγγραφή της διατριβής έγινε με τρόπο που δείχνει ιδιαίτερη μεθοδικότητα και πλήρη ενημέρωση της υποψήφιας πάνω στη σχετική βιβλιογραφία.
- β) Η ερευνητική εργασία καταλήγει σε σημαντικά αποτελέσματα τα οποία προάγουν την επιστήμη. Από την εργασία αυτή έχουν προκύψει δύο εργασίες δημοσιευμένες σε έγκριτα επιστημονικά περιοδικά και μία που βρίσκεται στο στάδιο αξιολόγησης, που έγιναν από την υποψήφια.
- γ) Η παρουσίαση και ανάπτυξη του θέματος της εργασίας από την υποψήφια και οι απαντήσεις στις ερωτήσεις που της τέθηκαν έδειξαν πλήρη γνώση του θέματος αλλά και ικανοποιητική γνώση γενικότερων σχετικών θεμάτων της Πυρηνικής και Αстро-πυρηνικής Φυσικής.

Με βάση τα ανωτέρω, τα μέλη της Επταμελούς Εξεταστικής Επιτροπής εγκρίνουν ομόφωνα την εργασία και εισηγούνται ανεπιφύλακτα την απονομή Διδακτορικού Διπλώματος στην **Κα Παναγιώτα Γιαννακά** με βαθμό Άριστα.

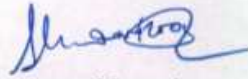
Τα μέλη της Εξεταστικής Επιτροπής



Καθηγητής Θεοχάρης Κοσμάς ( Επιβλέπων )



Καθηγητής Κωνσταντίνος Κόκκοτας




Ερευνητής Α' Διονύσιος Μπονάτσος



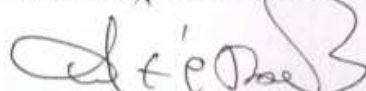
Αν. Καθηγητής Ξενοφών Ασλάνογλου



Αν. Καθηγήτρια Ειρήνη Μαυρομάτη



Καθηγήτρια Ρόζα Βλαστού-Ζάννη



Ομότιμος Καθηγητής Ιωάννης Βέργαδος



“Αφιερωμένο  
στην οικογένεια μου  
Γιώργο, Αρετή,  
και Σοφία”



---

## Ευχαριστίες

Με την ολοκλήρωση της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους ανθρώπους που με στήριξαν και με βοήθησαν καθ' όλη την διάρκεια αυτής μου της προσπάθειας η οποία δεν θα μπορούσε να υλοποιηθεί χωρίς την βοήθεια και συμπαράστασή των.

Πρωτίστως, αισθάνομαι την ανάγκη να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου στον Επιβλέποντα Καθηγητή κ. Θεοχάρη Κοσμά, Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, για την ευκαιρία που μου προσέφερε να εκπονήσω την διατριβή μου σε ένα τόσο ενδιαφέρον και επίκαιρο θέμα. Η καθοδήγησή του καθ' όλη την διάρκεια της έρευνας ήταν ουσιαστική με τις συνεχείς συμβουλές του και τον ενθουσιασμό του. Όλα αυτά που με δίδαξε αποτέλεσαν πολύτιμο αρωγό για την επιτυχή ολοκλήρωση της Διδακτορικής μου Διατριβής, τα οποία θα με ακολουθούν για την μετέπειτα ζωή μου.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω στον Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Tubingen Γερμανίας κ. Κωνσταντίνο Κόκκοτα και στον Ερευνητή Α του ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος κ. Διονύσιο Μπονάτσο, τόσο για την συμμετοχή τους στην 3-μελή συμβουλευτική επιτροπή, όσο και για τις συζητήσεις, τις εύστοχες παρατηρήσεις και συμβουλές τους οι οποίες συνέβαλαν στην εκπόνηση της παρούσας διατριβής από την κατάθεση της σχετικής επιστημονικής πρότασης μέχρι την συγγραφή της.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα υπόλοιπα μέλη της 7-μελούς εξεταστικής επιτροπής, για την προθυμία τους να μελετήσουν και αξιολογήσουν την διατριβή μου και να καταθέσουν τις παρατηρήσεις και τα πολύτιμα σχόλια τους. Τον Ομότιμο Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων κ. Ιωάννη Βέργαδο, τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Ξενοφώντα Ασλάνογλου του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, την Αναπληρώτρια Καθηγήτρια κα. Ειρήνη Μαυρομάτη του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Αθηνών, και την κα. Ρόζα Βλαστού-Ζάννη Καθηγήτρια ΕΜΠ.

Ένα μεγάλο ευχαριστώ στον συνάδελφό μου Δημήτρη Παπούλια για την ευχάριστη συνύπαρξή μας στον κοινό χώρο εργασίας, τις ουσιαστικές συζητήσεις μας σε

θέματα φυσικής, και για όλες τις αγωνίες που περάσαμε μαζί κατά την εκπόνηση των Διδακτορικών μας Διατριβών. Ιδιαίτερο ευχαριστώ για την σημαντικότερη ψυχολογική υποστήριξη, τη βοήθειά τους καθώς και τις επικδομητικές τους συζητήσεις στους φίλους μου Χρήστο Σούτζιο και Κωνσταντίνα Ζέρβα. Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τους υποψήφιους Διδάκτορες Ευάγγελο Παράδα και Ιωάννη Φλουρή για την πολύπλευρη βοήθεια τους καθ' όλη την διάρκεια της φοιτητικής μου ζωής ως Υποψήφια Διδάκτωρ.

Το μεγαλύτερο ευχαριστώ δικαιωματικά ανήκει στην οικογένεια μου, στους γονείς μου, Γιώργο και Αρετή, και στην αδερφή μου Σοφία για την απεριόριστη αγάπη, συμπαράσταση και υπομονή που έδειξαν όλα αυτά τα χρόνια των σπουδών μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον Τομέα Θεωρητικής Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων καθώς και το υπολογιστικό κέντρο του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων (στο οποίο εκτελέστηκαν οι υπολογισμοί της παρούσας έρευνας) και ιδιαίτερα την ομάδα ΕΚΕΠ Παν/μίου Ιωαννίνων για την φιλοξενία και την υλικότεχνική υποστήριξη που ήταν απαραίτητη για την υλοποίηση της παρούσας έρευνας.

Παναγιώτα Γ. Γιαννακά  
Ιωάννινα, 2015

---

## Περίληψη

Ο πρωταρχικός στόχος της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής ήταν η ανάπτυξη (διαμόρφωση) μιας μεθόδου μελέτης πυρηνικών, ημιλεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένου ρεύματος που λαμβάνουν χώρα σε αστρικό περιβάλλον και επηρεάζουν την αστρική και εκρηκτική πυρηνοσύνθεση. Η μέθοδος που αναπτύχθηκε βασίζεται σε μια εξελιγμένη μορφή της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημι-σωμάτια (quasi-particle random phase approximation, QRPA) η οποία χρησιμοποιεί ως εναπομένουσα αλληλεπίδραση το δυναμικό δύο σωμάτων Bonn C-D (ρεαλιστικές δυνάμεις δύο νουκλεονίων) καθώς και μια προχωρημένη αριθμητική μέθοδο υπολογισμού όλων των αναγκαίων ανηγμένων πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων (δίνονται σε μορφή συμπαγών, αναλυτικών εκφράσεων). Η επίδραση των ιδιαιτέρων συνθηκών του εσωτερικού των αστέρων στις ενεργές διατομές τέτοιων αντιδράσεων μελετήθηκε (αναπτύσσοντας ειδικό κώδικα Fortran) με βάση την στατιστική Maxwell-Boltzmann εισάγοντας έτσι, μεταξύ άλλων, και την εξάρτηση των ρυθμών των ηλεκτρασθενών ημιλεπτονικών διαδικασιών που λαμβάνουν χώραν στον αστρικό πυρήνα από την υψηλή θερμοκρασία. Η πυρηνική μέθοδος ελέγχθηκε μέσω της αναπαραγωγής ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής (αναπαραγωγή ενεργειακών χασμάτων από τους γειτονικούς πυρήνες και φασμάτων διέγερσης του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα) καθώς και της αναπαραγωγής των πειραματικών ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίων από σύνθετους πυρήνες. Για την εκπλήρωση του σκοπού αυτού, επιλέχθηκε αρχικά το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  το οποίο παίζει σημαντικό ρόλο στην πυρηνοσύνθεση που λαμβάνει χώραν κατά την διάρκεια έκρηξης ενός σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς.

Ο δεύτερος και κύριος στόχος της εργασίας αυτής ήταν η λεπτομερειακή και συστηματική μελέτη αντιδράσεων φορτισμένου ρεύματος που συμβαίνουν κάτω από τις συνθήκες του αστροφυσικού περιβάλλοντος ενός σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς επιλέγοντας ένα κατάλληλο σύνολο πυρηνικών ισοτόπων τα οποία παίζουν σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη του σουπερνόβα SN κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης και κατά την φάση κατάρρευσης της καρδιάς του. Ως τέτοιο σύνολο επιλέχθηκαν οι πυρήνες  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ , από τους οποίους οι μόνιμοι πρώτοι τέσσερις λαμβάνουν πολύ ενεργό ρόλο στην προ-σουπερνόβα πυρηνοσύνθε-

ση, οι δε υπόλοιποι στην πυρηνοσύνθεση που γίνεται κατά την έκρηξη σουπερνόβα. Η παρούσα μελέτη επικεντρώθηκε στην ηλεκτρασθενή διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από τούς ανωτέρω πυρήνες η οποία καθορίζει την εντροπία της αστρικής καρδιάς καθώς και τον λόγο ηλεκτρονίων προς βαρυόνια  $Y_e$  κατά την εξέλιξη ενός σουπερνόβα. Περαιτέρω, η αντίδραση αυτή παίζει ρόλο κλειδί στην διαμόρφωση της κατανομής των νετρίνων που παράγονται στην καρδιά του SN τα οποία, μετά τη διαφυγή τους από το εσωτερικό του αστέρα, ανιχνεύονται στους επίγειους ανιχνευτές νετρίνων μεταφέροντας πολύτιμες πληροφορίες της εξέλιξης του αστέρα.

Μετά τον έλεγχο της πυρηνικής μεθόδου που αναπτύχθηκε, οι υπολογισμοί των απαραίτητων ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης πραγματοποιήθηκαν σε δύο φάσεις: (i) Στην πρώτη φάση, θεωρήθηκε ότι η  $e^-$ -σύλληψη λαμβάνει χώρα κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, το οποίο σημαίνει ότι οι μητρικοί πυρήνες που επιλέχθηκαν βρίσκονται στην θεμελιώδη τους κατάσταση. Θεωρώντας αρχικές ενέργειες ηλεκτρονίων στην περιοχή  $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ , ο θυγατρικός πυρήνας εμφανίζεται, γενικά, διεγερμένος σε έναν μεγάλο αριθμό δυνατών (τελικών) καταστάσεων. (ii) Στη δεύτερη φάση των υπολογισμών μας υποθέσαμε ότι ο μητρικός πυρήνας και το ηλεκτρόνιο-βλήμα βρίσκονται στο (πυκνό και θερμό) εσωτερικό ενός μαζικού αστέρα. Τούτο επιβάλλει την θεώρηση πολλών χαμηλοενεργειακών καταστάσεων του μητρικού πυρήνα ως αρχικής κατάστασής του. Η ενεργειακή κατανομή των πυρήνων ακολουθεί στατιστική κατανομή Maxwell-Boltzmann. Επί πλέον, η αρχική ενέργεια των εισερχομένων στην αντίδραση ηλεκτρονίων παρουσιάζει μια κατανομή η οποία, όπως σε πολλούς πρόσφατους υπολογισμούς, θεωρείται ότι παραμετροποιείται αρκετά καλά από την κατανομή Fermi-Dirac.

Από το επιλεγέν σύνολο πυρήνων, οι  $^{48}\text{Ti}$  και  $^{56}\text{Fe}$  είναι σημαντικοί στην σουπερνόβα πυρηνοσύνθεση, ενώ οι άλλοι δύο,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  είναι σημαντικοί στην πυρηνοσύνθεση που επιτελείται στη φάση κατάρρευσης καρδιάς του αστέρα. Αξίζει να αναφέρουμε ότι η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες είναι σωματειακά συζυγής διαδικασία της σκέδασης φορτισμένου ρεύματος νετρίνου-πυρήνα. Ο συνδυασμός των αντιδράσεων αυτών καθορίζει την συνιστώσα χαμηλής ενέργειας του φάσματος νετρίνων ενός σουπερνόβα (SN) κατάρρευσης καρδιάς. Επωφελούμενοι από την ομοιότητα αυτή (αφού οι δύο συζυγείς διαδικασίες μελετώνται στη βιβλιογραφία στα πλαίσια ίδιων πυρηνικών μεθόδων), εξετάζουμε τις δυνατότητες χρήσης των αποτελεσμάτων των ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες (ή των ρυθμών σύλληψης  $\lambda$ ) προκειμένου να εκτιμηθούν ρυθμοί αντιδράσεων της μορφής  $R = \sum_i Y_i \lambda_i$  που υπεισέρχονται σε ποικίλες αστροφυσικές προσομοιώσεις.

Κλείνοντας, τονίζουμε ότι, στην πλειονότητα των υπολογισμών  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες που έχουν γίνει μέχρι τώρα (τόσο σε εργαστηριακό όσο και σε αστρικό περιβάλλον) αγνοήθηκε η μεταφερομένη ορμή στον πυρήνα-στόχο ( $q \approx 0$ ) συνεπώς, μόνο μεταβάσεις τύπου Fermi και Gamow-Teller είναι επιτρεπτές. Αντίθετα, στους λεπτομερείς υπολογισμούς της παρούσης διατριβής έχουν συμπεριληφθεί και απαγορευμένες μεταβάσεις ανώτερης τάξης (μέσω της εξάρτησης των σφαιρικών συναρτήσεων Bessel από την μεταφερομένη ορμή), γεγονός που προσδίδει μεγάλη ακρίβεια και υψηλό βαθμό αξιοπιστίας στα αποτελέσματα της μεθόδου που αναπτύχθηκε.

---

# Abstract

## Stellar and explosive nucleosynthesis producing and induced by neutrinos

by Panagiota Giannaka

The main objective of the present Thesis was to develop a (nuclear) method of studying charged-current semileptonic nuclear reactions which occur in stellar environment and affect stellar and explosive nucleosynthesis. This method is based on a refinement of the quasi-particle random phase approximation (QRPA) that utilizes realistic two-body forces, the Bonn C-D two-body potential, and an advantageous numerical approach that provides all possible reduced nuclear Matrix Element in the form of compact analytical expressions. The effect of the particular conditions of the interior of stars in the cross sections of the above mentioned reactions, is investigated within the context of the Maxwell-Boltzman statistics, which introduces among other effects, the dependence of the rates on the temperature. This method is tested through the reproducibility of some nuclear structure properties (the determination of the model parameters is done by adjusting the energy gaps, and the reproducibility of the excitation spectra of the parent and daughter nuclei) and the reproducibility of the experimental total muon capture rates. Towards this aim, at first the isotope  $^{66}\text{Zn}$  has been chosen that plays a crucial role in the nucleosynthesis taking place during the supernova explosion and the above steps of the method were applied.

Second main objective of this work was the detailed and systematic study of the charge-changing reactions, that occur under the astrophysical environment of a core collapse supernova type II. To this purpose, we have chosen a set of interesting nuclear isotopes ( $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  and  $^{90}\text{Zr}$ ) which play important role in supernova (SN) explosion in both the pre-SN phase and during

the core collapse SN phase. We have mainly focused on the  $e^-$ -capture process on these nuclei which determines the core entropy as well as the electron-to-baryon ratio  $Y_e$ . Furthermore, this process plays key role in the creation of the low-energy component of the neutrino distribution generated in the SN core which, after escaping the stellar interior, reaches the terrestrial  $\nu$ -detectors.

After testing our nuclear method, the calculations of the relevant  $e^-$ -capture cross sections were performed in two stages: (i) In the first stage, we considered that the electron-capture process occurs under laboratory conditions which means that the parent nuclear isotopes are in their ground state. Then, assuming initial electron energies in the range,  $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ , the daughter nucleus appears, in general, in someone of the great number of possible (final) excited states. (ii) In the second stage of our cross sections calculations we assumed that the parent nuclei and the projectile electron are in the stellar (hot and dense) interior. This imposes the consideration of many low-lying states as possible initial state of the parent nucleus. The energy distribution of the initial state of the parent nucleus follows Maxwell-Boltzmann statistics. On the other hand, the initial energy of the projectile electrons is governed by a distribution which, as in many recent calculations, was assumed to be well parametrized by a Fermi-Dirac distribution.

From the set of nuclei chosen, two ( $^{48}\text{Ti}$  and  $^{56}\text{Fe}$ ) are important for the pre-supernova nucleosynthesis while the other two ( $^{66}\text{Zn}$  and  $^{90}\text{Zr}$ ) play significant role in the core collapse SN-phase nucleosynthesis. It is worth mentioning that  $e^-$ -capture on nuclei is a particle conjugate process of the neutrino induced charged current scattering on nuclei. Their combination plays key role in the generation of the low-energy component of the  $\nu$ -spectrum of core-collapse SN type II. By taking advantage of this similarity (both conjugate processes are, in the literature, studied within the context of the same nuclear methods), we discuss our cross sections results in conjunction with the reaction rates for  $e^-$ -capture on nuclei of the type  $R_N = \sum_i Y_i \lambda_i$  entering various astrophysical simulations.

We stress that, in the calculations for  $e^-$ -capture on nuclei performed up to now, the momentum transfer was assumed to be zero ( $q \approx 0$ ) (in both laboratory and stellar environment) and hence, only Fermi and Gamow-Teller transitions are permitted. In contrast, in our detailed calculations high-order forbidden transitions were included and the accuracy as well as the confidence level of the obtained results are appreciably higher.



---

# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	xī
<b>1 Εισαγωγή</b>	<b>1</b>
1.1 Αντικείμενο της παρούσας έρευνας . . . . .	1
1.2 Ο ρόλος των ασθενών αλληλεπιδράσεων στην εξέλιξη μαζικών αστέρων	2
1.3 Επισκόπηση της Παρούσας Διατριβής . . . . .	4
<b>2 Η πυρηνοσύνθεση στους μαζικούς αστέρες και οι αντιδράσεις μεταβολής φορτίου</b>	<b>7</b>
2.1 Εισαγωγή . . . . .	7
2.2 Στάδια Κύριας Ακολουθίας Μαζικού Αστέρων . . . . .	8
2.3 Εξέλιξη αστέρα στο τελευταίο στάδιο της ζωής του . . . . .	11
2.4 Κατάρρευση του Αστρικού Πυρήνα . . . . .	14
2.4.1 Η αρχή της κατάρρευσης ενός αστέρα και ο ρόλος της $e^-$ -σύλληψης . . . . .	15
2.4.2 Το τέλος της κατάρρευσης . . . . .	16
2.4.3 Η φυσική της Κατάρρευση Καρδιάς Supernovae . . . . .	17
2.5 Πυρηνοσύνθεση μέσω και βαρέων ισotόπων . . . . .	18
2.5.1 Εκρηκτική Πυρηνοσύνθεση . . . . .	20
2.6 Οι Ασθενείς διαδικασίες σε αστρικό περιβάλλον . . . . .	27
2.6.1 Ενεργές διατομές και ρυθμοί των ασθενών αντιδράσεων . . .	30
2.6.2 Υπολογισμοί Ρυθμών Γεγονότων Ασθενών Αντιδράσεων . .	31
2.6.3 Υπολογισμός των συνεισφορών Gamow-Teller και Fermi τελεστών στις ενεργές διατομές . . . . .	33
<b>3 Περιγραφή της πυρηνικής δομής</b>	<b>37</b>
3.1 Εισαγωγή . . . . .	37
3.2 Μοντέλα Μελέτης της Πυρηνικής Δομής . . . . .	38
3.3 Ρεαλιστικοί Υπολογισμοί Πυρηνικής Δομής . . . . .	39

3.3.1	Το Δυναμικό Woods-Saxon . . . . .	40
3.4	Περιγραφή της Βασικής Κατάστασης του Πυρήνα . . . . .	43
3.4.1	Η Θεωρία BCS για τον πυρήνα . . . . .	43
3.4.2	Η Θεωρία BCS στην Πυρηνική Φυσική . . . . .	44
3.4.3	Αλληλεπίδραση ζεύγους . . . . .	49
3.5	Η μέθοδος QRPA για αντιδράσεις μεταβολής πυρηνικού φορτίου . . . . .	50
3.6	Παράμετροι Μεθόδου και Έλεγχοι Αξιοπιστίας της . . . . .	55
3.6.1	Προσδιορισμός του χώρου μοντέλου . . . . .	55
3.6.2	Προσδιορισμός παραμέτρων ζεύγους $g_{pair}^p(n)$ στην μέθοδο BCS . . . . .	56
3.6.3	Προσδιορισμός παραμέτρων ( $g_{pp}$ ) και ( $g_{ph}$ ) της μεθόδου pn-QRPA . . . . .	57
3.6.4	pn-QRPA Φάσματα Θυγατρικών Πυρήνων . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίου</b> . . . . .	<b>67</b>
4.1	Εισαγωγή . . . . .	67
4.2	Διαδικασίες Μιονικής Σύλληψης . . . . .	68
4.3	Κινηματική της συνήθους διαδικασίας $\mu^-$ -σύλληψης . . . . .	70
4.4	Φορμαλισμός Ρυθμών Μιονικής Σύλληψης . . . . .	71
4.4.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου . . . . .	73
4.4.2	Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου . . . . .	75
4.4.3	Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου . . . . .	76
4.5	$\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{28}\text{Si}$ . . . . .	76
4.5.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$ . . . . .	77
4.5.2	Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$ . . . . .	77
4.5.3	Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$ αντίδραση . . . . .	80
4.6	$\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{32}\text{S}$ . . . . .	81
4.6.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$ . . . . .	81
4.6.2	Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$ . . . . .	83
4.6.3	Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$ αντίδραση . . . . .	84
4.7	$\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{48}\text{Ti}$ . . . . .	84
4.7.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ . . . . .	85
4.7.2	Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ . . . . .	85
4.7.3	Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ αντίδραση . . . . .	88
4.8	$\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	88
4.8.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$ . . . . .	89
4.8.2	Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$ . . . . .	89
4.8.3	Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$ αντίδραση . . . . .	91
4.9	$\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{66}\text{Zn}$ . . . . .	92

4.9.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$ . . . . .	92
4.9.2	Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$	93
4.9.3	Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$ αντίδραση	93
4.10	$\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{90}\text{Zr}$ . . . . .	95
4.10.1	Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$ . . . . .	96
4.10.2	Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$	96
4.10.3	Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$ αντίδραση	98
4.11	Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα Ολικών Ρυθμών . . . . .	99
4.12	Συμπεράσματα . . . . .	101
<b>5</b>	<b>Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου σε συνθήκες εργαστηρίου</b>	<b>103</b>
5.1	Εισαγωγή . . . . .	103
5.2	Σύλληψη ηλεκτρονίων . . . . .	104
5.3	Κινηματική της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου . . . . .	105
5.4	Φορμαλισμός ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου . . . . .	107
5.4.1	Διαφορικές Ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίου . . . . .	107
5.5	Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάσταση-προς-κατάσταση ενεργών διατομών . . . . .	110
5.5.1	Μελέτη $e^-$ -σύλληψης από τα ισότοπα $^{28}\text{Si}$ και $^{32}\text{S}$ . . . . .	110
5.5.2	Μελέτη $e^-$ -σύλληψης στα ισότοπα $^{48}\text{Ti}$ και $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	113
5.5.3	Μελέτη $e^-$ -σύλληψης στα ισότοπα $^{66}\text{Zn}$ και $^{90}\text{Zr}$ . . . . .	117
5.6	Υπολογισμοί συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή . . . . .	120
5.7	Ολική Ενεργός Διατομή . . . . .	122
5.8	Συμπεράσματα . . . . .	127
<b>6</b>	<b>Μελέτη σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε αστροφυσικές συνθήκες</b>	<b>129</b>
6.1	Εισαγωγή . . . . .	129
6.2	Μέθοδοι μελέτης της $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες σε αστρικό περιβάλλον	130
6.3	Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες . . . . .	131
6.4	Υπολογισμοί ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου σε αστροφυσικές συνθήκες . . . . .	134
6.5	Το ισότοπο του τιτανίου $^{48}\text{Ti}$ . . . . .	138
6.5.1	Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$ . . . . .	138
6.5.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$ . . . . .	139

6.5.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$ . . . . .	142
6.6	Το ισότοπο του σιδήρου $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	144
6.6.1	Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$ . . . . .	145
6.6.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$ . . . . .	145
6.6.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$ . . . . .	147
6.7	Το ισότοπο του ψευδαργύρου $^{66}\text{Zn}$ . . . . .	149
6.7.1	Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ . . . . .	150
6.7.2	Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ . . . . .	152
6.7.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ . . . . .	153
6.8	Το ισότοπο του ζirkονίου $^{90}\text{Zr}$ . . . . .	156
6.8.1	Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ . . . . .	157
6.8.2	Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ . . . . .	157
6.8.3	Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ . . . . .	159
6.9	Συμπεράσματα . . . . .	162
<b>7</b>	<b>ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ</b>	<b>165</b>
7.1	Σύνοψη και Συμπεράσματα . . . . .	165
7.2	Μελλοντικές Προοπτικές . . . . .	169
<b>A'</b>		<b>171</b>
A'.1	Εξισώσεις Dirac . . . . .	171
A'.2	Εξισώσεις Dirac παρουσία H/M πεδίου . . . . .	175
A'.3	Συνάρτηση Fermi . . . . .	177
<b>B'</b>		<b>179</b>
B'.1	Ενεργειακά Χάσματα (Energy Gaps) . . . . .	179
<b>Γ'</b>		<b>181</b>
Γ'.1	Άνεμος Νετρίνων- Neutrino-driven wind . . . . .	181
<b>Δ'</b>		<b>185</b>
Δ'.1	Επιτρεπτές Μεταβάσεις . . . . .	185
Δ'.2	Μη επιτρεπτές μεταπτώσεις . . . . .	187

<b>Ε'</b>	<b>189</b>
Ε'.1 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενικού αδρονικού ρεύματος . . . . .	189
Ε'.2 Μέθοδος Donnelly-Walecka . . . . .	191
Ε'.3 Πολυπολικοί Τελεστές . . . . .	192
Ε'.4 Πολυπολικοί πυρηνικοί τελεστές . . . . .	193
Ε'.5 Αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου . . . . .	195
Ε'.6 Συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις ανηγμένων στοιχείων πίνακα . . .	195
Ε'.7 Παράγοντες δομής νουκλεονίου . . . . .	196
<b>Γ'</b>	<b>197</b>
Γ'.1 Θεώρημα Wigner-Eckart . . . . .	197
Γ'.2 Συντελεστές Clebsch-Gordan . . . . .	197
Γ'.3 3-j Σύμβολα . . . . .	198
Γ'.4 6-j Σύμβολα . . . . .	198
Γ'.5 9-j Σύμβολα . . . . .	199
Γ'.6 Συντελεστές Racah W . . . . .	199
<b>Ζ'</b>	<b>201</b>
Ζ'.1 Η κυματοσυνάρτηση του μιονίου σε ένα μιονικό άτομο . . . . .	201
<b>Η'</b>	<b>203</b>
Η'.1 Κατανομή Maxwell-Boltzmann . . . . .	203
<b>Βιβλιογραφία</b>	<b>205</b>



---

## Κατάλογος Σχημάτων

2.1	Σχηματική αναπαράσταση της δομής κατά φλοιούς ενός μαζικού αστέρα (μοιάζει με την κατά φλοιούς δομή ενός κρεμμυδιού, onion-skin structure). Οι τιμές των κύριων παραμέτρων θερμοκρασίας και πυκνότητας στα διάφορα στρώματα ενός αστέρα μεγάλης μάζας, πριν την έκρηξη σουπερνόβα παρατείνονται επίσης. . . . .	8
2.2	Η πορεία της s- και της r- διαδικασίας στην περιοχή των Nd-Pm-Sm.	22
2.3	Οι αφθονίες των s-, r- και p-πυρήνων του ηλιακού συστήματος. Μόνο τα ισότοπα των οποίων το 90% ή και περισσότερο της συνολικής τους παραγωγής προέρχονται από τις απλές διαδικασίες παρουσιάζονται στο Σχήμα. Τα δεδομένα έχουν ληφθεί από τις Εργασίες [44] και [45]. . . . .	26
2.4	Σχηματική αναπαράσταση ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων. . .	28
3.1	Απεικόνιση του δυναμικού Woods-Saxon, με την παράμετρο $V_0$ να δείχνει το βάθος του δυναμικού, $R$ είναι η πυρηνική ακτίνα και $\alpha$ η σταθερά πάχους του επιφανειακού φλοιού του πυρήνα. . . . .	41
3.2	Μονοσωματιακά ενεργειακά επίπεδα που προκύπτουν με χρήση δυναμικού αρμονικού ταλαντωτή, ενός μέσου πεδίου Woods-Saxon και του δυναμικού σύζευξης σπιν-τροχιάς (Σχήμα από το 'Elementary Theory of Nuclear Shell Structure' [64]). . . . .	42
3.3	Η μεταβολή της πιθανότητας κατάληψης της τροχιάς $v_k^2$ σαν συνάρτηση της $\epsilon_k$ χωρίς ή με την παρουσία διαταραχής. Η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην αδιατάραχτη κατάσταση, ενώ η συνεχής αντιστοιχεί στην παρουσία διαταραχής. . . . .	46
3.4	Γραφική αναπαράσταση των πινάκων $\mathcal{A}$ και $\mathcal{B}$ που υπεισέρχονται στις εξισώσεις QRPA. Οι ημι-σωματιδιακές γραμμές παριστάνουν ένα σωματίδιο με πλάτος $u$ , ενώ αντίστοιχα οι κυκλικές γραμμές αναπαριστούν τις οπές με πλάτος $v$ . . . . .	53

3.5	Σύγκριση του θεωρητικού φάσματος των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα, $^{28}\text{Al}$ , (κατασκευάστηκε στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA), με το αντίστοιχο πειραματικό φάσμα χαμηλών ενεργειών (μέχρι περίπου 3 MeV). Όπως βλέπουμε η συμφωνία είναι πολύ καλή. . . . .	61
3.6	Όμοια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα $^{32}\text{P}$ . . . . .	62
3.7	Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα $^{48}\text{Sc}$ . . . . .	63
3.8	Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα $^{56}\text{Mn}$ . . . . .	64
3.9	Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα $^{66}\text{Cu}$ . . . . .	65
3.10	Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα $^{90}\text{Y}$ . . . . .	66
4.1	Διάγραμμα Feynman της διαδικασίας σύλληψης μιονίου. . . . .	71
4.2	Στο (panel (c)), αναπαρίστανται οι αποκλειστικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης. Επιμέρους συνεισφορές, σε κάθε πολυπολική μετάβαση του θυγατρικού πυρήνα $^{28}\text{Al}$ της πολικής-διανυσματικής (Polar-Vector), $\Lambda_V$ , (panel(a)) καθώς και της αξονικής-διανυσματικής (Axial-Vector), $\Lambda_A$ , (panel (b)) συνιστώσας στους αποκλειστικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης $\omega$ για το ισότοπο $^{28}\text{Si}$ . Στο (panel (c)), αναπαρίστανται οι αντίστοιχες συνεισφορές στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης. . . . .	78
4.3	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου από το ισότοπο $^{28}\text{Si}$ , $\Lambda_{J^\pi}$ , για διάφορες πολυπολικές μεταπτώσεις. Οι κυρίαρχες συνεισφορές προέρχονται από τις $J^\pi = 1^-$ και $J^\pi = 1^+$ πολυπολικότητες. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας την τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης $g_A = 1.262$ (ελευθέρου νουκλεονίου). . . . .	79
4.4	Όπως και στο Σχήμα 4.2, όμως εδώ μητρικός πυρήνας είναι το $^{32}\text{S}$ . . . . .	82
4.5	Παρόμοιο με το Σχήμα 4.3 στην περίπτωση $\mu^-$ -σύλληψης από το ισότοπο $^{32}\text{S}$ . . . . .	83
4.6	Παρόμοιο με το Σχήμα 4.2, έχοντας όμως ως μητρικό πυρήνα το $^{48}\text{Ti}$ . . . . .	86
4.7	Μερικοί ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ . Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν δύο φορές, την πρώτη χρησιμοποιώντας την $g_A = 1.262$ και την δεύτερη θεωρώντας την μειωμένη τιμή (quenched value) $g_A = 1.135$ . . . . .	87
4.8	Όπως και στο Σχήμα 4.2, όμως για την $\mu^-$ -σύλληψη από τον πυρήνα $^{56}\text{Fe}$ . . . . .	90
4.9	Όμοιο με το σχήμα 4.7 αλλά για το ισότοπο $^{56}\text{Fe}$ . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας. . . . .	91
4.10	Παρόμοιο με το Σχήμα 4.2, έχοντας όμως ως μητρικό πυρήνα το $^{66}\text{Zn}$ . . . . .	94
4.11	Όμοιο με το σχήμα 4.7 αλλά για το ισότοπο $^{66}\text{Zn}$ . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας. . . . .	95
4.12	Παρόμοιο με το Σχήμα 4.2, έχοντας όμως ως μητρικό πυρήνα το $^{90}\text{Zr}$ . . . . .	97



4.13	Όμοιο με το σχήμα 4.7 αλλά για το ισότοπο $^{90}\text{Zr}$ . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της $J^\pi = 1^-$ πολυπολικότητας. . . . .	98
4.14	Λόγοι $\lambda$ των θεωρητικών υπολογισμών και των πειραματικών αποτελεσμάτων της διαδικασίας σύλληψης μιονίου σαν συνάρτηση του ατομικού αριθμού $Z$ . Οι γεμάτοι κύκλοι και τα σύμβολα $X$ αντιστοιχούν στους ολικούς ρυθμούς που υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης ελεύθερου νουκλεονίου $g_A$ και την μειωμένη τιμή της $g_A$ αντίστοιχα. . . . .	101
5.1	Διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνα. Αριστερά το διάγραμμα περιγράφει την κινηματικής της αντίδρασης στο εργαστηριακό σύστημα και δεξιά απεικονίζεται το αντίστοιχο διάγραμμα Feynman της αντίδρασης. . . . .	105
5.2	Μεταβολή της διαφορικής ενεργού διατομής σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης $\omega$ του θυγατρικού πυρήνα (panel c). Επίσης, απεικονίζονται οι επιμέρους συνεισφορές σε κάθε (αποκλειστική) μετάβαση από το πολικό μέρος (panel a), καθώς και από το αξονικό μέρος (panel b) με την ενέργεια διέγερσης $\omega$ του θυγατρικού πυρήνα για το πιο ελαφρύ υπό μελέτη ισότοπο $^{28}\text{Si}$ . . . . .	111
5.3	Ίδιο με το Σχήμα 5.2, με την διαφορά ότι αναφέρεται στην αντίδραση $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$ . . . . .	112
5.4	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την $^{48}\text{Ti}(e^-, \nu_e)^{48}\text{Sc}$ αντίδραση $e^-$ -σύλληψης. . . . .	114
5.5	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την $^{56}\text{Fe}(e^-, \nu_e)^{56}\text{Mn}$ αντίδραση $e^-$ -σύλληψης. . . . .	115
5.6	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την $^{66}\text{Zn}(e^-, \nu_e)^{66}\text{Cu}$ αντίδραση $e^-$ -σύλληψης. . . . .	118
5.7	Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την $^{90}\text{Zr}(e^-, \nu_e)^{90}\text{Y}$ αντίδραση $e^-$ -σύλληψης. . . . .	119
5.8	Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων για χαμηλού σπιν $J^\pi \leq 4^\pm$ πολυπολικότητες για όλα τα πυρηνικά ισότοπα της μελέτη μας θεωρώντας ως ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ . . . . .	121
5.9	Αριστερά: Οι επιμέρους συνεισφορές των κύριων καναλιών ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) στην ολική ενεργό διατομή $e^-$ -σύλληψης για τις αντιδράσεις $^{28}\text{Si}(e^-, \nu_e)^{28}\text{Al}$ και $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$ σαν συνάρτηση της ενέργειας $E_e$ του εισερχομένου ηλεκτρονίου. Δεξιά: Μεταβολή με την ενέργεια $E_e$ της επιμέρους συνεισφοράς της πολικής, αξονικής συνιστώσας καθώς και του όρου επικάλυψης στην ολική ενεργό διατομή. . . . .	124
5.10	Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις $^{48}\text{Ti}(e^-, \nu_e)^{48}\text{Sc}$ και $^{56}\text{Fe}(e^-, \nu_e)^{56}\text{Mn}$ . . . . .	125

5.11	Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις $^{66}\text{Zn}(e^-, \nu_e)^{66}\text{Cu}$ και $^{90}\text{Zr}(e^-, \nu_e)^{90}\text{Y}$ . . . . .	126
6.1	Οι απαγορευμένες μεταβάσεις σύμφωνα με το μοντέλο ανεξάρτητων σωματιδίων και η απεικόνισή τους σε υψηλές θερμοκρασίες. . . . .	135
6.2	Επιμέρους συνεισφορές του πολικού μέρους, $\Lambda_V$ , καθώς και του αξονικού μέρους, $\Lambda_A$ , κάθε πολυπολικής μετάβασης της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής $e^-$ -σύλληψης υπό αστρικές συνθήκες, σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης $\omega$ . . . . .	140
6.3	Ολική ενεργός διατομή $e^-$ -σύλληψης, $\sigma(E_e)$ , για τον μητρικό πυρήνα $^{48}\text{Ti}$ σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{MeV}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) επίσης φαίνονται στο Σχήμα. . . . .	143
6.4	Σύγκριση των αποτελεσμάτων της μεθόδου pn-QRPA των ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου των μεταπτώσεων $1^+$ (ή μεταπτώσεων GT), για τον μητρικό πυρήνα $^{48}\text{Ti}$ χρησιμοποιώντας με εκείνους των εργασιών [6](SMMC) και [141] (RRPA) σε θερμοκρασία $T = 500\text{keV}$ . . . . .	144
6.5	Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$ $^{48}\text{Ti}$ . . . . .	146
6.6	Ολική ενεργός διατομή $e^-$ -σύλληψης, $\sigma_e(E_e)$ , για μητρικό πυρήνα τον $^{56}\text{Fe}$ όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA. Η θερμοκρασία του αστέρα λαμβάνεται ίση με $T = 0.5\text{MeV}$ . Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) επίσης φαίνονται στο σχήμα. . . . .	148
6.7	Σύγκριση των αποτελεσμάτων $e^-$ -σύλληψης για τις συνεισφορές των GT μεταβάσεων, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το $^{56}\text{Fe}$ χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA με αυτά των εργασιών [6](SMMC) και [141] (RRPA) σε θερμοκρασία $T = 500\text{keV}$ . . . . .	149
6.8	Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ $^{48}\text{Ti}$ . . . . .	151
6.9	Ολική ενεργός διατομή, $\sigma_e(E_e)$ , $e^-$ -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα $^{66}\text{Zn}$ σε θερμοκρασία $T = 0.5\text{MeV}$ υπολογισμένη με την μέθοδο pn-QRPA. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) φαίνονται επίσης στο σχήμα. . . . .	153
6.10	Ολική ενεργός διατομή $e^-$ -σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου $E_e$ για μητρικό πυρήνα τον $^{66}\text{Zn}$ σε θερμοκρασία $T = 1.0\text{MeV}$ (άνω) και $T = 1.3\text{MeV}$ (κάτω) όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) επίσης απεικονίζονται στο σχήμα. . . . .	155

6.11	Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής $e^-$ -σύλληψης από τον $^{66}\text{Zn}$ (σε αστρικό περιβάλλον) από την θερμοκρασία. Οι υπολογισμοί έγιναν για τρεις διαφορετικές τιμές της θερμοκρασίας ( $T = 0.5, 1.0$ και $1.3 \text{ MeV}$ ) συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου $E_e$ στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA. . . . .	156
6.12	Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ $^{48}\text{Ti}$ . . . . .	158
6.13	Η ολική ενεργός διατομή $e^-$ -σύλληψης καθώς και οι επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικότητας ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) για τον μητρικό πυρήνα $^{90}\text{Zr}$ σε θερμοκρασία $T = 0.5 \text{ MeV}$ . . . . .	160
6.14	Η ολική ενεργός διατομή και οι επί μέρους συνεισφορές των μεταβάσεων $J^\pi$ (με $J^\pi \leq 5^\pm$ ), σύλληψης ηλεκτρονίου από τον πυρήνα $^{90}\text{Zr}$ σε θερμοκρασία $T = 1.0 \text{ MeV}$ (άνω) και $T = 1.3 \text{ MeV}$ (κάτω) όπως προκύπτουν από την μέθοδο pn-QRPA συναρτήσει της ενέργειας εισερχόμενου ηλεκτρονίου $E_e$ . . . . .	161
6.15	Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής $e^-$ -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα $^{90}\text{Zr}$ από την θερμοκρασία $T$ στην περιοχή $0 \leq T \leq 1.5 \text{ MeV}$ . Οι πρωτογενείς υπολογισμοί, $\sigma(E_e)$ , της ολικής ενεργού διατομής εκτελέστηκαν στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA. . . . .	162
Γ'.1	Στάδια εξέλιξης της πυρηνοσύνθεσης που οδηγούν στην r-διαδικασία και στην νr-διαδικασία. Παρουσιάζονται επίσης κάποιες σχετικές αντιδράσεις και θερμοκρασίες στις οποίες αυτές λαμβάνουν χώρα. Το σημείο στο οποίο οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις "παγώνουν" είναι το σημείο στο οποίο προσδιορίζεται ο λόγος $Y_e$ . Κατά την διάρκεια σχηματισμού των α-σωματιδίων η ροή νετρίνων μπορεί να εμποδίσει την παραγωγή βαρύτερων πυρήνων μέσω της r-διαδικασίας. . . . .	183
Η'.1	Κανονική μορφή κατανομής Maxwell-Boltzmann. . . . .	203
Η'.2	Μεταβολή της κατανομής Maxwell-Boltzmann με την θερμοκρασία. Όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, τόσο και η κατανομή μετατοπίζεται προς τα δεξιά και το μέγιστό της χαμηλώνει. . . . .	204



---

## Κατάλογος Πινάκων

2.1	Εξέλιξη ενός αστέρα μάζας $M \approx 25 M_{\odot}$ [15,16]. Στον Πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά η χρονική διάρκεια κάθε φάσης, η θερμοκρασία καθώς και η πυκνότητα στην οποία πραγματοποιείται κάθε φάση. . .	11
3.1	Ο χώρος σθένους που χρησιμοποιήθηκε με τις αντίστοιχες τιμές της παραμέτρου μεγέθους του αρμονικού ταλαντωτή σε όλους τους υπό μελέτη πυρήνες. Στην τελευταία στήλη του Πίνακα παρουσιάζονται οι πλήρεις κύριοι φλοιοί $N$ (με $N = 2n + \ell$ ) και τα επιπλέον απλά τροχιακά που περιλαμβάνει ο χώρος μοντέλου κάθε ισότοπου. . . .	56
3.2	Προσδιορισμός παραμέτρων ανακανονικοποίησης της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης ζεύγους πρωτονίων, $g_{pair}^p$ , και ζεύγους νετρονίων, $g_{pair}^n$ . Με τον τρόπο αυτό τα πειραματικά χάσματα, $\Delta_p^{exp}$ και $\Delta_n^{exp}$ , αναπαράγονται με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια από τα αντίστοιχα της μεθόδου BCS. . . . .	57
3.3	Οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού (σε MeV) για το πρωτόνιο και το νετρόνιο του πυρήνα-στόχου $(A, Z)$ καθώς και των γειτονικών σε αυτόν πυρήνων $(A \pm 1, Z \pm 1)$ και $(A \pm 1, Z)$ . . . . .	57
3.4	Τιμές παραμέτρων ανακανονικοποίησης της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου ( $g_{pp}$ ) και σωματίου-οπής ( $g_{ph}$ ) για τους υπό μελέτη πυρήνες $^{28}\text{Si}$ , $^{32}\text{S}$ και $^{48}\text{Ti}$ ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα. . . . .	58
3.5	Τιμές παραμέτρων ανακανονικοποίησης της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου ( $g_{pp}$ ) και σωματίου-οπής ( $g_{ph}$ ) για τους υπό μελέτη πυρήνες $^{56}\text{Fe}$ , $^{66}\text{Zn}$ και $^{90}\text{Zr}$ ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα. . . . .	59
3.6	Η ενεργειακή (σε MeV) μετατόπιση του φάσματος για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά στο σύνολο των πυρήνων που μελετήθηκαν. . .	60

4.1	Τα ποσοστά συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στους ολικούς ρυθμούς μερικής μιονικής σύλληψης υπολογισμένα χρησιμοποιώντας τον pn-QRPA κώδικα μας. . . . .	80
4.2	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$ ) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA για το μητρικό ισότοπο $^{28}Si$ . Επιπλέον παρουσιάζεται ξεχωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους σε κάθε πολυπολικότητα. . . . .	80
4.3	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου από το ισότοπο $^{32}S$ , $\Lambda_{J^\pi}$ , (σε $10^6 s^{-1}$ ) για πολυπολικότητες με $J^\pi \leq 4^\pm$ , υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA. Επιπλέον παρατίθεται ξεχωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους κάθε πολυπολικότητας. . . . .	84
4.4	Μερικοί ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης $\Lambda_{J^\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$ ) για πολυπολικότητες μικρού σπιν $J^\pi \leq 4^\pm$ υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA για την αντίδραση $^{48}Ti(\mu^-, \nu_\mu)^{48}Sc$ . Παρουσιάζεται επίσης, η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά. . . . .	88
4.5	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$ ) (για πολυπολικότητες $J^\pi \leq 4^\pm$ ) υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας pn-QRPA για το ισότοπο $^{56}Fe$ . Επίσης παρατίθενται ξεχωριστά η συνεισφορά του πολικού και αξονικού διανυσματικού μέρους. . . . .	92
4.6	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$ ) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, (μητρικός πυρήνας το ισότοπο $^{66}Zn$ ). Παρουσιάζεται επιπλέον, σε κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά, η συνεισφορά του πολικού- και αξονικού-διανυσματικού μέρους. . . . .	95
4.7	Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi}$ (σε $10^6 s^{-1}$ ) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, για το ισότοπο $^{90}Zr$ . Επιπλέον παρουσιάζεται για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά, η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους. . . . .	99
4.8	Ξεχωριστές συνεισφορές ολικών ρυθμών προερχόμενων από τις συνιστώσες πολική-διανυσματική (Polar-vector), αξονική-διανυσματική (Axial-vector) καθώς και του όρου επικάλυψης των (Overlap term) στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης. Επιπλέον γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων της μεθόδου pn-QRPA με την μειωμένη τιμή $g_A = 1.135$ για τους πυρήνες μεσαίου βάρους ( $^{48}Ti, ^{56}Fe, ^{66}Zn$ και $^{90}Zr$ ) και την τιμή $g_A = 1.262$ για τους ελαφρείς πυρήνες $^{28}Si$ και $^{32}S$ , με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα αλλά και τα θεωρητικά δεδομένα των Εργασιών [112] και [62]. . . . .	100
5.1	Πειραματικές τιμές των Ατομικών και Πυρηνικών Μαζών των υπό μελέτη πυρήνων σε $MeV$ . . . . .	106

5.2	Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίου (σε $10^{-42} \text{ cm}^2$ ) κάθε πολυπολικότητας (μέχρι $J^\pi = 5^\pm$ ) όπως υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, για ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου $E_e = 25 \text{ MeV}$ . . . . .	123
5.3	Τα ποσοστά συμβολής όλων των πολυπολικοτήτων με $J^\pi \leq 5^\pm$ στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων υπολογισμένα με την pn-QRPA μέθοδό μας. . . . .	123
6.1	Μερικές ενεργές διατομές $e^-$ -σύλληψης (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) στο ισότοπο $^{48}\text{Ti}$ για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e$ για τις πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 3^\pm$ . Οι μερικές ενεργές διατομές υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA. . . . .	141
6.2	Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές $d\sigma/d\omega$ (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$ για διάφορες τιμές της ενέργειας $E_e$ (για πολυπολικές καταστάσεις με $J^\pi \leq 3^\pm$ ) που υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA. . . . .	147
6.3	Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) $e^-$ -σύλληψης στο ισότοπο $^{66}\text{Zn}$ υπολογισμένες με τον κώδικα pn-QRPA για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων, $E_e$ . . .	152
6.4	Μερικές ενεργές διατομές $e^-$ -σύλληψης (σε $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) από το ισότοπο του $^{90}\text{Zr}$ (με $J^\pi \leq 3^\pm$ ) για διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων $E_e$ (της περιοχής $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ ). . . . .	159
Δ'1	Πολυπολικές συνεισφορές για τις επιτρεπόμενες και απαγορευμένες μεταβάσεις έως την $J = 3$ . Η μετάβαση (GT) $0^+ \rightarrow 0^+$ δεν είναι επιτρεπτή. . . . .	187





### 1.1 Αντικείμενο της παρούσας έρευνας

Τις τελευταίες δεκαετίες, μεγάλο μέρος των ερευνητικών δραστηριοτήτων της πυρηνικής φυσικής επικεντρώνεται στον τομέα της πυρηνικής αστροφυσικής και ιδιαίτερα στη μελέτη των πυρηνικών αντιδράσεων που λαμβάνουν χώρα στο εσωτερικό των μαζικών αστέρων και ρυθμίζουν την εξέλιξη των τόσο κατά τα στάδια της κύριας ακολουθίας όσο και κατά το τελευταίο στάδιο της ζωής των. Οι μηχανισμοί τέτοιων αντιδράσεων, λόγω και του γεγονότος ότι οι συνθήκες πίεσης, θερμοκρασίας, πυρηνικής πυκνότητας, κλπ, στο εσωτερικό των αστέρων είναι πολύ διαφορετικές εκείνων που επικρατούν στα επίγεια εργαστήρια, δεν είναι καλά γνωστοί παρά τις επίπονες προσπάθειες των ερευνητών μέχρι τώρα, τόσο από θεωρητική όσο και από πειραματική έποψη. Ένας άλλος λόγος που συνηγορεί στα ανωτέρω είναι και το γεγονός ότι στην εξέλιξη των μαζικών αστέρων συνυπάρχουν και λαμβάνουν μέρος και οι τέσσερις θεμελιώδεις αλληλεπιδράσεις της φύσης (βαρυτικές, ισχυρές, ασθενείς, ηλεκτρομαγνητικές) με αποτέλεσμα οι αντιδράσεις αυτές να εμφανίζονται πολυπλοκότερες.

Στον τομέα της παρατήρησης και των πειραματικών δεδομένων, εκτός των παραδοσιακών μεθόδων που στηρίζονται σε σήματα της κοσμικής ακτινοβολίας και της φασματοσκοπίας σε όλες τις ζώνες της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας, τις τελευταίες δεκαετίες έχουν προστεθεί και τα νετρίνα που προέρχονται ακόμα και από εξω-γαλαξιακές πηγές, ενώ στις ημέρες μας, αναμένονται να προστεθούν και τα εξαιρετικά ευαίσθητα σήματα των βαρυτικών κυμάτων. Στον θεωρητικό και φαινομενολογικό τομέα, η ταχεία ανάπτυξη της τεχνολογίας και των υπολογιστών που είναι εφοδιασμένοι με ευέλικτα λογισμικά, επιτρέπουν λεπτομερειακές προσομοιώσεις των ανωτέρω φαινομένων και τον έλεγχο της ακρίβειας διάφορων αστροφυσικών μοντέλων. Ειδικότερα στον τομέα των θεμελιωδών ασθενών αλληλεπιδράσεων, η μέχρι τώρα έρευνα, με την συμβολή και της ανίχνευσης των νετρίνων από πολύ μακρινές πηγές (εντός και εκτός του Γαλαξία μας) αποκάλυψε ότι, οι αντιδράσεις  $e^-$ -σύλληψης,  $\beta^\pm$ -αποδιέγερσης και οι αντιδράσεις που επάγονται από νετρίνα σε

διάφορους πυρήνες μέσα στο αστρικό περιβάλλον, παίζουν κεντρικό ρόλο στην δημιουργία των πυρηνικών ισοτόπων ολόκληρου του πίνακα νουκλιδίων και επομένως συνδέονται ακόμα και με την ύπαρξη της ζωής στον πλανήτη μας. Ως αποτέλεσμα των ανωτέρω, η σύγχρονη έρευνα της πυρηνικής αστροφυσικής έχει να παρουσιάσει επιμέρους πεδία πολύ σημαντικά, που ασχολούνται με το φαινόμενο της σύνθεσης των πυρήνων όλου του περιοδικού πίνακα (πυρηνοσύνθεση) τόσο των σταθερών όσο και των βραχύβιων ισοτόπων.

Η έρευνα της παρούσας διατριβής εντάσσεται στο χώρο επικάλυψης της πυρηνικής αστροφυσικής με την θεωρητική πυρηνική φυσική και ειδικότερα στο πεδίο της πυρηνοσύνθεσης που επηρεάζεται άμεσα και κυριαρχείται από τις ασθενείς διαδικασίες φορτισμένων ρευμάτων, της  $e^-$ -σύλληψης, των αντιδράσεων νετρίνου (αντινετρίνου)-πυρήνα οι οποίες συνοδεύονται από μεταβολή του πυρηνικού φορτίου και της  $\beta^\pm$ -αποδιέγερσης. Οι ανωτέρω αντιδράσεις, μαζί με την σύλληψη νουκλεονίων (κυρίως νετρονίων), μέσα από μία επαναληπτική διαδικασία η οποία λαμβάνει χώρα στις ιδιαίτερα ακραίες συνθήκες που επικρατούν κατά την έκρηξη ενός σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς, έχουν ως αποτέλεσμα την δημιουργία ακόμα και των βαρύτερων γνωστών ισοτόπων του σύμπαντος.

## 1.2 Ο ρόλος των ασθενών αλληλεπιδράσεων στην εξέλιξη μαζικών αστέρων

Η ασθενής πυρηνική δύναμη έχει διαδραματίσει σημαντικό ρόλο στην ιστορία του σύμπαντος αφού αυτή επιτρέπει τις αντιδράσεις μετατροπής των νετρονίων σε πρωτόνια, και αντιστρόφως. Στις πρώτες στιγμές μετά την Μεγάλη Έκρηξη (Big Bang), αφότου μία από τις πρώτες μορφές της ύλης που εμφανίστηκαν, τα quarks, ενώθηκαν σε ομάδες ανά τρία για να σχηματίσουν τα πρωτόνια και τα νετρόνια, τα λεγόμενα βαρυόνια, ομάδες από τέσσερα πρωτόνια ήταν τότε σε θέση να συντηχόνται μαζί για να φτιάξουν πυρήνες ηλίου ( $^4\text{He}$ ), που αποτελούνται από δύο πρωτόνια και δύο νετρόνια. Αυτή είναι η λεγόμενη Big Bang πυρηνοσύνθεση που πραγματοποιήθηκε μερικά δευτερόλεπτα αφότου άρχισε η ζωή του σύμπαντος, όταν ήταν ήδη αρκετά ψυχρό ώστε να σχηματιστούν τα βαρυόνια, αλλά ακόμα αρκετά θερμό για να σχηματιστούν τα βαρυόνια και να υφίστανται την πυρηνική σύντηξη. Στην Big Bang νουκλεοσύνθεση παράχθηκε το υδρογόνο και το ήλιο που στη συνέχεια αποτέλεσαν την πρώτη ύλη των αστέρων, όπου μέσω της πυρηνικής σύντηξης και άλλων διαδικασιών σχηματίστηκαν σχεδόν όλα τα άλλα στοιχεία, που συναντούμε στη φύση.

Σήμερα είναι πολύ καλά γνωστό ότι, κατά τις αντιδράσεις πυρηνοσύνθεσης παράγεται το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας που απαιτείται για την εξισορρόπηση των βαρυτικών δυνάμεων που τείνουν να συνθλίψουν έναν αστέρα [1–4]. Γενικότερα, είναι γνωστό ότι, οι ασθενείς διαδικασίες που συμβαίνουν παρουσία νουκλεονίων ή πυρήνων, δηλαδή η  $e^-$ -σύλληψη και οι  $\beta^\pm$ -αποδιεγέρσεις παίζουν κεντρικό ρόλο στην εξέλιξη των μαζικών αστέρων και ιδιαίτερα στο τελικό τους στάδιο. Ειδικότερα, η

$e^-$ -σύλληψη από ισότοπα της περιοχής (ομάδας) του Fe στον πίνακα των νουκλιδίων, αποτελεί ένα σημαντικό και κυρίαρχο παράγοντα της διαδικασίας έκρηξης ενός σουπερνόβα [1, 2, 5–9].

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες που ανήκουν στην ομάδα του σιδήρου, Fe (iron group nuclei), και το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων σε προ-σουπερνόβα περιβάλλον επηρεάζονται σημαντικότερα από τις διαφορετικές τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας [8–10]. Επίσης, το ενεργειακό φάσμα των παραγόμενων νετρίνων είναι πολύ ευαίσθητο στην αστρική θερμοκρασία καθώς και το ενεργειακό φάσμα των ηλεκτρονίων ή του λόγου  $Y_e$ , δηλαδή του αριθμού των ηλεκτρονίων προς τον αριθμό των αδρονίων. Ειδικότερα, όσο μεγαλύτερη είναι η θερμοκρασία και όσο μικρότερη η ενέργεια των ηλεκτρονίων, τόσο μεγαλύτερη επίδραση έχουν στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων. Περαιτέρω, η επίδραση της  $e^-$ -σύλληψης στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων παρουσιάζει ιδιαιτερότητες σε διάφορους πυρήνες και εξαρτάται σημαντικά από τις διαφορετικές τιμές της ποσότητας  $Q$  της αντίδρασης. Η μελέτη τέτοιων ανοιχτών θεμάτων αποτέλεσε ένα από τα ισχυρά κίνητρα της παρούσας διατριβής.

Είναι, επίσης, πολύ σημαντικό να γνωρίζουμε τις απώλειες ενέργειας των νετρίνων που οφείλονται στην σύλληψη ηλεκτρονίων, αφού το φαινόμενο αυτό παίζει σημαντικό ρόλο στην έκρηξη σουπερνόβα. Από το άλλο μέρος, η εκπομπή, σκέδαση και οι απώλειες ενέργειας που υφίστανται τα νετρίνα είναι ιδιαίτερα σημαντικά φαινόμενα για την κατανόηση των μηχανισμών της αστροφυσικής πυρηνοσύνθεσης, αφού τα νετρίνα όχι μόνο μεταφέρουν τεράστια ποσά ενέργειας αλλά και σημαντικές πληροφορίες της εξέλιξης του εσωτερικού των αστέρων και της αστρικής καρδιάς [2, 9]. Η επικέντρωσή μας στη μελέτη της  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες στην περιοχή του Fe σε αστρικό περιβάλλον αναμένουμε να ρίξει φώς σε πολλά από τα προαναφερθέντα φαινόμενα.

Αν και έχουν μελετηθεί ρυθμοί της  $e^-$ -σύλληψης σε μερικά ισότοπα κάτω από συνθήκες σουπερνόβα έκρηξης καθώς και οι μηχανισμοί απώλειας της ενέργειας νετρίνων (neutrino-energy loss), πληθώρα από ερωτήματα ακόμα και στους ήδη μελετημένους πυρήνες παραμένουν αναπάντητα. Τονίζουμε ότι μελέτες σαν τις ανωτέρω, βασίστηκαν σε επιμέρους ενεργές διατομές πυρηνικών μεταπτώσεων τύπου Fermi και Gamow-Teller υποθέτοντας μηδενική μεταφορά ορμής στον πυρήνα στόχο.

Στην παρούσα διατριβή, καταβλήθηκε ιδιαίτερη προσπάθεια στην εκτέλεση λεπτομερειικών υπολογισμών των ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης κανάλι-προς-κανάλι, χωρίς να υιοθετήσουμε την ανωτέρω προσέγγιση (μεταφορά ορμής  $q \approx 0$ ). Τούτο έχει το πλεονέκτημα εκτίμησης της ενεργού διατομής μετάβασης του πυρήνα και σε κανάλια που θεωρούνται λιγότερο πιθανά. Τέτοιοι υπολογισμοί είναι αξιόπιστοι στα πλαίσια της πυρηνικής μεθόδου που επιλέχθηκε για τον σκοπό αυτό (βασίζεται στην Προσέγγιση Τυχαίας Φάσης με Ημι-σωμάτια, Quasi-particle Random Phase Approximation, ή ακρονυμικά QRPA) καθώς και στη υιοθέτηση της πολυπολικής ανάπτυξης της Χαμιλτονιανής αλληλεπίδρασης (γνωστής σαν multipole decomposition method of Donnelly-Walecka) [11–13].

### 1.3 Επισκόπηση της Παρούσας Διατριβής

Η ύλη της παρούσας διατριβής οργανώθηκε κατά Κεφάλαια όπως περιγράφεται παρακάτω.

Στο Κεφάλαιο 2, αρχικά, γίνεται μία σύντομη εισαγωγή στην δομή και την εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα, στο εσωτερικό του οποίου λαμβάνει χώρα η πυρηνοσύνθεση που μας ενδιαφέρει, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στην φάση κατάρρευσης της καρδιάς του. Στη συνέχεια, συζητάται ο ρόλος-κλειδί των ασθενών αλληλεπιδράσεων στην τελική φάση της αστρικής εξέλιξης, και η σπουδαιότητα της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες που αποτελεί το βασικό στοιχείο της παρούσας έρευνας.

Στο Κεφάλαιο 3, δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην περιγραφή της δομής των πυρήνων και γίνεται μία σύντομη περιγραφή των πυρηνικών μοντέλων που χρησιμοποιούνται (παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά) στη μελέτη των ημι-λεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων. Η μελέτη της δομής των πυρήνων που επιλέχθηκαν στα Κεφ. 4, 5 και 6 γίνεται στα πλαίσια μιας εκλέπτυνσης της Προσέγγισης Τυχαίας Φάσης με Ημισωματίδια, (QRPA) και αποτελούν το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο των Κεφαλαίων αυτών. Στο Κεφάλαιο αυτό, γίνεται επίσης ο προσδιορισμός των απαραίτητων παραμέτρων που απαιτούνται για την κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα, αλλά και των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού, που υπεισέρχονται στα πυρηνικά στοιχεία μετάπτωσης των αντιδράσεων μεταβολής πυρηνικού φορτίου που μας ενδιαφέρουν στην παρούσα μελέτη.

Στο Κεφάλαιο 4, βασιζόμενοι στο θεωρητικό υπόβαθρο που παρουσιάστηκε στα Κεφ. 2 και 3, και στους κώδικες που αναπτύχθηκαν, έγινε λεπτομερής μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων σε μία ομάδα ισότοπων που καλύπτουν ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα,  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ . Παρουσιάζονται αναλυτικοί υπολογισμοί των αποκλειστικών, μερικών και ολικών ρυθμών μιονικής σύλληψης από τους ανωτέρω πυρήνες και γίνεται σύγκρισή των με ήδη υπάρχοντα πειραματικά και θεωρητικά αποτελέσματα, προκειμένου να διαπιστωθεί το επίπεδο αξιοπιστίας της πυρηνικής μεθόδου μας.

Στο Κεφάλαιο 5, παρουσιάζονται αναλυτικά αποτελέσματα της έρευνάς μας, στην σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες που βρίσκονται σε εργαστηριακές συνθήκες (πίεσης, θερμοκρασίας, πυρηνικής πυκνότητας, κλπ.). Οι πυρήνες-στόχοι που χρησιμοποιήθηκαν στην μελέτη της διαδικασίας  $e^-$ -σύλληψης είναι οι ίδιοι με εκείνους του Κεφ. 4 ( $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ ), οι οποίοι επιλέγησαν για τον σημαντικό ρόλο που παίζουν στις διάφορες φάσεις της πυρηνοσύνθεσης. Στο Κεφάλαιο αυτό, γίνονται λεπτομερειακοί υπολογισμοί των αποκλειστικών, μερικών και ολικών ενεργών διατομών σε μία ευρεία περιοχή ενεργειών εισερχομένου ηλεκτρονίου ( $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ ). Γίνεται επίσης μελέτη (για όλα τα προαναφερθέντα ισότοπα) της συνεισφοράς των επιμέρους συνιστωσών του πολικού-διανυσματικού και αξονικού-διανυσματικού αδρονικού ρεύματος στην ολική ενεργό διατομή καθώς και της συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά (με  $J^\pi \leq 5^\pm$ ) για επιλεγμένες ενέργειες εισερχομένου  $e^-$  (π.χ.  $E_e = 25 \text{ MeV}$ ).

Στο Κεφάλαιο 6, η μελέτη εστιάστηκε στη σύλληψη ηλεκτρονίων υπό αστρικές

συνθήκες για τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  τα οποία παίζουν σημαντικό ρόλο στην αστρική, εκρηκτική πυρηνοσύνθεση και σε μεγάλο βαθμό καθορίζουν την εξέλιξη ενός αστέρα, κατά την προ-σουπερνόβα φάση καθώς και κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα. Στους υπολογισμούς του Κεφαλαίου αυτού, λαμβάνουμε υπόψη μας, την εξάρτηση των ενεργών διατομών ηλεκτρονιακής σύλληψης από την θερμοκρασία καθώς και το γεγονός ότι ο μητρικός πυρήνας στις συνθήκες αυτές, μπορεί να βρίσκεται είτε στην βασική είτε σε κάποια από τις διεγερμένες του καταστάσεις (μάλλον χαμηλής ενέργειας). Με βάση τα ανωτέρω, χρησιμοποιώντας την QRPA, εκτελέσαμε λεπτομερείς υπολογισμούς των ενεργών διατομών (αποκλειστικών, μερικών και ολικών) για τα παραπάνω ισότοπα, στην περιοχή ενεργειών  $E_e \leq 50 \text{ MeV}$  που είναι ενδιαφέρουσα για τους μαζικούς αστέρες. Υπολογίζεται η συμβολή στην ολική ενεργό διατομή κάθε πολυπολικότητας πυρηνικών μεταπτώσεων ξεχωριστά (με  $J^\pi \leq 5^\pm$ ), και εξετάζεται η σπουδαιότητα των μεταβάσεων Fermi και Gamow-Teller στις αντιδράσεις αυτές.

Στο Κεφάλαιο 7 συνοψίζονται τα κυριότερα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την παρούσα έρευνα και συζητώνται οι προοπτικές μελλοντικής επέκτασης των ανωτέρω υπολογισμών και σε βαρύτερους πυρήνες.

Κλείνοντας, στα Παραρτήματα παρέχεται μια σύντομη περιγραφή των συμβάσεων που υιοθετήθηκαν στη διατριβή καθώς και οι αναγκαίες συμπληρωματικές πληροφορίες καλύτερης κατανόησης του περιεχομένου της παρούσας εργασίας. Τέλος, παρατίθεται μία εκτενής σύγχρονη Βιβλιογραφία η οποία αφενός αποτέλεσε και ένα από τα κίνητρα της παρούσας έρευνας, αφετέρου χρησιμοποιήθηκε για την βαθύτερη κατανόηση του υποβάθρου της και σύγκριση των αποτελεσμάτων της.



## Κεφάλαιο 2

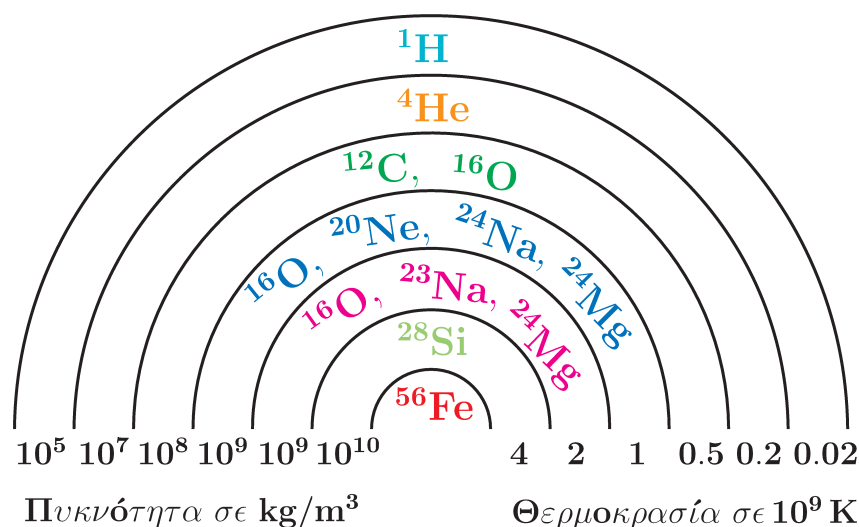
---

# Η πυρηνοσύνθεση στους μαζικούς αστέρες και οι αντιδράσεις μεταβολής φορτίου

### 2.1 Εισαγωγή

Ο ξεχωριστός ρόλος των ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων, όπως είναι η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες και οι β-διασπάσεις, τόσο από πυρηνικής όσο και από αστροφυσικής απόψεως, καθιστούν την λεπτομερή μελέτη τους και βαθιά κατανόησή τους πολύ αναγκαία και σημαντική. Για την παρούσα διατριβή ιδιαίτερο ενδιαφέρον και κίνητρο έρευνας προσδίδει ο ρόλος-κλειδί αυτών των ασθενών αντιδράσεων στην εξέλιξη ενός αστέρα κατά το τελευταίο στάδιο της ζωής του. Η κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες καθώς και η πορεία της εξέλιξής των μέχρι την καταστροφή τους, επιδιώκεται κυρίως μέσω προσομοιώσεων στις οποίες είναι απαραίτητα τα στοιχεία της θεωρητικής έρευνας των προαναφερθέντων αντιδράσεων (ρυθμοί αντίδρασης, ενεργές διατομές, κλπ).

Στο παρόν Κεφάλαιο, αρχικά περιγράφονται συνοπτικά τα στάδια της κύριας ακολουθίας ενός αστέρα μεγάλης μάζας, καθώς και η εξέλιξή του μέχρι την τελευταία φάση της ζωής του. Στη συνέχεια, συζητείται η φάση κατάρρευσης της καρδιάς του και η σημασία των ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων μεταβολής φορτίου στην εκρηκτική πυρηνοσύνθεση, τονίζοντας την σπουδαιότητα της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες στο στάδιο αυτό καθώς επίσης και της δημιουργίας βαρέων πυρήνων στη φύση. Συνοψίζονται επίσης οι τρόποι υπολογισμού των ενεργών διατομών τους, παραθέτοντας τις συχνά χρησιμοποιούμενες προσεγγίσεις. Οι παραπάνω έννοιες αποτελούν βασικό θεωρητικό υπόβαθρο της κατανόησης των Κεφ. 4, 5 και 6.



Σχήμα 2.1: Σχηματική αναπαράσταση της δομής κατά φλοιούς ενός μαζικού αστέρα (μοιάζει με την κατά φλοιούς δομή ενός κρεμμυδιού, onion-skin structure). Οι τιμές των κύριων παραμέτρων θερμοκρασίας και πυκνότητας στα διάφορα στρώματα ενός αστέρα μεγάλης μάζας, πριν την έκρηξη σουπερνόβα παρατείνονται επίσης.

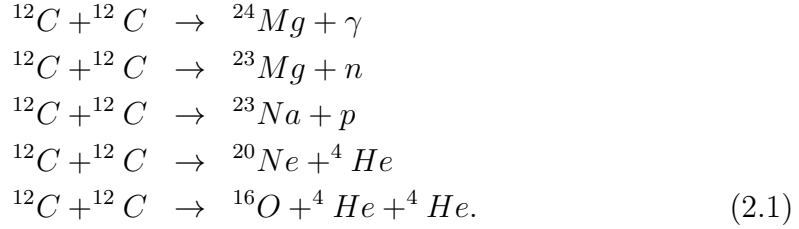
## 2.2 Στάδια Κύριας Ακολουθίας Μαζικού Α-στέρα

Κατά την διάρκεια της εξέλιξης ενός αστέρα μεγάλης μάζας,  $M \geq 8M_{\odot}$ , καθώς η θερμοκρασία και η πυκνότητα στο κέντρο του αυξάνονται σταδιακά, λαμβάνουν χώρα συγκεκριμένες αντιδράσεις πυρηνικής καύσης. Τα στάδια αυτά, λόγω της μεγάλης αστρικής μάζας, εξελίσσονται και πέρα από το στάδιο καύσης ηλίου, και δημιουργούν βαρύτερα πυρηνικά ισότοπα [14]. Έτσι, ενόσω λαμβάνει χώραν στο εξωτερικό του αστέρα η καύση του υδρογόνου (H), λόγω των ειδικών συνθηκών θερμοκρασίας και πυκνότητας στο εσωτερικό του, ο μαζικός αστέρας μεταβαίνει μέσω των διαδοχικών σταδίων καύσης του ηλίου (He), του άνθρακα (C), του νέου (Ne), του οξυγόνου (O), και του πυριτίου (Si), στην παραγωγή του σιδήρου (Fe) στον κεντρικό πυρήνα του. Η κατάλληλη πυκνότητα και θερμοκρασία που απαιτείται σε κάθε φλοιό καύσης είναι αποτέλεσμα της βαρυτικής συστολής.

Στο Σχήμα 2.1 παρουσιάζονται τα διάφορα στάδια θερμοπυρηνικής καύσης με τις αντίστοιχες τιμές πυκνοτήτων και θερμοκρασιών που επικρατούν σε καθένα από αυτά. Η καύση άνθρακα (C), αρχίζει όταν η θερμοκρασία πλησιάσει τους  $T \simeq 5 \times 10^8 K$  και η πυκνότητα γίνει περίπου  $\rho \simeq 3 \times 10^9 kg m^{-3}$ , παράγει δε μαγνήσιο



(Mg), νάτριο (Na), νέο (Ne) και οξυγόνο (O) μέσω των παρακάτω αντιδράσεων



Η καύση του νέου (Ne), εμφανίζεται μετά τη καύση του άνθρακα (C), εάν η θερμοκρασία φθάσει τους  $T \simeq 10^9 \text{K}$ . Στη θερμοκρασία αυτή, υψηλής ενέργειας θερμικά φωτόνια αρχίζουν να διασπούν τους πυρήνες  ${}^{20}\text{Ne}$  σύμφωνα με την αντίδραση φωτοδιάσπασης



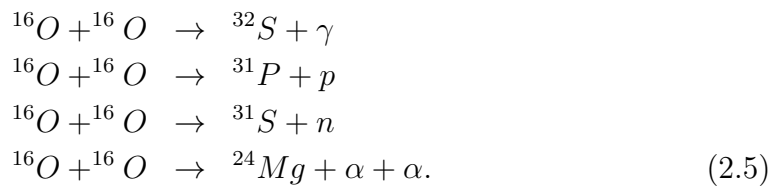
Οι πυρήνες  ${}^4\text{He}$  που απελευθερώνονται αντιδρούν στη συνέχεια με πυρήνες  ${}^{20}\text{Ne}$  που δεν έχουν διασπαστεί και σχηματίζουν  ${}^{24}\text{Mg}$ ,



Μετά από την καύση του  ${}^{20}\text{Ne}$ , η καρδιά του αστέρα αποτελείται κυρίως από  ${}^{16}\text{O}$  και  ${}^{24}\text{Mg}$ . Η φάση καύσης του οξυγόνου,  ${}^{16}\text{O}$ , αρχίζει όταν η θερμοκρασία φτάσει τους  $T \simeq 2 \times 10^9 \text{K}$ , και το σημαντικότερο προϊόν της είναι το  ${}^{28}\text{Si}$  που παράγεται σύμφωνα με την αντίδραση



Πραγματοποιούνται όμως, σε μικρότερο βαθμό, και οι παρακάτω αντιδράσεις



Η καύση του πυριτίου αρχίζει όταν η θερμοκρασία φτάσει τους  $T \simeq 3 - 4 \times 10^9 \text{K}$  στην οποία, οι ακτίνες- $\gamma$  έχουν αρκετή ενέργεια για φωτοδιάσπαση ώστε να ανταγωνιστούν την πυρηνική σύντηξη. Κατά συνέπεια, η άμεση μετατροπή του πυριτίου σε νικέλιο μέσω της αντίδρασης



είναι σχετικά σπάνια. Έτσι, στη θερμοκρασία αυτή το πυρίτιο διασπάται βαθμιαία από τα υψηλής ενέργειας θερμικά φωτόνια απελευθερώνοντας πυρήνες  ${}^4\text{He}$ , πρωτόνια και νετρόνια. Στην θάλασσα ακτίνων- $\gamma$ , σωματίων- $\alpha$ , πρωτονίων και νετρονίων που

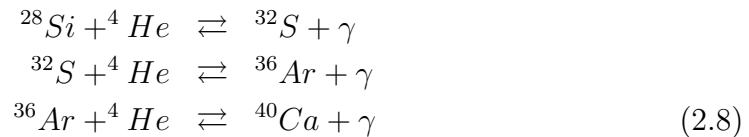
## 10Κεφάλαιο 2. Η πυρηνοσύνθεση στους μαζικούς αστέρες και οι αντιδράσεις μεταβολής φορτίου

ελευθερώνονται από την φωτοδιάσπαση, καθίσταται δυνατή μια ποικιλία πυρηνικών αντιδράσεων που παράγουν βαρύτερους πυρήνες έως και  $A \approx 56$ . Οι αντιδράσεις σύλληψης ( $\alpha$ -σωματίων, νουκλεονίων κλπ.) και φωτοδιάσπασης ανταγωνίζονται η μία την άλλη, με τελικό αποτέλεσμα οι μάλλον ασθενώς δέσμιοι πυρήνες (loosely bound) να τείνουν να μετασχηματιστούν σε πυρήνες υψηλότερης σταθερότητας.

Ένα σύμπλεγμα ανταγωνιστικών αντιδράσεων φωτοδιάσπασης και σύλληψης εμφανίζεται κατά τη διάρκεια του σταδίου καύσης του ισχυρά δέσμιου πυρήνα του  $^{28}\text{Si}$ , οπότε και παράγονται πυρήνες  $^4\text{He}$  μέσω της φωτοδιάσπασης



Αυτή η διαδικασία προχωράει αργά επειδή το θερμικό φωτόνιο πρέπει να έχει ενέργεια μεγαλύτερη από  $9.98\text{MeV}$ . Οι πυρήνες  $^4\text{He}$  που απελευθερώνονται από αυτή την φωτοδιάσπαση μπορούν να προκαλέσουν μια ακολουθία αντιδράσεων με προϊόντα θείο (S), αργό (Ar), ασβέστιο (Ca), κ.λ.π., ως εξής



φτάνοντας μέχρι και τη δημιουργία νικελίου



Οι ανωτέρω αντιδράσεις μπορούν να πραγματοποιηθούν γρηγορότερα από την αρχική φωτοδιάσπαση του  $^{28}\text{Si}$ , Εξ. (2.7), η οποία αρχίζει τη δημιουργική διαδικασία απελευθέρωσης πυρήνων  $^4\text{He}$ .

Επισημαίνουμε ότι, τα χρονικά διαστήματα ανάμεσα στα στάδια προχωρημένης καύσης είναι πολύ πιο σύντομα από την διάρκεια των σταδίων καύσης του υδρογόνου ή του ηλίου. Ο κύριος λόγος είναι ότι ο ρυθμός παραγωγής πυρηνικής ενέργειας καθορίζεται από το ρυθμό απώλειας ενέργειας από τον αστέρα η οποία είναι μεγάλη στις υψηλές θερμοκρασίες που επιτυγχάνονται κατά τη διάρκεια των σταδίων προχωρημένης καύσης. Για παράδειγμα, σε αυτές τις θερμοκρασίες μπορούν να παραχθούν νετρίνα από τη σκέδαση ηλεκτρονίων-ποζιτρονίων καθώς και από άλλους μηχανισμούς, η δε απώλεια ενέργειας από την εκπομπή νετρίνων μπορεί να είναι μεγάλη. Η χρονική διάρκεια κάθε σταδίου πυρηνικής καύσης για αστέρα μάζας  $25 M_{\odot}$  παρατίθενται στον Πίνακα 2.1 [15–17].

Η ακολουθία πυρηνικής καύσης ολοκληρώνεται με τη καύση πυριτίου, διαδικασία η οποία δημιουργεί έναν πυρήνα στον αστέρα που αποτελείται από τα σταθερότερα ισότοπα του περιοδικού πίνακα με μαζικό αριθμό γύρω στο  $A \approx 56$ . Γνωρίζουμε μάλιστα ότι, ένας αστέρας που εξελίσσεται πέρα από τη καύση πυριτίου οδηγείται τελικά σε καταστροφή επειδή ο κεντρικός πυρήνας καταρρέει κάτω από τη βαρύτητα όταν η μάζα του υπερβεί το όριο Chandrasekhar ( $M_{ch} \simeq 1.4M_{\odot}$ ).

Πίνακας 2.1: Εξέλιξη ενός αστέρα μάζας  $M \approx 25 M_{\odot}$  [15, 16]. Στον Πίνακα παρουσιάζονται αναλυτικά η χρονική διάρκεια κάθε φάσης, η θερμοκρασία καθώς και η πυκνότητα στην οποία πραγματοποιείται κάθε φάση.

Στάδιο	Χρονική Διάρκεια	Θερμοκρασία ( $10^9 K$ )	Πυκνότητα ( $kg m^{-3}$ )
Καύση $^1H$	$7 \times 10^6$ Έτη	0.06	$5 \times 10^4$
Καύση $^4He$	$5 \times 10^5$ Έτη	0.23	$7 \times 10^5$
Καύση $^{12}C$	600 Έτη	0.93	$2 \times 10^8$
Καύση $^{20}Ne$	1 Έτος	1.7	$4 \times 10^9$
Καύση $^{16}O$	6 Μήνες	2.3	$1 \times 10^{10}$
Καύση $^{28}Si$	1 Ημέρα	4.1	$3 \times 10^{10}$

## 2.3 Εξέλιξη αστέρα στο τελευταίο στάδιο της ζωής του

Είναι γνωστό ότι η φυσική κατάσταση των αστέρων διέπεται από δύο πολύ γενικούς κανόνες που καθορίζουν την εξέλιξη τους και είναι οι εξής [14, 18]:

1. Τα άστρα βρίσκονται συνεχώς υπό την επίδραση του πεδίου βαρύτητας τους με αποτέλεσμα η πίεση λόγω βαρύτητας να πρέπει να αντισταθμίζεται από κάποια εσωτερική θερμική πίεση, έτσι ώστε σε κάθε χρονική στιγμή να εξασφαλίζεται η υδροστατική ισορροπία του αστέρα.
2. Επειδή ο χώρος γύρω από τους αστέρες είναι ψυχρός ( $T \sim 3 K$ ), αυτοί ακτινοβολούν διαρκώς ενέργεια η οποία διασκορπίζεται στο μεσοαστρικό χώρο, με αποτέλεσμα η θερμοκρασία τους να τείνει να εξισωθεί με αυτήν του περιβάλλοντός τους. Δηλαδή τείνει να αποκατασταθεί θερμοδυναμική ισορροπία ανάμεσα στους αστέρες και τον μεσοαστρικό χώρο.

Όσο ένας αστέρας συμπεριφέρεται σαν κλασικό αέριο, δεν υπάρχει δυνατή κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας συμβιβαστή με τις παραπάνω συνθήκες. Ο αστέρας θα χάνει συνεχώς ενέργεια προς τον περιβάλλοντα χώρο, με άμεση συνέπεια την συρρίκνωσή του και την βαθμιαία θερμομανσή του συγκριτικά με τον μεσοαστρικό χώρο. Τα αποθέματα πυρηνικής ενέργειας, αν και μεγάλα, δεν είναι απεριόριστα, και όταν τελειώσουν αρχίζει η πορεία προς την καταστροφή του η οποία μπορεί να πραγματοποιηθεί είτε με βίαιη έκρηξη, είτε πιο ήπια με αργό 'γλίστρημα προς το σκοτάδι'. Με τις σημερινές γνώσεις της Αστροφυσικής πιστεύουμε ότι μόνο τέσσερις είναι οι καταστάσεις στις οποίες είναι δυνατόν να καταλήξει ένας αστέρας, όταν σταματήσει οριστικά η παραγωγή ενέργειας από θερμοπυρηνικές αντιδράσεις στον πυρήνα του [14, 19]

### Όλη η ύλη του αστέρα να διασκορπιστεί στον μεσοαστρικό χώρο

Μετά από βίαιη και καταστρεπτική έκρηξη υπερκαινοφανούς (supernova) είναι δυνατόν σχεδόν όλη η ύλη του αστέρα να διασκορπιστεί στο μεσοαστρικό χώρο και έτσι τελικά να μην απομείνει τίποτα από τον αρχικό αστέρα. Η περίπτωση αυτή, παίζει κυρίαρχο ρόλο στην πυρηνοσύνθεση καθώς κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα έχουμε δημιουργία βαρύτερων στοιχείων ( $A \geq 56$ ). Τα κατάλοιπα του νεκρού αστέρα εμπλουτίζουν τα νεφελώματα (με βαρέα πυρηνικά ισότοπα), κάνοντας τις αναλογίες στοιχείων στη νέα γενιά αστέρων διαφορετικές από τις αντίστοιχες της προηγούμενης γενιάς.

### Λευκός Νάνος

Να μείνει ένας λευκός νάνος (white dwarf), που δεν είναι τίποτα άλλο από τον πυρήνα ενός γέρασμένου άστρου στο διάστημα. Αρχικά ο λευκός νάνος έχει πολύ υψηλή θερμοκρασία, η οποία με την πάροδο του χρόνου μειώνεται μέχρι την στιγμή που θα πάψει να ακτινοβολεί θερμικά οπότε γίνεται σκοτεινός. Οι λευκοί νάνοι είναι συμπαγείς αστέρες (μικρών διαστάσεων και μεγάλης πυκνότητας), οι οποίοι λόγω του γεγονότος ότι δεν συμβαίνουν πλέον θερμοπυρηνικές αντιδράσεις, έχουν πάψει να εξελίσσονται. Επομένως, το εσωτερικό των λευκών νάνων αποτελείται κατά βάση είτε από ήλιο είτε από μείγμα άνθρακα και οξυγόνου. Αστέρες των οποίων η αρχική μάζα είναι  $M \leq 5 M_{\odot}$ , καταλήγουν σε λευκούς νάνους.

Στο εσωτερικό ενός λευκού νάνου αναπτύσσονται τεράστιες δυνάμεις βαρύτητας (λόγω των μεγάλων πυκνοτήτων), οπότε, για να εξασφαλιστεί η ισορροπία του αστέρα, θα πρέπει να αναπτυχθούν κάποιες νέες δυνάμεις πέρα των κλασικών, που θα τις εξουδετερώσουν. Τον ρόλο αυτό παίζει η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων (degenerate electron pressure) η οποία εξαρτάται από την πυκνότητα του λευκού νάνου, και το μέσο μοριακό βάρος ανά ηλεκτρόνιο της ύλης του λευκού νάνου [14]. Αναφέρουμε επιπλέον, ότι η ύλη στο εσωτερικό των λευκών νάνων είναι πλήρως ιονισμένη και εξασφαλίζει την κατάσταση θερμικής ισορροπίας στο εσωτερικό των αστέρων αυτών με θερμοκρασία  $10^6 - 10^7 K$ . Σημειώνουμε επίσης ότι, η θερμοκρασία στο κέντρο των λευκών νάνων δεν μπορεί να υπερβαίνει σημαντικά τους  $10^7 K$ , αφού στη θερμοκρασία των  $10^8 K$  αρχίζουν οι θερμοπυρηνικές αντιδράσεις καύσης των στοιχείων του πυρήνα.

Έχει αποδειχθεί ότι η ακτίνα ενός λευκού νάνου είναι αντιστρόφως ανάλογη προς την μάζα του [14],

$$R = 0.114 \frac{h^2}{G m_e m_p^{5/3}} \left( \frac{Z}{A} \right)^{5/3} M^{-1/3} \quad (2.10)$$

όπου  $G$  είναι η σταθερά της βαρύτητας,  $G = 6.67 \times 10^{-8} m^3 kg^{-1} s^{-2}$ . Η οριακή μάζα, στην οποία θα αντιστοιχούσε μηδενική ακτίνα του λευκού νάνου, γνωστή σαν

όριο Chandrasekhar [14], έχει αποδειχθεί ότι δίνεται από την εξίσωση

$$M_{ch} = 0.20 \left( \frac{Z}{A} \right)^2 \left( \frac{hc}{Gm_p^2} \right)^{3/2} m_p \simeq 1.4M_{\odot}. \quad (2.11)$$

Με άλλα λόγια, η μεγαλύτερη δυνατή μάζα που μπορεί να έχει ένας λευκός νάνος είναι μόλις 40% περισσότερη από μια ηλιακή μάζα (λευκός νάνος με  $M > M_{ch}$ , είτε θα διαλυθεί πιθανότατα εκρηγνυόμενος, είτε θα μετατραπεί σε αστέρα νετρονίων ή μελανή οπή).

### Αστέρας Νετρονίων

Ο αστέρας νετρονίων, ένας υπερβολικά πυκνός συρρικνωμένος αστρικός πυρήνας, είναι αποτέλεσμα της βαρυτικής συστολής και κατάρρευσης ενός μαζικού αστέρα. Καλούνται έτσι, λόγω της φύσης των υποατομικών σωματιδίων που συνθέτουν αυτά τα άκρως συμπαγή σώματα. Όπως και οι λευκοί νάνοι, οι αστέρες νετρονίων δεν εξελίσσονται πλέον, δεδομένου ότι ούτε και σε αυτούς συμβαίνουν θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Στην κατάσταση αυτή είναι δυνατόν να καταλήξουν αστέρες των οποίων η αρχική μάζα  $M$  είναι μεταξύ  $5M_{\odot} \leq M \leq 20M_{\odot}$ . Επίσης θα πρέπει η μάζα του αστέρα να μην υπερβαίνει σημαντικά το όριο της  $M_{ch}$ .

Κατά την συστολή ενός μαζικού αστέρα, κάτω από την τεράστια δύναμη βαρυτικής πίεσης που αναπτύσσεται, σχεδόν όλα τα ελεύθερα ηλεκτρόνια εξαναγκάζονται να ενωθούν με τα πρωτόνια στους πυρήνες των ατόμων δημιουργώντας έτσι ένα 'αέριο' εκφυλισμένων νετρονίων. Η βαρυτική πίεση πλέον εξισορροπείται από την πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων η οποία υπολογίζεται με την ίδια μέθοδο που υπολογίζεται και η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων (για τα νετρόνια ισχύει  $\mu_n = 1$ ). Κατ' αναλογία, προκύπτει μια σχέση μάζας-ακτίνας για αστέρες νετρονίων, ανάλογη της Εξ. (2.10) η οποία γράφεται

$$R = 0.114 \frac{h^2}{Gm_p^{8/3}} M^{-1/3} \quad (2.12)$$

γνωστή σαν σχέση Oppenheimer-Volkoff-Snyder (OVS) [14].

Ένα επιπλέον χαρακτηριστικό των αστέρων νετρονίων είναι η τεράστια τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας που επικρατεί στην επιφάνειά τους (περίπου  $5 \times 10^9$  φορές μεγαλύτερη από εκείνη που επικρατεί στην επιφάνεια του Ηλίου). Για το λόγο αυτό οι ανωμαλίες της επιφάνειας (όροι, κοιλάδες κλπ.) ενός αστέρα νετρονίων είναι πολύ μικρές, της τάξης των λίγων χιλιοστών. Σημειώνουμε ότι, σε αντιστοιχία με το όριο Chandrasekhar ( $M_{ch}$ ), στους αστέρες νετρονίων οι τιμές του ορίου OVS που έχουν προταθεί από διάφορους ερευνητές, βρίσκονται στην περιοχή  $0,7M_{\odot} < M_{OVS} < 3,2M_{\odot}$ . Ο προσδιορισμός της τιμής αυτής είναι αρκετά πιο αβέβαιος από τον αντίστοιχο προσδιορισμό στους λευκούς νάνους, κυρίως λόγω της αβεβαιότητας που υπάρχει στη μορφή της καταστατικής εξίσωσης των σχετικιστικών νετρονίων και του μέσου μοριακού βάρους της ύλης των αστέρων νετρονίων.

## Μελανή Οπή

Στην τέταρτη κατάληξη ενός μαζικού αστέρα, η μάζα του καταρρέει δημιουργώντας ένα συμπαγές αντικείμενο εξαιρετικά μεγάλης πυκνότητας γνωστό με το όνομα μελανή οπή (black hole). Η κατάληξη αυτή αποτελεί νίκη της βαρύτητας του αστέρα διότι, η υδροστατική ισορροπία έχει καταστραφεί, επειδή η διαθέσιμη πίεση, θερμικής ή χβαντομηχανικής προέλευσης, δεν είναι ικανή να αντισταθμίσει την βαρυτική. Το 1916, λίγο μετά την διατύπωση της γενικής θεωρίας της σχετικότητας από τον Einstein, ο Γερμανός Karl Schwarzschild προέβλεψε ότι ένας αστέρας με αρκετά μικρές διαστάσεις και μεγάλη πυκνότητα, θα συνθλιβόταν από την ίδια του την βαρύτητα και θα έμενε μόνο το βαρυτικό πεδίο. Η ακτίνα ενός τέτοιου αστέρα, όπου η ταχύτητα διαφυγής στην επιφάνεια του είναι ίση με την ταχύτητα του φωτός, λέγεται ακτίνα Schwarzschild,  $R_{Sch}$ , για την οποία ισχύει

$$R_{Sch} = \frac{2GM}{c^2}. \quad (2.13)$$

Αν μια μάζα περιέχεται μέσα σε μια σφαίρα ακτίνας  $R \leq R_{Sch}$ , τότε παύει να είναι ορατή και λέμε ότι αποτελεί μια μελανή οπή (μαύρη τρύπα). Καμία γνωστή δύναμη στη φύση δεν μπορεί να αντισταθεί στην κατάρρευση αυτή, που τελικά οδηγεί στο σχηματισμό μιας ανωμαλίας άπειρης πυκνότητας μάζας.

Οι μελανές οπές σχηματίζονται συνήθως από εκρήξεις υπερκαινοφανών. Οι γνωστοί μέχρι σήμερα, πιθανοί μηχανισμοί δημιουργίας των μελανών οπών στη φύση συνδέονται με την εξέλιξη αστέρων πολύ μεγάλης μάζας. Τέτοιοι μηχανισμοί είναι: (i) Άμεση καταστροφική κατάρρευση ενός αστέρα με συμπαγή πυρήνα. Κατά την κατάρρευση ο πυρήνας διέρχεται από το στάδιο του αστέρα νετρονίων. Αν όμως η πίεση των εκφυλισμένων νετρονίων δεν είναι ικανή να αντισταθμίσει τη βαρυτική πίεση, τότε η κατάρρευση συνεχίζεται και έχουμε τη δημιουργία μιας μελανής οπής. (ii) Κατάρρευση ενός αστέρα με συμπαγή πυρήνα και δημιουργία ενός θερμού αστέρα νετρονίων. Ο συνδυασμός της πίεσης εκφυλισμένων νετρονίων και της θερμικής πίεσης αναχαιτίζουν προς στιγμή την κατάρρευση. Αργότερα όμως, λόγω ψύξης, η θερμική πίεση ελαττώνεται και ο αστέρας καταλήγει στο στάδιο της μελανής οπής όπως στην προηγούμενη περίπτωση.

(iii) Δημιουργία ενός διπλού συστήματος (binary star), το ένας μέλος του οποίου είναι αστέρας νετρονίων. Λόγω προσαύξησης μάζας από το συνοδό του, ο αστέρας νετρονίων υπερβαίνει το όριο OVS με αποτέλεσμα την κατάρρευση του σε μελανή οπή.

## 2.4 Κατάρρευση του Αστρικού Πυρήνα

Όπως είδαμε και στην Ενότητα 2.2, για  $T \approx 3 - 4 \times 10^9 K$  αρχίζει η καύση πυριτίου, η οποία δημιουργεί στον αστέρα έναν κεντρικό πυρήνα σιδήρου που περιβάλλεται από ομόκεντρους φλοιούς καύσης  $Si$ ,  $O$ ,  $Ne$ ,  $C$ ,  $He$  και  $H$  (βλέπε Σχήμα 2.1). Επειδή από τη θερμοπυρηνική σύντηξη του σιδήρου, δεν απελευθερώνεται

πλέον ενέργεια, ο πυρήνας συστέλλεται και η θερμοκρασία ανέρχεται σε ακόμα υψηλότερες τιμές. Αρχικά, αυτή η συστολή μπορεί να συγκρατηθεί από την πίεση του πυκνού αερίου των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων στον πυρήνα, η οποία περιγράφεται από την σχέση [20, 21]

$$P_e = \frac{1}{4}(3\pi^2)^{\frac{4}{3}} \frac{\rho^{4/3}}{m_u} Y_e^{4/3} \quad (2.14)$$

όπου  $m_u$  είναι η ατομική μονάδα μάζας,  $\rho$  η πυκνότητα μάζας της αστρικής καρδιάς και  $Y_e$  ο λόγος των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια. Στην συνέχεια, τα εκφυλισμένα ηλεκτρόνια στον πυρήνα γίνονται όλο και περισσότερο σχετικιστικά, καθώς η καύση πυριτίου στον περιβάλλοντα φλοιό εναποθέτει περισσότερο σίδηρο στον πυρήνα. Όταν η μάζα του πυρήνα σιδήρου φτάσει το όριο Chandrasekhar  $M_{ch}$ , τα ηλεκτρόνια γίνονται υπερσχετικιστικά και δεν είναι πλέον ικανά να υποστηρίξουν τον πυρήνα. Μόλις ο αστέρας φθάσει σε αυτό το στάδιο εξέλιξής του, βρίσκεται πλέον ένα βήμα πριν την καταστροφή του.

Ανάλογα με την μάζα του αστέρα, η ψύξη μπορεί να πραγματοποιηθεί πολύ γρήγορα, σε χρόνους της τάξης του ενός κλάσματος του δευτερολέπτου, με συνέπεια ο πυρήνας του να αρχίσει να καταρρέει με ταχύτητα συγκρινόμενη με αυτή της ελεύθερης πτώσης, αφού πλέον δεν υπάρχει η θερμική πίεση. Υπό αυτές τις συνθήκες, η ύλη συμπιέζεται και η πυκνότητα γίνεται συγκρίσιμη με τη πυκνότητα της πυρηνικής ύλης. Για να αποβάλλει αυτήν την 'πρόσθετη' ενέργεια, ο πυρήνας ωθεί μέρος του υλικού του προς τα εξωτερικά στρώματα του αστέρα με μεγάλη ταχύτητα, ενώ η εναπομένουσα ύλη οδηγείται είτε σε αστέρα νετρονίων είτε σε μελανή οπή.

### 2.4.1 Η αρχή της κατάρρευσης ενός αστέρα και ο ρόλος της $e^-$ -σύλληψης

Καθώς ο αστέρας συστέλλεται, η βαρυτική ενέργεια μετατρέπεται σε εσωτερική ενέργεια του αστέρα, οδηγώντας είτε στην ενεργοποίηση της εξώθερμης πυρηνικής σύντηξης, είτε στην ενεργοποίηση μιας διαδικασίας απορρόφησης ενέργειας. Υπάρχουν δύο διαδικασίες απορρόφησης ενέργειας, που θα μπορούσαν να οδηγήσουν τον πυρήνα σιδήρου ενός αστέρα, σε μια ανεξέλεγκτη κατάρρευση: (i) η φωτοδιάσπαση των ατομικών πυρήνων και (ii) η σύλληψη ηλεκτρονίων μέσω της αντίστροφης β-διάσπασης, η οποία αποτελεί και ένα από τα κεντρικά προβλήματα της παρούσας έρευνας. Κατά τη διάρκεια της φωτοδιάσπασης, η κινητική ενέργεια χρησιμοποιείται για αποσύνθεση (διάσπαση) των ατομικών πυρήνων, ενώ κατά τη διάρκεια της σύλληψης ηλεκτρονίων, η κινητική ενέργεια των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια ηλεκτρονιακών νετρίνων ( $\nu_e$ ), που διαφεύγουν από τον αστρικό πυρήνα.

Αυτές οι διαδικασίες απορρόφησης ενέργειας είναι τόσο αποτελεσματικές που η κατάρρευση του αστρικού πυρήνα είναι αναπόφευκτη. Ο χρόνος κατάρρευσης εξαρτάται από την πυκνότητα μάζας του αστρικού πυρήνα όταν προκαλείται η κατάρρευση. Για  $\rho \approx 10^{12} \text{ kg/m}^3$ , ο χρόνος κατάρρευσης του πυρήνα αναμένεται να

## 16Κεφάλαιο 2. Η πυρηνοσύνθεση στους μαζικούς αστέρες και οι αντιδράσεις μεταβολής φορτίου

είναι μικρός, της τάξης του  $t \sim 1msec$ . Στις συνθήκες αυτές, κυριαρχεί η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σιδήρου που περιγράφεται από την αντίδραση

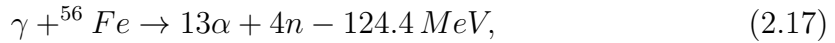


Αποτέλεσμα της ανωτέρω αντίδρασης είναι η μείωση του λόγου  $Y_e$ , και κατά συνέπεια η μείωση της θερμικής πίεσης των ηλεκτρονίων  $P_e$  (βλέπε Εξ. (2.14)), με αποτέλεσμα η καρδιά του αστέρα να αρχίζει να καταρρέει. Η έναρξη της κατάρρευσης γίνεται αισθητή και από το γεγονός ότι ο αδιαβατικός δείκτης

$$\Gamma_s = \frac{4}{3} \left[ 1 + \left. \frac{\partial \ln Y_e}{\partial \ln \rho} \right|_s \right], \quad (2.16)$$

γίνεται μικρότερος της τιμής  $4/3$ , η οποία αποτελεί την συνθήκη αστάθειας για ακτινική διαταραχή του σφαιρικού αστέρα [22].

Επιπλέον, μέσω της ενδόθερμης αντίδρασης φωτοδιάσπασης των πυρήνων,  ${}^{56}Fe$ ,



προκαλείται περαιτέρω μείωση της θερμικής πίεσης  $P_e$ . Έτσι, μέσω των ανωτέρω διαδικασιών σύλληψης ηλεκτρονίων (Εξ. (2.15)) και φωτοδιάσπασης (Εξ. (2.17)), επέρχεται κατάρρευση του πυρήνα του αστέρα [5].

Από τα ανωτέρω γίνεται ολοφάνερος ο σημαντικός ρόλος της  $e^-$ -σύλληψης τόσο κατά την διάρκεια της εξέλιξης ενός αστέρα, όσο και κατά την διάρκεια της κατάρρευσής του, διαδικασίας που αποτέλεσε και ένα από τα κίνητρα της λεπτομερούς μελέτης της στην παρούσα διδακτορική διατριβή (βλέπε Κεφ. 5 και 6).

### 2.4.2 Το τέλος της κατάρρευσης

Όπως συζητήθηκε ανωτέρω, μέσω της σύλληψης ηλεκτρονίων και της φωτοδιάσπασης, αφαιρείται θερμότητα από τον αστρικό πυρήνα, αναγκάζοντας τον αστέρα σε επιπρόσθετη συρρίκνωση. Κάτω από αυτές τις συνθήκες πραγματοποιείται η κατάρρευση των διαφόρων στρωμάτων γύρω από τον πυρήνα, κατά την οποία η δυναμική βαρυτική ενέργεια της ύλης του αστέρα μετατρέπεται σε κινητική ενέργεια, η οποία δεν μπορεί να συνεχιστεί επ' άπειρον. Όταν η πυκνότητα του αστρικού πυρήνα φτάσει στα όρια της πυρηνικής πυκνότητας ( $\rho \sim 10^{17} kg m^{-3}$ ), ο εκφυλισμός των νετρονίων και οι πυρηνικές δυνάμεις στο πλούσιο σε νετρόνια κέντρο του αστέρα αρχίζουν να γίνονται σημαντικές. Οι πυρηνικές δυνάμεις αντιστέκονται στην συμπίεση και τελικά επιφέρουν παύση της κατάρρευσης. Επιπλέον, τα νετρίνα παύουν να είναι σε θέση να διαφύγουν ελεύθερα από τον πυρήνα, μεταφέροντας ενέργεια έξω από τον αυτόν. Τότε η θερμοκρασία του πυρήνα αυξάνει αδιαβατικά, προκαλώντας την ταχεία αύξηση της πίεσης του αερίου στον πυρήνα, αλλά κυρίως τη σχεδόν εκρηκτική αύξηση της πίεσης της ακτινοβολίας [19].

Στο σημείο αυτό δύο είναι τα πιθανά ενδεχόμενα:

(α) Εάν η μάζα του αρχικού αστέρα ήταν εξαιρετικά μεγάλη ( $M > 25M_{\odot}$ ), η δύναμη



της βαρύτητας παραμένει πάντα μεγαλύτερη της δύναμης της πίεσης, με αποτέλεσμα ο αστέρας να υποστεί ολοκληρωτική βαρυτική κατάρρευση και να καταλήξει σε μελανή οπή.

(β) Εάν η μάζα του αρχικού αστέρα ήταν της τάξης των  $M \sim 10M_{\odot}$ , φθάνει κάποια στιγμή, που η δύναμη της πίεσης προς τα έξω υπερσχύει της δύναμης της βαρύτητας που τείνει να συνθλίψει τον αστέρα. Τότε τα εξωτερικά στρώματα του πυρήνα αναγκάζονται να διασταλούν (με υπερηχητική ταχύτητα) οπότε δημιουργείται ένα κρουστικό κύμα (shock wave), το οποίο παρασύρει προς τα έξω τα υπόλοιπα στρώματα του αστέρα που κατέρρεαν, και τα εκτινάσσει προς τον μεσοαστρικό χώρο. Ταυτόχρονα τα άφθονα νετρόνια που έχουν παραχθεί κατά την φωτοδιάσπαση του σιδήρου και του ηλίου απορροφούνται από πυρήνες μέσου ατομικού αριθμού και σχηματίζονται τα βαριά στοιχεία με  $A > 56$ , τα οποία δεν είναι δυνατό να σχηματιστούν με εξώθερμες θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Από την τεράστια έκρηξη υπερκαινοφανούς (supernova) τύπου II, απομένει το κεντρικό τμήμα του αστρικού πυρήνα, που συνήθως σταθεροποιείται στην κατάσταση ενός αστέρα νετρονίων.

### 2.4.3 Η φυσική της Κατάρρευση Καρδιάς Supernovae

Όπως είδαμε ανωτέρω, όταν στην περιοχή του κέντρου του αστέρα παράγεται σίδηρος, Fe, τότε παύει να εκλύεται ενέργεια λόγω πυρηνικής καύσης και αρχίζει η συστολή της καρδιάς του αστέρα. Κατά την συστολή αυτή, η ενέργεια Fermi των ηλεκτρονίων αυξάνεται, οπότε ενεργειακά είναι προτιμότερη η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες μέσω της οποίας μειώνεται ο λόγος του αριθμού των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια,  $Y_e$ , και επιπλέον παράγονται  $\nu_e$  νετρίνα τα οποία διαφεύγουν από τον αστρικό πυρήνα. Η μείωση της ενέργειας και της πίεσης πυροδοτεί την κατάρρευση του αστρικού πυρήνα. Όταν η πυκνότητα είναι  $\rho \geq 10^{11} g cm^{-3}$ , τα νετρίνα ουσιαστικά παγιδεύονται στο εσωτερικό, οπότε επικρατεί εξισορρόπηση της σκέδασης ηλεκτρονίων-νετρίνων και της κατάρρευσης, με αποτέλεσμα την δημιουργία του αποκαλούμενου 'ομόλογου πυρήνα' (homologous core).

Η κατάρρευση του ομόλογου πυρήνα συνεχίζεται μέχρις ότου η πυκνότητα του πυρήνα φτάσει την τιμή  $\rho \simeq 10^{14} g cm^{-3}$ , όπου η ασυμπίεστικότητα της πυρηνικής ύλης σταματά την κατάρρευση [5]. Αυτή η ξαφνική διακοπή δημιουργεί ένα κρουστικό κύμα (shock wave) το οποίο κινείται προς τα έξω μέσω των στρωμάτων του σιδήρου και αποσυνθέτει τους πυρήνες σε ελεύθερα νουκλεόνια. Υπολογίζοντας την ενέργεια του κύματος καθώς και την μάζα της ύλης που έχει να διασχίσει, διαπιστώνουμε ότι η ενέργεια αυτή δεν είναι αρκετή να προκαλέσει την έκρηξη του αστέρα. Το πιο πιθανό είναι το κύμα να καθυστερεί, και μέσω αυτής της καθυστέρησης να γίνεται όλο και μεγαλύτερο κρουστικό κύμα (μερικών εκατοντάδων χιλιομέτρων). Το κύμα αυτό θα διαπεράσει την ύλη μέχρι την στιγμή που η ενέργεια του θα εξαντληθεί. Από προσομοιώσεις της έκρηξης, συμπεραίνουμε ότι κάποιος άλλος μηχανισμός απαιτείται για μια επιτυχημένη έκρηξη.

Ένας πιθανός μηχανισμός που οδηγεί σε πετυχημένη έκρηξη είναι ο λεγόμενος 'μηχανισμός καθυστερημένης έκρηξης σουπερνόβα' (delayed Supernova mechani-

sm) σύμφωνα με τον οποίο, υπάρχει αναβίωση του κρουστικού κύματος από τα νετρίνα [2, 5]. Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πρωτόνια, μετατρέπει τα υπολείμματα του ομόλογου πυρήνα σε έναν νεο-δημιουργηθέντα αστέρα πρωτονίων-νετρονίων, εκπέμποντας τεράστια ποσά νετρίνων όλων των γεύσεων ( $\nu_e, \nu_\tau, \nu_\mu$ ) και των αντινετρίνων τους. Επιπλέον, όταν το κρουστικό κύμα διαπερνά τον πυρήνα είναι δυνατόν να δημιουργηθεί μια έκρηξη νετρίνων προερχόμενων από την σύλληψη ηλεκτρονίων από τα ελεύθερα πρωτόνια. Μέσω της απορρόφησης νετρίνων από τα ελεύθερα νουκλεόνια, η ενέργεια μεταφέρεται στο κρουστικό κύμα, το οποίο αναγεννάται σε λιγότερο από 1s, μέσω των αντιδράσεων νετρίνων-νουκλεονίων, οδηγώντας στην έκρηξη.

Προσομοιώσεις τόσο πολύπλοκου αστρικού συστήματος παρουσιάζουν μεγάλη δυσκολία καθώς απαιτούνται ακριβή μοντέλα περιγραφής της μαγνητο-υδροδυναμικής, της διάδοσης κύματος, της διατήρησης λεπτονικού αριθμού και της διάχυσης νετρίνων. Περαιτέρω, μία έκρηξη δεν μπορεί να επιτευχθεί στα πλαίσια ενός ρεαλιστικού σφαιρικού μονοδιάστατου μοντέλου, αλλά απαιτούνται πολυδιάστατα μοντέλα, όπου η μεταφορική και περιστροφική κίνηση μεταχειρίζονται κατάλληλα. Πρόσφατα αναπτύχθηκαν τέτοιου είδους μοντέλα, τα οποία λαμβάνουν υπόψη τους τέτοιες παραμέτρους. Για παράδειγμα, η ερευνητική ομάδα του Janka στο Ινστιτούτο Max Planck του Μονάχου, επέτυχε την έκρηξη με προσομοιώσεις 2-διαστάσεων μέσω του μηχανισμού καθοδηγούμενων νετρίνων (neutrino-driven) [5, 23], ενώ ο Burrows με την ομάδα του κατέληξαν στην έκρηξη μέσω ακουστικών ταλαντώσεων (acoustic oscillations) επίσης σε 2-διαστάσεις [24]. Και οι δύο μελέτες διεξήχθησαν για διάφορες αρχικές μάζες, και τα αποτελέσματά τους εμφανίζονται ρεαλιστικά.

## 2.5 Πυρηνοσύνθεση μέσω των βαρέων ισοτόπων

Ένα βασικό ερώτημα που απασχολεί την σύγχρονη έρευνα της πυρηνικής και αστροπυρηνικής φυσικής είναι το πώς συντίθεται (σχηματίζονται) τα στοιχεία που είναι βαρύτερα από εκείνα της περιοχής του σιδήρου (iron group peak nuclei), αφού η θερμοπυρηνική σύντηξη δεν είναι αποδοτική στην δημιουργία των. Δεδομένου ότι η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο μειώνεται για  $A \geq 56$ , για να παραχθούν στοιχεία βαρύτερα του Fe μέσω της διαδικασίας θερμοπυρηνικής σύντηξης, απαιτείται ενέργεια από το περιβάλλον. Βέβαια υπάρχει πάντοτε μικρή πιθανότητα, μερικά βαριά στοιχεία να παράγονται, όπως συζητήθηκε προηγουμένως, στις διάφορες υδροστατικές διαδικασίες (hydrostatic burning processes) στην περιοχή του αστρικού πυρήνα, όμως, τα συνολικά ποσά είναι πολύ μικρά για να δικαιολογήσουν την αφθονία τους που παρατηρείται στη φύση [25].

Γενικά, υπάρχουν δύο πιθανά σενάρια που επιτρέπουν την δημιουργία μέσω των βαρέων πυρήνων [3]

1. Το λεγόμενο ‘falling short of equilibrium’ σενάριο, κατά το οποίο το σύστη-

μα δεν προλαβαίνει να φτάσει στην πυρηνική στατιστική ισορροπία (nuclear statistical equilibrium, NSE), πριν ο αστέρας εκτοξεύσει τα νουκλεόνια στον μεσοαστρικό χώρο. Στην περίπτωση αυτή, τα νουκλεόνια δημιουργούν μόνα τους μέρος των πυρήνων με μαζικό αριθμό  $A \leq 56$  (μέχρι την περιοχή του σιδήρου).

2. Το ονομαζόμενο ‘freezeout from equilibrium’ σενάριο, σύμφωνα με το οποίο το σύστημα ξεκινά από την κατάσταση NSE βρισκόμενο σε υψηλές θερμοκρασίες. Καθώς τούτο διαστέλλεται και ψύχεται, η ισορροπία αλλάζει και κάποιες πυρηνικές αντιδράσεις επιβραδύνονται οπότε λαμβάνουν χώραν τόσο αργά, ώστε να μην επιτρέπουν πλέον στο σύστημα να διατηρήσει την ισορροπία του.

Σύμφωνα με το πρώτο σενάριο, η ύλη δεν φτάνει ποτέ σε κατάσταση NSE επειδή η χρονική κλίμακα για να φτάσει στην ισορροπία είναι πολύ μεγαλύτερη σε σχέση με την δυναμική χρονική κλίμακα του συστήματος (ο χρόνος που βρίσκεται σε δυναμική κατάσταση, μετά είτε καταρρέει είτε εκρήγνυται) [3]. Υπό αυτές τις συνθήκες, ελαφρείς πυρήνες συνενώνονται (συντήκονται) δημιουργώντας βαρύτερους, που όμως είναι λιγότερο σταθεροί από τους πυρήνες της περιοχής του σιδήρου οι οποίοι είναι χαρακτηριστικοί της NSE κατάστασης. Συνέπεια των αντιδράσεων του εν λόγω σεναρίου, είναι η απελευθέρωση νουκλεονίων τα οποία μπορούν να συλλαμβάνονται από προϋπάρχοντες πυρήνες της περιοχής του σιδήρου ή και βαρύτερους και να παράγουν νέους αρκετά βαρύτερους πυρήνες. Συνεπώς, η ρεαλιστικότητα του σεναρίου αυτού βασίζεται στους προϋπάρχοντες “πυρήνες-σπόρους” (τέτοιες διαδικασίες ονομάζονται δευτερεύουσες διαδικασίες, secondary processes).

Σύμφωνα με το δεύτερο σενάριο (freezeout from equilibrium), καθώς το σύστημα περνά στο στάδιο μη-ισορροπίας, η σύνθεσή του αντανακλά την τελευταία κατανομή της αφθονίας των στοιχείων με εκείνη που κατείχε όταν βρισκόταν στην κατάσταση NSE [3] (δηλαδή ελεύθερα νουκλεόνια, ελαφρείς πυρήνες και πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου). Στις συνθήκες αυτές, κάποιες από τις αντιδράσεις που είναι απαραίτητες για την διατήρηση της ισορροπίας, γίνονται πολύ αργά ενώ, κάποιες άλλες, όπως η σύλληψη ελεύθερων νουκλεονίων και ελαφρών πυρήνων από πυρήνες της περιοχής του σιδήρου, μπορούν να γίνουν ανεπηρέαστες. Οι πυρήνες της περιοχής του σιδήρου, λειτουργούν σαν “πυρήνες-σπόροι” για την σύλληψη ελεύθερων νουκλεονίων και ελαφρών πυρήνων. Μέσω αυτών των αντιδράσεων σύλληψης παράγονται βαρείς πυρήνες. Στο σενάριο αυτό, το σύστημα εκμεταλλεύεται τους δικούς του “πυρήνες-σπόρους” δημιουργώντας τους βαρύτερους πυρήνες (οι διαδικασίες αυτές ονομάζονται πρωταρχικές διαδικασίες, primary processes).

Οι ανωτέρω είναι οι μοναδικοί φυσικοί τρόποι παραγωγής βαρέων πυρήνων. Όπως θα συζητήσουμε στην συνέχεια, οι κύριες πηγές παραγωγής βαρέων στοιχείων είναι η βραδεία διαδικασία (slow-process, s-process, s-διαδικασία) και η ταχεία διαδικασία (rapid-process, r-process, r-διαδικασία) σύλληψης νετρονίων [2, 14, 19]. Οι πυρήνες που παράγονται μέσω της r-διαδικασίας, σχηματίζονται σε ένα περιβάλλον που υπακούει το δεύτερο σενάριο (freezeout from equilibrium), ενώ οι πυρήνες

που παράγονται μέσω της s-διαδικασίας, σχηματίζονται σε ένα περιβάλλον που αγωνίζεται να φτάσει αλλά ποτέ δεν φτάνει την NSE κατάσταση. Ο διαφορετικός χαρακτήρας των παραπάνω σεναρίων έχει διαφορετικά αποτελέσματα στις κατανομές αφθονίας των στοιχείων που παράγονται μέσω των διαδικασιών βραδείας και ταχείας σύλληψης νετρονίων (s- και r- processes).

### 2.5.1 Εκρηκτική Πυρηνοσύνθεση

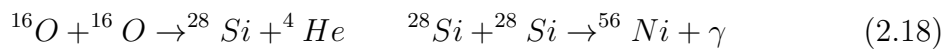
Το ζήτημα της προέλευσης των χημικών στοιχείων, αποτελούσε για δεκαετίες μεγάλη πρόκληση για τους ερευνητές της πυρηνικής αστροφυσικής. Όπως είναι γνωστό, τα ελαφρά στοιχεία H, He και Li παράγονται κατά τα στάδια της μεγάλης έκρηξης (Big-Bang nucleosynthesis) [15], ενώ όλα τα υπόλοιπα στοιχεία παράγονται μέσω πολλών και ποικίλων αστρικών διαδικασιών. Η θερμοπυρηνική σύντηξη παράγει ένα σχετικά περιορισμένο αριθμό στοιχείων κοντά στην κοιλάδα σταθερότητας, όμως η ύπαρξη στη φύση πολλών άλλων στοιχείων που βρίσκονται μακριά από αυτή, σημαίνει ότι κάποιος άλλος μηχανισμός λειτουργεί για την παραγωγή των. Επειδή το φράγμα Coulomb των βαρέων πυρήνων είναι υψηλό (λόγω του μεγάλου αριθμού πρωτονίων) η σύνθεσή τους εμποδίζεται, οπότε άλλοι τρόποι δημιουργίας των πρέπει να αναζητηθούν. Αν στραφούμε προς τις αντιδράσεις σύλληψης πρωτονίων και α-σωματιδίων, για να θεωρηθούν πιθανοί μηχανισμοί σύνθεσης βαρέων στοιχείων θα πρέπει η θερμοκρασία να ξεπεράσει τους  $5 - 6 \times 10^9$  K. Επιπλέον, στις επικρατούσες συνθήκες (μέση θερμική ενέργεια  $\approx 0.5$  MeV), η φωτοδιάσπαση παίζει πολύ σημαντικό ρόλο, σημαντικότερο και από την υδροστατική καύση του πυριτίου. Επομένως, λόγω του ανταγωνισμού που αναπτύσσεται μεταξύ του σχηματισμού των βαρέων στοιχείων μέσω της σύλληψης φορτισμένων σωματιδίων και της καταστροφής από την φωτοδιάσπαση, η πυκνότητα ισορροπίας γίνεται πάρα πολύ μικρή και δεν είναι ικανή να ερμηνεύσει τις τελικές αφθονίες των μέσων και βαρέων ισοτόπων που μας ενδιαφέρουν.

Στην ενότητα αυτή, θα εστιάσουμε στη πυρηνοσύνθεση βαρέων στοιχείων που παράγονται κατά τις υπερκαινοφανείς (supernova) εκρήξεις [2]. Σύμφωνα με τους Fowler και Hoyle [26–28], η συνολική μάζα ενός αστέρα λίγο πριν την έκρηξη σουπερνόβα βρίσκεται κατά 57% στον εσωτερικό φλοιό που είναι πλούσιος σε  $^{16}\text{O}$ , κατά 33% στους εξωτερικούς φλοιούς που αποτελούνται από  $^1\text{H}$  και  $^4\text{He}$  και η υπόλοιπη 10% είναι στον καταρρέοντα αστρικό πυρήνα.

Ιδιαίτερη σημασία στην κατανόηση της διαδικασίας δημιουργίας βαρέων πυρήνων κατέχουν κυρίως (i) τα κύματα κρούσης και (ii) η εκτινασόμενη ύλη, τα οποία διέρχονται μέσω του εσωτερικού φλοιού του αστέρα. Οι δύο αυτές οντότητες παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην όλη διαδικασία της πυρηνοσύνθεσης. Επίσης, σημαντικό ρόλο παίζει και η φωτοδιάσπαση κατά την οποία παράγεται μεγάλος αριθμός α-σωματιδίων και νουκλεονίων τα οποία συμβάλλουν σημαντικά στη δημιουργία πυρήνων με  $A \geq 56$  κατά τη διάρκεια της ανάκρουσης του αστρικού πυρήνα [2]. Όταν, η ανάκρουση του αστρικού πυρήνα είναι αρκετά ενεργητική, μεγάλο μέρος των πυρήνων που βρίσκεται στα εξωτερικά στρώματα του αστέρα εκτοξεύεται στο

μεσοαστρικό χώρο (αποτελούν πρώτη ύλη για μελλοντικούς νέους αστέρες). Αν δεν συνέβαιναν οι “εκρήξεις”, οι μέσοι και βαρείς πυρήνες που παράγονται σε ένα αστέρα θα παρέμεναν στο εσωτερικό του, και πολύ λίγα βαριά ισότοπα θα διασκορπίζονταν ώστε να δημιουργήσουν πλανήτες και νέους αστέρες, (όπως το ηλιακό σύστημα) με μεγάλες αφθονίες σε βαρέα ισότοπα.

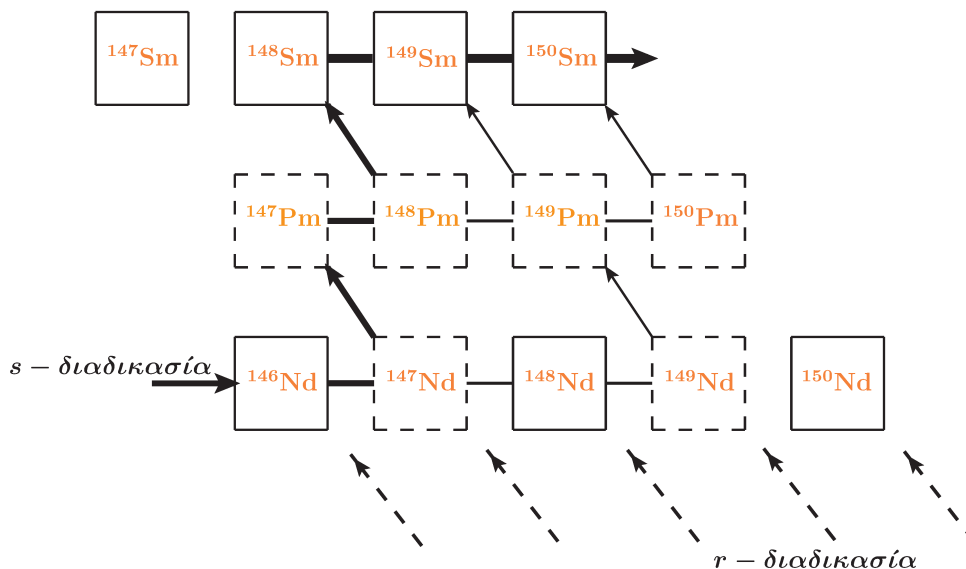
Το κύμα κρούσης που δημιουργείται όταν ‘αναπηδά’ ο καταρρέοντας αστρικός πυρήνας, προσφέρει ιδανικές συνθήκες για ενδόθερμες αντιδράσεις ώστε να παραχθούν στοιχεία μαζικών αριθμών  $A \geq 56$ , κατά την διέλευσή του τα εξωτερικά στρώματα του αστέρα [25]. Όταν το κύμα κρούσης ταξιδεύει μέσω των διαφορετικών περιοχών, μια ποικιλία από αντιδράσεις της μορφής



μπορούν να πραγματοποιηθούν. Στα εξωτερικά στρώματα, το κύμα κρούσης προκαλεί τη μετατροπή του υδρογόνου σε ήλιο και του ηλίου σε οξυγόνο. Παράγονται επίσης μερικά στοιχεία βαρύτερα από  $A = 56$ , αλλά οι αναμενόμενες αφθονίες είναι πολύ μικρότερες από τις παρατηρηθείσες τιμές. Λόγω του εντελώς διαφορετικού περιβάλλοντος, οι πυρηνικές αντιδράσεις που πραγματοποιούνται κατά τη διάρκεια της εκρηκτικής πυρηνοσύνθεσης μπορεί να είναι αρκετά διαφορετικές από εκείνες των σταδίων υδροστατικής καύσης διότι, κατά την εκρηκτική πυρηνοσύνθεση μέσα σε μικρά χρονικά διαστήματα επιτυγχάνονται πολύ υψηλότερες θερμοκρασίες [2].

Μια πιθανή ερμηνεία της δημιουργίας βαρέων πυρήνων είναι αυτή της σύλληψης νετρονίων [29,30] μέσω της οποίας δημιουργούνται όλο και πλουσιότεροι σε νετρόνια πυρήνες (neutron-rich nuclei), οι οποίοι στη συνέχεια μέσω της β-διάσπασης διασπώνται σε θυγατρικούς πυρήνες (με μεγαλύτερο ατομικό αριθμό,  $Z$ ) που ανήκουν κοντά στην κοιλάδα σταθερότητας. Κάτω από τέτοιες περιστάσεις, η παρατηρηθείσα αφθονία ενός στοιχείου με μαζικό αριθμό  $A$  είναι αποτέλεσμα της ισορροπίας μεταξύ του ρυθμού παραγωγής του στοιχείου, από το προηγούμενο στοιχείο με μαζικό αριθμό  $A - 1$  και του ρυθμού διάσπασης του που παράγει το επόμενο στοιχείο μαζικού αριθμού  $A + 1$  [3].

Οι κυριότερες αντιδράσεις παραγωγής βαρέων στοιχείων (μέσω της σύλληψης νετρονίων) είναι η *s*-διαδικασία (slow-process) και η *r*-διαδικασία (rapid-process) [2,3,14,19]. Τα ονόματα των διαδικασιών αυτών υποδεικνύουν εάν η σύλληψη νετρονίων έχει πραγματοποιηθεί πιο αργά ή πιο γρήγορα, αντίστοιχα, από την β-διάσπαση. Στην ουσία, αυτό που διαφοροποιεί τις διαδικασίες *s* και *r* είναι το αν ο πυρήνας θα διασπαστεί με β-διάσπαση, μετασχηματίζοντας ένα νετρόνιο σε πρωτόνιο, ή αν θα δεσμεύσει ακόμα ένα νετρόνιο πριν το πρώτο υποστεί β-διάσπαση. Κάθε μία από τις διαδικασίες αυτές είναι υπεύθυνη για την παραγωγή περίπου των μισών βαρέων στοιχείων, αλλά υπάρχουν αρκετές περιπτώσεις όπου ένας πυρήνας μπορεί να παραχθεί μόνο μέσω μιας εκ των δύο διαδικασιών. Στο Σχήμα 2.2 παρουσιάζεται η διαδοχή των αντιδράσεων που ακολουθείται σε μια *s*- και μια *r*-διαδικασία που καταλήγει στον ίδιο πυρήνα. Παρατηρούμε, για παράδειγμα, ότι το ισότοπο  ${}^{150}\text{Sm}$  παράγεται μέσω και των δύο διαδικασιών, ενώ αντίθετα το ισότοπο του  ${}^{148}\text{Pm}$  παράγεται μόνο μέσω της *s*-διαδικασίας.



Σχήμα 2.2: Η πορεία της s- και της r- διαδικασίας στην περιοχή των Nd-Pm-Sm.

Λόγω της μεγάλης σημασίας της s- και r- διαδικασίας στην εκρηκτική πυρηνοσύνθεση, θεωρούμε χρήσιμο να αναφερθούμε συνοπτικά στα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά κάθε μιας, στις επόμενες ενότητες.

### Η s-διαδικασία

Σήμερα, η s-διαδικασία χαρακτηρίζεται ως ασθενής διαδικασία (παράγει πυρήνες ελαφρύτερους του  $^{88}\text{Sr}$ ). Σε κανονικές συνθήκες στο εσωτερικό των αστέρων, ο ρυθμός παραγωγής ελευθέρων νετρονίων είναι σχετικά χαμηλός. Συνεπώς, το στοιχείο που σχηματίζεται με δέσμευση νετρονίου έχει, γενικά, την δυνατότητα να υποστεί β-διάσπαση αν είναι ασταθές (ραδιενεργός). Τα στοιχεία που σχηματίζονται με τον τρόπο αυτό, δηλαδή με δέσμευση ενός νετρονίου ακολουθούμενης από β-διάσπαση, λέγονται στοιχεία s-διαδικασίας. Στην διαδικασία αυτή, ο ρυθμός μεταβολής της αφθονίας  $N_A$  του πυρήνα με μαζικό αριθμό A ισούται με

$$\frac{dN_A}{dt} = -n_n \langle \sigma u \rangle_A N_A + n_n \langle \sigma u \rangle_{A-1} N_{A-1} \quad (2.19)$$

όπου  $n_n$  η πυκνότητα των νετρονίων και  $\langle \sigma u \rangle_A$  η θερμική μέση τιμή της ενεργού διατομής σύλληψης νετρονίων για ένα σταθερό ισοβαρές, μαζικού αριθμού A [2, 25].

Στις s-διαδικασίες, η β-διάσπαση μετατρέπει τα νετρόνια σε πρωτόνια στο εσωτερικό του πυρήνα επιτρέποντας περαιτέρω συλλήψεις. Ωστόσο, αυτό σημαίνει ότι η s-διαδικασία λαμβάνει χώραν κοντά στην κοιλάδα σταθερότητας, σταματώντας στο ισότοπο  $^{209}\text{Bi}$  και επομένως η s-διαδικασία πραγματοποιείται σε περιβάλλον

όπου η πυκνότητα των νετρονίων είναι πολύ μικρότερη από την αντίστοιχη της r-διαδικασίας. Επίσης, η s-διαδικασία διαρκεί πολύ μεγαλύτερο χρονικό διάστημα. Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, η s-διαδικασία είναι μια καθαρά δευτερεύουσα (secondary) διαδικασία αφού για την πραγματοποίησή της, είναι απαραίτητη η παρουσία των “πυρήνων-σπόρων” [3].

Τα αναγκαία στοιχεία για ασθενή s-διαδικασία πιθανόν να προέρχονται από την καύση του ηλίου,  $He$ , στον πυρήνα μαζικών αστερών ( $M \gtrsim 15M_{\odot}$ ) όπου η θερμοκρασία είναι αρκετά υψηλή για να παραχθεί σημαντικός αριθμός νετρονίων, π.χ. μέσω της αντίδρασης  $^{22}Ne(\alpha, n)^{25}Mg$  [31]. Σε τέτοιους αστέρες εμφανίζονται δυνατόι άνεμοι οι οποίοι εκτοξεύουν ύλη στον μεσοαστρικό χώρο, διευκολύνοντας έτσι την πραγματοποίηση της διαδικασίας αυτής [32, 33]. Επίσης, κάποιες s-διαδικασίες είναι δυνατόν να συμβούν στον φλοιό καύσης του C ή του He [34, 35] των μαζικών αστερών, όμως δεν συνεισφέρουν σημαντικά στην αφθονία των στοιχείων. Το πιο αποδεκτό σενάριο, τις ασθενούς s-διαδικασίας είναι ότι αυτή λαμβάνει χώρα στον φλοιό καύσης του He των λεγόμενων ‘Asymptotic Giant Branch (AGB)’ αστερών (περιλαμβάνουν και τους κόκκινους γίγαντες) [36, 37].

## Η r-διαδικασία

Για να πραγματοποιηθεί η r-διαδικασία απαιτούνται συνθήκες έκρηξης με μεγάλη ροή νετρονίων [2, 3, 14, 19] οπότε το στοιχείο που σχηματίζεται από τη δέσμευση ενός νετρονίου γενικά δεν υφίσταται β-διάσπαση πριν δεσμεύσει άλλα νετρόνια (ένα ή περισσότερα). Φυσικά, την σύνθεση πολύ βαρέων στοιχείων ενδέχεται να την ακολουθήσει διάσπαση με εκπομπή σωματιδίων  $\alpha$  και  $\beta$ . Γενικά τα ισότοπα που σχηματίζονται με τον τρόπο αυτό λέγονται στοιχεία r-διαδικασίας και διαφέρουν ισotοπικά από όσα παράγονται μέσω της s-διαδικασίας. Οι πυρήνες που είναι βαρύτεροι από το βισμούθιο ( $^{209}Bi$ ) και απαντώνται στη φύση, είναι αποτέλεσμα της r-διαδικασίας. Είναι επίσης γνωστό, ότι η r-διαδικασία παράγει το ουράνιο ( $A = 258$ ) έχοντας σαν “πυρήνες-σπόρους”, εκείνους με μαζικό αριθμό  $A \simeq 50 - 100$ .

Όπως προαναφέραμε, στην r-διαδικασία έχουμε παραγωγή στοιχείων πλούσιων σε νετρόνια. Η περίσσεια νετρονίων εξαρτάται από την αφθονία των “πυρήνων-σπόρων”, η οποία με την σειρά της εξαρτάται από την εντροπία ανά βαρυόνιο  $s = S/N_b$  του συστήματος [3]. Όσο μεγαλύτερη είναι η εντροπία ανά βαρυόνιο,  $s$ , για συγκεκριμένη θερμοκρασία, τόσο μεγαλύτερος είναι ο λόγος των φωτονίων ανά βαρυόνιο και τόσο μικρότερη θα είναι η πυκνότητα (μικρή τιμή της πυκνότητας οδηγεί σε αργούς ρυθμούς αντιδράσεων τριών σωματιδίων). Έτσι, όσο μεγαλύτερη είναι  $s$ , τόσο υψηλότερη θα είναι η θερμοκρασία στην οποία οι αντιδράσεις τριών-σωματιδίων παγώνουν και τόσο μικρότερη θα είναι η αφθονία των “πυρήνων-σπόρων” [3].

Όταν η ροή νετρονίων γίνει μικρότερη μιας κρίσιμης τιμής (βλέπε την παρακάτω υποενότητα), η r-διαδικασία σταματά (το σημείο αυτό ονομάζεται πάγωμα ‘freeze-out’). Τότε η κατανομή των πλούσιων σε νετρόνια πυρήνων οδηγείται μέσω β-διασπάσεων πίσω στην κοιλάδα σταθερότητας. Η ροή της r-διαδικασίας τερματίζεται όταν ο θυγατρικός πυρήνας γίνει τόσο βαρύς που η διάσπασή του είναι πλέον πιθανή.

Η περιοχή μέσα στον αστέρα που θεωρείται πιο πιθανή για την πραγματοποίηση της r-διαδικασίας είναι εκείνη στην οποία επικρατεί ο άνεμος νετρίνων (neutrino-driven wind) (βλέπε Παράρτημα Γ'.1), όπου υλικά από τους πρόσφατα δημιουργηθέντες αστέρες νετρονίων, εκτοξεύονται κατά την διάρκεια ενός σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς. Άλλα πιθανά σενάρια που αναφέρονται στην περιοχή, είναι οι συγχωνεύσεις αστέρων νετρονίων, που όμως εμφανίζονται πολύ σπάνια και έτσι δεν είναι σε θέση να εξηγήσουν την αφθονία των χημικών στοιχείων μέσω της r-διαδικασίας (βλέπε Σχήμα 2.3).

Από την μέχρι τώρα έρευνα της r-διαδικασίας προκύπτει ότι σε αυτή οφείλεται η παραγωγή περίπου των μισών στοιχείων του ηλιακού συστήματος που είναι βαρύτερα από τον σίδηρο (Fe) αλλά και πιθανότατα όλων των βαρύτερων στοιχείων από το  $^{209}\text{Bi}$ . Από παρατηρήσεις σε παλαιότερους αστέρες [38, 39], συμπεραίνουμε ότι η r-διαδικασία κυριαρχεί έναντι της s-διαδικασίας στα αρχικά στάδια του Σύμπαντος, ενισχύοντας την άποψη ότι η r-διαδικασία είναι πρωταρχική διαδικασία (primary process), διότι αν ήταν δευτερεύουσα (secondary process) θα έπρεπε να προϋπήρχαν “πυρήνες-σπόροι” κάτι το οποίο δεν υφίσταται στα στάδια αυτά. Ένα άλλο σημαντικό συμπέρασμα είναι ότι ο μηχανισμός της r-διαδικασίας έχει παραμείνει ουσιαστικά ο ίδιος καθ' όλη την διάρκεια εξέλιξης του Σύμπαντος. Σημαντικά συμπεράσματα για την r-διαδικασία εξήχθησαν από την πειραματική έρευνα [40, 41] της κλασικής r-διαδικασίας η οποία λαμβάνει χώρα ισορροπώντας μεταξύ των  $(n, \gamma)$  και  $(\gamma, n)$  αντιδράσεων, όπου και οι δύο είναι πολύ ταχύτερες από τις  $\beta$ -διασπάσεις.

Ο λόγος των αφθονιών του θυγατρικού πυρήνα  $Y(Z, A + 1)$  προς εκείνη του μητρικού  $Y(Z, A)$  συνδέεται με την πυκνότητα των νετρονίων,  $\rho_n$ , και την θερμοκρασία της ύλης  $T$  μέσω της εξίσωσης Saha

$$\frac{Y(A + 1, Z)}{Y(A, Z)} \propto \rho_n \exp\left(\frac{S_n(A + 1, Z)}{T}\right) \quad (2.20)$$

$S_n(A, Z)$  η ενέργεια διαχωρισμού ενός νετρονίου από το ισότοπο  $(A, Z)$ . Όμως, η r-διαδικασία πραγματοποιείται σε πυρήνες που έχουν την ίδια τιμή της  $S_n$  περίπου ίση με  $2 - 3 \text{ MeV}$  (εξαρτάται από την πυκνότητα των νετρονίων και την θερμοκρασία). Υποθέτοντας ότι έχουμε σταθερή ροή, θα επικρατούν συνθήκες  $\beta$ -ισορροπίας που περιγράφονται από την ισότητα

$$\lambda_\beta(Z - 1)Y(Z - 1) = \lambda_\beta(Z)Y(Z) \quad (2.21)$$

όπου  $\lambda_\beta(A, Z)$  παριστάνει τον ρυθμό  $\beta$ -διάσπασης του πυρήνα  $(A, Z)$  και  $Y(Z) = \sum_A Y(Z, A)$ , είναι η συνολική αφθονία του στοιχείου  $Z$ , ίση με το άθροισμα των αφθονιών όλων των ισοτόπων του συγκεκριμένου στοιχείου, και

$$\lambda_\beta(Z) = \frac{\sum_A \lambda_\beta(Z, A)Y(Z, A)}{Y(Z)} \quad (2.22)$$

είναι οι σταθμισμένες αφθονίες. Παρατηρούμε λοιπόν, ότι οι ολικές αφθονίες είναι αντιστρόφως ανάλογες των ολικών ρυθμών (ή ανάλογες του χρόνου ζωής) [25].



Επίσης, η συνολική αφθονία  $Y(Z)$ , μειώνεται κατά την διάρκεια της r-διαδικασίας λόγω των  $\beta^-$ -διασπάσεων, ενώ αυξάνεται εξαιτίας των  $\beta^+$ -διασπάσεων οπότε ισχύει [25]

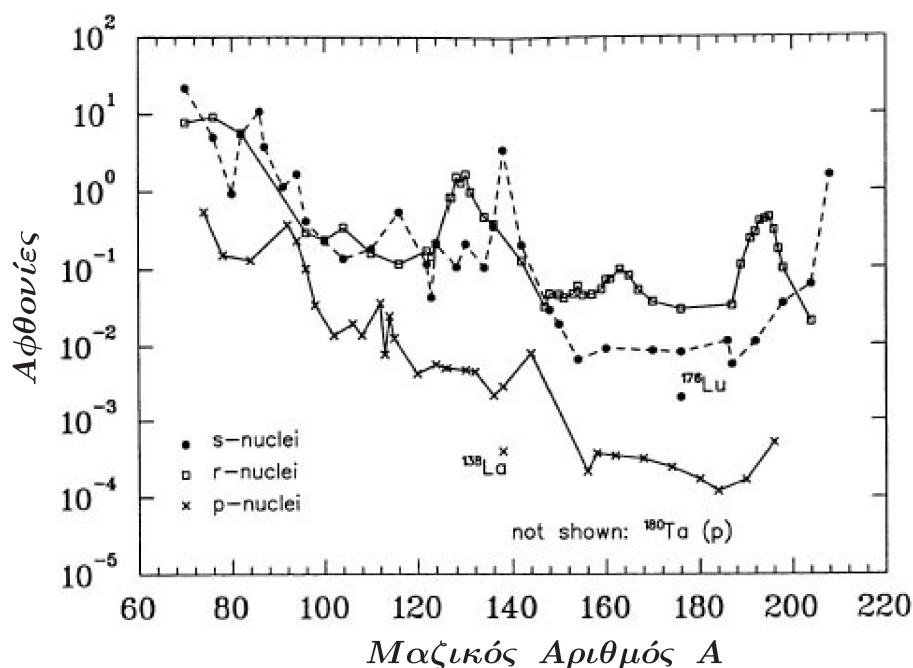
$$\frac{dY(Z)}{dt} = -\lambda_Z Y(Z) + \lambda_{Z-1} Y(Z-1). \quad (2.23)$$

Για συγκεκριμένο  $Z$ , υπάρχουν συνήθως ένας ή δύο πυρήνες που έχουν  $S_n$  συμβιβαστό με την r-διαδικασία. Αυτοί οι πυρήνες αποτελούν σταθμό της διαδικασίας καθώς θα πρέπει η διαδικασία να σταματήσει μέχρι να πραγματοποιηθεί η  $\beta$ -διάσπαση των πυρήνων και έπειτα να συνεχιστεί η πορεία προς άλλους πυρήνες. Με την σειρά του, αυτό σημαίνει, ότι οι πυρήνες με μαγικούς αριθμούς, έχουν πολύ μεγάλη απόδοση εξαιτίας της μικρής τιμής  $S_n$  και του μεγάλου χρόνου ζωής της  $\beta$ -αποδιέγερσης. Από τα ανωτέρω συμπεραίνουμε ότι στην r-διαδικασία κατέχουν ρόλο κλειδί η πυκνότητα νετρονίων,  $\rho_n$ , και η θερμοκρασία,  $T$  [25, 42]. Μέσω ποικίλων περιορισμών, βρίσκουμε ότι οι πυκνότητες νετρονίων κυμαίνονται στην περιοχή του  $\rho_n = 10^{22} - 10^{24} \text{ cm}^{-3}$  και η θερμοκρασία είναι περίπου  $T \simeq 10^9 \text{ K}$ .

### Η p-διαδικασία

Πριν κλείσουμε την παράγραφο αυτή θεωρούμε σκόπιμο να αναφέρουμε ότι η r- και η s-διαδικασία πυρηνοσύνθεσης δεν είναι οι μόνες υπεύθυνες για την παραγωγή των βαρέων στοιχείων. Στη φύση παρατηρούνται περίπου 30 σταθεροί, σπάνιοι πυρήνες που βρίσκονται στην περιοχή σταθερότητας πλούσιων σε πρωτόνια πυρήνων, οι οποίοι δεν είναι δυνατόν να παραχθούν μέσω της σύλληψης νετρονίων. Οι πυρήνες αυτοί πιθανότατα έχουν παραχθεί μέσω της σύλληψης πρωτονίων. Στην πορεία της εξέλιξης, σε κάποια συστήματα που τείνουν να φτάσουν σε κατάσταση NSE, απελευθερώνονται πρωτόνια τα οποία μπορούν να συλληφθούν από προϋπάρχοντες “πυρήνες-σπόρους” και να δημιουργηθούν έτσι οι p-πυρήνες [3]. Εναλλακτικά, κατά την διάρκεια του ‘παγώματος’ τα ελεύθερα πρωτόνια συλλαμβάνονται από τους “πυρήνες-σπόρους” στην περιοχή του σιδήρου και στην συνέχεια, οι  $\beta^+$ -αντιδράσεις μπορούν να επιτρέψουν και περαιτέρω συλλήψεις πρωτονίων παράγοντας ισότοπα με μεγαλύτερες μάζες.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, οι συλλήψεις πρωτονίων, απαιτούν πολύ υψηλές συνθήκες θερμοκρασιών και πυκνοτήτων οι οποίες δεν συναντώνται εύκολα ακόμα και στο εσωτερικό των αστέρων. Αναφέρουμε όμως ότι η δημιουργία των p-πυρήνων μπορεί να πραγματοποιείται και μέσω ποικίλων αντιδράσεων διάσπασης και συγκεκριμένα, όταν οι προϋπάρχοντες r- και s-πυρήνες εκτεθούν σε υψηλές θερμοκρασίες. Τότε διάφορες πυρηνικές αντιδράσεις τείνουν να οδηγήσουν τις αφθονίες σε κατάσταση NSE. Οι πρώτες αντιδράσεις που πραγματοποιούνται είναι οι  $(\gamma, n)$  αντιδράσεις, οι οποίες παράγουν αρκετά πλούσιους σε πρωτόνια πυρήνες. Όταν οι πυρήνες γίνουν αρκετά πλούσιοι σε πρωτόνια, τότε ενδέχεται να συμβεί μια σειρά από  $(\gamma, p)$  και  $(\gamma, \alpha)$  αντιδράσεις. Με τον τρόπο αυτό ο πυρήνας αρχίζει να ‘λιώνει’ προς τον σίδηρο. Εάν οι θερμοκρασία πέσει αρκετά γρήγορα, το σύστημα δεν φτάνει



Σχήμα 2.3: Οι αφθονίες των s-, r- και p-πυρήνων του ηλιακού συστήματος. Μόνο τα ισότοπα των οποίων το 90% ή και περισσότερο της συνολικής τους παραγωγής προέρχονται από τις απλές διαδικασίες παρουσιάζονται στο Σχήμα. Τα δεδομένα έχουν ληφθεί από τις Εργασίες [44] και [45].

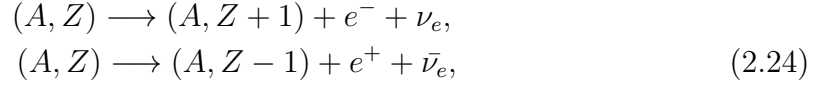
στην NSE κατάσταση, και το ‘λιώσιμο’ δεν ολοκληρώνεται αφήνοντας μια αφθονία πυρήνων πλούσιων σε πρωτόνια (p-πυρήνες) [3].

Πρόσφατα βρέθηκε ότι πλούσια σε πρωτόνια ύλη μπορεί να παραχθεί σε όλες τις εκρήξεις σουπερνόβα μέσω μιας πρωταρχικής διαδικασίας (primary process) όπου οι “πυρήνες-σπόροι” μπορούν να παραχθούν την ίδια στιγμή χωρίς να προϋπάρχουν, διαδικασία η οποία είναι στενά συνδεδεμένη με την παρουσία νετρίνων και για τον λόγο αυτό είναι γνωστή σαν νρ-διαδικασία (νρ-process) [4, 43].

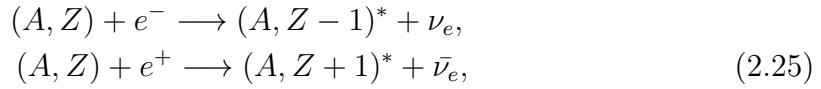
Στο Σχήμα 2.3 παρουσιάζονται οι αφθονίες των πυρήνων που δημιουργούνται μέσω των ανωτέρων διαδικασιών. Παρατηρούμε ότι, οι αφθονίες των p-πυρήνων είναι πολύ μικρότερες από τις αντίστοιχες αφθονίες των πυρήνων που προέρχονται από τις s- και r- διαδικασίες. Ο πληθυσμός των πυρήνων μέσω της s-διαδικασίας, δείχνει ότι η κατανομή των αφθονιών των πυρήνων, παρουσιάζει κάποια μέγιστα κοντά στους μαζικούς αριθμούς  $A = 87, 138,$  και  $208$ . Αντίστοιχα, τα μέγιστα που προκύπτουν μέσω της r-διαδικασίας βρίσκονται κοντά στους πυρήνες με  $A = 80, 130$  και  $195$  (για περισσότερες πληροφορίες βλέπε [3]).

## 2.6 Οι Ασθενείς διαδικασίες σε αστρικό περιβάλλον

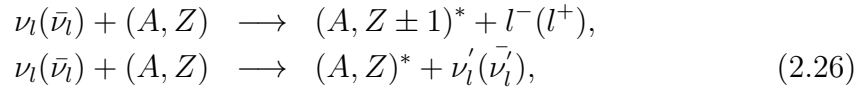
Είναι γνωστό ότι οι πυρηνικές διαδικασίες  $\beta$ -διάσπασης ( $\beta^-$  και  $\beta^+$ ),



η σύλληψη ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου ( $e^\pm$ -σύλληψη) από πυρήνες,



καθώς και οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, φορτισμένου και αφόρτιστου ρεύματος,



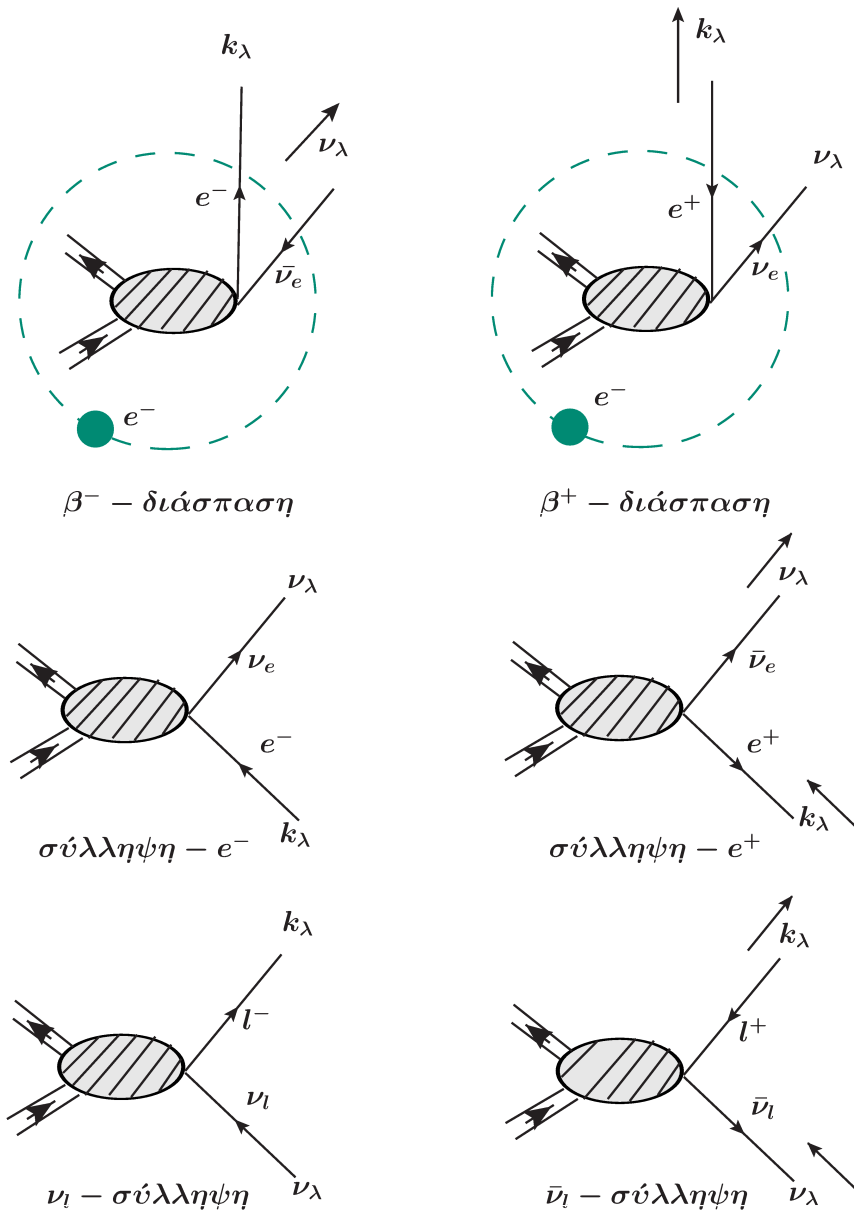
αποτελούν πολύ σημαντικές διαδικασίες για την μελέτη των θεμελιωδών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων, την κατανόηση των τελικών φάσεων της αστρικής εξέλιξης ενός μαζικού αστέρα, καθώς και για την έκρηξη σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς (core-collapse supernova). Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζονται διαγραμματικά οι αντιδράσεις αυτές με τις κινηματικές παραμέτρους κάθε μιας (4-ορμή).

Στη σύγχρονη έρευνα υπάρχει έντονο ενδιαφέρον για την μελέτη των ανωτέρω ηλεκτρασθενών διαδικασιών, όταν λαμβάνουν χώρα στο περιβάλλον ενός αστέρα όπου επικρατούν υψηλές τιμές πυκνοτήτων και θερμοκρασιών. Υπό αυτές τις συνθήκες ( $T \geq 10^9$  K), οι αντιδράσεις που προκαλούνται από ισχυρές ηλεκτρομαγνητικές (HM) δυνάμεις βρίσκονται σε χημική ισορροπία, και η σύνθεση της ύλης δίνεται από την κατάσταση NSE [9]. Σημαντική φυσική ποσότητα στις συνθήκες αυτές αποτελεί ο λόγος του αριθμού των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια,  $Y_e$  (σε  $mol/g$ ), ο οποίος θα πρέπει να ικανοποιεί τους περιορισμούς

$$\sum_k \frac{Z_k}{A_k} X_k = Y_e, \quad \sum_k X_k = 1 \quad (2.27)$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλα τα πυρηνικά στοιχεία που εμφανίζονται στην ύλη,  $Z_k$  είναι ο αριθμός των πρωτονίων,  $A_k$  ο μαζικός αριθμός και  $X_k$  είναι το κλάσμα της μάζας του κάθε ισότοπου (στοιχείου) [9].

Στις ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις (2.24) - (2.26) που λαμβάνουν χώρα κάτω από τις προαναφερθείσες αστρικές συνθήκες, κυριαρχούν οι μεταπτώσεις Gamow-Teller (GT) και Fermi (F). Λεπτομέρειες των μεταβάσεων αυτών παρουσιάζονται στην Ενότητα 2.6.3 και στο Παράρτημα Δ'. Αν και πολύ νωρίς (1979), ο Bethe [46], αναγνώρισε την σπουδαιότητα των (GT) μεταβάσεων στην μελέτη της  $e^-$ -σύλληψης, ακόμα και σήμερα οι ανωτέρω δύο τύποι μεταπτώσεων χρησιμοποιούνται για την



Σχήμα 2.4: Σχηματική αναπαράσταση ασθενών ημιλεπτονικών αντιδράσεων.

εκτίμηση των ολικών ρυθμών των ασθενών αντιδράσεων του Σχ. 2.4 σε αστρικό περιβάλλον [9, 47–49].

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες λαμβάνει χώρα στο υψηλής πυκνότητας περιβάλλον του αστρικού πυρήνα όπου η ενέργεια Fermi (ή ισοδύναμα το χημικό δυναμικό) του αερίου των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων είναι αρκετά υψηλή ώστε να υπερκαλύψει το ενεργειακό κατώφλι (οφείλεται στις αρνητικές  $Q$ -τιμές) των αντιδράσεων που συμβαίνουν στο εσωτερικό των αστέρων. Αυτή η υψηλή ενέργεια

Fermi ευνοεί υπερβολικά έντονους ρυθμούς  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες μειώνοντας τον λόγο ηλεκτρονίων προς πρωτόνια,  $Y_e$  [47,48]. Κατά συνέπεια, η ισοτοπική σύνθεση του αστρικού πυρήνα μετατοπίζεται προς βαρύτερους πυρήνες, πλούσιους σε νετρόνια (για πυκνότητες  $\rho \geq 10^{10} \text{ g/cm}^3$  κυριαρχούν πυρήνες με  $N > 40$ ) [8,9,49].

Τα τελικά αυτά στάδια της εξέλιξης των συμπαγών αστέρων επηρεάζονται έντονα από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις που καθορίζουν μεταξύ άλλων φυσικών παρατηρήσιμων μεγεθών (π.χ. την εντροπία του πυρήνα), τον λόγο  $Y_e$ , στον προ-σουπερνόβα αστέρα. Προφανώς, η διαδικασία  $e^-$ -σύλληψης μειώνει τον αριθμό των διαθέσιμων ηλεκτρονίων, ενώ η  $\beta$ -διάσπαση είναι ανταγωνιστική, δηλαδή συνεισφέρει στην αντίθετη κατεύθυνση. Οι διαδικασίες (2.24) και (2.25) παράγουν νετρίνα (ή αντινετρίνα) χαμηλών ενεργειών, σε αντίθεση με την ανελαστική αντίδραση νετρίνου-πυρήνα που λαμβάνει χώρα στους υπερκαινοφανείς αστέρες, τα οποία για  $\rho \leq 10^{11} \text{ g/cm}^3$  διαφεύγουν από τον αστέρα, μεταφέροντας ενέργεια από τον αστρικό πυρήνα. Αυτός είναι ένας αποτελεσματικός μηχανισμός ψύξης του αστέρα [8,47,48]. Με τον τρόπο αυτό, η εντροπία του συστήματος παραμένει χαμηλή, ευνοώντας την  $e^-$ -σύλληψη από πυρήνες έναντι της σύλληψης από ελεύθερα πρωτόνια και νετρόνια. Τα νετρίνα που εκπέμπονται μέσω των ανωτέρω αντιδράσεων μεταφέρουν πολλές χρήσιμες πληροφορίες από το εσωτερικό του αστέρα και για τον λόγο αυτό, η ανίχνευσή τους (συνήθως από υπόγεια, υποθαλάσσια και υπο-πάγια πειράματα) αποτελεί χρήσιμη μέθοδο εξερεύνησης των μαζικών αστέρων [18]. Το σήμα των εκπεμπόμενων νετρίνων από ενδο-Γαλαξιακές και εξω-Γαλαξιακές πηγές του Σύμπαντος ανιχνεύεται από σύγχρονους επίγειους ανιχνευτές [50,51].

Πρόσφατες μελέτες της αστρικής εξέλιξης υποδεικνύουν ότι η  $e^-$ -σύλληψη από πυρήνες και νουκλεόνια παίζουν σημαντικό ρόλο, τόσο στα αρχικά στάδια της κατάρρευσης των μαζικών αστέρων όσο και κατά την έκρηξη σουπερνόβα. Στις αρχικές συνθήκες ενός σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς ( $\rho \leq 10^{10} \text{ g/cm}^3$  και  $300 \text{ keV} \leq T \leq 800 \text{ keV}$ ), το χημικό δυναμικό  $\mu_e$ , είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την πυρηνική τιμή  $Q$  και η σύλληψη ηλεκτρονίων πραγματοποιείται από πυρήνες με  $A \leq 60$ . Σε υψηλότερες τιμές πυκνοτήτων και θερμοκρασιών ( $T \simeq 1 \text{ MeV}$ ), το χημικό δυναμικό έχει πολύ μεγαλύτερη τιμή από το  $Q$ , οπότε τα ηλεκτρόνια μπορούν να συλλαμβάνονται και από βαρύτερους πυρήνες,  $A \geq 65$ . Σε τέτοιο περιβάλλον, η σχετική πυκνότητα και οι χρονικές κλίμακες των αντιδράσεων είναι τέτοιες που τα νετρίνα εκπέμπονται μακριά, και έτσι οι αντιδράσεις που προκαλούνται από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις δεν βρίσκονται σε ισορροπία. Γίνεται λοιπόν, αντιληπτός ο σημαντικός ρόλος των ασθενών αλληλεπιδράσεων σε ένα τέτοιο περιβάλλον, αλλάζοντας τον λόγο  $Y_e$  και κατά συνέπεια την σύνθεση της ύλης.

Σε αστροφυσικό περιβάλλον, οι δύο κύριες συνεισφορές στην αφθονία των πυρηνικών στοιχείων που παρατηρούνται στο Σύμπαν, προέρχονται από τις εκρήξεις *supernova* τύπου *Ia* και *II* [2,9].

Ο τύπος *Ia* υπερκαινοφανούς, συνδέεται με τις θερμοπυρηνικές εκρήξεις σε ένα λευκό νάνο. Μάζα υδρογόνου, σε αρκετά μεγάλους ρυθμούς, εκτοξεύεται από έναν συνοδό αστέρα (*companion star*) στο διπλό σύστημα αστέρων, οδηγώντας σε μία σταθερή καύση του  $H$ , και του  $He$  στην επιφάνεια του αστέρα, και στην συνέχεια σε

ανεξέλεγκτες θερμοπυρηνικές αντιδράσεις. Το θερμό μέτωπο, κινείται προς τα έξω διασχίζοντας τον αστέρα, πυροδοτώντας έτσι την έκρηξή του. Στο στάδιο αυτό, η σύλληψη ηλεκτρονίων, πραγματοποιείται στο πυρωμένο μέτωπο, οδηγώντας σε πλούσια σε νετρόνια ύλη.

Ο τύπος II υπερκαινοφανούς, συνδέεται με την κατάρρευση του πυρήνα ενός μαζικού αστέρα ο οποίος γίνεται ασταθής όταν εξαντληθούν τα πυρηνικά του καύσιμα. Όπως αναφέρθηκε και στη παράγραφο 2.4 εάν η μάζα του πυρήνα ξεπεράσει την μάζα Chandrasekhar, ( $M_{ch}$ ), η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων δεν είναι ικανή να αντισταθμίσει την βαρυτική συστολή και έτσι ο αστέρας καταρρέει. Στα αρχικά στάδια της κατάρρευσης, τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνονται από πυρήνες στην περιοχή του νικελίου ( $Ni$ ), μειώνοντας έτσι τον λόγο  $Y_e$ . Καθώς τα νετρόνια συνεχίζουν να διαφεύγουν από τον αστέρα, η πίεση και η ενέργεια εκφυλισμού μειώνονται, επιταχύνοντας την κατάρρευση. Καθώς μειώνεται ο λόγος  $Y_e$ , οι αντιδράσεις  $\beta$ -διάσπασης γίνονται όλο και πιο σημαντικές και μπορούν να ανταγωνισθούν τις αντιδράσεις σύλληψης ηλεκτρονίων.

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, παίζει ουσιαστικό ρόλο στην δυναμική της κατάρρευσης ενός υπερκαινοφανούς αστέρα [20] στον οποίο επικρατούν υψηλές συνθήκες πυκνοτήτων και θερμοκρασιών, ικανές να διασφαλίζουν την επίτευξη πυρηνικής στατιστικής ισορροπίας (NSE). Για πυρήνες που ανήκουν στην ομάδα του Fe (iron group nuclear isotopes), λαμβάνοντας υπόψη τις πυρηνικές συσχετίσεις (nuclear correlations) και την επίδραση της θερμοκρασίας, σε αυτές τις συνθήκες επιτυγχάνεται μετακίνηση των νουκλεονίων (νετρονίων) από τον pf πυρηνικό φλοιό στον φλοιό sdg (για λεπτομέρειες βλέπε Κεφ. 6.4) [8, 52]. Με τον τρόπο αυτό οι μεταβάσεις GT παύουν να είναι απαγορευμένες όπως ήταν βάσει του Μοντέλου Ανεξάρτητων Σωματιδίων (IPM) [53–55]. Υπό αυτές τις συνθήκες η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες υπερτερεί έναντι της σύλληψης ηλεκτρονίων από ελεύθερα πρωτόνια [2, 8, 154] σε αντίθεση με ό,τι πίστευαν προηγουμένως.

Στην παρούσα Διδακτορική Διατριβή οι ρυθμοί  $e^-$ -σύλληψης και  $\beta$ -διάσπασης μελετώνται στα πλαίσια μιας βελτιωμένης μορφής της Προσέγγισης Τυχαίας Φάσης με Ημισωματίδια (QRPA), η οποία εφαρμόζεται για την κατασκευή όλων των προσβάσιμων τελικών ( διεγερμένων) καταστάσεων (λεπτομέρειες της μεθόδου δίνονται στο Κεφ. 3.5). Για την περιγραφή της βασικής κατάστασης προσδιορίζουμε τους αριθμούς κατάληψης των ενεργειακών επιπέδων απλού σωματιδίου από τη θεωρία BCS (βλέπε Κεφ. 3.4). Εστιάζουμε σε πυρήνες της περιοχής των μεσαίου βάρους πυρήνων (περίπου  $A = 40 - 100$ ) οι οποίοι είναι ιδιαίτερης σημασίας για επίγεια πειράματα και αποτελούν βασικά συστατικά του πυρήνα των υπερκαινοφανών αστέρων.

### 2.6.1 Ενεργές διατομές και ρυθμοί των ασθενών αντιδράσεων

Όπως προαναφέρθηκε, ο λόγος (ηλεκτρονίων ανά βαρυόνια)  $Y_e$  είναι σημαντική ποσότητα για την κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες και του

σημαντικού ρόλου που παίζουν σε αυτές οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Η μελέτη αυτή μπορεί να γίνει μέσω προσομοιώσεων των τελικών καταστάσεων και της φάσης έκρηξης ενός μαζικού αστέρα. Σημαντικό στοιχείο επιτυχούς αστρικής προσομοίωσης αποτελεί ένα ρεαλιστικό ενεργειακό φάσμα των εξερχόμενων νετρίνων [8–10] τα οποία κατά την διάρκεια της φάσης κατάρρευσης (collapse phase), παράγονται μέσω της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες και από ελεύθερα πρωτόνια. Έτσι, αρχικά για την επιτυχή λειτουργία των προσομοιώσεων αυτών, θα πρέπει να προσδιορισθούν οι ρυθμοί των ανωτέρω αντιδράσεων, δηλαδή οι ποσότητες

$$R_p = Y_p \lambda_p, \quad R_N = \sum_i Y_i \lambda_i \quad (2.28)$$

όπου το άθροισμα λαμβάνεται πάνω σε όλα τα πυρηνικά ισότοπα που εμφανίζονται στον αστέρα. Στους υπολογισμούς των ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες,  $R_N$ , απαιτείται η γνώση της πυρηνικής σύστασης (αφθονίας) του αστέρα καθώς και οι αντίστοιχοι ρυθμοί σύλληψης  $\lambda_i$  για κάθε πυρηνικό ισότοπο της αστρικής σύνθεσης ξεχωριστά. Αυτό αποτέλεσε και ένα από τα κίνητρά μας στην παρούσα έρευνα, δηλαδή να προσφέρουμε (εμπλουτίσουμε) την τράπεζα δεδομένων με ενεργές διατομές και ρυθμούς  $\lambda_i$ . Στο Κεφάλαιο 6 υπολογίζονται αναλυτικά οι ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων από συγκεκριμένους πυρήνες που παίζουν ενεργό ρόλο στην κατάρρευση του αστέρα κάτω από τις αντίστοιχες αστρικές συνθήκες. Οι υπολογισμοί αυτοί μπορούν να χρησιμοποιηθούν στις προαναφερθείσες προσομοιώσεις, υπολογισμού του  $R_N$ .

Οι υπολογισμοί των ρυθμών  $R_N$  των Εξ. (2.28) πρέπει να πραγματοποιηθούν σε μεγάλο εύρος των παραμέτρων θερμοκρασίας,  $T$ , και πυρηνικής πυκνότητας,  $\rho$ , που επικρατούν στον μελετούμενο αστέρα. Έτσι, για ένα συγκεκριμένο ισότοπο (γνωστής αφθονίας στον αστέρα που μελετάμε), κύριος στόχος της μελέτης μας, αποτέλεσε ο υπολογισμός των ρυθμών  $e^-$ -σύλληψης (ή των αντίστοιχων ενεργών διατομών),  $\lambda$ , από διάφορα πυρηνικά ισότοπα (βλέπε Κεφ. 6) ο οποίος υπεισέρχεται στον υπολογισμό του γινομένου  $Y \cdot \lambda$ . Παρόμοιοι υπολογισμοί των ρυθμών  $e^-$ -σύλληψης σε μερικά πυρηνικά ισότοπα καθώς και του αντίστοιχου φάσματος εξερχόμενων νετρίνων έχουν πραγματοποιηθεί και από άλλους ερευνητές [8–10] χρησιμοποιώντας το μοντέλο φλοιών μεγάλης κλίμακας (large scale shell model). Στην μελέτη μας για τέτοιους υπολογισμούς χρησιμοποιούμε μια εξελιγμένη μορφή της QRPA (βλέπε Κεφ. 3).

### 2.6.2 Υπολογισμοί Ρυθμών Γεγονότων Ασθενών Αντιδράσεων

Ένας από τους κύριους στόχους μας στην παρούσα μελέτη είναι να υπολογίσουμε τις ενεργές διατομές (ή τους ρυθμούς γεγονότων) της ασθενούς αντίδρασης  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες και να γενικεύσουμε την μέθοδο αυτή ώστε να περιλαμβάνει όλες τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις που προαναφέρθηκαν [Εξ. (2.24)-(2.26)]. Για

πρώτη φορά, ο προσδιορισμός των ρυθμών σύλληψης (υπό αστρικές συνθήκες), των διαδικασιών  $e^-$ -σύλληψης,  $e^+$ -σύλληψης και  $\beta^\pm$ -διασπάσεων (διαδικασίες που παίζουν σημαντικό ρόλο στην αστρική πυρηνοσύνθεση), έγινε από τους Fuller, Fowler και Newman [53–55].

Οι ρυθμοί γεγονότων για αυτές τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις δίνονται από την έκφραση:

$$\lambda^\alpha = \frac{\ln 2}{K} \sum_i \frac{(2J_i + 1)e^{-E_i/(kT)}}{G(A, Z, T)} \sum_j B_{ij} \Phi_{ij}^\alpha \quad (2.29)$$

όπου τα αθροίσματα ως προς  $i, j$  περιλαμβάνουν όλες τις καταστάσεις του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα, αντίστοιχα. Ο δείκτης  $\alpha$  αναφέρεται στις διαδικασίες  $\beta^+$ ,  $\beta^-$ ,  $ec$  (electron capture) ή  $pc$  (positron capture) [9]. Η σταθερά  $K$  (γνωστή σαν  $ft$ -τιμή) μπορεί να προσδιοριστεί από τις επιτρεπτές μεταβάσεις Fermi (συνήθως χρησιμοποιείται η τιμή  $K = 6146 \pm 6s$ ) και η  $G(Z, A, T)$  παριστάνει την συνάρτηση επιμερισμού του μητρικού πυρήνα, η οποία δίνεται μέσω της σχέσης  $G(Z, A, T) = \sum_i \exp(-E_i/(kT))$ . Η ποσότητα  $B_{ij}$ , είναι γνωστή σαν ανηγμένη πιθανότητα μετάβασης, ο υπολογισμός της οποίας παρουσιάζεται στην Ενότητα 2.6.3 [9].

Το ολοκλήρωμα στον χώρο των φάσεων  $\Phi_{ij}^\alpha$  σε κάθε μία από τις ανωτέρω ασθενείς διεργασίες υπολογίζεται από τις εκφράσεις

$$\Phi_{ij}^{ec} = \int_{w_l}^{\infty} wp(Q_{ij} + w)^2 F(Z, w) S_e(w) (1 - S_\nu(Q_{ij} + w)) dw \quad (2.30)$$

$$\Phi_{ij}^{\beta^+} = \int_1^{Q_{ij}} wp(Q_{ij} - w)^2 F(-Z + 1, w) (1 - S_p(w)) (1 - S_\nu(Q_{ij} - w)) dw \quad (2.31)$$

$$\Phi_{ij}^{\beta^-} = \int_1^{Q_{ij}} wp(Q_{ij} - w)^2 F(Z + 1, w) (1 - S_e(w)) (1 - S_\nu(Q_{ij} - w)) dw \quad (2.32)$$

$$\Phi_{ij}^{pc} = \int_{w_l}^{\infty} wp(Q_{ij} + w)^2 F(-Z, w) S_p(w) (1 - S_\nu(Q_{ij} + w)) dw \quad (2.33)$$

όπου  $w$  είναι η ολική ενέργεια (μάζα ηρεμίας και κινητική ενέργεια) του ηλεκτρονίου ή του ποζιτρονίου και  $p = \sqrt{w^2 - 1}$  είναι η ορμή (αμφότερα σε μονάδες  $m_e c^2$ ). Η ολική ενέργεια  $Q_{ij}$  που είναι διαθέσιμη στην  $\beta$ -διάσπαση (σε μονάδες  $m_e c^2$ ) ισούται με:

$$Q_{ij} = \frac{1}{m_e c^2} (M_p - M_d + E_i - E_j) \quad (2.34)$$

όπου  $M_p, M_d$  είναι οι πυρηνικές μάζες του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα αντίστοιχα, ενώ  $E_i, E_j$  είναι η ενέργεια διέγερσης της αρχικής και τελικής κατάστασης. Στα ολοκληρώματα στο χώρο των φάσεων, εμφανίζεται το  $w_l$  που ισούται με την ολική ενέργεια (ηρεμίας και κινητική) κατωφλίου, στην περίπτωση της σύλληψης ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων. Για την τιμή  $Q_{ij}$  στην αντίστοιχη εκπομπή ηλεκτρονίων (ή ποζιτρονίων) έχουμε  $w_l = 1$  εάν  $Q_{ij} > -1$ , και  $w_l = |Q_{ij}|$  εάν  $Q_{ij} < -1$ .



Τέλος,  $S_e, S_p$  και  $S_\nu$  παριστάνουν τις συναρτήσεις κατανομής για τα ηλεκτρόνια, ποζιτρόνια και νετρίνα, αντίστοιχα.

Σε αστρικές συνθήκες που μας ενδιαφέρει, τα ηλεκτρόνια περιγράφονται καλά μέσω της κατανομής Fermi-Dirac, με θερμοκρασία  $T$  και χημικό δυναμικό  $\mu$  ως

$$S_e = \frac{1}{\exp[(E_e - \mu_e)/(kT)] + 1}. \quad (2.35)$$

Αντίστοιχα, η κατανομή των ποζιτρονίων δίνεται ανάλογα θέτοντας  $\mu_p = -\mu_e$ . Σε συνθήκες supernova, οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παρουσία πυρήνων (με  $A = 45 - 65$ ) λαμβάνουν χώρα σε τέτοιες πυκνότητες, όπου τα νετρίνα μπορούν να διαφύγουν από τον αστέρα ανεπηρέαστα. Εκεί, δεν υπάρχει 'μπλοκάρισμα' των νετρίνων στο χώρο φάσης δηλαδή,  $S_\nu = 0$ .

Για λόγους πληρότητας δίνουμε την σχέση που συνδέει το χημικό δυναμικό,  $\mu_e$ , με την πυκνότητα  $\rho$  που είναι:

$$\rho Y_e = \frac{1}{\pi^2 N_A} \left( \frac{m_e c}{\hbar} \right)^3 \int_0^\infty (S_e - S_p) p^2 dp \quad (2.36)$$

όπου  $N_A$  είναι ο αριθμός Avogadro. Κλείνοντας, αναφέρουμε ότι ο όρος  $F(Z, w)$  που εμφανίζεται στις Εξ. (2.30)- (2.33) είναι η γνωστή συνάρτηση Fermi η οποία λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση Coulomb στην κυματοσυνάρτηση των ηλεκτρονίων και ποζιτρονίων (λεπτομέρειες της συνάρτησης Fermi παρουσιάζονται στο Παράρτημα Α'.3).

### 2.6.3 Υπολογισμός των συνεισφορών Gamow-Teller και Fermi τελεστών στις ενεργές διατομές

Προσεγγιστικοί υπολογισμοί των ενεργών διατομών της  $e^-$ -σύλληψης και της πυρηνικής  $\beta$ -διάσπασης γίνονται λαμβάνοντας υπόψη μόνον τις μεταβάσεις Fermi (F) και Gamow-Teller (GT) (επιτρεπτές μεταβάσεις) του θυγατρικού πυρήνα. Εκτός από τον προσδιορισμό της πυρηνικής δομής, μια κατάλληλη περιγραφή των δύο αυτών ειδών μετάβασης (ειδικά του τύπου GT στους πυρήνες), επηρεάζει ευθέως την πληροφορία που λαμβάνουμε για τα πρώτα στάδια της κατάρρευσης του αστρικού πυρήνα σε υπερκαινοφανείς αστέρες τύπου II. Όπως θα δούμε (βλέπε [9, 47-49]) οι ρυθμοί  $e^-$ -σύλληψης κυριαρχούνται από τις μεταβάσεις F και GT, καθώς και τις πρώτης και δεύτερης τάξης απαγορευμένες μεταβάσεις (βλέπε Παράρτημα Δ'), οι οποίες συνεισφέρουν στους ρυθμούς της  $e^-$ -σύλληψης στο περιβάλλον ενός υπερκαινοφανούς.

Σε παλαιότερες μελέτες δίνεται ιδιαίτερη έμφαση στις κυρίαρχες,  $\lambda = 1^+$  και  $\lambda = 1^-$  μεταβάσεις, οι οποίες στην προσέγγιση μεγάλου μήκους κύματος ( $q \rightarrow 0$ ) κυριαρχούνται από τους τελεστές F, ( $\tau_\pm$ ), και GT, ( $\sigma\tau_\pm$ ), αντίστοιχα. Στα πλαίσια της μεθόδου QRPA η εξάρτηση των τελεστών (Πολικός και Αξονικός) από τη μεταφερόμενη ορμή υπεισέρχεται μέσω των σφαιρικών συναρτήσεων Bessel [56-58].

Αξίζει να αναφέρουμε ότι η απλή RPA μέθοδος είναι αρκετά κατάλληλη για την περιγραφή των μεταβάσεων Fermi (F) και Gamow-Teller (GT) καθώς και πρώτων απαγορευμένων μεταβάσεων που συνεισφέρουν στις ολικές ενεργές διατομές όλων των ημιλεπτονικών αντιδράσεων. Ωστόσο, η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την μεταφερόμενη ορμή περιγράφεται πιο σωστά στα πλαίσια της μεθόδου QRPA και του μοντέλου φλοιών μεγάλης κλίμακας (large scale shell model). Στα πλαίσια της μεθόδου QRPA όπως έχει γίνει και σε άλλες διαδικασίες [56–58] εκτελούνται ολοκληρωμένοι υπολογισμοί χρησιμοποιώντας όλους τους πολυπολικούς τελεστές, οπότε προκύπτουν όλες οι δυνατές διεγερμένες καταστάσεις [9, 47, 59].

Έτσι, στην περίπτωση των F και GT μεταβάσεων, οι ποσότητες που συνεισφέρουν άμεσα είναι οι ανηγμένες πιθανότητες μετάβασης  $B(F)_{ij}$  και  $B(GT)_{ij}$  αντίστοιχα, οι οποίες υπολογίζονται βάσει των σχέσεων

$$B(F)_{ij} = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle j || \sum_k t_{\pm}^k || i \rangle \right|^2, \quad B(GT)_{ij} = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle j || \sum_k t_{\pm}^k \sigma^k || i \rangle \right|^2. \quad (2.37)$$

Οι ποσότητες αυτές, είναι χρήσιμες για τον υπολογισμό του ρυθμού γεγονότων καθώς υπεισέρχονται στην Εξ. (2.29) μέσω της έκφρασης  $B_{ij}$  η οποία ορίζεται ως:

$$B_{ij} = B(F)_{ij} + (g_A/g_V)_{eff}^2 B(GT)_{ij}. \quad (2.38)$$

Στο σημείο αυτό, σημειώνουμε ότι για την σύγκριση των θεωρητικών αποτελεσμάτων των ανηγμένων πιθανοτήτων μετάβασης με τα αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα, χρειάζεται να πολλαπλασιαστούν τα πλάτη GT με έναν επιπλέον συντελεστή μείωσης (quenching) με τυπική τιμή 0.6 [9, 47, 48]. Έτσι, στην Εξ. (2.38) η ποσότητα  $(g_A/g_V)_{bare}^2$  αντικαθίσταται με την αντίστοιχη  $(g_A/g_V)_{eff}^2$  για την οποία ισχύει

$$\left( \frac{g_A}{g_V} \right)_{eff} = 0.74 \left( \frac{g_A}{g_V} \right)_{bare}. \quad (2.39)$$

όπου  $(g_A/g_V)_{bare} = -1.254$ . Στην παρούσα μελέτη υιοθετούμε το ανωτέρω φαινόμενο μείωσης του  $(g_A/g_V)$  (βλέπε Κεφ. 4, 5 και 6).

Ένας έλεγχος αξιοπιστίας των αποτελεσμάτων όταν χρησιμοποιούμε υπολογισμούς πυρηνικής δομής [τις κατανομές των τελεστών F και GT,  $(\tau_{\pm}, \sigma \cdot \tau_{\pm})$ ], σε αντιδράσεις μεταβολής φορτίου στον πυρήνα στόχο μπορεί να γίνει μέσω της αναπαραγωγής των αθροιστικών κανόνων Ikeda [60, 61] για τον μητρικό πυρήνα (με Z πρωτόνια και N νετρόνια). Σύμφωνα με τους κανόνες αυτούς θα πρέπει να ισχύει:

$$\sum_{ij} B(F^-)_{ij} - \sum_{ij} B(F^+)_{ij} = (N - Z) \quad (2.40)$$

$$\sum_{ij} B(GT^-)_{ij} - \sum_{ij} B(GT^+)_{ij} = 3(N - Z) \quad (2.41)$$

όπου οι ποσότητες  $B(F_{\pm})$  και  $B(GT_{\pm})$  αναπαριστούν όπως αναφέραμε προηγουμένως τα ανηγμένα στοιχεία πίνακα μεταπτώσεων F τύπου και GT τύπου, αντίστοιχα όπως υπολογίζονται από την πυρηνική μέθοδο υπολογισμού.

### Η υπόθεση Brink

Μία συνήθη προσέγγιση που εφαρμόζεται κατά την μελέτη των ρυθμών των ασθενών αντιδράσεων καθώς και των αντίστοιχων ενεργών διατομών τους, είναι ο αναλυτικός υπολογισμός μόνο των πιο πιθανών μεταβάσεων, θεωρώντας ότι ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται είτε στην βασική είτε σε κάποια διεγερμένη κατάσταση χαμηλής ενέργειας. Με το σκεπτικό αυτό, πολλοί συγγραφείς για το πρώτο άθροισμα της Εξ. (2.29) θεώρησαν καταστάσεις του μητρικού πυρήνα μέχρι περίπου  $E_\delta \approx 3 \text{ MeV}$ . Η συνεισφορά των καταστάσεων υψηλότερης ενέργειας (είναι σχετικά μικρή συγκρινόμενη με τις υπόλοιπες) αγνοήθηκε.

Για την περιγραφή της κατανομής του πλάτους πιθανότητας οποιασδήποτε διεγερμένης κατάστασης του μητρικού πυρήνα εφαρμόζεται η προσέγγιση γνωστή σαν υπόθεση Brink. Σύμφωνα με την υπόθεση αυτή η συνεισφορά μιας διεγερμένης κατάστασης του μητρικού πυρήνα,  $B(GT)_{ij}$  με  $|i\rangle \neq g.s.$ , είναι σε πολύ καλή προσέγγιση ίση με εκείνη της θεμελιώδους κατάστασης μετατοπισμένης κατά την ενέργεια διέγερσης της κατάστασης αυτής [6, 9, 47, 62]. Πιο συγκεκριμένα, αν θεωρήσουμε π.χ. ότι  $S_0(E)$  παριστάνει την GT κατανομή του θυγατρικού πυρήνα βασίζομενη στην θεμελιώδη κατάσταση (ground state) του μητρικού πυρήνα, τότε η κατανομή  $S_i(E)$  που βασίζεται στην διεγερμένη κατάσταση του μητρικού πυρήνα με ενέργεια διέγερσης  $E_i$  είναι η ίδια με την  $S_0(E)$ , υπολογισμένη στην μετατοπισμένη μόνο κατά  $E_i$  ενέργεια δηλαδή την ενέργεια  $E + E_i$  [9]:

$$S_0(E) = S_i(E + E_i). \quad (2.42)$$

Η εφαρμογή της Brink hypothesis δεν είναι καλή προσέγγιση σε χαμηλές θερμοκρασίες και πυκνότητες όπου οι ρυθμοί γεγονότων είναι ευαίσθητοι σε μεταπτώσεις χαμηλής ενέργειας. Είναι όμως ικανοποιητική σε υψηλότερες πυκνότητες και θερμοκρασίες όπου αρκετά ηλεκτρόνια υψηλής ενέργειας είναι ικανά να φτάσουν αποτελεσματικά το κεντροειδές centroid της GT κατανομής του θυγατρικού πυρήνα.



## Κεφάλαιο 3

---

# Περιγραφή της πυρηνικής δομής

### 3.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, δίνεται ιδιαίτερη προσοχή στην περιγραφή της δομής των πυρήνων. Αρχικά μέσα από μια σύντομη επισκόπηση των πυρηνικών μεθόδων που χρησιμοποιούνται στην σύγχρονη έρευνα των ημιλεπτονικών αντιδράσεων, παρουσιάζονται τα βασικά χαρακτηριστικά εφαρμογής των μοντέλων αυτών στις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων. Στη συνέχεια, περιγράφεται πιο λεπτομερειακά η μέθοδος που υιοθετήσαμε στην παρούσα έρευνα, για τον υπολογισμό των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων. Η μέθοδος αυτή είναι μια βελτιωμένη έκδοση της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματίδια (Quasi-Particle Random Phase Approximation, QRPA) που χρησιμοποιήθηκε στο Κεφ. 4 για την μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων από πυρηνικά συστήματα, στο Κεφ. 5 για την μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες σε συνθήκες εργαστηρίου και στο Κεφ. 6 όπου μελετήθηκε η  $e^-$ -σύλληψη υπό αστρικές συνθήκες.

Η ρεαλιστική περιγραφή της δομής του πυρήνα είναι απαραίτητη για λεπτομερή μελέτη των ασθενών αλληλεπιδράσεων παρουσία σύνθετων πυρήνων [63]. Η πολυπλοκότητα του προβλήματος στην εν λόγω περιγραφή, έγκειται στο γεγονός της ύπαρξης πολλών νουκλεονίων στον πυρήνα. Έτσι, στην μελέτη της πυρηνικής δομής είναι απαραίτητη η χρήση κατάλληλης προσεγγιστικής μεθόδου. Στο τέλος του Κεφαλαίου αυτού, παραθέτουμε αναλυτικά τα αποτελέσματα ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής και συζητώνται οι παράμετροι της μεθόδου μας που χρησιμοποιήθηκαν προκειμένου να αποκτήσουμε την απαραίτητη αξιοπιστία εφαρμογής της στην μελέτη αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που αποτελεί και το κύριο στόχο της παρούσας διατριβής.

## 3.2 Μοντέλα Μελέτης της Πυρηνικής Δομής

Τις τελευταίες δεκαετίες, η μελέτη της πυρηνικής δομής γίνεται με χρήση διαφόρων πυρηνικών μεθόδων. Ένα από τα πρώτα μοντέλα ήταν αυτό της υγρής σταγόνας (liquid drop model) που αναπτύχθηκε, κατ' αναλογία με το αντίστοιχο μοντέλο της υδροστατικής με σημαντικότερα αποτελέσματα της εφαρμογής του την διαμόρφωση του ημι-εμπειρικού τύπου μάζας των Bethe και Weizacker (χρησιμοποιείται ευρέως ακόμα και σήμερα στην Αστροφυσική). Ο τύπος αυτός περιέχει ένα πλήθος όρων καθένας των οποίων έχει ειδική εξάρτηση από τη μάζα, το φορτίο και τον αριθμό των νετρονίων του πυρήνα. Εξελεγκμένες μορφές του μοντέλου αυτού χρησιμοποιούνται σήμερα σε μελέτες σχάσης καθώς η πολυπλοκότητά της κάνει την εφαρμογή άλλων μικροσκοπικών μεθόδων εξαιρετικά δύσκολη.

Από φυσικής άποψης, οι διάφορες μορφές του μοντέλου υγρής σταγόνας, είναι χρήσιμες στην πρόβλεψη των ιδιοτήτων συστημάτων πολλών σωματιδίων, όπως είναι οι μεσαίου βάρους πυρήνες που μελετάμε στην εργασία αυτή. Πολλά πειράματα έδειξαν ότι, κάθε νουκλεόνιο συμπεριφέρεται σχεδόν σαν ανεξάρτητο σωματίδιο κάτω από την ισχυρή αλληλεπίδρασή του με τα υπόλοιπα, την οποία αισθάνεται σαν μέση δύναμη (κεντρική δύναμη). Όταν ένα άλλο νουκλεόνιο πλησιάζει τότε τούτο σχεδιάζεται λόγω της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου μικρής απόστασης. Επιπλέον τα πειράματα έδειξαν ότι η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι της τάξης μεγέθους του πυρήνα, έτσι δεν περιμένει κανείς τα νουκλεόνια να έρχονται κοντά συχνά. Στα πλαίσια αυτά μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τα νουκλεόνια του πυρήνα βρίσκονται μέσα σε ένα μέσο πεδίο δυναμικού που δημιουργείται από όλα τα υπόλοιπα νουκλεόνια. Στην αρχή αυτή, στηρίζεται το μοντέλο ανεξαρτήτου σωματιδίου (independent particle model) (IPM), για την τελική διαμόρφωση του οποίου οι Mayer και Jensen τιμήθηκαν το 1963 με το βραβείο Νόμπελ. Το μέσο πεδίο πυρηνικού δυναμικού είναι ανάλογο με εκείνο της ατομικής φυσικής και ερμηνεύει ένα πλήθος ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής.

Το επόμενο σημαντικό βήμα από πυρηνικής απόψεως ήταν η ερμηνεία των ιδιοτήτων του μέσου πεδίου από τη βασική γνώση της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου. Στην ατομική φυσική, το πρόβλημα του δυναμικού Coulomb επιλύθηκε χρησιμοποιώντας την μέθοδο Hartree-Fock (HF). Όμως απλή εφαρμογή τέτοιων ιδεών στους πυρήνες δεν είναι εφικτή λόγω της παρουσίας των ισχυρών δυνάμεων. Σήμερα είναι διαθέσιμος ένας μεγάλος αριθμός από εξελεγκμένες μεθόδους όπως, το πυρηνικό μοντέλο φλοιών (nuclear shell model), η προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA), η μέθοδος της συνεχούς RPA (CRPA) με χρήση συναρτήσεων Green, η μέθοδος CRPA με χρήση σχηματικής αλληλεπίδρασης (Skryme) και άλλες, οι οποίες δίνουν πιο ακριβή αποτελέσματα. Όμως, οι μέθοδοι αυτές είναι μέθοδοι υψηλών υπολογιστικών απαιτήσεων και μπορούν να εφαρμοσθούν σχετικά εύκολα σε ελαφρείς και μεσαίου βάρους πυρήνες. Τελευταία έχουν αναπτυχθεί βελτιωμένες μορφές των ανωτέρω μεθόδων (π.χ. large-scale shell model, QRPA) οπότε είναι δυνατή ακριβής περιγραφή ακόμα και στην περιοχή των βαρέων πυρήνων.

Τα προαναφερθέντα μοντέλα, συνήθως χρησιμοποιούνται για τη μελέτη τόσο

των ιδιοτήτων της βασικής κατάστασης ενός πυρήνα (HF μέθοδος) όσο και των διεγερμένων καταστάσεων των θυγατρικών τους πυρήνων (RPA μέθοδος). Όμως, σε εφαρμογές πυρηνικών αντιδράσεων, απαιτείται ακριβής πρόβλεψη όλου του φάσματος των πυρηνικών διεγέρσεων απλού σωματιδίου (single particle excitations), αλλά και των πολύ σημαντικών συλλογικών πυρηνικών διεγέρσεων (collective nuclear excitations). Για την περιγραφή διεγέρσεων απλού σωματιδίου, το μοντέλο φλοιών είναι το καταλληλότερο μοντέλο, ενώ για την περιγραφή των συλλογικών διεγέρσεων, οι διάφορες μορφές της RPA είναι πιο ακριβείς. Σήμερα γίνεται ευρεία χρήση του μοντέλου φλοιών μεγάλης κλίμακας (large scale shell model), όπου κάνοντας χρήση ενεργών αλληλεπιδράσεων και χώρο μοντέλου με αδρανή καρδιά, καθίσταται δυνατή η εφαρμογή του και σε σχετικά βαρείς πυρήνες. Τούτο υποβοηθείται και από την εξέλιξη των υπολογιστών, οι οποίοι επιτρέπουν διαγωνιοποίηση τεράστιων πινάκων.

Στην παρούσα εργασία, για τη μελέτη ασθενών αντιδράσεων μεταβολής πυρηνικού φορτίου σε μια ομάδα ισοτόπων μέσου βάρους χρησιμοποιείται η μέθοδος pn-QRPA η οποία ενσωματώνει και χαρακτηριστικά του απλού σωματιδίου επιπλέον των συλλογικών διεγέρσεων. Τα πλεονεκτήματα εφαρμογής της θα συζητηθούν σε επόμενες παραγράφους.

### 3.3 Ρεαλιστικοί Υπολογισμοί Πυρηνικής Δομής

Στην πυρηνική φυσική σε μία προσεγγιστική περιγραφή του ατομικού πυρήνα όπου τα νουκλεόνια του ( $N$  νετρόνια,  $Z$  πρωτόνια) αλληλεπιδρούν ισχυρώς μεταξύ τους ενώ στα πρωτόνια ασκείται επιπρόσθετα και η ηλεκτρομαγνητική δύναμη Coulomb, οι πυρηνικές δυνάμεις μπορούν να περιγραφούν χωρίς να λαμβάνονται υπόψη οι μεσονικοί και οι κουάρκ βαθμοί ελευθερίας. Στην προσέγγιση των ημισωματίων, τα ισχυρώς αλληλεπιδρώντα  $A$  νουκλεόνια περιγράφονται σαν σύστημα ασθενώς αλληλεπιδρώντων ημισωματίων όπου η πυρηνική Χαμιλτονιανή, με κινητική ενέργεια  $T$  και δυναμική ενέργεια  $V$ , γράφεται:

$$H = T + V = \sum_{i=1}^A t(\mathbf{r}_i) + \sum_{ij}^A v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \quad (3.1)$$

όπου  $t_i$  οι συντεταγμένες του  $i$  νουκλεονίου και  $v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j)$  η ισχυρή αλληλεπίδραση των νουκλεονίων  $i$  και  $j$ . Διαχωρίζοντας τον όρο της αδιατάραχτης Χαμιλτονιανής,  $H_0$ , και τον όρο της αναπομένουσας αλληλεπίδρασης (residual interaction),  $V_{RES}$ , η ολική Χαμιλτονιανή παίρνει την μορφή:

$$H = \sum_{i=1}^A (t(\mathbf{r}_i) + U(\mathbf{r}_i)) + \left( \sum_{ij}^A v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \sum_{i=1}^A U(\mathbf{r}_i) \right) = H_0 + V_{RES}. \quad (3.2)$$

όπου, επειδή η εναπομένουσα αλληλεπίδραση  $V_{RES}$  είναι αρκετά μικρή, μπορεί να εφαρμοστεί η θεωρία διαταραχών και να γραφεί ως:

$$V_{RES} = V - \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i) = \sum_{i,j=1}^A v(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) - \sum_{i=1}^A v(\mathbf{r}_i). \quad (3.3)$$

Στην μελέτη μας, για την περιγραφή του ισχυρού πυρηνικού πεδίου θεωρούμε ένα κεντρικό δυναμικό Woods-Saxon (μέσο πεδίο) το οποίο περιγράφει κατά το βέλτιστο τρόπο το συνολικό αποτέλεσμα της περιβάλλουσας πυρηνικής ύλης (λεπτομέρειες παρουσιάζονται στην Ενότητα 3.1).

Για την περιγραφή της εναπομένουσας ισχυρής αλληλεπίδρασης δύο νουκλεονίων χρησιμοποιούμε το δυναμικό Bonn-CD (δυναμικό ανταλλαγής ενός μεσονίου, one meson exchange potential). Στην παρούσα μελέτη, η εναπομένουσα αλληλεπίδραση του δυναμικού Bonn-CD όπως θα δούμε παρακάτω λαμβάνεται υπόψη, στις εξής δύο φάσεις:

(i) Κατά την λύση των εξισώσεων BCS όπου για την βασική κατάσταση ενός συστήματος  $A$  νουκλεονίων, η αλληλεπίδραση ζεύγους νουκλεονίων υπολογίζεται αρχικά με δυναμικό Bonn-CD (συνδυασμούς του τύπου  $[j^2; J = 0]$ ). Στη συνέχεια, η απαραίτητη ανακανονικοποίηση για το μελετώμενο πυρηνικό σύστημα  $(A, Z)$ , πραγματοποιείται μέσω των παραμέτρων ζεύγους για πρωτόνια,  $g_{pair}^p$ , και για νετρόνια,  $g_{pair}^n$ , ξεχωριστά. Οι παράμετροι αυτές προσδιορίζονται με τέτοιο τρόπο ώστε να αναπαράγουν επιτυχώς τα εμπειρικά ενεργειακά χάσματα  $\Delta_p(n)$ , αντίστοιχα.

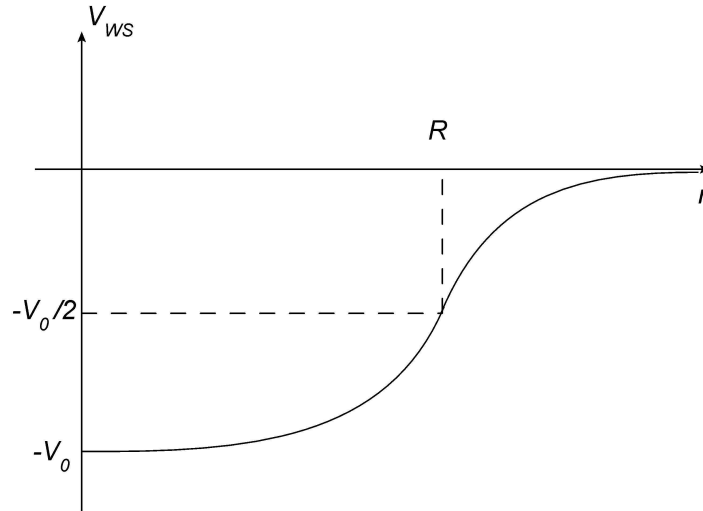
(ii) Κατά την λύση των εξισώσεων QRPA. Το δυναμικό δύο σωματιών Bonn-CD, υπεισέρχεται στην κατασκευή των πινάκων  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$  των οποίων η διαγωνιοποίηση προσδιορίζει τις διεγερμένες καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα, μέσω των παραμέτρων  $g_{ph}$  (particle-hole) για το κανάλι σωματίου-οπής, και  $g_{pp}$  (particle-particle) για το κανάλι αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου. Χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους αυτές, γίνεται η ανακανονικοποίηση της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης για τον υπό μελέτη πυρήνα.

### 3.3.1 Το Δυναμικό Woods-Saxon

Σε πρώτη προσέγγιση, τα συστατικά ενός πυρήνα (πρωτόνια και νετρόνια) μπορούν να θεωρηθούν ως ανεξάρτητα σωματίδια που έλκονται προς το πυρηνικό κέντρο από την ισχυρή πυρηνική κεντρική δύναμη. Αυτή η έλξη, όπως αναφέρθηκε, μπορεί να περιγραφεί από ένα μέσο πεδίο (π.χ. δυναμικό αρμονικού ταλαντωτή, δυναμικό Woods-Saxon, κλπ.) [65–68]. Στην μελέτη μας, για την κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα, αρχικά θεωρούμε ένα δυναμικό τύπου Woods-Saxon το οποίο περιλαμβάνει έναν όρο που εκφράζει την διόρθωση Coulomb και έναν που λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση σπιν-τροχιάς [65–68]. Το δυναμικό αυτό είναι της μορφής:

$$V(r) = V_{central}(r) - V_{so}(r) + V_c(r) \quad (3.4)$$





Σχήμα 3.1: Απεικόνιση του δυναμικού Woods-Saxon, με την παράμετρο  $V_0$  να δείχνει το βάθος του δυναμικού,  $R$  είναι η πυρηνική ακτίνα και  $\alpha$  η σταθερά πάχους του επιφανειακού φλοιού του πυρήνα.

(ανάλογο με εκείνου της ατομικής φυσικής) και ερμηνεύει πλήθος ιδιοτήτων της βασικής κατάστασης του πυρήνα. Το κεντρικό δυναμικό στην Εξ. (3.4), δυναμικό Woods-Saxon, δίνεται από την έκφραση:

$$V_{central}(r) = \frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{r-R}{\alpha}\right]}, \quad (3.5)$$

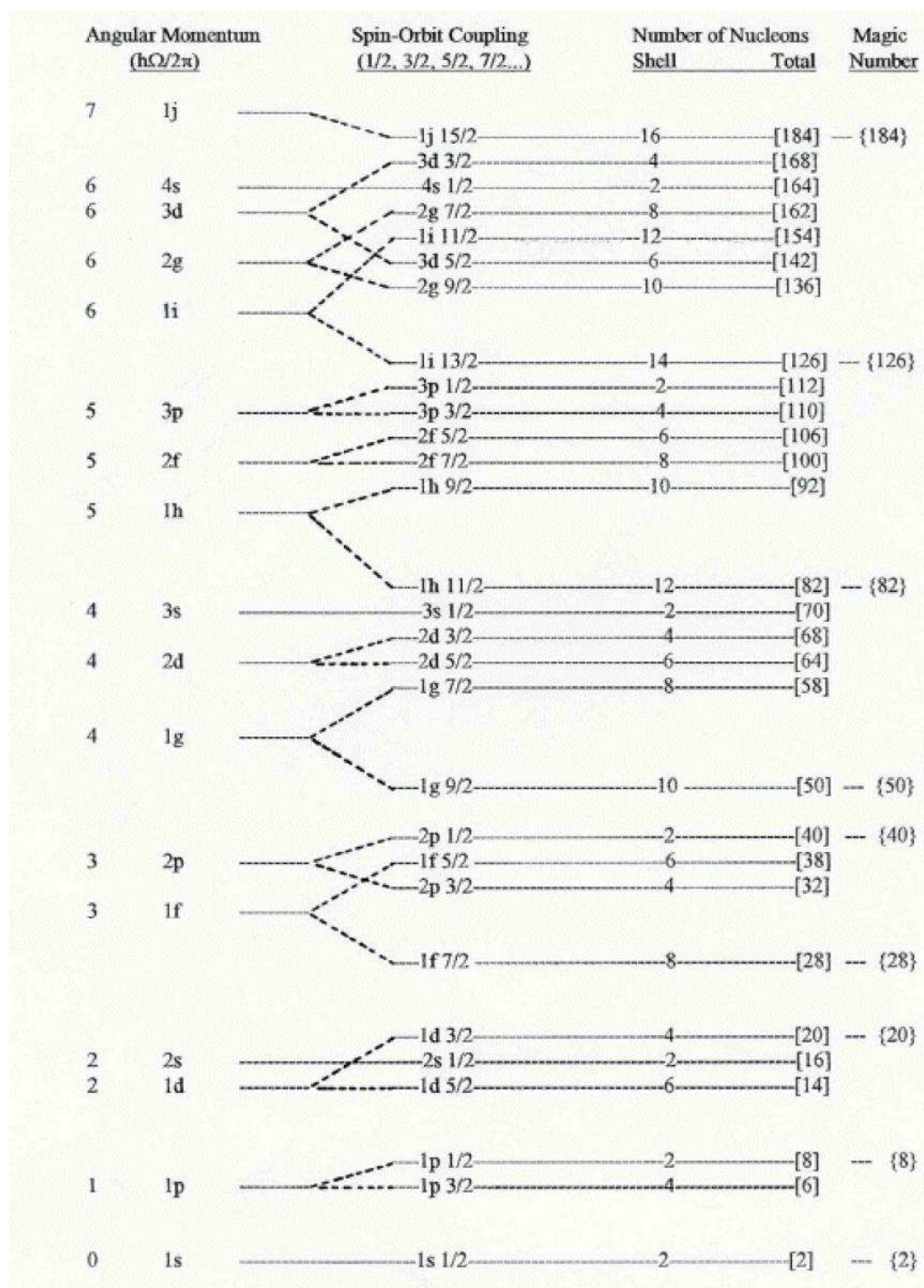
όπου  $V_0$  είναι η γνωστή παράμετρος βάθους (διαφορετική για πρωτόνια ή νετρόνια),  $R$  είναι η πυρηνική ακτίνα και  $\alpha$  η παράμετρος πάχους του επιφανειακού φλοιού του πυρήνα (surface-thickness, surface diffuseness parameter). Στο Σχήμα 3.1 δίνεται η απεικόνιση του δυναμικού Woods-Saxon.

Επειδή, το κεντρικό δυναμικό μόνο του, δεν αναπαράγει την πειραματικά παρατηρούμενη συμπεριφορά των μονοσωματιδιακών ενεργειών κρίθηκε αναγκαία η εισαγωγή του όρου (βλέπε Σχ. 3.2) αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς. (δεύτερος όρος της Εξ. (3.4)) ανάλογος του γινομένου  $(\mathbf{L} \cdot \mathbf{S})$  ο οποίος δίνεται από την σχέση:

$$V_{so}(r) = \left(\frac{\hbar}{m_n c^2}\right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{V_s}{1 + e^{(r-R_s)/\alpha_s}}\right) \mathbf{L} \cdot \mathbf{S}. \quad (3.6)$$

Ο τρίτος όρος της Εξ. (3.4) που περιλαμβάνει την αλληλεπίδραση Coulomb μεταξύ των πρωτονίων, παράγεται θεωρώντας μία ομογενώς φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $R_c$  και δίνεται από την εξίσωση:

$$V_c(r) = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{2R_c} \left[3 - \left(\frac{r}{R_c}\right)^2\right], & r \leq R, \\ \frac{(Z-1)e^2}{r}, & r > R \end{cases} \quad (3.7)$$



Σχήμα 3.2: Μονοσωματιακά ενεργειακά επίπεδα που προκύπτουν με χρήση δυναμικού αρμονικού ταλαντωτή, ενός μέσου πεδίου Woods-Saxon και του δυναμικού σύζευξης σπιν-τροχιάς (Σχήμα από το 'Elementary Theory of Nuclear Shell Structure' [64]).

Οι τιμές των παραμέτρων  $V_0$ ,  $V_s$ ,  $R$ ,  $R_s$  που χρησιμοποιούνται στους υπολογισμούς μας στην παρούσα εργασία είναι ίδιες με εκείνες της ομάδας του Παν/μίου IOWA [69]. Η παραμετροποίηση έχει ως ακολούθως:

$$V_{0n} = -53.3 + 27.0 \frac{(N - Z)}{A}$$

$$V_{0p} = -53.3 - 27.0 \frac{(N - Z)}{A} - 0.4 \frac{Z}{A^{1/3}}$$

και  $\alpha = 0.65$ ,  $R = 1.25$ . Αντίστοιχα οι παράμετροι του δυναμικού ισχυρής αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς είναι  $R_s = 1.25$ ,  $\alpha_s = 0.47$  και  $V_s = 15.0$ . Ο κώδικάς μας, είναι εφοδιασμένος την δυνατότητα χρήσης και άλλων γνωστών παραμετροποιήσεων όπως (i) την Bohr-Motelson [70] (ii) την Bertch [71] και (iii) την Tanaka [65] (σε υπέρβαρους πυρήνες).

## 3.4 Περιγραφή της Βασικής Κατάστασης του Πυρήνα

### 3.4.1 Η Θεωρία BCS για τον πυρήνα

Τα νουκλεόνια του πυρήνα παρουσιάζουν την τάση να συζευγνούνται ώστε να προκύπτει μηδενική ολική στροφορμή. Η σημασία του φαινομένου αυτού στην πυρηνική φυσική αγνοούνταν για δεκαετίες μέχρι που το 1950 η Mayer την χρησιμοποίησε για να εξηγήσει το γεγονός ότι άρτιοι-άρτιοι πυρήνες έχουν ολικό σπίν μηδέν, ενώ οι περιττοί πυρήνες έχουν ολικό σπίν ίσο με το σπιν του τελευταίου μη-συζευγμένου σωματίου. (Λίγο αργότερα ο Flowers (1952) και οι Racoli και Talmi (1952) να εισήγαγαν το σύστημα seniority για την περιγραφή της σύζευξης στην πυρηνική φυσική).

Στην κατανόηση του φαινομένου σύζευξης βοήθησε πολύ η θεωρία της υπεραγωγιμότητας καθώς και η πλήρης ομοιότητα μεταξύ των ιδιοτήτων της υπερρευστότητας του  $He$  και της υπεραγωγιμότητας των μετάλλων (αποτελούσε τότε μυστήριο). Ήταν κατανοητό ότι οι ιδιότητες της υπερρευστότητας του  $He$  οφειλόταν στην μποζονική φύση των ατόμων του παρ' ότι τούτο βρίσκεται σε αντίθεση με τον φερμιονικό χαρακτήρα των ηλεκτρονίων στα μέταλλα. Η απάντηση ήρθε από τον Cooper (1956), ο οποίος έδειξε ότι δύο φερμιόνια με αντίθετα σπίν έλκουν το ένα το άλλο σχηματίζοντας μια δέσμια κατάσταση με μηδενικό σπίν και το ζεύγος συμπεριφέρεται σαν ένα μποζόνιο. Η αρχική θεωρία BCS για την υπεραγωγιμότητα βασίστηκε στην ύπαρξη μιας ελκτικής αλληλεπίδρασης ανάμεσα σε δύο ηλεκτρόνια η οποία οδηγεί στην δημιουργία ζευγών ηλεκτρονίων (Cooper pairs). Ένα τέτοιο ζεύγος, έχει μικρότερη ενέργεια απ' ό,τι τα δύο ηλεκτρόνια ξεχωριστά, και επομένως, με τον σχηματισμό ζευγών ηλεκτρονίων, η κανονική κατάσταση ενός αγωγού μεταπίπτει σε υπεραγώγιμη με ολικό σπίν ζεύγους 0 ή 1.

Η ιδέα αυτή αποτέλεσε τη βάση ανάπτυξης (1957) της θεωρίας BCS της υπεραγωγιμότητας των Bardeen, Cooper και Schriffer. Η υιοθέτηση της θεωρίας BCS στην πυρηνική φυσική αναγνωρίστηκε και ολοκληρώθηκε σύντομα από τους Bohr, Wettelson και Pines (1958) και τον Belyaev (1959), εφαρμόστηκε στους πυρήνες και σύντομα έγινε ένα από τα καθιερωμένα μικροσκοπικά πρότυπα της πυρηνικής θεωρίας. Η θεωρία BCS μας παρέχει την ακριβή λύση του προβλήματος ιδιοτιμής, για διάφορα είδη αντιδράσεων μέσω της αρχής των μεταβολών (variational principle) δηλαδή την κυματοσυνάρτηση της βασικής κατάστασης του πυρήνα.

### 3.4.2 Η Θεωρία BCS στην Πυρηνική Φυσική

Σε αναλογία με την μέθοδο BCS που αναπτύχθηκε για τη βασική κατάσταση ενός υπεραγωγού, στην πυρηνική η βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα περιγράφεται σαν να βρίσκεται σε ένα είδος “υπεραγώγιμης φάσης” όπου όλα τα νουκλεόνια έχουν συζευχθεί ανά δύο σε μηδενική ολική στροφορμή (σχηματίζουν ζεύγη τα οποία συμπεριφέρονται σαν μποζόνια). Έτσι η βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα περιγράφεται ικανοποιητικά από μια BCS κυματοσυνάρτηση πολλών σωματιδίων της μορφής

$$|BCS\rangle = \prod_{k>0} (u_k + v_k c_k^\dagger c_{\bar{k}}^\dagger) |\text{core}\rangle \quad (3.8)$$

όπου ο τελεστής  $c_k^\dagger c_{\bar{k}}^\dagger$  δημιουργεί ένα ζεύγος όμοιων νουκλεονίων. Οι παράμετροι  $u_k$  και  $v_k$  αναπαριστούν το πλάτος πιθανότητας, με  $v_k^2$  ( $u_k^2$ ) να είναι οι πιθανότητες κατάληψης (μη-κατάληψης) ενός ζεύγους συζυγών καταστάσεων  $(k, \bar{k})$  [72, 73].

Οι πιθανότητες αυτές δεν είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους αλλά λόγω της κανονικοποίησης της (3.8), για κάθε μονοσωματιδιακή κατάσταση ισχύει

$$|u_k|^2 + |v_k|^2 = 1. \quad (3.9)$$

Δεδομένου ότι η κυματοσυνάρτηση BCS είναι ορισμένη κατά ένα παράγοντα φάσης, είναι πάντα δυνατόν να επιλέξουμε τους συντελεστές  $u_k$  και  $v_k$  να είναι πραγματικοί και θετικοί. Στην Εξ. (3.8) το γινόμενο διατρέχει μόνο τον μισό χώρο καταστάσεων ( $k > 0$ ) ο οποίος με τον συζυγή χώρο κατάσταση ( $\bar{k} < 0$ ) δημιουργεί ολόκληρο το μονο-σωματιδιακό χώρο. Σε μία βάση, για παράδειγμα αρμονικού ταλαντωτή είναι:

$$|k\rangle = |nljm\rangle \quad |\bar{k}\rangle = |nlj - m\rangle, \quad m > 0 \quad (3.10)$$

Ένα από τα μειονεκτήματα της βασικής κατάστασης BCS είναι ότι δεν έχει καθορισμένο αριθμό σωματιδίων (πολυσωματιδιακό σύστημα), δηλαδή δεν είναι ιδιοκατάσταση του τελεστή αριθμού σωματιδίων (number operator)

$$\hat{N} = \sum_k c_k^\dagger c_k \quad (3.11)$$

Στην παραπάνω εξίσωση όπου  $c^\dagger$  ( $c$ ) είναι οι τελεστές δημιουργίας (καταστροφής) για σημειακά σωμάτια. Έτσι χρησιμοποιώντας τους γραμμικούς μετασχηματισμούς Bogoliubov-Valatin (BV)

$$c_k^\dagger = u_k a_k^\dagger + v_k \tilde{a}_k, \quad \tilde{c}_k = u_k \tilde{a}_k - v_k a_k^\dagger \quad (3.12)$$

$$a_k^\dagger = u_k c_k^\dagger - v_k \tilde{c}_k, \quad \tilde{a}_k = u_k \tilde{c}_k + v_k c_k^\dagger \quad (3.13)$$

όπου οι  $a^\dagger$  ( $a$ ) είναι οι τελεστές δημιουργίας (καταστροφής) για ημισωματία [72, 73], είναι δυνατό να αναπαραστήσουμε την βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα με σωμάτια αλληλεπιδρώντα ανά ζεύγη, με μία αναπαράσταση στην οποία τα ημισωματία δεν αλληλεπιδρούν (εικόνα αερίου Fermi [74–76]). Το τελευταίο χαρακτηριστικό είναι πολύ πρακτικό σε πολλές περιπτώσεις με μοναδικό τίμημα ότι στους μετασχηματισμούς (BV) Εξ. (3.12) σαφώς, δεν διατηρείται πλέον ο αριθμός των σωματιδίων διότι οι σχέσεις (3.12), (3.13) αναμειγνύουν τελεστές δημιουργίας και καταστροφής [72]. Οι μετασχηματισμοί (BV) γράφονται σε μορφή πινάκων ως

$$\begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & v_\tau \\ -v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix}, \quad (3.14)$$

οι οποίοι αντιστρέφονται (ορθογώνιοι μετασχηματισμοί) ως

$$\begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & -v_\tau \\ v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

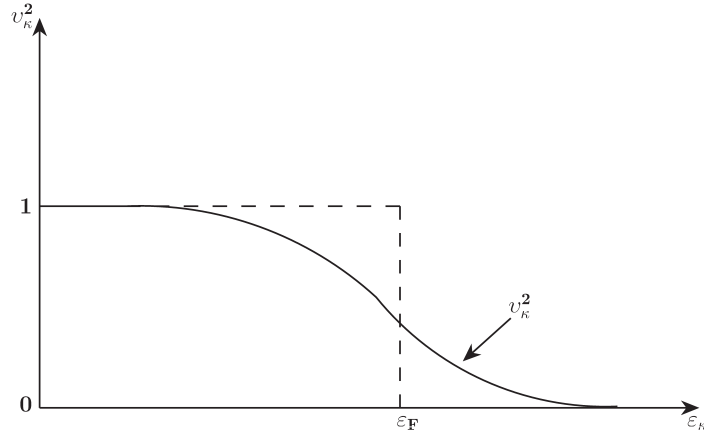
Επιπλέον, για τους τελεστές  $\tilde{c}$  και  $\tilde{a}$  ισχύει

$$\tilde{c}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} c_{J_\nu - m_\nu}, \quad \tilde{a}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} a_{J_\nu - m_\nu}. \quad (3.16)$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι οι τελεστές  $c_\nu^\dagger$  και  $a_\nu^\dagger$  μετασχηματίζονται σαν συναλλοίωτοι, ενώ οι τελεστές  $c_\nu$  και  $a_\nu$  μετασχηματίζονται σαν ανταλλοίωτοι. Όπως φαίνεται από και από τις Εξ. (3.14) και (3.15) οι τελεστές  $c_\nu^\dagger$ ,  $a_\nu^\dagger$  συζευγνύονται με τους χρονικά ‘κατοπτρικούς’ τελεστές  $\tilde{c}_\nu$  και  $\tilde{a}_\nu$ , οι οποίοι μετασχηματίζονται σαν συναλλοίωτοι ταυιστές.

Σύμφωνα με τη μέθοδο BCS, χρησιμοποιώντας και τους γραμμικούς μετασχηματισμούς (BV), κάθε τελεστής  $a_k^\dagger$  δημιουργεί ένα ημισωματίδιο στην κατάσταση  $|k\rangle$  (ένα νέο τύπο φερμιονίου, γενικευμένο φερμιόνιο, που είναι μερικώς σωμάτιο (partly particle) με πλάτος πιθανότητας  $u_k$  και μερικώς οπή (partly hole) με πλάτος πιθανότητας  $v_k$ ).

Αν επιλέξουμε το μηδέν της ενεργειακής κλίμακας να βρίσκεται πάνω στην ενέργεια Fermi, στην αδιατάραχτη κατάσταση θα έχουμε  $v_k^2 = 1$  όταν  $\epsilon_k < \epsilon_F$  και  $v_k^2 = 0$  όταν  $\epsilon_k > \epsilon_F$ . Η ύπαρξη της αλληλεπίδρασης όμως, διαφοροποιεί την κατάσταση αυτή, όπως παρουσιάζεται στο Σχήμα 3.3. Η διακεκομμένη γραμμή παρουσιάζει την αδιατάραχτη μεταβολή, ενώ η συνεχής γραμμή αναφέρεται στην περίπτωση παρουσίας διαταραχής. Σύμφωνα με τα παραπάνω, το κενό  $|BCS\rangle$  αποτελεί ένα κενό σωματίου-οπής και ο τελεστής δημιουργίας ημισωματίου  $a_\alpha^\dagger$  δημιουργεί ένα σωμάτιο πάνω από την επιφάνεια Fermi, ενώ ο τελεστής δημιουργίας ημισωματίου  $a_\beta^\dagger$  δημιουργεί μια οπή κάτω από την επιφάνεια Fermi.



Σχήμα 3.3: Η μεταβολή της πιθανότητας κατάληψης της τροχιάς  $v_k^2$  σαν συνάρτηση της  $\epsilon_k$  χωρίς ή με την παρουσία διαταραχής. Η διακεκομμένη γραμμή αντιστοιχεί στην αδιατάραχτη κατάσταση, ενώ η συνεχής αντιστοιχεί στην παρουσία διαταραχής.

### Η αρχή των μεταβολών στη θεωρία BCS

Σύμφωνα με τα παραπάνω, για ένα σύστημα πολλών σωμάτων, όπως είναι ένας άρτιος-άρτιος πυρήνας, η Χαμιλτονιανή χρησιμοποιώντας τους τελεστές δημιουργίας και καταστροφής (δεύτερη χβάντωση) μπορεί να πάρει τη μορφή

$$\hat{H} = \sum_{k_1, k_2 \leq 0} t_{k_1 k_2} c_{k_1}^\dagger c_{k_2} + \frac{1}{4} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4 \leq 0} \bar{u}_{k_1 k_2 k_3 k_4} c_{k_1}^\dagger c_{k_2}^\dagger c_{k_4} c_{k_3}, \quad (3.17)$$

όπου θεωρούμε ότι για τον τελεστή της κινητικής ενέργειας ισχύει  $T = \sum_{k_1, k_2} t_{k_1 k_2} c_{k_1}^\dagger c_{k_2}$ . Οι παράμετροι  $u$  και  $v$  μπορούν να προσδιοριστούν από την ελαχιστοποίηση της ενέργειας της βασικής κατάστασης

$$E = \langle BCS | \hat{H} | BCS \rangle. \quad (3.18)$$

Η μεταβολή της ενέργειας της βασικής κατάστασης πραγματοποιείται ξεχωριστά για πρωτόνια και νετρόνια και προσδιορίζεται με ελαχιστοποίηση της αναμενόμενης τιμής της Εξ. (3.18) με τον περιορισμό να ικανοποιείται η συνθήκη

$$\langle BCS | \hat{N} | BCS \rangle = 2 \sum_{k > 0} v_k^2 = N \quad (\text{ή } Z). \quad (3.19)$$

Δηλαδή η μέση τιμή του σωματιδιακού τελεστή  $\hat{N}$  να έχει την πραγματική τιμή των πρωτονίων  $Z$  και των νετρονίων  $N$ , αντίστοιχα. Το τελευταίο επιτυγχάνεται με εφαρμογή της μεθόδου πολλαπλασιαστών του Lagrange και γράφοντας

$$H' = H - \lambda \hat{N}, \quad (3.20)$$

όπου το  $\lambda$  προσδιορίζεται μέσω της συνθήκης (3.19) και ονομάζεται χημικό δυναμικό ή ενέργεια Fermi και εκφράζει την αύξηση της ενέργειας  $E$  εξαιτίας της μεταβολής του αριθμού των σωματιδίων (όταν ολοένα και περισσότερα σωματίδια προστίθενται)

$$\lambda = \frac{dE}{dN} = \frac{d}{dN} \langle BCS | H | BCS \rangle. \quad (3.21)$$

Γράφοντας την Χαμιλτονιανή του συστήματος συναρτήσει των BCS ημισωματιδίων παίρνουμε

$$H = H_0 + H_{11} + H_{20} + V_{res}. \quad (3.22)$$

(εδώ χρησιμοποιούμε τον γνωστό συμβολισμό, βλέπε π.χ. [72]) πέρα από την ελαχιστοποίηση της ενέργειας της βασικής κατάστασης, το πρόβλημα μεταβολής της BCS οδηγεί στην εξαφάνιση των όρων  $H_{20}$  και  $H_{02}$  της Χαμιλτονιανής. Αυτή η ιδιότητα, αντιστοιχεί στην έλλειψη διεγέρσεων των ημισωματιδιακών ζευγών κατά μήκος της επιφάνειας Fermi. Επιπλέον, καταδεικνύει την αποτελεσματικότητα των μετασχηματισμών (BV) από τη βάση του μέσου πεδίου στη βάση BCS, για την απορρόφηση της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης στη δομή της ημισωματιδιακής βασικής κατάστασης  $|BCS\rangle$ .

Σύμφωνα με την ανωτέρω ανάλυση, οδηγούμαστε στις παρακάτω εξισώσεις (εξισώσεις BCS)

$$2\tilde{\epsilon}_k u_k v_k + \Delta_k (v_k^2 - u_k^2) = 0 \quad k > 0, \quad (3.23)$$

όπου  $\tilde{\epsilon}_k$  οι μονοσωματιδιακές ενέργειες ημισωματίου που δίνεται από την έκφραση

$$\tilde{\epsilon}_k = \frac{1}{2} \left( t_{kk} + t_{\bar{k}\bar{k}} + \sum_{k' \leq 0} (\bar{v}_{kk'kk'} + \bar{v}_{\bar{k}\bar{k}'\bar{k}\bar{k}'} ) v_{k'}^2 \right) - \lambda. \quad (3.24)$$

Στην τελευταία εξίσωση περιλαμβάνεται και η ενέργεια ζεύγους (μονοπολικός όρος της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης).

Οι παράμετροι χάσματος (gap parameters)  $\Delta_k$  της Εξ. (3.23) για πραγματικά στοιχεία πίνακα δίνονται ως

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_{k'} v_{k'}, \quad (3.25)$$

(για λεπτομέρειες στους υπολογισμούς των ενεργειακών χασμάτων  $\Delta_k$  βλέπε Παράρτημα Β.1). Από τις εξισώσεις των ενεργειακών χασμάτων [77, 78]

$$\Delta_{p(n)}^k = \frac{g_{pair}^{p(n)}}{2[j_k]} \sum_{k'} [j_{k'}] \frac{\Delta_{k'}}{E_k^{p(n)}} \langle (kk)0 | \mathcal{G} | (k'k')0 \rangle, \quad (3.26)$$

(όπου  $\mathcal{G}$  εκφράζει την εναπομένουσα αλληλεπίδραση δύο σωματιδίων, όπου τα στοιχεία του πίνακα αυτού λαμβάνονται μέσω ειδικού κώδικα, ο οποίος επιλύει την εξίσωση Bethe-Goldstone χρησιμοποιώντας σαν input, δεδομένα σχέδασης νουκλεονίου-νουκλεονίου σε όλα τα κανάλια και  $[j_k] = \sqrt{2j_k + 1}$ ), λαμβάνουμε τα χάσματα

ζεύγους (pairing gaps) για τα πρωτόνια  $\Delta_p^k$  και τα νετρόνια  $\Delta_n^k$  μέσω της ανακανονικοποίησης των στοιχείων πίνακα ζεύγους πρωτονίων και νετρονίων της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης (residual interaction)  $\langle (kk)0|\mathcal{G}|(k'k')0\rangle$ , χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους  $g_{pair}^p$  και  $g_{pair}^n$ . Η ανακανονικοποίηση αυτή, είναι απαραίτητη καθώς αρχικά τα στοιχεία πίνακα  $\langle (kk)0|\mathcal{G}|(k'k')0\rangle$  της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης (Bonn-CD δυναμικό) υπολογίζεται για όλα τα ισότοπα με μαζικό αριθμό  $A$ . Η χαμηλότερη ενέργεια ημι-σωματιδίων που λαμβάνεται από τις εξισώσεις χάσματος (gap equations) προσδιορίζονται μέσω των παραμέτρων ζεύγους (pairing parameters)  $g_{pair}^{p(n)}$  της Εξ. (3.26) έτσι ώστε να αναπαραγάγουν τα πειραματικά (εμπειρικά) ενεργειακά χάσματα  $\Delta_{p,n}^{exp}$  που δίνονται μέσω της γνωστής σχέσης τριών σημείων (three point formula) [78]

$$\Delta_{p(n)}^{exp} = -\frac{1}{4} \left[ S_{p(n)}[(A-1, Z-1(Z))] - 2S_{p(n)}[(A, Z)] + S_{p(n)}[(A+1, Z+1(Z))] \right], \quad (3.27)$$

όπου  $S_p$  και  $S_n$  είναι οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού για πρωτόνια και νετρόνια αντίστοιχα του μητρικού πυρήνα  $(A, Z)$ , και των γειτονικών πυρήνων  $(A \pm 1, Z \pm 1)$  και  $(A \pm 1, Z)$ .

Για καθορισμένες τιμές των  $\tilde{\epsilon}_k$  ( $\tilde{\epsilon}_k^{p(n)} = \epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)}$ ) και  $\Delta_k$  οι εξισώσεις (3.9) και (3.23) οδηγούν στις εξισώσεις δευτέρου βαθμού για τα  $u_k^2$  και  $v_k^2$  με μόνες λύσεις τις

$$\begin{aligned} v_k^{2(p,n)} &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)}}{E_k^{p(n)}} \right], \\ u_k^{2(p,n)} &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)}}{E_k^{p(n)}} \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Το σύνολο των Εξ. (3.24), (3.26) και (3.28) καλούνται εξισώσεις BCS και επιλύονται με χρήση επαναληπτικών μεθόδων. Οι λύσεις των εξισώσεων αυτών προσδιορίζουν τα  $v_k$  και  $u_k$  καθώς και τις ενέργειες απλού ημισωματιδίου (single quasi-particle energies) [72, 78] ως:

$$E_k^{p(n)} = \sqrt{(\epsilon_k^{p(n)} - \lambda_{p(n)})^2 + \Delta_k^2} \quad (3.29)$$

όπου  $\Delta_k$ , τα θεωρητικά ενεργειακά χάσματα που αναφέρθηκαν προηγουμένως.

Τονίζουμε ότι, με τον ανώτερο τρόπο, στην προσέγγιση BCS εισάγονται οι πολύ σημαντικές δυνάμεις ζεύγους μεταξύ όμοιων σωματιδίων (δύο πρωτόνια,  $p$ , ή δύο νετρόνια,  $n$ ) μέσω της προσαρμογής των αντίστοιχων παραμέτρων χάσματος,  $g_{pair}^p$ , για πρωτόνια και  $g_{pair}^n$ , για νετρόνια. Οι αντίστοιχες ενέργειες δίνονται από την σχέση

$$E_{\tau} = \sqrt{(\epsilon_{\tau} - \lambda_{\tau})^2 + \Delta_{\tau}^2}, \quad \tau = p, n \quad (3.30)$$

όπου  $\epsilon_{\tau}$  είναι οι μονο-σωματιακές ενέργειες.



### 3.4.3 Αλληλεπίδραση ζεύγους

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, η βασική κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα περιγράφεται μέσω των εξισώσεων BCS σαν να βρίσκεται σε ένα είδος υπεραγωγίμης φάσης, όπου όλα τα νουκλεόνια έχουν συζευχθεί ανά δύο σε μηδενική ολική στροφορμή σχηματίζοντας ζεύγη τα οποία συμπεριφέρονται σαν μποζόνια. Τα νουκλεόνια σθένους ενός πυρήνα αισθάνονται μια ισχυρή ελκτική δύναμη που εξουδετερώνεται από την μικρής εμβέλειας συνιστώσα της αλληλεπίδρασης των νουκλεονίων. Αυτή η μικρής εμβέλειας έλξη αποτελεί τη δύναμη ζεύγους.

Η αλληλεπίδραση για ένα ζεύγος νουκλεονίων με  $J = 0$ , είναι πολύ πιο ισχυρή από ότι για τα ζεύγη με  $J \neq 0$ . Για τον λόγο αυτό μπορούμε να απλοποιήσουμε την αλληλεπίδραση σε ένα φλοιό  $j$  θεωρώντας ότι μόνο τα κανάλια με  $J = 0$  συνεισφέρουν. Αυτό εισηγείται τη χρήση μιας απλής σχηματικής αλληλεπίδρασης (simple schematic interaction) η οποία δρα μόνο για  $J = 0$  δισωματιδιακές καταστάσεις (αλληλεπίδραση ζεύγους) που παίρνει την μορφή

$$V_{pair} = -G \sum_{m, m' > 0} \alpha_m^\dagger \alpha_{\bar{m}}^\dagger \alpha_{\bar{m}'} \alpha_{m'} \quad (\alpha_m^\dagger \equiv \alpha_{jm}^\dagger). \quad (3.31)$$

όπου οι δείκτες  $\bar{m}$  αναφέρονται στις  $\mathcal{R}$ -συζηγείς μονοσωματιδιακές καταστάσεις που ορίζονται ως

$$\Psi_{j\bar{m}} \equiv e^{i\pi J_y} \Psi_{jm} = (-1)^{j+m} \Psi_{j-m}. \quad (3.32)$$

Οι  $\mathcal{R}$ -συζυγείς καταστάσεις  $\Psi_{j\bar{m}}$  γενικά παράγονται περιστρέφοντας την  $\Psi_{jm}$  κατά μία γωνία  $-\pi$  γύρω από τον άξονα  $y$ .

Επειδή όπως προαναφέραμε, η αλληλεπίδραση ζεύγους είναι μία ελκτική δύναμη μικρής εμβέλειας, η σταθερά  $G$  θα πρέπει να είναι θετική. Διαγωνιοποιώντας την παραπάνω Χαμιλτονιανή ζεύγους, για  $M = 0$ , η Χαμιλτονιανή θα αναπαρασταθεί με μορφή πίνακα ως:

$$V_{pair} = -G \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \dots \\ 1 & 1 & 1 \dots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 \dots \end{pmatrix}. \quad (3.33)$$

Τότε η ιδιοκατάσταση της χαμηλότερης τιμής παίρνει την μορφή

$$|\Psi_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{m>0} \alpha_m^\dagger \alpha_{\bar{m}}^\dagger |0\rangle = |(j^2); J=0, M=0\rangle \quad (3.34)$$

όπου  $\Omega = \frac{1}{2}(2j+1)$  είναι ο αριθμός των συζευγμένων καταστάσεων [73]. Η ενέργεια σε αυτή την κατάσταση με  $J = 0$  είναι ίση με

$$E_0 = -G\Omega \quad (3.35)$$

ενώ όλες οι υπόλοιπες ορθογώνιες δισωματιακές καταστάσεις  $|(j^2); J \neq 0\rangle$  έχουν μηδενική ενέργεια.

Ορίζοντας τον τελεστή δημιουργίας ζεύγους από την ισότητα

$$A^\dagger = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} \sum_{m>0} \alpha_m^\dagger \alpha_{\bar{m}}^\dagger \quad (3.36)$$

(αυτός δημιουργεί ένα ζεύγος μηδενικής σύζευξης) η αλληλεπίδραση ζεύγους παίρνει την μορφή

$$V_{pair} = -G\Omega A^\dagger A. \quad (3.37)$$

Από τις σχέσεις μετάθεσης έχουμε:

$$[A, A^\dagger] = 1 - \frac{N}{\Omega} \quad (3.38)$$

όπου  $N$  είναι ο τελεστής του αριθμού των σωματιδίων με

$$\hat{N} \equiv \sum_m \alpha_m^\dagger \alpha_m = \sum_{m>0} (\alpha_m^\dagger \alpha_m + \alpha_{\bar{m}}^\dagger \alpha_{\bar{m}}). \quad (3.39)$$

Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιούμε την σύμβαση σύμφωνα με την οποία στους συντελεστές δημιουργίας,  $c_\alpha^\dagger$ , και καταστροφής,  $c_\alpha$ , οι ελληνικοί δείκτες δηλώνουν όλους τους μονοσωματιδιακούς κβαντικούς αριθμούς, δηλαδή  $\alpha = \{a, m_a\}$  ενώ οι λατινικοί δείκτες δηλώνουν όλους τους κβαντικούς αριθμούς εκτός από το μαγνητικό δηλαδή,  $a = \{n_a, \ell_a, j_a\}$ .

### 3.5 Η μέθοδος QRPA για αντιδράσεις μεταβολής πυρηνικού φορτίου

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA). Επίσης, θα συνοψίσουμε τις εξισώσεις που χρησιμοποιούνται σε αντιδράσεις μεταβολής πυρηνικού φορτίου. Η QRPA έχει συζητηθεί εκτεταμένα στην βιβλιογραφία [57, 58, 72, 73, 79–85] και έχει αναπτυχθεί ο φορμαλισμός της για την περιγραφή αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων όπως η  $\beta$ -διάσπαση, η σύλληψη ηλεκτρονίων και άλλες, αλλά και για διαδικασίες διπλά φορτισμένου ρεύματος (double charge exchange transitions). Στις τελευταίες διαδικασίες διερευνώνται, οι μεταβάσεις από την βασική κατάσταση,  $|0^+\rangle$ , ενός άρτιου-άρτιου μητρικού πυρήνα  $(A, Z)$  στην βασική ή κάποια από τις διεγερμένες καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα  $(A, Z \pm 2)$ . Στην περίπτωση μας, εφαρμόσαμε την pp-QRPA για την μελέτη των διεγερμένων πυρηνικών καταστάσεων του παραγόμενου περιττού-περιττού πυρήνα στην μιονική σύλληψη (Κεφ. 4) καθώς και την σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες (Κεφ. 5 και Κεφ. 6).

Στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA, αρχικά ορίζουμε τους δύο ημι-φερμιονικούς τελεστές  $C^\dagger$ , δημιουργίας ζεύγους πρωτονίου-νετρονίου (proton-neutron pair creation operator) και  $\tilde{C}$  τον αντίστοιχο τελεστή καταστροφής (proton-neutron pair annihilation operator) ως:

$$\begin{aligned} C^\dagger(pnJM) &= [a_{j_p}^\dagger a_{j_n}^\dagger]_M^J \\ &= \sum_{m_p(m_n)} \langle j_p m_p j_n m_n | JM \rangle \alpha_{j_p m_p}^\dagger \alpha_{j_n m_n}^\dagger, \end{aligned} \quad (3.40)$$

και

$$C(pnJM) = [C^\dagger(pnJM)]^\dagger, \quad \tilde{C}(pnJM) = (-1)^{J+M} C(pnJ-M). \quad (3.41)$$

Οι παραπάνω τελεστές δημιουργίας και καταστροφής ζεύγους πρωτονίων-νετρονίων υπακούουν στις μποζονικές σχέσεις μετάθεσης.

Στη συνέχεια, ορίζουμε τον τελεστή συζευγμένης στροφορμής φωνονίων (angular-momentum-coupled phonon operator) ως:

$$Q_{JM}^{m\dagger} = \sum_{pn} [X_{(pn)J}^m C(pnJM) - Y_{(pn)J}^m C^\dagger(pnJM)], \quad (3.42)$$

όπου οι δείκτες  $p$  και  $n$  αναφέρονται στο πρωτόνιο και στο νετρόνιο αντίστοιχα, και το  $m$  απαριθμεί όλες τις καταστάσεις μιας συγκεκριμένης πολυπολικότητας  $J^\pi$ . Ο τελεστής αυτός δρώντας στο QRPA κενό,  $|\tilde{0}\rangle_{QRPA}$ , δημιουργεί την διέγερση  $|m\rangle \equiv |J_m^\pi\rangle$  δηλαδή,

$$|J_m^\pi M\rangle = Q_{J_m^\pi M}^{m\dagger} |\tilde{0}\rangle_{QRPA}. \quad (3.43)$$

Τα πλάτη  $X_{(pn)J}^m$  και  $Y_{(pn)J}^m$  που υπεισέρχονται στην Σχέση (3.42) ονομάζονται πλάτη σκέδασης για εμπροσθοσκέδαση και οπισθοσκέδαση αντίστοιχα, και υπολογίζονται με λύση του προβλήματος ιδιοτιμών QRPA, που σε μορφή πινάκων γράφεται ως:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ \mathcal{B} & \mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}, \quad (3.44)$$

όπου για τα προαναφερθέντα πλάτη ισχύει η σχέση κανονικοποίησης:

$$Tr[X^{m\dagger} X^{m'} - Y^{m'} Y^{m\dagger}] = \delta_{mm'}. \quad (3.45)$$

Εισάγοντας ένα νέο σύνολο πλατών τα  $P^m$  και  $R^m$  τα οποία συνδέονται με τα προηγούμενα πλάτη  $X_{(pn)J}^m$  και  $Y_{(pn)J}^m$  μέσω των σχέσεων:

$$X^m = \sqrt{\frac{1}{2}} (\Omega_m^{1/2} P^m + \Omega_m^{-1/2} R^m), \quad (3.46)$$

$$Y^m = \sqrt{\frac{1}{2}} (-\Omega_m^{1/2} P^m + \Omega_m^{-1/2} R^m), \quad (3.47)$$

μπορούμε να γράψουμε τις εξισώσεις QRPA στη μορφή

$$(\mathcal{A} - \mathcal{B})P^m = R^m \quad (3.48)$$

$$(\mathcal{A} + \mathcal{B})R^m = \Omega_m^2 P^m. \quad (3.49)$$

Έτσι, το πρόβλημα ιδιοτιμών στην QRPA μπορεί να γραφεί ως:

$$(\mathcal{A} + \mathcal{B})(\mathcal{A} - \mathcal{B})R^m = \Omega_m^2 R^m, \quad (3.50)$$

όπου για τα  $P^m$  και  $R^m$  ισχύει:

$$2Tr[R^{m\dagger} P^{m'}] = \delta_{mm'}. \quad (3.51)$$

Οι πίνακες  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$  που υπεισέρχονται στις εξισώσεις QRPA ορίζονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{pn,p'n'}^{JM} &= \langle BCS|C(pnJM)H_{qp}C^\dagger(p'n'J'M')|BCS\rangle \\ &= \delta_{pp'}\delta_{nn'}\delta_{JJ'}\delta_{MM'}(\varepsilon_p + \varepsilon_n) \\ &\quad - 2g_{pp}\langle(pn)JM|G|(p'n')JM\rangle(u_p u_n u_{p'} u_{n'} + v_p v_n v_{p'} v_{n'}) \\ &\quad - 2g_{ph}\langle(pn^{-1})JM|G|(p'n'^{-1})JM\rangle(u_p v_n u_{p'} v_{n'} + v_p u_n v_{p'} u_{n'}) \end{aligned} \quad (3.52)$$

και

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{pn,p'n'}^{JM} &= \langle BCS|C(pnJM)\tilde{C}(p'n'J'M')H_{qp}|BCS\rangle \\ &= -2g_{pp}\langle(pn)JM|G|(p'n')JM\rangle(u_p u_n v_{p'} v_{n'} + v_p v_n u_{p'} u_{n'}) \\ &\quad - 2g_{ph}\langle(pn^{-1})JM|G|(p'n'^{-1})JM\rangle(u_p v_n v_{p'} u_{n'} + v_p u_n u_{p'} v_{n'}), \end{aligned} \quad (3.53)$$

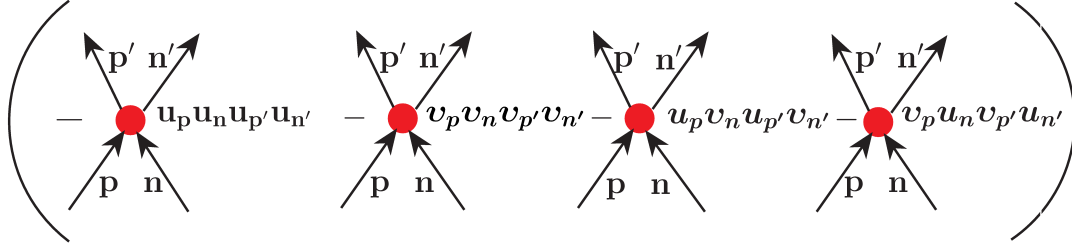
όπου  $\varepsilon_\alpha$  ( $\alpha = p$  ή  $n$ ) είναι οι ενέργειες απλού ημισωματιδίου για πρωτόνια και νετρόνια, αντίστοιχα και  $H_{qp}$  είναι η πυρηνική Χαμιλτονιανή που προκύπτει μετά την χρήση των μετασχηματισμών ημισωματιδίων (BV) η οποία γράφεται ως

$$\hat{H}_{qp} = \sum_{\alpha} \varepsilon_{\alpha} \alpha_{\alpha}^{\dagger} \alpha_{\alpha} + \hat{H}_{40} + \hat{H}_{31} + \hat{H}_{22} + \hat{H}_{13} + \hat{H}_{04} \quad (3.54)$$

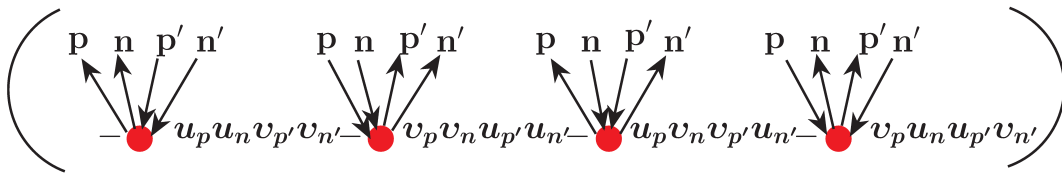
Τα  $v_{\alpha}$  και  $u_{\alpha}$  είναι τα αντίστοιχα πλάτη κατάληψης ή μη κατάληψης, που όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα [Σχ. (3.28)] υπολογίζονται μέσω των εξισώσεων BCS. Στο σημείο αυτό κρίνουμε σκόπιμο να παραθέσουμε τα διαγράμματα που περιγράφουν τους πίνακες  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$  τα οποία φαίνονται στο Σχήμα 3.4.

Στις κανονικές RPA εξισώσεις περιλαμβάνονται μόνο οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής. Από την άλλη, στην προσέγγιση QRPA εμφανίζονται τόσο οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής όσο και οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-σωματίου και οπής-οπής, καθώς, όπως έχουμε προαναφέρει, τα ημισωματάρια είναι ένας νέος τύπος φερμιονίων, μερικώς σωματάρια και μερικώς οπές. Σαν συνέπεια, οι τελεστές ζευγών ημισωματίων  $C^{\dagger}$  και  $C$  [Εξ. (3.40),(3.41)] περιέχουν τις διεγέρσεις ζεύγους (pair excitations),

$$\mathcal{A}_{pn,p'n'}^{JM} = (\varepsilon_p + \varepsilon_n) \delta_{pp'} \delta_{nn'}$$



$$\mathcal{B}_{pn,p'n'}^{JM} =$$



Σχήμα 3.4: Γραφική αναπαράσταση των πινάκων  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$  που υπεισέρχονται στις εξισώσεις QRPA. Οι ημι-σωματιδιακές γραμμές παριστάνουν ένα σωματίδιο με πλάτος  $u$ , ενώ αντίστοιχα οι κυκλικές γραμμές αναπαριστούν τις οπές με πλάτος  $v$ .

( $c_p^\dagger c_n^\dagger$ ) και τις διεγέρσεις σωματίου-οπής ( $c_p^\dagger c_n$ ). Όταν οι τιμές  $u$  και  $v$  παίρνουν τιμές κοντά στις τιμές που έχουν για τους κλειστούς φλοιούς τους, π.χ.  $u_p = 0$  και  $v_p = 1$  για τις καταστάσεις πρωτονίου-οπής, τότε οι πίνακες QRPA περιέχουν στοιχεία σωματιδίου-οπής και σωματιδίου-σωματιδίου (ή οπής-οπής).

Τα στοιχεία πίνακα σωματίου-οπής της μορφής  $\langle (pn^{-1})JM | G | (p'n'^{-1})JM \rangle$  και σωματίου-σωματίου  $\langle (pn)JM | G | (p'n')JM \rangle$  δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους αλλά συσχετίζονται μέσω του μετασχηματισμού Pandya (εφαρμογή κανόνα επανασύζευξης της στροφορμής) ως [78, 86]

$$\langle (pn^{-1})J | G | (p'n'^{-1})J' \rangle = - \sum_{j'} [J'] W(j_p j_{n'} j_n j_{p'}; J' J) \langle (n'p)J | G | (np')J \rangle \quad (3.55)$$

όπου  $W$  είναι το γνωστό σύμβολο Racah (βλέπε Παράρτημα Γ'.6). Πολλαπλασιάζοντας τα στοιχεία πίνακα σωματίου-σωματίου και σωματίου-οπής ( $|G\rangle$ ) της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης με τις σταθερές  $g_{pp}$  και  $g_{ph}$  αντίστοιχα, εφαρμόζουμε την ανακανονικοποίηση που απαιτείται. Οι σταθερές  $g_{pp}$  και  $g_{ph}$  προσδιορίζονται μέσω της αναπαραγωγής της χαμηλότερης ενέργειας (low-lying energy spectrum) στο φάσμα του θυγατρικού πυρήνα. Οι τιμές των παραμέτρων  $g_{pp}$  και  $g_{ph}$  που προσδιορίστηκαν με τον τρόπο αυτό κυμαίνονται από 0.2 έως 1.3 (είναι φυσικά αποδεκτές) [87].

Ο πίνακας  $\mathcal{A}$  της Εξ. (3.44) ευθύνεται για την ανάμειξη των καταστάσεων σωματιδίου-οπής του περιττού-περιττού θυγατρικού πυρήνα. Στους πυρήνες με μεγάλη υπεροχή νετρονίων, αναμένεται ότι οι τιμές  $u_p$  και  $v_n$  θα είναι για τα ενεργά

μονο-σωματιδιακά επίπεδα (active single particle levels) σημαντικά μεγαλύτερες από τις τιμές  $v_p$  και  $u_n$ . Έτσι, τα στοιχεία του πίνακα  $\mathcal{A}$  κυριαρχούνται από τις αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής και τις ημι-σωματιδιακές ενέργειες. Η συνεισφορά των αλληλεπιδράσεων σωματίου-σωματίου είναι μικρότερη, που σημαίνει ότι αυτή η αλληλεπίδραση έχει μόνο μια μικρή επίδραση στην ανάμειξη των καταστάσεων σωματίου-οπής στον θυγατρικό περιττό-περιττό πυρήνα.

Από την άλλη πλευρά, τα στοιχεία του πίνακα  $\mathcal{B}$  (Εξ. (3.44)) περιέχουν και τους δύο όρους αλληλεπίδρασης (σωματίου-σωματίου και σωματίου-οπής) στην ίδια τάξη μεγέθους. Αυτό υποδεικνύει ότι οι αλληλεπιδράσεις σωματίου-οπής μπορούν να ενισχύσουν σημαντικά τις συσχετίσεις (correlations) της βασικής κατάστασης, αυξάνοντας τα πλάτη οπισθοσκέδασης  $Y_{(pn)J}^m$  [88].

Οι πίνακες της Εξ. (3.44) έχουν διαστάσεις  $2r$ , όπου  $r$  είναι ο αριθμός των διαφορετικών δι-σωματιδιακών καταστάσεων πρωτονίου-νετρονίου, στροφορμής  $J$  και ομοτιμίας  $\pi$  ( $\pi = \pm$ ). Η διαγωνιοποίηση του πίνακα δίνει  $r$  ιδιοδιανύσματα για κάθε  $J^\pi$ , συνδυασμός που αντιστοιχεί στις  $r$  θετικές ιδιοτιμές  $\Omega_l$  ( $l = 1, 2, \dots, r$ ) και στον ίδιο αριθμό αρνητικών ιδιοτιμών, τις οποίες αντιμετωπίζουμε σαν μη-φυσικές ποσότητες.

Στο σημείο αυτό, αναφέρουμε ότι για να επιτύχουμε την αναπαραγωγή του πειραματικού φάσματος του θυγατρικού πυρήνα, μετά τον προσδιορισμό των παραμέτρων  $g_{pp}$  και  $g_{ph}$ , είναι απαραίτητη κάποια σχετικά μικρή μετατόπιση ολόκληρου του φάσματος του θυγατρικού πυρήνα που προέκυψε, χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA. Η μετατόπιση αυτή γίνεται με τέτοιο τρόπο κάθε φορά, ώστε η πρώτη τιμή της ενέργειας που υπολογίζεται για κάθε πολυπολικότητα (π.χ.  $0^+$ ,  $1^+$ ,  $2^- \dots$  κτλ) να πλησιάζει όσο το δυνατόν περισσότερο την αντίστοιχη χαμηλότερη πειραματική ενέργεια. Αυτού του είδους η μετατόπιση είναι πάντα απαραίτητη όταν στους υπολογισμούς της μεθόδου pn-QRPA, γίνεται χρήση των βασικών καταστάσεων BCS. Η ίδια λογική ακολουθείται από πολλούς συγγραφείς [89, 90] π.χ. στους QRPA υπολογισμούς της διπλής  $\beta$ -διάσπασης, όπου οι διεγέρσεις που λαμβάνονται για τον ενδιάμεσο περιττό-περιττό πυρήνα μέσω των pn ή np αντιδράσεων από τους γειτονικούς πυρήνες δεν συμπίπτουν μεταξύ τους [89].

Άλλοι συγγραφείς για την θεραπεία του ανωτέρω προβλήματος παρεμβαίνοντας στις Woods-Saxon μονοσωματιδιακές ενέργειες για πρωτόνια και νετρόνια στην περιοχή των αντίστοιχων επιφανειών Fermi [6] χρησιμοποιούν τελικά ελαφρώς διαφορετικό σύνολο μονοσωματιδιακών ενεργειακών επιπέδων [58]. Αναφέρουμε τέλος, ότι κάποιοι άλλοι ερευνητές για τον υπολογισμό των ενεργειών διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα από την βασική κατάσταση του μητρικού άρτιου-άρτιου πυρήνα, μετατοπίζουν ολόκληρο το QRPA φάσμα κατά  $\approx \lambda_p - \lambda_n$ , όπου  $\lambda_p(n)$  είναι το χημικό δυναμικό των πρωτονίων (νετρονίων) [91].

Στην ενότητα που ακολουθεί, θα παρουσιαστούν οι υπολογισμοί μας στα πλαίσια της μεθόδου BCS για την περιγραφή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα καθώς και της μεθόδου pn-QRPA για την περιγραφή των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα.

## 3.6 Παράμετροι Μεθόδου και Έλεγχοι Αξιοπιστίας της

Στην ενότητα αυτή, θα επικεντρωθούμε στα βασικά χαρακτηριστικά κάθε μιας από τις παραπάνω καταστάσεις και στην κατασκευή του ενεργειακού φάσματος των ισοτόπων που μελετήθηκαν στην παρούσα διατριβή και στη σύγκρισή του με τα υπάρχοντα πειραματικά φάσματα. Πριν προχωρήσουμε στους υπολογισμούς των ενεργών διατομών των μελετουμένων ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων [σύλληψη μιονίων (Κεφ. 4) και ηλεκτρονίων (Κεφ. 5 και Κεφ. 6) από σύνθετους πυρήνες] είναι αναγκαία μια συνεπής περιγραφή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα καθώς και των πολυπολικών διεγέρσεων του θυγατρικού πυρήνα. Η αξιόπιστη περιγραφή αυτών των υπολογισμών πυρηνικής δομής (nuclear structure calculations) ελέγχεται με την σύγκριση του ενεργειακού φάσματος της πυρηνικής μεθόδου με το αντίστοιχο πειραματικό.

### 3.6.1 Προσδιορισμός του χώρου μοντέλου

Η μελέτη μας θα ξεκινήσει από την περιγραφή του χώρου μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε σε κάθε ισότοπο ξεχωριστά. Οι πυρήνες που μελετήθηκαν στην παρούσα Διδακτορική Διατριβή είναι οι εξής:  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$ , και  $^{90}\text{Zr}$ . Αρχικά, ορίζουμε τον χώρο σθένους (valence space) που χρησιμοποιήθηκε για κάθε ισότοπο που είναι ο ίδιος για τα πρωτόνια και για τα νετρόνια και αποτελείται από τα επιμέρους τροχιακά (single particle j-shells) που φαίνονται στον Πίνακα 3.1. Στον Πίνακα αυτό παρουσιάζονται επίσης οι τιμές της παραμέτρου μεγέθους του αρμονικού ταλαντωτή,  $b$ , και προσδιορίζεται η αδρανής καρδιά του ισότοπου (σε αυτή τα νουκλεόνια θεωρούνται αδρανή). Τα ενεργά (nlj)-επίπεδα που θεωρήσαμε για κάθε πυρήνα περιλαμβάνουν πλήρεις φλοιούς αρμονικού ταλαντωτή καθώς και τα επιμέρους τροχιακά όπου αμφότερα τα επίπεδα  $j + 1/2$  και  $j - 1/2$  συνυπάρχουν.

Αναφέρουμε ότι η βάση που υιοθετήθηκε, αποτελείται από μονοσωματιδιακές κυματοσυναρτήσεις αρμονικού ταλαντωτή, του οποίου η παράμετρος μεγέθους,  $b$  προσδιορίζεται για κάθε ισότοπο μέσω των εμπειρικών σχέσεων [92]

$$\begin{aligned} b(\text{light}) &= 1.0056A^{1/6}, & \text{για ελαφρείς πυρήνες} \\ b(\text{heavy}) &= 0.8845\sqrt{A^{1/3} + 1.41}, & \text{για βαρείς πυρήνες.} \end{aligned} \quad (3.56)$$

όπου  $A$  είναι ο μαζικός αριθμός του υπό συζήτηση ισότοπου. Για όλους τους πυρήνες χρησιμοποιήσαμε την μέση τιμή των  $b(\text{light})$  και  $b(\text{heavy})$  δηλαδή  $b = b(\text{mean}) = [b(\text{light}) + b(\text{heavy})]/2$ . Οι ακριβέστερες διαθέσιμες εκφράσεις για τον υπολογισμό των παραμέτρων  $b$  [93], δεν δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα.

Σημειώνουμε ότι, η επίδραση του πλήθους των (nlj)-ενεργών επιπέδων (χώρος μοντέλου) στα αποτελέσματα, έχει μελετηθεί σε άλλες ηλεκτροασθενείς διαδικασίες (διπλή β-μεταστοιχείωση με νετρίνα και χωρίς νετρίνα) και δεν βρέθηκε σημαντική. Επομένως, δεν αναμένεται ουσιαστική μεταβολή των αποτελεσμάτων μας στα

Πίνακας 3.1: Ο χώρος σθένους που χρησιμοποιήθηκε με τις αντίστοιχες τιμές της παραμέτρου μεγέθους του αρμονικού ταλαντωτή σε όλους τους υπό μελέτη πυρήνες. Στην τελευταία στήλη του Πίνακα παρουσιάζονται οι πλήρεις κύριοι φλοιοί  $N$  (με  $N = 2n + \ell$ ) και τα επιπλέον απλά τροχιακά που περιλαμβάνει ο χώρος μοντέλου κάθε ισότοπου.

Πυρήνας	b(h.o)	Χώρος Σθένους		
		Καρδιά	Ενεργά Επίπεδα	$N$ ( $\hbar\omega$ )
$^{28}\text{Si}$	1.809	No	10	0,1,2,3
$^{32}\text{S}$	1.843	No	12	0,1,2,3,0 $g_{9/2}$ ,0 $g_{7/2}$
$^{48}\text{Ti}$	1.952	No	12	0,1,2,3,0 $g_{9/2}$ ,0 $g_{7/2}$
$^{56}\text{Fe}$	1.996	$^{16}\text{O}$	12	2,3,4
$^{66}\text{Zn}$	2.043	$^{16}\text{O}$	12	2,3,4
$^{90}\text{Zr}$	2.138	$^{16}\text{O}$	16	2,3,4,0 $h_{11/2}$ ,0 $h_{9/2}$ ,1 $f_{7/2}$ ,1 $f_{5/2}$

Κεφ. 4, 5 και 6 αν αντί του χώρου μοντέλου του Πίνακα 3.1 χρησιμοποιούσαμε περισσότερα επίπεδα.

### 3.6.2 Προσδιορισμός παραμέτρων ζεύγους $g_{pair}^p(n)$ στην μέθοδο BCS

Για την κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα, κάθε αντίδρασης μεταβολής φορτίου που μελετήθηκε, ο προσδιορισμός των παραμέτρων ζεύγους  $g_{pair}^p$  και  $g_{pair}^n$  έγινε με τέτοιο τρόπο, ώστε η χαμηλότερη ενέργεια απλού ημι-σωματιδίου που λαμβάνεται επιλύοντας τις εξισώσεις χάσματος (Εξ. (3.25)) να αναπαράγει το αντίστοιχο θεωρητικό ενεργειακό χάσμα (για  $p$  ή  $n$ ) που υπολογίζεται μέσω της Εξ. (3.26). Στον Πίνακα 3.2 αναγράφονται οι τιμές των παραμέτρων  $g_{pair}^p$  και  $g_{pair}^n$  καθώς και τα αντίστοιχα πειραματικά αλλά και θεωρητικά ενεργειακά χάσματα.

Επειδή στους υπολογισμούς των πειραματικών χασμάτων (Εξ. 3.26) υπεισέρχονται οι ποσότητες  $S_p$  και  $S_n$  (πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού) για το πρωτόνιο και το νετρόνιο αντίστοιχα του μητρικού πυρήνα ( $A, Z$ ), και των γειτονικών πυρήνων ( $A \pm 1, Z \pm 1$ ) και ( $A \pm 1, Z$ ), για διευκόλυνση του αναγνώστη στον Πίνακα 3.3 καταγράφουμε τις τιμές αυτές για όλους τους απαραίτητους πυρήνες.



Πίνακας 3.2: Προσδιορισμός παραμέτρων ανακανονικοποίησης της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης ζεύγους πρωτονίων,  $g_{pair}^p$ , και ζεύγους νετρονίων,  $g_{pair}^n$ . Με τον τρόπο αυτό τα πειραματικά χάσματα,  $\Delta_p^{exp}$  και  $\Delta_n^{exp}$ , αναπαράγονται με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια από τα αντίστοιχα της μεθόδου BCS.

Πυρήνας	$g_{pair}^n$	$g_{pair}^p$	$\Delta_n^{exp}$ (MeV)	$\Delta_n^{theor}$ (MeV)	$\Delta_p^{exp}$ (MeV)	$\Delta_p^{theor}$ (MeV)
$^{28}Si$	1.1312	1.0601	3.1428	3.1429	3.0375	3.0377
$^{32}S$	0.8862	0.8230	2.0978	2.0979	2.0387	2.0386
$^{48}Ti$	0.9259	0.9833	1.5576	1.5578	1.9112	1.9111
$^{56}Fe$	0.9866	0.9756	1.3626	1.3626	1.5682	1.5683
$^{66}Zn$	1.0059	0.9271	1.7715	1.7716	1.2815	1.2814
$^{90}Zr$	0.9057	0.7838	1.8567	1.8568	1.1184	1.1183

Πίνακας 3.3: Οι πειραματικές ενέργειες διαχωρισμού (σε MeV) για το πρωτόνιο και το νετρόνιο του πυρήνα-στόχου ( $A, Z$ ) καθώς και των γειτονικών σε αυτόν πυρήνων ( $A \pm 1, Z \pm 1$ ) και ( $A \pm 1, Z$ ).

Πυρήνας	$S_n$			$S_p$		
	( $A - 1, Z$ )	( $A, Z$ )	( $A + 1, Z$ )	( $A - 1, Z - 1$ )	( $A, Z$ )	( $A + 1, Z + 1$ )
$^{28}Si$	13.315	17.180	8.474	8.271	11.585	2.749
$^{32}S$	13.055	15.044	8.642	7.296	8.864	2.277
$^{48}Ti$	8.880	11.627	8.142	8.486	11.445	6.758
$^{56}Fe$	9.298	11.197	7.646	8.067	10.184	6.028
$^{66}Zn$	7.979	11.059	7.052	7.454	8.924	5.269
$^{90}Zr$	9.318	11.970	7.194	7.077	8.355	5.159

### 3.6.3 Προσδιορισμός παραμέτρων ( $g_{pp}$ ) και ( $g_{ph}$ ) της μεθόδου pn-QRPA

Όπως αναφέραμε στην Ενότητα 3.5, για την ανακανονικοποίηση της εναπομένουσας δι-σωματιδιακής αλληλεπίδρασης (δυναμικό Bonn-CD) ώστε να αντανακλά το συγκεκριμένο μελετούμενο ισότοπο προσδιορίζονται οι παράμετροι σωματιδίου-σωματιδίου ( $g_{pp}$ ) και σωματιδίου-οπής ( $g_{ph}$ ) που υπεισέρχονται στους πίνακες  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$  των εξισώσεων QRPA. Στην παρούσα εργασία οι παράμετροι αυτές προσδιορίζον-

Πίνακας 3.4: Τιμές παραμέτρων ανακανονικοποίησης της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου ( $g_{pp}$ ) και σωματίου-οπής ( $g_{ph}$ ) για τους υπό μελέτη πυρήνες  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$  και  $^{48}\text{Ti}$  ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα.

$J^\pi$	$^{28}\text{Si}$		$^{32}\text{S}$		$^{48}\text{Ti}$	
	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$
$0^+$	1.153	1.004	0.934	0.859	1.200	0.646
$0^-$	1.000	1.000	0.200	1.300	1.000	1.000
$1^+$	1.200	0.200	0.340	0.581	1.300	0.723
$1^-$	1.000	1.000	0.466	0.621	1.000	1.000
$2^+$	0.599	1.273	1.193	1.082	0.302	1.021
$2^-$	1.202	0.689	0.717	0.223	0.915	0.200
$3^+$	0.200	0.745	0.207	1.098	0.210	0.966
$3^-$	1.006	1.066	1.160	0.455	0.202	0.371
$4^+$	0.200	1.200	0.683	1.200	0.200	0.295
$4^-$	0.504	1.191	0.200	0.872	1.200	0.339
$5^+$	1.000	1.000	0.200	1.300	0.200	0.200
$5^-$	0.317	1.200	1.200	1.247	1.000	1.000

ται, ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα, έτσι ώστε να αναπαραγεται το χαμηλής ενέργειας πειραματικό ενεργειακό φάσμα του θυγατρικού πυρήνα της αντίδρασης. Οι τιμές των παραμέτρων ( $g_{pp}$ ) και ( $g_{ph}$ ) για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες παρουσιάζονται αναλυτικά στους Πίνακες 3.4 και 3.5.

Στη μελέτη αντιδράσεων μεταβολής φορτίου, με χρήση ρεαλιστικών μεθόδων υπολογισμού πυρηνικής δομής (π.χ. QRPA, CRPA κλπ.), το ενεργειακό φάσμα του θυγατρικού πυρήνα που προκύπτει από τη διαγωνιοποίηση πρέπει να μετατόπιστεί ολόκληρο (ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα), έτσι ώστε η χαμηλότερη ενέργεια που υπολογίζεται να βρίσκεται όσο το δυνατόν πλησιέστερα προς το χαμηλότερο αντίστοιχο πειραματικό ενεργειακό επίπεδο. Αυτού του είδους η μετατόπιση είναι γενικά απαραίτητη όταν στους υπολογισμούς της μεθόδου pn-QRPA, γίνεται χρήση της βασικής κατάστασης BCS. Οι τιμές της ενεργειακής μετατόπισης του φάσματος κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά είναι καταχωρημένες στον Πίνακα 3.6.

### 3.6.4 pn-QRPA Φάσματα Θυγατρικών Πυρήνων

Στην ενότητα αυτή θα γίνει ο πρώτος έλεγχος της αξιοπιστίας της μεθόδου μας με σύγκριση του φάσματος του πυρήνα που εξήχθη από την pn-QRPA με το αντίστοιχο πειραματικό φάσμα. Τόσο για την περιγραφή της βασικής κατάστασης

Πίνακας 3.5: Τιμές παραμέτρων ανακανονικοποίησης της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου ( $g_{pp}$ ) και σωματίου-οπής ( $g_{ph}$ ) για τους υπό μελέτη πυρήνες  $^{56}Fe$ ,  $^{66}Zn$  και  $^{90}Zr$  ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα.

$J^\pi$	$^{56}Fe$		$^{66}Zn$		$^{90}Zr$	
	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$
$0^+$	0.400	1.000	0.336	0.827	1.000	1.000
$0^-$	0.800	0.800	1.000	1.000	1.200	1.200
$1^+$	0.994	0.200	0.200	0.547	0.731	0.542
$1^-$	0.800	0.800	1.200	0.994	1.200	1.300
$2^+$	1.200	0.804	1.079	0.686	0.812	0.854
$2^-$	0.737	0.395	0.200	0.200	1.188	0.855
$3^+$	0.200	1.300	0.235	0.854	1.000	1.000
$3^-$	0.200	0.200	1.200	0.486	1.177	1.075
$4^+$	0.201	1.161	0.200	1.300	1.000	1.000
$4^-$	0.800	0.800	1.200	0.622	1.200	0.584
$5^+$	1.153	1.200	1.000	1.000	0.987	1.290
$5^-$	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

του μητρικού πυρήνα όσο και για την περιγραφή των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα, προσδιορίσαμε ταυτόχρονα όλες τις παραμέτρους. Χρησιμοποιώντας για κάθε ισότοπο τον χώρο σθένους που φαίνεται στον Πίνακα 3.1, τις παραμέτρους που παρουσιάζονται στους Πίνακες 3.2, 3.3, 3.4 και 3.5 καθώς και τις μετατοπίσεις του Πίνακα 3.6, κατασκευάζουμε το φάσμα του θυγατρικού πυρήνα για κάθε ισότοπο ξεχωριστά. Στα Σχήματα 3.5-3.10 απεικονίζονται ξεχωριστά τα φάσματα όλων των θυγατρικών πυρήνων των μελετούμενων αντιδράσεων.

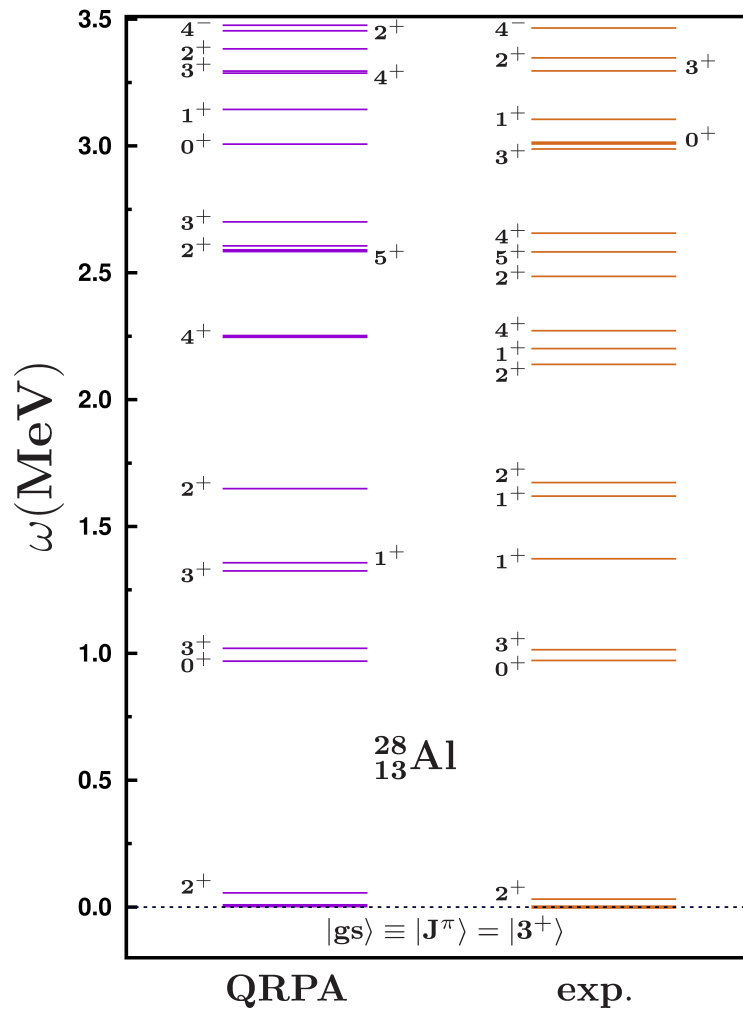
Παρατηρώντας τα παραπάνω Σχήματα (3.5-3.10), βλέπουμε ότι για τις χαμηλές τιμές ενεργειών διέγερσης,  $\omega$ , η συμφωνία των δύο φασμάτων είναι πάρα πολύ καλή. Από την σύγκριση συνεπάγεται ότι η αξιοπιστία της μεθόδου μας είναι πολύ ικανοποιητική.

Στα επόμενα Κεφάλαια (τα επόμενα στάδια της παρούσας έρευνας, στηρίζονται πάντα στην ίδια μέθοδο μελέτης), θα μελετηθούν αναλυτικά ασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων που παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην πυρηνοσύνθεση. Στο Κεφ. 4 θα μελετήσουμε συστηματικά την σύλληψη μιονίων από πυρήνες. Αν και η μιονική σύλληψη δεν παίζει σημαντικό ρόλο στην νουκλεοσύνθεση, η μελέτη της θα μας βοηθήσει να ενισχύσουμε την αξιοπιστία για την μεθόδό μας καθώς είναι μια από τις λίγες ασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων που έχουν μελετηθεί αναλυτικά και έχουμε στην διάθεσή μας αρκετά πειραματικά αλλά και θεωρητικά αποτελέσματα.

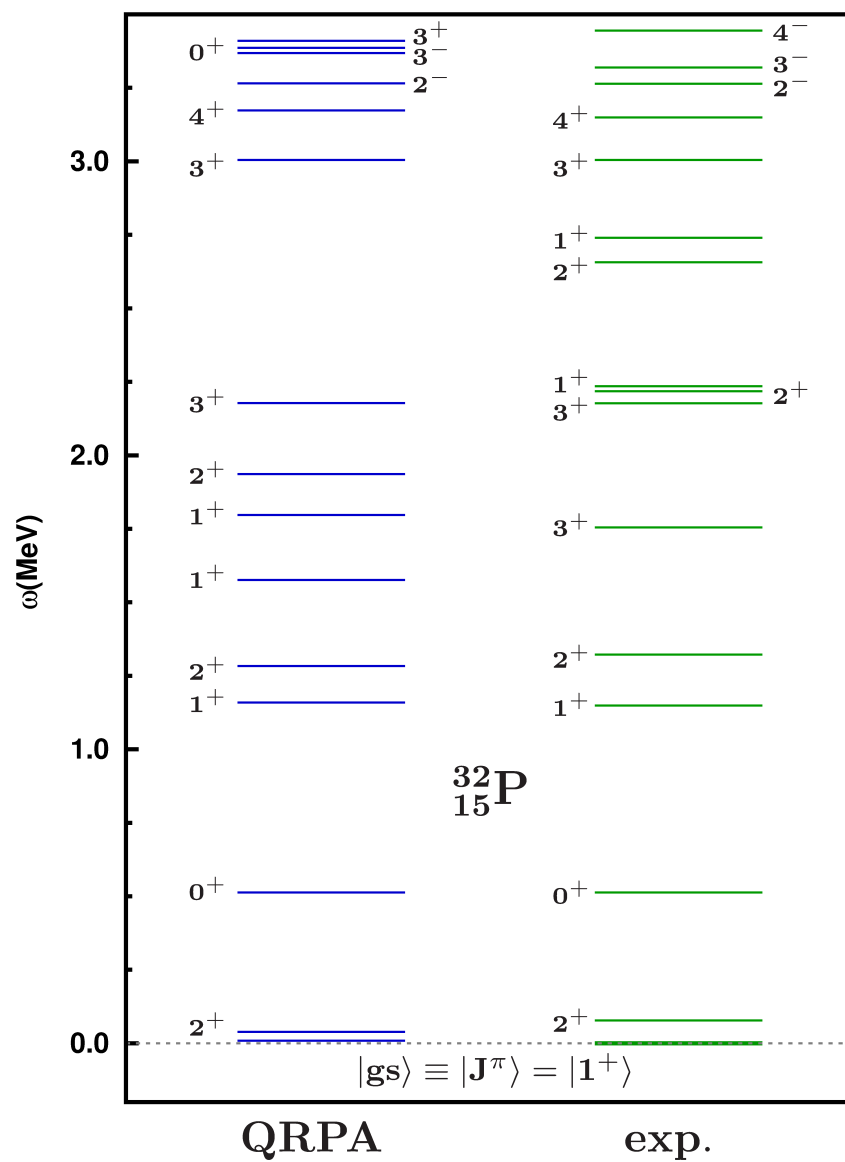
Πίνακας 3.6: Η ενεργειακή (σε MeV) μετατόπιση του φάσματος για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά στο σύνολο των πυρήνων που μελετήθηκαν.

Καταστάσεις Θετικής Ομοτιμίας						
$J^\pi$	$^{28}Si$	$^{32}S$	$^{48}Ti$	$^{56}Fe$	$^{66}Zn$	$^{90}Zr$
$0^+$	2.60	0.00	0.65	1.60	0.90	1.00
$1^+$	5.00	2.50	2.65	5.90	2.50	2.85
$2^+$	4.35	2.43	2.10	3.10	2.55	2.78
$3^+$	5.90	0.00	2.70	2.30	2.50	2.82
$4^+$	4.90	3.56	3.25	2.50	1.75	0.00
$5^+$	2.70	0.84	3.35	2.00	0.55	2.40
Καταστάσεις Αρνητικής Ομοτιμίας						
$J^\pi$	$^{28}Si$	$^{32}S$	$^{48}Ti$	$^{56}Fe$	$^{66}Zn$	$^{90}Zr$
$0^-$	4.20	1.00	4.00	4.30	5.00	4.47
$1^-$	4.40	4.05	4.00	4.20	6.80	4.30
$2^-$	5.80	4.40	5.10	6.80	3.85	2.39
$3^-$	6.00	3.98	4.10	6.80	2.60	2.59
$4^-$	5.00	2.57	4.25	3.50	3.55	1.30
$5^-$	6.50	0.00	3.05	3.50	3.00	0.00

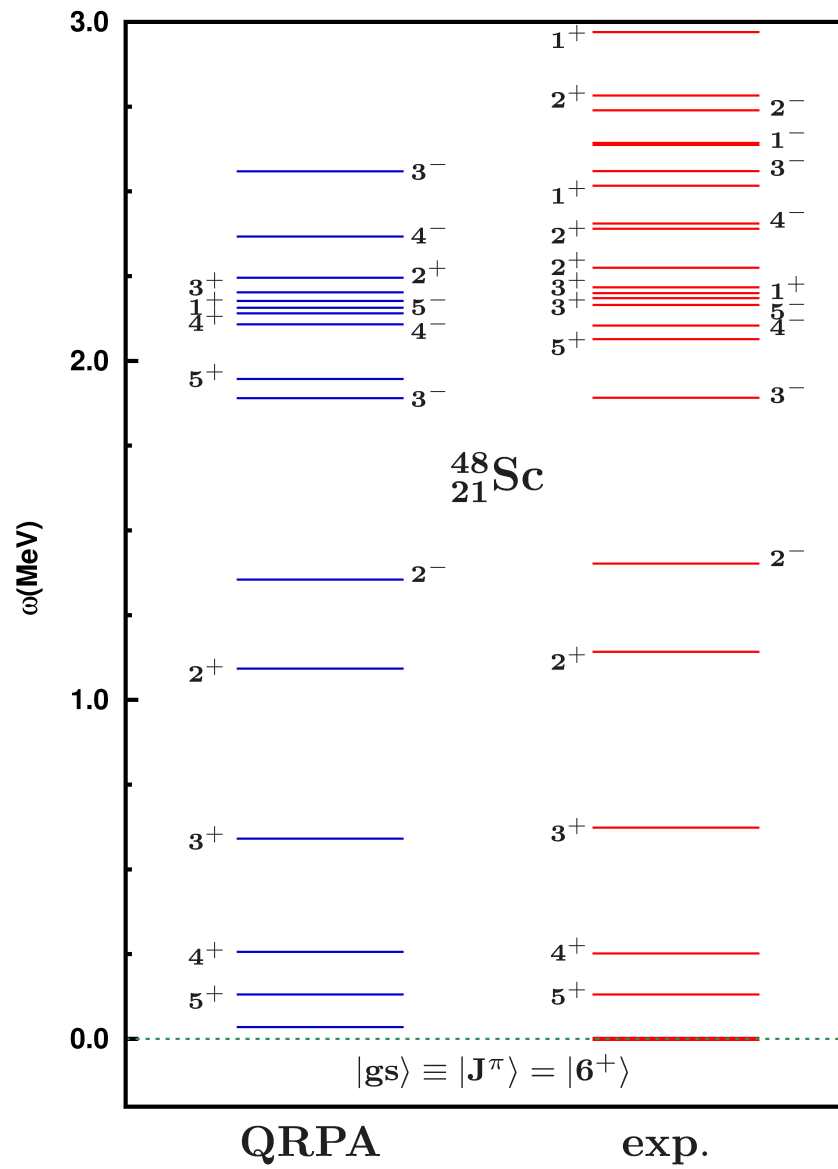
Στην συνέχεια, στα Κεφ. 5 και 6 θα μελετήσουμε διεξοδικά την διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες τόσο κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, όσο και υπό τις συνθήκες που επικρατούν στο εσωτερικό ενός αστέρα.



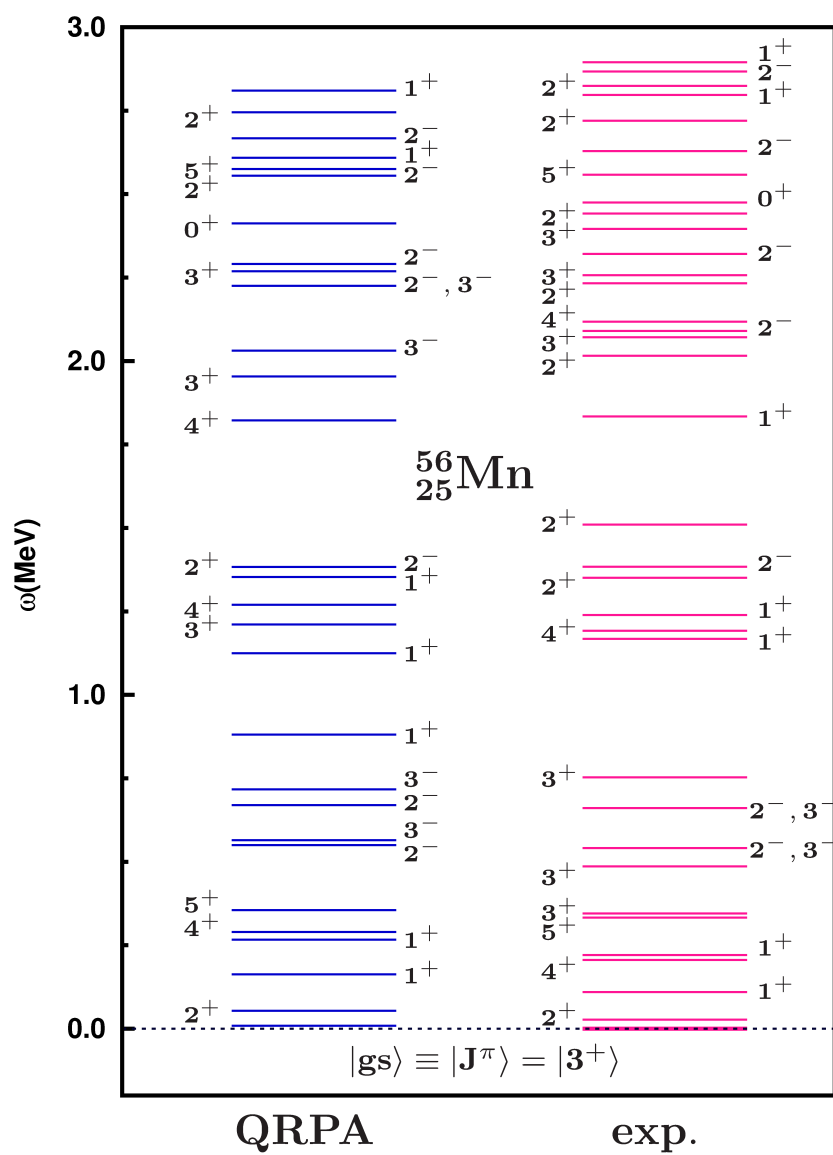
Σχήμα 3.5: Σύγκριση του θεωρητικού φάσματος των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα,  ${}^{28}\text{Al}$ , (κατασκευάστηκε στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA), με το αντίστοιχο πειραματικό φάσμα χαμηλών ενεργειών (μέχρι περίπου 3 MeV). Όπως βλέπουμε η συμφωνία είναι πολύ καλή.



Σχήμα 3.6: Όμοια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα  $^{32}\text{P}$ .

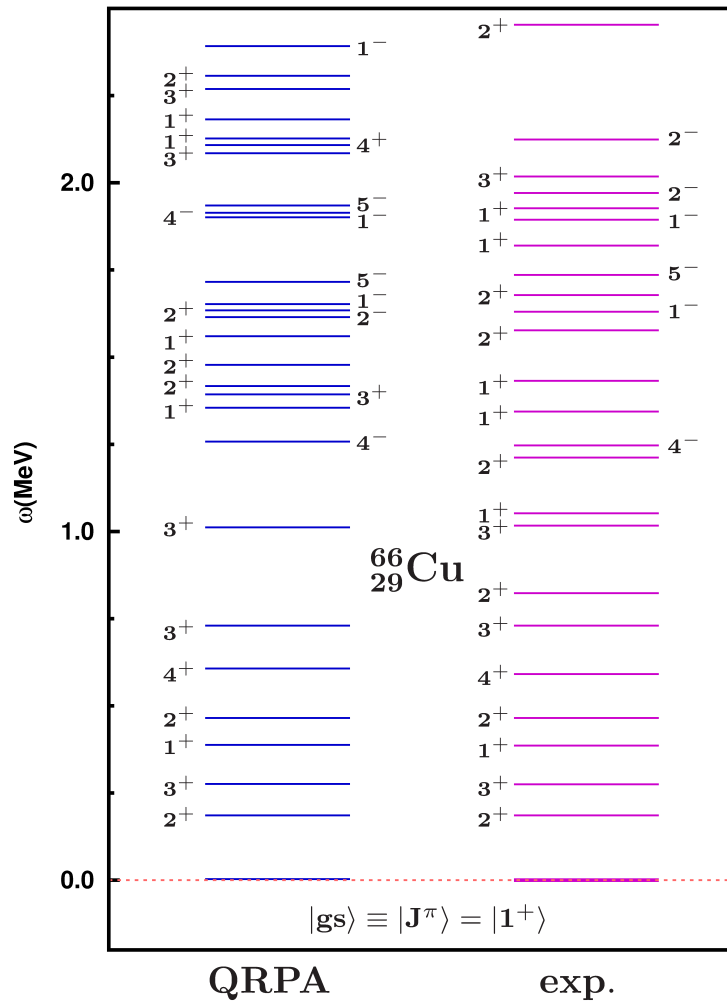


Σχήμα 3.7: Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα  ${}^{48}\text{Sc}$ .

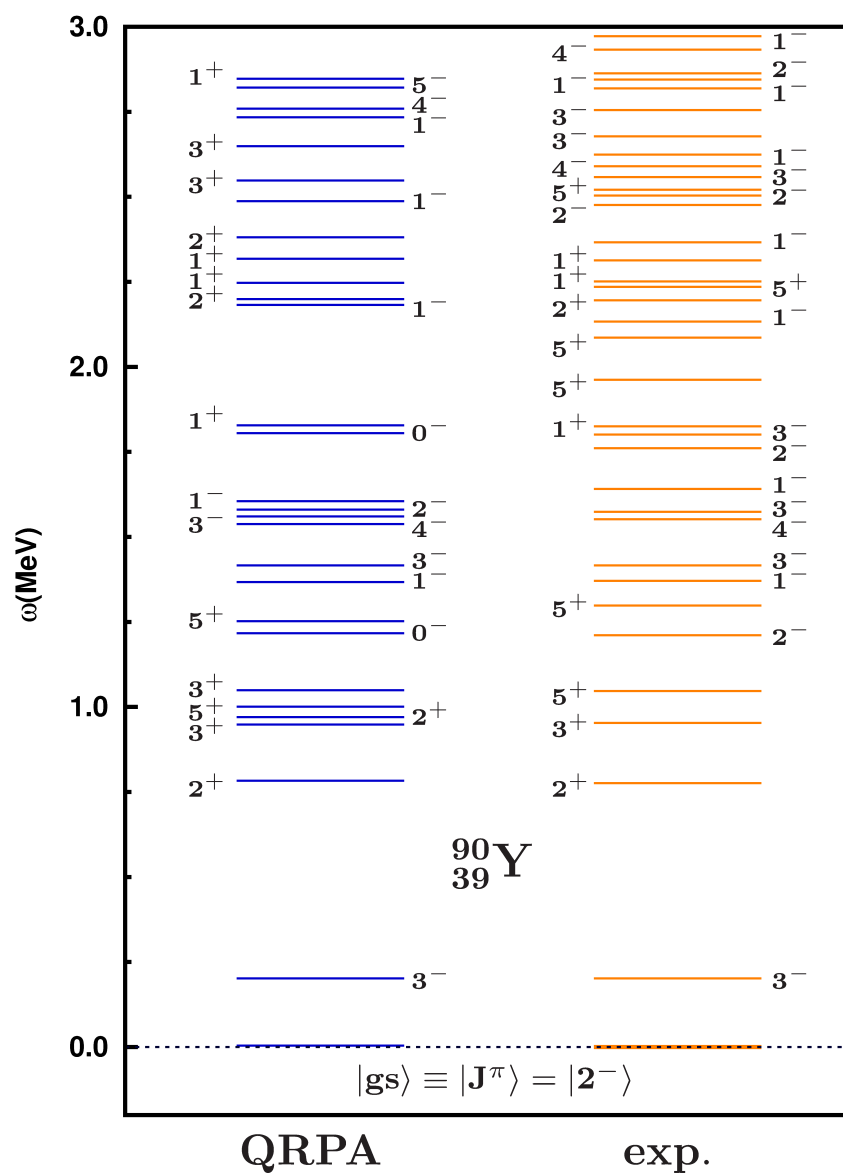


Σχήμα 3.8: Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα  $^{56}\text{Mn}$ .





Σχήμα 3.9: Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα  $^{66}\text{Cu}$ .



Σχήμα 3.10: Ίδια με το Σχήμα 3.5 αλλά για τον θυγατρικό πυρήνα  ${}^{90}\text{Y}$ .

## Κεφάλαιο 4

# Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίου

### 4.1 Εισαγωγή

Στο παρόν Κεφάλαιο θα παρουσιάσουμε υπολογισμούς των ρυθμών σύλληψης μιονίων σε μία ομάδα πυρηνικών ισοτόπων ( $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ ) τα οποία καλύπτουν ένα αρκετά ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα, από ελαφρείς μέχρι ενδιάμεσου βάρους πυρήνες. Η σύλληψη μιονίων από πυρήνες ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων. Η περιγραφή και οι υπολογισμοί μας πραγματοποιούνται στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA [56–58, 80–85, 94] που συζητήσαμε στο Κεφ. 3.

Η εκτέλεση των υπολογισμών του κεφαλαίου αυτού περιλαμβάνουν τα εξής στάδια: Στο πρώτο στάδιο γίνεται λεπτομερής μελέτη των αποκλειστικών ρυθμών (exclusive rates) όλων των πολυπολικών καταστάσεων (μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ ). Στο δεύτερο στάδιο, υπολογίζονται οι μερικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης (partial rates) καθώς και η συνεισφορά στον ολικό ρυθμό σύλληψης κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ). Στο τελευταίο στάδιο του παρόντος Κεφαλαίου, παρουσιάζουμε τους ολικούς ρυθμούς  $\mu^-$ -σύλληψης για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες και συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας με υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα και με εκείνα προηγούμενων θεωρητικών μελετών.

Ο κύριος στόχος της μελέτης σύλληψης μιονίων από πυρήνες του παρόντος Κεφαλαίου είναι να κατασκευάσουμε μία αξιόπιστη περιγραφή των στοιχείων πίνακα φορτισμένων ρευμάτων που υπεισέρχονται στην περιγραφή όλων των ημι-λεπτονικών διαδικασιών, όπως της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες ( $e^-$ -capture), της β-διάσπασης (beta-decay) και των αντιδράσεων φορτισμένου ρεύματος νετρίνου-πυρήνα (charged-current neutrino-nucleus reactions). Όλες αυτές οι αντιδράσεις παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στη σύγχρονη έρευνα της πυρηνικής φυσικής και της πυρηνικής αστροφυσικής, στην νετρίνο-πυρηνοσύνθεση (neutrino-nucleosynthesis καθώς και στα πειράματα ανίχνευσης νετρίνων μέσω των αντιδράσεων λεπτονίων-πυρήνα.

## 4.2 Διαδικασίες Μιονικής Σύλληψης

Όταν αρνητικά μίονια  $\mu^-$  που παράγονται σε ένα εργοστάσιο μεσονίων, επιβραδύνονται πάνω στην ύλη, μεγάλο ποσοστό από αυτά συλλαμβάνονται σε ατομικές τροχιές (έτσι έχουμε την παραγωγή μιονικών ατόμων, atomic muon capture) και στη συνέχεια μεταπίπτουν σε ενδότερες κβαντικές τροχιές (1s ή 2p) σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα ( $\sim 10^{-13} \text{sec}$  για τον  $^{12}\text{C}$ ) συγκρινόμενο με τον μέσο χρόνο ζωής του ( $\sim 2.2 \times 10^{-6} \text{sec}$ ), [95–99]. Ένα μίονιο δέσμιο στο άτομο μπορεί:

i) να διασπαστεί, αντίδραση γνωστή ως διάσπαση μιονίου στην τροχιά (muon decay in orbit) που περιγράφεται από την εξίσωση:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu \quad (4.1)$$

(η πιθανότητα διάσπασης στην περίπτωση αυτή είναι διαφορετική από την πιθανότητα διάσπασης ενός ελεύθερου μιονίου)

ii) να συλληφθεί από τον ατομικό πυρήνα. Τα σημαντικότερα κανάλια μιονικής σύλληψης που παρατηρήθηκαν είναι:

1) Η συνήθης σύλληψη ενός τροχιακού (συνήθως 1s)  $\mu^-$  από τον πυρήνα (ordinary muon capture, OMC)

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1)^* + \nu_\mu, \quad (4.2)$$

η οποία αποτελεί ένα από τα πιο ευαίσθητα κανάλια της μιονικής σύλληψης [11, 12, 62, 91, 95, 99–112].

2) Η σπανιότερη σύλληψη του  $\mu^-$  με εκπομπή φωτονίου (radiative muon capture)

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + \nu_\mu + \gamma, \quad (4.3)$$

Το κανάλι αυτό συνεισφέρει μόνο  $\sim 10^{-5} - 10^{-4}$  στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης [113–116].

3) Η σύλληψη του  $\mu^-$  που έχει σαν συνέπεια την άμεση εκπομπή νετρονίων (direct n-emission) [117–119]

$$\mu^- + (A, Z) \rightarrow (A - 1, Z - 1) + \nu_\mu + n, \quad (4.4)$$

Η εκπομπή αυτή δικαιολογείται από το ότι η μέση ενέργεια διέγερσης του πυρήνα κατά την  $\mu^-$ -σύλληψη ( $\simeq 15 - 20 \text{ MeV}$  [120]) είναι μεγαλύτερη από την ενέργεια κατωφλίου εκπομπής νετρονίου σ' όλους τους σύνθετους πυρήνες και επομένως είναι δυνατόν η αποδιέγερσή των να συνοδεύεται από εκπομπή ενός ή περισσοτέρων νετρονίων ή πρωτονίων.

Στην παρούσα εργασία επικεντρώνουμε την προσοχή μας στην αναλυτική μελέτη της συνήθους σύλληψης μιονίου, αντίδραση (4.2), η οποία παρέχει την κύρια συμβολή στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης. Η αντίδραση αυτή, αποτελεί σπουδαίο παράδειγμα συμβίωσης ατομικής, πυρηνικής και σωματιδιακής φυσικής, η οποία απασχολεί

τόσο την πειραματική όσο και την θεωρητική έρευνα [11, 12, 95, 99–101, 108–110] από τις αρχές της δεκαετίας του 1950 μέχρι σήμερα και παρέχει πολύτιμες πληροφορίες για την πυρηνική δομή και την φύση των θεμελιωδών ασθενών αλληλεπιδράσεων [79, 121]. Πρόσφατα, το ενδιαφέρον για την έρευνα της σύλληψης μιονίων αναβίωσε [62, 91, 111, 112] εξαιτίας του σημαντικού της ρόλου στον έλεγχο των πυρηνικών μοντέλων που αναπτύχθηκαν σε διάφορες εφαρμογές της πυρηνικής φυσικής και αστροφυσικής [6, 8, 122]. Μεταξύ των σύγχρονων ανοιχτών προβλημάτων της  $\mu^-$ -σύλληψης είναι η μελέτη του φαινομένου μείωσης της αξονικής σταθεράς σύζευξης  $g_A$  στο περιβάλλον του υπό μελέτη πυρήνα.

Έτσι, η μελέτη της  $\mu^-$ -σύλληψης αποτελεί ένα χρήσιμο εργαλείο ελέγχου της αξιοπιστίας των υπολογισμών, που παρέχονται με ποικίλες πυρηνικές μεθόδους οι οποίες χρησιμοποιούνται για την περιγραφή ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων [100, 123]. Τέτοιες αντιδράσεις είναι η σύλληψη ηλεκτρονίων σε αστρικό περιβάλλον [6, 8] που είναι κρίσιμης σημασίας για την εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα, η σκέδαση νετρίνων-πυρήνα [6, 8] που είναι επίσης πολύ σημαντική παράμετρος περιγραφής της κατάρρευσης ενός αστέρα αλλά και στην ανίχνευση νετρίνων από επίγεια πειράματα [8, 122] και άλλες αντιδράσεις [79].

Όπως είναι γνωστό, οι ασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων συνήθως μελετώνται με υπολογισμούς πυρηνικής δομής αφού πρώτα γίνει ο έλεγχος της πυρηνικής μεθόδου μέσω της αναπαραγωγής ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής, δεδομένων σχέδασης ηλεκτρονίων πάνω σε πυρήνες και πειραματικών ρυθμών (ολικών) της αντίδρασης σύλληψης μιονίου. Η τελευταία αντίδραση επιλέχθηκε και για τον έλεγχο της μεθόδου μας διότι υπάρχουν στην διάθεσή μας πολλά, τόσο πειραματικά όσο και θεωρητικά δεδομένα, χάρις στο γεγονός ότι η  $\mu^-$ -σύλληψη χαρακτηρίζεται από μεγάλη μεταφερομένη ορμή  $q$  και έτσι παρέχει πολύτιμες πληροφορίες που δεν μπορούν να μας τις προσφέρουν άλλες αντιδράσεις (π.χ. η  $\beta$ -διάσπαση). Επιπλέον, υπάρχει άμεση σύνδεση μεταξύ της σύλληψης μιονίου και των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που προκαλούνται από  $\nu_e$  νετρίνα (neutrino induced charged current reactions), καθώς η μία είναι σωματειακά συζυγής (particle conjugate) αντίδραση της άλλης. Συνεπώς, και οι δύο αυτές αντιδράσεις όπως και η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες περιγράφονται από τα ίδια πυρηνικά στοιχεία πίνακα μεταπτώσεων από την βασική (αρχική) κατάσταση στην ίδια τελική πυρηνική κατάσταση.

Αυτός είναι και ο κύριος λόγος μελέτης της διαδικασίας σύλληψης μιονίου στην παρούσα εργασία, να διαμορφώσουμε δηλαδή μια μέθοδο pn-QRPA με αξιόπιστη περιγραφή των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων που χρησιμοποιούνται σε όλες τις ημι-λεπτονικές αντιδράσεις [77, 78, 89, 90, 124, 125]. Έχοντας αυτό σαν στόχο, στο πρώτο στάδιο της έρευνάς μας διεξάγουμε λεπτομερή μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίου και έπειτα εκτελούμε υπολογισμούς κανάλι-προς-κανάλι για την μελέτη της αντίδρασης σύλληψης ηλεκτρονίου, αρχικά υπό συνθήκες εργαστηρίου (Κεφ. 5) και στη συνέχεια κάτω από αστροφυσικές συνθήκες (Κεφ. 6).

### 4.3 Κινηματική της συνήθους διαδικασίας $\mu^-$ -σύλληψης

Στην συνήθη αντίδραση σύλληψης μιονίου από πυρήνες Εξ. (4.2), η αρχική κατάσταση του συστήματος περιλαμβάνει τον πυρήνα  $(A, Z)$  στην κατάσταση  $|i\rangle \equiv |0_{g.s}^+\rangle$  με αρχική τετραορμή  $P_i = (E_i, \mathbf{0})$  να αλληλεπιδρά (μέσω ανταλλαγής φορτισμένων μποζονίων  $W^-$ ) με το δέσμιο μόνιο  $\mu^-$  (ενέργεια σύνδεσης  $\epsilon_b$ ) το οποίο βρίσκεται στην τροχιά  $1s$  γύρω του έχοντας τετραορμή  $k_i = (\epsilon_\mu, \mathbf{k}_\mu)$ . Στην τελική κατάσταση έχουμε τον θυγατρικό πυρήνα  $(A, Z - 1)$ , γενικά, σε μία διεγερμένη κατάσταση  $|f\rangle$  με τελική τετραορμή  $P_f = (E_f, \mathbf{P}_f)$  και ένα  $\nu_\mu$  νετρίνο το οποίο εκπέμπεται με τετραορμή  $k_f = (\epsilon_{\nu_\mu}, \mathbf{k}_{\nu_\mu})$ . Στην περίπτωση μας, από εδώ και στο εξής θα θεωρήσουμε ως αρχική ενέργεια του μιονίου την ενέργεια ηρεμίας του μείον την ενέργεια σύνδεσης,  $\epsilon_\mu = m_\mu - \epsilon_b$  (η αρχική ορμή του μιονίου θεωρείται αμελητέα), στον τελικό πυρήνα αγνοούμε την ενέργεια ανάκρουσης, και  $E_f - E_i = Q_\mu + \omega$  καθώς οι δυο πυρήνες εκτός του ότι είναι σε διαφορετική κατάσταση, είναι και διαφορετικοί μεταξύ τους. Στην παραπάνω εξίσωση  $Q_\mu$  είναι η γνωστή τιμή-Q για την σύλληψη μιονίων και  $\omega$  η ενέργεια διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα.

Έτσι από το διάγραμμα Feynman του Σχ. 4.1 για τον υπολογισμό της μεταφερομένης 4-ορμής έχουμε (από τον αριστερό κόμβο):

$$\begin{aligned} q^\lambda q_\lambda &= (\epsilon_\mu - \epsilon_{\nu_\mu})^2 - (\mathbf{k}_\mu - \mathbf{k}_{\nu_\mu})^2 \\ &= \epsilon_\mu^2 - k_\mu^2 - 2\epsilon_\mu \epsilon_{\nu_\mu} [1 - \alpha \cos \theta] \\ &= (m_\mu - \epsilon_b)^2 - 2\epsilon_\mu \epsilon_{\nu_\mu} (1 - \alpha \cos \theta) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Αντίστοιχα για την 3-ορμή (από τον δεξιό κόμβο του Σχ. 4.1) έχουμε:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^2 &= q_0^2 - q_\lambda^2 = (E_f - E_i)^2 - q_\lambda^2 \\ &= (Q_\mu + \omega)^2 - (m_\mu - \epsilon_b)^2 - 2\epsilon_\mu \epsilon_{\nu_\mu} (1 - \alpha \cos \theta) \end{aligned} \quad (4.6)$$

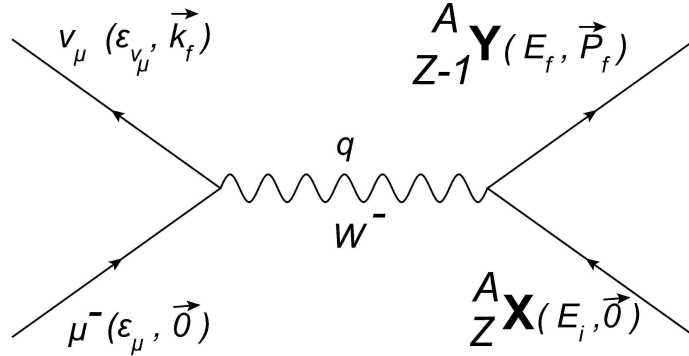
όπου  $\alpha = [1 - (m_\mu/\epsilon_\mu)]^{1/2}$ .

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στους κόμβους αριστερά και δεξιά στο διάγραμμα Feynman που φαίνεται στο Σχήμα (4.1) υπολογίζουμε την ενέργεια του εξερχόμενου νετρίνου ως:

$$\epsilon_{\nu_\mu} = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f \quad (4.7)$$

(έχοντας  $\hbar = c = 1$ ). Στη συνέχεια, μέσω του διαγράμματος Feynman το μέτρο της μεταφερομένης 3-ορμής δίνεται από την έκφραση [62, 126]:

$$q \equiv q_f = m_\mu - \epsilon_b + E_i - E_f \quad (4.8)$$



Σχήμα 4.1: Διάγραμμα Feynman της διαδικασίας σύλληψης μιονίου.

#### 4.4 Φορμαλισμός Ρυθμών Μιονικής Σύλληψης

Η συνηθισμένη διαδικασία σύλληψης μιονίου, η οποία λαμβάνει χώρα στα μιονικά άτομα και παριστάνεται από την Εξ. (4.2), περιγράφεται μέσω της Χαμιλτονιανής αλληλεπίδρασης φορτισμένου ρεύματος, η οποία όπως αναφέραμε και προηγουμένως (βλέπε Κεφ. 3) γράφεται σαν γινόμενο του λεπτονικού,  $j_\mu^{lept}$ , και του αδρονικού ρεύματος,  $\hat{\mathcal{J}}^\mu$ , ως [11, 56, 94, 127]:

$$\hat{\mathcal{H}}_w = \frac{G}{\sqrt{2}} j_\mu^{lept} \hat{\mathcal{J}}^\mu \quad (4.9)$$

Από πυρηνικής απόψεως, ο κύριος στόχος είναι ο υπολογισμός των μερικών και ολικών ρυθμών σύλληψης της αντίδρασης (4.2) με την βοήθεια των πυρηνικών στοιχείων πίνακα αποκλειστικών μεταπτώσεων της μορφής:

$$\langle f | \hat{H}_w | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \int d^3x e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} \langle f | \hat{\mathcal{J}}_\mu | i \rangle. \quad (4.10)$$

όπου η ολοκλήρωση γίνεται στην περιοχή του ατομικού πυρήνα. Η ποσότητα  $\ell^\mu e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}}$  αναφέρεται στα λεπτονικά στοιχεία πίνακα γραμμένα σε καρτεσιανές συντεταγμένες και  $\mathbf{q}$  είναι η μεταφερομένη 3-ορμή το μέτρο της οποίας δίνεται από την Εξ. (4.8).

Στην ενιαία περιγραφή των ημι-λεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων στους πυρήνες η οποία αναπτύχθηκε από τους Donnelly και Walecka [11–13, 127, 128], οι υπολογισμοί των απαραίτητων πλατών μετάπτωσης της Εξ. (4.10) (βλέπε επίσης Παράρτημα Ε'.3) βασίζονται στην πολυπολική ανάλυση των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος η οποία οδηγεί σε ένα σύνολο οκτώ ανεξάρτητων μη-αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών (βλέπε Παράρτημα Ε'.4). Στην έρευνά μας, υποθέτουμε ότι οι pn-QRPA διεγερμένες καταστάσεις  $|J_m^\pi\rangle$  έχουν καλούς χβαντικούς αριθμούς ενέργειας, σπιν ( $J$ ), και ομοτιμίας ( $\pi$ ) που είναι βασική

προϋπόθεση ώστε να είναι εφαρμόσιμη η μέθοδος Donnelly-Walecka. Με το πνεύμα αυτό οι υπολογισμοί των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης γράφονται σε όρους των οκτώ διαφορετικών πυρηνικών στοιχείων πίνακα (μεταξύ της αρχικής  $|J_i\rangle$  και τελικής  $|J_f\rangle$  κατάστασης) ως

$$\Lambda_{i \rightarrow f} = \frac{2G^2 q_f^2}{2J_i + 1} R_f \left[ |\langle J_f | \Phi_{1s} (\widehat{\mathcal{M}}_J - \widehat{\mathcal{L}}_J) | J_i \rangle|^2 + |\langle J_f | \Phi_{1s} (\widehat{\mathcal{T}}_J^{el} - \widehat{\mathcal{T}}_J^{magn}) | J_i \rangle|^2 \right], (4.11)$$

όπου  $\widehat{\mathcal{M}}_J$ ,  $\widehat{\mathcal{L}}_J$ ,  $\widehat{\mathcal{T}}_J^{el}$  και  $\widehat{\mathcal{T}}_J^{magn}$  πολυπολικοί τανυστικοί τελεστές οι οποίοι περιέχουν πολική διανυσματική και αξονική διανυσματική συνιστώσα (βλέπε Παράρτημα Ε'.4). Η ποσότητα  $\Phi_{1s}$  παριστά την κυματοσυνάρτηση του μιονίου στην 1s μιονική τροχιά (για περισσότερες λεπτομέρειες για την κυματοσυνάρτηση του μιονίου βλέπε Παράρτημα Ζ'.1). Ο όρος  $R_f$  λαμβάνει υπόψη του την ανάκρουση του μητρικού πυρήνα και γράφεται ως  $R_f = \left(1 + q_f/M_{targ}\right)^{-1}$ , όπου  $M_{targ}$  η μάζα του πυρήνα-στόχου.

Στη συνήθη σύλληψη μιονίου από σύνθετους πυρήνες ( $A \geq 12$ ), η πυρηνική απόκριση καθορίζεται από την μεταφερομένη ορμή  $q$  της Εξ. (4.8) ή την μεταφερόμενη ενέργεια στο θυγατρικό πυρήνα η οποία είναι  $\approx m_\mu - \epsilon_b$ . Η μεταφερομένη ορμή περιορίζεται από κάτω από τη διαφορά μάζας του αρχικού και τελικού πυρήνα και από πάνω από τη μάζα του μιονίου [δείτε Εξ. (4.8)]. Ο χώρος των φάσεων και η πυρηνική απόκριση ευνοούν χαμηλότερες πυρηνικές διεγέρσεις, συγκεκριμένα αναμένεται να κυριαρχήσουν οι πυρηνικές καταστάσεις στην περιοχή γιγαντιαίου συντονισμού [123].

Στην υπολογιστική μας διαδικασία ακολουθήσαμε τρία στάδια:

- (i) Στο πρώτο στάδιο, εκτελέσαμε ρεαλιστικούς υπολογισμούς “κατάσταση-προς-κατάσταση” των αποκλειστικών ρυθμών σύλληψης μιονίου (OMC) από τα ισότοπα  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ . Στις ηλεκτρομαγνητικές και ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων, η αξονική σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου,  $g_A = 1.262$ , η οποία υπεισέρχεται στους παράγοντες δομής των παραπάνω υπολογισμών (βλέπε Παράρτημα Ε'.7), πρέπει να τροποποιηθεί για τους μεσαίου βάρους και βαρείς πυρήνες [62, 112]. Έτσι, στην  $\mu^-$ -σύλληψη από τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$ ,  $^{90}\text{Zr}$  πραγματοποιήσαμε επιπρόσθετους αναλυτικούς υπολογισμούς χρησιμοποιώντας μια τιμή μικρότερη κατά περίπου 10-12% σε σύγκριση με το  $g_A = 1.262$ , δηλαδή  $g_A = 1.135$  ώστε να λάβουμε υπόψη ένα μάλλον μικρό φαινόμενο μείωσης (quenching effect) της  $g_A$  που αναφέρεται για πυρήνες μεσαίου βάρους [62, 112, 129, 130]. Επίσης, επικεντρωθήκαμε στη μελέτη του σχετικού πλάτους μετάπτωσης, από τις συνεισφορές της πολικής-διανυσματικής και αξονικής-διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος, για κάθε διεγέρση ξεχωριστά, που προκαλείται από την αντίστοιχη συνιστώσα του τελεστή μιονικής σύλληψης.
- (ii) Στο δεύτερο στάδιο των υπολογισμών μας, μελετήσαμε την συνεισφορά των πολυπολικοτήτων χαμηλού σπιν ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) στους ολικούς ρυθμούς  $\mu^-$ -σύλληψης, καθώς επίσης και το αντίστοιχο ποσοστό της συμβολής τους.
- (iii) Στο τελευταίο βήμα, αξιολογήσαμε την ακρίβεια των ολικών ρυθμών  $\mu^-$ -σύλληψης



για το ανωτέρω σύνολο των ισotόπων συγκρίνοντας τους με τα πειραματικά δεδομένα και αντίστοιχους θεωρητικούς υπολογισμούς. Για όλους τους παραπάνω υπολογισμούς, οι απαιτούμενες κυματοσυναρτήσεις για την αρχική (βασική) κατάσταση και για όλες τις δυνατές τελικές (διεγερμένες) καταστάσεις κατασκευάστηκαν μέσω της επίλυσης των εξισώσεων BCS και pn-QRPA, αντίστοιχα, όπως περιγράφηκε στο Κεφ. 3.

#### 4.4.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου

Αρχικά υπολογίσαμε αποκλειστικούς ρυθμούς (exclusive rates) της  $\mu^-$  σύλληψης μέσω της Εξ. (4.11) για όλες τις πολυπολικότητες με  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Στην Εξ. (4.11) λαμβάνονται υπόψη μεταβάσεις μεταξύ της βασικής κατάστασης  $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$  ενός σφαιρικού πυρήνα στόχου και μιας διεγερμένης κατάστασης  $|J_f^\pi\rangle \equiv |f\rangle$  του προκύπτοντος περιττού-περιττού θυγατρικού πυρήνα.

Στις περισσότερες από τις προηγούμενες μελέτες είχε χρησιμοποιηθεί μια μέση τιμή της κυματοσυνάρτησης μιονίου  $\Phi^\mu(r)$ , το  $r$  παριστάνει τη σφαιρική συντεταγμένη (βλέπε Παράρτημα Ζ΄.1). Ωστόσο, μια ακριβής περιγραφή της αντίδρασης (4.2), απαιτεί την ακριβή κυματοσυνάρτηση του μιονίου που παρέχεται από την επίλυση της εξίσωσης Schrodinger (ή των εξισώσεων Dirac) στην οποία υπακούει ένα μόνιο δέσμιο στο πεδίο Coulomb του πυρήνα (η κατανομή του πυρηνικού φορτίου εισάγει δυσκολίες στην ακριβή επίλυση) [112, 131, 132]. Επιπλέον, υποθέτοντας ότι η κυματοσυνάρτηση του μιονίου στην περιοχή του πυρηνικού στόχου είναι σχεδόν σταθερή, τα ολοκληρώματα που υπεισέρχονται στην Εξ. (4.11) μπορούν να υπολογιστούν βγάζοντας έξω από αυτά μια μέση τιμή  $\langle\Phi_{1s}\rangle$ . Έτσι, οι αποκλειστικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου  $\Lambda_{J_f^\pi}$  μπορούν να γραφούν ως:

$$\Lambda_{gs \rightarrow J_f^\pi} \equiv \Lambda_{J_f^\pi} = 2G^2 \langle\Phi_{1s}\rangle^2 R_f q_f^2 \left[ \begin{aligned} & |\langle J_f^\pi \| (\widehat{\mathcal{M}}_J - \widehat{\mathcal{L}}_J) \| 0_{gs}^+ \rangle|^2 \\ & + |\langle J_f^\pi \| (\widehat{\mathcal{T}}_J^{el} - \widehat{\mathcal{T}}_J^{magn}) \| 0_{gs}^+ \rangle|^2 \end{aligned} \right] \quad (4.12)$$

Με βάση την τελευταία έκφραση, αρχικά, εκτελέσαμε λεπτομερείς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση, για το παραπάνω σύνολο των πυρηνικών ισotόπων, χρησιμοποιώντας την αξονική σταθερά σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων  $g_A = 1.262$ , στον αξονικό διανυσματικό παράγοντα δομής (axial-vector form factor). Στη συνέχεια, επαναλάβουμε τους υπολογισμούς αυτούς (με εξαίρεση τα ισotόπα  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$ ) χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή της σταθεράς σύζευξης  $g_A = 1.135$  (quenching effect).

Για κάθε διεγερση του θυγατρικού πυρήνα, ο κώδικας pn-QRPA, μας παρέχει τις ξεχωριστές συνεισφορές που προκαλούνται από τις συνιστώσες (πολική-διανυσματική και αξονική-διανυσματική) του τελεστή της μιονικής σύλληψης. Στηριζόμενοι στην δυνατότητα αυτή, εξετάσαμε την πολυπολική ανάλυση της απόκρισης των πυρήνων που μελετήθηκαν στην σύλληψη μιονίων.

Στα σχήματα που ακολουθούν και αναφέρονται στους αποκλειστικούς ρυθμούς σύλληψης κάθε πυρήνα, απεικονίζεται η συνεισφορά της κάθε ξεχωριστής μετάβασης. Δείχνουμε επίσης, τη συνεισφορά κάθε μετάβασης στο τμήμα που προέρχεται από τον όρο της πολικής διανυσματικής του αδρονικού ρεύματος καθώς και της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας αντίστοιχα. Οι όροι αυτοί, προήλθαν από τις αντίστοιχες συνιστώσες της χαμιλτονιανής των ασθενών αλληλεπιδράσεων (βλέπε Κεφ. 3). Όπως θα δούμε αναλυτικά στη συνέχεια, το μεγαλύτερο μέρος των αποκλειστικών ρυθμών σύλληψης μιονίων προέρχεται από τις  $1^-$ ,  $1^+$  και  $2^-$  πολυπολικές μεταβάσεις που αναφέρονται ως γιγαντιαίος διπολικός συντονισμός (giant dipole resonance), συντονισμός σπιν (spin resonance) και συντονισμός διπολικού-σπιν (spin-dipole resonance) αντίστοιχα.

Επίσης, όπως προαναφέρθηκε, ο κώδικάς μας αρχικά, δίνει αποτελέσματα των ρυθμών  $\Lambda_{J^\pi}$ , δηλαδή ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα με  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Προκειμένου να μελετηθεί η εξάρτηση των ρυθμών αυτών από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  σε όλο το φάσμα pn-QRPA διεγέρσεων των θυγατρικών ισότοπων, είναι απαραίτητη μια αναδιάταξη των αποκλειστικών ρυθμών όλων των δυνατών διεγέρσεων με αύξουσα σειρά ως προς το  $\omega$ . Αυτό πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας ένα ειδικό κώδικα (SORTBULL κατάλληλο για πίνακες). Για όλες τις αντιδράσεις, οι αποκλειστικοί ρυθμοί σύλληψης παρουσιάζουν κάποιες χαρακτηριστικές αναμφισβήτητα έντονες κορυφές σε διάφορες ενέργειες διέγερσης  $\omega$  οι οποίες αντιστοιχούν κυρίως στις μεταβάσεις  $J^\pi = 1^+, 1^-$ , καθώς και στις μεταβάσεις  $J^\pi = 0^+, 0^-$  και  $2^-$ .

Σχετικά με την έντονη συμβολή της  $1^-$  πυρηνικής απόκρισης, η οποία δίνει πάντα την κύρια συμβολή στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης (βλέπε Ενότητα 4.4.3), αυτό οφείλεται στην isoscalar κίνηση των νουκλεονίων στο μέσο πεδίο (διπολική ταλάντωση ολόκληρου του πυρήνα). Να αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι, οι κύβδιλες (spurious) μεταπτώσεις περιλαμβάνονται στους υπολογισμούς μας, αλλά η συμβολή τους δεν είναι ουσιαστική. Προηγούμενες μελέτες έδειξαν ότι η συμβολή τους είναι της τάξης του 20% (17% – 24%). Οι κορυφές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $J^\pi = 1^-$  μπορούν να συγκριθούν με την εμπειρική έκφραση, για τα μεσαίου βάρους και βαρέα ισότοπα, η οποία δίνει την ενεργειακή θέση του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού,  $E_{IVD}$ , βασιζόμενη στα μοντέλα των Jensen-Steinwedel και Goldhaber-Teller (μια υδροδυναμική άποψη του γιγαντιαίου συντονισμού) ως [133]

$$E_{IVD} = 31.2A^{-1/3} + 20.6A^{-1/6} \quad (4.13)$$

(όπου  $A$  είναι η ατομική μάζα του πυρήνα). Όπως θα δούμε στις ακόλουθες ενότητες η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με τον παραπάνω εμπειρικό τύπο είναι πολύ καλή. Επιπλέον, τα αποτελέσματά μας είναι σε καλή συμφωνία με τα συμπεράσματα της εργασίας [91], όπου οι συγγραφείς αναφέρουν ότι για τα σταθερά ισότοπα του  $Ni$  ( $^{58,60,62}Ni$ ) η κορυφή αυτή του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού εμφανίζεται στην περιοχή των 18-19 MeV. Σημειώνουμε ότι παρόμοιο συμπέρασμα εξάγεται από τη μελέτη της αντίδρασης φορτισμένου ρεύματος  $^{56}Fe(\nu_e, e^-)^{56}Co$  από τους Kolbe και Langanke [122], όπου η κορυφή του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού εμφανίζεται περίπου στα 17 MeV (βλέπε Σχήμα 1, Εργασία [122]).

Σε γενικές γραμμές συμπεραίνουμε ότι, ένα μεγάλο μέρος του ποσοστού OMC προέρχεται από την περιοχή της ενέργειας διέγερσης, όπου βρίσκεται το κεντροειδές του πλάτους κατανομής GT (GT strength) για κάθε θυγατρικό πυρήνα. Όπως είναι γνωστό από μελέτες της μεθόδου closure approximation [96, 97], η μέση τιμή της ενέργειας διέγερσης στην μιονική σύλληψη (περίπου  $15\text{MeV}$ ) είναι σχεδόν ίση με την ενέργεια του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού, που μειώνεται σταδιακά με το  $A$  ή  $Z$  [112]. Από την άλλη πλευρά, οι GT τελεστές συμβάλλουν ελάχιστα στους βαρύτερους πυρήνες, όπου τα περισσότερα από τα ενεργά νετρόνια και πρωτόνια είναι σε διαφορετικές στοιβάδες ταλάντωσης. Σε ελαφρύτερους πυρήνες, πάντως (δηλαδή για πυρήνες που έχουν  $N$  και  $Z$  μικρότερο από 40), το πλάτος κατανομής GT είναι σημαντικό και συγκεντρώνεται στην περιοχή χαμηλών ενεργειών. Όσον αφορά το γιγαντιαίο συντονισμό σπιν ( $J^\pi = 1^+$ ) για όλους τους πυρήνες, η μέγιστη κορυφή των αποκλειστικών ρυθμών στη μιονική σύλληψη, βρίσκεται μεταξύ  $5 - 11\text{MeV}$ .

Κλείνοντας την υποενότητα αυτή θα πρέπει να τονίσουμε ότι δεν υπάρχει στην βιβλιογραφία παρόμοια λεπτομερής μελέτη αποκλειστικών ρυθμών μιονικής σύλληψης (η καινοτομία μας αυτή στην μελέτη της διαδικασίας  $\mu^-$ -σύλληψης στηρίζεται στα πλεονεκτήματα της πυρηνικής μεθόδου).

#### 4.4.2 Μερικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου

Το δεύτερο στάδιο της μελέτης μας περιλαμβάνει υπολογισμούς των μερικών ρυθμών (Partial Rates) της μιονικής σύλληψης για διάφορες πολυπολικότητες χαμηλού σπιν,  $\Lambda_J$  (για  $J^\pi \leq 4^\pm$ ), στο επιλεγέν σύνολο πυρήνων. Αυτοί οι μερικοί ρυθμοί υπολογίζονται αθροίζοντας τις συνεισφορές όλων των επιμέρους καταστάσεων της κάθε πολυπολικότητας  $J^\pi$ , που μελετήθηκε ως

$$\Lambda_{J^\pi} = \sum_f \Lambda_{gs \rightarrow J_f^\pi} = 2G^2 \langle \Phi_{1s} \rangle^2 \left[ \sum_f q_f^2 R_f |\langle J_f^\pi | (\widehat{\mathcal{M}}_J - \widehat{\mathcal{L}}_J) | 0_{gs}^+ \rangle|^2 + \sum_f q_f^2 R_f |\langle J_f^\pi | (\widehat{\mathcal{T}}_J^{el} - \widehat{\mathcal{T}}_J^{magn}) | 0_{gs}^+ \rangle|^2 \right] \quad (4.14)$$

όπου ο δείκτης  $f$  διατρέχει όλες τις καταστάσεις της πολυπολικότητας  $|J^\pi\rangle$ . Όπως αναφέρθηκε προηγουμένως, αυτοί οι υπολογισμοί έχουν πραγματοποιηθεί πρώτα χρησιμοποιώντας την τιμή της αξονικής σταθερά σύζευξης  $g_A = 1.262$  (ελεύθερου νουκλεονίου) και στη συνέχεια την μειωμένη τιμή (quenched value)  $g_A = 1.135$  [62].

Ιστορικά, η αναγκαιότητα της επανακανονικοποίησης της  $g_A$ , προήλθε από τις παρακάτω μελέτες: (i) Κατά την ανάλυση πειραματικών δεδομένων της πυρηνικής  $\beta$ -διάσπασης που οδηγούν σε χαμηλές διεγέρσεις [130], και (ii) στην ερμηνεία του μειωμένου πλάτους της κατανομής Gamow-Teller (Gamow-Teller strength) όπως προέκυψε σε αντιδράσεις ανταλλαγής φορτίου ( $p, n$ ) και ( $n, p$ ) [129]. Στην  $\beta^-$  διάσπαση και στις αντιδράσεις ( $p, n$ ) η μειωμένη τιμή της  $g_A$  σχετίζεται κυρίως με το γεγονός ότι παραλείπονται α) οι συσχετίσεις νουκλεονίου-νουκλεονίου εκτός του χώρου μοντέλου που χρησιμοποιείται, καθώς επίσης και β) τα ρευμάτα ανταλλαγής

μεσονίων (meson exchange currents). Πρόσφατα προτάθηκε να χρησιμοποιηθεί η μειωμένη τιμή της  $g_A$  και σε άλλες διαδικασίες ασθενών αλληλεπιδράσεων (αντιδράσεις  $\nu$ -πυρήνα) [62]. Όπως έχει βρεθεί [111], η θεώρηση της μειωμένης τιμής της  $g_A$ , οδηγεί σε καλύτερη συμφωνία των θεωρητικών αποτελεσμάτων με τους πειραματικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης. Δεδομένου ότι οι παράγοντες δομής αξονικού διανύσματος,  $F_A(q^2)$ , εμφανίζονται και στους τέσσερις αξονικούς πολυπολικούς τελεστές (βλέπε εξισώσεις (E'.37)-(E'.40)), η μειωμένη τιμή της  $g_A$ , επηρεάζει τις συνεισφορές των διεγέρσεων  $0^-, 1^\pm$ , κλπ. Στην Εργασία [112], η μειωμένη τιμή της  $g_A$  χρησιμοποιείται μόνο για τις πραγματικές μεταβάσεις Gamow-Teller. Στη μελέτη μας, διαπιστώνουμε ότι για την αναπαραγωγή των πειραματικών δεδομένων, καθώς ο μαζικός αριθμός  $A$  του πυρήνα αυξάνει, η μείωση της τιμής  $g_A$  γίνεται πιο σημαντική και δεν μπορεί να αγνοηθεί, όπως πράξαμε στην περίπτωση των ελαφρών ισotόπων  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$ .

#### 4.4.3 Ολικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου

Στο τελευταίο στάδιο της παρούσας εργασίας, υπολογίσαμε ολικούς ρυθμούς (total rates) μιονικής σύλληψης για το σύνολο πυρήνων που επιλέξαμε. Οι ρυθμοί αυτοί προκύπτουν αθροίζοντας πάνω σε όλους τους μερικούς ρυθμούς μετάβασης δηλαδή τις πολυπολικές αποκρίσεις (μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ ), ως:

$$\Lambda_{tot} = \sum_{J^\pi} \Lambda_{J^\pi} = \sum_{J^\pi} \sum_f \Lambda_{J_f^\pi} \quad (4.15)$$

Τέτοιου είδους υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν δύο φορές: την μία με χρήση της τιμής  $g_A = 1.262$  και την άλλη χρησιμοποιώντας την μειωμένη τιμή  $g_A = 1.135$  (quenched value of  $g_A$ ) [62, 112].

Στις επόμενες παραγράφους παρουσιάζουμε, για καθένα ισότοπο ξεχωριστά, τα αποτελέσματα των αποκλειστικών, μερικών και ολικών ρυθμών μιονικής σύλληψης τα οποία ελήφθησαν όπως περιγράψαμε ανωτέρω.

### 4.5 $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{28}\text{Si}$

Η αντίδραση συνήθους μιονικής σύλληψης από τον πιο ελαφρύ πυρήνα  $^{28}\text{Si}$  που μελετήσαμε γράφεται [135, 136]



Ο μητρικός πυρήνας, πυρίτιο  $^{28}\text{Si}$  είναι ένας ελαφρύς σταθερός πυρήνας με  $A=28$ ,  $Z=14$  (ατομική μάζα 28.0855 amu) και αφθονία του αγγίζει το 92.2% στο φυσικό  $\text{Si}$ . Το πυρίτιο με βάση την αφθονία μάζας είναι το όγδοο στοιχείο στο σύμπαν και το δεύτερο στοιχείο στο φλοιό των μαζικών αστερών (βλέπε Σχήμα 2.1). Η ενέργεια δεσμού του  $\mu^-$  στο μιονικό άτομο του Si είναι περίπου  $\epsilon_b \approx 0.532 \text{ MeV}$ .

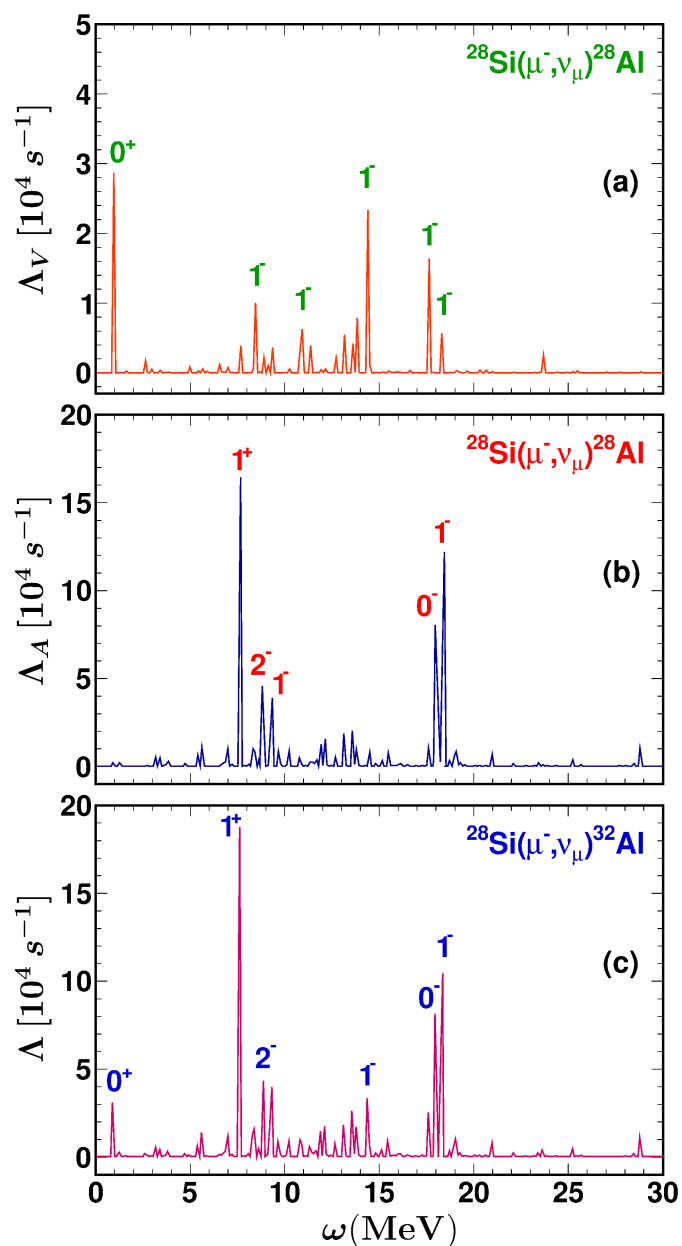
### 4.5.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$

Όπως προαναφέραμε το πρώτο στάδιο της μελέτης μας, για όλους τους πυρήνες, περιλαμβάνει αποκλειστικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης οι οποίοι υπολογίστηκαν με βάση την Εξ. (4.12). Θεωρήσαμε μεταβάσεις μεταξύ της βασικής κατάστασης  $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$  του πυρήνα στόχου  $^{28}\text{Si}$  και όλων των δυνατών διεγερμένων καταστάσεων  $|J_f^\pi\rangle \equiv |f\rangle$  του προκύπτοντος περιττού - περιττού πυρήνα  $^{28}\text{Al}$ . Στο χώρο μοντέλου που έχει επιλεγεί για τον μητρικό πυρήνα  $^{28}\text{Si}$  (βλέπε Κεφ. 3.6.1) υπάρχουν συνολικά 286 τελικές καταστάσεις με  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Στο Σχήμα 4.2(c) απεικονίζεται ο συνολικός αποκλειστικός ρυθμός κάθε μίας από αυτές τις μεταπτώσεις ξεχωριστά (κατά αύξουσα σειρά ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$ ).

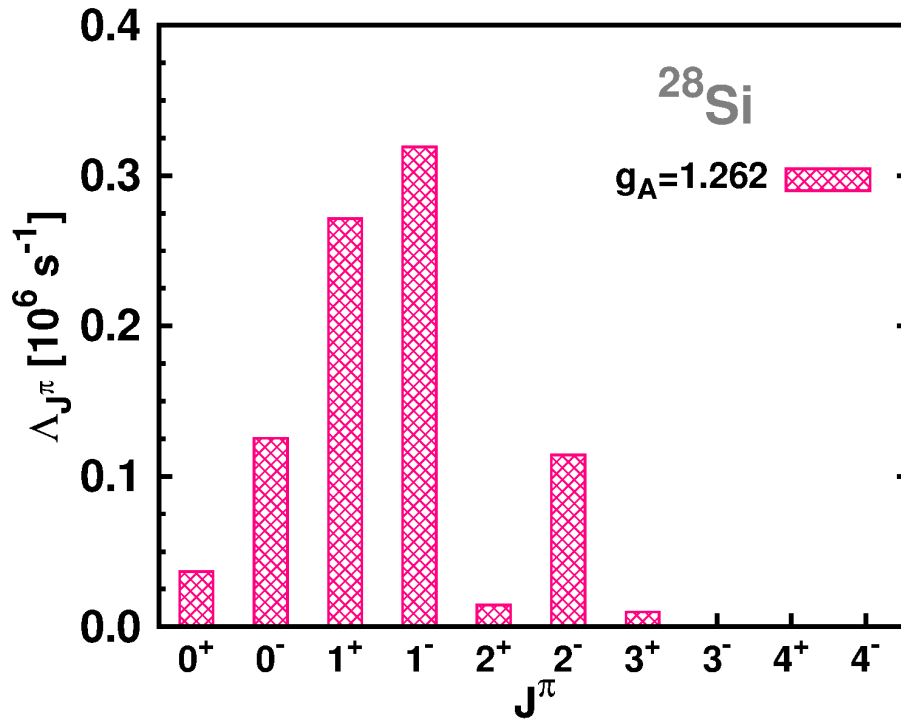
Λεπτομερέστερα, στο θυγατρικό πυρήνα  $^{28}\text{Al}$  η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην  $1_7^+$  QRPA πολυπολική κατάσταση η οποία βρίσκεται στην ενέργεια  $\omega = 7.712\text{MeV}$  (βλέπε Σχήμα 4.2). Άλλες δύο χαρακτηριστικές κορυφές παρατηρούνται στις ενέργειες  $\omega = 18.135\text{MeV}$  και  $\omega = 18.261\text{MeV}$  που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $0_9^-$  και  $1_{26}^-$ . Επιπλέον στο Σχήμα 4.2 παρουσιάζεται η συνεισφορά σε όλες τις δυνατές μεταπτώσεις της πολικής (panel a) και αξονικής (panel b) συνιστώσας της Χαμιλτονιανής αλληλεπίδρασης. Όπως παρατηρούμε στην πολική συνιστώσα οι κύριες συνεισφορές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $0^+$  και  $1^-$ . Οι χαρακτηριστικές κορυφές εδώ αντιστοιχούν στην μετάβαση  $0_1^+$  που βρίσκεται σε ενέργεια  $\omega = 0.971\text{MeV}$  και στην  $1_{22}^-$  σε ενέργεια  $\omega = 14.384\text{MeV}$ . Αντίστοιχα στην αξονική συνιστώσα κυρίως οι συνεισφορές οφείλονται στις μεταβάσεις  $0^-, 1^+$  και  $2^-$ . Εδώ οι χαρακτηριστικές κορυφές αντιστοιχούν στις καταστάσεις  $1_7^+, 0_9^-$  και  $1_{26}^-$  που βρίσκονται αντίστοιχα στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 7.71\text{MeV}$ ,  $\omega = 18.13\text{MeV}$  και  $\omega = 18.26\text{MeV}$ . Αναφέρουμε στο σημείο αυτό ότι, η συνεισφορά που προέρχεται από τον όρο της πολικής διανυσματικής συνιστώσας είναι αρκετά μικρότερη από εκείνη της αξονικής (στο Σχήμα 4.2 η βαθμονόμηση του κάθετου άξονα είναι διαφορετική σε κάθε περίπτωση). Τέλος θα πρέπει να σημειώσουμε ότι οι γραφικές παραστάσεις του Σχ. 4.2 έχουν σχεδιαστεί με τη χρήση του προγράμματος ROOT του CERN με πλάτος διαμέρισης (binning width) 0.112.

### 4.5.2 Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$

Στο στάδιο αυτό της έρευνάς μας μελετάμε με βάση την Εξ. (4.14) τις κυρίαρχες πολυπολικές συνεισφορές στους ρυθμούς σύλληψης μιονίου, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ . Καθώς ο πυρήνας  $^{28}\text{Si}$  αποτελεί έναν ελαφρύ πυρήνα, οι υπολογισμοί αυτοί έγιναν μόνο για την τιμή  $g_A = 1.262$  της αξονικής σταθεράς σύζευξης νουκλεονίου καθώς το φαινόμενο μείωσης (quenching effect) μπορεί να αγνοηθεί [111]). Τα αποτελέσματά μας για τους μερικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης  $\Lambda_{J^\pi}(J^\pi \leq 4^\pm)$  απεικονίζονται στο Σχήμα 4.3 από το οποίο γίνεται φανερό ότι, όπως αναμένεται, οι πιο σημαντικές πολυπολικές μεταβάσεις είναι οι  $J^\pi = 1^+$  και



Σχήμα 4.2: Στο (panel (c)), αναπαρίστανται οι αποκλειστικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης. Επιμέρους συνεισφορές, σε κάθε πολυπολική μετάβαση του θυγατρικού πυρήνα  $^{28}\text{Al}$  της πολικής-διανυσματικής (Polar-Vector),  $\Lambda_V$ , (panel(a)) καθώς και της αξονικής-διανυσματικής (Axial-Vector),  $\Lambda_A$ , (panel (b)) συνιστώσας στους αποκλειστικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης  $\omega$  για το ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ . Στο (panel (c)), αναπαρίστανται οι αντίστοιχες συνεισφορές στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης.



Σχήμα 4.3: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου από το ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ ,  $\Lambda_{J^\pi}$ , για διάφορες πολυπολικές μεταπτώσεις. Οι κυρίαρχες συνεισφορές προέρχονται από τις  $J^\pi = 1^-$  και  $J^\pi = 1^+$  πολυπολικότητες. Τα αποτελέσματα αυτά έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας την τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης  $g_A = 1.262$  (ελευθέρου νουκλεονίου).

$1^-$ .

Πιο αναλυτικά, η συνεισφορά από όλες τις  $1^-$  μεταβάσεις αποτελεί περίπου το 36% του συνολικού ρυθμού σύλληψης μιονίου, ενώ οι μεταβάσεις  $1^+$  περίπου το 30%. Σημαντική συμβολή, περίπου 14%, προέρχεται από την πολυπολικότητα  $J^\pi = 0^-$  και περίπου 13% από την  $J^\pi = 2^-$ . Στην δεύτερη στήλη του Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται αναλυτικά τα επιμέρους ποσοστά για κάθε πολυπολική μετάβαση χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ .

Στον Πίνακα 4.2 φαίνονται οι ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$  χρησιμοποιώντας την pn-QRPA μέθοδό μας. Επίσης, φαίνονται οι επιμέρους συνεισφορές που προέρχεται από την πολική (polar) καθώς και την αξονική (axial) συνιστώσα για κάθε πολυπολικότητα. Είναι σαφές ότι σε όλες τις περιπτώσεις το αξονικό μέρος έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου.

Πίνακας 4.1: Τα ποσοστά συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στους ολικούς ρυθμούς μερικής μιονικής σύλληψης υπολογισμένα χρησιμοποιώντας τον pn-QRPA κώδικα μας.

	$^{28}\text{Si}$	$^{32}\text{S}$	$^{48}\text{Ti}$	$^{56}\text{Fe}$	$^{66}\text{Zn}$	$^{90}\text{Zr}$
$0^-$	14.03	13.30	10.78	9.64	7.94	6.89
$0^+$	4.11	1.27	7.24	7.92	8.22	8.99
$1^-$	35.74	38.01	43.88	42.18	44.21	42.43
$1^+$	30.42	30.28	16.24	22.46	21.29	20.43
$2^-$	12.81	13.54	16.97	12.72	13.32	13.57
$2^+$	1.62	2.36	2.67	2.79	2.85	4.16
$3^-$	0.10	0.15	0.23	0.32	0.34	0.52
$3^+$	1.09	0.97	1.82	1.78	1.58	2.65
$4^-$	0.06	0.10	0.14	0.16	0.23	0.30
$4^+$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03

Πίνακας 4.2: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου  $\Lambda_{J^\pi}$  (σε  $10^6 s^{-1}$ ) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA για το μητρικό ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ . Επιπλέον παρουσιάζεται ξεχωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους σε κάθε πολυπολικότητα.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία $J^\pi$				Αρνητική ομοτιμία $J^\pi$			
$J^\pi$	Polar	Axial	Total	$J^\pi$	Polar	Axial	Total
$0^+$	0.03669	0.00000	0.03669	$0^-$	0.00000	0.12527	0.12527
$1^+$	0.00608	0.23790	0.27150	$1^-$	0.09871	0.26668	0.31898
$2^+$	0.00499	0.01167	0.01444	$2^-$	0.00299	0.09978	0.11434
$3^+$	0.00021	0.00864	0.00976	$3^-$	0.00037	0.00061	0.00085
$4^+$	0.00001	0.00001	0.00002	$4^-$	0.00001	0.00058	0.00066

#### 4.5.3 Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$ αντίδραση

Στο τελευταίο στάδιο μελέτης της αντίδρασης  $^{28}\text{Si}(\mu^-, \nu_\mu)^{28}\text{Al}$ , εκτελέσαμε αναλυτικούς υπολογισμούς των ολικών ρυθμών μιονικής σύλληψης στηριζόμενοι στην Εξ. (4.15), κάνοντας χρήση της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων. Παρατηρώντας την τέταρτη (4) γραμμή του Πίνακα 4.8 βλέπουμε ότι τα αποτελέσματά



μας είναι σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα, έχοντας απόκλιση μόλις 2.4%. Εξίσου καλή είναι και η συμφωνία μας με τα αποτελέσματα των εργασιών [112] και [62], όπου οι αποκλίσεις είναι αντίστοιχα 8.4% και 13%. Τέλος, στον Πίνακα 4.8 παρουσιάζονται τα ολικά μέρη του πολικού και αξονικού διανύσματος καθώς και του όρου επικάλυψης για το ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ .

## 4.6 $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{32}\text{S}$

Ο δεύτερος σε σειρά αυξανόμενου μαζικού αριθμού  $A$  μητρικός πυρήνας στον οποίο μελετήθηκε η διαδικασία της σύλληψης μιονίου είναι το θείο  $^{32}\text{S}$ . Το θείο χαρακτηρίζεται ως ισοβαθμωτός πυρήνας (όπως και το  $^{28}\text{Si}$ )  $N=16$  και  $Z=16$  (έχει ατομική μάζα 32.065 amu) και είναι ένα σταθερό ισότοπο του οποίου η αφθονία αγγίζει το 95.02% του φυσικού  $\text{S}$ . Το θείο όπως και το πυρίτιο βρίσκεται στο δεύτερο (εκ των έξω) φλοιό ενός μαζικού αστέρα (βλέπε Σχήμα 2.1). Η συνήθης αντίδραση σύλληψης μιονίου από το ισότοπο  $^{32}\text{S}$  περιγράφεται μέσω της:

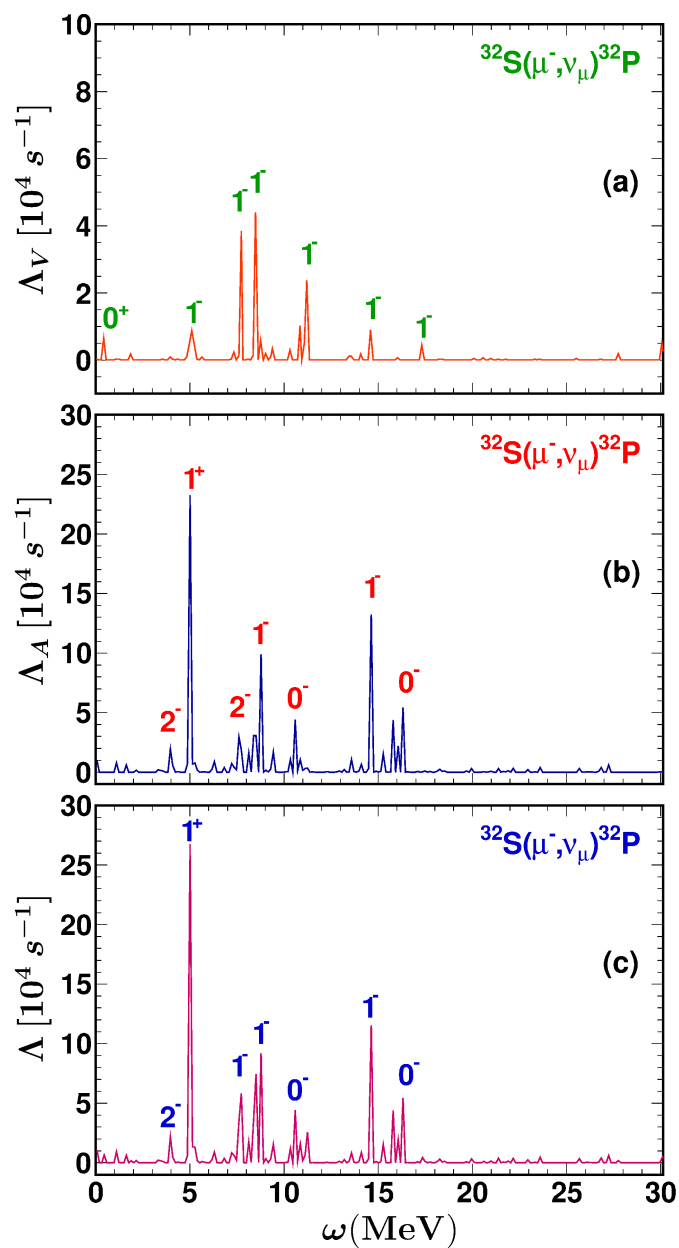


Η ενέργεια του δεσμού του  $\mu^-$  στο μιονικό άτομο  $^{32}\text{S}$  είναι  $\epsilon_b \approx 0.679 \text{ MeV}$ .

### 4.6.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$

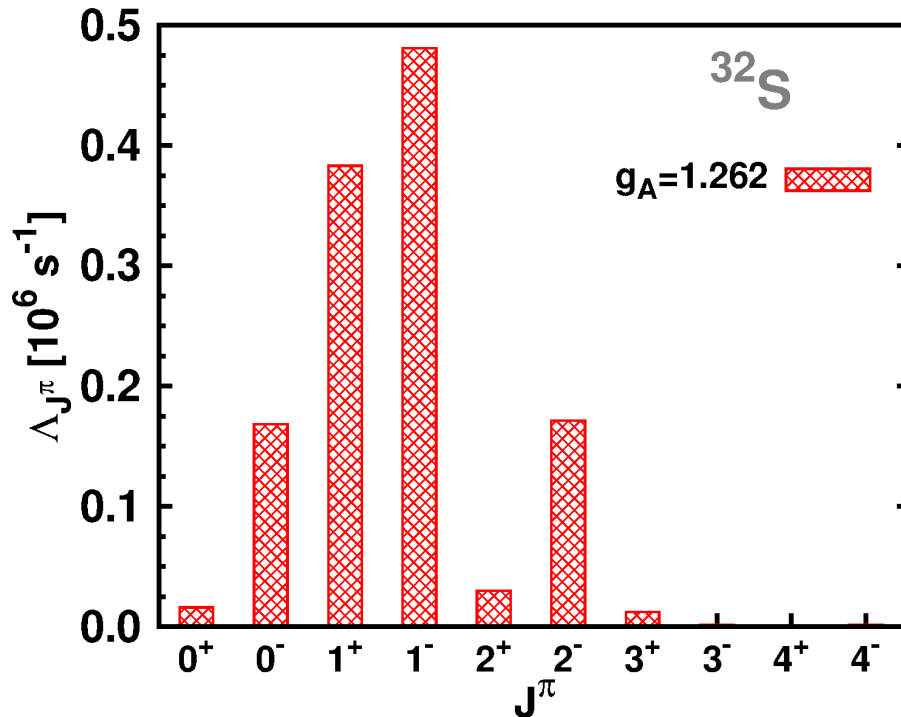
Όπως και στην περίπτωση του πυριτίου οι αρχικοί υπολογισμοί μας βασίζονται στην Εξ. (4.12). Σύμφωνα με τον χώρο μοντέλου που επιλέξαμε για το ισότοπο  $^{32}\text{S}$  (βλέπε Κεφ. 3.6.1) με αρχική την βασική κατάσταση  $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$  του μητρικού πυρήνα  $^{32}\text{S}$  συνολικά προκύπτουν 440 δυνατές τελικές καταστάσεις  $|J_f^\pi\rangle \equiv |f\rangle$  στον θυγατρικό πυρήνα  $^{32}\text{P}$  με  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Όλες αυτές οι μεταπτώσεις έχουν τοποθετηθεί κατά αύξουσα σειρά συναρτήσεως της ενέργειας διέγερσης  $\omega$  στο Σχήμα 4.4 όπου απεικονίζεται η συνεισφορά κάθε μίας ξεχωριστά, τόσο στον συνολικό αποκλειστικό ρυθμό μιονικής σύλληψης όσο και στο πολικό και αξονικό μέρος αντίστοιχα.

Συμπερασματικά, στο θυγατρικό πυρήνα  $^{32}\text{P}$  το μέγιστο της κορυφής αντιστοιχεί στον ρυθμό της  $1_5^+$  μετάβασης η οποία εμφανίζεται στην ενέργεια  $\omega = 4.855 \text{ MeV}$ . Άλλη χαρακτηριστική κορυφή του ρυθμού προκύπτει στην ενέργεια  $\omega = 15.564 \text{ MeV}$  η οποία αντιστοιχεί στην μετάβαση  $1_{28}^-$  όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.4 (panel c). Όπως αναφέραμε και προηγουμένως, επιπρόσθετα στο Σχήμα 4.4 παρουσιάζονται οι συνεισφορές σε κάθε μετάβαση της πολικής, panel (a), και αξονικής, panel (b) συνιστώσας. Και εδώ, οι κύριες συνεισφορές στους αποκλειστικούς ρυθμούς που προέρχονται από τον όρο του πολικού διανύσματος αντιστοιχούν κυρίως σε μεταβάσεις  $0^+$  και  $1^-$  με χαρακτηριστικότερες τις κορυφές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_9^-$  και  $1_{21}^-$  που βρίσκονται στις ενέργειες  $\omega = 8.54 \text{ MeV}$  και  $\omega = 11.88 \text{ MeV}$ , αντίστοιχα. Όσον αφορά το αξονικό μέρος έχουμε κυρίως συνεισφορές από τις μεταβάσεις  $0^-, 1^+, 1^-$  και  $2^-$  με χαρακτηριστικές κορυφές στις



Σχήμα 4.4: Όπως και στο Σχήμα 4.2, όμως εδώ μητρικός πυρήνας είναι το  $^{32}\text{S}$ .

μεταβάσεις  $1_5^+$  και  $1_{28}^-$  που εμφανίζονται σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 4.85 \text{ MeV}$  και  $\omega = 15.56 \text{ MeV}$  αντίστοιχα. Αναφέρουμε ότι και εδώ η συμβολή της αξονικής συνιστώσας είναι πολύ μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της πολικής συνιστώσας. Στο Σχήμα 4.4 η σχεδίαση έγινε με το πρόγραμμα ROOT, με πλάτος διαμέρισης 0.105.



Σχήμα 4.5: Παρόμοιο με το Σχήμα 4.3 στην περίπτωση  $\mu^-$ -σύλληψης από το ισότοπο  $^{32}\text{S}$ .

#### 4.6.2 Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$

Ο υπολογισμός των μερικών ρυθμών (partial rates) σύλληψης μιονίου από τον μητρικό πυρήνα του θείου  $^{32}\text{S}$  με βάση την Εξ. (4.14) έγινε (όπως και στην προηγούμενη περίπτωση) μόνο για τη σταθερά σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου  $g_A = 1.262$ . Ο παράγοντας μείωσης (quenching factor) μπορεί να αγνοηθεί και για τον πυρήνα  $^{32}\text{S}$  [111] (ελαφρύς πυρήνας). Τα αποτελέσματα των μερικών ρυθμών  $\mu^-$ -σύλληψης απεικονίζονται στο Σχήμα 4.5.

Παρατηρούμε και εδώ, παρόμοια εικόνα με αυτή που είδαμε στο ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ . Οι κυρίαρχες συνεισφορές στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης προέρχονται από τις πολυπολικές μεταβάσεις  $J^\pi = 1^-$  (38%) και  $J^\pi = 1^+$  (30%). Κατά τα άλλα, αρκετά σημαντικά ποσοστά προέρχονται από τις πολυπολικότητες μη-κανονικής ομοτιμίας (ubnormal parity)  $0^-$  και  $2^-$  περίπου 13% και 14% αντίστοιχα. Στην τρίτη στήλη του Πίνακα 4.1 παρουσιάζονται αναλυτικά τα επιμέρους ποσοστά για κάθε πολυπολική μετάβαση χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ .

Ο Πίνακας 4.3 δείχνει τις ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν (μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ ) χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας pn-QRPA. Επίσης φαίνεται το πολικό και το αξονικό μέρος του ρυθμού για κάθε πολυπολικότητα. Είναι φανερό ότι σε όλες τις

περιπτώσεις η αξονική συνιστώσα παρέχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό κάθε μερικού ρυθμού σύλληψης μιονίου.

Πίνακας 4.3: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου από το ισότοπο  $^{32}\text{S}$ ,  $\Lambda_{J^\pi}$ , (σε  $10^6 \text{ s}^{-1}$ ) για πολυπολικότητες με  $J^\pi \leq 4^\pm$ , υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA. Επιπλέον παρατίθεται ξεχωριστά η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους κάθε πολυπολικότητας.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) \text{ s}^{-1}$							
Θετική ομοτιμία $J^\pi$				Αρνητική ομοτιμία $J^\pi$			
$J^\pi$	Polar	Axial	Total	$J^\pi$	Polar	Axial	Total
$0^+$	0.01610	0.00000	0.01610	$0^-$	0.00000	0.16830	0.16830
$1^+$	0.00804	0.33645	0.38315	$1^-$	0.16547	0.38543	0.48090
$2^+$	0.00889	0.02479	0.02991	$2^-$	0.00446	0.14951	0.17132
$3^+$	0.00028	0.01087	0.01226	$3^-$	0.00078	0.00133	0.00184
$4^+$	0.00003	0.00006	0.00008	$4^-$	0.00003	0.00118	0.00133

#### 4.6.3 Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{32}\text{S}(\mu^-, \nu_\mu)^{32}\text{P}$ αντίδραση

Κλείνοντας τους υπολογισμούς μας για την  $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο του θείου  $^{32}\text{S}$ , παραθέτουμε σε αυτή την ενότητα τα αποτελέσματα των ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίου εργαζόμενοι όπως και στην περίπτωση του έταιρου ελαφρού πυρήνα  $^{28}\text{Si}$ . Τα αποτελέσματα της μελέτης μας, είναι καταχωρημένα στον Πίνακα 4.8, όπου εκτός των ολικών ρυθμών  $\mu^-$ -σύλληψης εμφανίζονται αναλυτικά και οι συνεισφορές του πολικού μέρους, του αξονικού και του όρου επικάλυψης των καθώς και υπάρχοντα πειραματικά και θεωρητικά δεδομένα. Η συμφωνία μας τόσο με τα πειραματικά δεδομένα όσο και με τα αποτελέσματα των εργασιών [112] και [62] είναι αρκετά καλή, με αντίστοιχες αποκλίσεις 6.4%, 0.3% και 14.8%.

#### 4.7 $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{48}\text{Ti}$

Ο τρίτος πυρήνας του οποίου μελετήθηκε η απόκριση στην διαδικασία της σύλληψης μιονίου είναι το τιτάνιο  $^{48}\text{Ti}$  το οποίο έχει ατομικό αριθμό  $Z=22$  και αριθμό νετρονίων  $N=26$  (ατομική μάζα 47.867 amu). Είναι ένα σταθερό ισότοπο που η αφθονία στο φυσικό  $\text{Ti}$  είναι 73.72%.

Η συνήθης  $\mu^-$ -σύλληψη από το  $^{48}\text{Ti}$  περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



Επειδή η ενέργεια δεσμού του  $\mu^-$  στο μιονικό άτομο του  $\text{Ti}$  είναι  $\epsilon_b \approx 1.253 \text{ MeV}$  η διαθέσιμη ενέργεια είναι  $E_\delta = m_\mu - \epsilon_b \approx 104.3 \text{ MeV}$ , δηλαδή πολύ μεγάλη ώστε να συμβούν πολύ υψηλοενεργειακές διεγέρσεις.

#### 4.7.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$

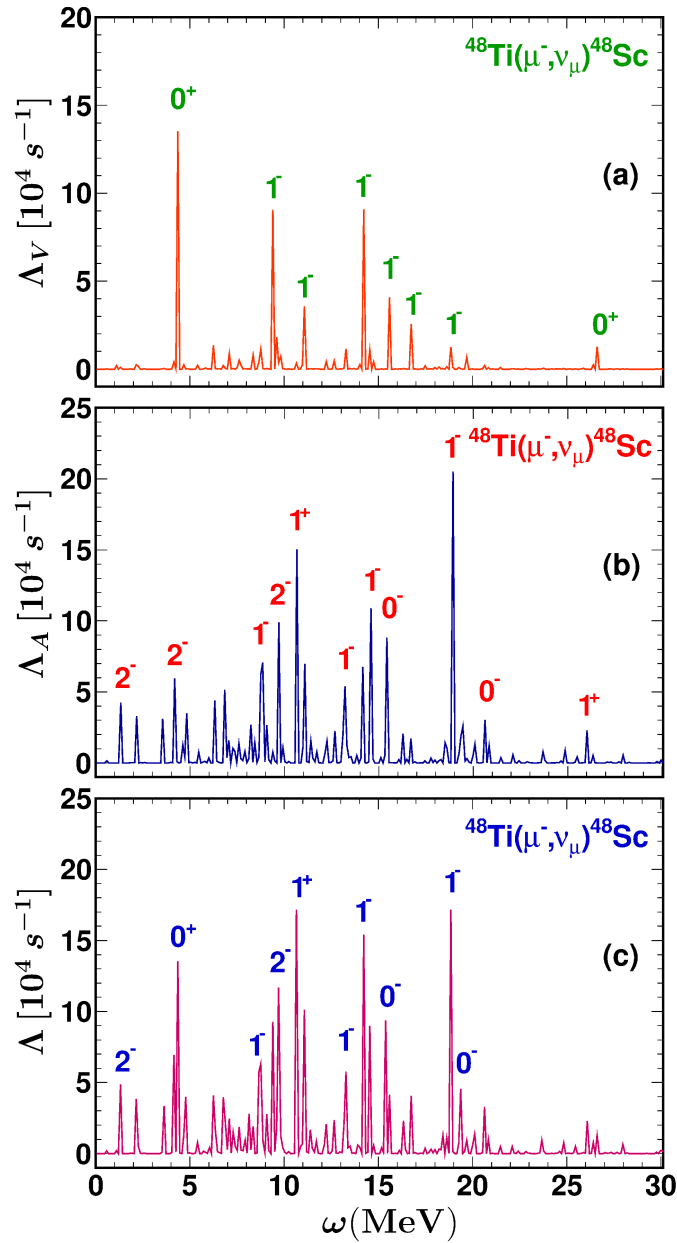
Στην αντίδραση  $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$  για τον χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήσαμε (βλέπε Κεφ. 3.6.1) περιλαμβάνονται συνολικά 440 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα  $^{48}\text{Sc}$  (όπως και στην περίπτωση του  $^{32}\text{P}$ ). Τοποθετώντας όλους τους αποκλειστικούς ρυθμούς αυτών των δυνατών μεταβάσεων κατά αύξουσα σειρά σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης  $\omega$  παρατηρούμε στο Σχήμα 4.6(c) ότι οι πιο σημαντικές κορυφές παρατηρούνται στις ενέργειες  $\omega = 4.319 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 9.672 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 10.666 \text{ MeV}$  και  $\omega = 18.868 \text{ MeV}$  δηλαδή στις μεταβάσεις  $0_1^+$ ,  $2_{17}^-$ ,  $1_{13}^+$  και  $1_{26}^-$  αντίστοιχα.

Στο Σχήμα 4.6 παρουσιάζονται οι ιδιαίτερες συνεισφορές κάθε μετάβασης του πολικού (panel a), και του αξονικού (panel b) μέρους. Οι κύριες συνεισφορές στους αποκλειστικούς ρυθμούς οι οποίες προέρχονται από τον όρο της πολικής διανυσματικής συνιστώσας, παρατηρούμε ότι αντιστοιχούν κυρίως στις μεταβάσεις  $0^+$  και  $1^-$ . Οι χαρακτηριστικές κορυφές εδώ αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $0_1^+$  για  $\omega = 4.32 \text{ MeV}$ ,  $1_{11}^-$  για  $\omega = 9.38 \text{ MeV}$  και  $1_{19}^-$  στην ενέργεια  $\omega = 14.20 \text{ MeV}$ . Στο Σχήμα 4.6(b) παρουσιάζονται αντίστοιχα οι αξονικές συνεισφορές όπου οι πιο έντονες κορυφές εμφανίζονται για τις μεταπτώσεις  $0^-, 1^+, 1^-$  και  $2^-$ . Συγκεκριμένα, οι πιο έντονες κορυφές αντιστοιχούν στις  $1_{13}^+$  και  $1_{26}^-$  μεταβάσεις που βρίσκονται στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 15.04 \text{ MeV}$  και  $\omega = 18.87 \text{ MeV}$  αντίστοιχα.

Επειδή το  $^{48}\text{Ti}$  είναι πυρήνας μεσαίου βάρους μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον εμπειρικό τύπο της Εξ. (4.13) και να συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας με αυτόν. Σύμφωνα με τον εμπειρικό τύπο το γιγαντιαίο μέγιστο των  $1^-$  μεταπτώσεων προβλέπεται στην ενέργεια διέγερσης  $18.668 \text{ MeV}$  που είναι σε άριστη συμφωνία με τα αποτελέσματά μας. Όπως προαναφέραμε η μέγιστη κορυφή  $1^-$  εμφανίζεται στην ενέργεια  $\omega = 18.87 \text{ MeV}$  (βλέπε Σχήμα 4.6(c)). Σημειώνουμε ότι η απόκριση του  $^{48}\text{Ti}$  στην  $\mu^-$ -σύλληψη είναι πιο πλούσια συγκρινόμενη με εκείνη των δύο προηγούμενων ισοτόπων  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ . Κλείνοντας, να αναφέρουμε ότι οι γραφικές παραστάσεις του Σχήματος 4.4 έχουν σχεδιαστεί με το πρόγραμμα ROOT χρησιμοποιώντας πλάτος διαμέρισης ίσο με 0.105.

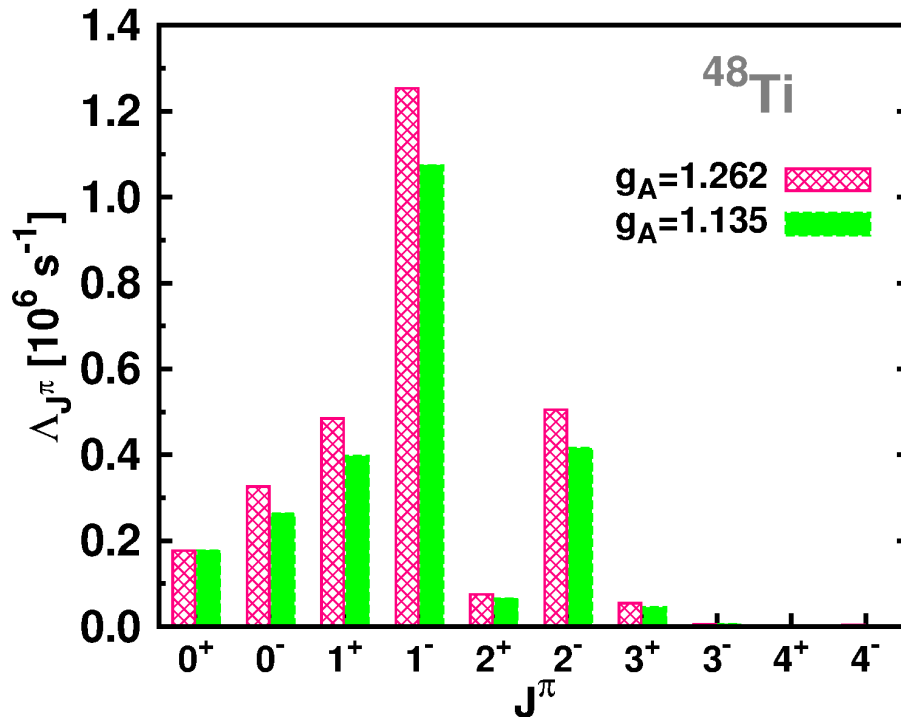
#### 4.7.2 Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$

Στην περίπτωση του τιτανίου,  $^{48}\text{Ti}$ , (όπως και για τους υπόλοιπους πυρήνες μεσαίου βάρους  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  που θα μελετηθούν παρακάτω) εκτελέσαμε με βάση την Εξ. (4.14) υπολογισμούς μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης δύο φορές:



Σχήμα 4.6: Παρόμοιο με το Σχήμα 4.2, έχοντας όμως ως μητρικό πυρήνα το  $^{48}\text{Ti}$ .

την πρώτη φορά χρησιμοποιήσαμε σαν τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης την  $g_A = 1.262$  και στην συνέχεια την μειωμένη τιμή  $g_A = 1.135$  (quenched value of  $g_A$ ) η οποία χρησιμοποιείται και στις εργασίες [62, 112]. Διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματά μας είναι σε καλή συμφωνία με εκείνα των εργασιών [62, 112]. Στο Σχήμα 4.7 παρουσιάζονται τα αποτελέσματά που ελήφθησαν κάνοντας χρήση και των δύο τιμών της σταθεράς  $g_A$ .



Σχήμα 4.7: Μερικοί ρυθμοί  $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση  $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ . Οι υπολογισμοί πραγματοποιήθηκαν δύο φορές, την πρώτη χρησιμοποιώντας την  $g_A = 1.262$  και την δεύτερη θεωρώντας την μειωμένη τιμή (quenched value)  $g_A = 1.135$ .

Από την μελέτη της  $\mu^-$ -σύλληψης στο ισότοπο  $^{48}\text{Ti}$ , διαπιστώσαμε ότι ένα μεγάλο μέρος του συνολικού ρυθμού προέρχεται από τις πολυπολικές μεταβάσεις  $J^\pi = 1^-$  και  $2^-$ , όπως φαίνεται στο Σχήμα 4.7. Πιο συγκεκριμένα, η πολυπολικότητα  $1^-$  συνεισφέρει περίπου το 44%, η  $2^-$  περίπου 17%, η  $1^+$  περίπου 16% και η  $0^-$  περίπου 11%. Σημαντική συμβολή (περίπου 7%) προέρχεται επίσης από την πολυπολικότητα  $0^+$ . Τα επιμέρους ποσοστά κάθε πολυπολικότητας στους ολικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης για μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$  παρουσιάζονται λεπτομερώς στην τέταρτη στήλη του Πίνακα 4.1.

Οι τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν βρεθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν ( $J^\pi \leq 4^\pm$ ) είναι καταχωρημένες στον Πίνακα 4.4. Στον πίνακα αυτό φαίνονται επίσης το μέρος του ρυθμού που προέρχεται από την πολική καθώς και την αξονική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος για κάθε πολυπολικότητα. Είναι προφανές ότι, (όπως και στους προηγούμενους πυρήνες που μελετήθηκαν) σε κάθε πολυπολικότητα το αξονικό μέρος αποτελεί την μεγαλύτερη συνεισφορά των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου.

Πίνακας 4.4: Μερικοί ρυθμοί  $\mu^-$ -σύλληψης  $\Lambda_{J^\pi}$  (σε  $10^6 s^{-1}$ ) για πολυπολικότητας μικρού σπιν  $J^\pi \leq 4^\pm$  υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA για την αντίδραση  $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ . Παρουσιάζεται επίσης, η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία $J^\pi$				Αρνητική ομοτιμία $J^\pi$			
$J^\pi$	Polar	Axial	Total	$J^\pi$	Polar	Axial	Total
$0^+$	0.17728	0.00000	0.17728	$0^-$	0.00000	0.26381	0.26381
$1^+$	0.00832	0.34978	0.39740	$1^-$	0.40086	0.83481	1.07383
$2^+$	0.02721	0.04830	0.06541	$2^-$	0.01048	0.35921	0.41531
$3^+$	0.00092	0.03915	0.04453	$3^-$	0.00260	0.00385	0.00567
$4^+$	0.00011	0.00016	0.00023	$4^-$	0.00007	0.00298	0.00340

### 4.7.3 Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{48}\text{Ti}(\mu^-, \nu_\mu)^{48}\text{Sc}$ αντίδραση

Τέλος για το ισότοπο του τιτανίου,  $^{48}\text{Ti}$ , (όπως και σε όλους τους παρακάτω μεσαίου βάρους πυρήνες) πραγματοποιήσαμε αναλυτικούς υπολογισμούς για τους ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίου σύμφωνα με την Εξ. (4.15) κάνοντας χρήση της μειωμένης τιμής της σταθεράς σύζευξης ελευθέρων νουκλεονίων  $g_A = 1.135$ . Στην έκτη (6) γραμμή του Πίνακα 4.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της έρευνάς μας για το ισότοπο αυτό. Παρουσιάζονται λεπτομερώς οι ολικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου καθώς και η συνεισφορά σε αυτούς των αντίστοιχων όρων που προέρχονται από την πολική και αξονική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος καθώς επίσης και του όρου επικάλυψης τους. Παρατηρούμε ότι συμφωνία μας με τα πειραματικά δεδομένα είναι πολύ καλή, έχοντας απόκλιση μόλις 5.5% καθώς και με τα αποτελέσματα της εργασίας [62] όπου η απόκλιση είναι 3.8%. Αρχετά καλή είναι και η συμφωνία μας με τα αποτελέσματα της εργασίας [112] όπου η απόκλιση αγγίζει το 10.5%.

## 4.8 $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{56}\text{Fe}$

Ο σίδηρος  $^{56}\text{Fe}$  είναι ένα από τα πιο σημαντικά ισότοπα τόσο από την άποψη της πυρηνικής φυσικής όσο και από αστροφυσικής απόψεως. Έχει ατομικό αριθμό  $Z = 26$ , αριθμό νετρονίων  $N = 30$ , (ατομική μάζα 55.847 amu) και είναι ένα σταθερό ισότοπο με αφθονία 91.754% στον φυσικό σίδηρο. Συντίθεται στον κεντρικό φλοιό καύσης ενός μαζικού αστέρα (βλέπε Σχήμα 2.1) και παίζει σημαντικό ρόλο καθώς η ολοκλήρωση της καύσης του σημαίνει την έναρξη της διαδικασίας κατάρρευσης του αστέρα.



Η συνήθης σύλληψη μιονίου από το ισότοπο  $^{56}\text{Fe}$  περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



Η ενέργεια δεσμού του  $\mu^-$  στο μιονικό άτομο του Fe είναι περίπου  $\epsilon_b \approx 1.70 \text{ MeV}$ .

#### 4.8.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$

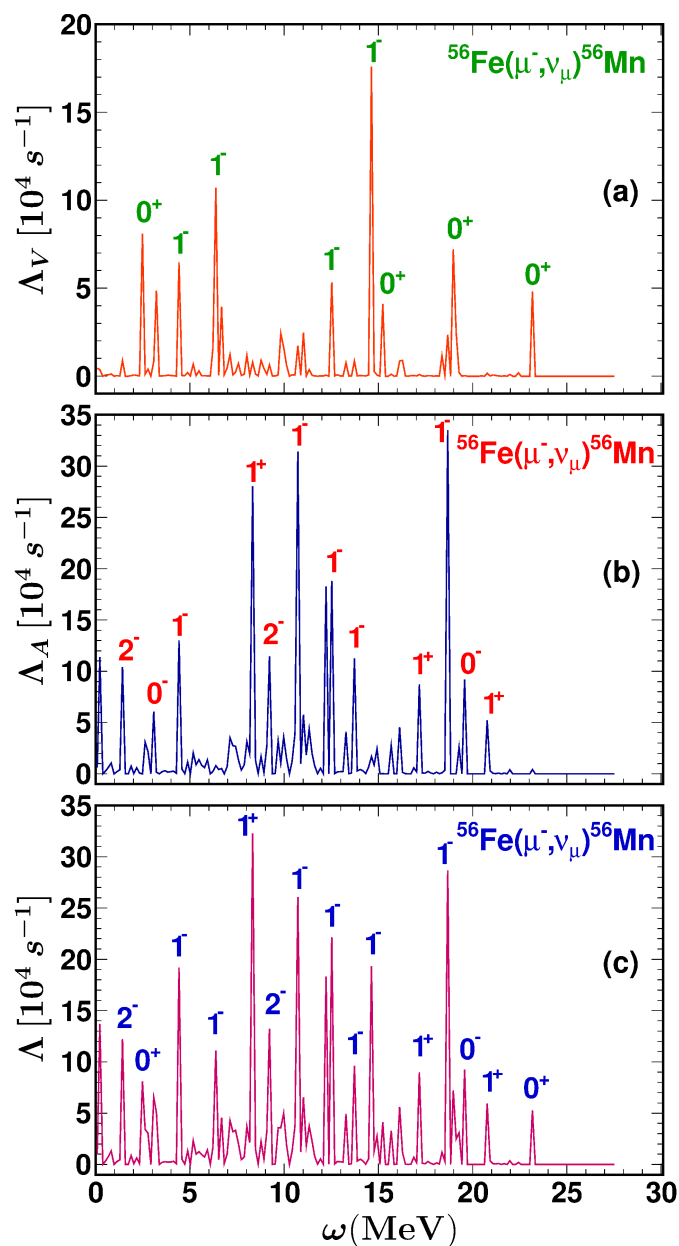
Στον χώρο μοντέλου που χρησιμοποιούμε στα πλαίσια της περιγραφής pn-QRPA (βλέπε Κεφ. 3.6.1) για μητρικό ισότοπο της  $\mu^-$ -σύλληψης τον  $^{56}\text{Fe}$  βρήκαμε ότι με αρχική κατάσταση την βασική κατάσταση του σιδήρου υπάρχουν συνολικά 488 δυνατές τελικές καταστάσεις του  $^{56}\text{Mn}$ . Από το Σχήμα 4.8(c) βλέπουμε ότι το σημαντικότερο ρόλο (μέγιστη κορυφή) παίζει η  $1_{10}^+$  μετάβαση η οποία εμφανίζεται σε ενέργεια  $\omega = 8.278 \text{ MeV}$ . Άλλη σημαντική μετάβαση είναι η  $1_{38}^-$  σε ενέργεια  $\omega = 18.716 \text{ MeV}$ .

Οι σημαντικότερες μεταβάσεις που συνεισφέρουν στο πολικό μέρος παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.8(a), και είναι οι  $0_1^+$ ,  $1_7^-$  και  $1_{38}^-$  οι οποίες οδηγούν στις ενέργειες  $\omega = 8.09 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 6.37 \text{ MeV}$  και  $\omega = 14.66 \text{ MeV}$  αντίστοιχα του θυγατρικού πυρήνα  $^{56}\text{Mn}$ . Από αυτές που συνεισφέρουν στο αξονικό μέρος του ρυθμού, οι σημαντικότερες είναι αυτές που εμφανίζονται στις ενέργειες  $\omega = 8.28 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 10.79 \text{ MeV}$  και  $\omega = 18.71 \text{ MeV}$  και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_{10}^+$ ,  $1_{24}^-$  και  $1_{38}^-$ . Η εμπειρική Εξ. (4.13) προβλέπει τον γιγαντιαίο διπολικό συντονισμό  $1^-$  στη θέση ενέργειας  $\omega = 18.670 \text{ MeV}$  που είναι σε πάρα πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματά μας που την τοποθετούν στα  $18.716 \text{ MeV}$ . Σε παρόμοια συμπεράσματα κατέληξαν και οι Kolbe και Langanke κατά την μελέτη της αντίδρασης φορτισμένου ρεύματος  $^{56}\text{Fe}(\nu_e, e^-)^{56}\text{Co}$  [122], όπου ο γιγαντιαίος διπολικός συντονισμός προβλέπεται σε ενέργεια περίπου  $17.5 \text{ MeV}$ .

Κατά τον σχεδιασμό του Σχήματος 4.8 με το πρόγραμμα ROOT του CERN, χρησιμοποιήθηκε πλάτος διαμέρισης 0.15.

#### 4.8.2 Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$

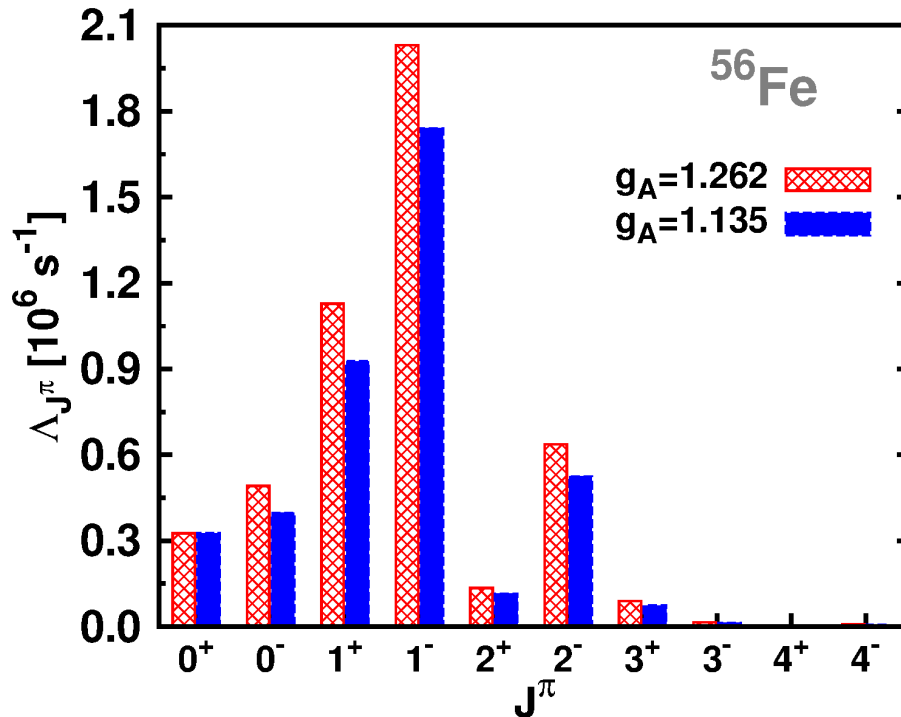
Ακριβώς όπως στην περίπτωση του ισότοπου  $^{48}\text{Ti}$ , έτσι και στην περίπτωση του  $^{56}\text{Fe}$  βασιζόμενοι στην Εξ. (4.14) και χρησιμοποιώντας τις δύο τιμές της  $g_A$  ( $g_A = 1.262$  και  $g_A = 1.135$ ) υπολογίζουμε τους μερικούς ρυθμούς μιονικής σύλληψης της αντίδρασης  $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$ . Παρατηρώντας το Σχήμα 4.9 βλέπουμε ότι οι σημαντικότερες μεταβάσεις αντιστοιχούν στις πολυπολικότητες  $J^\pi = 1^+$  και  $1^-$  με την σημαντικότερη συμβολή περίπου 42% προερχόμενη από την  $1^-$  πολυπολικότητα. Άλλες πολυπολικότητες με σημαντικές συνεισφορές είναι η  $1^+$  (22%), η  $2^-$  (13%), η  $0^-$  (10%) και η  $0^+$  (8%). Πλήρης παρουσίαση των ποσοστών όλων των



Σχήμα 4.8: Όπως και στο Σχήμα 4.2, όμως για την  $\mu^-$ -σύλληψη από τον πυρήνα  ${}^{56}\text{Fe}$ .

πολυπολικότητας για μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$  γίνεται στον Πίνακα 4.1.

Τέλος, οι ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$  χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA αναγράφονται στον Πίνακα 4.5. Στον πίνακα αυτό παρου-



Σχήμα 4.9: Όμοιο με το σχήμα 4.7 αλλά για το ισότοπο  $^{56}\text{Fe}$ . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της  $J^\pi = 1^-$  πολυπολικότητας.

σιάζονται επιπλέον οι συνεισφορές της πολικής και αξονικής συνιστώσας ξεχωριστά για κάθε πολυπολικότητα. Όπως αναμένεται η συνεισφορά του αξονικού μέρους υπερτερεί σημαντικά έναντι του πολικού μέρους.

#### 4.8.3 Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{56}\text{Fe}(\mu^-, \nu_\mu)^{56}\text{Mn}$ αντίδραση

Ολοκληρώνοντας την μελέτη της  $\mu^-$ -σύλληψης στο ισότοπο του σιδήρου  $^{56}\text{Fe}$  υπολογίζουμε στην ενότητα αυτή τον ολικό ρυθμό της αντίδρασης. Στον Πίνακα 4.8 παρουσιάζονται τα αποτελέσματά μας (ολικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης καθώς και οι συνεισφορές της πολικής και αξονικής συνιστώσας καθώς και του όρου επικάλυψης τους) για τον πυρήνα-στόχο  $^{56}\text{Fe}$ . Η συμφωνία των αποτελεσμάτων μας, με τα πειραματικά δεδομένα είναι αρκετά καλή, (απόκλιση 6.5%). Εξίσου καλή συμφωνία έχουμε και με τα αποτελέσματα των εργασιών [112] και [62] με αντίστοιχες αποκλίσεις 7.4% και 12.6%.

Πίνακας 4.5: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου  $\Lambda_{J^\pi}$  (σε  $10^6 s^{-1}$ ) (για πολυπολικότητες  $J^\pi \leq 4^\pm$ ) υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδο μας pn-QRPA για το ισότοπο  $^{56}Fe$ . Επίσης παρατίθενται ξεχωριστά η συνεισφορά του πολικού και αξονικού διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία $J^\pi$				Αρνητική ομοτιμία $J^\pi$			
$J^\pi$	Polar	Axial	Total	$J^\pi$	Polar	Axial	Total
$0^+$	0.32665	0.00000	0.32665	$0^-$	0.00000	0.39765	0.39765
$1^+$	0.02488	0.80275	0.92659	$1^-$	0.65254	1.36168	1.74001
$2^+$	0.04402	0.09006	0.11526	$2^-$	0.01751	0.44816	0.52447
$3^+$	0.00194	0.06421	0.07351	$3^-$	0.00683	0.00863	0.01335
$4^+$	0.00022	0.00035	0.00050	$4^-$	0.00018	0.00561	0.00645

## 4.9 $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{66}Zn$

Ο πυρήνας του ψευδαργύρου,  $^{66}Zn$ , έχει ατομικό αριθμό  $Z = 30$ , αριθμό νετρονίων  $N = 36$  (ατομική μάζα 65,38 amu) και είναι ένα σταθερό ισότοπο με αφθονία 27.73% στον φυσικό ψευδάργυρο.

Η συνήθης σύλληψη μιονίου από το ισότοπο  $^{66}Zn$  περιγράφεται μέσω της αντίδρασης:



Η ενέργεια δεσμού του  $\mu^-$  στο μιονικό άτομο του Zn είναι περίπου  $\epsilon_b \approx 2.209 MeV$ .

### 4.9.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{66}Zn(\mu^-, \nu_\mu)^{66}Cu$

Η μελέτη της αντίδρασης  $^{66}Zn(\mu^-, \nu_\mu)^{66}Cu$  αρχίζει με χρήση της μεθόδου pn-QRPA με την επιλογή του χώρου μοντέλου που χρησιμοποιούμε (βλέπε Κεφ. 3.6.1) και την κατασκευή των φασμάτων διέγερσης του μητρικού ( $^{66}Zn$ ) και θυγατρικού ( $^{66}Cu$ ) πυρήνα. Σύμφωνα με τον χώρο αυτό, ξεκινώντας από την βασική κατάσταση  $|i\rangle \equiv |0_{gs}^+\rangle$  του  $^{66}Zn$  μπορούμε να μεταβούμε σε συνολικά 488 δυνατές τελικές καταστάσεις του  $^{66}Cu$ . Οι αποκλειστικοί ρυθμοί των μεταπτώσεων αυτών, τοποθετημένοι κατά αύξουσα σειρά της αντίστοιχης ενέργειας διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα  $^{66}Cu$  φαίνονται στο Σχήμα 4.10. Παρατηρούμε ότι οι πιο σημαντικές από αυτές (χαρακτηρίζονται από πιο έντονες κορυφές στο Σχ. 4.10(c)) είναι η  $1_{38}^-$  στην ενέργεια  $\omega = 14.833 MeV$  η οποία παρουσιάζει την πιο υψηλή κορυφή, και η  $1_{10}^+$  που εμφανίζεται στην ενέργεια  $\omega = 6.555 MeV$ .

Στο Σχήμα 4.10(a) παρουσιάζεται το πολικό μέρος κάθε αποκλειστικού ρυθμού, όπου οι κυριότερες μεταβάσεις είναι η  $0_1^+$  και η  $1_{38}^-$  οι οποίες βρίσκονται στις ενέργειες  $\omega = 6.409 \text{ MeV}$  και  $\omega = 14.833 \text{ MeV}$  αντίστοιχα. Όμοια στο Σχήμα 4.10(b) βλέπουμε ότι οι κυριότερες συνεισφορές στο αξονικό μέρος προέρχονται από τις  $1_{10}^+$ ,  $1_{34}^-$  και  $1_{38}^-$  μεταπτώσεις στις ενέργειες  $\omega = 6.555 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 11.119 \text{ MeV}$  και  $\omega = 14.833 \text{ MeV}$  αντίστοιχα.

Με την βοήθεια της εμπειρικής Εξ. (4.13) υπολογίζεται ότι η θέση του γιγαντιαίου διπολικού συντονισμού  $1^-$  βρίσκεται στην ενέργεια  $\omega = 17.945 \text{ MeV}$ , δηλαδή σε λιγότερο καλή συμφωνία από εκείνη που βρήκαμε στα άλλα ισότοπα, καθώς το δικό μας μέγιστο βρίσκεται σε ενέργεια  $\omega = 14.833 \text{ MeV}$ .

Εδώ, ο σχεδιασμός του Σχήματος 4.10 έγινε με το σχεδιαστικό πρόγραμμα RO-OT του CERN, με πλάτος διαμέρισης 0.14.

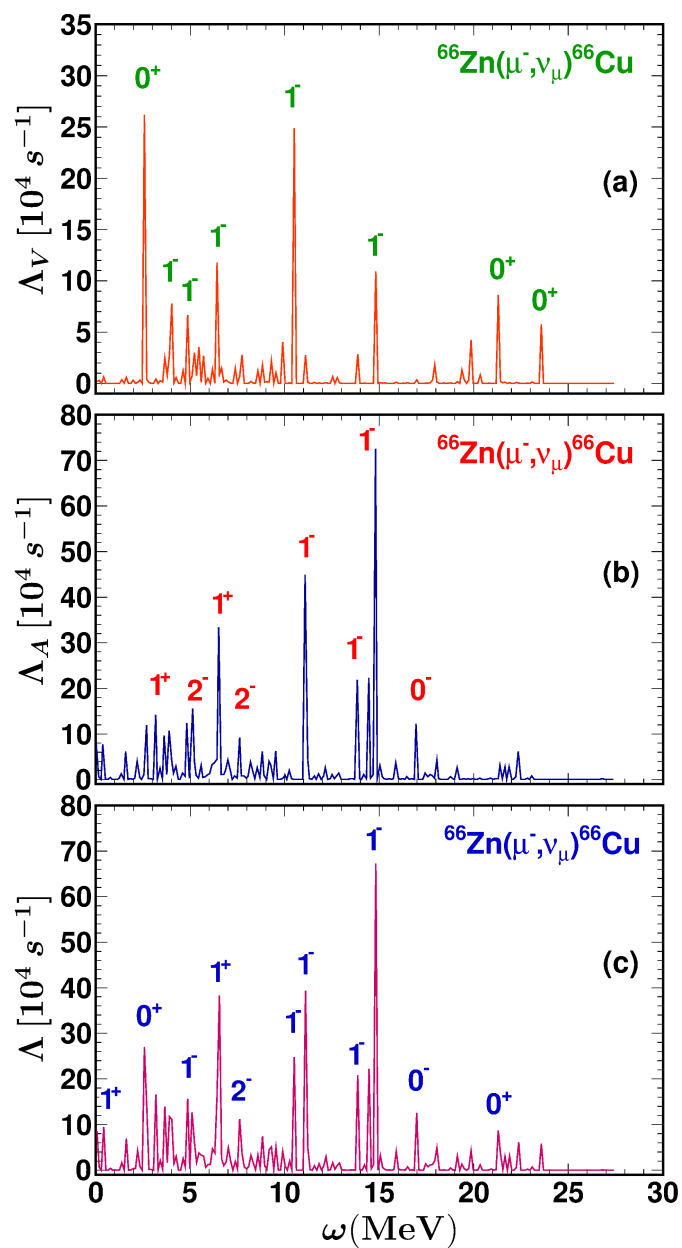
#### 4.9.2 Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$

Οι μερικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$  παρουσιάζονται στο Σχήμα 4.11 από όπου βλέπουμε ότι την μεγαλύτερη συμβολή έχουν οι πολυπολικότητες  $J^\pi = 1^+$  και  $1^-$ . Συγκεκριμένα, η  $1^-$  πολυπολικότητα συνεισφέρει περίπου το 44% και η  $1^+$  το 21% στον ολικό ρυθμό  $\mu^-$ -σύλληψης. Επίσης αξιόλογες είναι οι συνεισφορές των  $2^-$  και  $0^+$  που συνεισφέρουν περίπου 13% και 8% αντίστοιχα. Αναλυτικά τα επιμέρους ποσοστά για όλες τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$  φαίνονται στην έκτη στήλη του Πίνακα 4.1.

Στον Πίνακα 4.6 καταχωρούμε τις ακριβείς τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που έχουν ληφθεί για τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν (μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ ) χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, καθώς επίσης και τις συνεισφορές από την πολική και αξονική συνιστώσα για κάθε πολυπολικότητα. Σημειώνουμε ότι όπως αναμέναμε η συνεισφορά του αξονικού μέρους υπερτερεί σαφώς έναντι του πολικού μέρους. Επίσης είναι αξιοσημείωτη η πλούσια απόκριση του θυγατρικού πυρήνα τόσο στις πολικού διανυσματικού τύπου μεταπτώσεις όσο και στις αξονικού τύπου.

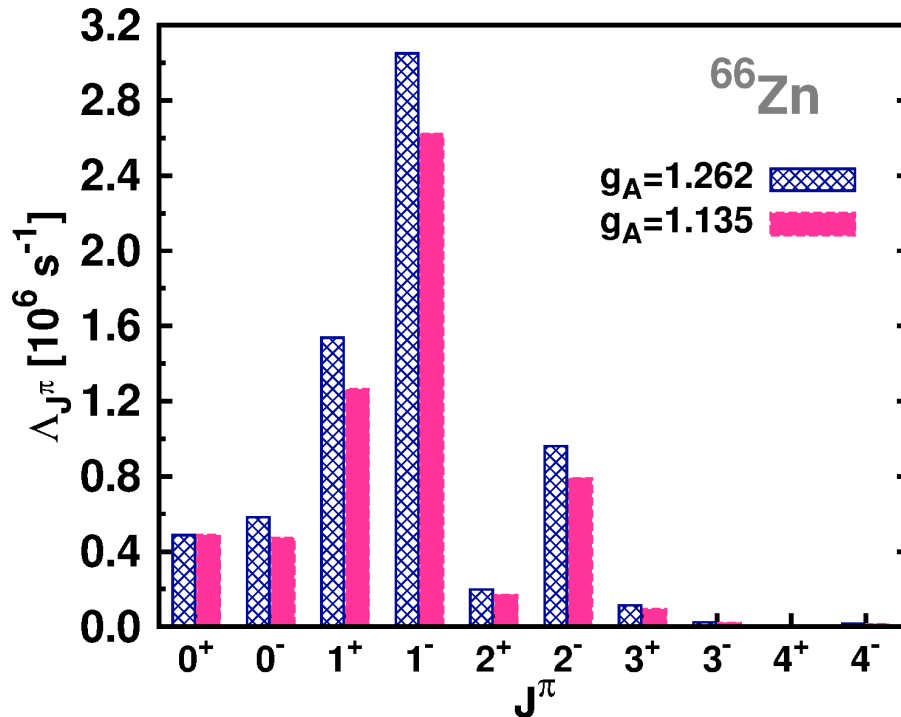
#### 4.9.3 Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$ αντίδραση

Με την ίδια λογική που εργαστήκαμε και στα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$  και  $^{56}\text{Fe}$ , από τους υπολογισμούς των ολικών ρυθμών  $\mu^-$ -σύλληψης, συμπεραίνουμε ότι η συμφωνία με τα πειραματικά αποτελέσματα καθώς και με τα αποτελέσματα της εργασίας [62] είναι πολύ καλή, έχοντας απόκλιση μόλις 2.1% και στις δύο περιπτώσεις. Αρκετά μεγαλύτερη είναι η απόκλιση των αποτελεσμάτων μας από εκείνα της εργασίας [112] όπου η απόκλιση φθάνει το 19.2%. Αναλυτικά τα αποτελέσματα των υπολογισμών των ολικών ρυθμών της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn}(\mu^-, \nu_\mu)^{66}\text{Cu}$  παρουσιάζονται στον Πίνακα



Σχήμα 4.10: Παρόμοιο με το Σχήμα 4.2, έχοντας όμως ως μητρικό πυρήνα το  $^{66}\text{Zn}$ .

4.8, όπου φαίνονται και οι επιμέρους συνεισφορές της πολικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας καθώς και του όρου επικάλυψης των για τον μητρικό πυρήνα  $^{66}\text{Zn}$



Σχήμα 4.11: Όμοιο με το σχήμα 4.7 αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της  $J^\pi = 1^-$  πολυπολικότητας.

Πίνακας 4.6: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου  $\Lambda_{J^\pi}$  (σε  $10^6 \text{ s}^{-1}$ ) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, (μητρικός πυρήνας το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ ). Παρουσιάζεται επιπλέον, σε κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά, η συνεισφορά του πολικού- και αξονικού-διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) \text{ s}^{-1}$							
Θετική ομοτιμία $J^\pi$				Αρνητική ομοτιμία $J^\pi$			
$J^\pi$	Polar	Axial	Total	$J^\pi$	Polar	Axial	Total
0 <sup>+</sup>	0.48767	0.00000	0.48767	0 <sup>-</sup>	0.00000	0.47128	0.47128
1 <sup>+</sup>	0.03340	1.09684	1.26324	1 <sup>-</sup>	1.02643	2.00298	2.62314
2 <sup>+</sup>	0.06534	0.12928	0.16929	2 <sup>-</sup>	0.02539	0.67846	0.79047
3 <sup>+</sup>	0.00242	0.08195	0.09348	3 <sup>-</sup>	0.00959	0.01358	0.02027
4 <sup>+</sup>	0.00032	0.00053	0.00075	4 <sup>-</sup>	0.00038	0.01265	0.01387

## 4.10 $\mu^-$ -σύλληψη από το ισότοπο $^{90}\text{Zr}$

Τελευταία μελετάμε την αντίδραση  $\mu^-$ -σύλληψης από τον πυρήνα ζιρκόνιο,  $^{90}\text{Zr}$ , ο οποίος έχει ατομικό αριθμό  $Z = 40$ , αριθμό νετρονίων  $N = 50$  (ατομική μάζα 65,38

amu) και είναι ένα σταθερό ισότοπο με αφθονία 51.45% στο φυσικό ζιρκόνιο.

Η συνήθης σύλληψη μιονίου από το  $^{90}\text{Zr}$  περιγράφεται από την αντίδραση:



όπου το δέσμιο  $\mu^-$  έχει ενέργεια δεσμού  $\epsilon_b \approx 3.63 \text{ MeV}$  στο μιονικό άτομο.

#### 4.10.1 Αποκλειστικοί Ρυθμοί Σύλληψης Μιονίου στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$

Για την κατασκευή του φάσματος του μητρικού πυρήνα  $^{90}\text{Zr}$  και του θυγατρικού  $^{90}\text{Y}$ , χρησιμοποιήθηκε ο χώρος μοντέλου που περιγράφηκε στο Κεφ. 3.6.1. Υπολογίστηκαν συνολικά 912 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα  $^{90}\text{Y}$  στις οποίες μπορεί να μεταβεί ο μητρικός μετά την σύλληψη ενός  $\mu^-$  από την βασική του κατάσταση.

Από αυτές τις 912 δυνατές μεταπτώσεις οι σημαντικότεροι αποκλειστικοί ρυθμοί που προκύπτουν με βάση την Εξ. (4.12) αντιστοιχούν στην  $1_{54}^-$  με ενέργεια  $\omega = 18.218 \text{ MeV}$  (μέγιστη κορυφή) και στην  $1_{36}^+$  με ενέργεια  $\omega = 9.752 \text{ MeV}$ . Από τον εμπειρικό τύπο (Εξ. (4.13)), ο γιγαντιαίος διπολικός συντονισμός  $1^-$  προβλέπεται στην ενέργεια  $\omega = 16.681 \text{ MeV}$  που είναι σε καλή συμφωνία με τα αποτελέσματά μας. Η πολική συνεισφορά στο Σχ. 4.12(a) παρουσιάζει τις πιο χαρακτηριστικές κορυφές στις ενέργειες  $\omega = 4.37 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 14.15 \text{ MeV}$  και  $\omega = 22.49 \text{ MeV}$  που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $0_2^+$ ,  $1_{43}^-$  και  $0_{20}^+$  αντίστοιχα. Στην αξονική συνιστώσα οι συνεισφορές είναι πολύ μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες της πολικής, κυριότερες μεταβάσεις δε είναι η  $1_{16}^+$  και η  $1_{54}^-$  οι οποίες βρίσκονται στις ενέργειες  $\omega = 9.75 \text{ MeV}$  και  $\omega = 18.218 \text{ MeV}$  αντίστοιχα.

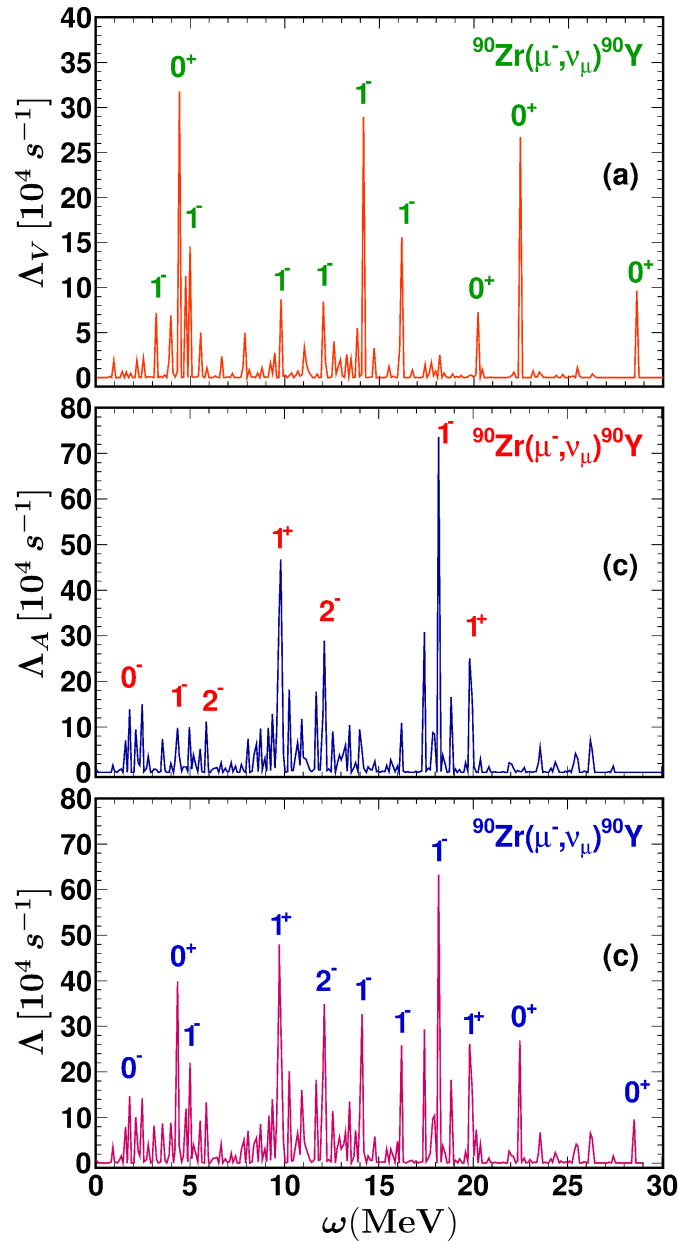
Οι γραφικές παραστάσεις του Σχήματος 4.12 έχουν σχεδιαστεί με το πρόγραμμα ROOT του CERN, με πλάτος διαμέρισης 0.11.

#### 4.10.2 Μερικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην αντίδραση $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$

Στους υπολογισμούς των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου από το ζιρκόνιο,  $^{90}\text{Zr}$  (όπως σε όλους τους πυρήνες μεσαίου βάρους) χρησιμοποιήθηκαν δύο τιμές της αξονικής σταθεράς σύζευξης  $g_A$  όπως φαίνεται και στο Σχήμα 4.13. Σε συμφωνία με τους υπολογισμούς σε προηγούμενα ισότοπα, οι κυριότερες συνεισφορές προέρχονται από τις πολυπολικότητες  $J^\pi = 1^+$  και  $1^-$  με ποσοστά περίπου 42% και 20% αντίστοιχα. Επίσης, η  $2^-$  συνεισφέρει περίπου 14%, η  $0^+$  περίπου 9% και τέλος η  $0^-$  πολυπολικότητα συνεισφέρει περίπου 7%. Τα ακριβή ποσοστά για όλες τις πολυπολικές μεταβάσεις χαμηλού σπιν (μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ ) παρουσιάζονται στην τελευταία στήλη του Πίνακα 4.1.

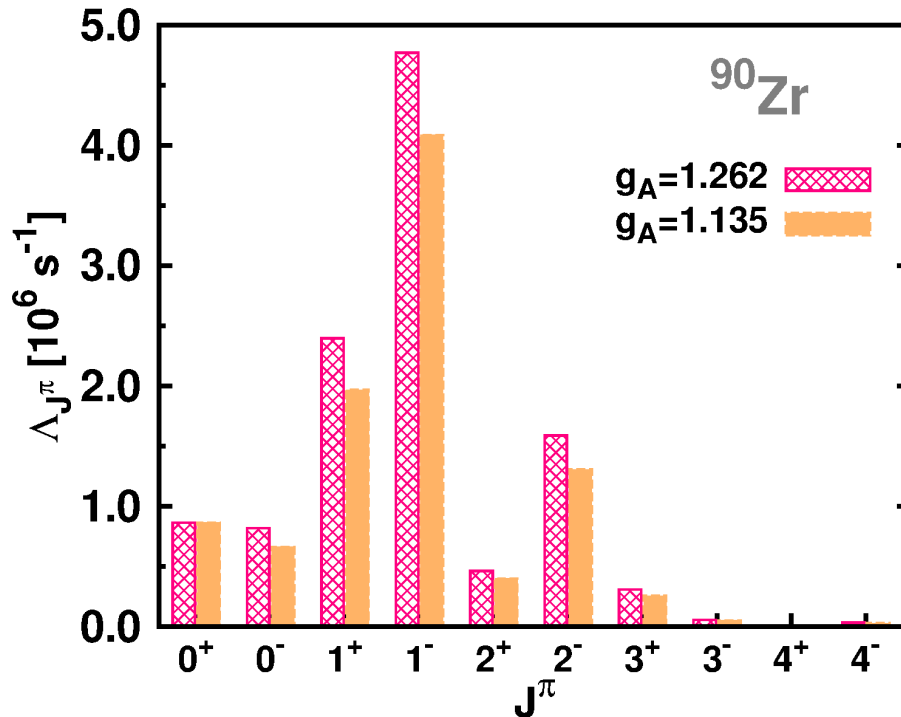
Κατά την μελέτη της  $\mu^-$ -σύλληψης από το ισότοπο  $^{90}\text{Zr}$ , οι Kolbe, Langanke και Vogel [134] βρήκαν συνεισφορές από τις ανωτέρω πολυπολικότητες: περίπου 28%





Σχήμα 4.12: Παρόμοιο με το Σχήμα 4.2, έχοντας όμως ως μητρικό πυρήνα το  $^{90}\text{Zr}$ .

(για την  $1^-$ ), 25% (για την  $1^+$ ) και περίπου 13% (για την  $2^-$ ) οι οποίες, με εξαίρεση την συνεισφορά της  $1^-$ , είναι σε καλή συμφωνία με τα παρόντα αποτελέσματά μας που καταχωρούνται στον Πίνακα 4.1. Η διαφορά στην πολυπολικότητα  $1^-$  οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι το  $^{90}\text{Zr}$  είναι ένας διπλά κλειστός πυρήνας για τον οποίο η QRPA δεν συγκλίνει ομαλά (converges abnormally) [81, 137]. Στο επίπεδο της BCS, για τον πυρήνα αυτόν εφαρμόζεται η μέθοδος προσδιορισμού των παραμέτρων



Σχήμα 4.13: Όμοιο με το σχήμα 4.7 αλλά για το ισότοπο  $^{90}\text{Zr}$ . Και εδώ η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις της  $J^\pi = 1^-$  πολυπολικότητας.

ζεύγους  $g_{pair}^{p,n}$ , της εργασίας [81].

Οι τιμές των μερικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που βρέθηκαν για όλες τις πολυπολικές μεταπτώσεις χαμηλού σπιν (μέχρι  $J^\pi = 4^\pm$ ) χρησιμοποιώντας την  $\text{pp-QRPA}$  μέθοδό μας παρουσιάζονται στον Πίνακα 4.7. Στον ίδιο πίνακα παρουσιάζεται επίσης (i) το μέρος που προέρχεται από την πολική συνιστώσα και (ii) από την αξονική συνιστώσα για κάθε πολυπολικότητα. Προφανώς το αξονικό μέρος έχει την μεγαλύτερη συνεισφορά στο συνολικό ποσό των μερικών ρυθμών σύλληψης μιονίου σε σχέση με το πολικό κομμάτι. Όμως, η απόκριση του θυγατρικού πυρήνα  $^{90}\text{Y}$  στην μιονική σύλληψη είναι ιδιαίτερα πλούσια σε αμφοτέρως τις συνιστώσες του αδρονικού ρεύματος.

#### 4.10.3 Ολικοί Ρυθμοί $\mu^-$ -σύλληψης στην $^{90}\text{Zr}(\mu^-, \nu_\mu)^{90}\text{Y}$ αντίδραση

Στο τελευταίο στάδιο της μελέτης μας, υπολογίσαμε τον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης για το  $^{90}\text{Zr}$  ακολουθώντας την ίδια λογική όπως και στα προηγούμενα μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα. Τα αποτελέσματά μας, είναι καταχωρημένα στον Πίνακα 4.8 απ' όπου βλέπουμε ότι βρίσκονται σε καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα (η απόκλιση είναι μόλις 3.0%) όπως και με τα αποτελέσματα των εργασιών [112] και [62] (οι αποκλίσεις είναι αντίστοιχα 7.5% και 2.5%). Στον Πίνακα

Πίνακας 4.7: Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου  $\Lambda_{J^\pi}$  (σε  $10^6 s^{-1}$ ) κάθε πολυπολικότητας υπολογισμένοι χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, για το ισότοπο  $^{90}\text{Zr}$ . Επιπλέον παρουσιάζεται για κάθε πολυπολικότητα ξεχωριστά, η συνεισφορά του πολικού και διανυσματικού μέρους.

Μερικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{J^\pi} (\times 10^6) s^{-1}$							
Θετική ομοτιμία $J^\pi$				Αρνητική ομοτιμία $J^\pi$			
$J^\pi$	Polar	Axial	Total	$J^\pi$	Polar	Axial	Total
$0^+$	0.86567	0.00000	0.86567	$0^-$	0.00000	0.66260	0.66260
$1^+$	0.05482	1.73460	1.96811	$1^-$	1.51491	3.20214	4.08666
$2^+$	0.16900	0.29149	0.40117	$2^-$	0.04235	1.13107	1.30711
$3^+$	0.00699	0.22389	0.25535	$3^-$	0.02301	0.03447	0.05033
$4^+$	0.00107	0.00180	0.00253	$4^-$	0.00079	0.02542	0.02906

αυτό παρουσιάζονται επιπλέον οι συνεισφορές της πολικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος καθώς και του όρου επικάλυψής των για το μελετούμενο ισότοπο  $^{90}\text{Zr}$ . Όμως, δεν υπάρχουν πειραματικά δεδομένα ούτε αντίστοιχες θεωρητικές προβλέψεις ώστε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματα αυτά.

## 4.11 Συγκεντρωτικά Αποτελέσματα Ολικών Ρυθμών

Τα αποτελέσματα των ολικών ρυθμών μιονικής σύλληψης για τα ισότοπα που επιλέξαμε αναγράφονται στον Πίνακα 4.8, όπου για λόγους σύγκρισης συμπεριλαμβάνονται και τα ήδη υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα καθώς και θεωρητικά αποτελέσματα των Εργασιών [112] και [62]. Επιπλέον, στον Πίνακα 4.8 δείχνουμε τις ξεχωριστές συνεισφορές στους ολικούς ρυθμούς  $\mu^-$ -σύλληψης της πολικής διανυσματικής, ( $\Lambda_{tot}^\nu$ ), της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος ( $\Lambda_{tot}^A$ ), καθώς και του όρου επικάλυψής των ( $\Lambda_{tot}^{VA}$ ).

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 4.8, τα αποτελέσματά μας που ελήφθησαν με την χρήση της  $g_A = 1.135$  είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τις πειραματικές τιμές των ρυθμών της ολικής μιονικής σύλληψης. Για όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν, όταν χρησιμοποιείται η μειωμένη τιμή του  $g_A$  οι αποκλίσεις από τα αντίστοιχα πειραματικά αποτελέσματα είναι μικρότερες από 7% (οι αποκλίσεις είναι πολύ μεγαλύτερες όταν χρησιμοποιείται η  $g_A = 1.262$ ) που σημαίνει ότι τα νουκλεόνια δεν είναι ελεύθερα αλλά δέσμια στον πυρήνα (in medium effects). Για να γίνει αυτό πιο αντιληπτό, στο Σχήμα 4.14 σχεδιάσαμε τον λόγο των θεωρητικών ολικών ρυθμών σύλληψης μιονίων που πάρθηκαν με τις δύο ανωτέρω τιμές του  $g_A$  διαιρεμένων με

Πίνακας 4.8: Ξεχωριστές συνεισφορές ολικών ρυθμών προερχόμενων από τις συνιστώσες πολική-διανυσματική (Polar-vector), αξονική-διανύσματική (Axial-vector) καθώς και του όρου επικάλυψης των (Overlap term) στον ολικό ρυθμό μιονικής σύλληψης. Επιπλέον γίνεται σύγκριση των αποτελεσμάτων της μεθόδου pn-QRPA με την μειωμένη τιμή  $g_A = 1.135$  για τους πυρήνες μεσαίου βάρους ( $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ ) και την τιμή  $g_A = 1.262$  για τους ελαφρείς πυρήνες  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$ , με τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα αλλά και τα θεωρητικά δεδομένα των Εργασιών [112] και [62].

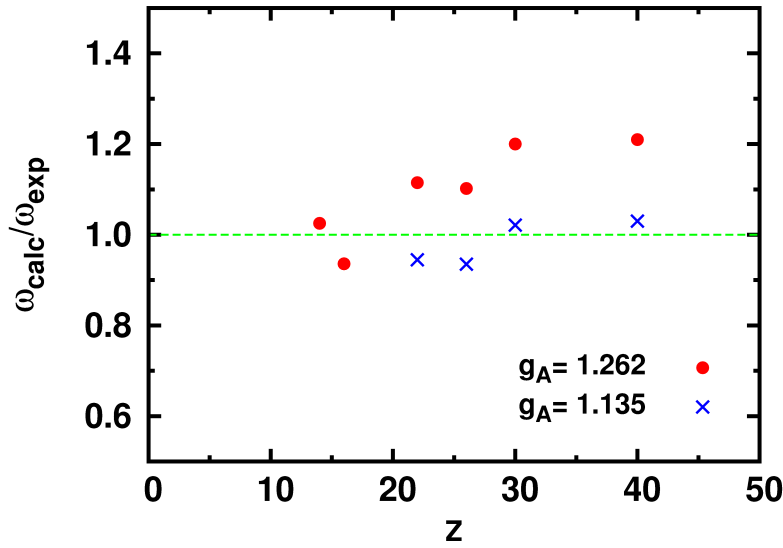
Ολικοί ρυθμοί σύλληψης μιονίου $\Lambda_{tot} (\times 10^6) s^{-1}$							
Πυρήνας	Υπολογισμοί με pn-QRPA				Πείραμα	Θεωρητικές Μέθοδοι	
	$\Lambda_{tot}^V$	$\Lambda_{tot}^A$	$\Lambda_{tot}^{VA}$	$\Lambda_{tot}$	$\Lambda_{tot}^{exp}$	$\Lambda_{tot}^{theor}$ [112]	$\Lambda_{tot}^{theor}$ [62]
$^{28}\text{Si}$	0.150	0.751	-0.009	0.892	0.871	0.823	0.789
$^{32}\text{S}$	0.204	1.078	-0.017	1.265	1.352	1.269	1.485
$^{48}\text{Ti}$	0.628	1.902	-0.081	2.447	2.590	2.214	2.544
$^{56}\text{Fe}$	1.075	3.179	-0.129	4.125	4.411	4.457	4.723
$^{66}\text{Zn}$	1.651	4.487	-0.204	5.934	5.809	4.976	5.809
$^{90}\text{Zr}$	2.679	7.310	-0.357	9.631	9.350	8.974	9.874

τον αντίστοιχο πειραματικό ρυθμό, δηλαδή

$$\lambda = \frac{\omega_{calc}}{\omega_{exp}} \quad (4.22)$$

Στο Σχήμα αυτό, οι γεμάτοι κύκλοι παριστάνουν τα αποτελέσματα για την τιμή της σταθεράς σύζευξης ελεύθερου νουκλεονίου  $g_A = 1.262$  και τα σύμβολα X, τα αποτελέσματα για την μειωμένη τιμή της  $g_A = 1.135$ . Είναι προφανές ότι η καλύτερη συμφωνία των υπολογισμών μας είναι με εκείνα που ελήφθησαν με την μειωμένη τιμή της  $g_A = 1.135$ . Επιπλέον, συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας με τα διαθέσιμα θεωρητικά αποτελέσματα των Marketin [62] και Zinner [112] που ελήφθησαν με τη χρήση διαφόρων προσεγγίσεων, και η σύγκριση είναι πολύ καλή.

Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι, σε μεσαίου βάρους πυρήνες η συνεισφορά προέρχεται κυρίως από μεταβάσεις για τις οποίες η μεταφορά της στροφορμής είναι  $L = 0, 1$  και  $2$ , αλλά, σε βαρείς πυρήνες, συνεισφορές από τις υψηλότερες πολυπολικότητες γίνονται σημαντικές.



Σχήμα 4.14: Λόγοι  $\lambda$  των θεωρητικών υπολογισμών και των πειραματικών αποτελεσμάτων της διαδικασίας σύλληψης μιονίου σαν συνάρτηση του ατομικού αριθμού  $Z$ . Οι γεμάτοι κύκλοι και τα σύμβολα X αντιστοιχούν στους ολικούς ρυθμούς που υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης ελεύθερου νουκλεονίου  $g_A$  και την μειωμένη τιμή της  $g_A$  αντίστοιχα.

## 4.12 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο, αρχικά αναπτύχθηκε μία μέθοδος υπολογισμού όλων των πυρηνικών στοιχείων πίνακα πολυπολικών μεταπτώσεων τα οποία υπεισέρχονται στην μελέτη των ημι-λεπτονικών ασθενών διαδικασιών που συμβαίνουν με πυρήνες. Κύριος στόχος μας εδώ ήταν η αναλυτική μελέτη της διαδικασίας σύλληψης μιονίων επί τη βάση των προαναφερθέντων στοιχείων πίνακα.

Αναλυτικότερα, στο πρώτο στάδιο της μελέτης μας, κάναμε συστηματικούς υπολογισμούς (κατάσταση-προς-κατάσταση) των αποκλειστικών ρυθμών μιονικής σύλληψης,  $\Lambda_{J^{\pi}}$ , επιλέγοντας ως πυρήνες στόχους τα ισότοπα  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ , τα οποία καλύπτουν ένα σχετικά ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα, από ελαφρείς μέχρι μεσαίου βάρους πυρήνες. Από τους εν λόγω υπολογισμούς παρατηρήσαμε ότι σε όλες τις αντιδράσεις, οι αποκλειστικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης παρουσιάζουν κάποιες πολύ έντονες χαρακτηριστικές κορυφές σε συγκεκριμένες τιμές της ενέργειας διέγερσης (του θυγατρικού πυρήνα)  $\omega$  που αντιστοιχούν κυρίως σε μεταπτώσεις με  $J^{\pi} = 1^{+}$  και  $J^{\pi} = 1^{-}$ . Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι παρόμοιοι υπολογισμοί αποκλειστικών ενεργών διατομών για την διαδικασία σύλληψης μιονίων δεν υπάρχουν στην βιβλιογραφία προκειμένου να γίνει σύγκρισή των, κατάσταση-προς-κατάσταση. Η πρωτοτυπία των υπολογισμών αυτών οφείλεται στα ιδιαίτερα πλεονεκτήματα της μεθόδου που κατασκευάστηκε για τον σκοπό αυτό.

Στη συνέχεια, στο δεύτερο στάδιο της μελέτης μας, υπολογίσαμε την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά στον ολικό ρυθμό σύλληψης μιονίου,  $\Lambda_{J^\pi}$ , για όλες τις προαναφερθείσες αντιδράσεις. Από την μελέτη των μερικών ρυθμών  $\mu^-$ -σύλληψης σε όλους τους πυρήνες που μελετήσαμε, καταλήξαμε στο συμπέρασμα ότι, η μεγαλύτερη συμβολή προέρχεται από τις πολυπολικές μεταβάσεις  $1^-$  που αποτελεί την πιο σημαντική πολυπολικότητα, συνεισφέροντας περισσότερο από το 40% του ολικού ρυθμού μιονικής σύλληψης. Τέτοια σημαντική συμβολή από τις  $1^-$  μεταβάσεις στα ισότοπα του  $^{16}\text{O}$  και  $^{48}\text{Ca}$  βρέθηκε στην εργασία [134]. Αξιόλογο ποσοστό συνεισφέρουν επίσης και οι  $J^\pi = 1^+$  και οι  $J^\pi = 2^-$  πολυπολικές μεταπτώσεις. Η συνήθης σύλληψη μιονίων εξελίσσεται κυρίως μέσω των σπιν-μεταβάσεων, οι σημαντικότερες των οποίων είναι οι μεταβάσεις Gamow-Teller (δηλαδή του τελεστή  $j_0(kr)\sigma t^-, j_0(kr)\sigma t^+$ ), και οι μεταβάσεις διπόλου-σπιν (δηλαδή του τελεστή  $j_1(kr)[Y_1 \otimes \sigma]^{J^+}$ ) όπου  $j_0$  και  $j_1$  οι σφαιρικές συναρτήσεις Bessel μηδενικής και πρώτης τάξης, αντίστοιχα [91].

Στο τελευταίο μέρος του Κεφαλαίου αυτού, υπολογίσαμε ολικούς ρυθμούς  $\mu^-$ -σύλληψης,  $\Lambda_{tot}$ , των παραπάνω μητρικών πυρήνων, και τις συγκρίναμε με ήδη υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα αλλά και θεωρητικά αποτελέσματα που υπολογίστηκαν με τη χρήση διαφόρων προσεγγίσεων (Σχετικιστική Προσέγγιση Τυχαίας Φάσης με ημι-σωμάτια, RQPA, Μοντέλο Φλοιών μεγάλης κλίμακας), με τα οποία διαπιστώσαμε ότι υπάρχει συμφωνία καλύτερη από 7%.

Τονίζουμε ότι, σε όλους τους παραπάνω υπολογισμούς έγινε χρήση της αξονικής σταθεράς σύζευξης ελευθέρου νουκλεονίου,  $g_A = 1.262$ , στους ελαφρείς πυρήνες  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$ , ενώ, στους βαρύτερους πυρήνες κρίθηκε σκόπιμη η χρήση μειωμένης τιμής  $g_A = 1.135$ , αυτής της σταθεράς σύζευξης.

Από την σύγκριση των μερικών και ολικών ρυθμών μιονικής σύλληψης που πάρθηκαν με την μέθοδο pn-QRPA και την πολύ καλή συμφωνία των με ήδη υπάρχοντα δεδομένα, αποκτήσαμε υψηλό επίπεδο εμπιστοσύνης για την μεθόδό μας. Στα επόμενα Κεφάλαια θα παρουσιάσουμε αποτελέσματα της pn-QRPA για την σύλληψη ηλεκτρονίων (από το σύνολο των πυρήνων που επιλέχθηκαν στο Κεφάλαιο αυτό) διαδικασία που είναι πολύ σημαντική στην πυρηνοσύνθεση και ιδιαίτερα σε εκείνη που λαμβάνει χώρα κατά τα τελευταία στάδια της εξέλιξης ενός μαζικού αστέρα αμέσως πριν αλλά και κατά την φάση της κατάρρευσής του.

## Κεφάλαιο 5

---

# Μελέτη της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου σε συνθήκες εργαστηρίου

### 5.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, παρουσιάζουμε υπολογισμούς ενεργών διατομών της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίων από μία ομάδα ισοτόπων που παίζουν σημαντικό ρόλο στην αστρική πυρηνοσύνθεση. Η  $e^-$ -σύλληψη από πυρήνες είναι αντίδραση μεταβολής του πυρηνικού φορτίου σωματιακά συζυγής (particle conjugate) της αντίδρασης φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα, γεγονός το οποίο προτρέπει αμφοτέρως να μελετηθούν χρησιμοποιώντας τις ίδιες πυρηνικές μεθόδους. Η παρούσα μελέτη πραγματοποιείται στα πλαίσια της μεθόδου που αναπτύχθηκε στο προηγούμενο Κεφάλαιο, (pn-QRPA), η οποία εφαρμόζεται για την κατασκευή όλων των δυνατών τελικών πυρηνικών καταστάσεων της αντίδρασης.

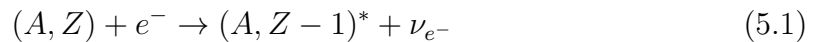
Τα βήματα που ακολουθούνται στην εκτέλεση των υπολογισμών του Κεφαλαίου αυτού είναι τα εξής: Στο πρώτο στάδιο, εκτελούμε κατάσταση-προς-κατάσταση υπολογισμούς ενεργών διατομών αποκλειστικών μεταπτώσεων από την βασική κατάσταση του μητρικού πυρήνα,  $|i\rangle = |0_{g.s.}^+\rangle$ , σε οποιαδήποτε δυνατή τελική κατάσταση του θυγατρικού (με spin και ομοτιμία  $J^\pi \leq 5^\pm$ ). Στο δεύτερο βήμα της μελέτης, εστιάζουμε στον υπολογισμό της μερικής ενεργού διατομής, κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά (μέχρι  $J^\pi \leq 5^\pm$ ), καθώς και στον υπολογισμό των αντίστοιχων ποσοστών συνεισφοράς στον ολικό ρυθμό, για συγκεκριμένη ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου (επιλέχθηκε ίση με  $E_e = 25\text{MeV}$  για λόγους που θα αιτιολογηθούν παρακάτω). Στο τελευταίο μέρος του παρόντος Κεφαλαίου πραγματοποιούμε υπολογισμούς των ολικών ενεργών διατομών,  $\sigma_{tot}$ , για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες.

Στόχος του Κεφαλαίου αυτού είναι, μέσα από μία αξιόπιστη περιγραφή των πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων που υπεισέρχονται σε όλες τις ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις μεταβολής φορτίου, να μελετήσουμε λεπτομερώς την  $e^-$ -σύλληψη από πυρήνες με σύγχρονο ερευνητικό ενδιαφέρον σε εργαστηριακό περιβάλλον. Τα αποτελέσματα αυτά θα συγκριθούν με αντίστοιχα πειραματικά δεδομένα όπου υπάρ-

χουν διαθέσιμα. Επειδή η  $e^-$ -σύλληψη είναι μία από τις σημαντικότερες ηλεκτροσθενείς διαδικασίες στην εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα (ιδιαίτερα κατά το στάδιο της κατάρρευσής του), οι ενεργές διατομές και τα συμπεράσματα του παρόντος Κεφαλαίου θα χρησιμοποιηθούν για να μελετηθεί η  $e^-$ -σύλληψη και κάτω από συνθήκες αστροφυσικού περιβάλλοντος στο επόμενο Κεφάλαιο.

## 5.2 Σύλληψη ηλεκτρονίων

Η σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες και πρωτόνια παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην αστρική και εκρηκτική πυρηνοσύνθεση. Παρ' όλο που η μελέτη της διαδικασίας αυτής έχει ξεκινήσει πριν από πολλές δεκαετίες, απαιτούνται πολύ πιο ακριβείς και εκτενείς υπολογισμοί των ρυθμών σύλληψης, προκειμένου να απαντηθούν ερωτήματα σχετικά με την κατάρρευση καρδιάς ενός αστέρα αλλά και άλλα αστροφυσικά φαινόμενα. Γι' αυτό τον λόγο, θα μελετήσουμε αναλυτικά την διαδικασία αυτή στην ομάδα ισοτόπων  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  που είναι σημαντικά από αστροφυσική άποψη. Γενικά η  $e^-$ -σύλληψη από έναν πυρήνα  $(A, Z)$  περιγράφεται μέσω της εξίσωσης:



όπου ο μητρικός πυρήνας απορροφά μέρος της ενέργειας του προσπίπτοντος ηλεκτρονίου,  $E_e$ , και το νεutrino μεταφέρει την υπόλοιπη ενέργεια  $E_{\nu_e}$ . Λεπτομέρειες της κινηματικής της αντίδρασης 5.1 παρουσιάζονται στην ενότητα 5.3.

Η σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες μπορεί να σχετίζεται με τις εξής δύο διαδικασίες:

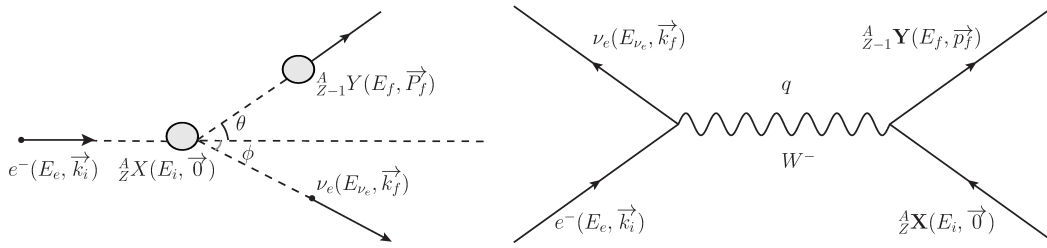
- 1) με την σύλληψη ενός τροχιακού ηλεκτρονίου, δηλαδή ηλεκτρονίου που κινείται γύρω από τον πυρήνα στην  $K$  ή  $L$  τροχιά. Η διαθέσιμη ενέργεια στην διαδικασία αυτή είναι πολύ μικρή από την άποψη της πυρηνικής φυσικής και στην παρούσα μελέτη δεν μας ενδιαφέρει.
- 2) με την σύλληψη ενός ελεύθερου ηλεκτρονίου ή ενός ηλεκτρονίου δέσμης.

Εμείς θα ασχοληθούμε με την δεύτερη διαδικασία καθώς, απώτερος στόχος μας είναι να επεκτείνουμε την μελέτη  $e^-$ -σύλληψης σε αστρικό περιβάλλον όπου η ενέργεια Fermi του εκφυλισμένου αερίου ηλεκτρονίων είναι αρκετά μεγάλη ώστε να ξεπεράσει την ενέργεια κατωφλίου ( $E_{thres}$ ) της αντίδρασης (5.1). Πριν όμως οδηγηθούμε σε αστρικό περιβάλλον (Κεφ. 6) θα μελετήσουμε την αντίδραση (5.1) υποθέτοντας ότι, ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται πάντα στην βασική του κατάσταση,  $|i\rangle = |0_{g.s.}^+\rangle$ , μέσα στο περιβάλλον του εργαστηρίου, και επομένως δεν έχουμε εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία.



## 5.3 Κινηματική της διαδικασίας σύλληψης ηλεκτρονίου

Στην στοιχειώδη αντίδραση σύλληψης ελευθέρων ηλεκτρονίων από πυρήνες, στην αρχική κατάσταση του συστήματος έχουμε ένα ηλεκτρόνιο με ενέργεια  $E_e$  (σε αυτή περιλαμβάνεται και η ενέργεια ηρεμίας του) το οποίο κινείται με τετραορμή  $k_i = (E_e, \mathbf{k}_e)$  αλληλεπιδρώντας, μέσω ανταλλαγής φορτισμένων μποζονίων  $W^-$ , με τον μητρικό πυρήνα  $(A, Z)$  ο οποίος βρίσκεται στην κατάσταση  $|i\rangle \equiv |0_{g.s}^+\rangle$  με αρχική ορμή  $P_i = (E_i, \mathbf{0})$ . Στην τελική κατάσταση έχουμε τον θυγατρικό πυρήνα  $(A, Z - 1)$  σε μία διεγερμένη κατάσταση  $|f\rangle$  με τελική ορμή  $P_f = (E_f, \mathbf{P}_f)$  και ένα νεutrino που εκπέμπεται με τετραορμή  $k_f = (E_{\nu_e}, \mathbf{k}_{\nu_e})$ . Επειδή οι δύο πυρήνες είναι διαφορετικοί και βρίσκονται σε διαφορετικές καταστάσεις ισχύει  $E_f - E_i = Q + \omega$  (όπου  $Q$  η γνωστή τιμή- $Q$  της αντίδρασης (5.1) και  $\omega$  η ενέργεια διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα).



Σχήμα 5.1: Διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνα. Αριστερά το διάγραμμα περιγράφει την κινηματική της αντίδρασης στο εργαστηριακό σύστημα και δεξιά απεικονίζεται το αντίστοιχο διάγραμμα Feynman της αντίδρασης.

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας στους κόμβους αριστερά και δεξιά στο διάγραμμα Feynman του Σχήματος (5.1) υπολογίζουμε την ενέργεια του εξερχόμενου νεutrino ως:

$$E_{\nu} = E_e - Q + E_i - E_f \quad (5.2)$$

η οποία περιλαμβάνει την ενεργειακή διαφορά μεταξύ αρχικής  $E_i$  και τελικής  $E_f$  πυρηνικής κατάστασης και την πυρηνική τιμή  $Q$ , η οποία προσδιορίζεται από τις πειραματικές μάζες του μητρικού ( $M_i$ ) και θυγατρικού ( $M_f$ ) πυρήνα αντίστοιχα ως  $Q = M_f - M_i$  [6]. Για λόγους ευκολίας στον Πίνακα 5.1 καταχωρούνται τιμές των πειραματικών μαζών για όλους τους υπό μελέτη πυρήνες.

Από την κινηματική του Σχήματος (5.1) μπορούμε να υπολογίσουμε την μεταφερομένη 3-ορμή και 4-ορμή ως εξής:

$$\begin{aligned} q^\mu &= (E_{\nu_e} - E_e, k_{\nu_e} \cos \phi - k_e, k_{\nu_e} \sin \phi, 0) \\ &= (E_{\nu_e} - E_e, E_{\nu_e} \cos \phi - k_e, E_{\nu_e} \sin \phi, 0) \end{aligned} \quad (5.3)$$

Πίνακας 5.1: Πειραματικές τιμές των Ατομικών και Πυρηνικών Μαζών των υπό μελέτη πυρήνων σε  $MeV$ .

	Μητρικοί Πυρήνες		Θυγατρικοί Πυρήνες		
	Πειραματικές Μάζες		Πειραματικές Μάζες		
${}^A X$	Ατομική (M)	Πυρηνική ( $m$ )	${}^A X$	Ατομική (M)	Πυρηνική ( $m$ )
${}^{28}Si$	26059.500	26052.346	${}^{28}Al$	26064.142	26057.499
${}^{32}S$	29780.833	29772.657	${}^{32}P$	29782.543	29774.878
${}^{48}Ti$	44661.786	44650.544	${}^{48}Sc$	44665.777	44655.046
${}^{56}Fe$	52103.059	52089.773	${}^{56}Mn$	52106.754	52093.979
${}^{66}Zn$	61407.727	61392.397	${}^{66}Cu$	61410.368	61395.549
${}^{90}Zr$	83745.693	83725.253	${}^{90}Y$	83747.973	83728.044

Θέτοντας,  $\alpha = k_e/E_e$  και χρησιμοποιώντας την σχέση ενέργειας-ορμής για το ηλεκτρόνιο  $E_e^2 = k_e^2 c^2 + m_e^2 c^4$  γράφουμε

$$\alpha = \frac{k_e}{E_e} = \left[ 1 - \left( \frac{m_e c^2}{E_e} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (5.4)$$

Έτσι, η Εξ. (5.3) παίρνει την μορφή

$$q^\mu = (E_{\nu_e} - E_e, E_{\nu_e} \cos \phi - \alpha E_e, E_{\nu_e} \sin \phi, 0) \quad (5.5)$$

Στην συνέχεια, χρησιμοποιώντας την σχέση  $\omega^2 = (E_{\nu_e} - E_e)^2 = E_{\nu_e}^2 + E_e^2 - 2E_{\nu_e} E_e$  παίρνουμε εύκολα την 3-ορμή ως:

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^2 &= (E_{\nu_e} \cos \phi - \alpha E_e)^2 + (E_{\nu_e} \sin \phi)^2 \\ &= E_{\nu_e}^2 - 2E_{\nu_e} E_e \alpha \cos \phi + \alpha^2 E_e^2 \\ &= E_{\nu_e}^2 - 2E_{\nu_e} E_e \alpha \cos \phi + \alpha^2 E_e^2 + E_e^2 - 2E_{\nu_e} E_e - E_e^2 + 2E_{\nu_e} E_e \\ &= \omega^2 + 2E_{\nu_e} E_e (1 - \alpha \cos \phi) - (m_e c^2)^2. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Και αντίστοιχα για τον υπολογισμό της 4-ορμής έχουμε:

$$\begin{aligned} q_\mu q^\mu &= q_0^2 - \mathbf{q}^2 \\ &= \omega^2 - \omega^2 - 2E_{\nu_e} E_e (1 - \alpha \cos \phi) + (m_e c^2)^2 \\ &= (m_e c^2)^2 - 2E_{\nu_e} E_e (1 - \alpha \cos \phi). \end{aligned} \quad (5.7)$$

## 5.4 Φορμαλισμός ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου

Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, Εξ. (5.1), είναι μια ημι-λεπτονική αντίδραση φορτισμένων ρευμάτων ενός σώματος, της οποίας η θεωρητική ανάλυση απαιτεί την περιγραφή των ασθενών αλληλεπιδράσεων μεταξύ λεπτονίου και νουκλεονίου, καθώς επίσης και των κυματοσυναρτήσεων αρχικής και τελικής πυρηνικής κατάστασης. Υποθέτοντας ότι η αρχική  $|i\rangle$  και τελική  $|f\rangle$  πυρηνική κατάσταση έχουν καλά καθορισμένες τις φυσικές ποσότητες ενέργεια, σπιν και ομοτιμία, μπορούμε να εφαρμόσουμε την πολυπολική ανάπτυξη του ασθενούς αδρονικού ρεύματος (σε πυρηνικό επίπεδο) [11, 56], σε πλήρη αναλογία με την σκέδαση ηλεκτρονίων από πυρήνες [138, 139] και στα πλαίσια της ενοποιημένης θεωρίας ανάλυσης των ημι-λεπτονικών ασθενών τελεστών μεταβολής φορτίου σε πυρήνες (θεωρία Donnelly-Walecka).

Ο υπολογισμός των ενεργών διατομών της αντίδρασης ηλεκτρονίου-πυρήνα για μεταβάσεις από μία αρχική  $|i\rangle$  σε μία τελική  $|f\rangle$  κατάσταση συνήθως αρχίζει από την σχέση [6]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{VE_\nu^2}{(2\pi)^2} \sum_{\text{leptons spins}} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \widehat{H}_w | i \rangle|^2, \quad (5.8)$$

όπου το  $V$  υποδηλώνει τον όγκο κανονικοποίησης και  $E_\nu$  η ενέργεια του εξερχόμενου νετρίνου (στο υπόλοιπο του Κεφαλαίου παραλείπουμε τον δείκτη γεύσης του νετρίνου). Η Χαμιλτονιανή,  $H_w$ , περιγράφεται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως και στην περίπτωση της μιονικής σύλληψης (βλέπε Εξ. (4.9)). Επομένως, τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα των αποκλειστικών μεταπτώσεων υπολογίζονται (βλέπε Ενότητα 4.4) από την έκφραση:

$$\langle f | \widehat{H}_w | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \int d^3x e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}} \langle f | \widehat{\mathcal{J}}_\mu | i \rangle$$

Η ποσότητα  $\ell^\mu e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x}}$  αναφέρεται στα λεπτονικά στοιχεία πίνακα γραμμένα σε καρτεσιανές συντεταγμένες. Η μεταφερομένη 3-ορμή,  $\vec{q}$  υπολογίζεται τώρα από την Εξ. (5.6).

### 5.4.1 Διαφορικές Ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίου

Όπως και σε άλλες ηλεκτρασθενείς αντιδράσεις, στην μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίου τους ερευνητές ενδιαφέρει κυρίως είναι ο υπολογισμός των ενεργών διατομών. Γενικά, οι ενεργές διατομές που χρησιμοποιούνται είναι: α) η διαφορική ενεργός διατομή ως προς την στερεά γωνία  $d\sigma/d\Omega$ , β) η διαφορική ενεργός διατομή ως προς την ενέργεια διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα  $d\sigma/dw$ , και η διπλή διαφορική ενεργός διατομή ως προς αμφότερες τις παραπάνω ποσότητες  $d^2\sigma/d\Omega dw$ . Στο

παρόν κεφάλαιο οι πρωτογενείς υπολογισμοί που εκτελέστηκαν είναι της μορφής (α). Στην συνέχεια μέσω αριθμητικής ολοκλήρωσης υπολογίζεται και η ολική ενεργός διατομή  $\sigma_{tot}$ .

Οι πρωτογενείς ενεργές διατομές (original cross sections) σύλληψης ηλεκτρονίων μετά την αρκετά εκτενή επεξεργασία της Εξ. (5.8) δίνονται από την έκφραση [7, 12, 168]:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma_{ec}}{d\Omega} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c F(Z, E_e)}{2\pi (2J_i + 1)} \\
 &\times \left\{ \sum_{J \geq 1} \mathcal{W}(E_\nu) \left\{ [(1 - (\hat{\nu} \cdot \hat{\mathbf{q}})(\beta \cdot \hat{\mathbf{q}}))] [|\langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{el} || J_i \rangle|^2] \right. \right. \\
 &- 2\hat{\mathbf{q}} \cdot (\hat{\nu} - \beta) \text{Re} \langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} || J_i \rangle \langle J_f || \hat{\mathcal{T}}_J^{el} || J_i \rangle^* \left. \right\} \\
 &+ \sum_{J \geq 0} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \left\{ (1 + \hat{\nu} \cdot \beta) |\langle J_f || \hat{\mathcal{M}}_J || J_i \rangle|^2 \right. \\
 &+ (1 - \hat{\nu} \cdot \beta + 2(\beta \cdot \hat{\mathbf{q}})) |\langle J_f || \hat{\mathcal{L}}_J || J_i \rangle|^2 \\
 &\left. - 2\hat{\mathbf{q}} \cdot (\hat{\nu} + \beta) \text{Re} \langle J_f || \hat{\mathcal{L}}_J || J_i \rangle \langle J_f || \hat{\mathcal{M}}_J || J_i \rangle^* \right\} \left. \right\} \quad (5.9)
 \end{aligned}$$

όπου η μεταφερομένη 3-ορμή  $\mathbf{q} = \nu - \mathbf{k}$  ορίζεται από την διαφορά μεταξύ της 3-ορμής του νετρίνου και αυτής του ηλεκτρονίου, με  $\hat{\mathbf{q}}$  και  $\hat{\nu}$  τα αντίστοιχα μοναδιαία διανύσματα και  $\beta = \mathbf{k}/E_e$ . Οι ενέργειες του εισερχομένου ηλεκτρονίου και του εξερχομένου νετρίνου συμβολίζονται με  $E_e$  και  $E_\nu$  αντίστοιχα. Η παραμόρφωση της κυματικής εξίσωσης του ηλεκτρονίου εξαιτίας του πεδίου Coulomb λαμβάνεται υπόψη μέσω της συνάρτησης Fermi  $F(Z, E_e)$  (βλέπε Παράρτημα Α'3) [140]. Η ποσότητα  $W(E_e, E_\nu) = E_\nu^2 / (1 + E_\nu/M_T)$  λαμβάνει υπόψη την ανάχρωση του πυρήνα [7], με τον όρο  $(1 + E_\nu/M_T)$  και τον παράγοντα φάσης, ( $M_T$  είναι η μάζα του πυρήνα-στόχου). Η παράμετρος  $\alpha$  ορίζεται στην Εξ. (5.4) και οι παράμετροι  $b, d$  ορίζονται από τις σχέσεις:

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{E_e E_\nu \alpha^2}{\mathbf{q}^2} \\
 d &= \frac{(m_e c^2)^2}{q E_e}. \quad (5.10)
 \end{aligned}$$

(βλέπε π.χ. εργασία [56]).

Στην μελέτη μας, ο υπολογισμός των πρωτογενών ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, έγινε στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA παράγοντας όλες τις δυνατές μεταπτώσεις στον θυγατρικού πυρήνα. Τα απαιτούμενα στοιχεία πίνακα μεταξύ της αρχικής  $|J_i\rangle$  και των τελικών  $|J_f\rangle$  καταστάσεων προσδιορίζονται επιλύοντας τις εξισώσεις BCS για την θεμελιώδη κατάσταση [56, 72, 94] και τις εξισώσεις pn-QRPA για τις διεγερμένες καταστάσεις [56–58, 94]. Στον φορμαλισμό

Donnelly-Walecka, η έκφραση της διαφορικής ενεργού διατομής σύλληψης ηλεκτρονίου γράφεται ως [141]:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{ec}}{d\Omega} &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c F(Z, E_e)}{2\pi (2J_i + 1)} \left\{ \sum_{J \geq 1} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \right. \\
&\times \{ [1 - \alpha \cos \Phi + b \sin^2 \Phi] [ |\langle J_f \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag} \| J_i \rangle|^2 + |\langle J_f \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{el} \| J_i \rangle|^2 ] \\
&- \left[ \frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - \alpha \cos \Phi) - d \right] 2 \operatorname{Re} \langle J_f \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag} \| J_i \rangle \langle J_f \| \widehat{\mathcal{T}}_J^{el} \| J_i \rangle^* \} \\
&+ \sum_{J \geq 0} \mathcal{W}(E_e, E_\nu) \{ (1 + \alpha \cos \Phi) |\langle J_f \| \widehat{\mathcal{M}}_J \| J_i \rangle|^2 \\
&+ (1 + \alpha \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi) |\langle J_f \| \widehat{\mathcal{L}}_J \| J_i \rangle|^2 \\
&- \left[ \frac{\omega}{q} (1 + \alpha \cos \Phi) + d \right] 2 \operatorname{Re} \langle J_f \| \widehat{\mathcal{L}}_J \| J_i \rangle \langle J_f \| \widehat{\mathcal{M}}_J \| J_i \rangle^* \} \left. \right\} \quad (5.11)
\end{aligned}$$

Τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα μεταπτώσεων από μία αρχική  $|J_i\rangle$  σε μία τελική  $|J_f\rangle$  κατάσταση αντιστοιχούν στους τελεστές Coulomb,  $\widehat{\mathcal{M}}_{JM}$ , διαμήκη (Longitudinal),  $\widehat{\mathcal{L}}_{JM}$ , εγκάρσιο ηλεκτρικό (transverse electric),  $\widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{el}$ , και εγκάρσιο μαγνητικό (transverse magnetic),  $\widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{mag}$  (βλέπε Παράρτημα Ε' 4).

Αξιίζει να αναφέρουμε ότι, για μικρή μεταφερομένη ορμή, διάφοροι συγγραφείς χρησιμοποιούν την προσέγγιση  $q \rightarrow 0$ . Κάνοντας αυτή την υπόθεση (και αγνοώντας την συνεισφορά των μεταπτώσεων Fermi), οι αποκλειστικές ενεργές διατομές (exclusive cross sections) δίνονται από την σχέση:

$$\sigma_{fi}(E_e) = \frac{6(E_e - E)^2 G_F^2 \cos^2 \theta_c}{\pi(2J_i + 1)} |\langle J_f \| \widehat{\mathcal{L}}_1 \| J_i \rangle|^2 \quad (5.12)$$

όπου ο τελεστής  $\widehat{\mathcal{L}}_{1M}$  γράφεται σαν συνάρτηση του τελεστή Gamow-Teller ως

$$\widehat{\mathcal{L}}_{1M} = \frac{i}{\sqrt{12\pi}} G_A \sum_{i=1}^A \tau_+(i) \sigma_{1M}(i) \quad (5.13)$$

Έτσι, γίνεται φανερό ότι οι μεταβάσεις του τελεστή Gamow-Teller ( $GT_+ = \sum_i \tau_i^+ \sigma_i$ ), παρέχουν την κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή [6]. Οι συντελεστές Clebsch-Gordan (βλέπε Παράρτημα Γ' 2) που προκύπτουν όταν εφαρμόσουμε το θεώρημα Wigner-Eckart δίνει τους κανόνες επιλογής για τον τελεστή, ο οποίος απαιτεί μεταβάσεις από μία αρχική κατάσταση με κβαντικούς αριθμούς  $(J_i, T_i, \Pi_i)$  σε μία τελική κατάσταση με  $(J_f, T_f, \Pi_f)$ , έτσι ώστε  $\Delta J = J_f - J_i = 0, 1$  αλλά όχι  $J_f = J_i = 0$ ,  $\Delta T = T_f - T_i = 0, 1$  και  $\Pi_f = \Pi_i$ .

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε την ιδιαίτερη σημασία της τιμής  $g_A$  στους υπολογισμούς μας. Σε όλους τους παρακάτω υπολογισμούς των ενεργών διατομών, έχουμε λάβει υπόψη την μειωμένη τιμή για το  $g_A$  (quenched value),

$g_A = 1.00$ , (βλέπε το Παράρτημα Ε'.7), η οποία εισάγεται μέσω του αξονικού παράγοντα δομής  $F_A(q^2)$  στους πολυπολικούς τελεστές δημιουργώντας όλες τις δυνατές διεγέρσεις  $0^-, 1^\pm, \dots$  κλπ. Αυτή η μείωση στην τιμή της  $g_A$  είναι ισοδύναμη με την κανονικοποίηση των στοιχείων πίνακα της εργασίας [6], κατά ένα παράγοντα 0.8. Προηγούμενες μελέτες έδειξαν ότι η παρατηρούμενη πειραματικά μείωση του συνολικού πλάτους  $GT$ , αναπαράγεται με ακρίβεια, μέσω των συσχετισμών στον πλήρη  $pf$  φλοιό εάν λάβουμε υπόψη την κανονικοποίηση του τελεστή σπιν κατά ένα παράγοντα 0.8. Ο ίδιος παράγοντας κανονικοποίησης έχει ήδη χρησιμοποιηθεί σε  $sd$  [142] και  $pf$  [143, 144] πυρήνες με  $A \leq 49$  οπότε φαίνεται να έχει γενικότερη ισχύ.

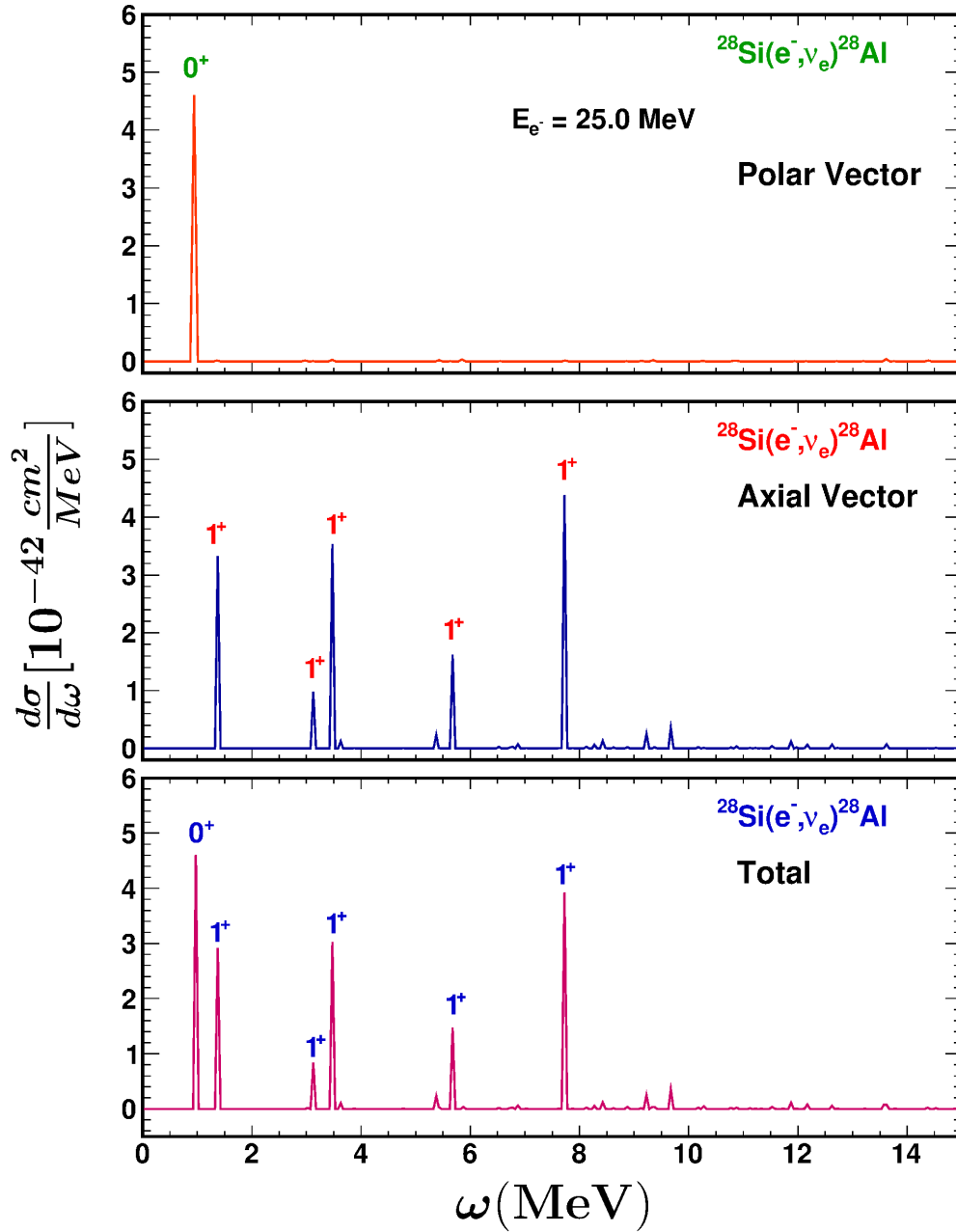
## 5.5 Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάστασης-προς-κατάσταση ενεργών διατομών

Στο πρώτο στάδιο της έρευνάς μας, πραγματοποιήσαμε ρεαλιστικούς κατάστασης-προς-κατάσταση υπολογισμούς σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες με βάση την Εξ. (5.11). Θεωρώντας σφαιρικό τον μητρικό πυρήνα, τα στοιχεία πίνακα των μεταβάσεων μεταξύ της βασικής κατάστασης  $|i\rangle \equiv |0_{g.s.}^+\rangle$  ενός και μίας διεγερμένης κατάστασης  $|f\rangle \equiv |J_f^\pi\rangle$  του παραγόμενου περιττού-περιττού θυγατρικού πυρήνα υπολογίζονται όπως και στην  $\mu^-$ -σύλληψη. Εδώ κάνουμε χρήση της μειωμένης αξονικής σταθεράς σύζευξης,  $g_A = 1.000$  [6, 47, 62, 145], και πραγματοποιούμε λεπτομερείς υπολογισμούς για το παραπάνω σύνολο πυρηνικών ισότοπων θεωρώντας ως αρχική ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων, μία μέση ενέργεια  $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ . Ο κώδικάς μας, μας παρέχει την δυνατότητα υπολογισμού της ενεργού διατομής κάθε δυνατής μετάβασης του θυγατρικού πυρήνα ξεχωριστά. Προκειμένου να μελετήσουμε την μεταβολή της διαφορικής ενεργού διατομής με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  σε όλο το  $pn$ -QRPA φάσμα του θυγατρικού πυρήνα, απαιτείται μια αναδιάταξη των αποτελεσμάτων κατά αύξουσα σειρά ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$ . Αυτό πραγματοποιήθηκε χρησιμοποιώντας έναν ειδικό κώδικα (SORTBUL) κατάλληλο για πίνακες [57]. Στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιούμε για κάθε ισότοπο (βλέπε Ενότητα 3.6.1), για όλες τις πολυπολικότητες με  $J^\pi \leq 5^\pm$  έχουμε συνολικά 286 δυνατές τελικές καταστάσεις για το ισότοπο του  $^{28}\text{Si}$ , 440 για κάθε ένα από τα ισότοπα  $^{32}\text{S}$  και  $^{48}\text{Ti}$ , 488 για καθένα από τα  $^{56}\text{Fe}$  και  $^{66}\text{Zn}$ , και συνολικά 912 δυνατές τελικές καταστάσεις για το ισότοπο του  $^{90}\text{Zr}$ . Οι διαχυμάνσεις των αποκλειστικών ενεργών διατομών σε ολόκληρο το φάσμα διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα για όλους του παραπάνω πυρήνες στόχους απεικονίζονται στα Σχήματα 5.2 - 5.7.

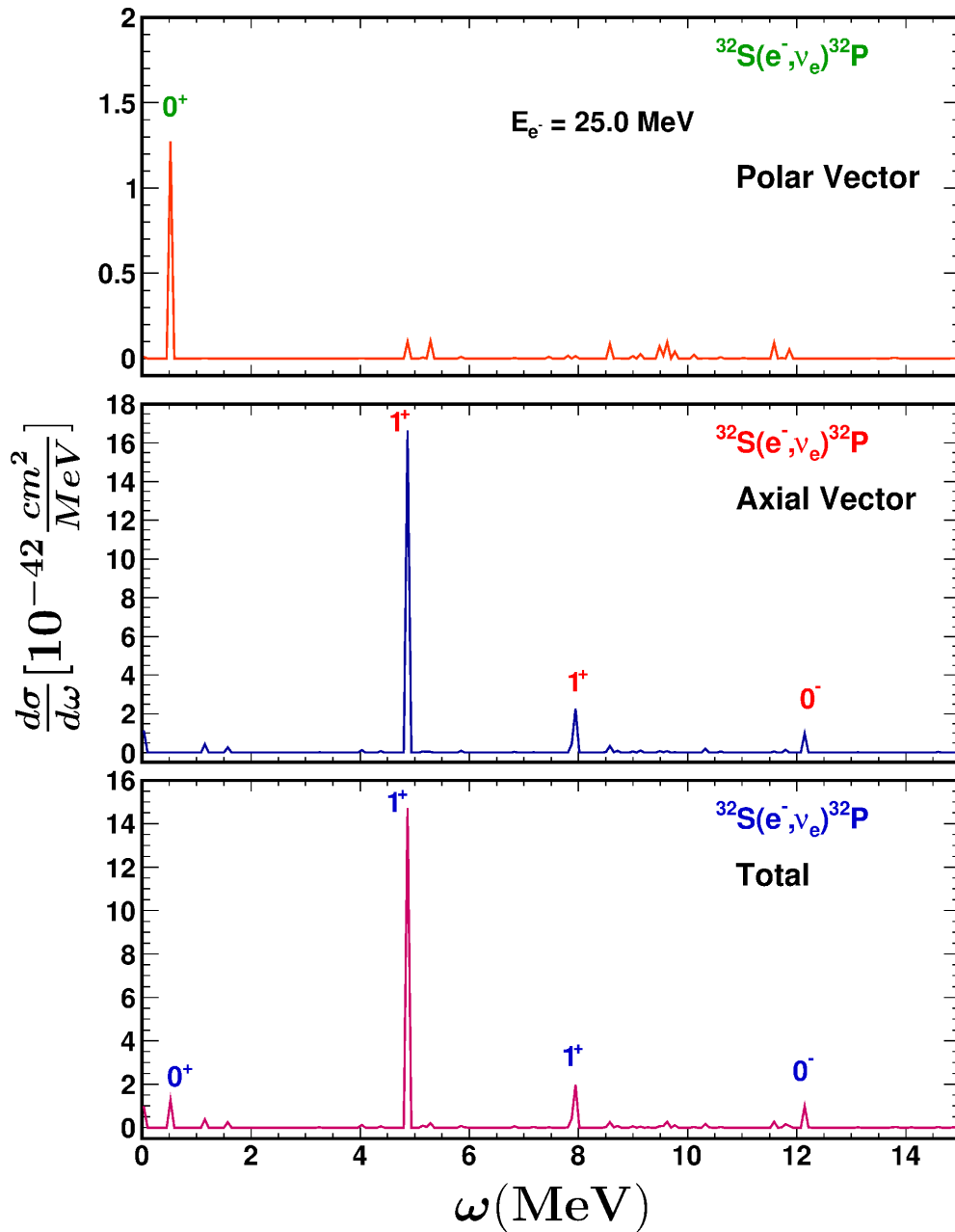
### 5.5.1 Μελέτη $e^-$ -σύλληψης από τα ισότοπα $^{28}\text{Si}$ και $^{32}\text{S}$

Στα Σχήματα 5.2 και 5.3 απεικονίζεται η διαφορική ενεργός διατομή της  $e^-$ -σύλληψης στα ελαφρά ισότοπα  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$  σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα. Παρατηρούμε ότι η διαφορική ενεργός διατομή παρουσιάζει μερικές χαρακτηριστικές, έντονες κορυφές σε διάφορες ενέργειες διέγερσης  $\omega$ .

5.5. Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάσταση-προς-κατάσταση ενεργών διατομών 111



Σχήμα 5.2: Μεταβολή της διαφορικής ενεργού διατομής σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης  $\omega$  του θυγατρικού πυρήνα (panel c). Επίσης, απεικονίζονται οι επιμέρους συνεισφορές σε κάθε (αποκλειστική) μετάβαση από το πολικό μέρος (panel a), καθώς και από το αξονικό μέρος (panel b) με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του θυγατρικού πυρήνα για το πιο ελαφρύ υπό μελέτη ισότοπο  $^{28}\text{Si}$ .



Σχήμα 5.3: Ίδιο με το Σχήμα 5.2, με την διαφορά ότι αναφέρεται στην αντίδραση  $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$ .

Τέτοιες έντονες κορυφές παρατηρήσαμε και κατά την μελέτη της σύλληψης μιονίων (Κεφ. 4), με την διαφορά ότι σε εκείνη την περίπτωση λόγω της πολύ μεγαλύτερης διαθέσιμης ενέργειας (περίπου ίση με την μάζα του μιονίου) σε σχέση με την ενέργεια των ηλεκτρονίων, οι αντίστοιχες κορυφές ήταν πολύ περισσότερες και η απόκριση



## 5.5. Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάστασης-προς-κατάσταση ενεργών διατομών 113

του πυρήνα πολύ πλουσιότερη. Παρατηρούμε ότι, οι υψηλότερες κορυφές των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών στην σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες κάτω από εργαστηριακές συνθήκες, αντιστοιχούν σε μεταβάσεις  $0^\pm$  και  $1^\pm$ . Ειδικότερα, στον ελαφρύτερο θυγατρικό πυρήνα  $^{28}\text{Al}$  το πολικό μέρος της διαφορικής ενεργού διατομής, Σχήμα 5.2(a) παρουσιάζει μία μόνο χαρακτηριστική κορυφή, η οποία βρίσκεται στην ενέργεια  $\omega = 0.968 \text{ MeV}$  και αντιστοιχεί στην μετάβαση  $0_1^+$ . Αντίστοιχα στο αξονικό μέρος, οι κυρίαρχες μεταβάσεις είναι οι  $1_1^+$ ,  $1_3^+$  και  $1_7^+$  που παρατηρούνται στις ενέργειες  $\omega = 1.357 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 3.467 \text{ MeV}$  και  $\omega = 7.712 \text{ MeV}$ , αντίστοιχα (Σχήμα 5.2(b)). Στο Σχήμα 5.2(c) παρατηρούμε ότι, αντίστοιχα, στην συνολική διαφορική ενεργό διατομή της αντίδρασης  $^{28}\text{Si}(e^-, \nu_e)^{28}\text{Al}$  κυριαρχούν οι μεταβάσεις  $0_1^+$  και  $1_7^+$  που όπως είπαμε και πριν παρατηρούνται στις ενέργειες  $\omega = 0.968 \text{ MeV}$  και  $\omega = 7.712 \text{ MeV}$ . Άλλες εμφανείς κορυφές στην περίπτωση της συνολικής διαφορικής ενεργού διατομής του ισότοπου  $^{28}\text{Si}$  είναι οι  $1_1^+$  και  $1_3^+$  στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 1.357 \text{ MeV}$  και  $\omega = 3.467 \text{ MeV}$ .

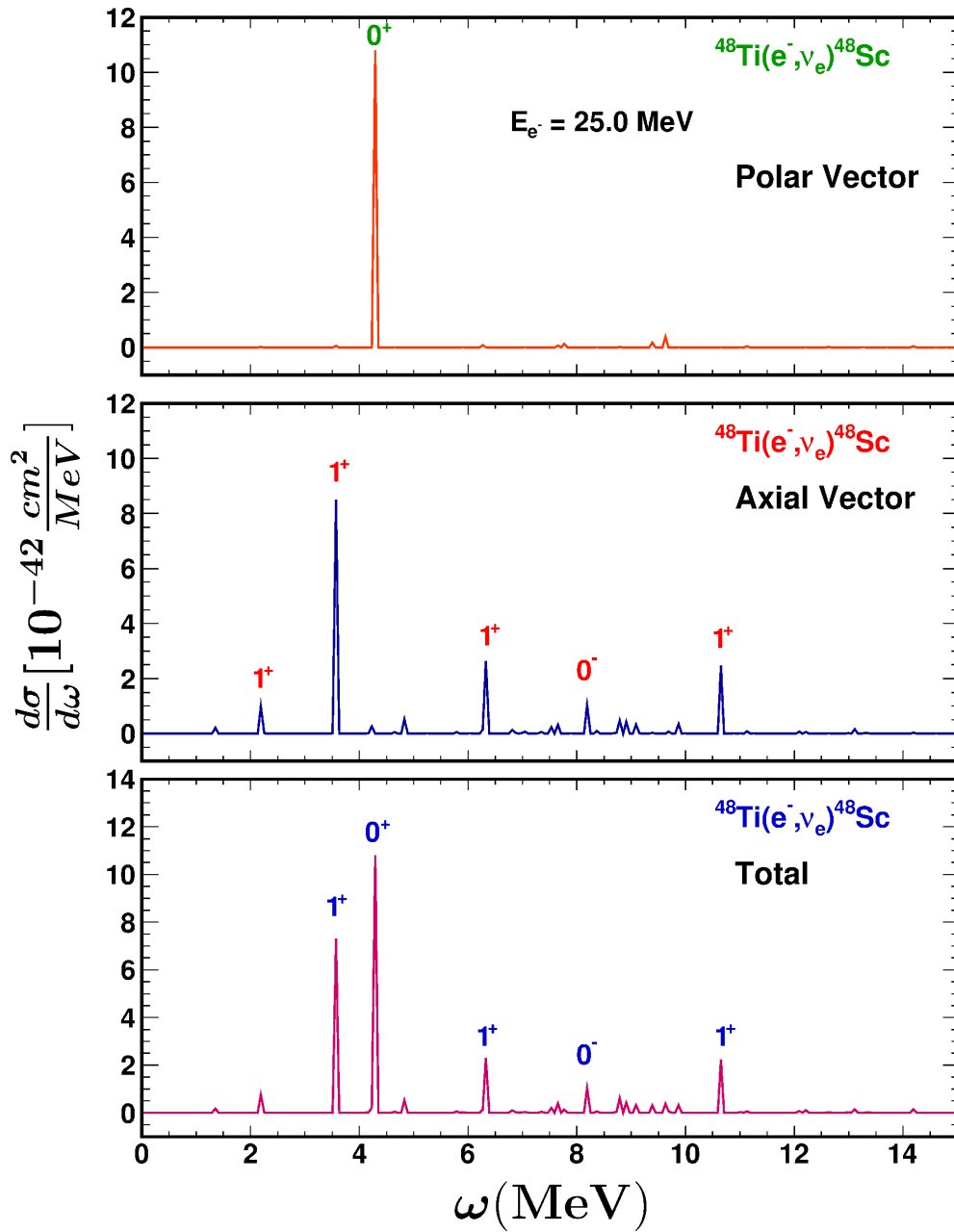
Για τον πυρήνα,  $^{32}\text{S}$ , στην συνολική διαφορική ενεργό διατομή Σχήμα 5.3(c), η ουσιαστική συμβολή προέρχεται από την μετάβαση  $1_5^+$  σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 4.855 \text{ MeV}$ . Εστιάζοντας στην συνεισφορά του πολικού και του αξονικού μέρους της διαφορικής ενεργού διατομής της αντίδρασης  $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$  παρατηρούμε ότι στο πολικό μέρος η έντονη κορυφή βρίσκεται στην ενέργεια διέγερσης  $\omega = 0.513 \text{ MeV}$  και αντιστοιχεί στην μετάβαση  $0_1^+$ , ενώ αντίστοιχα στο αξονικό μέρος προέρχεται από την μετάβαση  $1_5^+$  και βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 4.855 \text{ MeV}$  (βλέπε Σχήμα 5.3, panel a, b).

Κλείνοντας, αναφέρουμε ότι οι απεικονίσεις των Σχημάτων 5.2 και 5.3 έχουν κατασκευαστεί με το σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT έχοντας ως πλάτος διαμερισμού 0.05 στην περίπτωση του  $^{28}\text{Si}$  και 0.07 στην περίπτωση του  $^{32}\text{S}$ .

### 5.5.2 Μελέτη $e^-$ -σύλληψης στα ισότοπα $^{48}\text{Ti}$ και $^{56}\text{Fe}$

Τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$  και  $^{56}\text{Fe}$ , μεσαίου βάρους πυρήνες, ανήκουν στην ευρύτερη κατηγορία πυρήνων της ομάδας του σιδήρου (iron group nuclei), που όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στην φάση πριν την έκρηξη σουπερνόβα κατά την διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα. Τα αποτελέσματα των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών φαίνονται στα Σχήματα 5.4 (για το  $^{48}\text{Ti}$ ) και 5.5 (για το  $^{56}\text{Fe}$ ).

Στο ισότοπο του τιτανίου,  $^{48}\text{Ti}$ , η κυρίαρχη συνεισφορά στο πολικό μέρος της διαφορικής ενεργού διατομής Σχήμα 5.4(a), προέρχεται από την αποκλειστική μετάβαση  $0_1^+$  που αντιστοιχεί σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 4.319 \text{ MeV}$ . Αντίστοιχα στο αξονικό μέρος της διαφορικής ενεργού διατομής η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην μετάβαση  $1_2^+$  στην ενέργεια διέγερσης  $\omega = 3.575 \text{ MeV}$ . Άλλες λιγότερο σημαντικές κορυφές στο Σχήμα 5.4(b) είναι εκείνες στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 2.163 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 6.307 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 8.182 \text{ MeV}$  και  $\omega = 10.667 \text{ MeV}$  οι οποίες αντιστοιχούν στις αποκλειστικές μεταβάσεις  $1_1^+$ ,  $1_4^+$ ,  $0_3^+$  και  $1_{13}^+$ . Στην συνολική διαφορική ενεργό διατομή Σχήμα 5.4(c) η μετάβαση  $0_1^+$  ( $\omega = 4.319 \text{ MeV}$ ) έχει την

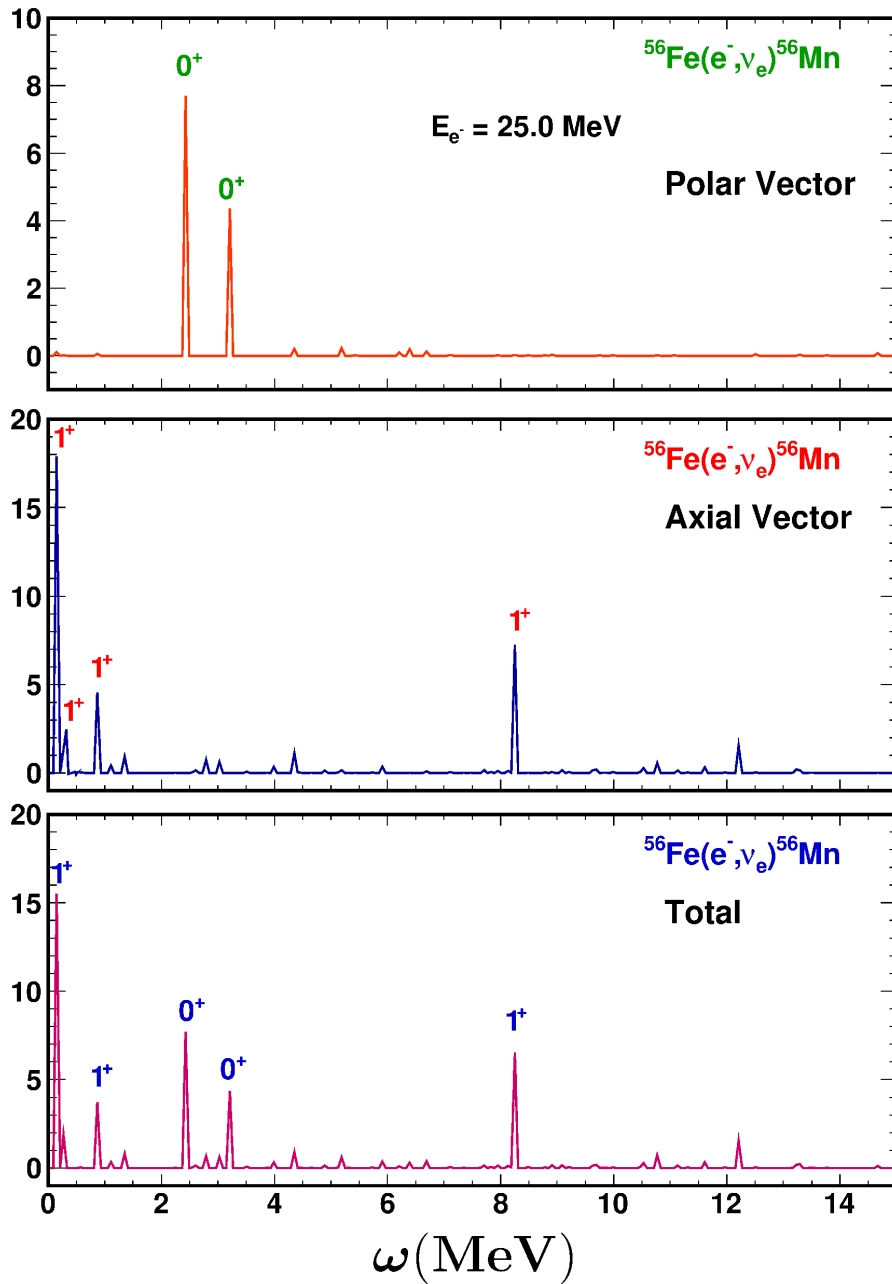


Σχήμα 5.4: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την  $^{48}\text{Ti}(e^-, \nu_e)^{48}\text{Sc}$  αντίδραση  $e^-$ -σύλληψης.

μεγαλύτερη συνεισφορά. Σημαντικές συνεισφορές όμως προέρχονται και από τις μεταβάσεις  $1_2^+$  ( $\omega = 3.575 \text{ MeV}$ ),  $1_4^+$  ( $\omega = 6.307 \text{ MeV}$ ),  $0_3^+$  ( $\omega = 8.182 \text{ MeV}$ ) και  $1_{13}^+$  ( $\omega = 10.667 \text{ MeV}$ ).

Τα ανωτέρω αποτελέσματά μας μπορούν να συγκριθούν με υπάρχοντα δεδομένα

5.5. Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάσταση-προς-κατάσταση ενεργών διατομών 115



Σχήμα 5.5: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την  $^{56}\text{Fe}(e^-, \nu_e)^{56}\text{Mn}$  αντίδραση  $e^-$ -σύλληψης.

των πειραμάτων, όπως π.χ. της εργασίας [146] για την αντίδραση  $^{48}\text{Ti}(n, p)$  και της εργασίας [147] για την αντίδραση  $^{48}\text{Ti}(d, ^2\text{He})$ . Οι μετρήσεις της αντίδρασης  $^{48}\text{Ti}(n, p)$  [146] δείχνουν ότι περίπου στα  $3 \text{ MeV}$  παρουσιάζεται η κύρια κορυφή των  $1^+$  μεταβάσεων, ενώ αντίστοιχα από το πείραμα  $^{48}\text{Ti}(d, ^2\text{He})$  [147] η πιο εξέ-

χουσα κορυφή εμφανίζεται σε ενέργεια διέγερσης περίπου  $3.2 \text{ MeV}$ . Σύμφωνα με την δική μας έρευνα, χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA, βρήκαμε ότι η μεγαλύτερη συνεισφορά από όλες τις  $1^+$  πολυπολικές μεταβάσεις στην ενεργό διατομή  $e^-$ -σύλληψης προέρχεται από την  $1_2^+$  μετάβαση που βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης περίπου  $\omega = 3.5 \text{ MeV}$ , η οποία είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τα παραπάνω πειραματικά δεδομένα. Παρόμοιες με την δική μας θεωρητικές έρευνες, χρησιμοποιώντας διαφορετικές προσεγγίσεις της μεθόδου QRPA [48], υπολόγισαν ότι η κύρια κορυφή των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης περίπου ίση με  $3 \text{ MeV}$  που είναι επίσης σε καλή συμφωνία με τα αποτελέσματά μας που βρήκαμε για τις αποκλειστικές διαφορικές ενεργές διατομές χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας. Η καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων μας και ιδιαίτερα για τις εξέχουσες κορυφές των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων αφενός με τα πειραματικά και αφετέρου με τα υπόλοιπα θεωρητικά δεδομένα, ενισχύουν περαιτέρω την αξιοπιστία της μεθόδου μας.

Στην αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίου από τον  $^{56}\text{Fe}$ , η συνολική διαφορική ενεργός διατομή σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα  $^{56}\text{Mn}$  φαίνεται στο Σχήμα 5.5(c). Οι χαρακτηριστικές κορυφές εμφανίζονται σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 0.163 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 2.412 \text{ MeV}$  και  $\omega = 8.278 \text{ MeV}$  και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_1^+$ ,  $0_1^+$  και  $1_{10}^+$ . Διαχωρίζοντας την συνολική διαφορική ενεργό διατομή σε συνεισφορά που προέρχεται από τον όρο της πολικής διανυσματικής καθώς και της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος αντίστοιχα, παρατηρούμε ότι στο πολικό μέρος, Σχήμα 5.5(a), έχουμε δύο χαρακτηριστικές κορυφές στις ενέργειες  $\omega = 2.412 \text{ MeV}$  και  $\omega = 3.199 \text{ MeV}$  αντιστοιχούσες στις μεταβάσεις  $0_1^+$  και  $0_2^+$  αντίστοιχα. Από την άλλη μεριά, οι χαρακτηριστικές κορυφές στο αξονικό μέρος της διαφορικής ενεργού διατομής, Σχήμα 5.5(b), αντιστοιχούν στις πολυπολικές μεταβάσεις  $1_1^+$  και  $1_{10}^+$  οι οποίες βρίσκονται σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 0.163 \text{ MeV}$  και  $\omega = 8.278 \text{ MeV}$  αντίστοιχα.

Τα ανωτέρω αποτελέσματά μας μπορούν να συγκριθούν με ήδη υπάρχοντα τόσο πειραματικά όσο και θεωρητικά δεδομένα. Ξεκινώντας από τα πειραματικά δεδομένα, θα επικεντρωθούμε στα πειράματα  $^{56}\text{Fe}(n, p)$  και  $^{56}\text{Fe}(d, ^2\text{He})$ . Το πείραμα  $^{56}\text{Fe}(n, p)$  [149] μέτρησε τρεις χαρακτηριστικές κορυφές στην περιοχή ενεργειών  $0 - 2 \text{ MeV}$ , εκ των οποίων οι δύο πρώτες βρίσκονται σε καλή συμφωνία με τα δικά μας αποτελέσματα. Επίσης το πείραμα  $^{56}\text{Fe}(d, ^2\text{He})$  [148] διέκρινε δύο χαρακτηριστικές κορυφές των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων στις ενέργειες  $0.11 \text{ MeV}$  και  $1.2 \text{ MeV}$ , σε πολύ καλή συμφωνία με τα αποτελέσματά μας τα οποία προβλέπουν δύο κύριες κορυφές στις ενέργειες  $0.163 \text{ MeV}$  και  $0.881 \text{ MeV}$ . Εκτός από τα πειραματικά δεδομένα, οι υπολογισμοί μας είναι σε πολύ καλή συμφωνία και με άλλα θεωρητικά δεδομένα προσερχόμενα από την μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες χρησιμοποιώντας διαφορετικές υπολογιστικές μεθόδους. Στην εργασία του [47], ο Nabi και οι συνεργάτες του, χρησιμοποιώντας μια εκδοχή της μεθόδου QRPA προέβλεψαν την πρώτη χαρακτηριστική κορυφή των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων σε ενέργεια περίπου  $0.2 \text{ MeV}$ . Επιπλέον ο Langanke και οι συνεργάτες του στην εργασία τους [9], χρησιμοποιώντας το ευρείας κλίμακας μοντέλο φλοιών, βρήκαν μία κορυφή σε ενέργεια κοντά στα  $0.1 \text{ MeV}$  ενώ η μέγιστη κορυφή εμφανίζεται

## 5.5. Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάσταση-προς-κατάσταση ενεργών διατομών 117

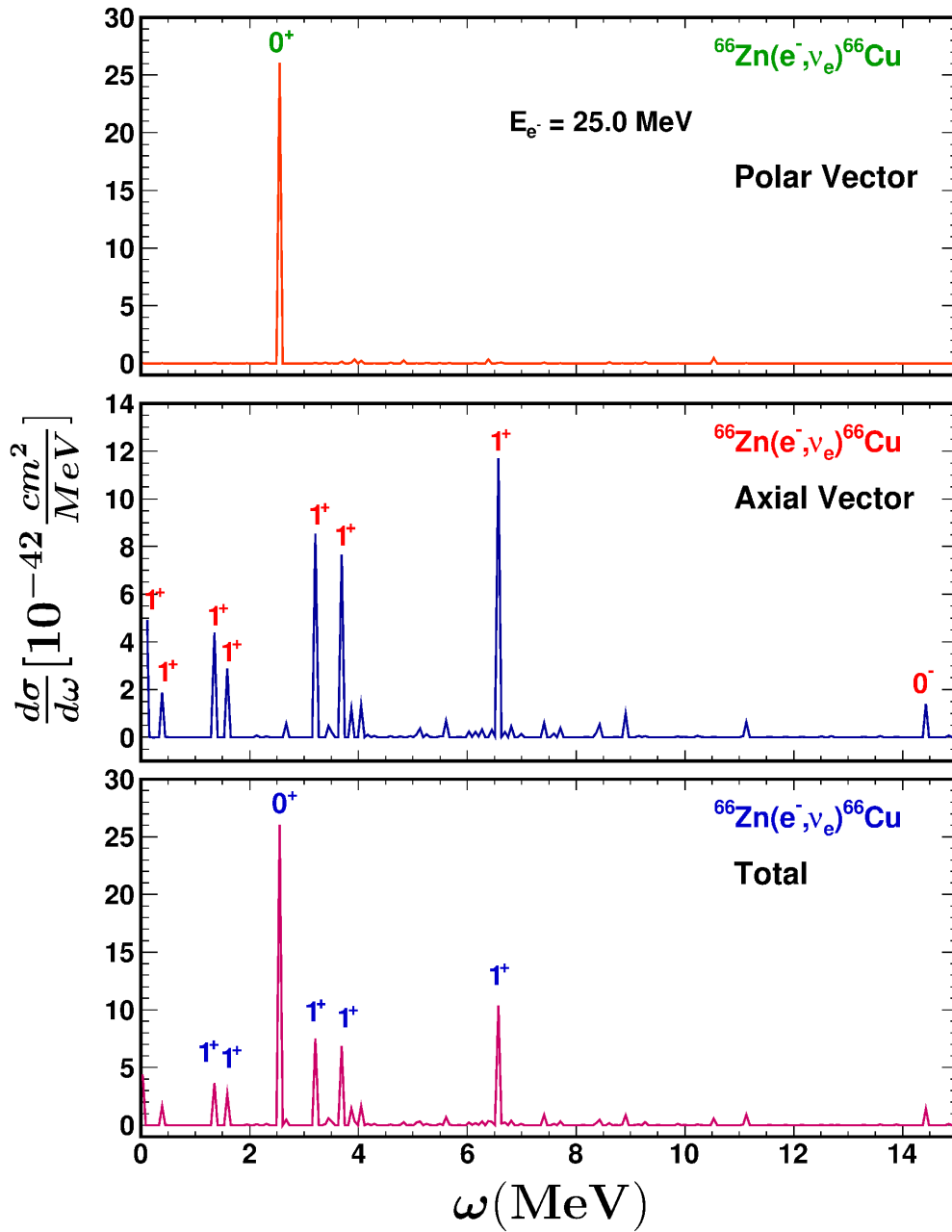
σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 1.7 \text{ MeV}$ . Από την ανωτέρω σύγκριση συμπεραίνουμε ότι τα αποτελέσματα μας συμφωνούν αρκετά καλά με τα υπάρχοντα δεδομένα αντιδράσεων σύλληψης ηλεκτρονίων τόσο στο ισότοπο του  $^{48}\text{Ti}$  όσο και στο ισότοπο  $^{56}\text{Fe}$ .

Σημειώνουμε κλείνοντας ότι, η μελέτη  $e^-$ -σύλληψης στα ισότοπα της περιοχής του σιδήρου (iron group peak nuclei) είναι ιδιαίτερα χρήσιμη λόγω του γεγονότος ότι οι αντιδράσεις αυτές παίζουν πολύ σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της προσουπερνόβα φάσης κατάρρευσης ενός μαζικού αστέρα (βλέπε λεπτομέρειες στο Κεφ. 6). Αναφέρουμε ότι για τα Σχήματα 5.4 και 5.5 στο σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT το πλάτος διαμέρισης ήταν 0.06.

### 5.5.3 Μελέτη $e^-$ -σύλληψης στα ισότοπα $^{66}\text{Zn}$ και $^{90}\text{Zr}$

Οι πυρήνες της τελευταίας κατηγορίας,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ , που επιλέγησαν για την μελέτη της  $e^-$ -σύλληψης είναι οι σχετικά βαρύτεροι πυρήνες, και όπως θα δούμε και στο επόμενο Κεφάλαιο, παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της φάσης κατάρρευσης ενός σουπερνόβα. Στο Σχήμα 5.6 παριστάνονται οι διαφορικές ενεργές διατομές, που υπολογίσαμε με την μέθοδό μας για τις διάφορες ενέργειες διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα  $^{66}\text{Cu}$ . Στην συνολική διαφορική ενεργό διατομή 5.6(c) η μέγιστη χαρακτηριστική κορυφή αντιστοιχεί στην  $0_1^+$  πολυπολική μετάβαση και βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 2.538 \text{ MeV}$ . Άλλες μικρότερες κορυφές εμφανίζονται στις ενέργειες  $\omega = 3.194 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 3.686 \text{ MeV}$  και  $\omega = 6.555 \text{ MeV}$  και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_7^+$ ,  $1_8^+$  και  $1_{10}^+$ . Έχοντας την δυνατότητα να υπολογίσουμε στην ολική διαφορική ενεργό διατομή τις επιμέρους συνεισφορές των τμημάτων που προέρχονται από τις συνιστώσες του πολικού και αξονικού διανύσματος αδρονικού ρεύματος αντίστοιχα μπορούμε εύκολα να βρούμε και τις μεταβάσεις με την μεγαλύτερη συνεισφορά σε κάθε μία από τις συνιστώσες αυτές. Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στο Σχήμα 5.6 (panel a και panel b). Στο Σχήμα 5.6(a) βλέπουμε ότι η κύρια συνεισφορά στο πολικό μέρος της διαφορικής ενεργού διατομής προέρχεται από την πολυπολική μετάβαση  $0_1^+$  και αντιστοιχεί σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 2.538 \text{ MeV}$  ενώ στο αξονικό μέρος Σχήμα 5.6(b), την μεγαλύτερη συνεισφορά παρέχει η  $1_{10}^+$  μετάβαση σε ενέργεια  $\omega = 6.555 \text{ MeV}$ . Αξιοσημείωτες είναι και οι συνεισφορές από τις πολυπολικές μεταβάσεις  $1_7^+$ ,  $1_8^+$  στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 3.194 \text{ MeV}$  και  $\omega = 3.686 \text{ MeV}$  αντίστοιχα. Δυστυχώς, όμοια αποτελέσματα για σύγκριση με τα ανωτέρω δεν υπάρχουν από όσο γνωρίζουμε στη βιβλιογραφία.

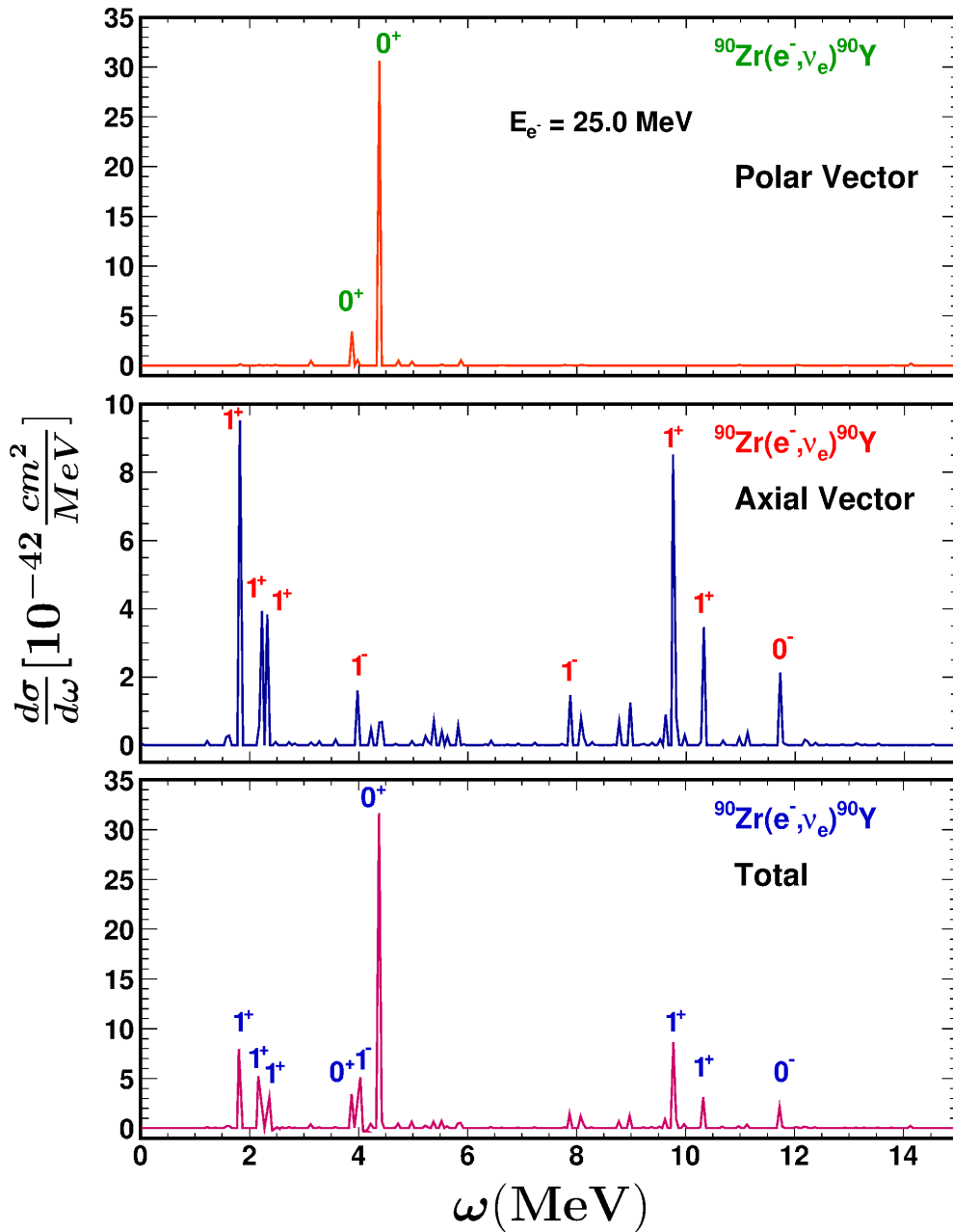
Τελευταίος πυρήνας που επιλέξαμε ως μητρικό στην μελέτη της αντίδρασης  $e^-$ -σύλληψης είναι το ζιρκόνιο,  $^{90}\text{Zr}$ , που αποτελεί και το βαρύτερο από τα μελετώμενα ισότοπα. Από την σχηματική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων της διαφορικής ενεργού διατομής του  $^{90}\text{Zr}$  (βλέπε Σχήμα 5.7) παρατηρούμε ότι, οι κύριες συνεισφορές στην ολική διαφορική ενεργό διατομή προέρχονται από τις μεταβάσεις  $0^+$  και  $1^+$ . Πιο αναλυτικά, η μέγιστη κορυφή παρατηρείται σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 4.376 \text{ MeV}$  που αντιστοιχεί στην  $0_2^+$  πολυπολική μετάβαση (βλέπε Σχή-



Σχήμα 5.6: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την  $^{66}\text{Zn}(e^-, \nu_e)^{66}\text{Cu}$  αντίδραση  $e^-$ -σύλληψης.

μα 5.7(c)). Επίσης εξέχουσες κορυφές παρατηρούνται στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 1.818 \text{ MeV}$  και  $\omega = 9.752 \text{ MeV}$  που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_1^+$  και  $1_{16}^+$ . Από τα επιμέρους αποτελέσματά μας για τις συνεισφορές των συνιστωσών, πολικής και αξονικής, του αδρονικού ρεύματος, βλέπουμε ότι η συνεισφορά του πολικού

5.5. Υπολογισμοί αποκλειστικών κατάσταση-προς-κατάσταση ενεργών διατομών 119



Σχήμα 5.7: Ίδιο με το Σχήμα 5.2 αλλά για την  $^{90}\text{Zr}(e^-, \nu_e)^{90}\text{Y}$  αντίδραση  $e^-$ -σύλληψης.

τμήματος προέρχεται κυρίως από τις μεταβάσεις  $0_1^+$  και  $0_2^+$  που αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 3.890 \text{ MeV}$  και  $\omega = 4.376 \text{ MeV}$  Σχήμα 5.7(a). Σε ό,τι αφορά την συνεισφορά της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας, οι πολυπολικές μεταβάσεις  $1_1^+$  και  $1_{16}^-$  που αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 1.818 \text{ MeV}$  και

$\omega = 9.752 \text{ MeV}$  συνεισφέρουν το μεγαλύτερο μέρος της διαφορικής ενεργού διατομής Σχήμα 5.7(b).

Στα Σχήματα 5.6 και 5.7 το πλάτος διαμερισμού στο σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT ήταν 0.05 στην περίπτωση του  $^{90}\text{Zr}$  και 0.06 στην περίπτωση του  $^{66}\text{Zn}$ .

Πριν προχωρήσουμε στον υπολογισμό των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης στα παραπάνω ισότοπα, συνοψίζοντας τα συμπεράσματα που εξήχθησαν από την μελέτη των πρωτογενών αποτελεσμάτων των αποκλειστικών ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από τους πυρήνες μπορούμε να πούμε ότι η κύρια συνεισφορά στην ολική διαφορική ενεργό διατομή προέρχεται από τις  $1^+$  και  $0^+$  πολυπολικότητες. Οι  $0^+$  πολυπολικές μεταβάσεις συνεισφέρουν κυρίως στο πολικό μέρος, ενώ οι  $1^+$  συνεισφέρουν κυρίως στο αξονικό μέρος της ολικής διαφορικού διατομής.

## 5.6 Υπολογισμοί συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή

Στο δεύτερο μέρος της μελέτης στο Κεφάλαιο αυτό, περιλαμβάνονται υπολογισμοί των μερικών πρωτογενών διαφορικών ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης από τους επιλεγέντες πυρήνες για χαμηλού-σπιν πολυπολικότητες ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ). Αυτές οι μερικές διαφορικές ενεργές διατομές παίρνονται αθροίζοντας πάνω σε όλες τις συνεισφορές των αποκλειστικών μεταπτώσεων συγκεκριμένης πολυπολικότητας ως:

$$\frac{d\sigma_{part}}{d\Omega} = \sum_f \frac{d\sigma_{excl}}{d\Omega} \quad (5.14)$$

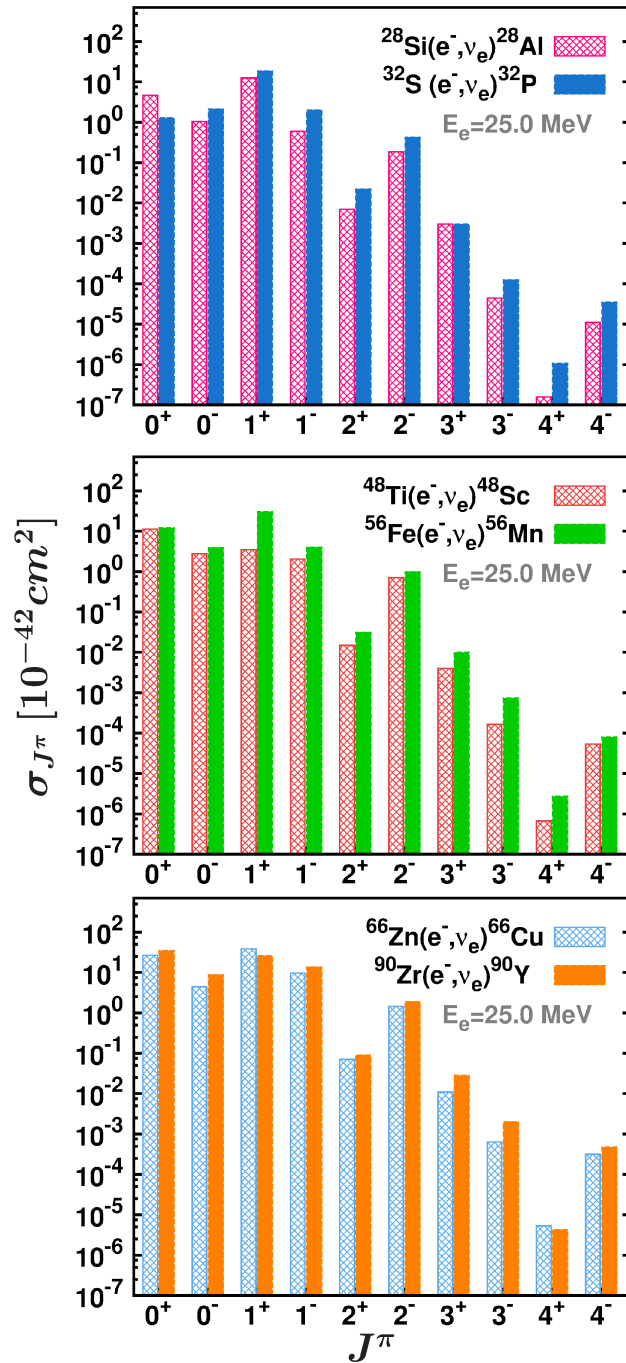
Όπως αναφέραμε και στην Εισαγωγή για τους υπολογισμούς αυτού του τύπου επιλέξαμε ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e = 25.0 \text{ MeV}$  (ως μία μέση ενέργεια) και χρησιμοποιήσαμε την μειωμένη τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης λεπτονίου  $g_A = 1.000$  [6, 47, 62, 145].

Τα αποτελέσματα των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών που πήραμε απεικονίζονται στο Σχήμα 5.8. Είναι εμφανές, ότι για όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις  $1^+$  πολυπολικές μεταβάσεις (μοναδική εξαίρεση συμβαίνει στον βαρύτερο πυρήνα,  $^{90}\text{Zr}$ , στον οποίο η κύρια συνεισφορά προέρχεται από τις  $0^+$  πολυπολικές μεταβάσεις). Για την τιμή της ενέργειας ηλεκτρονίου που επιλέξαμε ( $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ ) οι  $0^+$  μεταβάσεις έχουν αξιόλογη συμβολή και στην ολική ενεργό διατομή. Από τις υπόλοιπες πολυπολικότητες αξιοσημείωτα ποσοστά συνεισφέρουν οι πολυπολικές μεταβάσεις  $0^-, 1^-$  και  $2^-$ . Οι υπόλοιπες μεταβάσεις έχουν αμελητέα συνεισφορά.

Οι ακριβείς τιμές των συνεισφορών κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.2 ενώ τα αντίστοιχα ποσοστά συνεισφοράς των στην ολική ενεργό διατομή παρουσιάζονται στον Πίνακα 5.3. Αξίζει να σημειώσουμε ότι, μόνο



5.6. Υπολογισμοί συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή 121



Σχήμα 5.8: Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων για χαμηλού σπιν  $J^\pi \leq 4^\pm$  πολυπολικότητες για όλα τα πυρηνικά ισότοπα της μελέτη μας θεωρώντας ως ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ .

για τα ελαφρά ισότοπα  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$  η κυριαρχία της  $1^+$  πολυπολικότητας είναι μάλλον εμφανής, οπότε η ολική ενεργός διατομή θα μπορούσε προσεγγιστικά να εκτιμηθεί μέσω των GT ( $1^+$ ) μεταπτώσεων. Από την άλλη μεριά, για τους μεσαίου βάρους αλλά και του βαρείς πυρήνες οι συνεισφορές από τις άλλες πολυπολικές μεταβάσεις (και ειδικότερα των  $0^+$ ) είναι αξιοσημείωτες σε σχέση με εκείνη των GT μεταβάσεων και έτσι δεν μπορούν να παραληφθούν από τους υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής. Αναφέρουμε χαρακτηριστικά ότι για το ισότοπο του  $^{90}\text{Zr}$  μάλιστα, για  $E_e = 25.0\text{MeV}$  το ποσοστό συνεισφοράς των  $0^+$  πολυπολικών μεταβάσεων είναι περίπου 40% ενώ των  $1^+$  είναι 30% δηλαδή σημαντικά μικρότερο. Αντίστοιχα στην περίπτωση του ψευδαργύρου,  $^{66}\text{Zn}$ , για τις ίδιες πολυπολικότητες τα ποσοστά είναι 33% και 48%. Γίνεται λοιπόν κατανοητό, ότι στους υπολογισμούς μας η ολική ενεργός διατομή  $e^-$ -σύλληψης εν γένει δεν μπορεί πάντοτε να εκτιμηθεί σωστά μόνο με τις  $1^+$  πολυπολικές μεταβάσεις αλλά πρέπει να ληφθούν όλες οι μεταβάσεις μέχρι  $J^\pi \leq 5^\pm$ .

Η μέθοδος υπολογισμού της ολικής ενεργού διατομής μέσω των  $1^+$  μεταβάσεων θα μπορούσε να χρησιμοποιηθεί ασφαλέστερα στους πολύ ελαφρείς πυρήνες ή για μικρές τιμές ενέργειας  $E_e$  ακόμα και σε μεσαίου βάρους πυρήνες. Από το Σχήμα 5.8 συμπεραίνουμε ότι, όσο αυξάνεται ο μαζικός αριθμός του πυρήνα, η συνεισφορά των  $1^+$  μεταβάσεων μειώνεται ενώ ταυτόχρονα αυξάνεται η συνεισφορά των άλλων μεταβάσεων. Επιπλέον μεταβαίνοντας σε υψηλότερες ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου οι συνεισφορές των υπολοίπων πολυπολικών μεταβάσεων γίνονται συγκρίσιμες με την συνεισφορά των  $1^+$  μεταβάσεων. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί το ισότοπο  $^{56}\text{Fe}$  το οποίο για ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου,  $E_e = 40.0\text{MeV}$ , έχει συνεισφορές από τις πολυπολικότητες  $0^+$  και  $1^+$ , 18% και 38% αντίστοιχα ενώ στην περίπτωση του  $^{66}\text{Zn}$  τα αντίστοιχα ποσοστά είναι 24% και 31% ενώ στην περίπτωση του  $^{90}\text{Zr}$  περίπου 28% και 20%. Έτσι, γίνεται εμφανής η ανάγκη υπολογισμού των συνεισφορών όλων των πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή  $e^-$ -σύλληψης στα βαρέα ισότοπα και ειδικότερα σε υψηλές ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου.

## 5.7 Ολική Ενεργός Διατομή

Στο τελευταίο βήμα υπολογισμών πρωτογενών ενεργών διατομών στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες, εστιάζουμε στις ολικές ενεργές διατομές για την εύρεση των οποίων αθροίζουμε σε όλες τις πολυπολικές αποκρίσεις (μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ ), ως:

$$\frac{d\sigma_{ec}}{d\Omega} = \sum_{J^\pi} \frac{d\sigma_{part}}{d\Omega} = \sum_{J^\pi} \sum_f \frac{d\sigma_{excl}}{d\Omega} \quad (5.15)$$

Για τους υπολογισμούς αυτούς χρησιμοποιήσαμε την έκφραση της Εξ. (5.11) και κάναμε τις εξής υποθέσεις για τον μητρικό πυρήνα: (i) η αρχική του κατάστα-

Πίνακας 5.2: Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίου (σε  $10^{-42} \text{ cm}^2$ ) κάθε πολυπολικότητας (μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ ) όπως υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδό μας, pn-QRPA, για ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e = 25 \text{ MeV}$ .

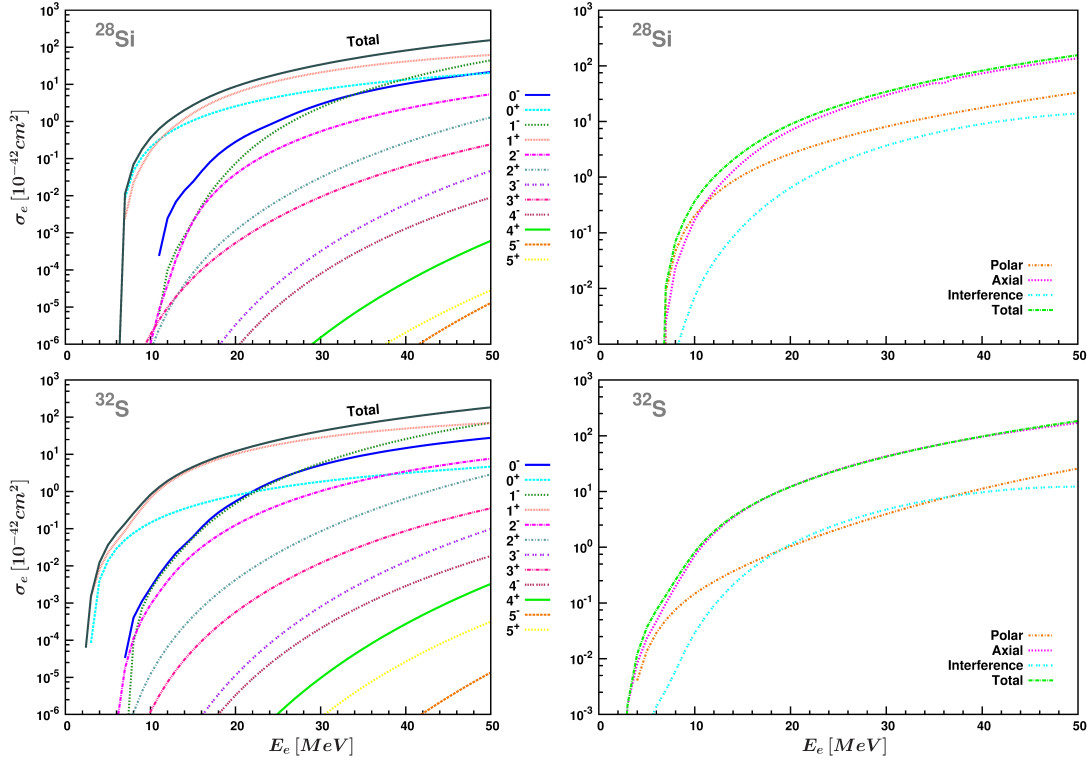
	$^{28}\text{Si}$	$^{32}\text{S}$	$^{48}\text{Ti}$	$^{56}\text{Fe}$	$^{66}\text{Zn}$	$^{90}\text{Zr}$
$0^+$	4.657	1.275	11.361	12.062	26.450	34.561
$0^-$	1.036	2.131	2.784	3.916	4.466	8.739
$1^+$	12.534	18.529	13.477	30.299	38.426	25.863
$1^-$	0.606	2.007	2.052	4.018	9.726	13.696
$2^+$	0.007	0.022	0.015	0.031	0.071	0.089
$2^-$	0.185	0.421	0.709	0.980	1.438	1.875
$3^+$	0.003	0.003	0.004	0.010	0.011	0.028
$3^-$	$0.445 \cdot 10^{-4}$	$0.124 \cdot 10^{-3}$	$0.164 \cdot 10^{-3}$	$0.735 \cdot 10^{-3}$	$0.637 \cdot 10^{-3}$	$0.201 \cdot 10^{-2}$
$4^+$	$0.157 \cdot 10^{-6}$	$0.106 \cdot 10^{-5}$	$0.668 \cdot 10^{-6}$	$0.270 \cdot 10^{-5}$	$0.534 \cdot 10^{-5}$	$0.426 \cdot 10^{-5}$
$4^-$	$0.110 \cdot 10^{-4}$	$0.346 \cdot 10^{-4}$	$0.532 \cdot 10^{-4}$	$0.799 \cdot 10^{-4}$	$0.316 \cdot 10^{-3}$	$0.471 \cdot 10^{-3}$
$5^+$	$0.753 \cdot 10^{-8}$	$0.785 \cdot 10^{-7}$	$0.537 \cdot 10^{-6}$	$0.888 \cdot 10^{-6}$	$0.397 \cdot 10^{-6}$	$0.832 \cdot 10^{-5}$
$5^-$	$0.483 \cdot 10^{-9}$	$0.289 \cdot 10^{-9}$	$0.238 \cdot 10^{-8}$	$0.600 \cdot 10^{-8}$	$0.291 \cdot 10^{-7}$	$0.541 \cdot 10^{-7}$

Πίνακας 5.3: Τα ποσοστά συμβολής όλων των πολυπολικοτήτων με  $J^\pi \leq 5^\pm$  στην ολική ενεργό διατομή σύλληψης ηλεκτρονίων υπολογισμένα με την pn-QRPA μέθοδό μας.

	$^{28}\text{Si}$	$^{32}\text{S}$	$^{48}\text{Ti}$	$^{56}\text{Fe}$	$^{66}\text{Zn}$	$^{90}\text{Zr}$
$0^-$	5.45	8.74	9.16	7.63	5.54	10.30
$0^+$	24.47	5.23	37.37	23.51	32.82	40.73
$1^-$	3.19	8.23	6.75	7.83	12.07	16.14
$1^+$	65.86	75.97	44.33	59.04	47.68	30.48
$2^-$	0.98	1.73	2.33	1.91	1.78	2.21
$2^+$	0.04	0.09	0.05	0.06	0.09	0.10
$3^-$	$\sim 0.00$	$\sim 0.00$	$\sim 0.00$	$\sim 0.00$	$\sim 0.00$	$\sim 0.00$
$3^+$	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.03

ση είναι η βασική κατάσταση  $|0^+\rangle$  και (ii) βρίσκεται υπό εργαστηριακές συνθήκες οπότε οι ενεργές διατομές δεν επηρεάζονται από την θερμοκρασία. Οι ακόλουθες ενεργές διατομές σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e$  υ-

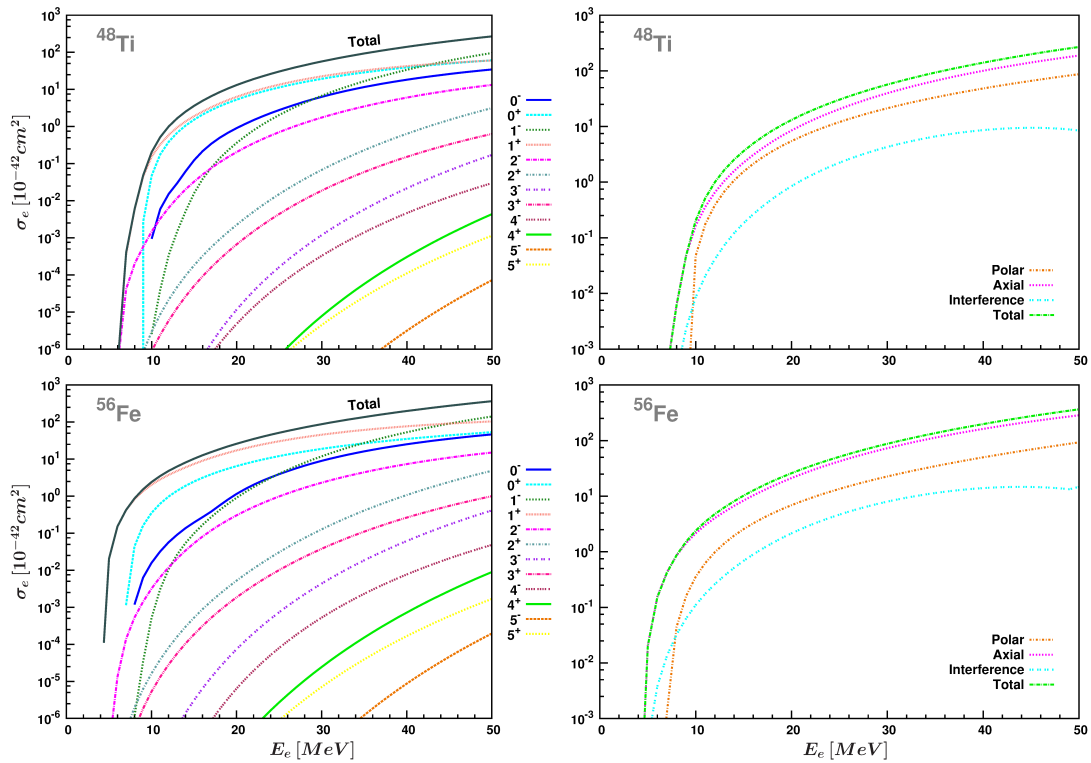
πολογίζονται χρησιμοποιώντας τις ρεαλιστικές δισωματειακές αλληλεπιδράσεις όπως αναφέρθηκαν στο Κεφ. 3.



Σχήμα 5.9: Αριστερά: Οι επιμέρους συνεισφορές των κύριων καναλιών ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) στην ολική ενεργό διατομή  $e^-$ -σύλληψης για τις αντιδράσεις  $^{28}\text{Si}(e^-, \nu_e)^{28}\text{Al}$  και  $^{32}\text{S}(e^-, \nu_e)^{32}\text{P}$  σαν συνάρτηση της ενέργειας  $E_e$  του εισερχομένου ηλεκτρονίου. Δεξιά: Μεταβολή με την ενέργεια  $E_e$  της επιμέρους συνεισφοράς της πολικής, αξονικής συνιστώσας καθώς και του όρου επικάλυψης στην ολική ενεργό διατομή.

Τα αποτελέσματα των πρωτογενών ολικών ενεργών διατομών που ελήφθησαν με την μέθοδό μας, pn-QRPA, απεικονίζονται στα Σχήματα 5.9 (για τα ισότοπα  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$ ), 5.10 (για τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$  και  $^{56}\text{Fe}$ ), και 5.11 (για τα ισότοπα  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ ), όπου παρουσιάζονται επίσης και οι επιμέρους συνεισφορές όλων των καναλιών ξεχωριστά ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ). Για την αριθμητική ολοκλήρωση ως προς την γωνία  $\theta$  της διαφορικής ενεργού διατομής μας, είχαμε την δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε δύο μεθόδους: (i) την μέθοδο Gauss 20 σημείων, και (ii) την μέθοδο του λογισμικού NAG. Τα αποτελέσματα ολοκλήρωσης των δύο μεθόδων γενικά διαφέρουν πολύ λίγο. Όμως, η μέθοδος NAG πλεονεκτεί από άποψη υπολογιστικού χρόνου (η μέθοδος Gauss χρειάζεται για την ίδια ακρίβεια περίπου τριπλάσιο χρόνο σε σχέση με την NAG). Έτσι, στην έρευνά μας χρησιμοποιήσαμε την μέθοδο NAG.

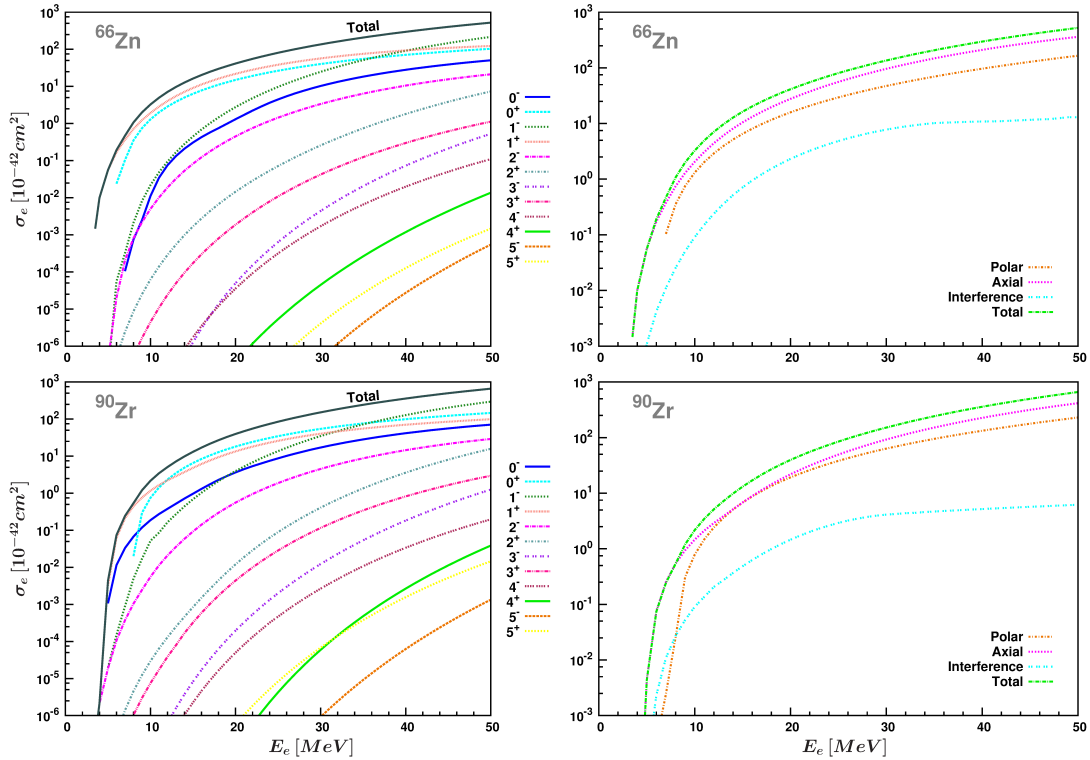
Από τα Σχήματα 5.9, 5.10 και 5.11 παρατηρούμε ότι η ολική ενεργός διατομή παρουσιάζει μια απότομη αύξηση (αρχικών τάξεων μεγέθους) στα πρώτα MeV πάνω



Σχήμα 5.10: Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις  $^{48}\text{Ti}(e^-, \nu_e)^{48}\text{Sc}$  και  $^{56}\text{Fe}(e^-, \nu_e)^{56}\text{Mn}$ .

από την ενέργεια κατωφλίου και για μεγαλύτερες ενέργειες η αύξησή της μετριάζεται. Η πολύ έντονη αύξηση της τιμής της ολικής ενεργού διατομής στα πρώτα MeV οφείλεται στο πλάτος κατανομής GT. Γενικά, στους άρτιους-άρτιους μητρικούς πυρήνες (όλοι οι πυρήνες που μελετάμε ανήκουν στην κατηγορία αυτή) το πλάτος κατανομής GT (σε χαμηλές τιμές θερμοκρασίας) έχει το κέντρο του σε ενέργεια θυγατρικού πυρήνα περίπου  $2\text{ MeV}$ , γι' αυτό τον λόγο και παρατηρείται τόσο δραστική αύξηση στα πρώτα MeV.

Από πειραματική και αστροφυσική άποψη, η σημαντική περιοχή ενέργειας εισερχόμενου ηλεκτρονίου,  $E_e$ , φθάνει μέχρι  $30\text{ MeV}$ , περιοχή στην οποία παρατηρούμε μέγιστη συνεισφορά της  $1^+$  πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή [6, 141]. Πιο συγκεκριμένα, σε αυτή την περιοχή ενεργειών για τα ελαφρύτερα ισότοπα  $^{28}\text{Si}$  και  $^{32}\text{S}$ , τα ποσοστά συνεισφοράς των  $1^+$  πολυπολικών καταστάσεων στην ολική ενεργό διατομή είναι μεγαλύτερα από 60%. Για τους μεσαίου βάρους μητρικούς πυρήνες  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$  και  $^{66}\text{Zn}$  τα ποσοστά αυτά κυμαίνονται στο 40%. Για τον λόγο αυτό πολλοί συγγραφείς επικεντρώθηκαν σε αυτή την περιοχή ενεργειών, υπολογίζοντας μόνο την μερική ενεργό διατομή των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή. Όμως, η μέθοδός μας, για βαρύτερα πυρηνικά ισότοπα, δίνει αρκετά μικρότερα ποσοστά συμβολής των GT πολυπολικών μεταβάσεων. Η ολική



Σχήμα 5.11: Όμοιο με το Σχήμα 5.9 αλλά για τις αντιδράσεις  $^{66}\text{Zn}(e^-, \nu_e)^{66}\text{Cu}$  και  $^{90}\text{Zr}(e^-, \nu_e)^{90}\text{Y}$ .

ενεργός διατομή υπολογίζεται με χοντρική προσέγγιση μέσω των μεταβάσεων αυτών. Για τον ακριβέστερο υπολογισμό της ολικής ενεργού διατομής θα πρέπει να ληφθούν υπόψη όλες οι δυνατές πολυπολικές μεταβάσεις, ιδιαίτερα για τα βαρύτερα ισότοπα π.χ. το  $^{90}\text{Zr}$ . Στο ισότοπο αυτό η συνεισφορά των  $1^+$  πολυπολικών καταστάσεων υπολογίστηκε ότι είναι 25% οπότε στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA, στους συστηματικούς υπολογισμούς των ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης από βαρείς, πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες θα πρέπει να ληφθούν υπόψη εκτός από τις GT μεταβάσεις και όλες οι άλλες πιθανές, δυνατές μεταβάσεις μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ .

Στην παρούσα εργασία επεκτείνουμε τους υπολογισμούς, και την περιοχή ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου,  $E_e$ . Η κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από τις  $1^+$  πολυπολικές καταστάσεις για  $E_e < 40 \text{ MeV}$ . Στην περιοχή ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου,  $E_e > 30 \text{ MeV}$ , είναι σημαντική και η συνεισφορά των  $0^+$  πολυπολικών καταστάσεων. Για  $E_e > 40 \text{ MeV}$  παρατηρούμε ότι η συνεισφορά και των άλλων πολυπολικών καταστάσεων γίνεται αξιοσημείωτη, και κυρίως των  $1^-$  η οποία γίνεται μεγαλύτερη και από εκείνη των  $1^+$  σε όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν. Στην περίπτωση μάλιστα του ισότοπου  $^{90}\text{Zr}$  η συμπεριφορά αυτή παρατηρείται από πολύ μικρότερες ενέργειες, περίπου  $10 \text{ MeV}$ . Συνεπώς επεκτείνοντας τα όρια της ενέργειας των ηλεκτρονίων γίνεται ακόμη πιο εμφανής η

ανάγκη υπολογισμού της συνεισφοράς όλων των πολυπολικοτήτων (μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ ) στην ολική ενεργό διατομή.

Συμπερασματικά, από τη μελέτη των ολικών ενεργών διατομών της σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες μεσαίου βάρους, μπορούμε να πούμε ότι η ολική ενεργός διατομή μπορεί να προσεγγιστεί μέσω των μεταβάσεων Gamow-Teller μόνο για χαμηλές ενέργειες [6, 47, 49, 60, 141, 150]. Για υψηλότερες ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου συνεισφορές και από άλλες πολυπολικότητες είναι σημαντικές και η εκτίμησή τους οδηγεί σε καλύτερη συμφωνία [141]. Από την άλλη μεριά, σε βαρύτερους πυρήνες η μέθοδος αυτή δεν είναι ικανοποιητική ακόμα και για χαμηλές τιμές ενέργειας  $E_e$  οπότε πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι συνεισφορές από όλες τις πολυπολικές καταστάσεις με  $J^\pi \leq 5^\pm$ .

Κλείνοντας την συζήτηση των ολικών ενεργών διατομών κρίνουμε σκόπιμο, να αναφερθούμε στην συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή του μέρους που προέρχεται από την πολική διανυσματική, και την αξονική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος, καθώς και του όρου επικάλυψής τους. Οι αντίστοιχες εκφράσεις με τους τανυστικούς τελεστές φαίνονται στην Χαμιλτονιανή που περιγράφει τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Στα Σχήματα 5.9 - 5.11 που είδαμε παραπάνω, καταδεικνύεται η μεταβολή της συσχέτισης αυτών των ποσοστών με την ενέργεια  $E_e$  στην ολική ενεργό διατομή. Όπως βλέπουμε η κύρια συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από την αξονική συνιστώσα. Αυτό οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι οι παράγοντες δομής του αξονικού ρεύματος είναι μεγαλύτεροι από τους αντίστοιχους του πολικού ρεύματος με συνέπεια οι εγκάρσιοι όροι να κυριαρχούν [58]. Επιπλέον παρατηρούμε ότι, καθώς η ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων αυξάνεται, η συνεισφορά από την αξονική συνιστώσα αυξάνεται επίσης. Για τα ελαφρά ισότοπα (Σχ. 5.9), το αξονικό μέρος είναι ίσο ή συγκρίσιμο με την ολική ενεργό διατομή οπότε η συνεισφορά των άλλων ποσοτήτων είναι μάλλον αμελητέα. Καθώς ο μαζικός αριθμός του θυγατρικού πυρήνα αυξάνεται, η συνεισφορά του πολικού μέρους επίσης αυξάνεται. Στους μεσαίου βάρους πυρήνες,  $^{48}\text{Ti}$  και  $^{56}\text{Fe}$  η συνεισφορά της αξονικής συνιστώσας είναι περίπου τρεις φορές μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της πολικής συνιστώσας. Τέλος στα μεσαίου βάρους και βαριά ισότοπα  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  η πολική συνιστώσα συνεισφέρει περίπου το μισό ποσοστό εκείνου της αξονικής συνιστώσας. Σημειώνουμε ότι για όλους τους πυρήνες που μελετήθηκαν, η συνεισφορά του όρου επικάλυψης είναι περίπου μία τάξη μεγέθους μικρότερη από την αντίστοιχη συνεισφορά της αξονικής συνιστώσας.

## 5.8 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο εκτελέσαμε εκτενείς και συστηματικούς υπολογισμούς  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες θεωρώντας τους ότι βρίσκονται υπό εργαστηριακές συνθήκες, χωρίς να λάβουμε υπόψη τις επιδράσεις της θερμοκρασίας και του χημικού δυναμικού. Τέτοια αποτελέσματα μπορούν να χρησιμοποιηθούν από πιθανά μελλοντικά εργαστηριακά πειράματα.

Έχοντας ενισχύσει την αξιοπιστία της μεθόδου μας (βελτιωμένη εκδοχή της  $pn$ -QRPA), στο παρόν Κεφάλαιο πραγματοποιήσαμε λεπτομερείς υπολογισμούς πρωτογενών ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης από τους πυρήνες  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ . Έγινε σύγκριση των αποτελεσμάτων των ανωτέρω υπολογισμών μας με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά και πειραματικά δεδομένα αναφερόμενα στις κορυφές που αντιστοιχούν στις μεταπτώσεις GT και η συμφωνία είναι αρκετά καλή.

Πιο συγκεκριμένα, στο Κεφάλαιο αυτό, αρχικά πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης χρησιμοποιώντας μειωμένη τιμή για την αξονική σταθερά σύζευξης ( $g_A = 1.000$ ). Από τους λεπτομερείς υπολογισμούς, παρατηρήσαμε ότι στην ολική διαφορική ενεργό διατομή της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κυρίαρχο ρόλο παίζουν οι πολυπολικές μεταβάσεις  $1^+$  και  $0^+$ .

Στην συνέχεια υπολογίσαμε την μερική συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά καθώς και την ποσοστιαία συνεισφορά τους στην ολική ενεργό διατομή για ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ . Από την μελέτη των αποκλειστικών διαφορικών ενεργών διατομών, τα ποσοστά συνεισφοράς των  $1^+$  μεταβάσεων (για τα ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα) που βρέθηκαν κυμαίνονται από 45% έως 80%, ενώ για τα βαριά ισότοπα τα ποσοστά είναι λίγο μικρότερα. Αντίστοιχα, για τις  $0^+$  πολυπολικές μεταβάσεις τα ποσοστά αυτά για όλα τα μελετώμενα πυρηνικά ισότοπα είναι 25% έως 40%. Αναφέρουμε ότι, παρότι τα ποσοστά συνεισφοράς κάθε πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή που παρουσιάζονται εδώ αντιστοιχούν σε ενέργεια εισερχομένων ηλεκτρονίων  $E_e = 25 \text{ MeV}$ , δεν αλλάζουν πολύ αν θεωρήσουμε ενέργειες ηλεκτρονίου της περιοχής  $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ .

Τέλος, από την αναλυτική μελέτη των ολικών ενεργών διατομών της  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες κάτω από εργαστηριακές συνθήκες το γενικό συμπέρασμα είναι ότι για ακριβείς υπολογισμούς της ενεργού διατομής σε οποιαδήποτε περιοχή ενεργειών θα πρέπει να ληφθούν υπόψη και οι συνεισφορές από όλες τις δυνατές πολυπολικές μεταβάσεις μέχρι  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Προσεγγιστικά, μόνο σε χαμηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων ( $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ ) και για ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα μπορούμε να εκτιμήσουμε αρκετά καλά την ολική ενεργό διατομή μόνο μέσω των μεταβάσεων GT.

Ο στόχος αυτός θα επιτευχθεί αφού πρώτα βελτιώσουμε την υπολογιστική μας μέθοδο και την εφοδιάσουμε με την δυνατότητα αξιόπιστης εκτίμησης ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης κάτω από τις πολύ διαφορετικές συνθήκες του εσωτερικού των μαζικών αστέρων. Στο επόμενο Κεφάλαιο θα επεκτείνουμε την μελέτη μας, και θα θεωρήσουμε ότι η  $e^-$ -σύλληψη από πυρήνες πραγματοποιείται στο εσωτερικό των αστέρων. Στις συνθήκες αυτές, σημαντικό ρόλο παίζουν οι τιμές των θερμοδυναμικών ποσοτήτων θερμοκρασίας, εντροπίας και χημικού δυναμικού του αερίου ηλεκτρονίων, οι οποίες επηρεάζουν σε μεγάλο βαθμό την σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες.



## Κεφάλαιο 6

---

# Μελέτη σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε αστροφυσικές συνθήκες

### 6.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα παρουσιάσουμε υπολογισμούς αποκλειστικών, μερικών και ολικών ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου από τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  κάτω από αστρικές συνθήκες. Οι πυρήνες αυτοί παίζουν σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη ενός αστέρα, κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα και στην προ-σουπερνόβα φάση. Καθώς η αντίδραση  $e^-$ -σύλληψης ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων, η μελέτη της έγινε στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA. Η κατασκευή της βασικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα έγινε επιλύοντας τις BCS εξισώσεις ενώ για την κατασκευή των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα επιλύθηκαν οι αντίστοιχες εξισώσεις pn-QRPA (βλέπε Κεφ. 3). Για την περιγραφή των πυρηνικών δυνάμεων μεταξύ δύο νουκλεονίων, χρησιμοποιήθηκε το δυναμικό ανταλλαγής ενός μποζονίου Bonn C-D.

Για την εκτέλεση των υπολογισμών του Κεφαλαίου αυτού ακολουθήθηκαν τα εξής βήματα:

- (i) Αρχικά, έγινε λεπτομερής μελέτη των αποκλειστικών ενεργών διατομών κάθε συνόλου πολυπολικών καταστάσεων με  $J^\pi \leq 5^\pm$ .
- (ii) Στη συνέχεια, υπολογίστηκαν αναλυτικά για όλα τα ισότοπα, οι μερικές ενεργές διατομές και το ποσοστό συνεισφοράς κάθε μίας πολυπολικότητας στην ολική ενεργό διατομή.
- (iii) Τέλος, υπολογίστηκαν οι ολικές ενεργές διατομές για όλους τους πυρήνες της επιλογής μας και έγινε σύγκρισή των με υπάρχοντα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα. Στους σχετικά βαρύτερους πυρήνες  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ , μελετήθηκε επιπλέον και η εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής από την θερμοκρασία.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι, παρόμοιοι υπολογισμοί για την σύλληψη ηλεκτρονίου υπάρχουν μόνο για ολικές ενεργές διατομές με τις οποίες γίνεται και η σύγκριση

των αποτελεσμάτων μας. Μελέτη αποκλειστικών ενεργών διατομών της διαδικασίας αυτής δεν αναφέρεται στην βιβλιογραφία, και επομένως αυτή αποτελεί καινοτόμο μέρος της παρούσας έρευνας.

Κύριος στόχος του παρόντος Κεφαλαίου είναι, να μελετηθεί η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων στις συνθήκες που επικρατούν σε έναν αστέρα κυρίως κατά την διάρκεια της κατάρρευσής του. Προς τούτο, θα εκμεταλλευτούμε τους ρυθμούς σύλληψης ηλεκτρονίου υπό συνθήκες εργαστηρίου του Κεφ. 5 και θα τους μετατρέψουμε στις αντίστοιχες ποσότητες εντός του αστρικού περιβάλλοντος χρησιμοποιώντας κατάλληλη διαδικασία συνέλιξης [6, 8, 9, 49, 151]. Περαιτέρω, επειδή στο εσωτερικό των μαζικών αστερών, ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται σε πεπερασμένη θερμοκρασία, η αρχική του κατάσταση μπορεί να είναι κάποια διεγερμένη κατάστασή του και όχι απαραίτητα η βασική. Το άθροισμα πάνω σε αυτές τις αρχικές καταστάσεις του μητρικού πυρήνα συνήθως σταθμίζεται με κατάλληλους στατιστικούς παράγοντες. Για αυτό το σκοπό, υποθέτουμε ότι τα λεπτόνια (ηλεκτρόνια) υπό αστρικές συνθήκες ακολουθούν την ενέργειακή κατανομή Fermi-Dirac [6, 9].

## 6.2 Μέθοδοι μελέτης της $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες σε αστρικό περιβάλλον

Η σύλληψη ηλεκτρονίου όπως και οι υπόλοιπες ηλεκτρασθενείς αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων στους πυρήνες, μελετώνται εδώ και δεκαετίες, για τις πολύτιμες πληροφορίες που παρέχουν τόσο σε πειράματα έρευνας των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων όσο και στην πυρηνική αστροφυσική. Οι πρώτοι υπολογισμοί των ρυθμών της αστρικής σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες εκτελέστηκαν από τους Fuller, Fowler και Newman χρησιμοποιώντας το μοντέλο των ανεξάρτητων σωματιδίων (Independent Particle Model, IPM) [53–55] και εισάγοντας πειραματικές πληροφορίες όπου αυτό ήταν εφικτό. Στην έρευνά τους περιλαμβάνονται οι υπολογισμοί των ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων,  $\beta$ -διασπάσεων και εκπομπής ποζιτρονίων από πυρήνες στην περιοχή  $21 \leq A \leq 60$ .

Στην μετέπειτα έρευνα προέκυψαν νέα πειραματικά δεδομένα που τόνιζαν την ανάγκη να ληφθεί υπόψη στους υπολογισμούς του πλάτους κατανομής Gamow-Teller (GT η μειωμένη τιμή της αξονικής σταθεράς σύνδεσης λεπτονίου-νουκλεονίων  $g_A$  (quenched  $g_A$  value) (βλέπε Ενότητα 6.4) καθώς και η διασπορά του GT σε πολλές μεταπτώσεις του θυγατρικού πυρήνα. Με βάση αυτά τα πειραματικά δεδομένα, πραγματοποιήθηκε βελτίωση των παραπάνω θεωρητικών ρυθμών χρησιμοποιώντας το ευρείας κλίμακας μοντέλο φλοιών. Μελετήθηκαν επίσης οι  $\beta$ -διασπάσεις υπό αστρικές συνθήκες για πολλούς πυρήνες της περιοχής  $45 \leq A \leq 65$  [9, 152]. Λεπτομερείς υπολογισμοί των ολικών ενεργών διατομών (και ρυθμών) των ημιλεπτονικών αντιδράσεων έχουν διεξαχθεί επιπλέον χρησιμοποιώντας προσομοιώσεις του μοντέλου φλοιών με τεχνική Monte Carlo (SMC) [6], όπου υιοθετείται μεγαλύτερος χώρος μοντέλου και η θερμοκρασία του πυρήνα λαμβάνεται υπόψη στους υπολογισμούς.

### 6.3. Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες 131

Σε πιο βαρείς πυρήνες,  $A = 65 - 112$ , στους οποίους η  $e^-$ -σύλληψη πραγματοποιείται κάτω από υψηλότερες τιμές πυκνότητας και θερμοκρασίας, χρησιμοποιήθηκε το υβριδικό μοντέλο SMMC/RPA σύμφωνα με το οποίο, οι πυρηνικές καταστάσεις περιγράφονται από μία ορίζουσα Slater και οι πιθανότητες κατάληψης (οι οποίες εξαρτώνται από την θερμοκρασία), προσδιορίζονται μέσω υπολογισμών SMMC [8]. Πρόσφατα, έχουν γίνει παρόμοιες μελέτες σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες, χρησιμοποιώντας την προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA) [150], την συνεχή προσέγγιση τυχαίας φάσης (Continuum RPA, CRPA) [153], την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης (Relativistic RPA, RRPA) [141] και άλλες [154].

Πολλοί συγγραφείς τονίζουν την αναγκαιότητα χρήσης μιας μικροσκοπικής θεωρίας στους υπολογισμούς αξιόπιστων ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες, που είναι κεντρικής σημασίας στην περιγραφή της κατάρρευσης ενός μαζικού αστέρα. Τέτοιες μικροσκοπικές προσεγγίσεις είναι το μοντέλο φλοιών (shell model) και η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημι-σωμάτια (QRPA) η οποία προσφέρει την ελευθερία πραγματοποίησης υπολογισμών σε ένα πολύ μεγάλο χώρο μοντέλων (μέχρι και  $7\hbar\omega$ ) κάτι που δεν είναι εφικτό με την μέθοδο των φλοιών.

Στην παρούσα έρευνα, οι ενεργές διατομές σύλληψης ηλεκτρονίων υπολογίζονται στα πλαίσια μιας εξελιγμένης έκδοσης της QRPA η οποία αποτελεί μια αξιόπιστη μέθοδο κατασκευής όλων των διεγερμένων καταστάσεων του θυγατρικού πυρήνα [56–58, 72, 82–85, 94, 155]. Ιδιαίτερα, για την διαδικασία  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες, σε περιπτώσεις όπου το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων είναι μεγαλύτερο από την χαρακτηριστική πυρηνική τιμή  $Q$ , η QRPA αποτελεί ένα από τα καταλληλότερα εργαλεία υπολογισμού των αντίστοιχων ενεργών διατομών. Η πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων μας με τα πειραματικά δεδομένα μιονικής σύλληψης, μας εμπνέει υψηλού επιπέδου εμπιστοσύνη ώστε να την χρησιμοποιήσουμε και στους υπολογισμούς της  $e^-$ -σύλληψης σε συνθήκες σουπερνόβα, όπου οι πυκνότητες και οι θερμοκρασίες είναι πολύ υψηλές [62, 79, 91, 112, 134, 156]. Στο Κεφάλαιο αυτό, εκτελούμε υπολογισμούς για τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  τα οποία παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην αστρική πυρηνοσύνθεση, κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης (τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$  και  $^{56}\text{Fe}$ ) και στην φάση της έκρηξης σουπερνόβα (τα ισότοπα  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ ) [3, 4, 140].

## 6.3 Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες

Οι διαδικασίες ασθενών αλληλεπιδράσεων, και ειδικότερα της σύλληψης ηλεκτρονίου από πυρήνες σε αστρικό περιβάλλον, παίζουν καθοριστικής σημασίας ρόλο στην εξέλιξη ενός μαζικού αστέρα, κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης (pre-supernova phase) [1, 2, 53–55, 157] και κατά τη φάση κατάρρευσής του (στην περίπτωση αυτή η σύλληψη ηλεκτρονίων από ελεύθερα πρωτόνια είναι επίσης σημαντική). Αστέρες με μάζα  $m \geq 8M_{\odot}$  (όπου  $M_{\odot}$  η μάζα του Ηλίου) όταν ολοκληρώσουν όλα τα στάδια της υδροστατικής καύσης, έχουν μία δομή κρεμμυδιού (βλέπε Σχήμα

2.1), με τον φλοιό του Fe στην καρδιά του αστέρα η οποία καταρρέει στο τέλος της εξέλιξής του, οδηγώντας στην αύξηση της πυρηνικής πυκνότητας στην καρδιά του αστέρα [158].

Όπως είναι γνωστό, η καρδιά ενός αστέρα στο τέλος της υδροστατικής του καύσης σταθεροποιείται από την εξισορρόπηση μεταξύ της βαρυτικής δύναμης και της πίεσης των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων. Τούτο ισχύει ενόσω η μάζα της καρδιάς δεν υπερβαίνει το όριο Chandrasekhar  $M_{Ch}$  [1, 6, 7, 145], ενώ παύει να ισχύει όταν εξαντληθούν τα πυρηνικά καύσιμα που τροφοδοτούν τον εσώτατο φλοιό του Fe. Όταν η μάζα του πυρήνα υπερβεί την  $M_{Ch}$  η πίεση των εκφυλισμένων ηλεκτρονίων δεν είναι πλέον σε θέση να κρατήσει σε ισορροπία την καρδιά του αστέρα με συνέπεια να επακολουθήσει η βαρυτική κατάρρευσή του, οδηγώντας σε πιο εξωτική και πυκνότερη ύλη [159]. Επιπρόσθετα, οι διαδικασίες της σύλληψης ηλεκτρονίων και της φωτοδιάσπασης που πραγματοποιούνται στο εσωτερικό ενός τέτοιου αστέρα καταναλίσκουν ενέργεια από τον πυρήνα, μειώνοντας την πυκνότητα των ηλεκτρονίων με συνέπεια την επιταχύνση της κατάρρευσής του κάτω από την τεράστια δύναμη της βαρύτητας. Κατά την διάρκεια της κατάρρευσης του αστέρα, η τιμή της εντροπίας καθορίζει εάν η σύλληψη ηλεκτρονίων θα πραγματοποιηθεί από πυρήνες ή από ελεύθερα πρωτόνια που παρήχθησαν κατά την φωτοδιάσπαση ελαφρών και μεσαίου βάρους πυρήνων. Πρόσφατες έρευνες κατέδειξαν ότι οι ρυθμοί σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπερτερούν (περίπου κατά μία τάξη μεγέθους) έναντι των ρυθμών σύλληψης ηλεκτρονίων από πρωτόνια καθ' όλη την διάρκεια της κατάρρευσης [8]. Μόνο μετά την δημιουργία κρουστικού κύματος η σύλληψη ηλεκτρονίων από πρωτόνια υπερισχύει έναντι της σύλληψης από πυρήνες (η αφθονία πρωτονίων είναι μεγάλη που παρατηρείται ως αποτέλεσμα των υψηλών τιμών της εντροπίας και της θερμοκρασίας της ύλης επειδή διαπεράστηκε από το κρουστικό κύμα).

Όπως τονίζεται από τον Bethe [1, 46], η κατάρρευση ενός αστέρα επηρεάζεται πολύ από την εντροπία και τον λόγο των λεπτονίων προς τα βαρυόνια  $Y_e$ , όπου οι δύο αυτές ποσότητες προσδιορίζονται κυρίως μέσω των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Η μικρότερη εντροπία καθώς και η μικρότερη μάζα της καρδιάς του σιδήρου (iron core mass) ευνοούν τον εκρηκτικό μηχανισμό καθώς το κρουστικό κύμα έχει να διαπεράσει λιγότερη μάζα στην αστρική καρδιά. Επιπλέον η χαμηλή τιμή της εντροπίας υποβοηθάει την μείωση των ελευθέρων πρωτονίων στην αστρική ύλη, η οποία με την σειρά της μειώνει την πιθανότητα σύλληψης των ηλεκτρονίων από τα ελεύθερα πρωτόνια και οδηγεί έτσι σε μεγαλύτερη  $Y_e$  τιμή κατά την ανάκρουση πάνω στην αστρική καρδιά.

Για τον υπολογισμό της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες κατά την διάρκεια της φάσης κατάρρευσης του αστέρα, σε ένα περιβάλλον πολύ πυκνό στο κέντρο του αστέρα χρησιμοποιήθηκαν διάφορες πυρηνικές μέθοδοι. Τα ηλεκτρόνια γίνονται όλο και πιο εκφυλισμένα, οπότε η πυρηνική μάζα στην καρδιά του αστέρα αποκτά περίσσεια νετρονίων και η ενέργεια τους Fermi (ή αντίστοιχα το χημικό δυναμικό) είναι επαρκώς μεγάλη ώστε να υπερβεί την ενέργεια κατωφλίου (αυτή δίνεται από την αρνητική τιμή- $Q$  των αντιδράσεων που συμμετέχουν στο εσωτερικό του αστέρα) [150]. Αυτή η υψηλή ενέργεια Fermi του εκφυλισμένου αερίου ηλεκτρονίων, οδηγεί στην

### 6.3. Ο ρόλος της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες υπό αστρικές συνθήκες 133

σύλληψή των από πυρήνες, μειώνοντας τον λόγο  $Y_e$  [47, 48] και παράγει νετρίνα σε μάλλον χαμηλές ενέργειες σε αντίθεση με εκείνα των ανελαστικών αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα που συμβαίνουν στη φάση σουπερνόβα [4, 59, 140, 160]. Τα νετρίνα αυτά διαφεύγουν (κυρίως σε πυκνότητες  $\rho \leq 10^{11} \text{ gr cm}^{-3}$ ) από τον αστέρα μεταφέροντας ενέργεια και εντροπία από την καρδιά του. Αυτός είναι ένας αποδοτικός μηχανισμός ψύξης ενός αστέρα που εκρήγνυται [8] μέσω του οποίου η ηλεκτρονιακή πίεση μειώνεται με συνέπεια την μείωση της ενέργειας και της εντροπίας σε χαμηλά επίπεδα κατά την διάρκεια της έκρηξης (έτσι ευνοείται η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες έναντι εκείνης από ελεύθερα νουκλεόνια). Τούτο καταδεικνύει τον ρόλο κλειδί που παίζει η σύλληψη ηλεκτρονίων στην προ-σουπερνόβα φάση [49, 151].

Στο αρχικό στάδιο της κατάρρευσης του αστέρα, η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες της περιοχής του σιδήρου (iron group peak nuclei) παίζει σημαντικό ρόλο διότι αρχικά επηρεάζει (μειώνει) τον λόγο  $Y_e$ , ο οποίος εν συνεχεία καθορίζει την σύνθεση της ύλης που εκτοξεύεται κατά την έκρηξη σουπερνόβα. Περαιτέρω, καθώς οι πυκνότητες είναι ακόμα χαμηλές,  $\rho \leq 10^{10} \text{ gr cm}^{-3}$ , τα νετρίνα που παράγονται κατά την διαδικασία της ηλεκτρονιακής σύλληψης, διαφεύγουν εύκολα από τον αστέρα, μεταφέροντας ενέργεια, ψύχοντάς τον. Και οι δύο αυτές επιπτώσεις της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες συνδράμουν στην επιτάχυνση της κατάρρευσης του αστέρα [161]. Επιπλέον στο στάδιο αυτό, το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με την πυρηνική τιμή  $Q$  και οι ενεργές διατομές είναι ευαίσθητες στις λεπτομέρειες της κατανομής του πλάτους μετάβασης GT του θυγατρικού πυρήνα. Αυτός είναι και ο λόγος για τον οποίο πολλοί συγγραφείς, περιορίζουν τους υπολογισμούς τους μόνο στα πλάτη μετάβασης GT, και υπολογίζουν τους ρυθμούς σύλληψης ηλεκτρονίων με βάση τις μεταπτώσεις GT. Στο σημείο αυτό θα πρέπει να τονίσουμε ότι σε τέτοιες συνθήκες τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνονται από πυρήνες με μαζικό αριθμό  $A \leq 60$  [6, 47, 49, 60, 141, 150].

Όμως, οι προσομοιώσεις κατάρρευσης της αστρικής καρδιάς επηρεάζονται πολύ περισσότερο από την σύλληψη ηλεκτρονίων από βαρείς πυρήνες [154]. Όταν η καρδιά ενός αστέρα αποκτήσει πυκνότητα  $\rho \geq 10^{10} \text{ gr cm}^{-3}$  περιλαμβάνει βαρείς πυρήνες μέσα σε πλάσμα ηλεκτρονίων, με πολύ μικρό κλάσμα από τα αποκαλούμενα 'drip neutrons' (στο εσωτερικό ενός αστέρα συναντάμε πυρήνες με μεγάλους αριθμούς νετρονίων  $N$ , τα οποία από μια τιμή του και πέρα είναι νετρόνια της γραμμής 'drip' (drip neutrons) και ελεύθερα νετρόνια, και ακόμα μικρότερο κλάσμα από 'drip protons' [150]. Κατά την διάρκεια της κατάρρευσης, έχουμε πολύ υψηλές τιμές της θερμοκρασίας και της πυκνότητας διασφαλίζοντας την επίτευξη πυρηνικής στατιστικής ισορροπίας (nuclear statistical equilibrium, NSE). Αυτό σημαίνει ότι, για χαμηλές τιμές της εντροπίας, η σύνθεση της ύλης περιλαμβάνει κυρίως πυρήνες με την μέγιστη ενέργεια σύνδεσης για συγκεκριμένο  $Y_e$  [8]. Σε τόσο υψηλές πυκνότητες και θερμοκρασίες η σύλληψη ηλεκτρονίων πραγματοποιείται από βαρύτερους πυρήνες με  $A \geq 65$  [7, 48, 49, 141, 151]. Συνεπώς, η πυρηνοσύνθεση μετατοπίζεται σε βαρύτερους και πιο πλούσιους σε νετρόνια πυρήνες, συμπεριλαμβανομένων και αυτών με  $N > 40$ , οι οποίοι κυριαρχούν στην σύνθεση της ύλης για πυκνότητες μεγαλύτερες από  $10^{10} \text{ gr cm}^{-3}$  [2, 8, 49]. Σε αυτές τις τιμές πυκνότητας και θερ-

μοκρασίας, όπου πραγματοποιείται σύλληψη ηλεκτρονίων από βαρείς πυρήνες, στην ολική ενεργό διατομή δεν είναι σημαντική μόνο η συνεισφορά των μεταπτώσεων *GT* αλλά και η συνεισφορά άλλων μεταπτώσεων.

## 6.4 Υπολογισμοί ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου σε αστροφυσικές συνθήκες

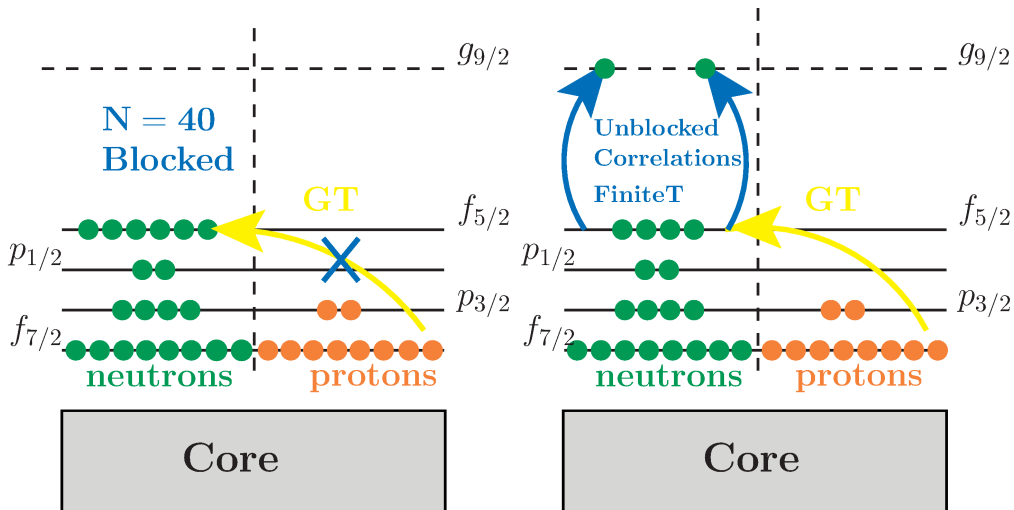
Στο κεφάλαιο αυτό πραγματοποιούμε λεπτομερείς υπολογισμούς σύλληψης ηλεκτρονίων για τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  στα πλαίσια της μεθόδου *rp-QRPA*. Στους υπολογισμούς των ενεργών διατομών υπό αστρικές συνθήκες, ο μητρικός πυρήνας θεωρούμε ότι μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε αρχική διεγερμένη κατάσταση και μετά την  $e^-$ -σύλληψη μπορεί να μεταβεί σε οποιαδήποτε διεγερμένη κατάσταση του θυγατρικού πυρήνα. Υπό αυτές τις συνθήκες είναι υποχρεωτικό να θεωρήσουμε θερμοκρασιακή εξάρτηση της ενεργού διατομής [141].

Όπως αναφέραμε προηγουμένως, η διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων παίζει έναν κρίσιμο ρόλο στα τελευταία στάδια της εξέλιξης των μαζικών αστερών στην φάση προ-σουπερνόβα και στην φάση σουπερνόβα. [1, 2, 53–55, 157]. Στην φάση κατάρρευσης προ-σουπερνόβα, σε πυκνότητες  $\rho \leq 10^{10} \text{g cm}^{-3}$  και θερμοκρασίες  $300 \text{keV} \leq T \leq 800 \text{keV}$  τα ηλεκτρόνια συλλαμβάνονται από τους πυρήνες με  $A \leq 60$  [6, 47, 49, 60, 141, 150]. Κατά την διάρκεια της φάσης αυτής, έχοντας αρκετά χαμηλές θερμοκρασίες, η εξάρτηση του πλάτους κατανομής *GT* από την θερμοκρασία και κατά συνέπεια και των ενεργών διατομών από αυτή είναι ασήμαντη. Αντίθετα, κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης, οι τιμές της πυκνότητας  $\rho \geq 10^{10} \text{g cm}^{-3}$ , και της θερμοκρασίας  $T \simeq 1.0 \text{MeV}$ , είναι αρκετά υψηλότερες, η τιμή της  $Y_e$  μειώνεται και η διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίων μεταφέρεται σε βαρύτερους και πλουσιότερους σε νετρόνια πυρήνες με  $Z < 40$  και  $N \geq 40$  [7, 48, 49, 141, 151]. Εκεί η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία είναι σημαντική. Γι' αυτό τον λόγο, μελετάται σε αυτούς τους πυρήνες, όπως θα δούμε παρακάτω, η εξάρτηση της ενεργού διατομής από την θερμοκρασία και υπολογίζονται αναλυτικά οι ενεργές διατομές σε διάφορες τιμές της θερμοκρασίας. Γενικότερα, για τους βαρύτερους πυρήνες και για υψηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων, όπως θα δούμε και στην συνέχεια, στην ολική ενεργό διατομή δεν θα έχουμε συνεισφορά μόνο από τις μεταβάσεις *GT* αλλά επίσης θα συνεισφέρουν σε αξιόλογα ποσοστά και οι υπόλοιπες πολυπολικές μεταβάσεις. Επιπλέον, καθώς με την αύξηση του αριθμού των νετρονίων, αυξάνεται και η πυρηνική τιμή της  $Q$ , απαιτούνται για την διαδικασία της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες πιο ενεργητικά ηλεκτρόνια.

Υπό την εικόνα του μοντέλου των ανεξάρτητων σωματιδίων (*IPM*), οι μεταβάσεις *Gamow-Teller* (οι οποίες είναι οι πιο σημαντικές στους υπολογισμούς ενεργού διατομής σύλληψης ηλεκτρονίων) είναι απαγορευμένες για αυτούς τους πυρήνες [53–55]. Ωστόσο, όπως έχει γίνει φανερό σε διάφορες μελέτες, οι μεταβάσεις *GT* σε αυτούς τους πυρήνες απεμπλέκονται μέσω των διεγέρσεων πεπερασμένης θερμοκρασίας [8, 52]. Σε υψηλές θερμοκρασίες,  $T \simeq 1.5 \text{MeV}$ , οι μεταβάσεις (και ειδικότερα

#### 6.4. Υπολογισμοί ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου σε αστροφυσικές συνθήκες 135

οι GT) απεμπλέκονται θερμικά σαν αποτέλεσμα των διεγέρσεων των νετρονίων από τον pf-φλοιό στο τροχιακό  $g_{9/2}$ . Στο σχήμα 6.1 παρουσιάζονται σχηματικά αυτές οι απαγορευμένες GT μεταβάσεις καθώς και το διάγραμμα απεμπλοκής τους σε υψηλές θερμοκρασίες. Επιπλέον, κατά την διάρκεια της κατάρρευσης ενός αστέρα, η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, όπως προαναφέραμε, πραγματοποιείται σε υψηλές θερμοκρασίες ( $T \geq 0.8 \text{ MeV}$ ) όπου, σύμφωνα με το μοντέλο αερίου Fermi [74–76], αντιστοιχεί σε πυρηνική ενέργεια διεγερσης  $U \approx AT^2/8 \geq 5 \text{ MeV}$  η οποία είναι σαφώς μεγαλύτερη από την ενέργεια διαχωρισμού των τροχιακών pf και sdg ( $E \simeq 3 \text{ MeV}$ ). Ως εκ τούτου, η αναδιάταξη της κατάληψης των τροχιακών sdg και pf, σε αυτές τις διεγερμένες πυρηνικές καταστάσεις, είναι σημαντική στην μελέτη της αστρικής σύλληψης ηλεκτρονίων.



Σχήμα 6.1: Οι απαγορευμένες μεταβάσεις σύμφωνα με το μοντέλο ανεξάρτητων σωματιδίων και η απεμπλοκή τους σε υψηλές θερμοκρασίες.

Για πυρήνες σε αστροφυσικό περιβάλλον (υψηλής θερμοκρασίας και πυκνότητας) η επίδραση στην ενεργό διατομή των ημιλεπτονικών αντιδράσεων (ο αρχικός πυρήνας βρίσκεται σε πεπερασμένη θερμοκρασία) δεν μπορεί να αγνοηθεί. Η αρχική κατάσταση μπορεί να είναι θεωρητικά οποιαδήποτε πυρηνική κατάσταση (βασική ή διεγερμένη) οπότε η ολική ενεργός διατομή ισούται με το άθροισμα πάνω σε κατάλληλες επιμέρους ενεργές διατομές. Υποθέτοντας κατανομή Maxwell-Boltzmann για την ενεργειακή κατανομή της αρχικής κατάστασης του μητρικού πυρήνα [6, 9], η

ολική ενεργός διατομή  $e^-$ -σύλληψης δίνεται από την έκφραση [141]:

$$\begin{aligned} \sigma(E_e, T) &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \sum_i F(Z, E_e) \frac{(2J_i + 1)e^{-E_i/(kT)}}{G(Z, A, T)} \\ &\times \sum_{f, J} (E_e - Q + E_i - E_f)^2 \frac{|\langle i | \hat{O}_J | f \rangle|^2}{(2J_i + 1)} \end{aligned} \quad (6.1)$$

Το άθροισμα πάνω στις αρχικές καταστάσεις  $|i\rangle$ , στην παραπάνω έκφραση αντιπροσωπεύει ένα θερμικό μέσο όρο στα διαφορετικά ενεργειακά επίπεδα με αντίστοιχη συνάρτηση επιμερισμού  $G(Z, A, T)$  [141]. Η πεπερασμένη θερμοκρασία επάγει την θερμική κατάληψη των διεγερμένων καταστάσεων του μητρικού πυρήνα.

Επειδή ο υπολογισμός της συνεισφοράς όλων των δυνατών όρων που προκύπτουν από τους συνδυασμούς όλων των διεγερμένων καταστάσεων του μητρικού πυρήνα με όλες τις δυνατές μεταπτώσεις του θυγατρικού είναι πολύπλοκος για τον υπολογισμό των υπό συζήτηση ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης πολλές φορές γίνεται μόνο για τους κυρίαρχους όρους. Συνήθως, υιοθετείται για απλοποίηση η υπόθεση Brink (Brink hypothesis) σύμφωνα με την οποία το πλάτος κατανομής των πολυπολικών τελεστών στον θυγατρικό πυρήνα είναι ίδιο για όλες τις αρχικές καταστάσεις μετατοπιζόμενες κατά την ενέργεια διέγερσης της αρχικής κατάστασης (βλέπε ενότητα 2.6.3). Χρησιμοποιώντας την τελευταία προσέγγιση το άθροισμα πάνω σε όλες τις τελικές καταστάσεις γίνεται ανεξάρτητο από τις αρχικές, και το άθροισμα της συνάρτησης βάρους Boltzmann ισούται την συνάρτηση επιμερισμού. Τονίζουμε ότι η υπόθεση Brink είναι κατάλληλη προσέγγιση μόνο όταν η θερμοκρασία και η πυκνότητα έχουν αρκετά υψηλές τιμές έτσι ώστε να συνεισφέρουν πολλές καταστάσεις και οι διακυμάνσεις στα χαμηλής ενέργειας πλάτη μετάβασης να αλληλοεξουδετερώνονται.

Στην παρούσα εργασία, ακολουθούμε μία άλλη στρατηγική [9], υποθέτουμε ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται είτε στην βασική του κατάσταση, είτε σε οποιαδήποτε πιθανή διεγερμένη κατάσταση μέχρι περίπου  $2.5 - 3 \text{ MeV}$  ενώ, αντίστοιχα ο θυγατρικός μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε δυνατή τελική κατάσταση. Επειδή οι συνεισφορές των καταστάσεων του μητρικού πυρήνα υψηλότερης ενέργειας των  $2.5 - 3 \text{ MeV}$ , έχουν πολύ μικρότερη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή μπορούν να αγνοηθούν.

Πριν προχωρήσουμε στην παρουσίαση και ανάλυση των αποτελεσμάτων των ενεργών διατομών για κάθε ισότοπο ξεχωριστά, θα πρέπει να τονίσουμε ότι οι υπολογισμοί των ενεργών διατομών στη σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες που πραγματοποιούνται στο παρόν Κεφάλαιο, είναι πολύ χρήσιμοι στις παρακάτω δύο περιπτώσεις:

α) Για την αναπαραγωγή του φάσματος νετρίνων που εκπέμπονται κατά την προσουπερνόβα και σουπερνόβα φάση κατάρρευσης του αστέρα. Η γνώση του φάσματος των νετρίνων σε κάθε σημείο και σε κάθε χρονική στιγμή στην αστρική καρδιά, είναι σημαντική για ακριβείς προσομοιώσεις της (τελευταίας κυρίως) φάσης κατάρρευσης



#### 6.4. Υπολογισμοί ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου σε αστροφυσικές συνθήκες 137

αλλά και της φάσης έκρηξης ενός μαζικού αστέρα. Στην φάση κατάρρευσης, όπως έχουμε ήδη αναφέρει, τα νετρίνα παράγονται κυρίως κατά την σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες και ελεύθερα πρωτόνια. Το ενεργειακό φάσμα των παραγόμενων νετρίνων και από τις δύο διαδικασίες αποτελεί σημαντικό δεδομένο για επιτυχείς προσομοιώσεις της διαδικασίας έκρηξης.

Πρόσφατες μελέτες του φάσματος των νετρίνων που παράγονται κατά την  $e^-$ -σύλληψη στο εσωτερικό ενός αστέρα (κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα και σουπερνόβα φάσης) έδειξαν ότι τούτο εξαρτάται ουσιαστικά από τρεις παραμέτρους [10]: 1) το χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων 2) την τιμή  $Q = M_p - M_d + E_i$  της πυρηνικής αντίδρασης  $e^-$  σύλληψης και 3) την ενεργό διατομή της  $e^-$  σύλληψης. Το φάσμα των παραγόμενων νετρίνων κάτω από αυτές τις αστροφυσικές συνθήκες ακολουθεί την κατανομή Fermi-Dirac:

$$\eta(E_\nu) = E_\nu^2 (E_\nu - q)^2 \frac{N}{1 + \exp(E_\nu - q - \mu_e)/kT} \quad (6.2)$$

όπου  $q = Q_0 - E_f^*$  με  $E_f^*$  την ενέργεια της διεγερμένης κατάστασης στην οποία βρίσκεται ο θυγατρικός πυρήνας και  $N$  η σταθερά που κανονικοποιεί το φάσμα των νετρίνων στη μονάδα [10]. Σύμφωνα με τον Bruenn [162], παρόμοια παραμετροποίηση χρησιμοποιείται και για το φάσμα νετρίνων που εκπέμπονται κατά την διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες με την διαφορά ότι στην περίπτωση αυτή ισχύει  $q = Q_0 - 3 \text{ MeV}$ . Γενικά αναμένεται ότι η ενέργεια των νετρίνων αυξάνεται για μεγαλύτερο χημικό δυναμικό των ηλεκτρονίων, για ευνοούμενες διαφορές μαζών μεταξύ μητρικού και θυγατρικού πυρήνα ( $M_p - M_d$ ) και από τις διεγερμένες καταστάσεις.

β) Για προσομοιώσεις της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες μιας περιοχής ισότοπων. Τότε, ορίζονται οι ρυθμοί σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες ως [8]:

$$R_h = \sum_i Y_i \lambda_i \quad (6.3)$$

όπου το άθροισμα αναφέρεται σε όλα τα πυρηνικά ισότοπα που παρευρίσκονται στο αστροφυσικό περιβάλλον (το  $Y_i$  δηλώνει την αφθονία κάθε ισότοπου και το  $\lambda_i$  είναι οι υπολογισμένοι ρυθμοί σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες). Οι ρυθμοί της Εξ. (6.3) θα πρέπει να είναι γνωστοί για ένα ευρύ φάσμα παραμέτρων (θερμοκρασίας  $T$  και πυρηνικής πυκνότητας  $\rho$ ) στον υπό μελέτη αστέρα. Έτσι, για τους υπολογισμούς των ποσοτήτων  $Y \cdot \lambda$  για κάθε πυρηνικό ισότοπο ξεχωριστά, κάποιος χρειάζεται να γνωρίζει εκτός από την πυρηνοσύνθεση  $Y$  και τους ρυθμούς σύλληψης ηλεκτρονίων οι οποίοι υπολογίζονται από μια έκφραση της μορφής [163]:

$$\lambda^{ec}(T) = \frac{1}{\pi^2 \hbar^3} \int_{E_e^0}^{\infty} p_e^2 \sigma(E_e, E_i, E_f) f_e(E_e, \mu_e, T) dE_e \quad (6.4)$$

όπου  $E_e^0 = \max(Q_{if}, m_e c^2)$  και  $p_e c$  η ορμή του ηλεκτρονίου (η οποία δίνεται από την αρχή διατήρησης ορμής-ενέργειας). Κάτω από αστρικές συνθήκες, η συνάρτηση

κατανομής των ηλεκτρονίων αναπαρίσταται καλά μέσω της κατανομής Fermi-Dirac:

$$f_e = \frac{1}{1 + e^{\frac{E_e - \mu_e}{k_B T}}} \quad (6.5)$$

με  $\mu_e$  το χημικό δυναμικό που προσδιορίζεται μέσω της σχέσης της πυκνότητας Εξ. 2.36, όπως είδαμε στο Κεφ. 2

Υπολογισμοί ρυθμών ηλεκτρονιακής σύλληψης καθώς και του αντιστοίχου φάσματος εκπεμπόμενων νετρίνων σε μαζικό αστέρα κατά την διάρκεια της κατάρρευσής του, για αρκετά ισότοπα έχουν πραγματοποιηθεί στις εργασίες [8–10]. Αν και στην παρούσα εργασία δεν περιλαμβάνονται τέτοιοι υπολογισμοί, στο τέλος του Κεφάλαιου συζητούνται οι δυνατότητες υπολογισμού του φάσματος των εξερχομένων νετρίνων από τα ανωτέρω ισότοπα στις φάσεις παραγωγής των ως αποτέλεσμα της εκρηκτικής πυρηνοσύνθεσης που λαμβάνει χώρα στον υπό συζήτηση μαζικό αστέρα.

Στην συνέχεια του Κεφαλαίου αυτού παρουσιάζονται αναλυτικοί υπολογισμοί ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  που είναι ένας από τους κυριότερους στόχους της παρούσας διατριβής.

## 6.5 Το ισότοπο του τιτανίου $^{48}\text{Ti}$

Στην ενότητα αυτή, θα παρουσιάσουμε τα αποτελέσματα της μελέτης των ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίων από το  $^{48}\text{Ti}$  υπό αστρικές συνθήκες. Το ισότοπο αυτό, ανήκει στην ομάδα πυρήνων της περιοχής του σιδήρου (iron group nuclei)  $A \approx 45 - 65$ . Η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες αυτής της περιοχής είναι σημαντική για την κατανόηση της αρχικής φάσης κατάρρευσης καρδιάς ενός αστέρα και της έκρηξης σουπερνόβα. Στην προ-σουπερνόβα φάση η  $e^-$ -σύλληψη από πυρήνες του rf-φλοιού πραγματοποιείται σε θερμοκρασίες μεταξύ  $300 \text{ keV} \leq T \leq 800 \text{ keV}$ . Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας θα γίνει με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά αποτελέσματα, τα οποία ελήφθησαν με διαφορετικές μεθόδους, όπως το μοντέλο φλοιών (shell model) [6] και η σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης (relativistic RPA) [141]. Όπως προαναφέραμε, ο μητρικός πυρήνας  $^{48}\text{Ti}$  μπορεί να βρίσκεται σε κάποια (αρχική) κατάσταση ενέργειας  $E_i \leq 3.0 \text{ MeV}$  (δηλαδή σε μια από τις καταστάσεις  $0_1^+ \rightarrow 0.0 \text{ MeV}$ ,  $2_1^+ \rightarrow 0.983 \text{ MeV}$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2.296 \text{ MeV}$ ,  $2_2^+ \rightarrow 2.421 \text{ MeV}$ ,  $0_2^+ \rightarrow 2.997 \text{ MeV}$ ), ενώ ο θυγατρικός πυρήνας  $^{48}\text{Sc}$  μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε δυνατή κατάσταση η οποία ικανοποιεί τους απαραίτητους κανόνες μεταπτώσεις.

### 6.5.1 Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$

Στον συμβολισμό των δύο προηγούμενων Κεφαλαίων, υπολογίζουμε την επιμέρους συνεισφορά κάθε μετάβασης  $|J_f^{\pi}\rangle$  (διαφορικές ενεργές διατομές) με  $J^{\pi} \leq 5^{\pm}$  από την έκφραση των αποκλειστικών ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης (βλέπε 6.1) η οποία γράφεται

$$\left[ \frac{d\sigma}{d\omega} \right]_{J_f^\pi}^{stel} (E_e, T, \omega) = \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \sum_i \frac{e^{-E_i/(kT)}}{G(Z, A, T)} \quad (6.6)$$

$$F(Z, E_e)(E_e - Q + E_i - E_f)^2 |\langle i | \widehat{O}_J | J_f^\pi \rangle|^2$$

Στο πρώτο στάδιο της μελέτης μας, εκτελέσαμε υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση για το ισότοπο  $^{48}\text{Ti}$ , για συγκεκριμένη ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e = 25.0 \text{ MeV}$ , ( $g_A = 1.00$ ) όπως κάναμε και στους αντίστοιχους υπολογισμούς του Κεφ. 5 θεωρώντας ότι ο μητρικός πυρήνας βρίσκεται σε αστρικό περιβάλλον θερμοκρασίας  $T = 0.5 \text{ MeV}$ . Στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε για το  $^{48}\text{Ti}$  υπάρχουν συνολικά 338 δυνατές τελικές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα  $^{48}\text{Sc}$  για  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Για όλες αυτές τις τελικές καταστάσεις υπολογίστηκε ξεχωριστά η συνεισφορά στην ολική διαφορική ενεργό διατομή. Μελετήσαμε την εξάρτηση της από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  σε ολόκληρο το φάσμα pn-QRPA του θυγατρικού πυρήνα εργαζόμενοι όπως και στην περίπτωση των πρωτογενών υπολογισμών διαφορικών ενεργών διατομών (βλέπε Κεφ. 5).

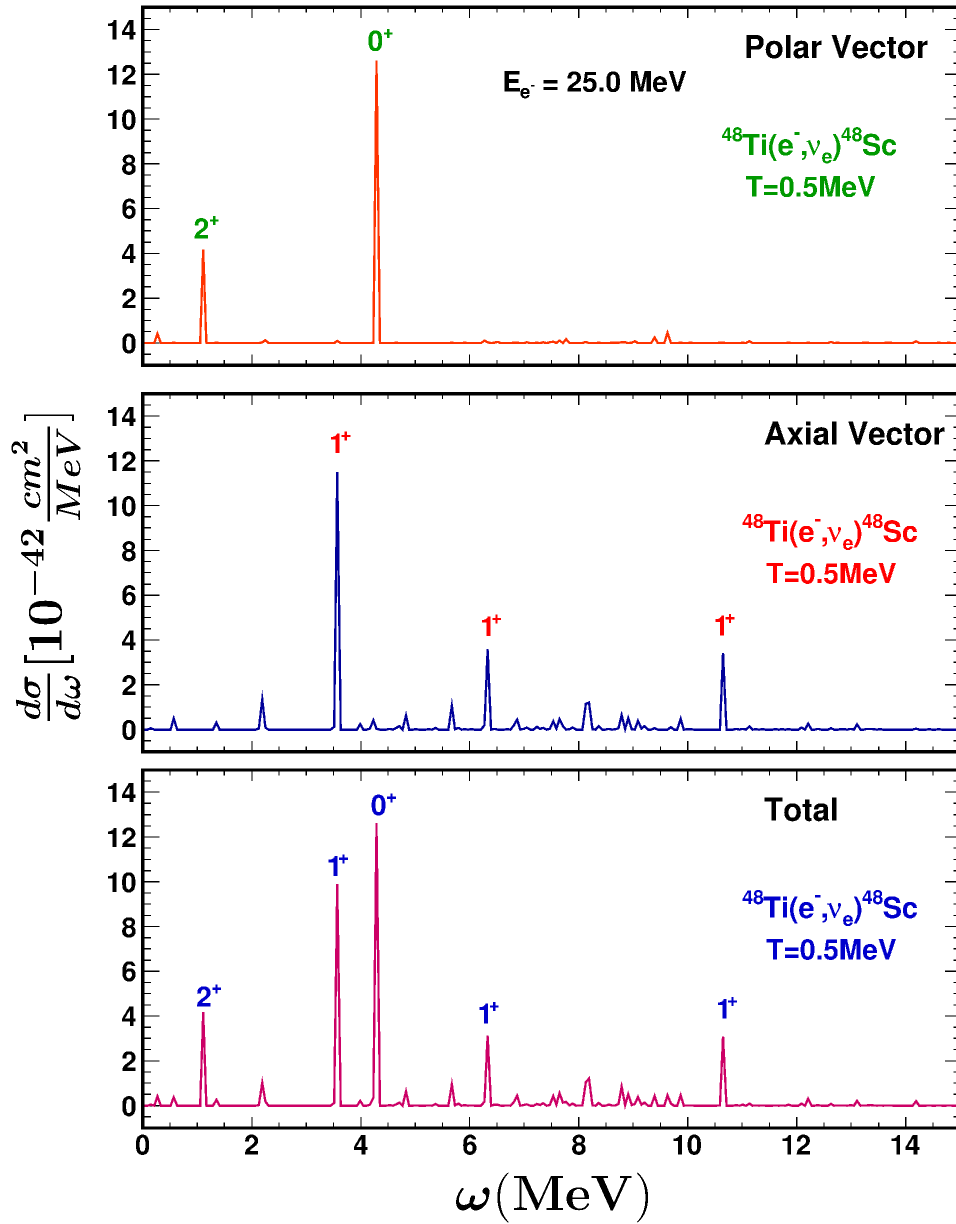
Επίσης, υπολογίσαμε τις επιμέρους ενεργές διατομές της πολικής και της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας, καθώς και εκείνη του όρου επικάλυψης των (επάγεται από τις αντίστοιχες συνιστώσες των τελεστών σύλληψης ηλεκτρονίων). Στο Σχήμα 6.2 παρουσιάζεται η συνεισφορά σε κάθε μετάβαση της πολικής και αξονικής συνιστώσας καθώς και η συνολική διαφορική ενεργός διατομή για κάθε αποκλειστική μετάπτωση.

Από το Σχήμα 6.2 παρατηρούμε ότι οι διαφορικές ενεργές διατομές  $e^-$ -σύλληψης παρουσιάζουν χαρακτηριστικές κορυφές οι οποίες αντιστοιχούν κυρίως σε μεταβάσεις  $0^+, 1^+$  και  $2^+$ . Πιο συγκεκριμένα στον θυγατρικό πυρήνα  $^{48}\text{Sc}$  η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην QRPA μετάβαση  $0_1^+$  και βρίσκεται σε ενέργεια  $\omega = 4.319 \text{ MeV}$ . Άλλες εξέχουσες μεταβάσεις είναι οι  $2_1^+, 1_2^+, 1_4^+$  και  $1_{13}^+$  οι οποίες εμφανίζονται σε ενέργειες  $\omega = 1.093 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 3.575 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 6.307 \text{ MeV}$  και  $\omega = 10.667 \text{ MeV}$  αντίστοιχα. Στο πολικό μέρος, οι κύριες συνεισφορές προέρχονται από τις μεταβάσεις  $2_1^+$  και  $0_1^+$ , ενώ αντίστοιχα στο αξονικό μέρος από τις  $1_2^+, 1_4^+$  και  $1_{13}^+$ .

Για το Σχήμα 6.2 στο πρόγραμμα ROOT χρησιμοποιήθηκε πλάτος διαμέρισης 0.06.

### 6.5.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$

Εργαζόμενοι όπως και στο Κεφ. 5, στο δεύτερο βήμα της έρευνάς μας, εκτελέσαμε υπολογισμούς των μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης  $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$  οι οποίες πάρθηκαν με άθροιση όλων των δυνατών τελικών καταστάσεων της κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά με βάση την έκφραση:



Σχήμα 6.2: Επιμέρους συνεισφορές του πολικού μέρους,  $\Lambda_V$ , καθώς και του αξονικού μέρους,  $\Lambda_A$ , κάθε πολυπολικής μετάβασης της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής  $e^-$ -σύλληψης υπό αστρικές συνθήκες, σαν συνάρτηση της ενέργειας διεγερσης  $\omega$ .

$$\begin{aligned}
 \left[\frac{d\sigma}{d\omega}\right]_{J^\pi}^{stel}(E_e, T, \omega) &= \sum_f \left[\frac{d\sigma}{d\omega}\right]_{J_f^\pi}^{stel}(E_e, T, \omega) \\
 &= \frac{G_F^2 \cos^2 \theta_c}{2\pi} \sum_i F(Z, E_e) \frac{(2J_i + 1)e^{-E_i/(kT)}}{G(Z, A, T)} \\
 &\times \sum_f (E_e - Q + E_i - E_f)^2 \frac{|\langle i | \widehat{O}_J | J_f^\pi \rangle|^2}{(2J_i + 1)} \quad (6.7)
 \end{aligned}$$

όπου το  $f$  διατρέχει όλες τις τελικές καταστάσεις  $|J^\pi\rangle$ .

Οι υπολογισμοί της συνεισφοράς κάθε μετάπτωσης ξεχωριστά έγιναν για διάφορες τιμές της ενέργειας του εισερχομένου ηλεκτρονίου  $5 \text{ MeV} \leq E_e \leq 45 \text{ MeV}$  με βήμα  $5 \text{ MeV}$ . Στον Πίνακα 6.1 καταχωρούμε τις τιμές των μερικών ενεργών διατομών κάθε πολυπολικότητας μέχρι  $J^\pi = 3^\pm$  οι οποίες αντιστοιχούν σε θερμοκρασία  $T = 0.5 \text{ MeV}$ . Παρατηρούμε ότι, στην πιο σημαντική περιοχή ενέργειας από αστροφυσικής απόψεως ( $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ ), η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις  $1^+$  πολυπολικές μεταβάσεις (με ποσοστά της τάξης του 40%). Για τις υψηλότερες ενέργειες, η συνεισφορά από τις  $1^-$  πολυπολικές μεταβάσεις γίνεται εξίσου σημαντική, με τα ποσοστά να φτάνουν περίπου το 25% για ενέργειες πάνω από  $40 \text{ MeV}$ . Σε όλο το φάσμα ενεργειών αξιόλογη είναι η συμβολή των  $0^+$  καταστάσεων συνεισφέροντας περίπου 20 – 25% στην ολική ενεργό διατομή. Σε μικρότερα ποσοστά συνεισφέρουν και οι καταστάσεις  $0^-$ , και  $2^+$ , ενώ η συνεισφορά των υπολοίπων πολυπολικών καταστάσεων μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα αφού κάθε μια από αυτές έχει ποσοστό συνεισφοράς μικρότερο του 5%.

Πίνακας 6.1: Μερικές ενεργές διατομές  $e^-$ -σύλληψης (σε  $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) στο ισότοπο  $^{48}\text{Ti}$  για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων  $E_e$  για τις πολυπολικές καταστάσεις με  $J^\pi \leq 3^\pm$ . Οι μερικές ενεργές διατομές υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA.

$J^\pi$	$[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{J^\pi} (\times 10^{-42} \text{ cm}^2/\text{MeV})$				
	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
$0^+$	0.00	1.795	13.233	33.438	58.169
$1^+$	$3.53 \cdot 10^{-5}$	2.676	18.316	43.573	69.144
$2^+$	$2.84 \cdot 10^{-3}$	1.202	4.460	9.365	16.136
$3^+$	$1.71 \cdot 10^{-2}$	0.477	3.015	6.765	10.545
$0^-$	0.00	0.146	3.251	13.545	30.476
$1^-$	0.00	0.255	2.833	22.606	80.689
$2^-$	$6.61 \cdot 10^{-5}$	0.137	1.890	7.540	17.900
$3^-$	$1.02 \cdot 10^{-9}$	0.011	0.509	3.381	11.031
Ολική	$1.13 \cdot 10^{-2}$	6.664	48.326	142.300	298.327

Συμπερασματικά, παρατηρούμε ότι σε χαμηλές ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων, η συνεισφορά των  $1^+$  πολυπολικών καταστάσεων είναι πολύ μεγαλύτερη από την συνεισφορά των υπολοίπων, οι οποίες σε μια χονδρική προσέγγιση θα μπορούσαν να αγνοηθούν. Πηγαίνοντας όμως σε υψηλότερες τιμές ενεργειών η προσέγγιση αυτή καταρρέει και θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις πολυπολικές καταστάσεις.

### 6.5.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{48}\text{Ti} + e^- \rightarrow ^{48}\text{Sc} + \nu_e$

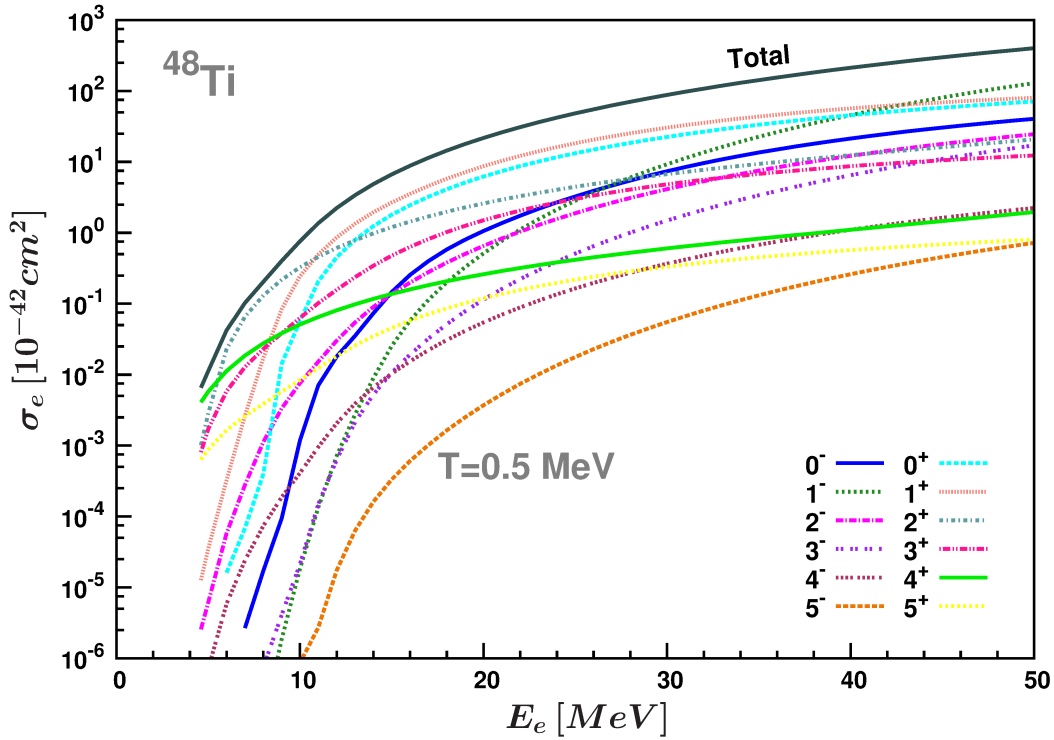
Στο τελευταίο βήμα της μελέτης της σύλληψης ηλεκτρονίου από το  $^{48}\text{Ti}$ , εκτέλεσαμε υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής με βάση την Εξ. (6.1) που προκύπτει αθροίζοντας τις μερικές ενεργές διατομές πρώτα πάνω σε όλες τις τελικές καταστάσεις συγκεκριμένης πολυπολικότητας και στη συνέχεια πάνω σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις (μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ ) ως

$$\sigma_{tot}^{stel}(E_e, T) = \sum_{J^\pi} \int \left[ \frac{d\sigma}{d\omega} \right]_{J^\pi}^{stel}(E_e, T, \theta) d\theta = \sum_{J^\pi} \int \left[ \frac{d\sigma}{d\omega} \right]_{J_f^\pi}^{stel}(E_e, T, \theta) d\theta \quad (6.8)$$

Τα αποτελέσματα αυτών των υπολογισμών υπό αστρικές συνθήκες σαν συνάρτηση της ενέργειας  $E_e$  παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.3. Παρατηρούμε την ίδια εικόνα, όπως και στην περίπτωση των πρωτογενών ενεργών διατομών, αλλά τώρα οι συνεισφορές είναι μεγαλύτερες. Αρχικά, η ενεργός διατομή παρουσιάζει απότομη αύξηση (μερικών τάξεων μεγέθους στα πρώτα λίγα  $\text{MeV}$  πάνω από την ενέργεια κατωφλίου), το οποίο αντανακλά την συνεισφορά της πολικής συνιστώσας αλλά και το πλάτος κατανομής  $GT$  το οποίο γενικά στους άρτιους-άρτιους μητρικούς πυρήνες και σε χαμηλές θερμοκρασίες, έχει το κέντρο του σε ενέργεια του θυγατρικού πυρήνα της τάξης των  $2 \text{ MeV}$ . Η ελάχιστη ενέργεια που χρειάζεται για να ξεκινήσει η αντίδραση είναι ίση με  $Q = 3.991 \text{ MeV}$  που δίνεται από την διαφορά των μαζών μεταξύ μητρικού και θυγατρικού πυρήνα. Για ενέργεια ηλεκτρονίων στην περιοχή  $E_e \geq 10 \text{ MeV}$  η ενεργός διατομή που παίρνουμε παρουσιάζει μια πιο μέτρια αύξηση.

Από πειραματική και αστροφυσική άποψη, η σημαντική περιοχή της ενέργειας  $E_e$  είναι μέχρι  $30 \text{ MeV}$ . Σε αυτή την περιοχή ενέργειας οι  $1^+$  μεταβάσεις παρέχουν μέγιστη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή [6, 141]. Στους υπολογισμούς μας έχουμε επεκτείνει την περιοχή της  $E_e$  μέχρι  $50 \text{ MeV}$  και βρίσκουμε ότι η κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή προέρχεται από τις  $1^+$  πολυπολικές καταστάσεις για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e \leq 40 \text{ MeV}$ . Σε αυτή την περιοχή όμως είναι αξιόλογη και η συνεισφορά των  $0^+$  μεταβάσεων. Πάνω από  $E_e = 40 \text{ MeV}$  παρατηρούμε ότι η συμβολή και άλλων πολυπολικών καταστάσεων γίνεται αξιόλογη, και κυρίως των  $1^-$  η οποία υπερβαίνει και την συμβολή των  $1^+$ . Έτσι, στην περίπτωση του  $^{48}\text{Ti}$  υπό αστρικές συνθήκες, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι για  $E_e \leq 30 \text{ MeV}$  ο υπολογισμός των ολικών ενεργών διατομών, λάμβάνοντας υπόψη την συνεισφορά όλων των πολυπολικοτήτων δίνει σημαντικά ακριβέστερα αποτελέσματα από την προσέγγιση θεωρώντας μόνο τις μεταβάσεις Gamow-Teller, οι οποίες συνεισφέρουν περίπου το 40% της ολικής ενεργού διατομής [6, 47, 49, 60, 141, 150]. Για υψηλότερες  $E_e$  ενέργειες η ενσωμάτωση συνεισφορών από τις υπόλοιπες πολυπολικότητες (με  $J^\pi \leq 5^\pm$ ) είναι απαραίτητη και οδηγεί σε καλύτερη συμφωνία με τα πειραματικά αλλά και θεωρητικά δεδομένα [141].

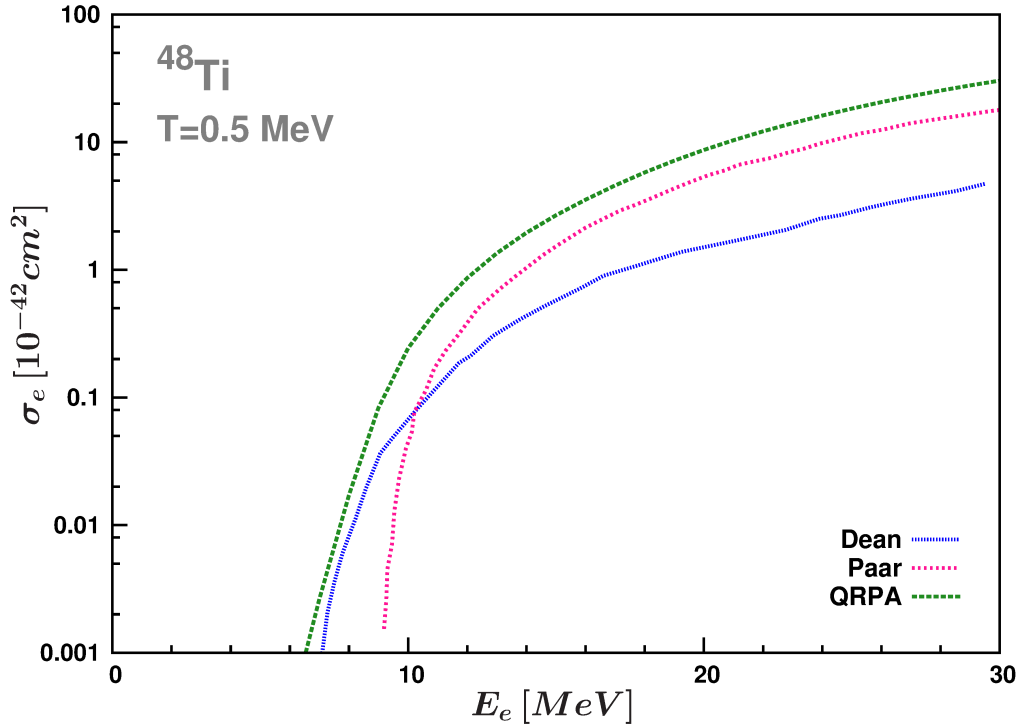
Τα αποτελέσματα της μελέτης μας για το  $^{48}\text{Ti}$  μπορούν να συγκριθούν με τις θεωρητικές προβλέψεις των εργασιών [6] και [141]. Στην εργασία Dean et al. [6]



Σχήμα 6.3: Ολική ενεργός διατομή  $e^-$ -σύλληψης,  $\sigma(E_e)$ , για τον μητρικό πυρήνα  $^{48}\text{Ti}$  σε θερμοκρασία  $T = 0.5\text{MeV}$  όπως υπολογίζεται με την μέθοδο pn-QRPA. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) επίσης φαίνονται στο Σχήμα.

χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των φλοιών με τεχνική Monte Carlo, SMMC και υπολογίστηκε η ολική ενεργός διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο συνεισφορά των μεταβάσεων GT. Στο σημείο αυτό αναφέρουμε ότι, για πολύ χαμηλές ενέργειες ( $E_e \approx 10\text{MeV}$ ) οι ενεργές διατομές γίνονται πολύ ευαίσθητες στην δομή των διακριτών επιπέδων οπότε τέτοιες μεταβάσεις δεν αναπαράγονται καλά από υπολογισμούς της προσέγγισης SMMC οδηγώντας σε υποτίμηση των αντίστοιχων ενεργών διατομών [6]. Από την άλλη πλευρά στην εργασία τους [141], οι Paar et al. χρησιμοποίησαν την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματίνα, και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη την συνεισφορά όλων των πολυπολικότητων.

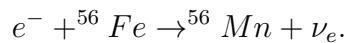
Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με εκείνα των εργασιών [6] και [141] φαίνεται στο Σχήμα 6.4. Παρατηρούμε αρκετά καλή συμφωνία και με τις δύο μεθόδους. Πιο συγκεκριμένα, στην περιοχή χαμηλών ενεργειών ( $E_e \leq 10\text{MeV}$ ) έχουμε καλύτερη συμφωνία με την μέθοδο του Dean [6] ενώ σε υψηλότερες ενέργειες η συμφωνία μας είναι καλύτερη με αυτή της μεθόδου του Paar [141].



Σχήμα 6.4: Σύγκριση των αποτελεσμάτων της μεθόδου pn-QRPA των ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου των μεταπτώσεων  $1^+$  (ή μεταπτώσεων GT), για τον μητρικό πυρήνα  $^{48}\text{Ti}$  χρησιμοποιώντας με εκείνους των εργασιών [6](SMMC) και [141] (RRPA) σε θερμοκρασία  $T = 500\text{keV}$ .

## 6.6 Το ισότοπο του σιδήρου $^{56}\text{Fe}$

Ο επόμενος πυρήνας που επιλέχθηκε να μελετήσουμε την σύλληψη ηλεκτρονίου υπό αστρικές συνθήκες είναι ο σίδηρος  $^{56}\text{Fe}$ . Ο ρόλος το σιδήρου είναι πολύ σημαντικός κατά την φάση κατάρρευσης του αστέρα καθώς όπως ξέρουμε, ο σίδηρος είναι το στοιχείο που παράγεται (εκλύοντας ενέργεια) στην καρδιά ενός αστέρα κατά τα τελευταία στάδια θερμοπυρηνικής καύσης του πυριτίου (Si). Στο κέντρο του μαζικού αστέρα κυριαρχεί η αντίδραση:



δηλαδή σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σιδήρου. Ο  $^{56}\text{Fe}$  όπως και το  $^{48}\text{Ti}$  (ανήκουν στην κατηγορία πυρήνων με  $45 \leq A \leq 65$ ) παίζουν ιδιαίτερο ρόλο στην προ-σουςπερνόβα φάση σε θερμοκρασίες  $300\text{ keV} \leq T \leq 800\text{ keV}$ . Για την ανάλυση της μελέτης μας στο  $^{56}\text{Fe}$  ακολουθήθηκαν τα ίδια βήματα με εκείνα της έρευνάς μας στο  $^{48}\text{Ti}$ , δηλαδή με χρήση της pn-QRPA σε θερμοκρασία  $T = 500\text{ keV}$ . Υπό αστρικές συνθήκες ο μητρικός πυρήνας εκτός από την βασική του κατάσταση μπο-



ρεί να είναι θεωρητικά σε οποιαδήποτε διεγερμένη. Οι χαμηλά κείμενες διεγερμένες καταστάσεις (μέχρι περίπου τα  $3.0\text{ MeV}$ ) του μητρικού πυρήνα  $^{56}\text{Fe}$  είναι οι ακόλουθες:  $0_1^+ \rightarrow 0.0\text{ MeV}$ ,  $2_1^+ \rightarrow 0.847\text{ MeV}$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2.085\text{ MeV}$ ,  $2_2^+ \rightarrow 2.658\text{ MeV}$ ,  $0_2^+ \rightarrow 2.941\text{ MeV}$ ,  $2_3^+ \rightarrow 2.960\text{ MeV}$ . Αντίστοιχα ο θυγατρικός πυρήνας μπορεί να μεταβεί σε οποιαδήποτε δυνατή διεγερμένη κατάσταση.

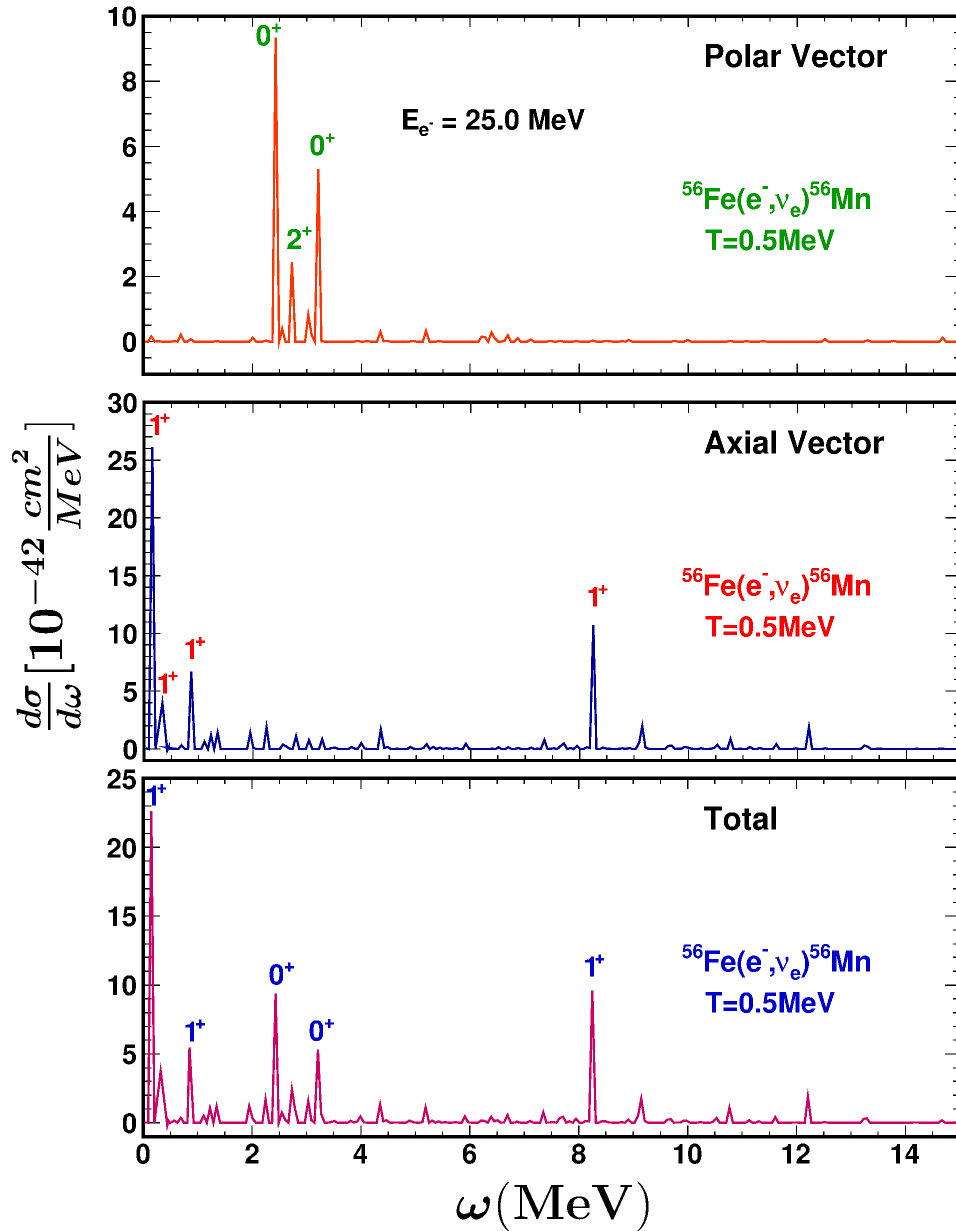
### 6.6.1 Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$

Εργαζόμενοι, όπως και στην περίπτωση  $e^-$ -σύλληψης από το  $^{48}\text{Ti}$  και χρησιμοποιώντας τις ίδιες τιμές θερμοκρασίας  $T$ , ενέργειας  $E_e$ , και σταθεράς  $g_A$ , εκτελέσαμε κατάσταση-προς-κατάσταση υπολογισμούς των αποκλειστικών ενεργών διατομών σύλληψης ηλεκτρονίου από το ισότοπο του σιδήρου,  $^{56}\text{Fe}$ . Στο χώρο μοντέλου που χρησιμοποιήθηκε (βλέπε Κεφ. 3.6.1) υπάρχουν συνολικά 488 δυνατές τελικές καταστάσεις (με  $J^\pi \leq 5^\pm$  του θυγατρικού πυρήνα  $^{56}\text{Mn}$ ). Τα αποτελέσματα της μελέτης μας απεικονίζονται στο Σχήμα 6.5.

Οι έντονα εξέχουσες κορυφές που παρατηρούνται στο Σχήμα 6.5 και οι οποίες αντιστοιχούν στις μεταβάσεις με την μεγαλύτερη συνεισφορά στις διαφορικές ενεργές διατομές προέρχονται από τις μεταβάσεις  $1_1^+$ ,  $0_1^+$  και  $1_{10}^+$  που βρίσκονται στις ενέργειες  $\omega = 0.163\text{ MeV}$ ,  $2.412\text{ MeV}$  και  $8.278\text{ MeV}$  αντίστοιχα. Άλλες λιγότερο χαρακτηριστικές κορυφές είναι αυτές που αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_1^+$  στα  $0.881\text{ MeV}$  και  $0_2^+$  σε ενέργεια  $5.296\text{ MeV}$ . Σε ό,τι αφορά το πολικό μέρος Σχήμα 6.5(a) της ενεργού διατομής, η κυριότερη κορυφή αντιστοιχεί στην μετάβαση  $0_1^+$  στα  $2.412\text{ MeV}$ , ενώ άλλες σημαντικές καταστάσεις είναι η  $2_4^+$  που εντοπίζεται σε ενέργεια  $\omega = 2.331\text{ MeV}$  και η  $0_2^+$  που είδαμε προηγουμένως στα  $5.296\text{ MeV}$ . Στο αξονικό μέρος 6.5(b) οι χαρακτηριστικές κορυφές αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_1^+$ ,  $1_2^+$ ,  $1_3^+$  και  $1_{10}^+$  σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 0.163\text{ MeV}$ ,  $0.267\text{ MeV}$ ,  $0.881\text{ MeV}$  και  $8.278\text{ MeV}$ . Προφανώς η συνεισφορά που προέρχεται από την αξονική συνιστώσα είναι σαφέστατα μεγαλύτερη από την αντίστοιχη της πολικής συνιστώσας. Για το Σχήμα 6.5 στο πρόγραμμα ROOT, χρησιμοποιήθηκε πλάτος διαμέρισης  $0.06$ .

### 6.6.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζουμε μερικές διαφορικές ενεργές διατομές της αντίδρασης  $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$  κάτω από τις ίδιες συνθήκες και ίδιες παραμέτρους όπως και στην περίπτωση του  $^{48}\text{Ti}$ . Τα αναλυτικά αποτελέσματα παρουσιάζονται στον πίνακα 6.2. Η γενική εικόνα είναι παρόμοια με αυτή της μελέτης του  $^{48}\text{Ti}$  δηλαδή για χαμηλές ενέργειες  $E_e \leq 25\text{ MeV}$ , η συνεισφορά από τις  $1^+$  πολυπολικές μεταβάσεις είναι εξαιρετικά μεγάλη, ποσοστό άνω του 50% της ολικής ενεργού διατομής. Για υψηλότερες ενέργειες (πάνω από τα  $40\text{ MeV}$ ) γίνεται αξιοσημείωτη και η συνεισφορά των  $1^-$  μεταβάσεων. Σε ολόκληρο το φάσμα ενεργειών, περίπου 10%



Σχήμα 6.5: Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης  $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$ .

είναι η συνεισφορά από τις μεταβάσεις  $0^\pm$  (οι υπόλοιπες μεταβάσεις έχουν ποσοστό συμβολής μικρότερο του 5%).

Συμπερασματικά, σε ολόκληρο το φάσμα διέγερσης του θυγατρικού πυρήνα  $^{56}\text{Mn}$  (μέχρι  $30 \text{ MeV}$ ) που παρουσιάζει και το μεγαλύτερο ενδιαφέρον από αστροφυσικής απόψεως τα ποσοστά κάθε πολυπολικότητας με μικρές διακυμάνσεις είναι

Πίνακας 6.2: Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές  $d\sigma/d\omega$  (σε  $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) της αντίδρασης  $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$  για διάφορες τιμές της ενέργειας  $E_e$  (για πολυπολικές καταστάσεις με  $J^\pi \leq 3^\pm$ ) που υπολογίστηκαν χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA.

$J^\pi$	$[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{J^\pi} (\times 10^{-42} \text{ cm}^2/\text{MeV})$				
	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
$0^+$	$7.75 \cdot 10^{-5}$	3.019	14.649	32.311	53.241
$1^+$	$6.22 \cdot 10^{-2}$	11.069	44.378	88.965	131.202
$2^+$	$8.97 \cdot 10^{-5}$	0.872	4.025	9.253	17.589
$3^+$	$3.38 \cdot 10^{-3}$	1.495	6.872	14.195	21.284
$0^-$	$3.38 \cdot 10^{-6}$	0.238	4.774	19.732	43.214
$1^-$	$5.01 \cdot 10^{-9}$	0.156	5.988	40.144	131.845
$2^-$	$5.67 \cdot 10^{-4}$	0.350	3.670	12.445	26.603
$3^-$	$1.73 \cdot 10^{-4}$	0.122	1.959	9.628	26.957
Ολική	$6.64 \cdot 10^{-2}$	17.501	87.359	229.670	458.381

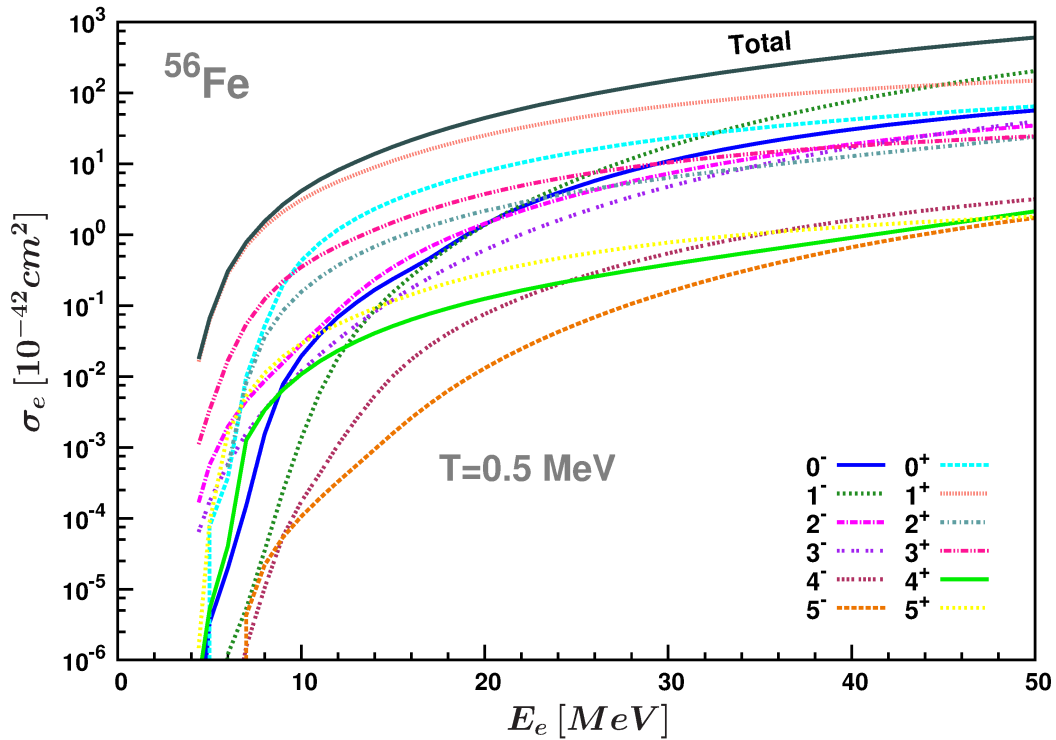
περίπου της τάξης που αναφέραμε προηγουμένως. Όμως, επεκτείνοντας τα όρια των ενεργειών μέχρι τα  $50 \text{ MeV}$ , συνεισφορές και από άλλες πολυπολικότητες γίνονται σημαντικές, γεγονός που ισχυροποιεί το προηγούμενο συμπέρασμά μας ότι πρέπει να λάβουμε υπόψη την συνεισφορά όλων των πολυπολικών μεταβάσεων για τον υπολογισμό της ολικής ενεργού διατομής.

### 6.6.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{56}\text{Fe} + e^- \rightarrow ^{56}\text{Mn} + \nu_e$

Με βάση τα προηγούμενα αποτελέσματα ενεργών διατομών, στην ενότητα αυτή υπολογίζουμε την ολική ενεργό διατομή κάτω από συνθήκες που επικρατούν στο εσωτερικό ενός μαζικού αστέρα. Η  $\sigma_e(E_e)$  σαν συνάρτηση της ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου,  $E_e$ , απεικονίζονται στο Σχήμα 6.6.

Παρατηρούμε ότι η  $\sigma_e(E_e)$  παρουσιάζει παρόμοια συμπεριφορά με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της ολικής ενεργού διατομής κάτω από συνθήκες εργαστηρίου (βλέπε σχήμα 5.5) όμως τώρα η απόλυτη τιμή είναι μεγαλύτερη. Η ενέργεια κατωλίου είναι ίση με  $Q = 3.695 \text{ MeV}$ . Η πολύ απότομη αύξηση της ολικής ενεργού διατομής στα πρώτα  $\approx 10 \text{ MeV}$ , οφείλεται στις  $1^+$  διεγέρσεις. Στην συνέχεια, όσο αυξάνεται η ενέργεια των εισερχομένων ηλεκτρονίων ( $E_e \geq 10 \text{ MeV}$ ) η  $\sigma_e(E_e)$  παρουσιάζει πιο ήπια αύξηση.

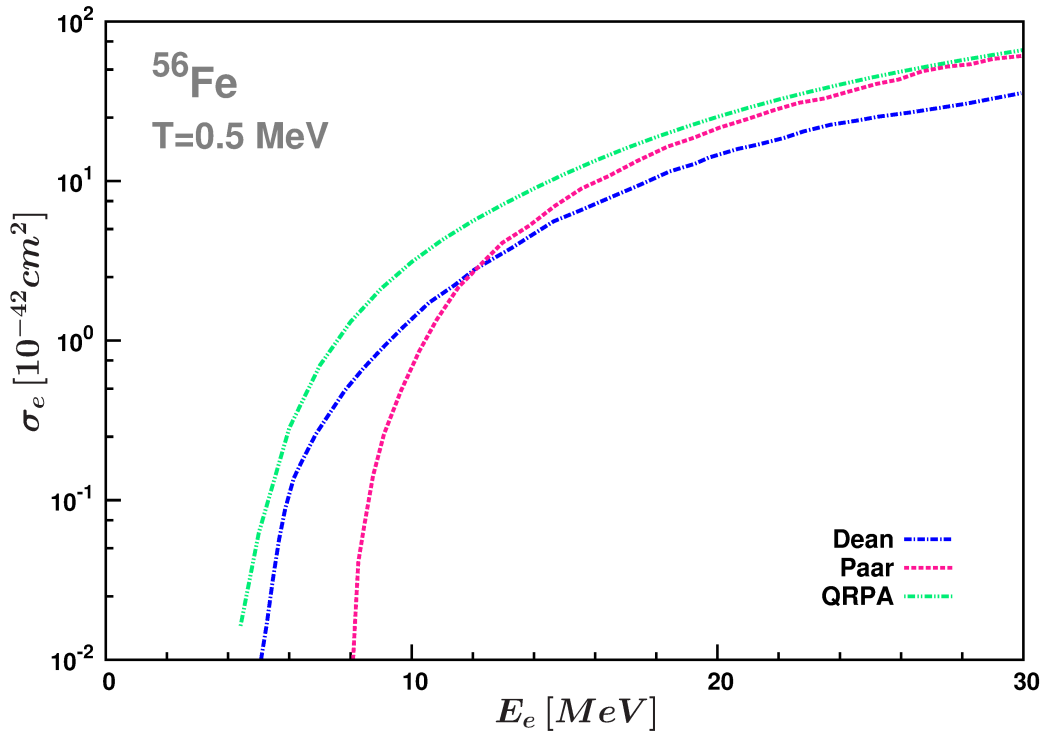
Στην περιοχή  $E_e \leq 30 \text{ MeV}$  κυρίαρχη συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή,



Σχήμα 6.6: Ολική ενεργός διατομή  $e^-$ -σύλληψης,  $\sigma_e(E_e)$ , για μητρικό πυρήνα τον  $^{56}\text{Fe}$  όπως υπολογίζεται με την μέθοδο  $\text{pn-QRPA}$ . Η θερμοκρασία του αστέρα λαμβάνεται ίση με  $T = 0.5\text{MeV}$ . Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) επίσης φαίνονται στο σχήμα.

όπως αναμένεται, έχουν οι  $1^+$  πολυπολικές μεταβάσεις. Ειδικά στις πολύ χαμηλές ενέργειες ( $E_e \leq 10\text{MeV}$ ) όπως παρατηρούμε στο Σχήμα 6.6 η συνεισφορά των  $1^+$  μεταβάσεων είναι περίπου ίση με την ολική ενεργό διατομή. Σε μια χονδρική προσέγγιση θα μπορούσαμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις  $1^+$  μεταβάσεις στην περιοχή αυτή. Από το Σχήμα 6.6, για ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου  $30\text{MeV} \leq E_e \leq 50\text{MeV}$ , παρατηρούμε επίσης ότι η συμβολή στην ολική ενεργό διατομή και άλλων πολυπολικοτήτων είναι σημαντική. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελούν οι πολυπολικές μεταπτώσεις  $1^-$  οι οποίες για ενέργειες  $E_e \geq 44\text{MeV}$ , συνεισφέρουν περισσότερο ακόμα και από τις πολυπολικές μεταβάσεις  $1^+$ . Η αναγκαιότητα του συνυπολογισμού όλων των πολυπολικών μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή σε αυτή την περιοχή ενεργειών είναι πρόδηλη.

Η σύγκριση των αποτελεσμάτων μας με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά αποτελέσματα που έχουν ληφθεί χρησιμοποιώντας διάφορες μεθόδους και συγκεκριμένα με εκείνα της εργασίας των Dean et al. [6] οι οποίοι χρησιμοποίησαν την μέθοδο των φλοιών, SMMC, και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο συνεισφορά των μεταβάσεων GT, καθώς και με τα αποτελέσματα των Paar et al. [141],



Σχήμα 6.7: Σύγκριση των αποτελεσμάτων  $e^-$ -σύλληψης για τις συνεισφορές των GT μεταβάσεων, έχοντας ως μητρικό πυρήνα το  $^{56}\text{Fe}$  χρησιμοποιώντας την μέθοδο pn-QRPA με αυτά των εργασιών [6](SMMC) και [141] (RRPA) σε θερμοκρασία  $T = 500 \text{ keV}$ .

οι οποίοι χρησιμοποίησαν την σχετικιστική προσέγγιση τυχαίας φάσης, RRPA, και υπολόγισαν την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη την συνεισφορά όλων των πολυπολικοτήτων. Σημειώνουμε ότι και στις δύο τελευταίες εργασίες έχει χρησιμοποιηθεί η μειωμένη τιμή της αξονικής σταθεράς σύζευξης,  $g_A = 1.000$ . Προκειμένου να γίνει καταφανής η σύγκριση των τριών μεθόδων, στο Σχήμα 6.7 παρουσιάζονται οι συνεισφορές μόνο των μεταβάσεων  $1^+$  στην ολική ενεργό διατομή εκάστης μεθόδου για  $0 \leq E_e \leq 30 \text{ MeV}$ . Παρατηρούμε ότι σε αρκετά χαμηλές ενέργειες έχουμε αρκετά καλή συμφωνία με τα αποτελέσματα της εργασίας [6] ενώ για υψηλότερες ενέργειες και ιδιαίτερα για ενέργειες  $E_e > 10 \text{ MeV}$  η συμφωνία μας είναι πολύ καλή με τα αντίστοιχα αποτελέσματα της εργασίας [141]. Σημειώνουμε ότι η περιοχή της ενέργειας  $E_e$  στις παραπάνω εργασίες [6, 141] είναι  $0 \leq E_e \leq 30 \text{ MeV}$ .

## 6.7 Το ισότοπο του ψευδαργύρου $^{66}\text{Zn}$

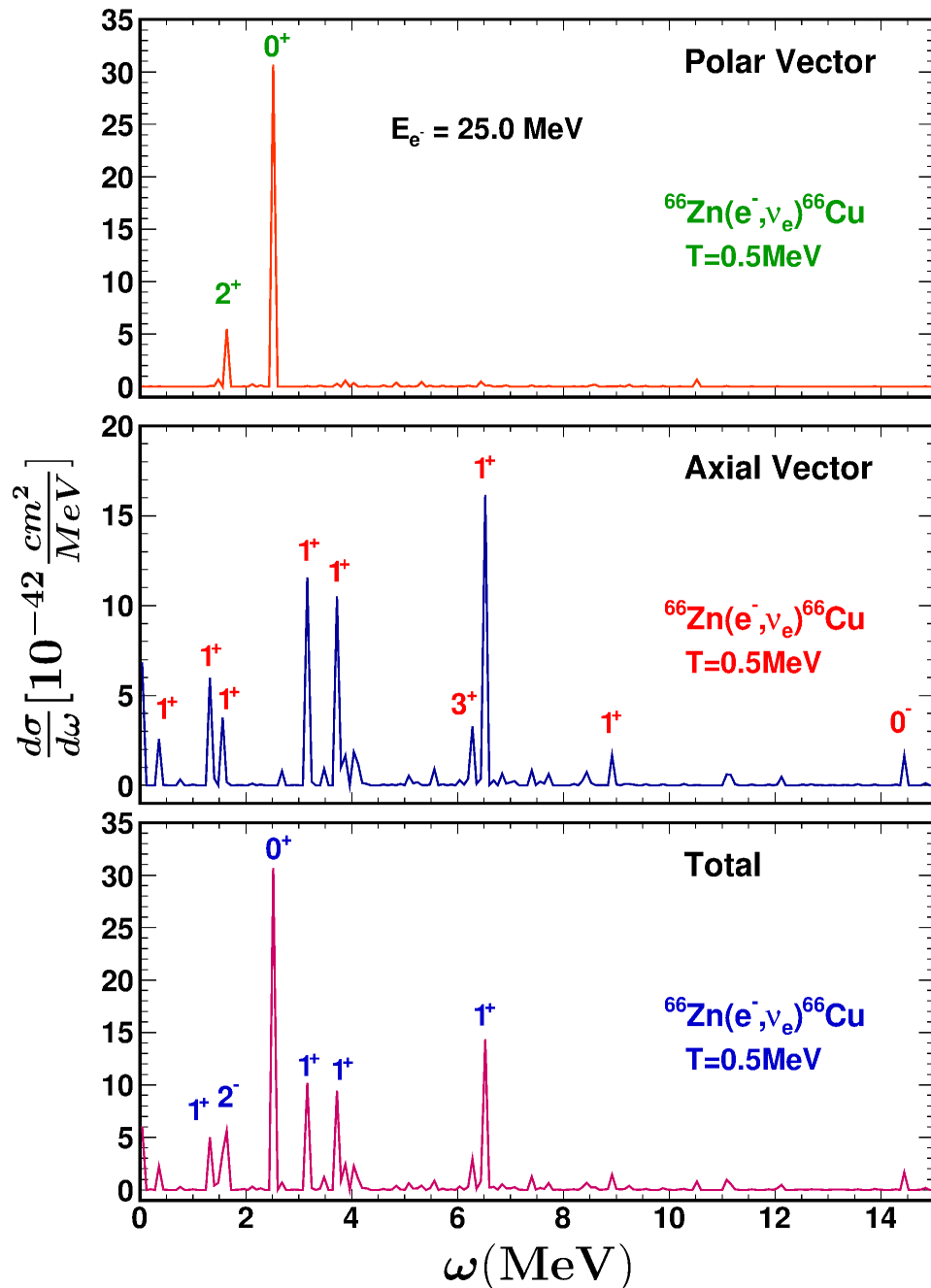
Η επόμενη αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίου σε αστροφυσικό περιβάλλον που ερευνήσαμε είναι η  $^{66}\text{Zn}(e, \nu_e)^{66}\text{Cu}$ . Στη διαδικασία αυτή ο μητρικός πυρήνας ανή-

κει στους βαρύτερους πυρήνες (με  $A \geq 65$ ) από τους πυρήνες που επιλέξαμε και οι οποίοι ανήκουν σε μια ευρύτερη κατηγορία πυρήνων που παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την φάση της έκρηξης σουπερνόβα, όπου επικρατούν υψηλές πυκνότητες και θερμοκρασίες. Στις αντιδράσεις  $e^-$ -σύλληψης αυτών των πυρήνων θα δοθεί ιδιαίτερη έμφαση και στην εξάρτηση των ενεργών διατομών τους από την θερμοκρασία. Εδώ, θα παρουσιάσουμε αποτελέσματα αυτού του τύπου για το ισότοπο  ${}^{66}\text{Zn}$ . Η πορεία που ακολουθούμε είναι ίδια όπως εργαστήκαμε στα προηγούμενα ισότοπα, με την διαφορά ότι εδώ θα γίνει προσθήκη επιπλέον βημάτων υπολογισμών των ενεργών διατομών και σε υψηλότερες θερμοκρασίες. Όπως έχουμε τονίσει, στη φάση της έκρηξης σουπερνόβα, οι τιμές της θερμοκρασίας είναι υψηλές οπότε ο μητρικός πυρήνας είναι πολύ πιθανόν να βρίσκεται σε κάποια από τις διεγερμένες του καταστάσεις. Στην μελέτη μας, θεωρούμε γενικά ότι τούτος μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε κατάσταση μέχρι  $\approx 3.0 \text{ MeV}$  ( $0_1^+ \rightarrow 0.0 \text{ MeV}$ ,  $2_1^+ \rightarrow 1.039 \text{ MeV}$ ,  $2_2^+ \rightarrow 1.873 \text{ MeV}$ ,  $0_2^+ \rightarrow 2.372 \text{ MeV}$ ,  $4_1^+ \rightarrow 2.451 \text{ MeV}$ ). Εκτιμώντας ότι οι συνεισφορές στην ολική ενεργό διατομή από τις διεγερμένες καταστάσεις υψηλότερης ενέργειας είναι πολύ μικρότερες σε σχέση με τις ανωτέρω πέντε καταστάσεις, παραλείπουμε να τις συνυπολογίσουμε. Από την άλλη μεριά, ο θυγατρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε διεγερμένη κατάσταση σχετικά χαμηλού σπιν ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ).

### 6.7.1 Υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση της αντίδρασης ${}^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow {}^{66}\text{Cu} + \nu_e$

Όπως πάντοτε, αρχίζουμε την μελέτη της αντίδρασης  ${}^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow {}^{66}\text{Cu} + \nu_e$  με υπολογισμούς αποκλειστικών ενεργών διατομών στηριζόμενοι στην Εξ. (6.6) δηλαδή όπως και με τους προηγούμενους δύο πυρήνες,  ${}^{48}\text{Ti}$  και  ${}^{56}\text{Fe}$ . Στο χώρο μοντέλου που έχει επιλεγεί για το συγκεκριμένο ισότοπο (βλέπε Κεφ. 3.6.1), υπάρχουν συνολικά 447 τελικές δυνατές καταστάσεις του θυγατρικού πυρήνα  ${}^{66}\text{Cu}$ , για  $J^\pi \leq 5^\pm$ . Τα αποτελέσματά μας για την διαφορική ενεργό διατομή  $\frac{d\sigma}{d\omega}$ , ύστερα από την απαραίτητη αναδιάταξη κατά αύξουσα σειρά ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.8.

Από το σχήμα αυτό φαίνεται η απόκριση του θυγατρικού πυρήνα  ${}^{66}\text{Cu}$  στην  $e^-$ -σύλληψη σε κάθε μετάβαση με την αντίστοιχη αποκλειστική ενεργό διατομή. Οι εξέχουσες κορυφές σε συγκεκριμένες ενέργειες διέγερσης  $\omega$  καταδεικνύουν τις κυριότερες μεταβάσεις και την αντίστοιχη διαφορική ενεργό διατομή. Συγκεκριμένα, στον θυγατρικό πυρήνα  ${}^{66}\text{Cu}$  η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί στην QRPA μετάβαση  $0_1^+$  σε ενέργεια  $\omega = 2.538 \text{ MeV}$ . Άλλες σημαντικές κορυφές εμφανίζονται στις μεταβάσεις  $1_7^+$ ,  $1_8^+$  και  $1_{10}^+$ , και αντιστοιχούν σε ενέργειες διέγερσης  $\omega = 3.194 \text{ MeV}$ ,  $\omega = 3.686 \text{ MeV}$  και  $\omega = 6.555 \text{ MeV}$  αντίστοιχα (βλέπε Σχήμα 6.8(c)). Στο πολικό μέρος της συνολικής διαφορικής ενεργού διατομής (βλέπε Σχήμα 6.8(a)) παρατηρούμε ότι η κυριότερη συνεισφορά προέρχεται από την  $0_1^+$  μετάβαση που αντιστοιχεί σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 2.538 \text{ MeV}$  ενώ, μία μικρότερη κορυφή προέρχεται από



Σχήμα 6.8: Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ .

την  $2_5^+$  μετάβαση σε ενέργεια  $\omega = 1.637 \text{ MeV}$ . Τέλος, βλέπουμε ότι οι κύριες συνεισφορές στο αξονικό μέρος, προέρχονται από τις  $1^+$  μεταβάσεις με μέγιστο στην ενέργεια διέγερσης  $\omega = 6.555 \text{ MeV}$  που αντιστοιχεί στην  $1_{10}^+$  μετάβαση. Άλλες

χαρακτηριστικές κορυφές παρατηρούνται στις μεταβάσεις  $1_3^+$  ( $\omega = 5.984 \text{ MeV}$ ),  $1_7^+$  ( $\omega = 3.194 \text{ MeV}$ ) και  $1_8^+$  ( $\omega = 3.686 \text{ MeV}$ ).

Σημειώνουμε ότι για τις γραφικές παραστάσεις του Σχήματος 6.8 στο πρόγραμμα ROOT το πλάτος διαμέρισης ήταν ίσο με 0.08.

### 6.7.2 Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$

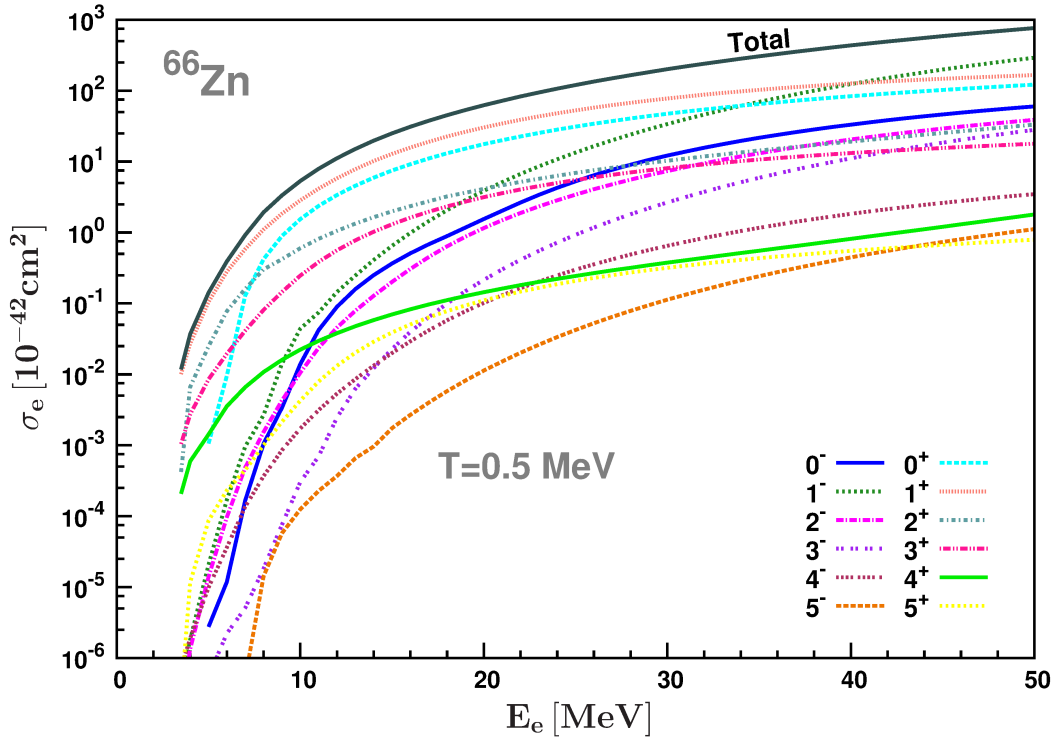
Οι μερικές διαφορικές ενεργές διατομές της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$  που παίρνουμε με βάση την Εξ. (6.7), για διάφορες τιμές της ενέργειας  $E_e$ , και θερμοκρασία ίση με  $T = 500 \text{ keV}$  (για την μειωμένη τιμή του  $g_A$  δηλαδή,  $g_A = 1.00$ ) αναγράφονται στον πίνακα 6.3.

Πίνακας 6.3: Μερικές διαφορικές ενεργές διατομές (σε  $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ )  $e^-$ -σύλληψης στο ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  υπολογισμένες με τον κώδικα pn-QRPA για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων,  $E_e$ .

$J^\pi$	$\left[\frac{d\sigma}{d\omega}\right]_{J^\pi} (\times 10^{-42} \text{ cm}^2/\text{MeV})$				
	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
$0^+$	$1.06 \cdot 10^{-3}$	7.485	31.154	64.949	102.416
$1^+$	$1.05 \cdot 10^{-1}$	12.856	52.779	102.743	147.429
$2^+$	$2.48 \cdot 10^{-2}$	1.986	6.922	14.306	25.297
$3^+$	$8.53 \cdot 10^{-3}$	1.308	5.499	10.677	15.569
$0^-$	$2.76 \cdot 10^{-6}$	0.365	5.288	21.651	48.200
$1^-$	$2.08 \cdot 10^{-5}$	0.649	13.409	69.666	198.475
$2^-$	$1.40 \cdot 10^{-5}$	0.201	3.428	13.110	29.252
$3^-$	$3.98 \cdot 10^{-6}$	0.023	0.930	5.912	18.503
Ολική	$1.41 \cdot 10^{-1}$	25.004	120.204	305.409	588.370

Η γενική συμπεριφορά είναι παρόμοια με την αντίστοιχη των δύο προηγούμενων ισωτόπων. Ειδικότερα, για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e \leq 25 \text{ MeV}$ , το ποσοστό συνεισφοράς των κυρίαρχων μεταβάσεων  $1^+$  (GT) είναι περίπου 50%. Περαιτέρω, καθώς αυξάνεται η ενέργεια  $E_e$ , αυξάνεται και η συνεισφορά από τις  $1^-$  καταστάσεις και μάλιστα σε αρκετά υψηλές ενέργειες η συνεισφορά αυτή γίνεται μεγαλύτερη από εκείνη των μεταβάσεων GT με συνέπεια η προσεγγιστική (GT) μέθοδος να οδηγεί σε μη αξιόπιστα αποτελέσματα των ολικών ενεργών διατομών. Τέλος, να αναφέρουμε τις μικρότερες συνεισφορές των μεταβάσεων  $0^\pm$  σε όλο το φάσμα ενεργειών οι οποίες συγκριτικά δεν μπορούν να θεωρηθούν πάντοτε αμελητέες. Οι υπόλοιπες μεταβάσεις λόγω των πολύ μικρότερων ποσοστών συνεισφοράς, στην





Σχήμα 6.9: Ολική ενεργός διατομή,  $\sigma_e(E_e)$ ,  $e^-$ -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα  $^{66}\text{Zn}$  σε θερμοκρασία  $T = 0.5\text{MeV}$  υπολογισμένη με την μέθοδο rp-QRPA. Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) φαίνονται επίσης στο σχήμα.

ολική ενεργό διατομή μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες (τουλάχιστον σε πρώτη προσέγγιση).

### 6.7.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$

Τελευταίο βήμα μελέτης της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$ , έχοντας στη διάθεσή μας τις αποκλειστικές και μερικές ενεργές διατομές, αποτελεί ο υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής. Προς τούτο, αθροίζουμε αρχικά πάνω σε όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις μιας συγκεκριμένης πολυπολικότητας και στη συνέχεια σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις μέχρι ( $J^\pi = 5^\pm$ ), όπως δηλαδή εργαστήκαμε και στα δυο προηγούμενα ισότοπα. Τα αποτελέσματα αυτά, μαζί με τις επιμέρους συνεισφορές των διαφόρων πολυπολικών καταστάσεων παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.9.

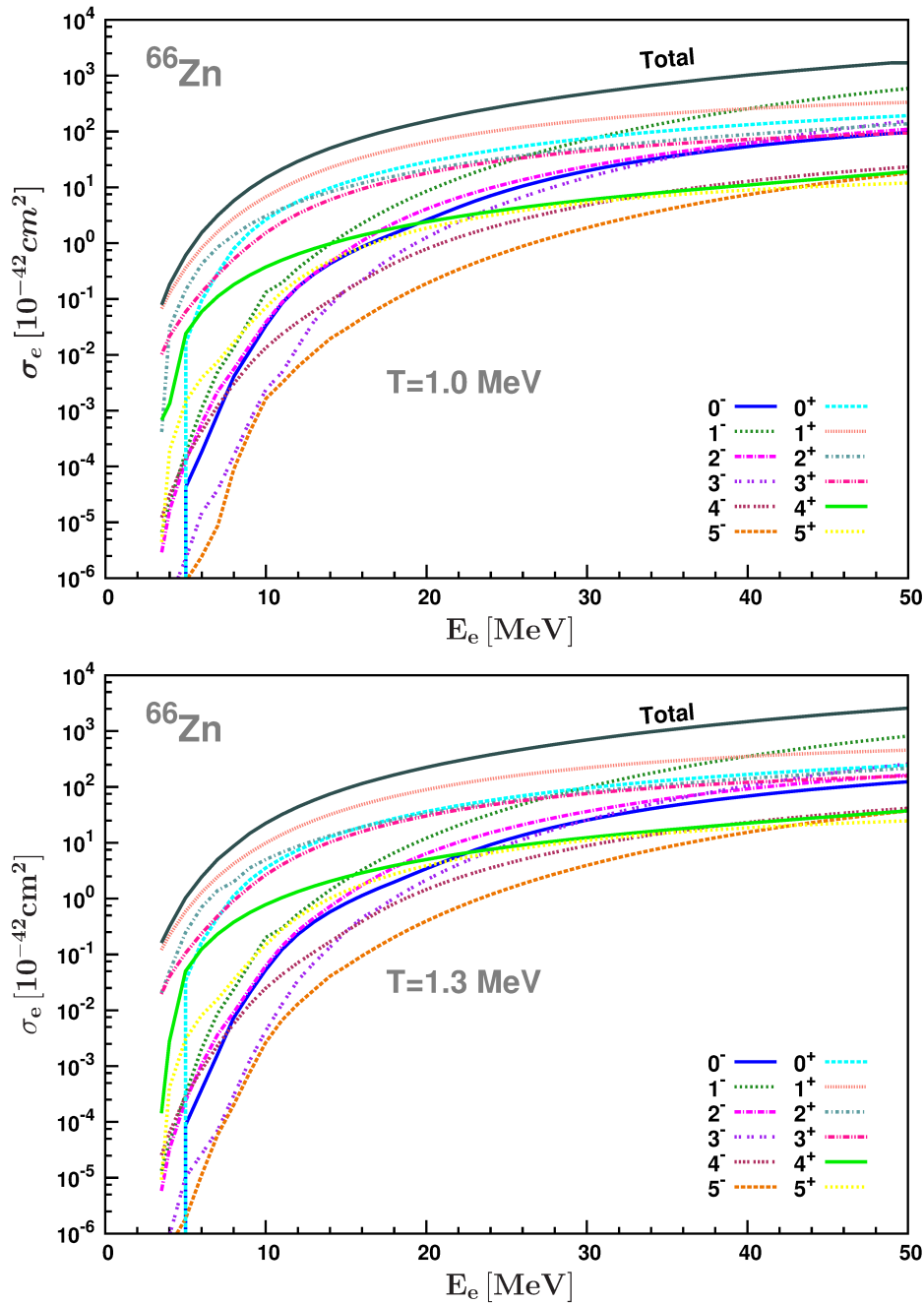
Ποιοτικά, η εικόνα των ενεργών διατομών για τον πυρήνα  $^{66}\text{Zn}$  είναι παρόμοια με των άλλων δύο που έχουν ήδη μελετηθεί ( $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ), όπως επίσης και με εκείνη των πρωτογενών αποτελεσμάτων της  $e^-$ -σύλληψης από τον  $^{66}\text{Zn}$  (βλέπε Κεφ.

5.7). Πιο συγκεκριμένα, η  $\sigma_e(E_e)$  υπολογίζεται για  $\omega > Q = 2.641 \text{ MeV}$  και λόγω ότι το κέντρο του πλάτους κατανομής GT (στους άρτιους-άρτιους πυρήνες) τοποθετείται περίπου στα  $2 \text{ MeV}$  (ενέργεια θυγατρικού πυρήνα), η ολική ενεργός διατομή παρουσιάζει πολύ απότομη αύξηση (αρκετών τάξεων μεγέθους, στην περιοχή  $Q \leq E_e \leq 8 - 10 \text{ MeV}$ ). Για υψηλότερες ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου ( $E_e \geq 10 \text{ MeV}$ ), η αύξηση της ενεργού διατομής παύει να είναι τόσο απότομη και γίνεται πιο ομαλή.

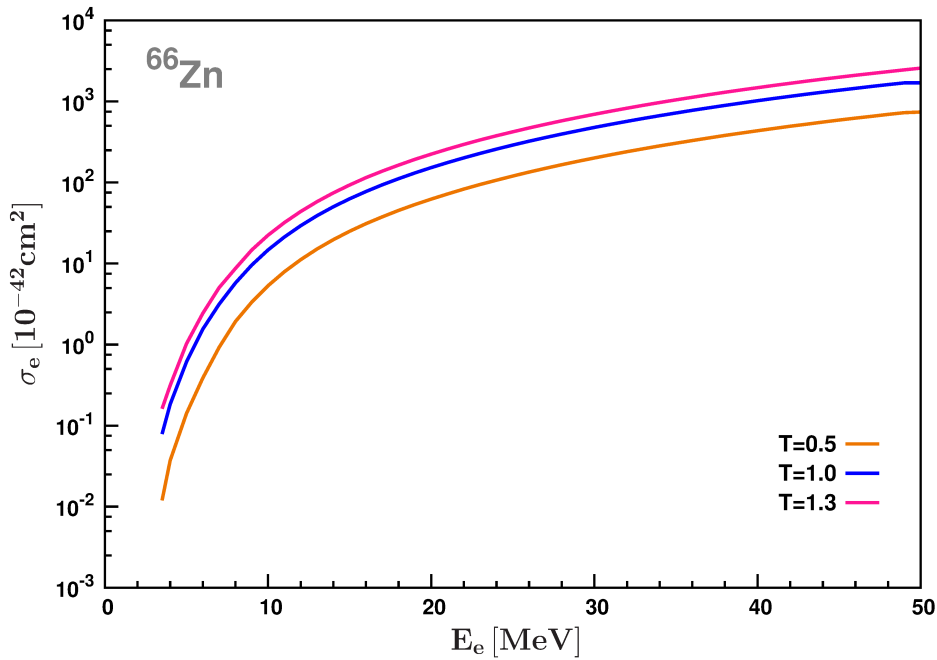
Και σε αυτόν τον πυρήνα είναι σαφής Η κυρίαρχη συνεισφορά των μεταβάσεων  $1^+$  στην ολική ενεργό διατομή είναι λιγότερο εμφανής σε σύγκριση με τον πυρήνα  $^{56}\text{Fe}$  δεδομένου ότι εδώ οι ανταγωνιστικές ματαπτώσεις  $1^-$  αυξάνονται πιο απότομα στον μητρικό πυρήνα  $^{66}\text{Zn}$  από ό,τι στον  $^{56}\text{Fe}$ . Αναλυτικότερα, η συνεισφορά των GT μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή για ενέργειες μέχρι περίπου  $10 \text{ MeV}$ , σχεδόν συμπίπτει με την ολική ενεργό διατομή. Για μεγαλύτερες ενέργειες μέχρι περίπου τα  $20 - 25 \text{ MeV}$  η συνεισφορά τους είναι αρκετά μεγαλύτερη σε σχέση με τις υπόλοιπες πολυπολικές καταστάσεις και σε μάλλον καλή προσέγγιση μπορούμε να υπολογίσουμε την ολική ενεργό διατομή λαμβάνοντας υπόψη μόνο αυτές τις μεταβάσεις. Για ενέργειες  $E_e \geq 25 \text{ MeV}$  η προσέγγιση αυτή οδηγεί σε μη-ρεαλιστικά συμπεράσματα. Από το Σχήμα 6.9 βλέπουμε ότι η συνεισφορά των  $1^-$  μεταβάσεων αυξάνεται πολύ έντονα με αποτέλεσμα για ενέργειες μεγαλύτερες των  $30 \text{ MeV}$  να είναι συγκρίσιμη ή μεγαλύτερη από εκείνη των  $1^+$  μεταβάσεων. Αξιοσημείωτη γίνεται και η συνεισφορά των μεταβάσεων  $0^+$ . Έτσι, για ρεαλιστικά και αξιόπιστα αποτελέσματα, σε ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e \geq 25 \text{ MeV}$ , είναι απαραίτητος ο συνυπολογισμός αρκετών σημαντικών μεταβάσεων (μέχρι τουλάχιστον  $J^\pi \leq 2^\pm$ ) στην ολική ενεργό διατομή.

Όπως έχουμε αναφέρει, το  $^{66}\text{Zn}$  ανήκει στην κατηγορία των ισοτόπων ( $A \geq 65$ ) που παίζουν σημαντικό ρόλο κατά την φάση της έκρηξης σουπερνόβα με άμεσο επακόλουθο στις συνθήκες αυτές να καθίσταται σημαντική η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία. Για τον λόγο αυτόν, εκτελέσαμε τέτοιους υπολογισμούς για θερμοκρασίες  $T = 1.0 \text{ MeV}$  καθώς και σε  $T = 1.3 \text{ MeV}$  ώστε να εκτιμήσουμε την συμπεριφορά της  $\sigma(E_e, T)$  στην περιοχή  $T \leq 1.5 \text{ MeV}$ . Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.10, από όπου παρατηρούμε ότι ενώ η ποιοτική συμπεριφορά είναι η ίδια σε όλη την περιοχή της θερμοκρασίας  $T$ , ποσοτικά η εικόνα είναι πολύ διαφορετική για  $0.5 \text{ MeV} \leq T \leq 1.5 \text{ MeV}$ . Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι ποσοτικά γίνονται πολύ διαφορετικές οι συνεισφορές στην ολική ενεργό διατομή. Αυτή η αύξηση υπάρχει σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις και εμφανίζεται ομοιόμορφα.

Για να γίνει πιο κατανοητή η εξάρτηση της ενεργού διατομής από την θερμοκρασία, στο Σχήμα 6.11, παρουσιάζονται ταυτόχρονα μόνο οι ολικές ενεργές διατομές στην αντίδραση  $^{66}\text{Zn} + e^- \rightarrow ^{66}\text{Cu} + \nu_e$  υπολογισμένες με βάση την μέθοδο pπ-QRPA, σαν συνάρτηση της ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου, για θερμοκρασίες  $T = 0.5 \text{ MeV}$ ,  $T = 1.0 \text{ MeV}$ , και  $T = 1.3 \text{ MeV}$ . Είναι προφανές, ότι καθώς αυξάνεται η θερμοκρασία, η ολική ενεργός διατομή αυξάνεται. Για χαμηλές ενέργειες  $E_e$  ακόμα και μικρή μεταβολή της θερμοκρασίας οδηγεί σε σημαντική μεταβολή των



Σχήμα 6.10: Ολική ενεργός διατομή  $e^-$ -σύλληψης σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου  $E_e$  για μητρικό πυρήνα τον  $^{66}\text{Zn}$  σε θερμοκρασία  $T = 1.0 \text{ MeV}$  (άνω) και  $T = 1.3 \text{ MeV}$  (κάτω) όπως υπολογίζεται με την μέθοδο  $\text{m-QRPA}$ . Οι επί μέρους συνεισφορές από διάφορα κανάλια ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) επίσης απεικονίζονται στο σχήμα.



Σχήμα 6.11: Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής  $e^-$ -σύλληψης από τον  $^{66}\text{Zn}$  (σε αστρικό περιβάλλον) από την θερμοκρασία. Οι υπολογισμοί έγιναν για τρεις διαφορετικές τιμές της θερμοκρασίας ( $T = 0.5, 1.0$  και  $1.3 \text{ MeV}$ ) συναρτήσει της ενέργειας του εισερχόμενου ηλεκτρονίου  $E_e$  στα πλαίσια της μεθόδου  $\text{pn-QRPA}$ .

ενεργών διατομών. Όμως για θερμοκρασίες κοντά στα  $T = 1.3 \text{ MeV}$  η ολική ενεργός διατομή δεν είναι ευαίσθητη στην μεταβολή της θερμοκρασίας. Πάνω από αυτή την τιμή της θερμοκρασίας η ολική ενεργός διατομή παραμένει σχεδόν ανεπηρέαστη με την αύξηση της θερμοκρασίας. Αυτό εξηγείται εύκολα καθώς σε τόσο υψηλές θερμοκρασίες ( $T \approx 1.5 \text{ MeV}$ ) οι κύριες μεταβάσεις είναι ήδη θερμικά απεμπλεγμένες με συνέπεια την διέγερση των νετρονίων από τον  $\text{p}f$ -φλοιό στο τροχιακό  $g_{9/2}$  (βλέπε Σχήμα 6.1). Έτσι η περαιτέρω αύξηση στην τιμή της θερμοκρασίας δεν έχει μεγάλη επιρροή στην ολική ενεργό διατομή.

## 6.8 Το ισότοπο του ζιρκονίου $^{90}\text{Zr}$

Ο βαρύτερος πυρήνας στον οποίο μελετήσαμε την σύλληψη ηλεκτρονίου κάτω από αστρικές συνθήκες είναι το ζιρκόνιο,  $^{90}\text{Zr}$ . Η σύνθεση αυτού του ισότοπου σε ένα σουπερνόβα είναι πολύ σημαντική αλλά και ο ρόλος του κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα (όπου οι τιμές της πυκνότητας και της θερμοκρασίας είναι πολύ υψηλές) είναι κεντρικής σημασίας. Ως μητρικός πυρήνας της αντίδρασης  $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ , το  $^{90}\text{Zr}$  σε ένα τέτοιο αστρικό περιβάλλον είναι πολύ πιθανόν να μην βρίσκεται στην βασική του κατάσταση αλλά να είναι σε κάποια από τις διεγερμένες

του καταστάσεις. Στην μελέτη μας, θεωρούμε ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε από τις καταστάσεις:  $0_1^+(0.00\text{ MeV})$ ,  $0_2^+(1.761\text{ MeV})$ ,  $2_1^+(2.186\text{ MeV})$ ,  $5_1^-(2.319\text{ MeV})$ ,  $3_1^-(2.784\text{ MeV})$ . Οι υπολογισμοί μας για την συμμετοχή στην ολική ενεργό διατομή άλλων διεγερμένων καταστάσεων υψηλότερης ενέργειας, έδειξαν ότι είναι πολύ μικρή σε σχέση με τις ανωτέρω. Αντίθετα, ο θυγατρικός πυρήνας  $^{90}\text{Y}$  μπορεί να βρίσκεται σε οποιαδήποτε διεγερμένη κατάσταση η οποία ικανοποιεί τους απαραίτητους κανόνες επιλογής.

### 6.8.1 Υπολογισμοί κατάστασης-προς-κατάσταση της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$

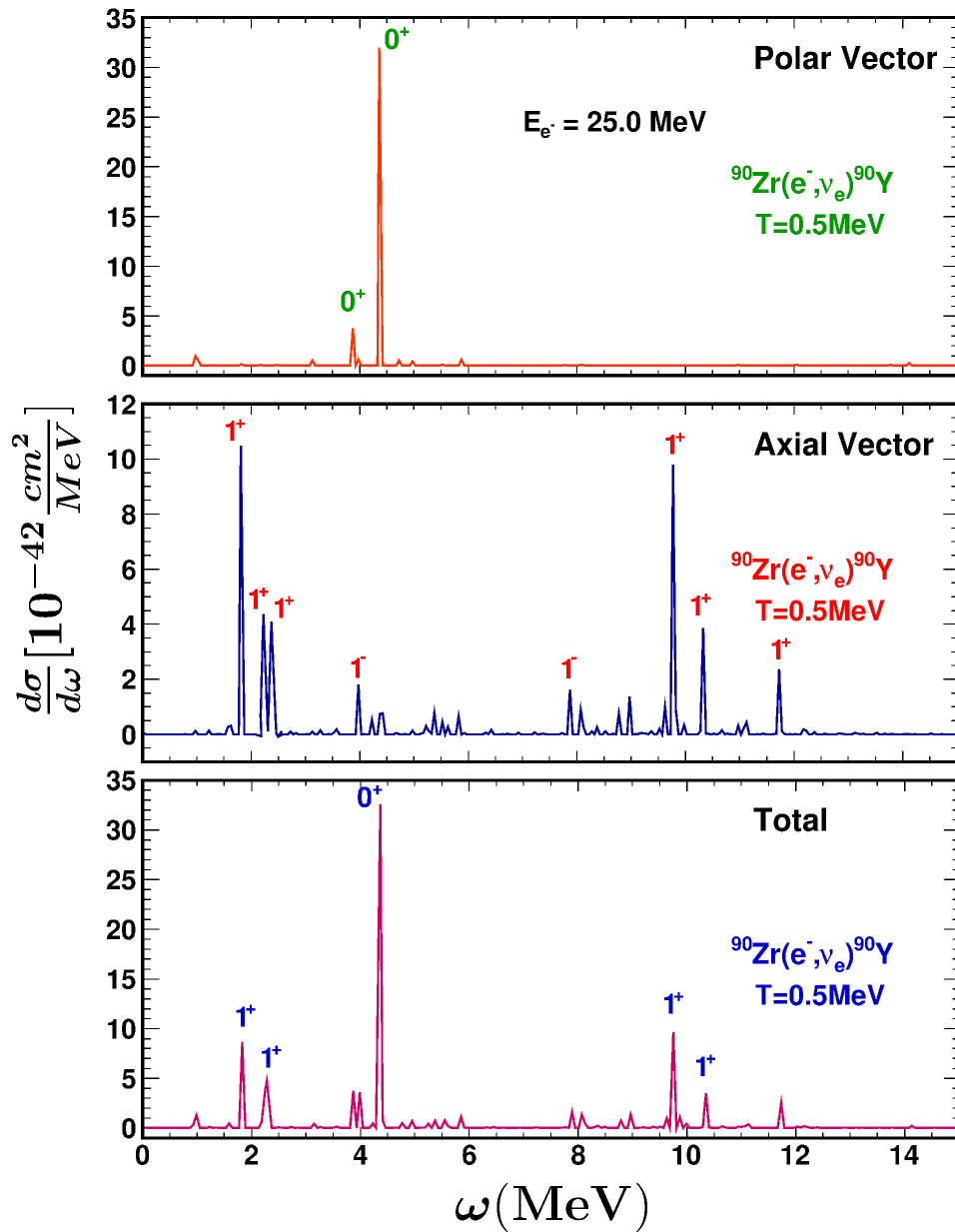
Πρώτο βήμα είναι ο υπολογισμός των αποκλειστικών ενεργών διατομών της αντίδρασης  $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ , στηριζόμενοι στην Εξ. (6.6) το πλήθος των οποίων για τον επιλεγμένο χώρο μοντέλου του συγκεκριμένου ισότοπου (βλέπε Κεφ. 3.6.1), είναι συνολικά 848 δυνατές μεταπτώσεις στον θυγατρικό πυρήνα  $^{90}\text{Y}$  (θεωρώντας  $J^\pi \leq 5^\pm$ ). Οι τιμές των παραμέτρων της θερμοκρασίας  $T$ , και της αξονικής σταθεράς σύζευξης  $g_A$  επλέγονται όπως και στους προηγούμενους πυρήνες. Τα αποτελέσματά της διαφορικής ενεργού διατομής για τις αποκλειστικές μεταπτώσεις μετά την αναδιατάξη των κατά αύξουσα σειρά σε σχέση με την ενέργεια διέγερσής τους  $\omega$  σε όλο το φάσμα του θυγατρικού πυρήνα, απεικονίζονται στο Σχήμα 6.12.

Παρατηρούμε ότι, στον θυγατρικό πυρήνα  $^{90}\text{Y}$  η μέγιστη κορυφή βρίσκεται σε ενέργεια διέγερσης  $\omega = 4.376\text{ MeV}$  και αντιστοιχεί στην  $0_2^+$  μετάβαση ενώ οι υπόλοιπες σημαντικές κορυφές αντιστοιχούν στις  $1_1^+$  και  $1_{16}^+$  μεταβάσεις και βρίσκονται στις ενέργειες  $\omega = 1.818\text{ MeV}$  και  $\omega = 9.752\text{ MeV}$ , αντίστοιχα (βλέπε Σχήμα 6.12(c)). Από την απεικόνιση του πολικού μέρους της διαφορικής ενεργού διατομής (βλέπε Σχήμα 6.12(a)) παρατηρούμε ότι υπάρχει μόνο μια εξέχουσα κορυφή, δηλαδή η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από την  $0_2^+$  μετάβαση σε ενέργεια  $\omega = 4.376\text{ MeV}$ . Αντίστοιχα, στο αξονικό μέρος (Σχήμα 6.12(b)) οι δυο κυριότερες κορυφές βρίσκονται στις ενέργειες  $\omega = 1.818\text{ MeV}$  και  $\omega = 9.752\text{ MeV}$  και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_1^+$  και  $1_{16}^+$ . Άλλες χαρακτηριστικές κορυφές, εμφανίζονται στις ενέργειες διέγερσης  $\omega = 2.247\text{ MeV}$ ,  $\omega = 2,318\text{ MeV}$  και  $\omega = 10.333\text{ MeV}$  και αντιστοιχούν στις μεταβάσεις  $1_2^+$ ,  $1_3^+$  και  $1_{17}^+$ .

Στο σχεδιαστικό πρόγραμμα ROOT, για τις γραφικές παραστάσεις του Σχήματος 6.12 χρησιμοποιήθηκε πλάτος διαμέρισης ίσο με 0.06.

### 6.8.2 Υπολογισμοί μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$

Οι υπολογισμοί των μερικών ενεργών διατομών της αντίδρασης  $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$  που εκτελέστηκαν με βάση την Εξ.(6.7) χρησιμοποιώντας τιμές θερμοκρασιών  $T = 0.5, 1.0\text{ MeV}$  και  $1.3\text{ MeV}$ , και της  $g_A = 1.00$  για διάφορες τιμές της ενέργειας  $E_e = 5, 15, 25, 35$  και  $45\text{ MeV}$  παρουσιάζονται στον Πίνακα 6.4.



Σχήμα 6.12: Το ίδιο με το σχήμα 6.2 αλλά για την περίπτωση της αντίδρασης  $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$   $^{48}\text{Ti}$ .

Παρατηρώντας καλά τις τιμές του Πίνακα 6.4 βλέπουμε κάτι διαφορετικό σε σχέση με τους πυρήνες που μελετήθηκαν προηγουμένως. Σε χαμηλές τιμές της ενέργειας εισερχομένων ηλεκτρονίων η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις  $0^+$  πολυπολικές καταστάσεις με τα ποσοστά τους να είναι μεγαλύτερα από περίπου 40% (μέχρι τα 25 MeV) και όχι από τις  $1^+$  όπως στους προηγούμενους πυρήνες. Επι-

Πίνακας 6.4: Μερικές ενεργές διατομές  $e^-$ -σύλληψης (σε  $10^{-42} \text{ MeV}^{-1} \text{ cm}^2$ ) από το ισότοπο του  $^{90}\text{Zr}$  (με  $J^\pi \leq 3^\pm$ ) για διάφορες τιμές της ενέργειας των εισερχομένων ηλεκτρονίων  $E_e$  (της περιοχής  $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ ).

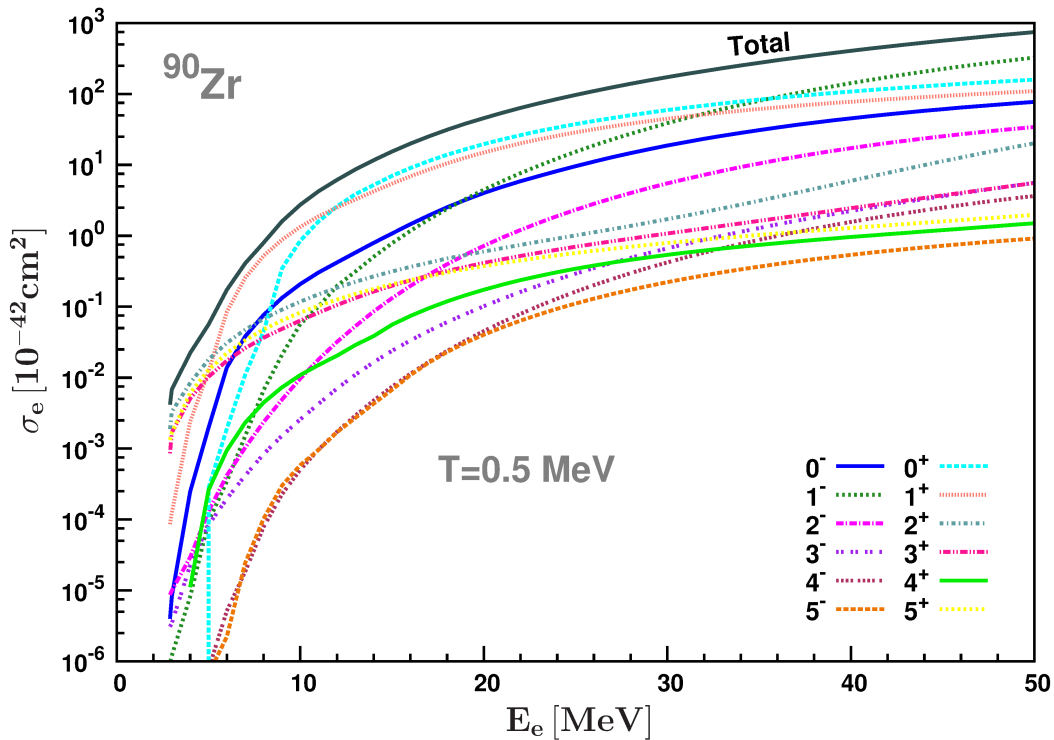
$J^\pi$	$[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{J^\pi} (\times 10^{-42} \text{ cm}^2/\text{MeV})$				
	$E_e = 5 \text{ MeV}$	$E_e = 15 \text{ MeV}$	$E_e = 25 \text{ MeV}$	$E_e = 35 \text{ MeV}$	$E_e = 45 \text{ MeV}$
$0^+$	$2.79 \cdot 10^{-4}$	7.186	37.775	83.375	133.684
$1^+$	$1.23 \cdot 10^{-2}$	5.438	28.742	61.391	93.715
$2^+$	$1.80 \cdot 10^{-2}$	0.314	1.012	3.121	11.242
$3^+$	$1.03 \cdot 10^{-2}$	0.198	0.701	1.623	3.719
$0^-$	$1.97 \cdot 10^{-3}$	1.076	9.590	30.946	61.060
$1^-$	$9.38 \cdot 10^{-5}$	0.785	15.296	79.943	225.099
$2^-$	$1.31 \cdot 10^{-4}$	0.132	2.329	10.461	25.351
$3^-$	$8.39 \cdot 10^{-5}$	0.024	0.293	1.287	3.618
Ολική	$5.62 \cdot 10^{-2}$	15.431	96.929	275.166	563.511

πλέον για ενέργειες υψηλότερες των  $35 \text{ MeV}$  η συνεισφορά από τις  $1^-$  πολυπολικές μεταβάσεις γίνεται σημαντική ξεπερνώντας το 30% της ολικής ενεργού διατομής. Σε όλο το φάσμα των ενεργειών για το ισότοπο  $^{90}\text{Zr}$  οι συνεισφορές στην ολική ενεργό διατομή από τις υπόλοιπες πολυπολικές καταστάσεις ( $J^\pi = 2^\pm, 3^\pm, 4^\pm$  και  $5^\pm$ ) είναι μικρότερες των 5% και μπορούν να θεωρηθούν αμελητέες.

### 6.8.3 Υπολογισμοί ολικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$

Ολοκληρώνοντας την εκτέλεση των υπολογισμών της αντίδρασης  $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$ , βρίσκουμε ολικές ενεργές διατομές με βάση την Εξ. (6.8) και τα αποτελέσματα των μερικών ενεργών διατομών για όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις (μέχρι  $J^\pi = 5^\pm$ ). Τα αποτελέσματά για θερμοκρασία  $T = 0.5 \text{ MeV}$  παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.13.

Η ελάχιστη ενέργεια εισερχομένου ηλεκτρονίου, για την εκκίνηση της αντίδρασης αυτής (δηλαδή Q-τιμή) είναι  $E_e = 2.28 \text{ MeV}$ . Σε σύγκριση με τις προηγούμενες περιπτώσεις για το ζirkόνιο,  $^{90}\text{Zr}$  παρατηρείται μια διαφορετική ποιοτική συμπεριφορά της ολικής ενεργού διατομής σε χαμηλές ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου, ( $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ ). Η συνεισφορά από τις μεταβάσεις  $0^+$  είναι μεγαλύτερη από εκείνη των  $1^+$ . Για ενέργειες μεγαλύτερες των  $30 \text{ MeV}$  η συνεισφορά από τις  $1^-$  γίνεται μεγαλύτερη σε σχέση με αυτή των  $1^+$  μεταπτώσεων. Τα αποτελέσματα αυτά είναι απόρροια της συμπεριφοράς των πρωτογενών αποτελεσμάτων που παρουσιάστηκαν

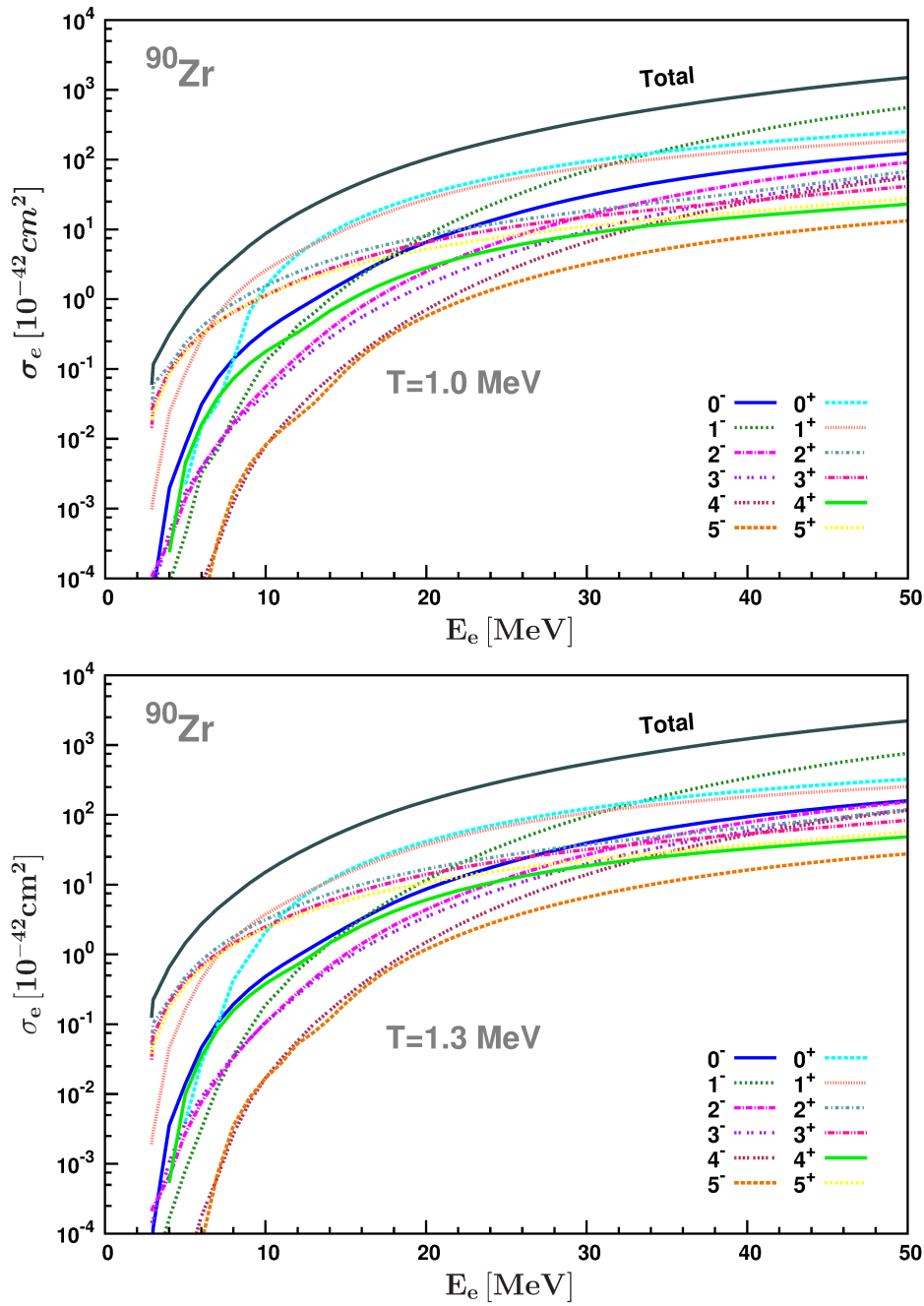


Σχήμα 6.13: Η ολική ενεργός διατομή  $e^-$ -σύλληψης καθώς και οι επιμέρους συνεισφορές κάθε πολυπολικότητας ( $J^\pi \leq 5^\pm$ ) για τον μητρικό πυρήνα  $^{90}\text{Zr}$  σε θερμοκρασία  $T = 0.5\text{MeV}$ .

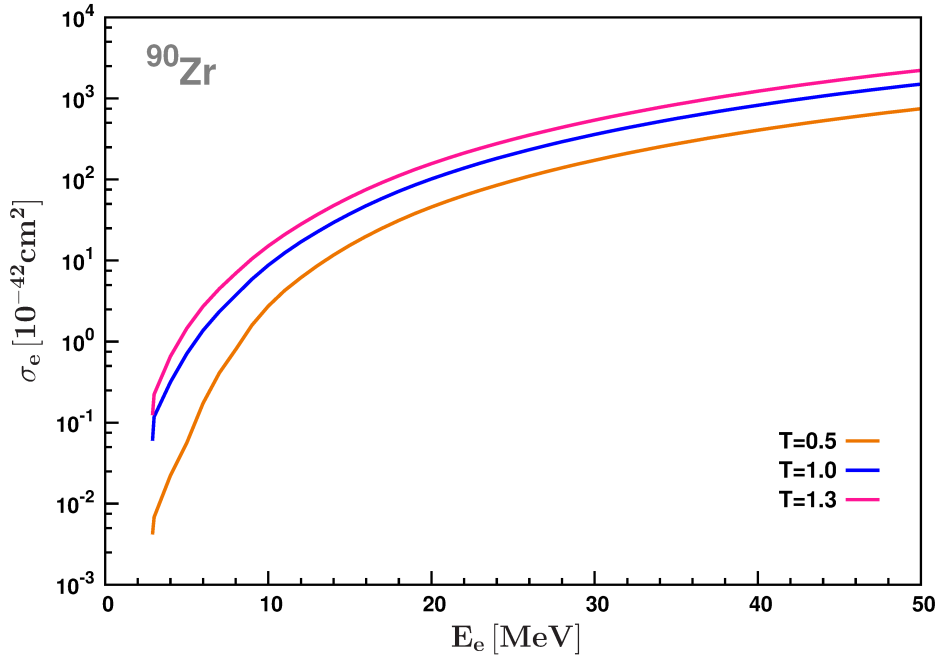
στο Κεφ. 5.7. Η συνεισφορά από αυτές τις πολυπολικότητες δεν συμβαδίζει με καμία περίπτωση, οπότε σύμφωνα με τα αποτελέσματά μας, ο υπολογισμός της ολικής ενεργού διατομής μέσω των GT μεταβάσεων δεν είναι πολύ αξιόπιστος στους βαρείς πυρήνες. Σημειώνουμε ότι, στο ισότοπο  $^{90}\text{Zr}$  η συμπεριφορά της ολικής καθώς και των επιμέρους ενεργών διατομών γενικά με την ενέργεια  $E_e$  είναι ίδια όπως και στα υπόλοιπα που μελετήθηκαν δηλαδή, στα πρώτα MeV παρατηρείται απότομη αύξηση της ενεργού διατομής εξαιτίας του κέντρου του πλάτους κατανομής GT που σε όλους τους άρτιους-άρτιους πυρήνες εμφανίζεται κοντά στα  $2\text{MeV}$  (ενέργεια θυγατρικού πυρήνα). Σε υψηλότερες ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e$  παρατηρείται πιο κλιμακωτή αύξηση.

Προκειμένου να μελετήσουμε την απόκριση του  $^{90}\text{Zr}$  καθώς στην φάση της έκρηξης σουπερνόβα κατά την οποία γίνεται η σύλληψη ηλεκτρονίων από πυρήνες, σε υψηλή θερμοκρασία, πραγματοποιήσαμε υπολογισμούς της ολικής όπως και των επιμέρους ενεργών διατομών στην περιοχή θερμοκρασιών  $0.5\text{MeV} \leq T \leq 1.5\text{MeV}$  και ειδικότερα για θερμοκρασίες  $T = 1.0\text{MeV}$  και  $T = 1.3\text{MeV}$ . Τα αποτελέσματα αυτά παρουσιάζονται στο Σχήμα 6.14 απ' όπου συμπεραίνουμε ότι όσο αυξάνεται η θερμοκρασία τόσο αυξάνονται και οι αντίστοιχες τιμές των ενεργών διατομών. Η





Σχήμα 6.14: Η ολική ενεργός διατομή και οι επί μέρους συνεισφορές των μεταβάσεων  $J^\pi$  (με  $J^\pi \leq 5^\pm$ ), σύλληψης ηλεκτρονίου από τον πυρήνα  $^{90}\text{Zr}$  σε θερμοκρασία  $T = 1.0 \text{ MeV}$  (άνω) και  $T = 1.3 \text{ MeV}$  (κάτω) όπως προκύπτουν από την μέθοδο  $\text{pi-QRPA}$  συναρτήσεως της ενέργειας εισερχόμενου ηλεκτρονίου  $E_e$ .



Σχήμα 6.15: Εξάρτηση της ολικής ενεργού διατομής  $e^-$ -σύλληψης για τον μητρικό πυρήνα  $^{90}\text{Zr}$  από την θερμοκρασία  $T$  στην περιοχή  $0 \leq T \leq 1.5 \text{ MeV}$ . Οι πρωτογενείς υπολογισμοί,  $\sigma(E_e)$ , της ολικής ενεργού διατομής εκτελέστηκαν στα πλαίσια της μεθόδου pn-QRPA.

συμπεριφορά τόσο της ολικής όσο και των επιμέρους πολυπολικών μεταβάσεων είναι ποιοτικά όμοια με εκείνη στην θερμοκρασία  $T = 0.5 \text{ MeV}$ .

Η εξάρτηση της ενεργού διατομής από την θερμοκρασία, γίνεται φανερή από το Σχήμα 6.15 όπου παρουσιάζονται ταυτόχρονα οι ολικές ενεργές διατομές της αντίδρασης  $^{90}\text{Zr} + e^- \rightarrow ^{90}\text{Y} + \nu_e$  (υπολογισμένες με την μέθοδο pn-QRPA) για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου  $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ , για τρεις τιμές της θερμοκρασίας  $T = 0.5 \text{ MeV}$ ,  $T = 1.0 \text{ MeV}$ , και  $T = 1.3 \text{ MeV}$ . Παρατηρούμε αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί εμφανή αύξηση της ολικής ενεργού διατομής στην ανωτέρω περιοχή θερμοκρασίας. Όμως περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας, δεν επιφέρει αξιόλογη μεταβολή στις ενεργές διατομές. Τούτο είναι σε συμφωνία με αντίστοιχη μελέτη [141] και ερμηνεύεται εκ του γεγονότος ότι τα νετρόνια του pf φλοιού είναι ήδη απεμπλεγμένα (βλέπε Σχήμα 6.1).

## 6.9 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο, χρησιμοποιώντας μία βελτιωμένη μορφή της μεθόδου QRPA (pn-QRPA) που περιγράφει αξιόπιστα όλες τις ημιλεπτονικές αντιδράσεις ασθενών αλληλεπιδράσεων, μελετήσαμε λεπτομερώς ενεργές διατομές της διαδικασίας

σύλληψης ηλεκτρονίων από τα ισότοπα  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  όταν βρίσκονται σε αστρικές συνθήκες. Από τους αναλυτικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών, συμπεραίνουμε ότι, όπως και στις πρωτότυπες ενεργές διατομές σε εργαστηριακές συνθήκες, κυρίαρχο ρόλο παίζουν οι πολυπολικές μεταβάσεις  $1^+$  και  $0^+$ . Περαιτέρω, από τα αποτελέσματα των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών υπολογίσαμε αναλυτικά τις συνεισφορές κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά στην ολική ενεργό διατομή για διάφορες τιμές της ενέργειας εισερχομένου ηλεκτρονίου  $E_e$ . Η υπεροχή των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων είναι εμφανής σε όλα τα ανωτέρω ισότοπα. Από τους υπολογισμούς των ολικών ενεργών διατομών για τους πυρήνες της περιοχής του σιδήρου και για ενέργειες  $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ , κατά την διάρκεια της προ-σупερνόβα φάσης, παρατηρήσαμε ότι η ολική ενεργός διατομή μπορεί προσεγγιστικά να υπολογιστεί λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις συνεισφορές των μεταπτώσεων Gamow-Teller. Όμως, για υψηλότερες ενέργειες  $E_e$  ( $30 \text{ MeV} \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ ) η προσέγγιση αυτή δεν είναι ικανοποιητική και θα πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις δυνατές μεταβάσεις. Περαιτέρω, κατά την διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα, οπότε η  $e^-$ -σύλληψη γίνεται από βαρύτερους και πλουσιότερους σε νετρόνια (μητρικούς) πυρήνες, η συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή των μεταβάσεων  $0^+$ ,  $1^-$  κτλ. είναι αξιοσημείωτη. Τονίζουμε ότι, υπό αυτές τις συνθήκες η συμβολή όλων των μεταπτώσεων είναι μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες τιμές που υπολογίστηκαν σε εργαστηριακές συνθήκες (βλέπε Κεφ. 5). Συνεπώς, είναι απαραίτητο να συμπεριληφθούν στις ενεργές διατομές και συνεισφορές τέτοιων μεταβάσεων.

Εν συνεχεία, για τους ανωτέρω πυρήνες, μελετήθηκε η εξάρτηση των ενεργών διατομών  $e^-$ -σύλληψης από την θερμοκρασία (στην περιοχή  $0 \leq T \leq 1.5 \text{ MeV}$ ). Είδαμε ότι καθώς η θερμοκρασία αυξάνει, αυξάνονται και οι αντίστοιχες ενεργές διατομές. Στην αρχή, ακόμα και μικρή αύξηση της θερμοκρασίας, μπορεί να προκαλέσει αξιόλογη αύξηση των ενεργών διατομών. Όμως για τιμές της θερμοκρασίας μεγαλύτερες από  $T \approx 1.5 \text{ MeV}$  δεν προκαλεί τόσο σημαντική αξιόλογη αύξηση των ενεργών διατομών. Από την άποψη της πυρηνικής δομής, τούτο δικαιολογείται από το γεγονός ότι για τους πυρήνες που επιλέξαμε τα νετρόνια του  $pf$ -τροχιακού έχουν ήδη σταματήσει να είναι μπλοκαρισμένα και έχουν μεταβεί στο τροχιακό  $g_{9/2}$  οπότε η ενεργός διατομή από το σημείο αυτό και μετά δεν επηρεάζεται σημαντικά από την αύξηση της θερμοκρασίας.

Κλείνοντας το Κεφάλαιο αυτό, σημειώνουμε ότι η μέθοδός μας μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες ημιεπτονικές πυρηνικές διαδικασίες φορτισμένων ρευμάτων όπως η  $\beta$ -διάσπαση και οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα που είναι εξίσου σημαντικές στην αστρική και εκρηκτική πυρηνοσύνθεση. Αυτό μπορεί να αποτελέσει αντικείμενο μελλοντικής έρευνας. Επίσης, η μέθοδό μας μπορεί να επεκταθεί και για υπολογισμούς των αντίστοιχων ρυθμών αντίδρασης  $\lambda_i$ , όπως είδαμε στο Κεφ. 2 Εξ. (2.29) με την βοήθεια των οποίων παράγεται το φάσμα των εξερχόμενων νετρίνων κατά την  $e^-$ -σύλληψη το οποίο είναι χρήσιμο σε ποικίλες προσομοιώσεις αστέρων (βλέπε Κεφ. 2). Οι υπολογισμοί των ρυθμών  $\lambda_i$  της αντίδρασης  $e^-$ -σύλληψης από τους ανωτέρω πυρήνες απαιτεί την εφαρμογή της διαδικασίας συνέλιξης με την ενεργειακή

164Κεφάλαιο 6. Μελέτη σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σε αστροφυσικές συνθήκες  
κατανομή των ηλεκτρονίων σε αστρικό περιβάλλον (Εξ. 6.4).

## Κεφάλαιο 7

# ΣΥΝΟΨΗ-ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ-ΠΡΟΟΠΤΙΚΕΣ

### 7.1 Σύνοψη και Συμπεράσματα

Η παρούσα Διδακτορική Διατριβή, πραγματεύεται σημαντικά ανοιχτά προβλήματα του χώρου επικάλυψης της πυρηνικής αστροφυσικής, της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής και των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής μελετώνται οι ασθενείς ημι-λεπτονικές αλληλεπιδράσεις μεταβολής του πυρηνικού φορτίου,  $\mu^-$ -σύλληψης και  $e^-$ -σύλληψης από σύνθετους πυρήνες, με υπολογισμούς πυρηνικής δομής. Απώτερος στόχος της έρευνας αυτής είναι η κατανόηση του σημαντικού ρόλου που διαδραματίζουν οι αντιδράσεις αυτές στην εξέλιξη των μαζικών αστερών και ειδικότερα στην αστρική και εκρηκτική πυρηνοσύνθεση.

Η έρευνα, επικεντρώθηκε στη μελέτη των ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που παράγουν νετρίνα ή επάγονται από νετρίνα, δίνοντας ιδιαίτερη έμφαση στη μελέτη της σύλληψης μιονίου και σύλληψης ηλεκτρονίου από ελαφρείς και μεσαίου βάρους πυρήνες. Η αντίδραση  $e^-$ -σύλληψης παίζει ρόλο κλειδί στην εξέλιξη ενός μαζικού αστερά (μάζας  $M \geq 8 M_{\odot}$ ) στο τελευταίο στάδιο της ζωής του, όπως και στα αρχικά στάδια της έκρηξης ενός υπερκαινοφανούς αστερά, καθώς και κατά την διάρκεια της έκρηξής του. Οι αντιδράσεις που επάγονται από νετρίνα, αν και η μελέτη των οποίων υλοποιείται στα ίδια πλαίσια με την μελέτη των αντιδράσεων που παράγουν νετρίνα, δεν μελετήθηκαν εκτενώς. Κατασκευάστηκε όμως, και ελέγχθηκε λεπτομερώς μια πλεονεκτική πυρηνική μέθοδος η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί στο εγγύς μέλλον για την μελέτη των εν λόγω αντιδράσεων.

Στην παρούσα εργασία, επιλέξαμε σαν πυρήνες-στόχους ένα σύνολο ισοτόπων που καλύπτουν ένα σχετικά ευρύ φάσμα του Περιοδικού Πίνακα Ισοτόπων, από ελαφρείς  $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$  μέχρι και μεσαίου βάρους πυρήνες,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ . Η επιλογή των ισοτόπων αυτών έγινε με κριτήριο τον σημαντικό ρόλο τους κατά την φάση προ-σουπερνόβα ( $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ ) και τον ρόλο κλειδί που παίζουν κατά την διάρκεια της έκρηξης σουπερνόβα ( $^{66}\text{Zn}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ).

Γενικά, η μελέτη ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων στην παρούσα εργασία γίνεται χρησιμοποιώντας για την περιγραφή όλων των πυρηνικών καταστάσεων και των αναγκαίων πυρηνικών στοιχείων πίνακα μεταπτώσεων, μία εξελιγμένη μορφή της Προσέγγισης Τυχαίας Φάσης με Ημισωματίδια (pn-QRPA) ως μικροσκοπικό μοντέλο. Ο χώρος μοντέλου κάθε ισότοπου περιλαμβάνει τον ίδιο αριθμό  $(n,l,j)$ -επιπέδων για πρωτόνια και νετρόνια με αρκετούς κύριους φλοιούς αρμονικού ταλαντωτή αλλά και υποφλοιούς στους οποίους τόσο το  $l + 1/2$  όσο και το  $l - 1/2$  συνυπάρχουν. Οι απαραίτητες μονοσωματιακές ενέργειες πάρθηκαν χρησιμοποιώντας σαν μέσο πεδίο ένα δυναμικό Woods-Saxon που περιελάμβανε όρο διόρθωσης Coulomb και όρο σύζευξης σπιν-τροχιάς. Η παραμετροποίηση που υιοθετήθηκε για το δυναμικό Woods-Saxon, είναι ίδια με εκείνη της ομάδας του πανεπιστημίου IOWA. Τέλος, για την περιγραφή της δι-σωματιδιακής εναπομένουσας αλληλεπίδρασης, χρησιμοποιήσαμε το δυναμικό Bonn C-D (one boson exchange potential).

Αρχικά, για κάθε (μητρικό) ισότοπο επιλύθηκαν οι εξισώσεις BCS ξεχωριστά για πρωτόνια και νετρόνια, για τον προσδιορισμό των ενεργειών απλού ημι-σωματίου καθώς και των πλατών κατάληψης (και μή-κατάληψης) κάθε  $(n,l,j)$ -επιπέδου. Η ανακανονικοποίηση των (μονόπολων) στοιχείων πίνακα ζεύγους πρωτονίων και νετρονίων της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης, έγινε χρησιμοποιώντας τις παραμέτρους ζεύγους  $g_{pair}^p$  και  $g_{pair}^n$  έτσι ώστε να αναπαράγονται τα ενεργειακά χάσματα. Στη συνέχεια, για την δημιουργία του ενεργειακού φάσματος του θυγατρικού πυρήνα κάθε ισότοπου, εφαρμόσαμε την μέθοδο QRPA όπου η απαιτούμενη ανακανονικοποίηση πραγματοποιείται πολλαπλασιάζοντας τα στοιχεία πίνακα σωματίου-σωματίου και σωματίου-οπής με τις σταθερές  $g_{pp}$  και  $g_{pn}$  (ο προσδιορισμός των γίνεται για κάθε πολυπολική κατάσταση ξεχωριστά, μέσω της αναπαραγωγής του χαμηλοενεργειακού φάσματος του υπό μελέτη ισότοπου). Τα ανηγμένα πυρηνικά στοιχεία πίνακα πολυπολικών μεταπτώσεων τα οποία υπεισέρχονται στη μελέτη όλων των ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων δίνονται από μία πλεονεκτική αριθμητική μέθοδο, η οποία κατασκευάστηκε για τον σκοπό αυτό.

Σαν πρώτο βήμα, ελέγξαμε την αξιοπιστία της μεθόδου μας, μέσω της αναπαραγωγής του χαμηλοενεργειακού φάσματος των θυγατρικών πυρήνων καθ' ενός από τα υπό μελέτη ισότοπα. Τα φάσματα που βρέθηκαν είναι σε αρκετά καλή συμφωνία με τα πειραματικά δεδομένα. Ακόμα μεγαλύτερη αξιοπιστία για την μέθοδό μας, αποκτήσαμε από την μελέτη της  $\mu^-$ -σύλληψης από τους επιλεγέντες πυρήνες. Η διαδικασία αυτή ανήκει στην ευρύτερη κατηγορία των ασθενών ημι-λεπτονικών αντιδράσεων και παρ' ότι δεν έχει κυρίαρχο ρόλο στην πυρηνοσύνθεση και την εξέλιξη των αστέρων, χρησιμοποιείται ευρέως προκειμένου να ελέγξει κανείς μια πυρηνική μέθοδο, με σύγκριση των αποτελεσμάτων της με ήδη υπάρχοντα θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα μιονικής σύλληψης.

Ο έλεγχος της μεθόδου μας μέσω της σύγκρισης των αποτελεσμάτων της με ήδη υπάρχοντα αποτελέσματα της μιονικής σύλληψης κατέδειξε ότι η αξιοπιστία της είναι σε υψηλά επίπεδα. Το γεγονός αυτό, σε συνδυασμό και με την πρόσφατη αναβίωση του ενδιαφέροντος μελέτης της  $\mu^-$ -σύλληψης, ενθάρρυνε την διεξαγωγή πρωτότυπης έρευνας με εκτέλεση λεπτομερών υπολογισμών (κατάσταση-προς-κατάσταση)

των αποκλειστικών ρυθμών μιονικής σύλληψης  $\Lambda_{J_f}^\pi$ , για τα προαναφερθέντα ισότοπα. Παρόμοιοι αναλυτικοί υπολογισμοί δεν αναφέρονται στη βιβλιογραφία. Από τους εν λόγω υπολογισμούς, παρατηρήσαμε ότι, οι κυρίαρχες μεταβάσεις αντιστοιχούν στις πολυπολικότητες  $J^\pi = 1^\pm$  (multipolarities). Για τις μεταβάσεις αυτές οι αποκλειστικοί ρυθμοί μιονικής σύλληψης παρουσιάζουν έντονα χαρακτηριστικές κορυφές σε συγκεκριμένες ενέργειες διέγερσης  $\omega$ . Στο δεύτερο στάδιο της μελέτης υπολογίσαμε την επι μέρους συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας στον ολικό ρυθμό σύλληψης μιονίων  $\Lambda_{J^\pi}$  για όλες τις προαναφερθείσες αντιδράσεις. Παρατηρήθηκε ότι η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται από τις μεταπτώσεις  $J^\pi = 1^-$ , με αξιόλογη συνεισφορά και από τις  $J^\pi = 1^+$  και  $J^\pi = 2^-$ . Στο τελευταίο μέρος της έρευνας αυτής, υπολογίσαμε ολικούς ρυθμούς σύλληψης μιονίων  $\Lambda_{tot}$  των παραπάνω μητρικών πυρήνων, και μετά από σύγκριση με ήδη υπάρχοντα πειραματικά δεδομένα αλλά και θεωρητικά αποτελέσματα, είδαμε ότι η συμφωνία είναι καλύτερη από 7%.

Ένας από τους κύριους στόχους της έρευνάς μας, ήταν η μελέτη της σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες που παρουσιάζουν σύγχρονο ερευνητικό ενδιαφέρον. Όπως προαναφέραμε η διαδικασία αυτή είναι η πιο σημαντική διαδικασία που λαμβάνει χώρα στους αστέρες και επηρεάζει σε μεγάλο βαθμό την εξέλιξή τους στο τελευταίο στάδιο της ζωής των. Η κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες κατά το στάδιο αυτό, υποβοηθάται άμεσα από την λεπτομερή μελέτη της  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες της ομάδας του σιδήρου οι οποίοι αφθονούν στον αστρικό πυρήνα κατά το στάδιο αυτό. Η μελέτη της διαδικασίας αυτής πραγματοποιήθηκε σε δύο στάδια. Πρώτον, θεωρώντας ότι η αντίδραση λαμβάνει χώραν σε συνθήκες εργαστηρίου και δεύτερον θεωρώντας τις ρεαλιστικές αστρικές συνθήκες (υψηλής θερμοκρασίας και πυκνότητας).

Για την μελέτη της  $e^-$ -σύλληψης υπό εργαστηριακές συνθήκες, υποθέτουμε ότι οι επιλεχθέντες πυρήνες βρίσκονται στη βασική τους κατάσταση. Οι πρωτογενείς ενεργές διατομές  $e^-$ -σύλληψης παρέχονται μέσω αναλυτικών υπολογισμών (κατάσταση-προς-κατάσταση), όλων των δυνατών αποκλειστικών μεταπτώσεων. Στην συνέχεια, θεωρώντας ως μέση ενέργεια εισερχομένων ηλεκτρονίων την  $E_e = 25 \text{ MeV}$ , υπολογίσαμε την συνεισφορά κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά. Σε όλο το φάσμα ενεργειών που θεωρήσαμε ( $0 \leq E_e \leq 50 \text{ MeV}$ ) η υπεροχή της συνεισφοράς των  $1^+$  μεταβάσεων στην ολική ενεργό διατομή είναι εμφανής, με ποσοστά άνω του 50% για τα ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα ( $^{28}\text{Si}$ ,  $^{32}\text{S}$ ,  $^{48}\text{Ti}$ ,  $^{56}\text{Fe}$  και  $^{66}\text{Zn}$ ). Στην περίπτωση των βαρύτερων ισωτόπων ( $^{90}\text{Zr}$ ) τα ποσοστά αυτά είναι λίγο μικρότερα ( $\approx 40\%$ ). Τέλος, από τους λεπτομερείς υπολογισμούς της ολικής ενεργού διατομής το σημαντικό συμπέρασμα που εξήχθη από την εν λόγω έρευνα είναι ότι θα πρέπει κανείς να λάβει υπόψη τις συνεισφορές όλων των πολυπολικών μεταβάσεων με  $J^\pi \leq 5^\pm$  ιδιαίτερα για ενέργειες  $E_e \geq 30 \text{ MeV}$ . Προσεγγίσεις που χρησιμοποιήθηκαν μέχρι τώρα (όπως υπολογισμοί της ολικής ενεργού διατομής θεωρώντας μόνο τις επιτρεπτές μεταβάσεις GT), μόνο σε χαμηλές ενέργειες ηλεκτρονίων ( $E_e \leq 30 \text{ MeV}$ ) και για ελαφρά και μεσαίου βάρους πυρηνικά ισότοπα είναι αξιόπιστες. Υπολογίσαμε επίσης, τις επιμέρους συνεισφορές της πολικής και αξονικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος στην ολική ενεργό διατομή. Ό-

πως αναμενόταν, η αξονική συνιστώσα κυριαρχεί, γεγονός το οποίο οφείλεται στην συνεισφορά της εγκάρσιας μαγνητικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος.

Το κεντρικό σημείο της έρευνάς μας, ήταν η λεπτομερειακή μελέτη  $e^-$ -σύλληψης από πυρήνες κάτω από αστρικές συνθήκες. Τούτο επιτεύχθηκε εκμεταλλευόμενοι τα αποτελέσματα της μελέτης υπό εργαστηριακές συνθήκες με κατάλληλη διαδικασία συνέλιξης. Σε αστρικές συνθήκες, θεωρούμε ότι ο μητρικός πυρήνας μπορεί να βρίσκεται είτε στη βασική του κατάσταση είτε σε κάποια από τις χαμηλής ενέργειας διεγερμένες καταστάσεις του. Επίσης, επειδή στους αστέρες επικρατούν υψηλές τιμές θερμοκρασιών, λάβαμε υπόψη μας την εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία αποδεχόμενοι ότι τα οι μητρικοί πυρήνες ακολουθούν την κατανομή ενέργειας Maxwell-Boltzmann. Τα ισότοπα που χρησιμοποιήθηκαν στη μελέτη αυτή, είναι το  $^{48}\text{Ti}$  και ο  $^{56}\text{Fe}$  τα οποία παίζουν σπουδαίο ρόλο κατά την προ-σουπερνόβα φάση καθώς και οι  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$  που παίζουν ρόλο κλειδί κατά την φάση κατάρρευσης του αστέρα.

Αρχικά εκτελέσαμε αναλυτικούς υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση των αποκλειστικών ενεργών διατομών για τα παραπάνω ισότοπα. Διαπιστώσαμε ότι σημαντικό ρόλο παίζουν οι πολυπολικές μεταβάσεις  $1^+$  και  $0^+$  (όπως και στις εργαστηριακές συνθήκες). Στην συνέχεια, μέσω των μερικών διαφορικών ενεργών διατομών για ενέργειες εισερχομένων ηλεκτρονίων  $E_e \leq 50 \text{ MeV}$ , υπολογίσαμε αναλυτικά τα ποσοστά συμβολής στην ολική ενεργό διατομή κάθε πολυπολικότητας ξεχωριστά. Η κυριαρχία των  $1^+$  πολυπολικών μεταβάσεων είναι εμφανής. Τα συμπεράσματα που εξήχθησαν είναι ότι κατά την διάρκεια της προ-σουπερνόβα φάσης, για τους μητρικούς πυρήνες στην περιοχή του σιδήρου και για ενέργειες εισερχομένου ηλεκτρονίου μέχρι τα  $30 \text{ MeV}$ , στην ολική ενεργό διατομή πρέπει να ληφθούν υπόψη οι συνεισφορές από όλες τις δυνατές μεταβάσεις. Επιπλέον, κατά την διάρκεια κατάρρευσης ενός αστέρα, εκεί όπου η σύλληψη ηλεκτρονίων γίνεται από βαρύτερους και πλουσιότερους σε νετρόνια μητρικούς πυρήνες, η συνεισφορά στην ολική ενεργό διατομή των μεταβάσεων που αντιστοιχούν στις πολυπολικότητες  $0^+$ ,  $1^-$  κτλ. είναι αξιοσημείωτες.

Τονίζουμε ότι υπό αυτές τις συνθήκες η συμβολή όλων των πολυπολικών καταστάσεων είναι μεγαλύτερη από τις αντίστοιχες τιμές που υπολογίστηκαν κάτω από εργαστηριακές συνθήκες. Στην αντίστοιχη έρευνα, για τα ισότοπα που διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο κατά την διάρκεια της κατάρρευσης του αστέρα ( $^{66}\text{Zn}$  και  $^{90}\text{Zr}$ ) μελετήθηκε η εξάρτηση των ενεργών διατομών από την θερμοκρασία. Ένα από τα σημαντικότερα συμπεράσματα της έρευνας αυτής είναι ότι για  $T \leq 1.5 \text{ MeV}$  αύξηση της θερμοκρασίας προκαλεί αξιόλογη αύξηση των ενεργών διατομών ενώ για περαιτέρω αύξηση της θερμοκρασίας η μεταβολή των ενεργών διατομών δεν είναι ουσιαστική. Τούτο ερμηνεύεται από το γεγονός ότι σε τόσο υψηλές θερμοκρασίες η απαγορευτική αρχή του Pauli δεν μπορεί να μπλοκάρει πλέον τα νετρόνια του  $pf$  τροχιακού και μεταβαίνουν στο  $g_{9/2}$  τροχιακό.



## 7.2 Μελλοντικές Προοπτικές

Η συμφωνία των αποτελεσμάτων της πυρηνικής μεθόδου που αναπτύχθηκε για την μελέτη των πυρηνικών αντιδράσεων μεταβολής φορτίου (η οποία στηρίζεται σε μία εξελιγμένη μορφή της QRPA, pn-QRPA) με διάφορα πειραματικά δεδομένα και με αντίστοιχα ευρήματα άλλων ρεαλιστικών μεθόδων, την καθιστά αξιόπιστη σαν πολύτιμο θεωρητικό εργαλείο το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή όλων των αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων πυρήνα-λεπτονίου.

Επόμενος στόχος είναι να επεκτείνουμε την έρευνά μας στη μελέτη και άλλων αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων που συμβάλλουν στην πυρηνοσύνθεση όπως οι β-διασπάσεις και οι αντιδράσεις που επάγονται από νετρίνα. Οι αντιδράσεις αυτές δημιουργούν σχετικά εύκολα ανιχνεύσιμο σήμα στους επίγειους πυρηνικούς ανιχνευτές και τα αποτελέσματα μιας τέτοιας μελέτης μπορούν να χρησιμοποιηθούν στα αντίστοιχα πειράματα. Από την πλευρά της πυρηνικής φυσικής οι αντιδράσεις που μελετήθηκαν στην παρούσα εργασία αλλά και αυτές που μπορούν να μελετηθούν στο μέλλον, αποτελούν πλούσια πηγή πληροφοριών και εργαλείο μελέτης της πυρηνικής δομής. Περαιτέρω, τέτοιες πληροφορίες αποτελούν απαραίτητα στοιχεία για την κατανόηση των συνθηκών που επικρατούν στους αστέρες και βρίσκονται σε άμεση αλληλεξάρτηση με τις ηλεκτρασθενείς αντιδράσεις που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό των.

Τα αποτελέσματα της μελέτης μας, και ιδιαίτερα οι ενεργές διατομές αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προσομοιώσεις διαφόρων αστρικών μοντέλων που βασίζονται στην πυρηνοσύνθεση, που είναι απαραίτητες για την κατανόηση των αστρικών φαινομένων της πορείας εξέλιξης ενός μαζικού αστέρα και ιδιαίτερα της φάσης κατάρρευσής του. Αυτό αποτέλεσε και ένα από τα βασικά κίνητρα διεξαγωγής της παρούσας έρευνας και αποτελεί ισχυρό κίνητρο άλλων μελλοντικών ερευνών.



## Παράρτημα Α'

---

### Α'.1 Εξισώσεις Dirac

Στο παράρτημα αυτό, θα συζητήσουμε την εξίσωση Dirac η οποία περιγράφει την κίνηση σωματιδίων με σπιν 1/2 ( $e^-$ ,  $\mu^-$ , κλπ) που κινούνται (στο πεδίο του πυρήνα) με ταχύτητες που πλησιάζουν την ταχύτητα του φωτός. Προς τούτο ξεκινάμε από την σχετικιστική σχέση ενέργειας-ορμής για το ελεύθερο σωματίδιο,

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4 \quad (\text{A'.1})$$

όπου  $E$  η ολική ενέργεια του σωματιδίου που περιέχει και την ενέργεια ηρεμίας και την κινητική ενέργεια. Οι αντίστοιχοι τελεστές ενέργειας και ορμής είναι:

$$E = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, \quad p_i = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A'.2})$$

Η εξίσωση Schrodinger για την περίπτωση ενός ελεύθερου σωματιδίου γράφεται:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (\text{A'.3})$$

Με την αντικατάσταση των ορισμών της (Α'.2) στην (Α'.1) παίρνουμε την εξίσωση (εξίσωση Klein-Gordon):

$$\left[ \nabla^2 - \left( \frac{mc}{\hbar} \right)^2 \right] \Psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}, \quad \text{ή} \quad \left[ \left( \frac{\partial}{\partial x_\mu} \right)^2 - k^2 \right] \Psi = 0, \quad (\text{A'.4})$$

όπου  $k = \frac{mc}{\hbar}$  και  $\mu = 1, 2, 3, 4$  με  $x_4 = ict$ .

Ο Dirac προσέγγισε το πρόβλημα ξεκινώντας από τη μορφή:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(\vec{r}, t)}{\partial t} = H \Psi(\vec{r}, t) \quad (\text{A'.5})$$

και γράφοντας την Χαμιλτονιανή έτσι ώστε, να είναι γραμμική ως προς την ορμή και τον όρο μάζας, δηλαδή

$$\begin{aligned} H = -c\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} - \beta mc^2 &\implies E\Psi = (-c\mathbf{a} \cdot \mathbf{p} - \beta mc^2)\Psi \implies \\ &\implies \left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - i\hbar c\mathbf{a} \cdot \nabla + \beta mc^2 \right) \Psi = 0 \end{aligned} \quad (\text{A'.6})$$

Για τον προσδιορισμό των συντελεστών  $a_1, a_2, a_3$  και  $\beta$  πολλαπλασιάζουμε την Εξ.(A'.6) από αριστερά με  $\left( i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c\mathbf{a} \cdot \nabla - \beta mc^2 \right)$  και παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \left[ -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \hbar^2 c^2 \sum_{i=1}^3 \left( a_i^2 \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} \right) - \beta^2 m^2 c^4 + \hbar^2 c^2 \sum_{i \neq j} (a_i a_j + a_j a_i) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \right. \\ \left. + i\hbar m c^3 \sum_{i=1}^3 (a_i \beta + \beta a_i) \frac{\partial}{\partial x_i} \right] \Psi = 0 \end{aligned} \quad (\text{A'.7})$$

Για να συμφωνεί η εξίσωση αυτή με την εξίσωση Klein-Gordon θα πρέπει τα  $a$  και  $\beta$  να ικανοποιούν τις ακόλουθες σχέσεις:

$$\begin{aligned} a_i^2 = \beta^2 = 1, \quad \{a_i, \beta\} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \\ \{a_i, a_j\} = 0, \quad i \neq j. \end{aligned} \quad (\text{A'.8})$$

Επομένως οι  $a_i$  και  $\beta$  μετατίθενται ανά ζεύγη και τα τετράγωνά τους είναι ίσα με τον μοναδιαίο πίνακα  $4 \times 4$ . Επιπλέον είναι ερμιτιανόι πίνακες καθώς η Χαμιλτονιανή  $H$  είναι ερμιτιανός τελεστής. Έτσι εύκολα προκύπτει ότι η μορφή των  $a_i$  και  $\beta$  είναι:

$$\begin{aligned} a_1 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ a_3 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A'.9})$$

ή

$$a_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (\text{A'.10})$$

όπου  $I$  ο  $2 \times 2$  μοναδιαίος πίνακας και  $\sigma_i$  οι πίνακες Pauli:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A'.11})$$

οι οποίοι ικανοποιούν την ιδιότητα:  $\sigma_a \sigma_b = i \varepsilon_{abc} \sigma_c + \delta_{ab}$  για  $a, b, c = 1, 2, 3$ .

Η σχετικιστική εξίσωση κύματος με τους πίνακες  $a_i$  και  $\beta$  έχει τις τέσσερις σπινοριακές συνιστώσες ως λύσεις:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - E t)}{\hbar}\right] \quad (\text{A'.12})$$

Εισάγοντας τα ανύσματα στήλης ( $1 \times 2$ )  $u$  και  $v$ , όπου αμφότερα τα  $u$  και  $v$  είναι της μορφής  $u = N\chi$  με  $N$  έναν παράγοντα κανονικοποίησης και

$$\chi = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = a\chi_{1/2} + b\chi_{-1/2} \quad (\text{A'.13})$$

με

$$|a|^2 + |b|^2 = 1, \quad \chi_{1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A'.14})$$

Οι συναρτήσεις  $\Psi$  γράφονται:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - E t)}{\hbar}\right]. \quad (\text{A'.15})$$

Εισάγοντας τις Εξ. (A'.10) και (A'.15) στην (A'.6) έχουμε:

$$-E \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} = \left[ c \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & 0 \end{pmatrix} + m c^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \quad (\text{A'.16})$$

ή ισοδύναμα

$$\begin{aligned} (E + m c^2)v + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} u &= 0 \\ (E - m c^2)u + c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} v &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A'.17})$$

Το τελευταίο ομογενές σύστημα έχει λύση μόνο όταν η ορίζουσα των συντελεστών των σγνώστων είναι μηδέν δηλαδή:

$$\begin{vmatrix} E + m c^2 & c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \\ c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} & E - m c^2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow E^2 - m^2 c^4 - p^2 c^2 = 0. \quad (\text{A'.18})$$

Θεωρώντας  $E \equiv E_+ = (c^2 p^2 + m^2 c^4)^{1/2}$  παίρνουμε

$$v = \frac{-c \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_+ + m c^2} u. \quad (\text{A'.19})$$

Όμως όπως αναφέραμε προηγουμένως  $u = N\chi$  οπότε από την πρώτη εξίσωση στις (Α΄.16) παίρνουμε  $v = -N\left(\frac{c\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{E_+ + mc^2}\right)\chi$ , δηλαδή:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \begin{pmatrix} v \\ u \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - Et)}{\hbar}\right] = N \begin{pmatrix} \frac{-c\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{E_+ + mc^2}\chi \\ \chi \end{pmatrix} \exp\left[\frac{i(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} - Et)}{\hbar}\right] \quad (\text{Α΄.20})$$

Λόγω κανονικοποίησης ισχύει  $\Psi^\dagger\Psi = 1$ , οπότε:

$$N^*N\left[\frac{c^2}{(E_+ + mc^2)^2}(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p})^\dagger(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p})\chi^\dagger\chi + \chi^\dagger\chi\right] = 1 \quad (\text{Α΄.21})$$

Θεωρώντας ότι η σταθερά κανονικοποίησης  $N$  είναι πραγματική, ότι ισχύει η σχέση  $\chi^\dagger\chi = |a|^2 + |b|^2 = 1$ , καθώς και το γεγονός ότι  $(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p})^\dagger(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}) = (\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p})(\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}) = p^2$ , (εδώ χρησιμοποιήσαμε την ταυτότητα  $(\mathbf{a}\boldsymbol{\sigma})(\mathbf{b}\boldsymbol{\sigma}) = (\mathbf{a}\mathbf{b})I + i\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{a}\times\mathbf{b})$ ), βρίσκουμε:

$$N^2\left[\frac{c^2}{(E_+ + mc^2)^2}p^2 + 1\right] = 1 \implies N = \left(\frac{E_+ + mc^2}{2E_+}\right)^{1/2} \quad (\text{Α΄.22})$$

Επομένως

$$u = \left(\frac{E_+ + mc^2}{2E_+}\right)^{1/2} \chi. \quad (\text{Α΄.23})$$

Η λύση για σπιν ‘πάνω’ δίνεται αν θέσουμε  $a = 1, b = 0$  και

$$\chi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{Α΄.24})$$

ενώ για σπιν ‘κάτω’ αν θέσουμε  $a = 0, b = 1$  και

$$\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{Α΄.25})$$

Με ακριβώς ίδιο τρόπο βρίσκουμε τις λύσεις για αρνητική ενέργεια  $E = E_- = -(c^2p^2 + m^2c^4)^{1/2} \implies u = \frac{c\boldsymbol{\sigma}\cdot\mathbf{p}}{-E_- + mc^2}v$ . Τέλος, η ακριβής μορφή των λύσεων της εξίσωσης Dirac δίνεται από τη μορφή:

$$\Psi = \left(\frac{|E| + mc^2}{2|E|}\right)^{1/2} \begin{pmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ u^4 \end{pmatrix}, \quad (\text{Α΄.26})$$

όπου τα  $u^1, u^2, u^3, u^4$  φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα:

	$E_+ = +(p^2c^2 + m^2c^4)^{1/2}$		$E_- = -(p^2c^2 + m^2c^4)^{1/2}$	
σπιν	πάνω	κάτω	πάνω	κάτω
$u^1$	$\frac{-cp_z}{E_+ + mc^2}$	$\frac{-c(p_x - ip_y)}{E_+ + mc^2}$	1	0
$u^2$	$\frac{-c(p_x + ip_y)}{E_+ + mc^2}$	$\frac{cp_z}{E_+ + mc^2}$	0	1
$u^3$	1	0	$\frac{cp_z}{-E_- + mc^2}$	$\frac{c(p_x - ip_y)}{-E_- + mc^2}$
$u^4$	0	1	$\frac{c(p_x + ip_y)}{-E_- + mc^2}$	$\frac{-cp_z}{-E_- + mc^2}$

## A'.2 Εξισώσεις Dirac παρουσία H/M πεδίου

Μέχρι τώρα, σαν πρώτη προσέγγιση υποθέσαμε ότι οι κυματοσυναρτήσεις του ελεύθερου ηλεκτρονίου (ή μιονίου) περιγράφονται από επίπεδο κύμα. Στην πραγματικότητα όμως, οι δυνάμεις Coulomb μεταξύ του ηλεκτρονίου και του θυγατρικού πυρήνα δεν είναι αμελητέες. Η παραμόρφωση του επίπεδου κύματος λόγω της πυρηνικής έλξης μπορεί να ληφθεί υπόψη λύνοντας τις εξισώσεις Dirac με την παρουσία του πυρηνικού δυναμικού Coulomb.

Στην κλασική ηλεκτροδυναμική, οι εξισώσεις κίνησης ενός φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε πεδίο  $\Phi$ , παίρνονται από τις ελεύθερες εξισώσεις, αντικαθιστώντας την ενέργεια ως  $E \rightarrow E + e\phi$  και την ορμή  $p \rightarrow p + (e/c)A$ . Έτσι, στην περίπτωση μας έχουμε την δύναμη Lorentz  $F = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}/c)$  Στην κβαντική ηλεκτροδυναμική

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t} + e\phi, \quad -i\hbar \nabla \rightarrow -i\hbar \nabla + \frac{e}{c}A \quad (A'.27)$$

η εξίσωση Dirac παρουσία δυναμικού Coulomb γράφεται

$$\left(\frac{\partial}{\partial x_\mu} + \frac{ie}{\hbar c}A_\mu\right)\gamma_\mu\psi + \frac{mc}{\hbar}\psi = 0. \quad (A'.28)$$

Θεωρώντας ένα σωματίδιο να κινείται σε ένα εξωτερικό στατικό δυναμικό, γράφουμε  $V = -e\Phi$ . Τότε η εξίσωση κύματος για μία στάσιμη κατάσταση με ενέργεια  $E$  είναι  $E\psi = (-\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} - \beta + V(r))\psi$ . Από εδώ και στο εξής θα χρησιμοποιούμε την συνθήκη  $\hbar = c = m = 1$ . Στην μη-σχετικιστική περιγραφή, όπως είναι γνωστό το σπιν ενός σωματιδίου σε ένα κεντρικό πεδίο δημιουργεί μία σύζευξη τροχιάς - σπιν της μορφής  $\Phi(r)\vec{\ell} \cdot \vec{s}$ . Η ενέργεια σπιν-τροχιάς δεν μετατίθεται με την  $z$ -συνιστώσα του σπιν  $S_z$  και της γωνιακής στροφορμής  $L_z$  αντίστοιχα, αλλά, μετατίθεται με το άθροισμά τους,  $J_z = S_z + L_z$ ,  $J^2$ ,  $L^2$  και  $S^2$ . Σε αυτή την περίπτωση εισάγουμε την συνάρτηση

$$\chi_{\kappa\mu} = \sum_m \left(\ell \frac{1}{2} \mu - m\right) |j\mu\rangle Y_{\ell\mu-m}(\theta, \phi) \chi_m, \quad (A'.29)$$

με

$$Y_{\ell m}(\theta, \phi) = \frac{(-)^{\ell+m}}{2^{\ell} \ell!} \left[ \frac{(2\ell+1)(\ell-m)!}{4\pi(\ell+m)!} \right]^{1/2} \sin^m \theta \left[ \frac{\partial}{\partial \cos \theta} \right]^{\ell+m} \sin^{2\ell} \theta e^{im\phi} \quad (\text{A'.30})$$

και την ενδογενή συνάρτηση σπιν  $\chi_m$  όπως ορίστηκε στην Εξ. (Α'.13), όπου το  $\kappa$  ορίζεται ταυτόχρονα μέσω των σχέσεων:

$$j = |\kappa| - \frac{1}{2}, \quad \ell = \begin{cases} \kappa & \text{για } \kappa > 0 \\ -\kappa - 1 & \text{για } \kappa < 0 \end{cases} \quad (\text{A'.31})$$

Χρησιμοποιώντας την σχέση  $2\mathbf{S} \cdot \mathbf{L} = \mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2$  βρίσκουμε τις ιδιοτιμές  $\kappa$  μέσω της σχέσης

$$-(1 + \mathbf{L} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \chi_{\kappa\mu} = \kappa \chi_{\kappa\mu}. \quad (\text{A'.32})$$

Το μη σχετικιστικό επίπεδο κύμα για το ηλεκτρόνιο μπορεί να γραφεί με την βοήθεια της έκφρασης Rayleigh

$$\exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) = 4\pi \sum_{\ell, m'} i^{\ell} j_{\ell}(pr) Y_{\ell m'}^*(\hat{p}) Y_{\ell m'}(\hat{r}) \quad (\text{A'.33})$$

ως:

$$\chi_m \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}) = 4\pi \sum_{\kappa, \mu} i^{\ell} \left( \ell \frac{1}{2} \mu - m \right) j_{\mu} Y_{\ell \mu - m}^*(\hat{p}) \chi_{\kappa\mu} j_{\ell}(pr). \quad (\text{A'.34})$$

Στην σχετικιστική περιγραφή οι λύσεις των επίπεδων κυμάτων δίνονται από τις Εξ. (Α'.15), (Α'.19) και (Α'.23)

$$\psi(r, t) = \left( \frac{E_+ + 1}{2E_+} \right)^{1/2} \begin{pmatrix} \frac{-\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E_+ + 1} \chi_m \\ \chi_m \end{pmatrix} \exp(i\mathbf{p} \cdot \mathbf{r} - Et) \quad (\text{A'.35})$$

Έτσι εισάγουμε την σχετικιστική έκφραση σφαιρικού κύματος της μορφής

$$\psi_{\kappa\mu}(r) = \begin{pmatrix} -i f_{\kappa} \chi_{-\kappa\mu} \\ g_{\kappa} \chi_{\kappa\mu} \end{pmatrix} \quad (\text{A'.36})$$

όπου  $f_{\kappa}$  και  $g_{\kappa}$  είναι η μικρή και μεγάλη συνιστώσα στο ακτινικό μέρος των κυματικών συναρτήσεων. Εισάγοντας την Εξ. (Α'.36) στην Εξ. (Α'.28) έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{df_{\kappa}}{dr} &= \frac{\kappa - 1}{r} f_{\kappa} - (E - 1 - V) g_{\kappa} \\ \frac{dg_{\kappa}}{dr} &= (E - V + 1) f_{\kappa} - \frac{\kappa + 1}{r} g_{\kappa} \end{aligned} \quad (\text{A'.37})$$



Η παραμόρφωση της ακτινικής κυματικής συνάρτησης εξαιτίας του πυρηνικού φορτίου μπορεί να ληφθεί υπόψη ως ακολούθως: Θεωρώντας τον πυρήνα σαν σημειακό φορτίο οι λύσεις των Εξ. (A'.37) με  $V = -\frac{Ze^2}{r} = -\frac{\alpha Z}{r}$  όπου το  $r$  δίνεται σε μονάδες  $\hbar/mc$  γράφονται ως:

$$g_\kappa = \left[ \frac{p(E+1)}{\pi} \right]^{1/2} (Q + Q^*), \quad f_\kappa = i \left[ \frac{p(E-1)}{\pi} \right]^{1/2} (Q - Q^*) \quad (A'.38)$$

όπου

$$Q = (\gamma + i\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|}{\Gamma(2\gamma + 1)} (2pr)^{\gamma-1} \\ \times \exp\left(\frac{1}{2}\pi\nu - ipr + i\eta\right) F(\gamma + 1 + i\nu, 2\gamma + 1; 2ipr), \quad (A'.39)$$

$F$  είναι η συρρέουσα υπεργεωμετρική συνάρτηση και  $\Gamma$  η συνάρτηση Γάμμα. Τα υπόλοιπα σύμβολα αντιστοιχούν σε

$$\gamma(\kappa^2 - \alpha^2 Z^2)^{1/2} \quad \text{και} \quad \nu = \alpha Z E/p. \quad (A'.40)$$

Ο παράγοντας φάσης (phase factor) δίνεται από την σχέση:

$$\exp(2i\eta) = -\frac{(\kappa - i\alpha Z/p)}{\gamma + i\nu}. \quad (A'.41)$$

### A'.3 Συνάρτηση Fermi

Όπως είδαμε στις εκφράσεις των ενεργών διατομών στην διαδικασία σύλληψης ηλεκτρονίων υπεισέρχεται η συνάρτηση Fermi. Η συνάρτηση Fermi λαμβάνει υπόψη της, την αλληλεπίδραση τύπου Coulomb μεταξύ του εξερχομένου λεπτονίου και του θυγατρικού πυρήνα (final state interaction). Γενικά, η συνάρτηση Fermi χωρίζεται σε δύο μέρη,  $L_0$  και  $F_0$ , και μπορεί να γραφεί ως:  $F(Z, E) = F_0 L_0$  όπου:

$$L_0 = \frac{(g_{-1}^2 + f_1^2)}{2p^2 F_0} \approx \frac{1 + \gamma}{2} \quad (A'.42)$$

$$F_0 \equiv F_0(Z, E) = 4(2pR)^{2\gamma-2} \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(\gamma + i\nu)|^2}{(\Gamma(2\gamma + 1))^2}. \quad (A'.43)$$

Στις παραπάνω εξισώσεις έχουμε:

$$\gamma = (1 - \alpha^2 Z^2)^{1/2}, \quad \text{και} \quad \nu = \alpha Z E/p. \quad (A'.44)$$

Στην περίπτωση όπου  $(\alpha Z)^2 \ll 1$  έχουμε:

$$\gamma \rightarrow 1, \quad \text{και} \quad L_0 \rightarrow 1. \quad (A'.45)$$

Έτσι, κάτω από αυτές τις συνθήκες ισχύει:

$$F(Z, E) = 4(2pR)^0 \exp(\pi\nu) \frac{|\Gamma(1 + i\nu)|^2}{(\Gamma(2 + 1))^2} \quad (\text{A'.46})$$

Χρησιμοποιώντας τις ιδιότητες των Γάμμα συναρτήσεων:

- $\Gamma(n + 1) = n!$
- $\Gamma(n + 1) = n\Gamma(n)$
- $\Gamma(n) \Gamma(1 - n) = \frac{\pi}{\sin\pi n}$

καταλήγουμε στην σχέση της συνάρτησης Fermi

$$F(Z, E) = \frac{2\pi\nu}{1 - \exp(-2\pi\nu)}. \quad (\text{A'.47})$$

## Παράρτημα Β'

---

### Β'.1 Ενεργειακά Χάσματα (Energy Gaps)

Ο υπολογισμός των ενεργειακών χασμάτων που υπεισέρχονται στις BCS εξισώσεις γίνεται μέσω των σχέσεων:

$$\Delta_k = - \sum_{k' > 0} \bar{v}_{k\bar{k}k'\bar{k}'} u_{k'} v_{k'} \quad (\text{B'.1})$$

όπου  $v$  και  $u$  οι πιθανότητες κάθε μονοσωματιδιακού επιπέδου να είναι κατηλλειμενο ή μη κατηλλειμένο αντίστοιχα. Τα  $v$  και  $u$  προσδιορίζονται μέσω των εξισώσεων:

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\tilde{\epsilon}_k}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2}} \right), \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tilde{\epsilon}_k}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2}} \right) \quad (\text{B'.2})$$

$$u_k^2 v_k^2 = \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta k^2}{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2} \right) \implies u_k v_k = \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta k}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_k^2 + \Delta k^2}} \right), \quad (\text{B'.3})$$

Στις παραπάνω εξισώσεις εμφανίζεται το  $\tilde{\epsilon}_k$  για το οποίο ισχύει  $\tilde{\epsilon}_k = \epsilon_k - \lambda_{p(n)}$  όπου  $\epsilon_k$  είναι η ενέργεια κάθε μονοσωματιδιακού επιπέδου και  $\lambda_{p(n)}$  το χημικό δυναμικό για πρωτόνια και νετρόνια αντίστοιχα.

Όμως για τα ενεργειακά χάσματα γνωρίζουμε ήδη ότι ισχύει [77]

$$\Delta k = (2j_k + 1)^{-1/2} \sum_{k'} (2j_{k'} + 1)^{1/2} u_{k'} v_{k'} G(kk'k'0) \quad (\text{B'.4})$$

Καθώς επίσης [78],

$$\langle abJM | H_i | cdJM \rangle = -\sigma_{ab} \sigma_{cd} G(abcdJ) \quad (\text{B'.5})$$

με

$$\sigma_{ab} = \begin{cases} 1, & a = b \\ \sqrt{2}, & a \neq b \end{cases} \quad (\text{B'.6})$$

Εφαρμόζοντας την σχέση (Β'.5) στην δική μας περίπτωση παίρνουμε:

$$\langle kk00|H_i|k'k'00\rangle = -G(kkk'k'0) \quad (\text{B'.7})$$

Και αντικαθιστώντας την, στην σχέση για τα ενεργειακά χάσματα (Β'.4) έχουμε:

$$\begin{aligned} \Delta k &= \frac{1}{[J_k]} \sum_{k'} [J_{k'}] u_{k'} v_{k'} G(kkk'k'0) \\ &= \frac{g_{pair}^{p(n)}}{[J_k]} \sum_{k'} [J_{k'}] u_{k'} v_{k'} \langle kk00|H_i|k'k'00\rangle \\ &= \frac{g_{pair}^{p(n)}}{[J_k]} \sum_{k'} \frac{[J_{k'}]}{2} \frac{\Delta k'}{\sqrt{(\varepsilon_{k'} - \lambda_{p(n)})^2 + \Delta k'^2}} \langle kk00|G|k'k'00\rangle. \end{aligned} \quad (\text{B'.8})$$

Στις παραπάνω εξισώσεις χρησιμοποιείται ο συμβολισμός  $[J]$  όπου

$$[J] = (2x + 1)^{1/2} \quad (\text{B'.9})$$

## Παράρτημα Γ'

---

### Γ'.1 Άνεμος Νετρίνων- Neutrino-driven wind

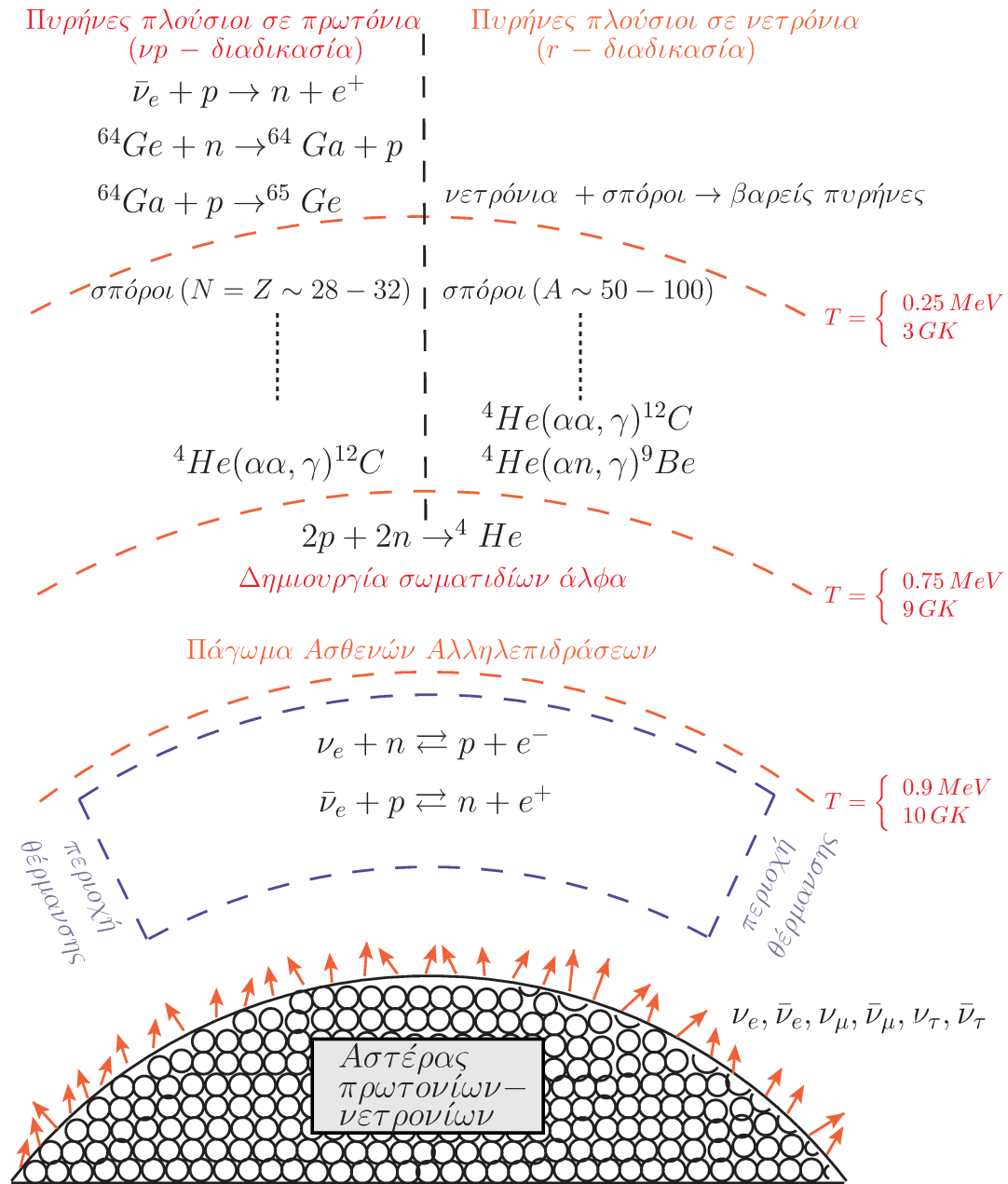
Όπως προαναφέραμε, η περιοχή στην οποία λαμβάνει χώρα η r-διαδικασία δεν είναι απόλυτα κατανοητή. Η αρχική πρόταση, ήταν ο φλοιός του He, στον οποίο πραγματοποιείται και η s-διαδικασία. Αυτό όμως, δεν μπορεί να παράγει την ροή νετρονίων που είναι απαραίτητη. Επόμενες προτάσεις περιελάμβαναν τις συγχωνεύσεις αστέρων νετρονίων, εναλλακτικές supernova εκρήξεις, μαγνητικούς ανέμους και δίσκους προσαύξεσης (accretion disks). Σήμερα, πιο πιθανή περιοχή θεωρείται ο άνεμος νετρίνων.

Από τις πρώτες δημοσιεύσεις που τόνισαν την δυνατότητα της πυρηνοσύνθεσης μέσω της r-διαδικασίας σε ένα ζεστό άνεμο νετρίνων, πάνω από έναν αστέρα πρωτονίων-νετρονίων ήταν η εργασία των Woosley και Hoffmann [166] και του Meyer [164]. Η περιοχή αυτή (του ανέμου), τοποθετείται μόλις πίσω από το κύμα της καθυστερημένης έκρηξης, και μπροστά από την ανάκρουση του πυρήνα. Ο άνεμος νετρίνων είναι εκτεθειμένος σε μια τεράστια ροή νετρίνων που προέρχονται από την ψύξη του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων (proton-neutron star). Έτσι, αυξάνεται η θερμοκρασία και η εντροπία της ύλης, έχοντας χαμηλές πυκνότητες (hot bubble). Η εντροπία σε αυτές τις συνθήκες, μπορεί να φτάσει μέχρι και αρκετές εκατοντάδες ανά βαρυόνιο και η θερμοκρασία βρίσκεται γύρω στα  $10^{10}$  K. Το σενάριο αυτό (hot bubble) συμβαίνει περίπου 1 – 20 s μετά την ανάκρουση του πυρήνα, δηλαδή μετά την n-p διαδικασία [42].

Στο σχήμα Γ'.1 παρουσιάζεται μια σχηματική αναπαράσταση της διαδικασίας αυτής. Οι υψηλές θερμοκρασίες που επικρατούν σημαίνουν ότι οι αντιδράσεις φορτισμένων σωματίων μπορούν να δημιουργήσουν πυρήνες (μέσω των α-διαδικασιών), οι οποίοι μπορούν να δράσουν σαν τους “πυρήνες-σπόρους” για τα ελεύθερα νετρόνια και έτσι να γίνει η σύλληψή τους. Για να φτάσουμε στις ακτινίδες μέσω της διαδικασίας αυτής, θα πρέπει ο λόγος των νετρονίων ανά “πυρήνες-σπόρους” να είναι περίπου ίσος με 100, δηλαδή απαιτείται λόγος  $n/p \sim 7 - 8$  ( $Y_e \sim 0.1$ ) κάτω από φυσιολογικές συνθήκες [42]. Ωστόσο, οι πολύ υψηλές τιμές της εντροπίας που επιτυγχάνονται στο μηχανισμό ‘hot bubble’ επιτρέπει ένα μεγάλο λόγο νετρονίων

προς τους “πυρήνες-σπόρους”, ακόμα και σε ύλη που είναι μετρίου πλούτου σε νετρόνια με  $Y_e > 0.4$ .

Ο μέτριος πλούτος νετρονίων στην ύλη, μπορεί να παραχθεί κατά την διάρκεια κατάρρευσης καρδιάς supernova, καθώς η ενέργεια αντινετρίων είναι γενικά μεγαλύτερη από την ενέργεια των νετρίων. Κατά την διάρκεια της φάσης της ψύξης αναμένεται η ίδια φωτεινότητα σε όλα τα κομμάτια, το οποίο τείνει να οδηγήσει ολόκληρη την ύλη σε  $Y_e < 1/2$ . Τότε υπάρχει περίπτωση τα νετρίνα να συλληφθούν από τα νετρόνια και να παράγουν πρωτόνια, και έτσι να μειώσουν τον λόγο νετρονίων προς “πυρήνες-σπόρους” [165].



Σχήμα Γ.1: Στάδια εξέλιξης της πυρηνosύνθεσης που οδηγούν στην  $r$ -διαδικασία και στην  $\nu p$ -διαδικασία. Παρουσιάζονται επίσης κάποιες σχετικές αντιδράσεις και θερμοκρασίες στις οποίες αυτές λαμβάνουν χώρα. Το σημείο στο οποίο οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις “παγώνουν” είναι το σημείο στο οποίο προσδιορίζεται ο λόγος  $Y_e$ . Κατά την διάρκεια σχηματισμού των  $\alpha$ -σωματιδίων η ροή νετρίνων μπορεί να εμποδίσει την παραγωγή βαρύτερων πυρήνων μέσω της  $r$ -διαδικασίας.





## Παράρτημα Δ'

---

### Δ'.1 Επιτρεπτές Μεταβάσεις

Στο όριο χαμηλής ενέργειας, όπου η μεταφερόμενη ορμή μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα ( $q \approx 0$ ), στις διαδικασίες ασθενών αλληλεπιδράσεων στους πυρήνες κυριαρχούν μεταβάσεις Fermi (F) και Gamow-Teller (GT). Έτσι, για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις ( $n = 0$ ), οι μόνες ροπές που συνεισφέρουν είναι οι  $\mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 0)$  (ροπή F) και  $\mathcal{M}(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1)$  ροπή GT αντίστοιχα. Σε αυτές τις περιπτώσεις ο ρυθμός μετάπτωσης μπορεί να εκφραστεί με την ακόλουθη μορφή:

$$f_0 t((B_{if}(F_{0,\pm}) + B_{if}(GT_{0,\pm})) = \frac{\pi^2 \hbar^7 \ln(2)}{2m_e^5 c^4} = D \frac{g_V^2}{4\pi},$$

$$D \equiv \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln(2)}{g_V^2 m_e^5 c^4} = 6250 \text{ sec}, \quad (\Delta'.1)$$

όπου  $f_0$  είναι η  $f$ -συνάρτηση για τις επιτρεπτές μεταπτώσεις. (Ο δείκτης 0 στην  $f_0$  συνήθως παραλείπεται εάν είναι ξεκάθαρο από τα συμφραζόμενα ότι ασχολούμαστε με την επιτρεπτή  $f$ -συνάρτηση). Οι ανηγμένες πιθανότητες μετάπτωσης στην ( $\Delta'.1$ ) δίνονται από:

$$B_{if}(F_{0,\pm}) = \frac{1}{2I+1} | \langle I \| \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 0) \| I \rangle |^2$$

$$= \frac{1}{2J_i+1} | \langle J_f(I_f I_{zf} \| \sum \tau_{0,\pm 1}^n \| J_f(I_i I_{zi}) \rangle |^2 \quad (\Delta'.2)$$

$$B_{if}(GT_{0,\pm}) = \frac{1}{2I_i+1} | \langle I_f \| \mathcal{M}(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1) \| I_i \rangle |^2$$

$$= \frac{1}{2J_i+1} | \langle J_f(I_f I_{zf} \| \sum \vec{\sigma}_n \tau_{0,\pm 1}^n \| J_f(I_i I_{zi}) \rangle |^2 \quad (\Delta'.3)$$

όπου  $J_i$  και  $I_i$  ( $J_f$  και  $I_f$ ), η αρχική (τελική) γωνιακή στροφορμή και ισοσπίν πυρηνικές καταστάσεις, αντίστοιχα. Οι μεταβάσεις Fermi προέρχονται απευθείας από

τη χρονική συνιστώσα της πυκνότητας του αδρονικού ρεύματος. Σε αυτές τις μεταβάσεις, ο προσανατολισμός του σπιν του κάθε πυρήνα διατηρείται, και, επομένως, η ολική γωνιακή στροφορμή του πυρήνα, επίσης, διατηρείται. Στην περίπτωση των μεταβάσεων Gamow-Teller (GT) οι μεταβάσεις προκύπτουν από τις χωρικές συνιστώσες της πυκνότητας του αδρονικού ρεύματος. Εισάγουν μια αντιστροφή του σπιν στον πυρήνα, και επομένως αλλάζουν την ολική στροφορμή κατά μια μονάδα. Και οι δυο μεταβάσεις, ωστόσο, διατηρούν την ομοτιμία και την ολική στροφορμή του πυρήνα. Εξαιτίας του γεγονότος ότι ο τελεστής Fermi ισούται με τον τελεστή του ισοσπίν υπολογίζεται με όλα τα τμήματα της πυρηνικής χαμιλτονιανής, εκτός από τη συνιστώσα Goulomb. Επομένως, οι μεταβάσεις Fermi μπορούν να συμβούν μόνο ανάμεσα σε καταστάσεις με το ίδιο ισοσπίν και στην περίπτωση αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων συγκεντρώνονται στην *ισοβαρή αναλογική κατάσταση* (IAS) του τελικού πυρήνα. Οι μεταβάσεις αυτές παίρνουν την ακόλουθη μορφή:

$$B_{if}(F_{0,\pm}) = I(I+1) - I_z(I_z + M_z) \quad (\Delta'.4)$$

όπου για το ολικό πυρηνικό ισοσπίν,  $I$  ισχύει  $I = I_i = I_f$ ,  $I_{zf} = I_z + M_z$  και  $M_z = 0, \pm 1$ . Η ροπή Fermi είναι ανάλογη του ολικού φορτίου μετάπτωσης:

$$\mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 0) = \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} Q_V = \frac{g_V}{(4\pi)^{1/2}} (T_x - iT_y) \quad (\Delta'.5)$$

Το στοιχείο πίνακα  $Q_V$  είναι μη μηδενικό μόνο για μεταπτώσεις μεταξύ ισοβαρών ανάλογων καταστάσεων για τις οποίες λαμβάνουμε:

$$B(F; TM_T \rightarrow TM_T \pm 1) = \frac{g_V^2}{4\pi} (T \mp M_T)(T \pm M_T + 1) \quad (\Delta'.6)$$

Ο τελεστής Gamow-Teller (GT) δεν υπολογίζεται από τις δυνάμεις της πυρηνικής χαμιλτονιανής, τις εξαρτώμενες από το σπιν και ισοσπίν, προκαλώντας μια μίξη των καταστάσεων στο χώρο τόσο του σπιν όσο και του ισοσπίν. Παρόλα αυτά, η συναφής μετάβαση του πυρήνα συγκεντρώνει την περισσότερη από την GT ισχύ σε μια στενή περιοχή κάθε μια από τις καταστάσεις του τελικού νουκλεονίου, που ονομάζεται γιγαντιαίοι συντονισμοί Gamow-Teller (GTGR). Η ροπή Gamow-Teller δίνεται από την έκφραση:

$$\mathcal{M}(j_A, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) = \frac{g_A}{(4\pi)^{1/2}} \sum_k t_-(k) \sigma_\mu(k) \quad (\Delta'.7)$$

Δεδομένου ότι οι επιτρεπτές μεταπτώσεις αναπαριστούν μια προσέγγιση που αγνοεί την μεταβολή της λεπτονικής κυματοσυνάρτησης εντός του πυρήνα, οι επιτρεπτές  $\beta$  ροπές είναι ανεξάρτητες από τη θέση των νουκλεονίων.

Σπίν $J$	Ομοτιμία	Κατάσταση
0	+	Επιτρεπόμενη Fermi
0	-	1η
1	+	Επιτρεπόμενη GT
1	-	1η
2	+	2η
2	-	1η
3	+	2η
3	-	3η
·	·	·
·	·	·

Πίνακας Δ'.1: Πολυπολικές συνεισφορές για τις επιτρεπόμενες και απαγορευμένες μεταβάσεις έως την  $J = 3$ . Η μετάβαση (GT)  $0^+ \rightarrow 0^+$  δεν είναι επιτρεπτή.

## Δ'.2 Μη επιτρεπτές μεταπτώσεις

Οι πρώτες απαγορευμένες μεταπτώσεις ( $n = 1$ ) ελέγχονται από τα στοιχεία πίνακα των ροπών:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}(\rho_A, \lambda = 0) &= (4\pi)^{-1/2} \frac{g_A}{c} \sum_k t_-(k) (\boldsymbol{\sigma}(k) \cdot \mathbf{v}_k) \\
 \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) &= g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{r}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_0
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathcal{M}(\rho_A, \lambda = 0) \\ \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) \end{aligned}} \right\} \lambda_\pi = 0 -$$

$$\begin{aligned}
 \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 1, \mu) &= g_V \sum_k t_-(k) r_k Y_{1\mu}(\hat{r}_k) \\
 \mathcal{M}(j_V, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) &= (4\pi)^{-1/2} \frac{g_V}{c} \sum_k t_-(k) (v_k)_{1\mu} \\
 \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) &= g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{r}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_{1\mu}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 1, \mu) \\ \mathcal{M}(j_V, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) \\ \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) \end{aligned}} \right\} \lambda_\pi = 1 -$$

$$\mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 2, \mu) = g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{r}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_{2\mu} \quad \left. \vphantom{\mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 2, \mu)} \right\} \lambda_\pi = 2 - \quad (\Delta'.8)$$

Οι ροπές που είναι ανεξάρτητες από τη θέση των νουκλεονίων συζεύγγονται με το μέρος εκείνο του λεπτονικού ρεύματος που είναι σταθερό εντός του όγκου του πυρήνα. Τα λεπτονικά στοιχεία πίνακα για αυτές τις ροπές είναι ακριβώς ίδια με τα αντίστοιχα στοιχεία των  $0^+$  και  $1^+$  ροπών (με τα A και V εναλλαγμένα) αφού, για τις παραβιάσεις της ομοτιμίας στις  $\beta$ -αλληλεπιδράσεις, η σύζευξη στα λεπτόνια είναι ανεξάρτητη από την ομοτιμία των πυρηνικών ροπών.

Οι ροπές  $0^-$  και  $1^-$  που είναι γραμμικές στο  $r$ , συζεύγγονται με τα λεπτόνια μέσω της παραγώγου της λεπτονικής κυματοσυνάρτησης και έτσι πολλαπλασιάζονται

με  $ik$ , όπου  $k$  είναι ο λεπτονικός κυματάριθμος εντός του πυρήνα. Η εξάρτηση του  $k$  από την ενέργεια των εκπεμπόμενων λεπτονίων συνεπάγεται μια απόκλιση του φάσματος των ηλεκτρονίων από αυτό των επιτρεπτών μεταπτώσεων.

## Παράρτημα Ε'

---

### Ε'.1 Πυρηνικά στοιχεία πίνακα ασθενικού αδρονικού ρεύματος

Η γενική ανάλυση των πυρηνικών στοιχείων πίνακα, που περιγράφουν όλες τις ημι-λεπτονικές αντιδράσεις (σύλληψη μιονίου, σύλληψη ηλεκτρονίου κλπ), ξεκινάει με την χρήση της Χαμιλτονιανής

$$\hat{H}_w = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x j_\mu^{lept}(x) \hat{\mathcal{J}}^\mu(x) \quad (Ε'.1)$$

η οποία γράφεται ως ένα γινόμενο λεπτονικού  $j_\mu^{lept}$  και αδρονικού  $\hat{\mathcal{J}}^\mu$  ρεύματος. Θεωρώντας το στοιχείο πίνακα του λεπτονικού ρεύματος, μεταξύ μίας αρχικής  $|i, \ell_i\rangle$  και μίας τελικής  $|f, \ell_f\rangle$  κατάστασης του συστήματος που πραγματοποιείται η ημι-λεπτονική αντίδραση, στο χώρο των θέσεων αυτό γράφεται ως εξής:

$$\langle \ell_f | j_\mu^{lept} | \ell_i \rangle = \ell_\mu e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}}. \quad (Ε'.2)$$

Έτσι, τα στοιχεία πίνακα της Χαμιλτονιανής (Ε'.1) θα έχουν την μορφή:

$$\langle f | \hat{H}_w | i \rangle = \frac{G}{\sqrt{2}} \ell^\mu \int d^3x e^{-i\mathbf{q}\mathbf{x}} \langle f | \hat{\mathcal{J}}_\mu(x) | i \rangle. \quad (Ε'.3)$$

Είναι σημαντικό στο σημείο αυτό να υποθέσουμε ότι η αρχική και τελική κατάσταση των πυρήνων καθορίζονται από καλά καθορισμένη ενέργεια, ορμή, ομοτιμία και ισοσπίν. Στη συνέχεια θα πρέπει να κατασκευάσουμε τις εκφράσεις που δίνουν τον τελεστή της πυκνότητας ρεύματος του πυρήνα-στόχου στη θέση  $x$ ,  $\hat{\mathcal{J}}_\mu(x)$ .

Στηριζόμενοι στη μέθοδο Donnelly-Walecka, για τον υπολογισμό των ενεργών διατομών των ημι-λεπτονικών αλληλεπιδράσεων, το θεμελιώδες πρόβλημα των πολλών σωματιών του πυρήνα-στόχου αντιμετωπίζεται στην αναπαράσταση της πρώτης κβάντωσης. Στο σημείο αυτό, κάνουμε την θεμελιώδη υπόθεση ότι ο τελεστής

πυρηνικής πυκνότητας ρεύματος προκύπτει θεωρώντας ότι τα νουκλεόνια κινούνται ανεξάρτητα μέσα στον πυρήνα. Στην αναπαράσταση πρώτης κβάντωσης, ο τελεστής πυκνότητας ρεύματος  $\hat{J}_\mu(x)$  σε πυρηνικό επίπεδο γράφεται:

$$\mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^A \mathcal{J}_\mu(\mathbf{x}_i) \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^A [J_\mu(\mathbf{x}_i) + J_{\mu 5} \mathbf{x}_i] \delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad (\text{E'.4})$$

όπου τα  $J_\mu$  και  $J_{\mu 5}$  προκύπτουν από τις εκφράσεις:

$$\langle p' | \hat{J}_\mu^\pm(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1^V \gamma_\mu + F_2^V \sigma_{\mu\nu} q_\nu] \tau_\pm u(p) \quad (\text{E'.5})$$

$$\langle p' | \hat{J}_{\mu 5}^\pm(0) | p \rangle = \bar{u}(p') [F_1^A \gamma_5 \gamma_\mu - i F_P \gamma_5 q_\mu] \tau_\pm u(p) \quad (\text{E'.6})$$

για το στοιχείο πίνακα του πολικού και αξονικού διανυσματικού ρεύματος αντίστοιχα.

Για τη μετατροπή των εκφράσεων των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα σε αντίστοιχες εύχρηστες εξισώσεις υπολογισμού μεταπτώσεων πυρηνικών στοιχείων πίνακα, είναι απαραίτητο να μεταφερθούμε σε μη-σχετικιστική εικόνα του προβλήματος πολλών νουκλεονίων (η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται ευρέως στην πυρηνική φυσική). Έτσι, εξαιτίας της μικρής μεταφερομένης ενέργειας στον πυρήνα, υιοθετούμε την μη-σχετικιστική προσέγγιση των πινάκων Dirac. Μετά από αρκετή επεξεργασία των μονονουκλεονικών στοιχείων πίνακα στο χώρο των ορμών καταλήγουμε στις παρακάτω εκφράσεις για τις συνιστώσες της πυκνότητας ρεύματος:

$$J_{0\alpha}^V(\mathbf{q}) = F_1^\alpha \tau_\alpha \quad (\text{E'.7})$$

$$\mathbf{J}_\alpha^V(\mathbf{q}) = \left( \frac{F_1^\alpha}{2M} (2\mathbf{p} + \mathbf{q}) + \frac{F_1^\alpha + F_2^\alpha}{2M} i\sigma \times \mathbf{q} \right) \tau_\alpha \quad (\text{E'.8})$$

$$J_{0\alpha}^A(\mathbf{q}) = \left( \frac{F_A^\alpha}{2M} \sigma \cdot (2\mathbf{p} + \mathbf{q}) - \frac{\omega}{2M} F_P^\alpha \sigma \cdot \mathbf{q} \right) \tau_\alpha \quad (\text{E'.9})$$

$$\mathbf{J}_\alpha^A(\mathbf{q}) = F_A^\alpha \sigma \tau_\alpha \quad (\text{E'.10})$$

Αντίστοιχα στο χώρο των θέσεων οι Εξ. (E'.7)-(E'.10) γράφονται:

$$J_{0\alpha}^V(\mathbf{r}) = F_1^\alpha \tau_\alpha \quad (\text{E'.11})$$

$$\mathbf{J}_\alpha^V(\mathbf{r}) = \left( -i \frac{F_1^\alpha}{2M} (\vec{\nabla} - \overleftarrow{\nabla}) - \frac{F_1^\alpha + F_2^\alpha}{2M} \sigma \times \vec{\nabla} \right) \tau_\alpha \quad (\text{E'.12})$$

$$J_{0\alpha}^A(\mathbf{r}) = \left( -i \frac{F_A^\alpha}{2M} \sigma \cdot (\vec{\nabla} - \overleftarrow{\nabla}) - i \frac{\omega}{2M} F_P^\alpha \sigma \cdot \vec{\nabla} \right) \tau_\alpha \quad (\text{E'.13})$$

$$\mathbf{J}_\alpha^A(\mathbf{r}) = F_A^\alpha \sigma \tau_\alpha \quad (\text{E'.14})$$

όπου ο ισοσπίν δείκτης  $\alpha = \pm$ , 0 δείχνει τον χαρακτήρα της μετάπτωσης. Αντικαθιστώντας τις Εξ. (E'.11)-(E'.14) στην Εξ. (E'.4) παίρνουμε τους τελεστές πυρηνικής πυκνότητας (δες Παράρτημα Ε'.4).

## E'.2 Μέθοδος Donnelly-Walecka

Στόχος της παρούσας διδακτορικής διατριβής είναι η μελέτη ημι-λεπτονικών ασθενών αλληλεπιδράσεων (και συγκεκριμένα της μιονικής σύλληψης και της σύλληψης ηλεκτρονίου) που συμβαίνουν στο πεδίο ενός πολύπλοκου πυρήνα ( $A \geq 12$ ). Σε μία ενοποιημένη περιγραφή των ημι-λεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων από πλευρά πυρηνικής φυσικής, οι ρυθμοί αντίδρασης ή η ολική ενεργός διατομή μιας πυρηνικής αντίδρασης  $\Gamma_{i \rightarrow f}$  μεταξύ της αρχικής  $|i\rangle$  και της τελικής  $|f\rangle$  κατάστασης γράφεται συναρτήσει των στοιχείων πίνακα της ενεργού Χαμιλτονιανής ως:

$$\Gamma_{i \rightarrow f} \propto |\langle f | H_{eff} | i \rangle|^2 \quad (E'.15)$$

όπου  $H_{eff}$  είναι η ενεργός διατομή που προκύπτει με βάση την υπόθεση ανταλλαγής ενδιάμεσων σωματιδίων μεταξύ του αδρονικού  $\hat{\mathcal{J}}^\mu$  και του λεπτονικού  $\ell_\mu^{lept}$  ρεύματος ως:

$$H_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int \ell_\mu^{lept}(\mathbf{x}) \hat{\mathcal{J}}^\mu(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}. \quad (E'.16)$$

Το στοιχείο πίνακα της Εξ. (E'.15) παριστάνει τον μετασχηματισμό Fourier των πυρηνικών στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος  $\hat{\mathcal{J}}^\mu$ , που για δεδομένο πυρήνα-στόχο προκύπτει με συνδυασμό της Εξ. (E'.4) και των (E'.11)-(E'.14). Για τις αντιδράσεις σύλληψης λεπτονίων, η μελέτη των οποίων είναι ο στόχος της παρούσας διατριβής, τα λεπτονικά στοιχεία πίνακα,  $\ell^\mu$ , γράφονται ως  $\bar{u}(\nu)\gamma_\lambda(1 - \gamma_5)u(-\nu)$  και την μεταφερομένη ορμή να είναι ίση με  $q = \nu - k$ . Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε, ότι από όλες τις πυρηνικές μεταβάσεις που θα προκύψουν από την αλληλεπίδραση λεπτονίου-πυρήνα μεγάλης σημασίας είναι εκείνες που συμβαίνουν ανάμεσα σε πυρηνικές καταστάσεις πολλών σωματιδίων που έχουν καλά καθορισμένους κβαντικούς αριθμούς σπιν, (J), ομοτιμίας, ( $\pi$ ) και του ισοσπιν, (T). Τέτοιες καταστάσεις δηλώνονται ως  $|J^\pi, T\rangle$  (J-projected method). Αυτές οι μεταβάσεις επιτρέπουν την εξερεύνηση της δομής των αδρονικών ρευμάτων [127, 128] του πυρηνικού στόχου και σε αυτές τις περιπτώσεις δρουν ως φίλτρο σπιν-ισοσπιν ανάγοντας το πολύπλοκο αδρονικό ρεύμα σε απλές ακριβείς μετρήσιμες συνιστώσες.

Από θεωρητικής άποψης, ο υπολογισμός των πλατών μετάβασης αντιδράσεων λεπτονίου-πυρήνα,  $\langle f | H_{eff} | i \rangle$ , βασίζεται στην πολυπολική ανάλυση των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος η οποία οδηγεί σε ένα σύνολο οκτώ ανεξάρτητων μη-αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών [11, 167]. Ακολουθώντας την ανάλυση αυτή, τα πλάτη μετάβασης γράφονται στην ακόλουθη μορφή:

$$\begin{aligned} \langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle &= -\frac{G}{\sqrt{2}} \langle f | \left\{ \sum_{J \geq 0} \sqrt{4\pi(2J+1)} (-i)^J \left( l_3 \hat{\mathcal{L}}_{J0}(\kappa) - l_0 \hat{\mathcal{M}}_{J0}(\kappa) \right) \right. \\ &+ \left. \sum_{\lambda = \pm 1} \sum_{J \geq 1} \sqrt{2\pi(2J+1)} (-i)^J l_\lambda \left( \lambda \hat{\mathcal{T}}_{J-\lambda}^{mag}(\kappa) + \hat{\mathcal{T}}_{J-\lambda}^{el}(\kappa) \right) \right\} | i \rangle \end{aligned} \quad (E'.17)$$

όπου οι πολυπολικοί τελεστές που υπεισέρχονται περιγράφονται παρακάτω Ε΄.3. Μια συνήθης διαδικασία που ακολουθείται σε μη προσανατολισμένους και σφαιρικούς στόχους, είναι η άθροιση πάνω στις τελικές καταστάσεις του στόχου και η εύρεση μέσου όρου ως προς τις αρχικές. Χρησιμοποιώντας το θεώρημα Wigner-Eclart (δες Παράρτημα Γ΄.1) στα στοιχεία πίνακα των μή αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i \rightarrow f} &\propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 = \frac{G^2}{2} \frac{1}{2J_i + 1} \left\{ \sum_{\lambda=\pm 1} l_\lambda l_\lambda^* \sum_{J \geq 1} 2\pi \right. \\ &\times |\langle J_f | \lambda \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} + \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle|^2 + \sum_{J \geq 0} 4\pi \left[ l_3 l_3^* |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle|^2 \right. \\ &\left. \left. + l_0 l_0^* |\langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle|^2 - 2\text{Re} \left( l_3 l_0^* \langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{E}' .18)$$

Μετά την ταξινόμηση των όρων παίρνουμε:

$$\begin{aligned} \Gamma_{i \rightarrow f} &\propto \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2 = \frac{G^2}{2} \frac{4\pi}{2J_i + 1} \\ &\times \left\{ \sum_{J \geq 0} \left[ l_3 l_3^* |\langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle|^2 + l_0 l_0^* |\langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle|^2 \right. \right. \\ &- 2\text{Re} \left( l_3 l_0^* \langle J_f | \hat{\mathcal{L}}_J | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{M}}_J | J_i \rangle^* \right) \left. \left. + \sum_{J \geq 1} \left[ \frac{1}{2} (\mathbf{1} \cdot \mathbf{1}^* - l_3 l_3^*) \left( |\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} | J_i \rangle|^2 + |\langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle|^2 \right) \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. - \frac{i}{2} (\mathbf{1} \times \mathbf{1}^*)_3 \left( 2\text{Re} \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{mag} | J_i \rangle \langle J_f | \hat{\mathcal{T}}_J^{el} | J_i \rangle^* \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{E}' .19)$$

Για να περιγράψουμε την ενεργό διατομή, ή ακριβέστερα τον μερικό ρυθμό μετάβασης από την κατάσταση  $|i\rangle$  στην κατάσταση  $|f\rangle$  της μελετούμενης ημι-λεπτονικής πυρηνικής διαδικασίας πρέπει πρώτα να γίνει η άθροιση ως προς τις τελικές καταστάσεις των λεπτονικών σπιν και εύρεσης μέσου όρου ως προς τις αρχικές σπιν-καταστάσεις του εισερχομένου λεπτονίου, δηλαδή

$$\Gamma_{fi} \propto \frac{1}{2} \sum_{lepton\,spins} \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i} \sum_{M_f} |\langle f | \hat{H}_{eff} | i \rangle|^2. \quad (\text{E}' .20)$$

### Ε΄.3 Πολυπολικοί Τελεστές

Στην ενοποιημένη θεωρία των ημι-λεπτονικών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων που αναπτύχθηκαν από τους Donnelly και Walecka [11, 56] όπως είδαμε προηγουμέ-



νως, οι υπολογισμοί των ρυθμών μετάπτωσης βασίζονται στην πολυπολική ανάπτυξη των στοιχείων πίνακα της αδρονικής πυκνότητας ρεύματος. Αυτή η πολυπολική ανάπτυξη οδηγεί σε οκτώ ανεξάρτητους ανηγμένους τανυστικούς πολυπολικούς τελεστές. Αυτοί οι τελεστές περιέχουν τις σφαιρικές συναρτήσεις Bessel,  $j_l$ , σε συνδιασμό με τις σφαιρικές αρμονικές,  $Y_M^L$ , ή τις διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές  $\mathbf{Y}_M^{(L,1)J}$  και γράφονται:

$$M_M^J(q\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(qr) Y_M^L(\hat{r}), \quad (\text{E'.21})$$

$$\mathbf{M}_M^{(L1)J}(q\mathbf{r}) = j_L(qr) \mathbf{Y}_M^{(L1)J}(\hat{r}). \quad (\text{E'.22})$$

όπου

$$\mathbf{Y}_M^{(L,1)J}(\hat{r}) = \sum_{M_L, q} \langle L m_L 1 q | J M \rangle Y_{M_L}^L(\hat{r}) \hat{e}_q \quad (\text{E'.23})$$

Οι παράμετροι  $q^\mu = (q_0, \mathbf{q})$  προσδιορίζονται από την κινηματική κάθε διαδικασίας αντίστοιχα.

## Ε'.4 Πολυπολικοί πυρηνικοί τελεστές

Η διαδικασία της πολυπολικής ανάπτυξης Donnelly-Walecka [167, 168] δίνει οκτώ ανεξάρτητους ανηγμένους τανυστικούς πολυπολικούς τελεστές. Οι τέσσερις από αυτούς, όπως φαίνονται στη συνέχεια, προέρχονται από την πολική διανυσματική συνιστώσα,  $\hat{J}_\lambda = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}})$  και οι άλλοι τέσσερις από την αξονική διανυσματική συνιστώσα  $\hat{J}_\lambda^5 = (\hat{\rho}^5, \hat{\mathbf{J}}^5)$  του αδρονικού πυρηνικού ρεύματος:

$$\widehat{M}_{JM}(q) = \widehat{M}_{JM}^{coul} - \widehat{M}_{JM}^{coul5} = \int d\mathbf{r} M_M^J(q\mathbf{r}) \widehat{\mathcal{J}}_0(\mathbf{r}), \quad (\text{E'.24})$$

$$\widehat{\mathcal{L}}_{JM}(q) = \widehat{L}_{JM} - \widehat{L}_{JM}^5 = i \int d\mathbf{r} \left( \frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}), \quad (\text{E'.25})$$

$$\widehat{T}_{JM}^{el}(q) = \widehat{T}_{JM}^{el} - \widehat{T}_{JM}^{el5} = \int d\mathbf{r} \left( \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}), \quad (\text{E'.26})$$

$$\widehat{T}_{JM}^{mag}(q) = \widehat{T}_{JM}^{mag} - \widehat{T}_{JM}^{mag5} = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}). \quad (\text{E'.27})$$

διότι υιοθετώντας τη θεωρία V-A ισχύει:

$$\widehat{\mathcal{J}}_\mu = \hat{J}_\mu - \hat{J}_\mu^5 = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}}) - (\hat{\rho}^5, \hat{\mathbf{J}}^5) \quad (\text{E'.28})$$

Οι παραπάνω εξισώσεις των οκτώ μη αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών Εξ. (Ε'.24)-(Ε'.27) περιγράφουν όλες τις ασθενείς ημι-λεπτονικές αντιδράσεις με πυρήνες, και είναι τανυστικοί τελεστές τάξης  $J$  και δρουν στον χώρο Hilbert του πυρηνικού συστήματος που μελετάμε.

Αυτοί οι πολυπολικοί τανυστικοί τελεστές μπορούν να γραφούν συναρτήσει των επτά βασικών τελεστών  $T_i^{JM}(\mathbf{qr})$ ,  $i = 1, 2, \dots, 7$  ως:

$$\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{qr}) = F_1^V(q_\mu^2)M_M^J(\mathbf{qr}), \quad (E'.29)$$

$$\hat{L}_{JM}(\mathbf{qr}) = \frac{q_0}{q}\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{qr}), \quad (E'.30)$$

$$\hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{qr}) = \frac{q}{M_N} \left[ F_1^V(q_\mu^2)\Delta'_M{}^J(\mathbf{qr}) + \frac{1}{2}\mu^V(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{qr}) \right], \quad (E'.31)$$

$$i\hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{qr}) = \frac{q}{M_N} \left[ F_1^V(q_\mu^2)\Delta_M^J(\mathbf{qr}) - \frac{1}{2}\mu^V(q_\mu^2)\Sigma'_M{}^J(\mathbf{qr}) \right], \quad (E'.32)$$

$$i\hat{M}_{JM}^5(\mathbf{qr}) = \frac{q}{M_N} \left[ F_A(q_\mu^2)\Omega_M^J(\mathbf{qr}) + \frac{1}{2}(F_A(q_\mu^2) + q_0F_P(q_\mu^2))\Sigma''_M{}^J(\mathbf{qr}) \right] \quad (E'.33)$$

$$-i\hat{L}_{JM}^5(\mathbf{qr}) = \left[ F_A(q_\mu^2) - \frac{q^2}{2M_N}F_P(q_\mu^2) \right] \Sigma''_M{}^J(\mathbf{qr}), \quad (E'.34)$$

$$-i\hat{T}_{JM}^{el5}(\mathbf{qr}) = F_A(q_\mu^2)\Sigma'_M{}^J(\mathbf{qr}), \quad (E'.35)$$

$$\hat{T}_{JM}^{mag5}(\mathbf{qr}) = F_A(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{qr}). \quad (E'.36)$$

ή πιο συνοπτικά γράφονται ως:

$$\widehat{\mathcal{M}}_{JM}(qr) = \widehat{M}_{JM}^{coul} + \widehat{M}_{JM}^{coul5} \quad (E'.37)$$

$$= F_1^V M_M^J(qr) - i\frac{q}{M_N} [F_A \Omega_M^J(qr) + \frac{1}{2}(F_A + q_0 F_P) \Sigma''_M{}^J(qr)]$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{L}}_{JM}(qr) &= \widehat{L}_{JM} + \widehat{L}_{JM}^5 \\ &= \frac{q_0}{q} F_1^V M_M^J(qr) + i F_A \Sigma''_M{}^J(qr) \end{aligned} \quad (E'.38)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{el}(qr) &= \widehat{T}_{JM}^{el} + \widehat{T}_{JM}^{el5} \\ &= \frac{q}{M_N} [F_1^V \Delta'_M{}^J(qr) + \frac{1}{2}\mu^V \Sigma_M^J(qr)] + i F_A \Sigma'_M{}^J(qr) \end{aligned} \quad (E'.39)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{mag}(qr) &= \widehat{T}_{JM}^{mag} + \widehat{T}_{JM}^{mag5} \\ &= -\frac{q}{M_N} [F_1^V \Delta_M^J(qr) - \frac{1}{2}\mu^V \Sigma'_M{}^J(qr)] + i F_A \Sigma_M^J(qr) \end{aligned} \quad (E'.40)$$

Από αυτούς τους τελεστές μόνο οι επτά είναι γραμμικά ανεξάρτητοι μεταξύ τους, καθώς όπως φαίνεται και στην Εξ. (E'.30) ο τελεστής  $\hat{L}_{JM}(\mathbf{qr})$  γράφεται συναρτήσει του  $\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{qr})$ . Η πολική διανυσματική συνιστώσα του ρεύματος  $J_\mu$  οδηγεί στους τελεστές: Coulomb ( $M_{JM}^{coul}$ ), longitudinal ( $L_{JM}$ ), transverse electric ( $T_{JM}^{el}$ ) και transverse magnetic ( $T_{JM}^{mag}$ ). Από αυτούς οι τρεις πρώτοι τελεστές έχουν κανονική ομοτιμία (normal parity  $\pi = (-)^J$ ) ενώ ο τελεστής  $T_{JM}^{mag}$  έχει μη-κανονική ομοτιμία (ubnormal parity  $\pi = (-)^{J+1}$ ). Αντίστοιχα, η αξονική διανυσματική συνιστώσα

του ρεύματος, οδηγεί στους τελεστές ( $M_{JM}^{coul5}$ ), ( $L_{JM}^5$ ), ( $T_{JM}^{el5}$ ) και ( $T_{JM}^{mag5}$ ) εκ των οποίων οι τρεις πρώτοι έχουν μη-κανονική ομοτιμία και ο τελευταίος κανονική. Οι παραπάνω τελεστές υπεισέρχονται ανάμεσα στην αρχική  $|J_i^\pi, T_i\rangle$  και τελική  $|J_f^\pi, T_f\rangle$  κατάσταση ώστε να προκύψει η συνεισφορά τους στη διαδικασία της αντίδρασης.

Στις σχέσεις (Ε'.29)-(Ε'.36) εμφανίζονται οι παράγοντες δομής ελεύθερου νουκλεονίου  $F_X(q_\mu^2)$ ,  $X=1, A, P$  και  $\mu^V(q_\mu^2)$ , η ανάλυση των οποίων γίνεται στο Παράρτημα Ε'.7

## Ε'.5 Αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου

Οι παραπάνω τελεστές συμβολίζονται ως  $T_i^{JM}(q\mathbf{r})$ ,  $i=1, 2, \dots, 7$  και στην αναπαράσταση πρωτονίου-νετρονίου δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$T_1^{JM} \equiv M_M^J(q\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(\rho) Y_M^L(\hat{r}), \quad (\text{Ε'.41})$$

$$T_2^{JM} \equiv \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{Ε'.42})$$

$$T_3^{JM} \equiv \Sigma'_M{}^J(q\mathbf{r}) = -i \left[ \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{Ε'.43})$$

$$T_4^{JM} \equiv \Sigma''_M{}^J(q\mathbf{r}) = \left[ \frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{Ε'.44})$$

$$T_5^{JM} \equiv \Delta_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (\text{Ε'.45})$$

$$T_6^{JM} \equiv \Delta'_M{}^J(q\mathbf{r}) = -i \left[ \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (\text{Ε'.46})$$

$$T_7^{JM} \equiv \Omega_M^J(q\mathbf{r}) = M_M^J(q\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{1}{q} \nabla. \quad (\text{Ε'.47})$$

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφερθεί πως ανάλογα με την ομοτιμία της πολυπολικής μετάπτωσης  $|J_m^\pi\rangle$  της υπό μελετη αντίδρασης, στους ρυθμούς σύλληψης ή αντίστοιχα στις ενεργές διατομές σε ένα δεδομένο πυρηνικό ισότοπο, από τους οκτώ πολυπολικούς τελεστές θα συνεισφέρουν εκείνοι η ομοτιμία των οποίων συμπίπτει με εκείνη της πυρηνικής μετάπτωσης (κανονικής ή μη ομοτιμίας).

## Ε'.6 Συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις ανηγμένων στοιχείων πίνακα

Οι συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις των ανηγμένων στοιχείων πίνακα της μορφής  $\langle j_1 || T_i^J || j_2 \rangle$  των επτά βασικών τελεστών των Εξ. (Ε'.41)-(Ε'.47) γράφονται ως:

$$\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle = e^{-y} y^{\beta/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \mathcal{P}_\mu^J y^\mu, \quad y = (qb/2)^2 \quad (\text{Ε'.48})$$

Στο άθροισμα, το άνω όριο  $n_{max}$  παριστάνει τον μέγιστο αριθμό των κβάντων αρμονικού ταλαντωτή που περιλαμβάνονται στο χώρο μοντέλου που επιλέχθηκε.

$$n_{max} = (N_1 + N_2 - \beta)/2. \quad (E'.49)$$

Λεπτομερής ανάλυση των συμπαγών αναλυτικών εκφράσεων των ανηγμένων στοιχείων πίνακα υπάρχουν στις εργασίες [56, 169, 170]. Επιπλέον οι εκφράσεις των συντελεστών  $\mathcal{P}_\mu^J$  και οι ακέραιοι αριθμοί  $\beta$  των παραπάνω εξισώσεων βρίσκονται αναλυτικά γραμμένοι στην εργασία [56].

Στα πλαίσια της pn-QRPA, τα απαραίτητα ανηγμένα στοιχεία πίνακα μεταξύ της αρχικής  $|0_{gs}^+\rangle$  και οποιασδήποτε τελικής  $|f\rangle$  κατάστασης που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς των μερικών ρυθμών συλλήψης ή και των ενεργών διατομών γράφονται ως:

$$\langle f | \hat{T}^J | 0_{gs}^+ \rangle = \sum_{j_2 \geq j_1} \frac{\langle j_2 | \hat{T}^J | j_1 \rangle}{[J]} [X_{j_2 j_1} u_{j_2}^p v_{j_1}^n + Y_{j_2 j_1} v_{j_2}^p u_{j_1}^n] \quad (E'.50)$$

όπου  $u_j$  και  $v_j$  είναι τα πλάτη πιθανότητας για κάθε  $j$ -επίπεδο να είναι μη-κατειλημμένο ή κατειλημμένο αντίστοιχα [80]. Αυτά τα στοιχεία πίνακα υπεισέρχονται στην περιγραφή όλων των ασθενών ημιλεπτονικών αλληλεπιδράσεων παρουσία πυρήνων [11, 56–58, 82–85, 94, 171, 172]. Στην σχέση (E'.50) χρησιμοποιείται ο συμβολισμός  $[J]$  για τον οποίο ισχύει  $[J] = \sqrt{2J+1}$ .

## E'.7 Παράγοντες δομής νουκλεονίου

Στις Εξ. (E'.29) - (E'.36) εμφανίζονται οι παράγοντες δομής ελεύθερου νουκλεονίου  $F_X(q_\mu^2)$ ,  $X=1, A, P$  και  $\mu^V(q_\mu^2)$  που είναι συναρτήσεις του  $q_\mu^2$ . Αυτοί οι παράγοντες δομής μπορούν να γραφούν ως εξής:

$$F_1^V(q_\mu^2) = 1.000 \left[ 1 + \left( \frac{q}{840 \text{ MeV}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (E'.51)$$

$$\mu^V(q_\mu^2) = 4.706 \left[ 1 + \left( \frac{q}{840 \text{ MeV}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (E'.52)$$

$$F_A(q_\mu^2) = g_A \left[ 1 + \left( \frac{q}{1032 \text{ MeV}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (E'.53)$$

$$F_P(q_\mu^2) = \frac{2 m_N F_A(q_\mu^2)}{q^2 + m_\pi^2} \quad (E'.54)$$

όπου  $m_N$  είναι η μάζα του νουκλεονίου και  $g_A$  είναι η σταθερά σύζευξης ελεύθερου νουκλεονίου.

## Παράρτημα Γ'

---

### Γ'.1 Θεώρημα Wigner-Eckart

Σύμφωνα με το θεώρημα Wigner-Eckart τα στοιχεία πίνακα των μη αναγωγίσιμων τανυστικών τελεστών μπορούν να γραφούν με την βοήθεια των 3-j συμβόλων ως:

$$\langle J_f M_f | \widehat{\mathcal{T}}^{JM} | J_i M_i \rangle = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & J & J_i \\ -M_f & M & M_i \end{pmatrix} \langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}^J || J_i \rangle \quad (\Gamma'.1)$$

Για την ισχύ του θεωρήματος Wigner-Eckart θα πρέπει να ισχύουν οι παρακάτω κανόνες επιλογής:

- $M_f = M + M_i$
- $|J_f - J| \leq J_i \leq J_f + J$

### Γ'.2 Συντελεστές Clebsch-Gordan

Η κατασκευή μιας κατάστασης ενός συστήματος, στροφορμής  $J$  και αντίστοιχης προβολής  $M$ , από δύο άλλες καταστάσεις που έχουν αντίστοιχα  $j_i, m_i$  ( $i = 1, 2$ ) γράφεται:

$$\psi(j_1 j_2 J M) = \sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 | J M) \psi(j_1 m_1) \psi(j_2 m_2) \quad (\Gamma'.2)$$

Οι συντελεστές Clebsch-Gordan  $(j_1 m_1 j_2 m_2 | J M)$  είναι πραγματικοί έτσι ώστε

$$(j_1 j_1 j_2 j_2 | j_1 + j_2 j_1 + j_2) = 1, \quad (j_1 m_1 j_2 - j_2 | j m) \geq 0 \quad (\Gamma'.3)$$

Έτσι έχουμε

$$(j_1 m_1 j_2 m_2 | J M) = \langle \psi(j_1 j_2 J M) | \psi(j_1 m_1) \psi(j_2 m_2) \rangle \quad (\Gamma'.4)$$

που είναι ένας πίνακας ενός μοναδιαίου μετασχηματισμού:

$$\psi(j_1 m_1) \psi(j_2 m_2) = \sum_{JM} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) \psi(j_1 j_2 JM) \quad (\Gamma'.5)$$

Χρήσιμες σχέσεις είναι οι ακόλουθες:

$$\sum_{m_1 m_2} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) (j_1 m_1 j_2 m_2 | J' M') = \delta_{JJ'} \delta_{MM'} \quad (\Gamma'.6)$$

$$\sum_{JM} (j_1 m_1 j_2 m_2 | JM) (j_1 m'_1 j_2 m'_2 | JM) = \delta_{m_1 m'_1} \delta_{m_2 m'_2} \quad (\Gamma'.7)$$

### Γ'.3 3-j Σύμβολα

Τα 3-j σύμβολα [173] που χρησιμοποιούνται και στο θεώρημα Wigner-Eckart που είδαμε προηγουμένως, που χρησιμοποιούνται για την σύζευξη δύο στροφορμών  $j_1$  και  $j_2$  όπου  $j_3 = j_1 + j_2$  μπορούν να γραφούν με την βοήθεια των συντελεστών Clebsch-Gordan ως:

$$\begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & m_3 \end{pmatrix} \equiv (-1)^{j_1 - j_2 - m_3} [j_3]^{-1} (j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 - m_3). \quad (\Gamma'.8)$$

$$= 0 \quad \text{if } m_1 + m_2 + m_3 \neq 0 \quad \text{and } j_1 + j_2 \neq j_3 \quad (\Gamma'.9)$$

Και αντιστοίχως παίρνουμε:

$$(j_1 m_1 j_2 m_2 | j_3 m_3) = (-1)^{j_1 - j_2 - m_3} [j_3] \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j_3 \\ m_1 & m_2 & -m_3 \end{pmatrix} \quad (\Gamma'.10)$$

### Γ'.4 6-j Σύμβολα

Για την σύζευξη τριών στροφορμών  $j_1, j_2, j_3$  θα πρέπει να γίνουν δύο συζεύξεις, πρώτα από τα  $j_1 + j_2$  να πάρουμε το  $j_{12}$  το οποίο στη συνέχεια θα συζευχθεί με το  $j_3$  και θα δώσει το  $J$ . Το ίδιο αποτέλεσμα μπορούμε να έχουμε αν αρχικά γίνει η σύζευξη  $j_2 + j_3$  και στην συνέχεια με το  $j_1$  δίνοντας μας το  $J$ . Η σύζευξη που προαναφέραμε πραγματοποιείται με την χρήση των συμβόλων 6-j [173] μέσω της σχέσης:

$$\langle j_1 j_2 (j_{12}) j_3; J | j_1, j_2 j_3 (j_{23}); J \rangle \equiv (-1)^{j_1 + j_2 + j_3 + J} [j_{12}] [j_{23}] \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & J & j_{23} \end{Bmatrix}. \quad (\Gamma'.11)$$

Όσον αφορά τα 6-j σύμβολα ισχύει:

$$\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & J & j_{23} \end{Bmatrix} = 0, \quad \text{αν δεν ισχύει} \quad \begin{aligned} |j_1 - j_2| &\leq j_{12} \leq j_1 + j_2 \\ |j_3 - j_2| &\leq j_{23} \leq j_3 + j_2 \\ |j_1 - J| &\leq j_{23} \leq j_1 + J \\ |j_3 - J| &\leq j_{12} \leq j_3 + J \end{aligned} \quad (\Gamma'.12)$$

## Γ'.5 9-j Σύμβολα

Τέλος για την σύζευξη τεσσάρων στροφορμών  $j_1, j_2, j_3, j_4$  μπορούμε να ακολουθήσουμε τις εξής συζεύξεις:

- $j_1 + j_3 = j_{13}, j_2 + j_4 = j_{24}, j_{13} + j_{24} = J$
- $j_1 + j_2 = j_{12}, j_3 + j_4 = j_{34}, j_{12} + j_{34} = J$

Για την παραπάνω σύζευξη χρησιμοποιούμε τα σύμβολα 9-j [173] και έχουμε:

$$\langle j_1 j_3 (j_{13}) j_2 j_4 (j_{24}); J | j_1 j_2 (j_{12}) j_3 j_4 (j_{34}); J \rangle = [j_{13}] [j_{24}] [j_{12}] [j_{34}] \begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & j_4 & j_{34} \\ j_{13} & j_{24} & J \end{Bmatrix} \quad (\Gamma'.13)$$

Στις παραπάνω σχέσεις χρησιμοποιείται ο συμβολισμός  $[j_i]$  όπου  $[j_i] = \sqrt{2j_i + 1}$ .

## Γ'.6 Συντελεστές Racah W

Οι συντελεστές Racah είναι ίδιοι με τα 6-j σύμβολα διαφέροντας μόνο κατά ένα παράγοντα φάσης:

$$\begin{Bmatrix} j_1 & j_2 & j_{12} \\ j_3 & J & j_{23} \end{Bmatrix} = (-1)^{j_1 + j_{12} + j_3 + j_{23}} W(j_1 j_2 J j_3; j_{12} j_{23}). \quad (\Gamma'.14)$$

Το πλεονέκτημα του ανωτέρου τύπου είναι πως αντί για τους συντελεστές Racah μπορούμε να χρησιμοποιούμε τα 6-j σύμβολα που λόγω των συμμετρικών τους ιδιοτήτων είναι ευκολότερο να τα θυμόμαστε.

Επιπλέον, οι συντελεστές Racah συνδιάζονται με τους συντελεστές επανασύζευξης ως:

$$W(j_1 j_2 J j_3; j_{12} j_{23}) \equiv [(2j_{12} + 1)(2j_{23} + 1)]^{-1/2} \langle (j_1, (j_2 j_3) j_{23}) J | ((j_1 j_2) j_{12}, j_3) J \rangle. \quad (\Gamma'.15)$$





## Παράρτημα Ζ'

---

### Ζ'.1 Η κυματοσυνάρτηση του μιονίου σε ένα μιονικό άτομο

Για τους ακριβείς υπολογισμούς της κυματοσυνάρτησης του μιονίου,  $\Phi_{1s}(\mathbf{r})$ , είναι απαραίτητη η χρήση μιας συγκεκριμένης υπολογιστικής μεθόδου. Ωστόσο, αυτό μπορεί να αποφευχθεί χρησιμοποιώντας είτε την τιμή της όταν  $r \simeq 0$ , δηλαδή  $\Phi_{1s}(r \simeq 0)$ , είτε όπως αναφέρθηκε στην Ενότητα 4.4.1, χρησιμοποιώντας μια μέση τιμή  $\langle \Phi_{1s} \rangle$ , η οποία δίνεται σε σχέση με το effective πυρηνικό φορτίο  $Z_{eff}$ , το οποίο βλέπει το δέσμιο μόνιο ως

$$\langle \Phi_{1s} \rangle^2 = \frac{1}{\pi} \alpha^3 m_\mu^3 \frac{Z_{eff}^4}{Z} \quad (\text{Ζ'.1})$$

(το  $\alpha$  υποδηλώνει την σταθερά της λεπτής υφής). Η ποσότητα  $Z_{eff}$  μπορεί να προσεγγισθεί από την εξίσωση  $Z_{eff}^4 = \pi \alpha_0^3 \langle \rho \rangle$ , όπου  $\alpha_0$  είναι η ακτίνα Bohr του μιονίου και  $\langle \rho \rangle$  είναι η μέση πυκνότητα φορτίου του μητρικού πυρήνα [174]. Για τους ελαφρείς πυρήνες  $Z_{eff} \simeq Z$  αλλά για τους βαρύτερους  $Z_{eff} \ll Z$ .

Σε πρόσφατες μελέτες η ακριβής κυματοσυνάρτηση του δέσμιο μιονίου παρέχεται λύνοντας τις εξισώσεις Schroedinger και Dirac χρησιμοποιώντας τεχνικές νευρωνικών δικτύων ή με γενετικούς αλγόριθμους [131, 132, 175]. Στην εργασία των Zinner, Langanke και Vogel [112], για την περιγραφή της ακριβούς κυματοσυνάρτησης δέσμιο μιονίου, θεωρούν στη λύση της Εξίσωσης Dirac την πυκνότητα μιονίου πέρα από τα όρια του πυρήνα. Οι συγγραφείς αυτοί χρησιμοποιούν την ακριβή μορφή της κυματοσυνάρτησης του μιονίου και για άλλες μιονικές τροχιές όπως  $\Phi_{2p}$ , κλπ οι οποίες θεωρούν ότι έχουν αρκετά μεγάλη συνεισφορά [112].

Σε σχετικιστικό επίπεδο, η μελέτη των αντιδράσεων δέσμιο μιονίου απαιτεί την επίλυση της εξίσωσης Dirac, όπως είδαμε στο Παράρτημα (Α'.2). Επειδή ο πυρήνας θεωρείται σφαιρικά συμμετρικός, η εστίαση γίνεται στο ακτινικό μέρος των δύο συνιστωσών, της μικρής  $f(r)$  και της μεγάλης συνιστώσας  $g(r)$  [112, 131, 132, 176, 177]. Σε αυτή την περίπτωση η κυματοσυνάρτηση του μιονίου έχει την μορφή σαν αυτή που περιγράφηκε προηγουμένως (δες Παράρτημα (Α'.2) Εξ. (Α'.36) )

όπου οι ακτινικές συναρτήσεις ικανοποιούν τις σχέσεις (Α'.37) και αντίστοιχα για την  $\chi_{κμ}$  ισχύουν οι ορισμοί του Παραρτήματος (Α'.2) Εξ.(Α'.29).

Οι παραπάνω Εξισώσεις είναι πολύ γενικές για την περιγραφή των εξισώσεων Dirac, λεπτομερής ανάλυση αυτών μπορεί να βρεθεί στις Εργασίες [131,178]. Καθώς το μίονιο συλλαμβάνεται από την 1s τροχιά έχουμε  $\ell = 0$  και  $\ell' = 1$ . Έτσι καθώς το  $\ell'$  είναι μη μηδενικό πλέον δεν μπορεί απλά να πολλαπλασιάζεται η κυματοσυνάρτηση με τους μη-αναγωγίσιμους πυρηνικούς τελεστές και να έχουμε καλά ορισμένη ολική στροφορμή.

Λεπτομέρειες της επίλυσης των παραπάνω εξισώσεων χρησιμοποιώντας την μέθοδο που προαναφέραμε θα βρείτε [112, 131, 132, 176–178].

## Παράρτημα Η'

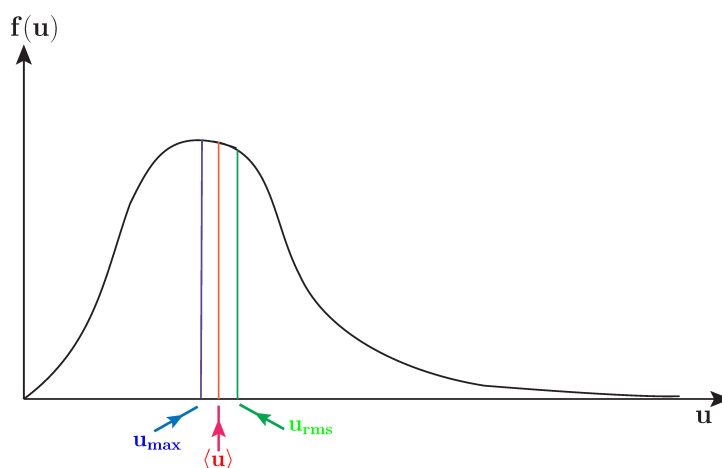
---

### Η'.1 Κατανομή Maxwell-Boltzmann

Όπως αναφέραμε στο Κεφ. 6 τα εισερχόμενα ηλεκτρόνια στην αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες ακολουθούν την κατανομή Maxwell-Boltzmann. Σύμφωνα με την κατανομή Maxwell-Boltzmann, η συνάρτηση κατανομής των μορίων του αερίου, δίνεται από την σχέση:

$$f(v) = 4\pi^{-1/2} \left( \frac{m}{2kT} \right)^{3/2} v^2 \exp \left( \frac{-mv^2}{2kT} \right) \quad (\text{Η'.1})$$

Η παραπάνω σχέση μας παρέχει το κλάσμα των μορίων ανά μονάδα όγκου ενός αερίου που οι ταχύτητες τους βρίσκονται σε ένα μοναδιαίο διάστημα που εμπεριέχει τη συγκεκριμένη ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης της κατανομής Maxwell-Boltzmann φαίνεται στο Σχήμα Η'.1.



Σχήμα Η'.1: Κανονική μορφή κατανομής Maxwell-Boltzmann.

Όπως θα περίμενε κανείς, η συνάρτηση μηδενίζεται για  $v = 0$  καθώς και για  $v \rightarrow \infty$ , αφού δεν υπάρχουν ακίνητα μόρια ή μόρια κινούμενα με άπειρη ταχύτητα.

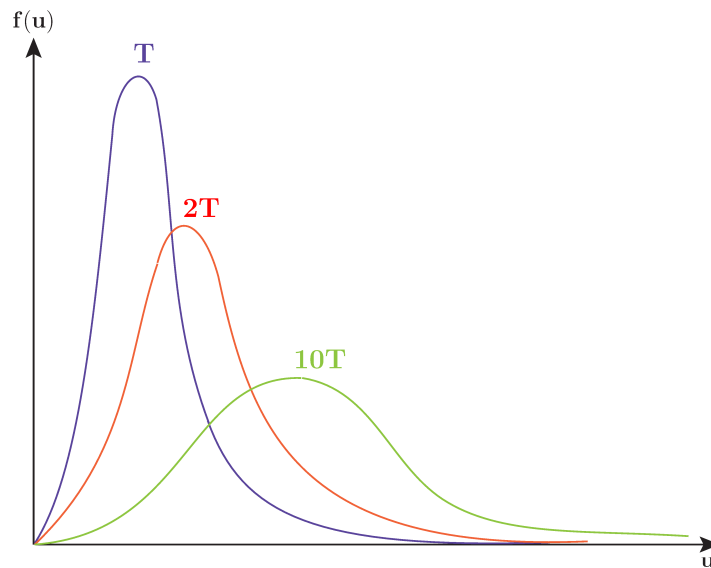
Επιπλέον, χρήσιμες ποσότητες που μπορούμε να υπολογίσουμε μέσω της κατανομής Maxwell-Boltzmann είναι [179]:

1) η μέση ταχύτητα των μορίων  $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

2) η ενεργός ταχύτητα των μορίων  $v_{rms} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

3) η  $v_{max}$  στην οποία μεγιστοποιείται η κατανομή (έχει την μεγαλύτερη πιθανότητα να εμφανιστεί),  $v_{max} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ .

Παρατηρούμε ότι  $v_{max} < \langle v \rangle < v_{rms}$ . Στο σχήμα Η'.2 δίνονται οι αντίστοιχες κατανομές για τρεις διαφορετικές θερμοκρασίες. Εφόσον το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη είναι σταθερό, όσο αυξάνει η θερμοκρασία, επειδή η πιθανότητα των μεγάλων ταχυτήτων αυξάνει, η καμπύλη μετακινείται δεξιά και το μέγιστο αυξάνει.



Σχήμα Η'.2: Μεταβολή της κατανομής Maxwell-Boltzmann με την θερμοκρασία. Όσο αυξάνεται η θερμοκρασία, τόσο και η κατανομή μετατοπίζεται προς τα δεξιά και το μέγιστό της χαμηλώνει.

---

## Βιβλιογραφία

- [1] H.A. Bethe *Rev. Mod. phys.* **62** (1990) 801.
- [2] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, *Rev. Mod. Phys.* **75** (2003) 819.
- [3] B.S. Meyer, *Annu. Rev. Astron. Astrophys.* **32** (1994) 153.
- [4] C. Frohlich, G. Martinez-Pinedo G, et al *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 142502.
- [5] H.T. Janka, K. Langanke, A. Mareka, G. Martinez-Pinedo and B. Mulera, *Phys. Rept.* **442** (2007) 38.
- [6] D.J. Dean, K. Langanke, L. Chatterjee, P.B. Radha and M.R. Strayer, *Phys. Rev. C* **58** (1998) 536.
- [7] Y.F. Niu, N. Paar, D. Vretenar, and J. Meng *Phys. Rev. C* **83** (2011) 0458507.
- [8] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, et al *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 241102.
- [9] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, *Nucl. Phys. A* **673** (2000) 481.
- [10] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and J.M. Sampaio *Phys. Rev. C* **64** (2001) 055801.
- [11] T.W. Donnelly and R.D. Peccei, *Phys. Rep.* **50** (1979) 1.
- [12] J.S. O'Connell, T.W. Donnelly, J.D. Walecka, *Phys. Rev. C* **6**(1972) 719.
- [13] T.W. Donnelly and J.D. Walecka *Phys. Lett. B* **41**(1972) 275.
- [14] F.H. Shu, *The Physical Universe: An Introduction to Astronomy*, (University Science Books, Mill Valley, 1982. Ελληνική έκδοση: *Δομή και Εξέλιξη του Σύμπαντος* (Πανεπιστημιακές εκδόσεις Κρήτης, 1990).

- [15] A.C. Phillips *The Physics of Stars*, (Willey, New York, 1999).
- [16] K. Langanke, *Nuclear Astrophysics: Evolution of Stars from Hydrogen Burning to Supernova Explosion*, (Springer, 2007) 3.
- [17] S.E. Woosley and T.A. Weaver, *Astrophys. J. Suppl.* **101** (1995) 181.
- [18] J.N. Bahcall, *Neutrino Astrophysics*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1989).
- [19] H. Goldberg and M.D. Scadron, *Physics of Stellar Evolution and Cosmology*, (Gordon and Breach, New York, 1981).
- [20] H.A. Bethe and J.R. Wilson, *Astrophys. J.* **295** (1985) 14.
- [21] H. Suzuki, *Spinger-Verlag* **730** (1994) 763.
- [22] S. Chandrasekar, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **50** (1938) 771.
- [23] H.T. Janka, A. Marek, and F.S. Kitaura, *AIP Conf.Proc.* **937** (2007) 144.
- [24] A. Burrows, E. Livne, L. Dessart, C.D. Ott, and J. Murphy, *Astrophys. J.* **655** (2007) 416.
- [25] D.D. Clayton, *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, (University of Chicago Press, Chicago IL, 1983).
- [26] F. Hoyle, W.A Fowler *Astrophys.J.* **132** (1960) 565
- [27] F. Hoyle, W.A Fowler *Astrophys.J.* **134** (1961) 1028.
- [28] W.A Fowler, F. Hoyle, *Astrophys.J.Suppl.* **9** (1964) 201.
- [29] E.M. Burbidge, G.R. Burbidge, W.A. Fowler, and F. Hoyle, *Rev. Mod. Phys.* **29** (1957) 547.
- [30] A. G. W. Cameron, *P.A.S.P* **96** (1957) 201.
- [31] J.W. Truran, I.J. Iben *Ap. J.* **216** (1977) 797.
- [32] W.D. Arnett and F.K. Thielemann *Ap. J.* **295** (1985) 589.
- [33] I. Barafee, N. Prantzos, *Astron. Astrophys.* **258** (1992) 357.
- [34] J.P. Arcoragi, N. Langer and M. Arnould *Astron. Astrophys.* **249** (1991) 134.
- [35] C.M. Raiteri M. Busso, R. Gallino and L. Pulone *Ap. J.* **367** (1991b) 228.
- [36] D.N. Schwarzschild, R. Harm *Ap. J.* **150** (1967) 961.

- [37] R.K. Ulrich, *In Explosive Nucleosynthesis*, (Austin Univ. Texas Press, 1973).
- [38] C. Sneden, M. Parthasarathy *Ap. J.* **267** (1983) 757.
- [39] C. Sneden, C.A. Pilachowski *Ap. J. Lett.* **288** (1985) L55.
- [40] K.L. Kratz, J.P. Bitouzet, F.K. Thielemann, P. Moller and B. Pfeiffer *Ap. J.* **403** (1993) 216.
- [41] K.L. Kratz et al., *J. Phys. G* **24** (1988) S331.
- [42] N.T. Zinner *Nuclear Reactions for Nuclear Astrophysics*, PhD. Thesis, Univ. of Aarhus (2007).
- [43] J. Pruet, R.D. Hoffman, S.E. Woosley, H.-T. Janka and R. Buras, *Astrophys. J.* **644** (2006) 1028.
- [44] E. Anders and N. Grevesse *Geochim. Cosmochim. Acta* **53** (1989) 197.
- [45] F. Kappeler, H. Beer and K. Wisshak *Rep. Prog. Phys.* **52** (1989) 945
- [46] H.A. Bethe, G.E. Brown, J. Applegate and J.M. Lattimer *Nucl. Phys. A* **324** (1979) 487.
- [47] J.U. Nabi, *Astrophys.Space Sci* **331** (2011) 537.
- [48] J.U. Nabi, M. Sajjad, M.U. Rahman *Acta Phys.Polon. B* **38** (2007) 3203.
- [49] Q. Zhi, K. Langanke, et al *Nucl. Phys. A* **859** (2011) 172.
- [50] M. Punturo, M. Abernathy, K.D. Kokkotas, et al., *Class. Quant. Grav.* **27** (2010) 084007.
- [51] N. Andersson, V. Ferrari, D.I. Jones, K.D. Kokkotas, et al., *Gen.Rel.Grav.* **43** (2011) 409.
- [52] K. Langanke, E. Kolbe and D.J. Dean *Phys.Rev. C* **63** (2001) 032801.
- [53] G.M. Fuller, W.A. Fowler, M.J. Newman *Ap. J. Suppl.* **42** (1980) 447.
- [54] G.M. Fuller, W.A. Fowler, M.J. Newman *Ap. J. Suppl.* **48** (1982) 279.
- [55] G.M. Fuller, W.A. Fowler, M.J. Newman *Astrophys. J.* **252** (1982) 715.
- [56] V.C. Chasioti, T.S. Kosmas, *Nucl. Phys. A* **829** (2009) 234.
- [57] V. Tsakstara and T.S. Kosmas, *Phys. Rev. C* **83** (2011) 054612.
- [58] K.G. Balasi, E. Ydrefors, and T.S. Kosmas, *Nucl. Phys. A* **868** (2011) 82.

- [59] J. Toivanen, E. Kolbe, et al *Nucl. Phys. A* **694** (2001) 395.
- [60] P. Sarriguren, E. Moya de Guerra, et al *Nucl. Phys. A* **716** (2003) 230.
- [61] E. Moya de Guerra, A.A. Raduta, L. Zamick, P. Sarriguren, *Nucl. Phys. A* **727** (2003) 3.
- [62] T. Marketin, N. Paar, T. Niksic and D. Vretenar, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 054323.
- [63] D. Bailin, *Weak Interactions, Sussex University Press*, (1977).
- [64] M.G. Mayer and J.D. Jensen *Elementary Theory of Nuclear Shell Structure*, (Wiley and Sons, New York, 1955).
- [65] Y. Tanaka, Y. Oda, et al *Phys. Lett. B* **83** (1979) 054612.
- [66] E.V. Bugaev, et al *Nucl. Phys. A* **324** (1979) 350.
- [67] N.A. Smirnova and C. Volpe *Nucl. Phys. A* **714** (2003) 441.
- [68] N. Schwierz, I. Wiedenhover and A. Volya *arXiv:0709.3525 [nucl-th]*.
- [69] J. Vary, *Private communication; <http://nuclear.physics.iastate.edu/npc..>*
- [70] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear structure, vol I*, (Benjamin, New York 1969).
- [71] H. Esbensen and G.F. Bertch *Phys. Lett. B* **359** (1995) 13.
- [72] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many-Body Problem*, (Springer, New York, 1969).
- [73] D.J. Rowe, *Nuclear Collective Motion, Models and Theory* (Methuen and Co. LTD, London, 1970).
- [74] V.C. Chasioti *Ημιλεπτονικές Αντιδράσεις στο πεδίο του πυρήνα*, PhD. Thesis, Univ. of Ioannina (2007).
- [75] T. Kuramoto, M. Fucugita, Y. Kohyama and K. Kubodera, *Nucl. Phys. A* **512** (1990) 711.
- [76] K. Kubodera, S. Nozama, *Int. J. Mod. Phys. E* **3** (1994) 101.
- [77] M. Baranger, *Phys. Rev.* **120** (1960) 957.
- [78] W.A. Kaminski and A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **529** (1991) 605.
- [79] T.S. Kosmas, *Nucl. Phys. A* **683** (2001) 443.



- [80] T.S. Kosmas, J.D. Vergados, O. Civitarese and A. Faessler, *Nucl. Phys. A* **570** (1994) 637.
- [81] T.S. Kosmas, A. Faessler, F. Simkovic and J.D. Vergados, *Phys. Rev. C* **56** (1997) 526.
- [82] K.G. Balasi, E. Ydrefors, and T.S. Kosmas *Nucl.Phys. A* **866** (2011) 67.
- [83] V. Tsakstara, T.S Kosmas *Phys. Rev. C* **84** (2011) 064620.
- [84] E. Ydrefors, K.G. Balasi, et al. *Nucl.Phys. A* **896** (2012) 1.
- [85] V. Tsakstara, T.S Kosmas *Phys. Rev. C* **86** (2012) 044618.
- [86] A.R. Edmonds, *Angular Momentum in Quantum Mechanics*, (Princeton Univ. Press, 1985).
- [87] P.G. Giannaka, T.S. Kosmas, *Proceedings HNPS Advances in Nuclear Physics* 2013.
- [88] K. Giotz and H.V. Klapdor, *Nucl.Phys. A* **460** (1986) 395.
- [89] V. Rodin and A. Faessler, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** (2006) 226.
- [90] M.S. Yousef, V. Rodin, A. Faessler and F. Simkovic, *Phys. Rev. C* **79** (2009) 014314.
- [91] R.A. Eramzhyan, V.A. Kuz'min and T.V. Tetereva, *Nucl. Phys. A* **642** (1998) 428.
- [92] W.F. Hornyak, *Nuclear Structure* Academic Press, New York (1975).
- [93] G.A. Lalazisis and C.P. Panos, *Phys. Rev. C* **51** (1998) 1247.
- [94] P.G. Giannaka, T.S. Kosmas *J.Phys.Conf.Ser.* **410** (2013) 012124.
- [95] N.C. Mukhopadhyay, *Phys. Rep.* **50** (1977) 1.
- [96] R. Rosenfelder, *Nucl. Phys. A* **290** (1977) 315.
- [97] R. Rosenfelder, *Nucl. Phys. A* **298** (1978) 397.
- [98] T. Suzuki, D.F. Measday and J.P. Poalsvig, *Phys. Rev. C* **35**(1987) 2212.
- [99] D.F. Measday, *Phys. Rep.* **354** (2001) 243.
- [100] L.L. Foldy and J.D. Walecka, *Nuovo Cimento* **34** (1964) 1026.
- [101] N.V. Giai, N. Auerbach and A.Z. Mekjian, *Phys. Rev. Lett.* **46** (1981) 1444.

- [102] H. Primakoff, *Rev. Mod. Phys.* **31** (1959) 802.
- [103] H. Primakoff, *Phys. Rev. B* **133** (1964) 186.
- [104] A. Bogan, *Nucl. Phys. B* **5** (1968) 431.
- [105] A. Bogan, *Nucl. Phys. A* **201** (1973) 41.
- [106] B. Goulard and H. Primakoff, *Phys. Rev. C* **10** (1974) 2034.
- [107] B. Goulard and H. Primakoff, *Phys. Rev. C* **11** (1975) 1894.
- [108] N. Auerbach, L. Zamick and A. Klein *Phys. Lett. B* **118**(1982) 256.
- [109] N. Auerbach and A. Klein *Nucl. Phys. A* **422** (1984) 480.
- [110] M.G. Urin and O.N. Vyazankin *Nucl. Phys. A* **537** (1992) 534.
- [111] V.A. Kuz'min, T.V. Tetereva, K. Junker and A. Ovchinnikova, *J. Phys. G* **28** (2002) 665.
- [112] N.T. Zinner, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **74** (2006) 024326.
- [113] N.C. Mukhopadhyay, *Nucl. Phys. A* **335** (1980) 111.
- [114] M. Conversi et al, *Phys. Rev. B* **136** (1964) 1077.
- [115] L.M. Rosenstein and I.S. Hammeraman, *Phys. Rev. C* **8** (1973) 603.
- [116] M. Dobeli et al, *Phys. Rev. C* **37** (1988) 1633.
- [117] A. Bogan *Phys. Lett.* **22** (1969) 71.
- [118] H.P. Povel et al, *Phys. Lett. B* **33** (1970) 620.
- [119] D. Chutmen, *Nucl. Phys.* **28** (1975) 532.
- [120] D. Duplain, B. Goulard and J. Joseph, *Phys. Rev. C* **12** (1975) 28.
- [121] E. Borie, G.A. Rinker *Rev. Mod. Phys.* **54** (1982) 1.
- [122] E. Kolbe, K. Langanke and G. Martinez-Pinedo, *Phys. Rev. C* **60** (1999) 052801.
- [123] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **50** (1994) 5.
- [124] A.R. Samana, F. Krmpotic and C.A. Bertulani, *Comp. Phys. Comm.* **181** (2010) 1123.

- [125] J.U. Nabi, H.V. Klapdor-Kleingrothaus, *Atom. Data and Nucl. Data Tables* **71** (1999) 149.
- [126] N.C. Mukhopadhyay, H.C. Chiang, S.K. Singh, E. Oset *Phys. Lett. B* **434** (1998) 7.
- [127] T.W. Donnelly and J.D. Walecka, *Nucl. Phys. A* **274** (1976) 368.
- [128] T.W. Donnelly and J.D. Walecka, *Nucl. Phys. A* **201** (1973) 81.
- [129] O. Hausser, M.C. Vetterli, R.W. Ferguson, et al, *Phys. Rev. C* **43** (1991) 230.
- [130] B.H. Wildenthal, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **11** (1984) 5.
- [131] I.S. Kardaras *MSc. Thesis, Univ. of Ioannina* (2010).
- [132] I.S. Kardaras, V.N Stavrou, I.G. Tsoulos and T.S. Kosmas *J.Phys.Conf.Ser.* **410** (2013) 012127.
- [133] M.N. Harakeh, A. van der Woude *Giant Resonances; Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitation*. Clarendon Press, Oxford (2001).
- [134] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 055502.
- [135] B.A. Moftah, E. Gete, D.F. Measday, D.S. Arrnstrong, J. Bauer, T.P. Goringe, B.L. Johnson, B. Siebels, S. Stanislaus *Phys. Lett. B* **395**(1997) 157.
- [136] V. Brudanin, V. Egorov, T. Filipova, et al *Nucl. Phys. A* **587** (1995) 577.
- [137] J. Suhonen, *J. Phys. G* **19** (1993) 139.
- [138] B. Frois and C.N. Papanicolas, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* **37** (1987) 133.
- [139] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, *Nucl. Phys. A* **536**, (1992) 72.
- [140] E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and P. Vogel *J. Phys. G* **29** (2003) 2569.
- [141] N. Paar, G. Colo, E. Khan and D. Vretenar *Phys. Rev. C* **80** (2009) 055801.
- [142] B. Brown, B.H. Wildenthal, *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **38** (1988) 29.
- [143] G. Martinez-Pinedo, A. Poves, E. Caurier, *Phys.Rev. C* **53** (1996) 2602.
- [144] G. Martinez-Pinedo, A.P. Zuker, A. Poves, E. Caurier, *Phys.Rev. C* **55** (1997) 187.

- [145] K. Langanke and G. Martinez-Pinedo *Phys. Let. B* **436** (1998) 19.
- [146] K. Yako, M. Sasano, et al. *Phys. Rev. Lett* **103** (2009) 012503.
- [147] S. Rakers, C. Baumer, et al. *Phys. Rev. C* **70** (2004) 054302.
- [148] D. Frekers, *Nucl. Phys. A* **752** (2004) 580.
- [149] S. El-Kateb, K.P. Jackson, et al. *Phys. Rev. C* **49** (1994) 3128.
- [150] J.U. Nabi, M.U. Rahman and M. Sajjad *Braz. J. Phys.* **37** (2007) 4.
- [151] A.L. Cole, T.S. Anderson et al *Phys.Rev. C* **86** (2012) 015809.
- [152] G. Martinez-Pinedo, K. Langanke, and D.J. Dean *Astrophys. J, Suppl. Ser.* **126** (2000) 493.
- [153] E. Kolbe, K. Langanke and P. Vogel, *Nucl. Phys. A* **613** (1997) 382.
- [154] R.W. Hix, O.E.B. Messer et al., *Phys. Rev. Lett.* **91** (2003) 210102.
- [155] T.S. Kosmas and E. Oset *Phys. Rev. C* **53** (1996) 1409.
- [156] T.S. Kosmas, Amand Faessler, J.D. Vergados, *J. Phys. G* **23** (1997) 693.
- [157] M.B. Aufderheide, I. Fushiki, E. Woosley and D.H. Hartmann *Astrophys. J, Suppl. Ser.* **91** (1994) 389.
- [158] A. Heger, N. Langer, S.E. Woosley, *Ap. J.* **528** (2000) 368.
- [159] M. Rahman, J.U. Nabi, *Astrophys.Space Sci* **351** (2014) 235.
- [160] A. Juodagalvis, K. Langanke et al *Nucl. Phys. A* **747** (2005) 87.
- [161] K. Langanke and G. Martinez-Pinedo *Phys. Let. B* **453** (1999) 187.
- [162] S.W. Bruenn, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **58** (1985) 771.
- [163] A. Juodagalvis, K. Langanke et al *Nucl. Phys. A* **848** (2010) 454.
- [164] B.S. Meyer et al., *Astrophys. J.* **399** (1992) 656.
- [165] G. M. Fuller and B. S. Meyer, *Astrophys. J.* **453** (1995) 792.
- [166] S.E. Woosley and R.D. Hoffman, *Astrophys. J.* **395** (1992) 202.
- [167] J.D. Walecka, *Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics*, Oxford Univ. Press, 1995.

- [168] J.D. Walecka, In *Muon Physics*, Vol. 2, ed. V.W. Hughes and C.S. Wu (Academic Press, New York, 1975) p. 113, Semi-leptonic weak interactions in nuclei.
- [169] T.S. Kosmas, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **48** (2002) 307.
- [170] V.C. Chasioti, T.S. Kosmas, P.C. Divari *Prog. Part. Nucl. Phys.* **59** (2007) 481.
- [171] D.K. Papoulias, T.S. Kosmas *Phys. Lett. B* **728** (2014) 482.
- [172] D.K. Papoulias, T.S. Kosmas *J.Phys.Conf.Ser.* **410** (2013) 012123.
- [173] A. de Shalit and H. Feashbach, *Theoretical Nuclear Physics*, Vol. I, (Wiley and Sons, New York, 1974).
- [174] K.W. Ford and J.G. Wills, *Nucl. Phys.***35** (1962) 295.
- [175] T.S. Kosmas, I.E. Lagaris, *J. Rhys. G* **28** (2002) 2907.
- [176] M.E. Rose, *Relativistic Electron Theory*, (Wiley and Sons, New York, 1961).
- [177] M. Morita, *Beta Decay and Muon Capture*, (W.A. Benjamin, Philippines, 1973).
- [178] W. Greiner, *Relativistic Wave Equations*, 3rd English edition (Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg,2000).
- [179] Ι.Δ. Βέργαδος και Η.Σ. Τριανταφυλλόπουλος *Στατιστική Φυσική*, (Εκδόσεις Συμεων, Αθήνα 1991).

