



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Φυσικής

Βαίτσα Α. Τσακσάρα  
Φυσικός

Μελέτη Αστροφυσικών νετρίνων  
με τεχνικές προσομοίωσης  
και υπολογισμούς πυρηνικής δομής

Διδακτορική Διατριβή

Ιωάννινα, Σεπτέμβριος 2010



*The title is more of an expression  
of hope than a description of the book's contents...  
the observational horizon of neutrino astrophysics may grow...  
perhaps in a time as short as one of two decades.  
Bahcall, Neutrino Astrophysics (1989)*

Βαίτσα Α. Τσακστάρια  
Φυσικός

Μελέτη Αστροφυσικών νετρίνων  
με τεχνικές προσομοίωσης  
και υπολογισμούς πυρηνικής δομής

Διδακτορική Διατριβή

Ιωάννινα, Σεπτέμβριος 2010

## Επταμελής Εξεταστική Επιτροπή

1. Θεοχάρης Κοσμάς, Αναπλ. Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων (Επιβλέπων).
2. Ισαάκ Λαγαρός, Καθηγητής του Τμήματος Πληροφορικής του Παν/μίου Ιωαννίνων (3-μελής).
3. Ιωάννης Σειραδάκης, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Παν/μίου Θεσσαλονίκης (3-μελής).
4. Ιωάννης Βέργαδος, Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων.
5. Παναγιώτης Κόκκας, Αναπλ. Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων.
6. Διονύσιος Μπονάτσος, Ερευνητής Α του ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος.
7. Ηλίας Σαββίδης, Αναπλ. Καθηγητής του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Παν/μίου Θεσσαλονίκης.

Η εκπόνηση της παρούσας Διδακτορικής Διατριβής, χρηματοδοτήθηκε από την Γ.Γ.Ε.Τ. στα πλαίσια του Προγράμματος (κωδικός 12064) Ενίσχυσης Ερευνητικού Δυναμικού -ΠΕΝΕΔ03/807, με συγχρηματοδότηση κατά 75% της Δημόσιας Δαπάνης από την Ευρωπαϊκή Ένωση-Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο και 25% της Δημόσιας Δαπάνης από το Ελληνικό Δημόσιο-Υπουργείο Ανάπτυξης-Γενική Γραμματεία Έρευνας και Τεχνολογίας και από τον Ιδιωτικό Τομέα στο πλαίσιο του μέτρου 8.3 του Ε.Π. Ανταγωνιστικότητα-Γ Κοινωνικό Πλαίσιο Στήριξης.

*στους γονείς μου  
Θανάση και Ροδή  
στην αδερφή μου  
Μαρία*



---

## Ευχαριστίες

Φτάνοντας στο τέλος της προσπάθειας επίτευξης ενός υψηλού στόχου και κοιτώντας προς τα πίσω, συνειδητοποιείς την συνολική πορεία και τους ανθρώπους που την επηρέασαν.

Αρχικά και πέρα από κάθε τυπικότητα, επιθυμώ να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου στον Επιβλέποντα Καθηγητή κ. Θεοχάρη Κοσμά, Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Ιωαννίνων, για την αμέριστη συμπαράσταση και καθοδήγησή του κατά την εκπόνηση της παρούσας διατριβής. Τον ευχαριστώ θερμά για τις επιστημονικές του γνώσεις, τις πολύτιμες και συνεχείς συμβουλές του, το άριστο κλίμα συνεργασίας καθώς και για την ψυχολογική και ηθική υποστήριξη που μου παρείχε. Η καθοριστική συμβολή του στην υπέρβαση κάθε προβλήματος και στη διασφάλιση των απαιτούμενων μέσων, αποτέλεσαν πολύτιμο αρωγό για την επιτυχή ολοκλήρωση του εκπονήματος. Ευχαριστίες οφείλονται επίσης και στην οικογένειά του για τον πολύτιμο χρόνο που τον απασχολούσα.

Ιδιαίτερες ευχαριστίες θα ήθελα να απευθύνω στον Καθηγητή του Τμήματος Πληροφορικής Παν/μίου Ιωαννίνων κ. Ισαάκ Λαγαρή και σημερινό Αντιπρύτανη του Παν/μίου Ιωαννίνων, καθώς και στον Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής Αριστοτελείου Παν/μίου Θεσσαλονίκης κ. Ιωάννη Σειραδάκη, τόσο για την συμμετοχή τους στην τριμελή συμβουλευτική επιτροπή, όσο και για την προθυμία που έδειξαν στην όποια βοήθεια τους ζητήθηκε και για τις συζητήσεις και παρατηρήσεις τους οι οποίες συνέβαλαν στην βελτίωση της παρούσας διατριβής.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω και τα υπόλοιπα μέλη της επταμελούς εξεταστικής επιτροπής, για την μελέτη της διατριβής μου και τις εύστοχες παρατηρήσεις και συμβουλές τους. Τον Καθηγητή κ. Ιωάννη Βέργαδο και τον Αναπληρωτή Καθηγητή κ. Παναγιώτη Κόκκα (του Τμήματος Φυσικής Παν/μίου Ιωαννίνων), τον Ερευνητή Α του ΕΚΕΦΕ Δημόκριτος κ. Διονύσιο Μπονάτσο, καθώς και τον Αναπληρωτή Καθηγητή του Τμήματος Φυσικής του Παν/μίου Θεσσαλονίκης κ. Ηλία Σαββίδη. Επιθυμώ να τονίσω τις πολύωρες συζητήσεις μου με τον Καθηγητή κ. Βέργαδο και τις πολύτιμες ιδέες του για μελλοντικές επεκτάσεις της παρούσης έρευνας.

Αισθάνομαι την ανάγκη να ευχαριστήσω τον Αναπληρωτή Καθηγητή του ΤΕΙ Δυτικής Μακεδονίας, κ. Ιωάννη Σινάτκα και την Λέκτορα της Ανωτάτης Στρατιωτικής Σχολής Ευλπίδων, Κα. Παρασκευή Διβάρη, οι οποίοι συνέδραμαν σημαντικά στην εισαγωγή μου στην έρευνα, ιδιαίτερα κατά την περίοδο της απειρίας μου.

Θα ήταν μεγάλη παράλειψή μου αν δεν αναγνώριζα το ξεχωριστό ενδιαφέρον και την εμπύχωση που μου παρείχε η Αναπληρώτρια Καθηγήτρια του Τμήματος Φυσικής

του Παν/μίου Ιωαννίνων, Κα. Βασιλική Τσικούδη.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον φίλο Δρ. Οδυσσέα Κοσμά για την πολύτιμη βοήθεια που μου παρείχε στον τεχνικό τομέα της παρούσης διατριβής. Τις φίλες και συναδέλφους Κωσταντία Μπαλάση και Γεωργία Καραθάνου καθώς και την Δρ. Βασιλική Χασιώτη με τις οποίες μοιράστηκα, εκτός του κοινού χώρου εργασίας, πολλές αξέχαστες στιγμές.

Ως ελάχιστο δείγμα αγάπης και ευγνωμοσύνης, πέρα από την αφιέρωση της παρούσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου Θανάση και Ροδή Τσακσάρα καθώς και την αδερφή μου Μαρία, για την απεριόριστη αγάπη, συμπαράσταση και στήριξη που μου παρείχαν αδιάκοπα όλα τα χρόνια των σπουδών μου.

Θεωρώ υποχρέωσή μου να αναφέρω τη φιλοξενία και την τεχνική υποστήριξη του Τομέα Θεωρητικής Φυσικής και του υπολογιστικού κέντρου του Παν/μίου Ιωαννίνων.

Σεπτέμβριος, 2010

Βαίτσα Α. Τσακσάρα





Σα βγεις στον πηγαϊμό για την Ιθάκη,  
να εύχεται νάναι μακρύς ο δρόμος,  
γεμάτος περιπέτειες, γεμάτος γνώσεις.  
Τους Λαιστρυγόνες και τους Κύκλωπας,  
τον θυμωμένο Ποσειδώνα μη φοβάσαι,  
τέτοια στον δρόμο σου ποτέ σου δεν θα βρεις,  
αν μιν' η σκέψις σου υψηλή, αν εκλεκτή  
συγκίνησις το πνεύμα και το σώμα σου αγγίζει.  
Τους Λαιστρυγόνες και τους Κύκλωπας,  
τον άγριο Ποσειδώνα δεν θα συναντήσεις,  
αν δεν τους κουβανείς μες στην ψυχή σου,  
αν η ψυχή σου δεν τους στήνει εμπρός σου.

Να εύχεται νάναι μακρύς ο δρόμος.  
Πολλά τα καλοκαιρινά πρωϊά να είναι  
που με τι ευχαρίστησι, με τι χαρά  
θα μπαίνεις σε λιμένας πρωτοειδωμένους,  
να σταματήσεις σ' εμπορεία Φοινικικά,  
και τες καλές πραγμάτειες ν' αποκτήσεις,  
σεντέφια και κοράλλια, κεχριμπάρια κ' έβενους,  
και ηδονικά μυρωδικά κάθε λογής,  
όσο μπορείς πιο άφθονα ηδονικά μυρωδικά,  
σε πόλεις Αιγυπτιακές πολλές να πας,  
να μάθεις και να μάθεις απ' τους σπουδασμένους.

Πάντα στον νου σου νάχεις την Ιθάκη.  
Το φθάσιμον εκεί ειν' ο προορισμός σου.  
Αλλά μη βιάζεις το ταξείδι διόλου.  
Καλλίτερα χρόνια πολλά να διαρκέσει  
και γέρος πια ν' αράξεις στο νησί,  
πλούσιος με όσα κέρδισες στο δρόμο,  
μη προσδοκώντας πλούτη να σε δώσει η Ιθάκη.

Η Ιθάκη σ' έδωσε τ' ωραίο ταξείδι.  
Χωρίς αυτήν δεν θάβγαινες στον δρόμο.  
Άλλα δεν έχει να σε δώσει πια.

Κι αν πτωχική την βρεις, η Ιθάκη δε σε γέλασε.  
Έτσι σοφός που έγινες, με τόση πείρα,  
ήδη θα το κατάλαβες οι Ιθάκες τι σημαίνουν.

Κωνσταντίνος Π. Καβάφης



---

# Περιεχόμενα

Ευχαριστίες	v
Περίληψη	xv
Abstract	xvii

1

## Εισαγωγή

1.1	Εισαγωγή . . . . .	1
1.2	Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις στην Πυρηνική Αστροφυσική . . . . .	3
1.3	Αστροφυσικά νετρίνα χαμηλής ενέργειας . . . . .	4
1.4	Απόκριση πυρηνικών ανιχνευτών στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων	5
1.5	Το αντικείμενο της παρούσας μελέτης . . . . .	6

1

2

## Πηγές και ενεργειακά φάσματα νετρίνων χαμηλών και ενδιάμεσων ενεργειών

2.1	Εισαγωγή . . . . .	9
2.2	Εργαστηριακές και Φυσικές πηγές νετρίνων . . . . .	9
2.2.1	Εργαστηριακές πηγές νετρίνων . . . . .	10
2.2.2	Αστροφυσικές πηγές νετρίνων . . . . .	13
2.3	Καθιερωμένο σενάριο έκρηξης σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς . . .	18
2.3.1	Προ-σουπερνόβα μοντέλο ενός μαζικού αστέρα . . . . .	18
2.3.2	Μηχανισμός έκρηξης σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς . . .	21
2.4	Αντιδράσεις εκπομπής και ενεργειακά φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων . . . . .	27

9

2.4.1	Η επίδραση των ταλαντώσεων νετρίνων στις κατανομές νετρίνων . . . . .	32
-------	---	----

3

**Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες**

35

3.1	Εισαγωγή . . . . .	35
3.2	Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις και ο ρόλος των νετρίνων . . . . .	36
3.2.1	Τύποι αντιδράσεων νετρίνου πυρήνα . . . . .	37
3.3	Χαμιλτωνιανή αλληλεπίδρασης αντιδράσεων νετρίνου πυρήνα . . . . .	40
3.4	Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδέτερων ρευμάτων	42
3.4.1	Σύμφωνες διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα . . . . .	44
3.5	Υπολογισμοί πυρηνικής δομής . . . . .	45
3.6	Η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA) . . . . .	48
3.6.1	Ολικές, συσσωρευτικές και ολοκληρωμένες ενεργές διατομές	52
3.7	Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές . . . . .	53
3.7.1	Μελέτη απόκρισης πυρηνικών ανιχνευτών σε ενεργειακά φάσματα νετρίνων . . . . .	53
3.7.2	Ανίχνευση νετρίνων από γήινα πειράματα με πυρηνικούς ανιχνευτές . . . . .	54
3.7.3	Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές σε προσομιώσεις υπερκαινοφανών αστέρων . . . . .	57

4

**Απόκριση ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων**

59

4.1	Εισαγωγή . . . . .	59
4.2	Αντιδράσεις ουδέτερων ρευμάτων $\nu$ και $\bar{\nu}$ με ημιαγωγό <b>Zn</b> . . . . .	60
4.3	Η πυρηνική δομή των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ . . . . .	61
4.4	Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου- $^{64,66}\text{Zn}$ . . . . .	63
4.4.1	Συνεισφορά της Coulomb και διαμήκους συνιστώσας των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ στην ενεργό διατομή . . . . .	71
4.5	Ενεργές διατομές σκέδασης αντι-νετρίνων με τα ισοτόπα $^{64,66}\text{Zn}$ . . . . .	76
4.6	Ολικές ενεργές διατομές των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ . . . . .	77
4.7	Απόκριση των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ στα φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας . . . . .	81
4.7.1	Η ενεργειακή κατανομή Fermi-Dirac . . . . .	82
4.7.2	Η ενεργειακή κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law) . . . . .	82
4.7.3	Συγκριτικά χαρακτηριστικά ενεργειακών κατανομών SN-νετρίνων	84
4.8	Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές των ισοτόπων του Zn . . . . .	88

4.8.1	Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές της $d\sigma/d\omega$ για τα ισότοπα $^{64,66}\text{Zn}$ . . . . .	88
4.8.2	Συνελιγμένη αθροιστική και ολική ενεργός διατομή στα ισότοπα $^{64,66}\text{Zn}$ . . . . .	98
4.9	Συμπεράσματα . . . . .	104

## 5

### Απόκριση ισotόπων $^{128,130}\text{Te}$ στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων

107

5.1	Εισαγωγή . . . . .	107
5.2	Τα ισότοπα του $Te$ στον ανιχνευτή COBRA . . . . .	108
5.2.1	Προσδιορισμός παραμέτρων πυρηνικής δομής ισotόπων $^{128,130}\text{Te}$	108
5.3	Πρωτογενή αποτελέσματα διπλής διαφορικής ενεργού διατομής . . .	112
5.3.1	Μελέτη των κυρίαρχων πολυπολικών καταστάσεων στη διαφορική ενεργό διατομή $d\sigma/d\omega$ . . . . .	114
5.3.2	Εξάρτηση της συνολικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\omega$ από την ενέργεια διέγερσης $\omega$ του πυρήνα . . . . .	117
5.4	Ενεργές διατομές σκέδασης αντι-νετρίνων με τα ισότοπα $^{128,130}\text{Te}$ .	119
5.5	Ολικές ενεργές διατομές των ισotόπων $^{128,130}\text{Te}$ . . . . .	125
5.6	Συσσωρευτικές (αθροιστικές) ενεργές διατομές των ισotόπων $^{128,130}\text{Te}$	127
5.7	Συνελιγμένες ενεργές διατομές των ισotόπων $^{128,130}\text{Te}$ . . . . .	127
5.7.1	Συνέλιξη της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής $d^2\sigma/d\theta d\omega$	129
5.7.2	Συνέλιξη απλής διαφορικής ενεργού διατομής $[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{fold}$ . . . . .	131
5.7.3	Συσσωρευμένη διαφορική ενεργός διατομή $[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{cum}^{fold}$ . . . . .	137
5.7.4	Ερμηνεία σήματος σουπερνόβα νετρίνων . . . . .	144
5.8	Συμπεράσματα . . . . .	146

## 6

### Τα φάσματα νετρίνων $\beta$ -δεσμών στη μελέτη αστροφυσικών νετρίνων

149

6.1	Εισαγωγή . . . . .	149
6.2	Οι δέσμες ραδιενεργών ιόντων στη σύγχρονη έρευνα . . . . .	150
6.2.1	Δέσμες $\beta$ -ραδιενεργών ιόντων και νετρίνα $\beta$ -δέσμης . . . . .	151
6.2.2	Σύγχρονες έρευνες με $\beta$ -δέσμες χαμηλής ενέργειας . . . . .	152
6.3	Οι ενεργειακές κατανομές νετρίνων $\beta$ -δέσμης . . . . .	154
6.3.1	Φάσμα $\beta$ -ραδιενεργού πυρήνα στο σύστημα ηρεμίας του . . .	154
6.3.2	Φάσμα $\beta$ -ραδιενεργού πυρήνα στο σύστημα του εργαστηρίου	156
6.3.3	Μεταβολή του φάσματος νετρίνων $\beta$ -δέσμης με τον παράγοντα ώθησης $\gamma$ . . . . .	157
6.3.4	Παραγωγή δέσμης αντινετρίνων $\bar{\nu}_e$ . . . . .	159
6.3.5	Παραγωγή δέσμης νετρίνων $\nu_e$ . . . . .	159

6.4	Τα νετρίνα $\beta$ -δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων . . . . .	161
6.4.1	Μελέτη απόκρισης ανιχνευτή νετρίνων με συνθετικά φάσματα	161
6.4.2	Προσαρμογή συνθετικών φασμάτων σε κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων . . . . .	162
6.4.3	Προσαρμογή συνθετικών φασμάτων σε κατανομές υπερκαινοφανών αντι-νετρίνων . . . . .	168
6.5	Αναδιπλωμένες ολικές ενεργές διατομές με κατανομές συνθετικών φασμάτων . . . . .	176
6.5.1	Χρήση πρωτογενών αποτελεσμάτων της $\sigma(\epsilon_\nu)$ από την αντίδραση ${}^{66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}'){}^{66}\text{Zn}^*$ . . . . .	177
6.5.2	Χρήση πρωτογενών αποτελεσμάτων της αντίδρασης ${}^{130}\text{Te}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}'){}^{130}\text{Te}^*$	179
6.6	Συμπεράσματα . . . . .	182

## 7

### Σύνοψη, Συμπεράσματα και Προοπτικές

185

7.1	Σύνοψη . . . . .	185
7.2	Συμπεράσματα . . . . .	186
7.3	Προοπτικές . . . . .	187

## A'

### Αναπαραστάσεις, Σύμβολα και Χρήσιμες Συναρτήσεις

189

A'.0.1	Αναπαράσταση σπιν με πίνακες Pauli . . . . .	189
A'.1	Η Συνέλιξη ή Αναδίπλωση . . . . .	191
A'.1.1	Ιδιότητες Συνέλιξης . . . . .	192
A'.2	Η Συνάρτηση δέλτα ή συνάρτηση Dirac . . . . .	193

## B'

### Πυρηνικά στοιχεία πίνακα μεταπτώσης

195

B'.1	Πολυπολικοί τελεστές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα . . . . .	195
B'.2	Βασικοί μονοσωματιδιακοί τελεστές ημιλεπτονικών αντιδράσεων . . . . .	196
B'.2.1	Συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις των ανηγμένων στοιχείων πίνακα $\langle j_1    T^J    j_2 \rangle$ . . . . .	197
B'.3	Η μέθοδος RPA με ημισωματίδια . . . . .	198
B'.3.1	Δυναμικό Woods-Saxon με διόρθωση Coulomb . . . . .	198
B'.3.2	Οι εξισώσεις BCS . . . . .	198
B'.3.3	Οι εξισώσεις της RPA με ημισωματίδια . . . . .	200
B'.4	Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα . . . . .	200
B'.5	Κινηματική αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα . . . . .	202

B'.6	Παράγοντες δομής ασθενών διαδικασιών . . . . .	204
<b>Γ'</b>		
	<b>Συμπληρωματικά στοιχεία εξέλιξης υπερκαινοφανών αστέρων</b>	<b>205</b>
Γ'.1	Νετρίνα της έκρηξης SN-1987A . . . . .	205
Γ'.1.1	Έναρξη κατάρρευσης . . . . .	207
Γ'.1.2	Μέση ελεύθερη διαδρομή και οπτικό βάθος SN νετρίνων . . . . .	208
Γ'.1.3	Καθυστερημένη έκρηξη . . . . .	209
<b>Δ'</b>		
	<b>Οι κατανομές Fermi-Dirac και Power-Law για SN-νετρίνα</b>	<b>211</b>
Δ'.1	Κατανομή Fermi-Dirac για $n_{dg} = -\infty$ . . . . .	211
Δ'.2	Κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law) για $\alpha = 2$ . . . . .	212
<b>Ε'</b>		
	<b>Συμπληρωματικά στοιχεία για νετρίνα <math>\beta</math>-δέσμης</b>	<b>215</b>
Ε'.1	Επιτάχυνση $\beta$ -ραδιενεργών ιόντων σε εργοστάσια νετρίνων . . . . .	215
Ε'.1.1	Μετασχηματισμός φάσματος στο σύστημα του εργαστηρίου . . . . .	215
<b>Βιβλιογραφία</b>		<b>217</b>





---

## Περίληψη

Στην παρούσα διδακτορική διατριβή, μελετώνται αστροφυσικά νετρίνα χαμηλών και ενδιάμεσων ενεργειών, με λεπτομερειακούς υπολογισμούς πυρηνικής δομής και χρήση σύγχρονων τεχνικών προσομοίωσης. Ένας από τους κύριους στόχους μας, ήταν η διερεύνηση της πυρηνικής απόκρισης στα φάσματα των σουπερνόβα νετρίνων διαφόρων πυρηνικών ισοτόπων, τα οποία χρησιμοποιούνται σε πρόσφατα πειράματα έρευνας διαδικασιών με σπάνια γεγονότα, όπως είναι η διπλή  $\beta$ -αποδιέγερση που λαμβάνει χώρα σε μερικούς πυρήνες.

Επικεντρώσαμε την προσοχή μας στη συστηματική μελέτη των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$  και  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}^*$ , καθώς και εκκείνων των αντινετρίνου-πυρήνα  $^{64,66}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64,66}\text{Zn}^*$  και  $^{128,130}\text{Te}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{128,130}\text{Te}^*$ . Οι πυρήνες  $\text{Te}$  και  $\text{Zn}$ , είναι συστατικά των ημιαγωγών  $\text{CdZnTe}$  και  $\text{CdTe}$ , οι οποίοι έχουν επιλεγεί για ανιχνευτές στο πείραμα COBRA διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης στο Gran Sasso.

Από την άποψη της πυρηνικής δομής, οι πρωτογενείς υπολογισμοί ενεργών διατομών (αντι)νετρίνου-πυρήνα, έχουν γίνει χρησιμοποιώντας την προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωμάτια (QRPA), υιοθετώντας ρεαλιστικές δυνάμεις δύο σωμάτων για την περιγραφή της ισχυρής αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου. Περιοριστήκαμε στις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων (αντι)νετρίνου-πυρήνα, δεχόμενοι μια ενεργό χαμιλτωνιανή ασθενούς αλληλεπίδρασης μεταξύ του εισερχομένου νετρίνου και του πυρήνα-στόχου. Η χαμιλτωνιανή αυτή, ελήφθη ως γινόμενο του λεπτονικού επί το αδρονικό (πυρηνικό) ρεύμα, το οποίο περιγράφεται με τη βοήθεια των ασθενών παραγόντων δομής νουκλεονίου.

Τα αποτελέσματα των ενεργών διατομών που παρουσιάζονται, αναφέρονται στην διπλή διαφορική (ως προς τη στερεά γωνία  $\Omega$  και την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα-στόχου  $\omega$ ), στην απλή διαφορική (ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα-στόχου), στη σωρευτική (αθροιστική) και στην ολική ενεργό διατομή. Για τους υπολογισμούς των πυρηνικών στοιχείων πίνακα, χρησιμοποιήσαμε την πλεονεκτική μέθοδο που κατασκευάστηκε πρόσφατα, κατάλληλη για υπολογισμούς κατάστασης-προς-κατάσταση όλων των αναγκαίων ενεργών διατομών. Εστίασαμε σε ξεχωριστούς υπολογισμούς της συνεισφοράς όλων των πολυπολικών καταστάσεων (με  $J^\pi \leq 8^\pm$ ). Για όλα τα ισότοπα που μελετήσαμε, οι κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις είναι οι  $1^-$ ,  $2^+$  και  $1^+$ , τόσο στις διαφορικές όσο και στις ολικές ενεργές διατομές. Μελετήσαμε ιδιαίτερα την εξάρτηση των ενεργών διατομών από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου ( $\varepsilon_\nu \leq 100 - 150 \text{ MeV}$ ), την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα-ανιχνευτή ( $\omega \leq 30 \text{ MeV}$ ), καθώς και από τις άλλες κινηματικές πα-

ραμέτρους. Λόγω του ότι σε όλα τα ισότοπα που μελετήθηκαν πολλές από τις χαμηλο-ενεργειακές μεταπτώσεις ανήκουν στις  $2^+$  πολυπολικές καταστάσεις, οι ενεργές διατομές τέτοιων μεταπτώσεων μελετήθηκαν πολύπλευρα.

Η απόκριση των ισότοπων  $^{64,66}\text{Zn}$  και  $^{128,130}\text{Te}$  στα φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων, μελετήθηκε υπολογίζοντας την συνέλιξη των πρωτογενών ενεργών διατομών με γνωστές κατανομές υπερκαινοφανών (αντι)νετρίνων, όπως οι κατανομές δύο παραμέτρων τύπου Fermi-Dirac (με παραμέτρους την θερμοκρασία νετρίνων  $T$  και το μέγεθος του εκφυλισμού  $n_{dg}$ ) και Power-Law (με παραμέτρους τη μέση ενέργεια των νετρίνων  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  και την παράμετρο στενότητας  $\alpha$ ). Διερευνήθηκε επίσης, η ερμηνεία του σήματος υπερκαινοφανών νετρίνων που παράγεται στον πυρηνικό ανιχνευτή, χρησιμοποιώντας φάσματα χαμηλής ενέργειας νετρίνων  $\beta$ -δέσμης, προερχόμενα από  $\beta$ -ραδιενεργούς πυρήνες επιταχυνόμενους σε αποθηρευτικούς δακτυλίους. Ιδιαίτερα, χρησιμοποιήθηκαν φάσματα  $^{18}\text{Ne}$  (για νετρίνα) και  $^6\text{He}$  (για αντινετρίνα) και μία διαδικασία βελτιστοποίησης που στηρίζεται στην κατασκευή συνθετικών φασμάτων  $\beta$ -δέσμης με γραμμικό συνδυασμό φασμάτων  $^6\text{He}$  (ή φασμάτων  $^{18}\text{Ne}$ ), για την προσαρμογή σε πρωτότυπα φάσματα υπερκαινοφανών αντινετρίνων. Η διαδικασία προσαρμογής, υλοποιήθηκε χρησιμοποιώντας το λογισμικό MERLIN. Η ανωτέρω απόκριση, αντανακλά την αποδοτικότητα των πυρηνικών στόχων σαν ανιχνευτές (αντι)νετρίνων.

Τα αποτελέσματα των ενεργών διατομών της παρούσας έρευνας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και σε κώδικες περιγραφής της πυρηνοσύνθεσης των μαζικών αστέρων. Επειδή οι ενεργές διατομές αντίδρασης αστροφυσικών (αντι)νετρίνων είναι εξαιρετικά μικρές ( $\approx 10^{-42} \text{ cm}^2$ ), η μέθοδος συνέλιξης και ελαχιστοποίησης που κατασκευάστηκε για την ακριβή περιγραφή της πυρηνικής απόκρισης, είναι εξαιρετικά λεπτή.

---

# Abstract

## Study of astrophysical neutrinos with simulation techniques and nuclear structure calculations

by: Vaitsa Tsakstara

In the present Thesis, we investigated low and intermediate energy astrophysical neutrinos, by performing nuclear structure calculations and employing modern simulation techniques. One of our main goals, was to explore the nuclear response to supernova neutrino energy spectra of various nuclear detectors used recently in terrestrial experiments searching for events of rare process, like the neutrinoless double beta decay, that take place in the presence of nuclei.

We concentrated on the systematic studies of the neutrino–nucleus reactions  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$  and  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}^*$ , as well as the antineutrino–nucleus reactions  $^{64,66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{64,66}\text{Zn}^*$  and  $^{128,130}\text{Te}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{128,130}\text{Te}^*$ . The nuclei  $\text{Te}$  and  $\text{Zn}$ , are contents of the  $\text{CdZnTe}$  and  $\text{CdTe}$  semi-conductors, which are promising detectors of the COBRA double beta decay experiment at Gran Sasso.

From a nuclear structure calculations point of view, the original (anti)neutrino–nucleus reaction cross sections are evaluated within the context of the quasi-particle random phase approximation (QRPA), by utilizing realistic two-body forces for the strong nucleon–nucleon interaction. We restricted ourselves to the neutral current (anti)neutrino–nucleus reactions, assuming an effective Hamiltonian for the description of the weak interaction between the incoming neutrino and the nuclear target constructed in the framework of the current–current interaction hypothesis, i.e. written as a product of the leptonic times the hadronic (nuclear) current.

The detailed original cross sections presented in the present study, refer to the double differential (with respect to angles  $\hat{\Omega}$  and the nuclear excitation energy  $\omega$ ), the single differential (with respect to the nuclear excitation energy  $\omega$ ), as well as to the cumulative (integrated) and the total cross sections. We employed an advantageous numerical approach published by our group recently, which provides state-by-state calculations of the relevant cross sections for all multipolarities emphasizing on the most important ones, i.e. those with  $J^\pi \preceq 8^\pm$ . For all isotopes studied, the differential and total cross sections as functions of the nuclear excitation energy  $\omega$ , are dominated by contributions originating from the  $1^-$ ,  $2^+$

and  $1^+$  multipolarities. We paid special attention on the dependence of the cross sections on the incoming neutrino energies (varying in the region  $\varepsilon_\nu \simeq 100 - 150$  MeV), on the nuclear excitation energy of each isotope ( $\omega \simeq 30$  MeV) and on the other kinematical parameters. Due to the fact that, for all isotopes most of the low-lying transitions induced by the (anti)neutrino-nucleus interaction are the  $2^+$  states, we studied them in more detail.

The nuclear response of  $^{64,66}\text{Zn}$  and  $^{128,130}\text{Te}$  isotopes to supernova neutrino spectra, was studied by convoluting the original cross sections with well known supernova (anti)neutrino-energy distributions such as the two parameter distributions of Fermi-Dirac type (parametrized by means of the neutrino temperature  $T$  and the neutrino degeneracy parameter  $n_{dg}$ ) and of Power-Law type (parametrized by means of the mean neutrino energy  $\langle\varepsilon_\nu\rangle$  and the pinching parameter  $\alpha$ ). We also explored the interpretation of the supernova neutrino signals created on the aforementioned nuclear detectors, by using the low-energy beta-beam spectra of boosted  $\beta$ -radioactive nuclei like  $^6\text{He}$ , for anti-neutrino, and  $^{18}\text{Ne}$ , for neutrino spectra. We employed a minimization procedure to fit the synthetic beta-beam spectra defined as linear combinations of boosted beta-beam spectra of  $^6\text{He}$  on the original supernova anti-neutrino signals. The quality of the fits presented in this work is generally good. Work obtained by using the MERLIN optimization package. This response, reflects the effectiveness of the COBRA semi-contactors as supernova neutrino detectors.

The results of the original (anti)neutrino-nucleus cross sections are also useful for modeling the neutrino-nucleosynthesis in the interior of massive stars. Due to the fact that neutrino-nucleus interactions are very weak, the evaluated cross sections are extremely small ( $\approx 10^{-42} \text{ cm}^2$ ). Thus, we produced a very fine convolution tool to obtain accurate description of the nuclear responses to astrophysical neutrino energy-spectra (supernova, solar, etc.).

# Κεφάλαιο 1

---

## Εισαγωγή

*It doesn't matter how beautiful  
your theory is, it doesn't matter  
how smart you are. If it doesn't agree  
with experiment, it's wrong.  
Richard P. Feynman*

### 1.1 Εισαγωγή

Τις τελευταίες δεκαετίες, αναπτύχθηκε ένα διεπιστημονικό πεδίο της εφαρμοσμένης πυρηνικής φυσικής, η πυρηνική αστροφυσική, η οποία εστιάζει στην πρωταρχική και αστρική πυρηνοσύνθεση, το ρόλο της στην εξέλιξη των αστέρων, καθώς και την ερμηνεία κατακλυσμιαίων αστρικών γεγονότων και υπερκαινοφανών (Nova, Supernova) αστέρων υπό το πρίσμα της πυρηνικής δομής και των θεμελιωδών αλληλεπιδράσεων. Στα προβλήματα της πυρηνικής αστροφυσικής, συμμετέχουν όλες οι θεμελιώδεις δυνάμεις, όμως έχουν έντονη παρουσία οι ηλεκτρασθενείς αλληλεπιδράσεις ( $\beta$ -αποδιέγερση,  $e^-$ -σύλληψη, σχεδάσεις νετρίνων) οι οποίες διερευνώνται από επίγειες και διαστημικές παρατηρήσεις με ηλεκτρομαγνητικά κυρίως σήματα, αλλά και σήματα νετρίνων προκειμένου για φαινόμενα μακρυνών αστέρων. Το πεδίο της πυρηνικής αστροφυσικής, έχει διεγείρει το έντονο ενδιαφέρον των ερευνητών λόγω και των πρόσφατων βελτιώσεων των εργαστηριακών και παρατηρησιακών τεχνικών και τη σημαντική πρόοδο στην πυρηνική θεωρία, η οποία, τελευταία, κατέστησε δυνατή την παραγωγή διάφορων δεδομένων κάτω από αστρικές συνθήκες με μικροσκοπικά πυρηνικά μοντέλα.

Στον εργαστηριακό τομέα, η ανάπτυξη των υπόγειων πειραμάτων χαμηλής ενέργειας καθώς και των τεχνικών των ραδιενεργών δεσμών, επέτρεψαν την διαλεύκανση πολλών καίριων αβεβαιοτήτων της πυρηνικής αστροφυσικής προερχομένων από την περιορισμένη γνώση δεδομένων κυρίως πυρηνικής φυσικής (ενεργές διατομές πυρηνικών αντιδράσεων). Παρόλα αυτά, πολλά αναγκαία πυρηνικά μεγέθη δεν είναι σήμερα ικανοποιητικά γνωστά και αναμένεται αποφασιστική πρόοδος όταν λειτουργήσουν τα πειράματα της επόμενης γενιάς όπως, ραδιενεργών δεσμών (FermiLab, CERN, GSI, κλπ.), μέτρησης ηλιακών νετρίνων χαμηλής ροής (SNO+), κλπ.

Η πρόοδος στην πυρηνική αστροφυσική, προχώρησε και προχωρεί παράλληλα με τη συλλογή νέων παρατηρησιακών δεδομένων προερχόμενων από δορυφορικές

και επίγειες παρατηρήσεις, από αναλύσεις της αφθονίας πυρηνικών ισοτόπων και χημικών στοιχείων μακρινών αστερών, από μελέτες της δυναμικής των καταλοίπων Supernova, από παρατηρήσεις πολύ έντονων πηγών  $\gamma$ -ακτίνων του γαλαξία μας, κλπ. Πολλές σύγχρονες μελέτες, έχουν εστιάσει στην εξέλιξη μαζικών αστερών μάζας  $5 - 8M_{\odot} \leq M \leq 22 - 25M_{\odot}$ , σε περιβάλλον υδροστατικής ισορροπίας, από την αρχική φάση καύσης υδρογόνου μέχρι την τελική κατακλυσμική καταστροφή των σαν σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς.

Οι πρόσφατες καινοτομίες στην μέτρηση της ροής των ηλιακών νετρίνων, έδωσαν ξεκάθαρη μαρτυρία για τις ταλαντώσεις των νετρίνων και επιβεβαίωσαν την καθιερωμένη ηλιακή θεωρία. Επίσης, οι τελευταίες βελτιώσεις των μοντέλων εξέλιξης αστερών και πρώιμης ή καθυστερημένης έκρηξης νετρίνων κρουστικού κύματος σε ένα σουπερνόβα τύπου II, της αστρικής πυρηνοσύνθεσης πέραν του σιδήρου ( $s$ ,  $r$ ,  $p$  και  $\nu - p$  διαδικασίες), των εκρήξεων  $\gamma$ -ακτίνων, των υπερκαινοφανών τύπου I, κλπ., επιτρέπουν τελευταία υπολογισμούς με πολύ καλύτερες προβλέψεις προκειμένου να συγκριθούν με τα παρατηρησιακά δεδομένα.

Από την πληθώρα των εφαρμογών της Πυρηνικής Αστροφυσικής, οι οποίες όπως έγινε φανερό από τα ανωτέρω, καλύπτουν ευρύ φάσμα της αστρο-σωματιακής φυσικής και των επιστημών του διαστήματος στη σύγχρονη έρευνα, κεντρική θέση κατέχουν τα αστροφυσικά νετρίνα. Η ανίχνευση των νετρίνων της έκρηξης SN1987A, άνοιξε το δρόμο της δημιουργίας του κλάδου έρευνας: «Αστροφυσική των νετρίνων» (neutrino astrophysics), ο οποίος αποτελεί εναλλακτικό τρόπο μελέτης του διαστήματος, εξίσου σημαντικό με εκείνον της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας. Επειδή τα νετρίνα δεν αποκλίνουν ούτε από ηλεκτρικό ούτε από μαγνητικό πεδίο και αντιδρούν μόνο ασθενώς με την ύλη, είναι τέλει φορείς πληροφοριών του εσωτερικού των μακρινών αστερών.

Από την άποψη της θεωρητικής Πυρηνικής φυσικής, ένας μεγάλος αριθμός φαινομένων Πυρηνικής Αστροφυσικής και θερμοπυρηνικών αντιδράσεων που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό των αστερών και καθορίζουν την εξέλιξή τους, περιγράφονται με την βοήθεια υπολογισμών πυρηνικής δομής (nuclear structure calculations), και ειδικότερα ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα.

Η παρούσα μελέτη, σε γενικές γραμμές εντάσσεται στο χώρο της θεωρητικής Πυρηνικής Φυσικής και Πυρηνικής Αστροφυσικής και εστιάζει στη μελέτη των αστροφυσικών νετρίνων, με έμφαση στην ανίχνευση των υπερκαινοφανών νετρίνων από επίγειους πυρηνικούς ανιχνευτές και θα κινηθεί στο τρίπτυχο: φυσική νετρίνων, πυρηνική δομή και πυρηνική αστροφυσική. Η επικέντρωσή μας στη μελέτη των αστροφυσικών νετρίνων, είναι σημαντική και σχετίζεται αφενός με τον ρόλο τους στην εξέλιξη των μαζικών αστερών υπό το πρίσμα της πηγής παραγωγής νετρίνων και αφετέρου με την ανίχνευσή τους από επίγειους ανιχνευτές.

Η ερμηνεία του σήματος νετρίνων που λαμβάνει ένας ανιχνευτής αστροφυσικών νετρίνων χρήζει ιδιαίτερης μεταχείρισης με σύγχρονες μαθηματικές και αλγοριθμικές τεχνικές οι οποίες αποτελούν αναγκαία εργαλεία υλοποίησης του στόχου μας. Απο το άλλο μέρος, η υιοθέτηση νέων ιδεών που έχουν εφαρμογή σε μελλοντικά πειράματα όπως αυτά των εργαστηριακών νετρίνων που παράγονται από  $\beta$ -ραδιενεργούς

πυρήνες όταν επιταχύνονται σε σχετικιστικές ταχύτητες (νετρίνα  $\beta$ -δεσμών) σε μελλοντικά ή της επόμενης γενιάς πειράματα, προσδίδει μεγαλύτερο ενδιαφέρον στην ερμηνεία σημάτων νετρίνων προερχομένων από μακρινούς αστέρες.

## 1.2 Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις στην Πυρηνική Αστροφυσική

Τελευταία, μετρήσεις νετρίνων από τηλεσκόπια και διαστημικούς σταθμούς σε συνδυασμό με υπόγεια ευαίσθητα πειράματα, μας έχουν εφοδιάσει με καιρίες πληροφοριών σχετικά με τις ασθενείς διαδικασίες που συμβαίνουν στο εσωτερικό των αστέρων. Αυτές κατέδειξαν ότι, τα νετρίνα αποτελούν εξαιρετικά ευαίσθητα σήματα μελέτης της εξέλιξης των αστέρων και ειδικότερα των αστροπυρηνικών διαδικασιών που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό των [1, 2, 3]. Στην κατεύθυνση αυτή, μετρήσεις ηλιακών νετρίνων (πειράματα KAMLAND,BOREXINO [4], κλπ.) χρησιμοποιήθηκαν για τον έλεγχο της καθιερωμένης ηλιακής θεωρίας και καθιερωμένης θεωρίας των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων. Περαιτέρω, πρόσφατα μαγνητο-υδροδυναμικά μοντέλα εξέλιξης αστέρων που περιγράφουν τον μηχανισμό έκρηξης σουπερνόβα τύπου II, μας παρέχουν σημαντικές πληροφορίες σχετικά με το ρόλο των νετρίνων και των αντιδράσεών τους στην εξέλιξη των μαζικών αστέρων, τις εκρήξεις σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς, της εκρηκτικής πυρηνοσύνθεσης, κλπ. [5, 6, 7, 8].

Ιδιαίτερα, οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα σήμερα είναι καλά γνωστό ότι, παίζουν σημαντικό ρόλο κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης μαζικών αστέρων, της έκρηξης σουπερνόβα καθώς και στην σουπερνόβα πυρηνοσύνθεση. Όμως υπάρχουν αβεβαιότητες στις αστροφυσικές αλληλεπιδράσεις των νετρίνων και της φυσικής των σουπερνόβα γενικότερα, οι οποίες ήγειραν αναρίθμητες ερωτήσεις πολλές από τις οποίες παραμένουν ακόμα αναπάντητες και οι γνώσεις μας περιορίζονται από την ελλιπή κατανόηση (αβεβαιότητες) των ενεργών διατομών και καλής γνώσης των συστηματικών σφαλμάτων αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες ( $\epsilon_\nu \leq 100-150$  MeV) [2].

Η εκπομπή νετρίνων και βαρυτικών κυμάτων από μαζικούς αστέρες, είναι από τα πιο συναρπαστικά θέματα της σύγχρονης έρευνας και αμφότερα τα σήματα είναι πολύ σημαντικότερα για μακρινούς αστέρες από ό,τι το ηλεκτρομαγνητικό σήμα. Κατά την διάρκεια των τελευταίων δύο δεκαετιών, σημειώθηκε αλματώδης πρόοδος όσον αφορά την κατανόησή μας και την μοντελοποίηση της κατάρρευσης της καρδιάς μαζικών αστέρων και των εκρήξεων σουπερνόβα, εστιάζοντας στις προσομοιώσεις της εξέλιξης των μέσω υδροδυναμικών μοντέλων, την περιγραφή των ασθενών αλληλεπιδράσεων και των επιδράσεων της πυρηνικής καταστατικής εξίσωσης (nuclear equation of state) και των νέων αντιλήψεων σχετικά με την πυρηνο-σύνθεση που λαμβάνει χώραν στα πρώτα στάδια της έκρηξης. Αυτή η πρόοδος οδήγησε σε μια νέα γενιά εξεζητημένων (Νευτόνιων και σχετικιστικών) υδροδυναμικών προσομοιώσεων [5, 7].

Στην παρούσα εργασία, μας ενδιαφέρουν κυρίως οι εκρήξεις σουπερνόβα που οδηγούν στο σχηματισμό ενός αστέρα νετρονίων για τους οποίους το πιο αποδεκτό σενάριο μηχανισμού έκρηξης, είναι ο μηχανισμός θέρμανσης νετρίνων (neutrino-heating), σενάριο το οποίο αποτελεί αναγκαίο υπόβαθρο κατανόησης των ενεργειακών κατανομών των νετρίνων όλων των γεύσεων που δημιουργούνται κατά την έκρηξη και φτάνει στον επίγειο ανιχνευτή. Η κατάλυξη των αστέρων μεγάλης μάζας με βαρυτική κατάρρευση και η επακόλουθη έκρηξη σουπερνόβα, είναι ένα από τα πολυπλοκότερα αστροφυσικά γεγονότα όπου εμπλέκονται και παίζουν σημαντικό ρόλο εκτός της βαρυτικής και οι άλλες τρεις θεμελιώδεις δυνάμεις της φύσης. Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις παίζουν κυρίαρχο ρόλο στην παραγωγή ενέργειας και την μείωση του λεπτονικού αριθμού λόγω της ασθενούς επίδρασης του συστήματος μέσω της μεταφοράς των νετρίνων από περιοχές με πολύ υψηλές αδιαφάνειες σε καταστάσεις ελεύθερης ροής, οι ισχυρές αλληλεπιδράσεις μαζί με τις ηλεκτρομαγνητικές, καθορίζουν τις θερμοδυναμικές ιδιότητες, ενώ οι πυρηνικές και οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις μεταβάλλουν τη σύνθεση του αστρικού αερίου.

Τα αποτελέσματα των προσομοιώσεων της κατάρρευσης αστρικής καρδιάς και των σουπερνόβα εκρήξεων καθώς και η μικροφυσική τέτοιων μοντέλων [1], συνιστούν πολύ ευρύ πεδίο έρευνας σε πολλές διαφορετικές κλίμακες μήκους και χρόνου και επίσης, παρέχουν ένα χώρο δοκιμής για νέα ή εξωτικά φαινόμενα.

Τελευταία, στα πλαίσια της πυρηνικής δομής, η έρευνα των ημι-λεπτονικών ασθενών διαδικασιών που περιλαμβάνουν αλληλεπιδράσεις λεπτονίου-πυρήνα (αντιδράσεις επαγόμενες από νετρίνα σε πυρήνες,  $\beta$ -αποδιεγέρσεις, σύλληψη ηλεκτρονίου από πυρήνες, κλπ.), έχουν εμβαθύνει τις γνώσεις μας στις θεμελιώδεις ηλεκτρασθενείς αλληλεπιδράσεις και με την πυρηνική δομή, αλλά έχουν εμπλουτίσει τις αντιλήψεις μας σχετικά με τον ρόλο των αντιδράσεων αυτών στην αστρική εξέλιξη. Τέτοιες ανεκτίμητες πληροφορίες, ενέπνευσαν το σχεδιασμό σημαντικών πειραμάτων στα πλαίσια της καθιερωμένης φυσικής, αλλά και πέραν αυτής και μας εφοδίασαν με σημαντικές πληροφορίες για διάφορα πειράματα ανίχνευσης νετρίνων, διερεύνησης των ταλαντώσεων νετρίνων, τις μάζες των νετρίνων, κλπ. Χρησιμοποιώντας πυρήνες σαν μικροεργαστήρια σε πειράματα παραγωγής/ανίχνευσης νετρίνων σε επιταχυντές, αντιδραστήρες κλπ., τα νετρίνα διερευνήθηκαν λεπτομερώς σαν στοιχειώδη σωματίδια και για το ρόλο κλειδί που επιτελούν στις ασθενείς αποκρίσεις και στη νέα φυσική πέρα από την καθιερωμένη θεωρία.

### 1.3 Αστροφυσικά νετρίνα χαμηλής ενέργειας

Ενώ για τα ηλιακά νετρίνα υπάρχουν πλούσια δεδομένα παρατηρήσεων και υπολογισμών [9], τα λεπτομερή αποτελέσματα για νετρίνα προερχόμενα από αστρική κατάρρευση, συνοψίζονται σε λίγες παρατηρήσιμες ποσότητες. Συνήθως, απλά φυσικά επιχειρήματα είναι αρκετά για να παράγουν προσεγγιστικές αριθμητικές τιμές της ολικής ακτινοβολούμενης ενέργειας, τις θερμοκρασίες των νετρίνων και τη διάρκεια του σήματος ακτινοβολίας [10]. Παρόλο που κατά την έκρηξη SN1987A ανιχνεύθη-



σαν περίπου είκοσι νετρίνα, η εκτενής και ενδεδειγμένη μελέτη τους μας επέτρεψαν να έχουμε την πεποίθηση ότι η βασική εικόνα του σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς που σχηματίσαμε, είναι σωστή [1, 11, 12, 13, 14]. Πιστεύεται ότι, το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας εκπέμπεται σε υψηλές θερμοκρασίες  $\nu_\mu$  και  $\nu_\tau$  νετρίνων καθώς και των αντινετρίνων τους, τα οποία προέρχονται από την καρδιά του αστέρα, ενώ μόνο νετρίνα  $\nu_e$  έχουν ανιχνευτεί με βεβαιότητα. Η κατάρρευση σουπερνόβα, αποτελεί μία από τις πιο εντυπωσιακές εκρήξεις του διαστήματος και σηματοδοτεί την καταστροφή ενός αστέρα μάζας μεγαλύτερης από  $M \geq 8M_\odot$  αφήνοντας πίσω της συμπαγή υπολείμματα (έναν αστέρα νετρονίων ή μια μελανή οπή).

Οι ακριβείς μηχανισμοί της έκρηξης δεν έχουν κατανοηθεί πλήρως μέχρι σήμερα γεγονός το οποίο διεγείρει το ενδιαφέρον των ερευνητών της πυρηνικής αστροφυσικής, της αστροφυσικής και της κοσμολογίας, αφού σχετίζονται με πολλά αστροφυσικά φαινόμενα, όπως π.χ. την πυρηνοσύνθεση και αύξηση της αφθονίας των περισσότερων βαρέων ισωτόπων στο γαλαξία μας [8], τις εκρήξεις ακτίνων- $\gamma$ , κλπ. Έτσι, ακόμα και προσπάθειες ανεύρεσης της αρχής του ανθρωπίνου γένους πρέπει να αρχίζουν με την κατανόηση της έκρηξης ενός σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς (core collapse supernova). Είναι επί πλέον πολύ καλά γνωστό ότι, την στιγμή της έκρηξης μεγάλο μέρος της ενέργειας σύνδεσης της αστρικής καρδιάς απελευθερώνεται υπό μορφή νετρίνων, τα οποία αρχικά είναι εγκλωβισμένα στην καρδιά του αστέρα και στη συνέχεια διαφεύγουν στο εξωτερικό του με διάχυση, μεταφέροντας ανεκτίμητες πληροφορίες της περιοχής της καρδιάς του μαζικού αστέρα.

Η σύγχρονη έρευνα λαμβάνει υπόψη και τις ταλαντώσεις των αστροφυσικών νετρίνων (neutrino oscillations) [4], οι οποίες επιβεβαιώθηκαν την τελευταία δεκαετία και είναι πολύ σημαντικές, διότι, εφόσον οι ταλαντώσεις των νετρίνων επηρεάζουν την επακόλουθη κατανομή νετρίνων, δεν μπορούμε να έχουμε αξιόπιστες πληροφορίες της φυσικής κατάστασης της πηγής των νετρίνων χωρίς να λάβουμε υπόψη τις ταλαντώσεις νετρίνων. Επίσης, εφόσον η έκρηξη σουπερνόβα αποτελεί μια σημαντική πηγή νετρίνων σχετικά χαμηλής ενέργειας συγκρινόμενη με άλλες πηγές, όπως γήινη ατμόσφαιρα, επιταχυντές (accelerators), ενεργεί ως ένα εργαστήριο μελέτης των ταλαντώσεων των νετρίνων.

## 1.4 Απόκριση πυρηνικών ανιχνευτών στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων

Όπως είναι γνωστό, οι διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα, αλλά και οι αντίστροφές των αντιδράσεις σύλληψης λεπτονίου από πυρήνες με εκπομπή νετρίνων, μελετώνται μέσω των μεταπτώσεων τύπου Fermi και Gamow-Teller, ακριβής περιγραφή των οποίων και ιδιαίτερα των μεταβάσεων Gamow-Teller είναι δύσκολη, επειδή απαιτείται η επίλυση του προβλήματος πολλών σωμάτων στην πυρηνική δομή [9, 15]. Λόγω έλλειψης πολλών πειραματικών δεδομένων στη δεκαετία του 1980, οι πίνακες δεδομένων αδυνατούσαν να περιγράψουν πλήρως τις Gamow-Teller κατανομές ενός πυρήνα, αλλά πρόσφατα αυτό έγινε εφικτό μέσω των νέων υπολογισμών με μοντέλο

φλοιών μεγάλου χώρου σθένους [7].

Η απόκριση των πυρήνων στα φάσματα των νετρίνων, είναι καίρια για τη μελέτη των νετρίνων χαμηλής ενέργειας, επειδή περιλαμβάνει πολική-διανυσματική και αξονική-διανυσματική συνιστώσα των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Έτσι, οι πυρηνικές αποκρίσεις που συνδέονται με τις αλληλεπιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα που κυρίως μας ενδιαφέρουν στην παρούσα μελέτη, είναι τύπου πυρηνικού ισο-σπιν και σπιν ισο-σπιν αποκρίσεις. Τέτοιες αποκρίσεις, στο πυρηνικό μέσο π.χ. του πυρηνικού ανιχνευτή, επηρεάζονται πολύ από το ισχυρό πυρηνικό σπιν. Οι γιγαντιαίοι συντονισμοί ισοτοπικού σπιν και σπιν ισο-σπιν εμφανίζονται στην περιοχή ενέργειας διέγερσης  $\omega \approx 10-25$  MeV, περιοχή στην οποία οι πυρήνες εμφανίζουν μεγάλη απόκριση στα νετρίνα χαμηλής ενέργειας [9, 16].

Στην περίπτωση των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων, επί πλέον των διεγέρσεων που επάγονται, είναι δυνατόν να έχουμε και μεταβάσεις του τύπου  $gs \rightarrow gs$ , κατά τις οποίες ο πυρήνας παραμένει στη βασική κατάσταση (έχουμε μόνο μεταφορά ορμής στο κέντρο μάζας και όχι εσωτερικές διεγέρσεις). Το κανάλι αυτό (σύμφωνη διαδικασία), είναι και το κυρίαρχο κανάλι για νετρίνα χαμηλής ενέργειας. Πολλοί από τους σύγχρονους ανιχνευτές νετρίνων χαμηλής ενέργειας, π.χ. εκείνοι που περιέχουν  $Mo$ , οι ημιαγωγοί  $CdZnTe$  και  $CdTe$ , το  $TeO_2$ , κ.λ.π., χρησιμοποιούνται και σε διάφορα πειράματα διαδικασιών με λίγα γεγονότα (rare processes), όπως π.χ. της διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης [15].

## 1.5 Το αντικείμενο της παρούσας μελέτης

Στο Κεφάλαιο 2, αρχικά κάνουμε μια σύντομη περιγραφή των πηγών νετρίνων χαμηλής ενέργειας (φυσικών και εργαστηριακών) δίνοντας έμφαση στον μηχανισμό παραγωγής και τις ιδιότητες εκείνων που είναι συνυφασμένες με τα στάδια εξέλιξης των μαζικών αστέρων και τον ιδιαίτερο ρόλο που διαδραματίζουν τα νετρίνα αυτά στο τελευταίο στάδιο της κατάρρευσης της καρδιάς του. Στη συνέχεια, επικεντρώνουμε στα ενεργειακά φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων και τους τρόπους παραμετροποίησής των, επειδή οποία μελετώνται με έμφαση στην παρούσα εργασία.

Στο Κεφάλαιο 3, εστιάζουμε την προσοχή μας σε μια συνοπτική επισκόπηση των πυρηνικών μεθόδων υπολογισμού πυρηνικών στοιχείων, οι οποίες αναπτύχθηκαν τις τελευταίες δεκαετίες για τη μελέτη τόσο συμβατικών όσο και εξωτικών ημιεπτονικών αντιδράσεων που λαμβάνουν χώραν παρουσία πυρήνων. Αρχικά, παρουσιάζονται διαγραμματικά οι μέθοδοι που έχουν χρησιμοποιηθεί μέχρι τώρα σε υπολογισμούς αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα και στη συνέχεια επικεντρώνουμε στη μέθοδο που αναπτύχθηκε πρόσφατα και παρέχει συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις των ανηγμένων στοιχείων πίνακα των βασικών τελεστών. Οι έννοιες αυτές είναι θεμελιώδεις και αποτελούν το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο των Κεφαλαίων 4, 5 και 6. Βασικό εργαλείο ανάλυσης και επεξεργασίας των αποτελεσμάτων της παρούσας μελέτης, αποτελεί η διαδικασία της συνέλιξης, η οποία, έχει ευρεία εφαρμογή στην επεξεργασία δεδομένων και σε άλλους τομείς της σύγχρονης έρευνας. Οι ανωτέρω

έννοιες εισάγονται και συζητώνται στο τέλος του Κεφ. 3.

Στο Κεφάλαιο 4, παρουσιάζονται λεπτομερειακοί υπολογισμοί ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνων (αντινετρίνων), με τα ισότοπα  $^{64}\text{Zn}$  και  $^{66}\text{Zn}$ , τα οποία αποτελούν συστατικά του ανιχνευτή του πειράματος COBRA. Συζητώνται αναλυτικά οι μέθοδοι συνέλιξης με χρήση ειδικά επιλεγμένων ενεργειακών κατανομών νετρίνων χαμηλής ενέργειας (Fermi-Dirac και Power-Law) και υπολογίζονται αναδιπλωμένες ενεργές διατομές των αντίστοιχων πρωτογενών (διπλών, απλών και ολικών ενεργών διατομών).

Στο πρώτο μέρος του Κεφαλαίου 5, παρουσιάζονται λεπτομερειακοί υπολογισμοί ενεργών διατομών των ισωτόπων  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$  με νετρίνα (αντινετρίνα) και εστιάζουμε στις πολυπολικές καταστάσεις που παίζουν κυρίαρχο ρόλο, δηλαδή συνεισφέρουν το κύριο μέρος στην ολική ενεργό διατομή. Στο δεύτερο μέρος, μελετάται η απόκριση των εν λόγω ισωτόπων ως ανιχνευτών νετρίνων χαμηλής ενέργειας επειδή τα ισότοπα αυτά έχουν και την μεγαλύτερη αφθονία στους ανιχνευτές των πειραμάτων COBRA και CUORE.

Στο Κεφάλαιο 6, η έρευνα επικεντρώνεται στη χρήση των φασμάτων νετρίνων που παράγονται από επιταχυνόμενους  $\beta$ -ραδιενεργούς πυρήνες (boosted beta beam neutrinos), στην ερμηνεία νετρίνων χαμηλής ενέργειας με έμφαση σε εκείνα των υπερκαινοφανών νετρίνων. Οι κύριοι ραδιενεργοί πυρήνες που χρησιμοποιούνται στην παραγωγή τέτοιων νετρίνων, είναι το  $^6\text{He}$  (για δέσμη αντινετρίνων) και το  $^{18}\text{Ne}$  (για δέσμη νετρίνων). Για την παρούσα μελέτη, η οποία περιορίζεται σε ενεργειακές κατανομές νετρίνων μέχρι 100–150 MeV, θεωρούμε φάσματα με  $\gamma$ -παράγοντες ώθησης (Lorentz boost factors) μέχρι  $\gamma=15$  (στο εργαστήριο είναι εφικτή η παραγωγή νετρίνων με πολύ μεγαλύτερους  $\gamma$ -παράγοντες, ενώ φιλοδοξούν να φθάσουν παράγοντες Lorentz  $\gamma = 500$ ).

Στο Κεφάλαιο 7, γίνεται μια συνόψιση των σπουδαιότερων συμπερασμάτων που εξήχθησαν από την παρούσα μελέτη και συζητώνται οι μελλοντικές επεκτάσεις της έρευνας που διεξήχθη.

Κλείνοντας το παρόν εισαγωγικό Κεφάλαιο, σημειώνουμε ότι πολλά χρήσιμα στοιχεία, συχνά χρησιμοποιούμενες σχέσεις και απαραίτητοι τύποι παρατίθενται σε μια σειρά Παραρτημάτων, τα οποία αποτελούν αναγκαίο συμπλήρωμα για την κατανόηση του περιεχομένου της παρούσας εργασίας.

Επίσης, στο τελευταίο μέρος της παρούσης, παρατίθεται μια εκτενής σύγχρονη Βιβλιογραφία, η οποία από ενός μεν αποτέλεσε και το κίνητρο της παρούσας έρευνας με την κατανόηση των εντόνου ενδιαφέροντος ανοιχτών προβλημάτων της φυσικής των νετρίνων και των συναφών πεδίων που πραγματεύονται εδώ, αφετέρου είναι αναγκαία για την βαθύτερη και πλατύτερη κατανόηση του υποβάθρου της.



## Κεφάλαιο 2

---

# Πηγές και ενεργειακά φάσματα νετρίνων χαμηλών και ενδιαμέσων ενεργειών

*If there are no new forces, one can conclude that there is no practically possible way of observing the neutrino.*  
*Bethe and Peierls, (1934)*

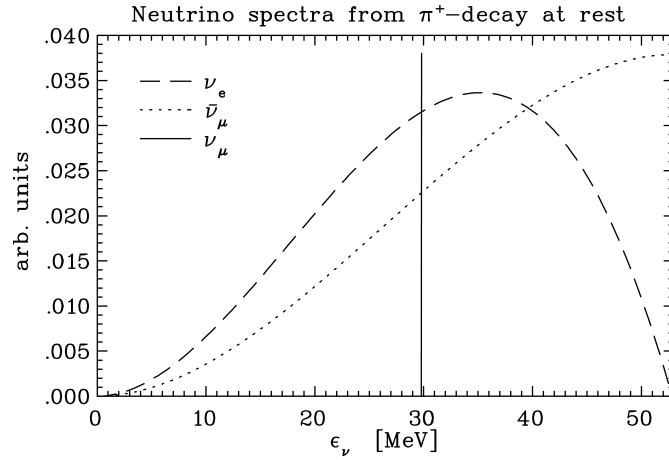
## 2.1 Εισαγωγή

Στο παρόν Κεφάλαιο, εστιάζουμε στις ενεργειακές κατανομές των νετρίνων χαμηλών και ενδιαμέσων ενεργειών τόσον εκείνων που παράγονται στα εργαστήρια (νετρίνα διάσπασης πιονίων και μιονίων, νετρίνα  $\beta$ -δέσμης, κλπ.) όσον και των αστροφυσικών νετρίνων (ηλιακά, σουπερνόβα, ατμοσφαιρικά, κλπ.). Στη συνέχεια, μετά από μια σύντομη περιγραφή της εξέλιξης των μαζικών αστερών και τον ρόλο που διαδραματίζουν σε αυτή τα νετρίνα ιδιαίτερα στο τελευταίο στάδιο της ζωής των, δηλαδή της κατάρρευσης της καρδιάς των, επικεντρώνουμε στα ενεργειακά φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων τα οποία μελετώνται με έμφαση στην παρούσα εργασία.

Οι ανωτέρω έννοιες, είναι θεμελιώδεις και αποτελούν το βασικό θεωρητικό υπόβαθρο των Κεφαλαίων 4, 5 και 6. Ιδιαίτερα για το τεχνικό μέρος της παρούσης έρευνας, μας ενδιαφέρει η διαδικασία της συνέλιξης, ως βασικό εργαλείο ανάλυσης και επεξεργασίας των ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα που υπολογίζονται στην παρούσα διατριβή. Στην ανίχνευση αστροφυσικών νετρίνων από επίγεια σύγχρονα πειράματα, η μελέτη της απόκρισης των πυρηνικών ανιχνευτών με τη διαδικασία της συνέλιξης, βασίζεται σε παραμετροποιημένες εκφράσεις των ενεργειακών φασμάτων των νετρίνων. Στο τέλος του Κεφαλαίου, συζητώνται οι πιο εύχρηστες και κατάλληλες για τα ενεργειακά φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων.

## 2.2 Εργαστηριακές και Φυσικές πηγές νετρίνων

Στα διάφορα φαινόμενα που εμφανίζονται τα νετρίνα, το φάσμα τους περιλαμβάνει ενέργειες από μερικά MeV μέχρι εκατοντάδες TeV. Ανάλογα με την ενέργεια που μεταφέρουν, τα νετρίνα ταξινομούνται σε νετρίνα χαμηλής ενέργειας,  $\epsilon_\nu \lesssim 20\text{--}30$



Σχήμα 2.1: Ενεργειακή κατανομή νετρίνων παραγομένων κατά την αποδιέγερση βραδέων πιονίων ( $\pi^+$ ) και μιονίων ( $\mu^+$ ). Η μέγιστη ενέργεια των εκπεμπομένων  $\nu_e$  και  $\bar{\nu}_\mu$  είναι 52.8 MeV [16].

MeV (ηλιακά, χαμηλής ενέργειας υπερκαινοφανή νετρίνα), ενδιάμεσης ενέργειας,  $20 \text{ MeV} \leq \epsilon_\nu \leq 100\text{--}150 \text{ MeV}$  (υψηλής ενέργειας υπερκαινοφανή νετρίνα) και υψηλής ενέργειας,  $100 \text{ MeV} \leq \epsilon_\nu \leq 1\text{--}2 \text{ GeV}$  (ατμοσφαιρικά νετρίνα, νετρίνα ηλιακών εκλάμψεων, νετρίνα εκρήξεων  $\gamma$ -ακτίνων, κλπ.). Στην παρούσα εργασία, μελετώνται διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα στις οποίες τα νετρίνα έχουν ενέργειες  $\epsilon_\nu \leq 100\text{--}150 \text{ MeV}$ , κατά τις οποίες οι νουκλεονικοί βαθμοί ελευθερίας δεν διεγείρονται και επομένως, η μεταφερομένη κατά την αντίδραση ενέργεια διατίθεται κυρίως για τη διέγερση του πυρήνα. Οι ιδιότητες και ο ρόλος των νετρίνων μελετώνται στην σύγχρονη έρευνα σε συνδυασμό με τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά των πηγών παραγωγής των, οι οποίες ανάλογα με την ενέργεια και τους μηχανισμούς παραγωγής των νετρίνων, ταξινομούνται σε εργαστηριακές και αστροφυσικές, όπως περιγράφονται αναλυτικότερα παρακάτω.

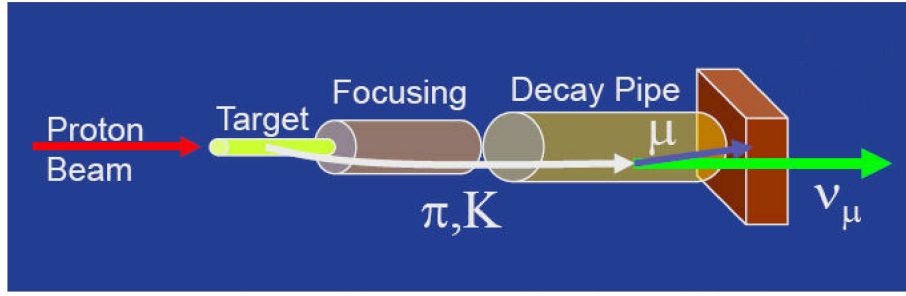
### 2.2.1 Εργαστηριακές πηγές νετρίνων

#### Εργαστηριακές δέσμες νετρίνων χαμηλής ενέργειας

Τα χαμηλής και ενδιάμεσης ενέργειας νετρίνα που παράγονται σε διάφορα πειράματα, όπως, MiniBoone,  $\beta$ -beams, κλπ., δεν είναι μονοενεργειακά αλλά παρουσιάζουν μια ενεργειακή κατανομή. Τέτοια παραδείγματα ενεργειακών κατανομών νετρίνων, αναφέρονται γενικά ως εξής:

(i). Νετρίνα τα οποία παράγονται μέσω αποδιεγέρσεων πιονίων και μιονίων (slow pion and muon decay), με ενέργειες,  $\epsilon_\nu \leq 52.8 \text{ MeV}$ .

(ii). Νετρίνα αντιδραστών (reactor neutrinos), τα οποία είναι  $\bar{\nu}_e$  αντινετρίνα και παράγονται κατά την  $\beta$ -αποδιέγερση πυρήνων πλουσίων σε νετρόνια ( $^{235}\text{U}$ ,  $^{238}\text{U}$ ,  $^{239}\text{Po}$ ,  $^{240}\text{Po}$ ). Τα εν λόγω νετρίνα, ανιχνεύονται μέσω της αντίστροφης  $\beta$ -



Σχήμα 2.2: Σχηματική αναπαράσταση της πειραματικής διάταξης παραγωγής μιονικών νευτρίνων (αντινευτρίνων). Διακρίνεται η δέσμη πρωτονίων, ο στόχος βυριλίου στο οποίο σημειουργούνται πιόνια και καόνια, ο σωλήνας αποδιέγερσης των μιονίων και παραγωγής της τελικής δέσμης  $\nu_\mu$  (κατά την αποδιέγερση  $\mu^-$ ) ή  $\bar{\nu}_\mu$  (κατά την αποδιέγερση  $\mu^+$ ).

αποδιέγερσης και έχουν ενέργειες,  $\varepsilon_\nu \leq 10$  MeV.

(iii). Νευτρίνα  $\beta$ -δέσμης (beta-beam neutrinos), τα οποία παράγονται κατά την αποδιέγερση  $\beta$ -ραδιενεργών πυρήνων επιταχυνόμενων μέσα σε αποθηκευτικούς δακτυλίους και έχουν ενέργειες,  $\varepsilon_\nu \leq 1-2$  GeV.

Κατά την αποδιέγερση βραδέων πιονίων και μιονίων, παράγονται κυρίως μιονικά νευτρίνα ( $\nu_\mu$ ) και αντινευτρίνα ( $\bar{\nu}_\mu$ ), αλλά και ηλεκτρονιακά νευτρίνα ( $\nu_e$ ) ή αντινευτρίνα ( $\bar{\nu}_e$ ). Όταν τα μίονια προέρχονται από αποδιέγερση βραδέων πιονίων σύμφωνα με τις αντιδράσεις,

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\bar{\nu}_\mu), \quad (2.1)$$

$$\pi^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e(\bar{\nu}_e), \quad (2.2)$$

έχουν σχετικά χαμηλή ενέργεια  $\varepsilon_\mu \leq 29.8$  MeV (βλέπε Σχ. 2.1). Έτσι, κατά την αποδιέγερση μιονίων εν πτήσει στη δέσμη (muon decay in flight) έχουμε

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu, \quad (2.3)$$

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \quad (2.4)$$

με ενέργειες  $\nu_e$  νευτρίνων  $\varepsilon_{\nu_e} \leq 52.8$  MeV. Με σύλληψη άλλοτε των θετικών πιονίων ( $\pi^+$ ) και άλλοτε των αρνητικών ( $\pi^-$ ), κατορθώνουμε να γνωρίζουμε ακριβώς την κατανομή νευτρίνων της παραγόμενης δέσμης [50]. Τα ενεργειακά φάσματα των  $\nu_e$  και  $\bar{\nu}_\mu$  που παράγονται από την αντίδραση (2.3), περιγράφονται προσεγγιστικά από τις κανονικοποιημένες αναλυτικές εκφράσεις (ενεργειακές κατανομές),

$$f_{\nu_e}(\varepsilon_{\nu_e}) = 96\varepsilon_{\nu_e}^2 m_\mu^{-4} (m_\mu - 2\varepsilon_{\nu_e}), \quad (2.5)$$

$$f_{\bar{\nu}_\mu}(\varepsilon_{\bar{\nu}_\mu}) = 16\varepsilon_{\bar{\nu}_\mu}^2 m_\mu^{-4} (3m_\mu - 4\varepsilon_{\bar{\nu}_\mu}), \quad (2.6)$$

οι οποίες έχουν προκύψει από προσαρμογή σε πειραματικά δεδομένα και απεικονίζονται στο Σχ. 2.1. Στις ανωτέρω εκφράσεις,  $m_\mu = 105.6$  MeV, παριστάνει τη

μάζα ηρεμίας του μιονίου. Η μέγιστη ενέργεια των  $\nu_e$  και  $\tilde{\nu}_\mu$  στις Εξ. (2.5) και (2.6), είναι  $\varepsilon_{\nu_e}^{max} = 52.8\text{MeV}$  [16, 254].

Αξίζει να αναφέρουμε ότι, οι ενεργειακές κατανομές των νετρίνων των Εξ. (2.5) και (2.6), έχουν χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή των υπερκαινοφανών νετρίνων, επειδή οι μορφές των (βλέπε Σχ. 2.1) είναι αρκετά όμοιες με εκείνες των υπερκαινοφανών νετρίνων. Το μειονέκτημά τους όμως, είναι το γεγονός ότι, η ουρά υψηλής ενέργειας (περιοχή ενέργειας  $\varepsilon_\nu \approx 50 - 80\text{ MeV}$ ) είναι κλειστή, σε αντίθεση με εκείνη του φάσματος των υπερκαινοφανών νετρίνων [254]. Για το λόγο αυτό, σήμερα χρησιμοποιούνται συνήθως άλλες ανοιχτές κατανομές, όπως θα συζητηθεί εκτενέστερα στο Κεφ. 4–6 (επίσης, στην Παράγρ. 2.4).

### Εργαστηριακές δέσμες νετρίνων υψηλής ενέργειας

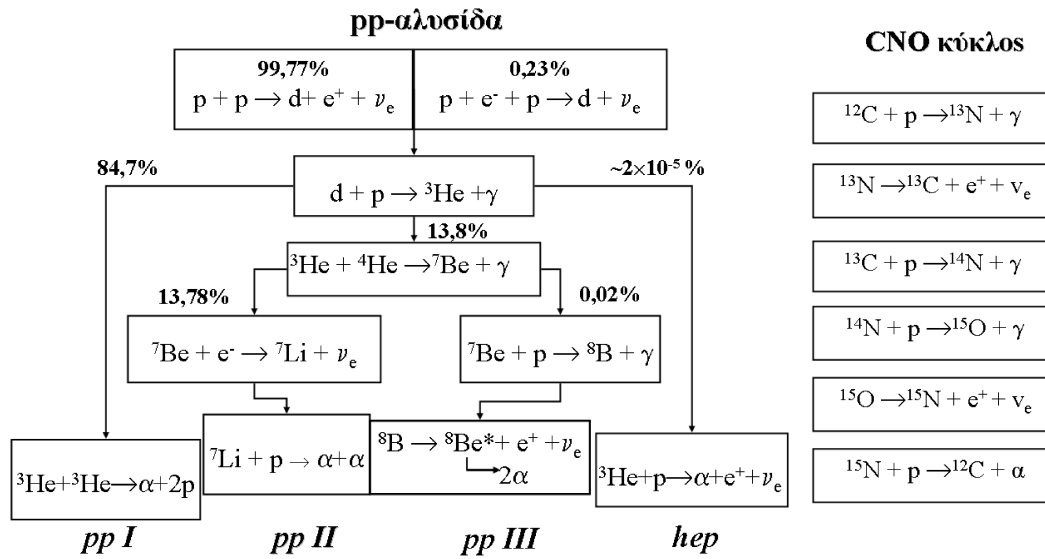
Στους σύγχρονους επιταχυντές, με χρήση πρωτονικής δέσμης υψηλής ενέργειας (βλέπε Σχ. 2.2), παράγονται δέσμες νετρίνων υψηλής ενέργειας αποκαλούμενα νετρίνα επιταχυντών (accelerator neutrinos). Τέτοιες δέσμες νετρίνων είναι ισχυρές, εστιασμένες και αρκετά καθарές, ώστε να κατευθύνονται σε εργαστήριο ανίχνευσης ευρισκόμενο πλησίον (short baseline neutrinos) [31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 50, 51] ή μακράν (long baseline neutrinos) [38, 39] του χώρου παραγωγής των. Οι δέσμες αυτές, είναι συνήθως μιονικών νετρίνων  $\nu_\mu$  ή αντινετρίνων  $\tilde{\nu}_\mu$ , με μικρή πρόσμιξη ηλεκτρονιακών νετρίνων ή αντινετρίνων.

Επί των ημερών μας η τεχνολογική βελτίωση, μας έδωσε δέσμες νετρίνων από επιταχυνόμενους  $\beta$ -ραδιενεργούς πυρήνες (boosted beta-beam neutrinos), με ενέργειες,  $\varepsilon_\nu < 100\text{ MeV} - 2\text{ GeV}$ . Τον ρόλο τέτοιων δεσμών στην έρευνα, θα συζητήσουμε εκτενώς στο Κεφ. 6, όπου θα γίνουν λεπτομερειακοί υπολογισμοί φασμάτων νετρίνων από συγκεκρωμένους ραδιενεργούς πυρήνες επιταχυνόμενους σε μάλλον χαμηλούς παράγοντες Lorentz (low-energy beta-beam neutrinos).

### Συμβατικές δέσμες και υπερδέσμες νετρίνων

Στους μεγάλους αποθηρευτικούς δακτυλίους, στους οποίους είναι δυνατόν να συλληφθούν  $10^{20}$  μόνια το έτος, παράγονται πολύ ισχυρές δέσμες νετρίνων και αντινετρίνων [50, 51]. Οι συμβατικές δέσμες νετρίνων, είναι ουσιαστικά δέσμες μιονικών νετρίνων  $\nu_\mu$ , με μικρή (μικρότερη του 1%) πρόσμιξη από νετρίνα άλλων γεύσεων. Η πρόσμιξη των  $\nu_e$  νετρίνων της δέσμης, περιορίζει την πειραματική ικανότητα να παρατηρήσουμε εμφάνιση  $\nu_e$  νετρίνων ( $\nu_e$  appearance) κατά τις ταλαντώσεις των (πείραμα MiniBooNE στο Fermilab) και επομένως να μετρήσουμε τη γωνία ανάμιξης  $\theta_{13}$  (πείραμα MINOS) [50, 51]. Για την παραγωγή συμβατικών δεσμών νετρίνων, μια δέσμη πρωτονίων υψηλής ενέργειας κατευθύνεται σε ένα στόχο (στο πείραμα MiniBooNE ο στόχος είναι Βιρύλιο), οπότε τα δημιουργούμενα θετικά πόνια ( $\pi^+$ ) συλλέγονται, εστιάζονται και τελικά αποδιεγείρονται σε έναν μακρύ σωλήνα (βλέπε Σχ. 2.2). Μετά την αποδιέγερση, λαμβάνεται μια σχετικά εστιασμένη δέσμη  $\nu_\mu$  νετρίνων. Δέσμη αντινετρίνων του μιονίου  $\tilde{\nu}_\mu$ , παράγεται όταν αρνητικά φορτισμένα





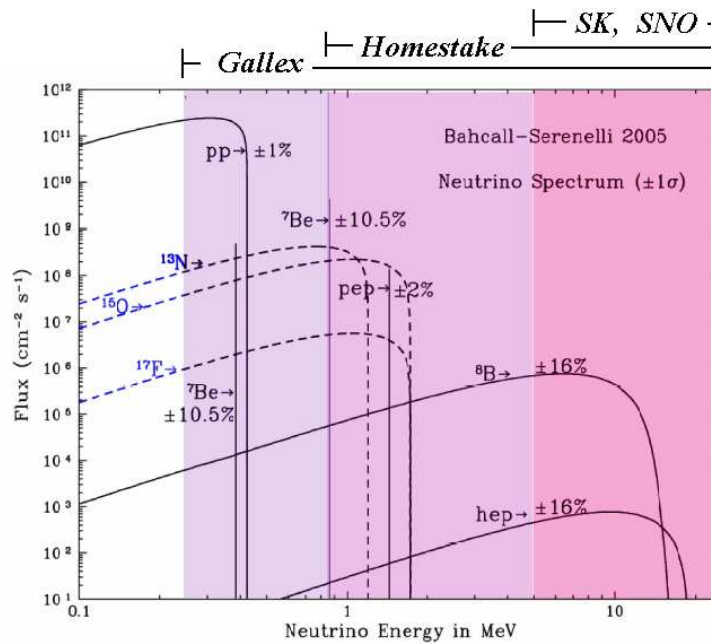
Σχήμα 2.3: Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις παραγωγής νετρίνων που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό του Ηλίου: Αλυσίδα pp-αντιδράσεων (Αριστερά) και οι κύριες αντιδράσεις που περιλαμβάνονται στον CNO κύκλο (Δεξιά).

πίονια ( $\pi^-$ ) είναι εστιασμένα στη δέσμη. Οι ροές των νετρίνων δέσμης παραμετροποιούνται με το πλήθος των πρωτονίων που προσπίπτουν στο στόχο ανά έτος (protons on target, POT). Οι συμβατικές πηγές έχουν  $10^{20}$  POT.

Οι υπερδέσμες νετρίνων (Superbeams), είναι η τεχνολογική εξέλιξη των συμβατικών δεσμών. Τα νετρίνα της υπερδέσμης, δημιουργούνται χρησιμοποιώντας σύγχρονη τεχνολογία παραγωγής λεπτών δεσμών, δηλαδή το ενεργειακό τους φάσμα έχει μία πολύ υψηλή κορυφή. Η ροή των πρωτονίων στις υπερδέσμες, είναι μεγαλύτερη κατά έναν παράγοντα 10 έως 50 σε σύγκριση με τις συμβατικές δέσμες και η ισχύς της πηγής για υπερδέσμες είναι περίπου  $10^{21}$  POT [50, 51].

### 2.2.2 Αστροφυσικές πηγές νετρίνων

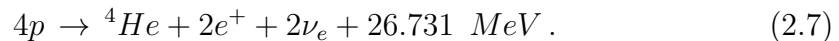
Στην ενότητα αυτή, θα συνοψίσουμε τα κύρια χαρακτηριστικά των πηγών αστροφυσικών νετρίνων. Αν και η έμφαση της παρούσης μελέτης δίνεται στα υπερκαινοφανή σε ό,τι αφορά την ανίχνευση, για λόγους πληρότητας αλλά και σύγκριση των ενεργειακών φασμάτων, θα συζητήσουμε περιληπτικά και νετρίνα όπως, κοσμολογικά, ατμοσφαιρικά, γεωνετρίνα, κλπ., τα οποία σχετίζονται λιγότερο προς τα υπερκαινοφανή. Όμως, τα πρωτογενή αποτελέσματα των ενεργών διατομών που υπολογίζονται στα Κεφ. 4-6, μπορούν να υιοθετηθούν για αντιδράσεις με νετρίνα οποιασδήποτε πηγής (π.χ. ηλιακά, γεωνετρίνα, κλπ.).



Σχήμα 2.4: Ροές ηλιακών νετρίνων που παράγονται από τις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό του Ηλίου, σαν συναρτήσεις της ενέργειας των νετρίνων. Φαίνονται τόσο οι ροές της αλυσίδας των  $pp$ -αντιδράσεων, όσον και εκείνων του CNO κύκλου. Οι γραμμοσκιασμένες επιφάνειες δείχνουν την ενέργεια κατωφλίου και τις μετρούμενες ροές ηλιακών πηγών των γνωστών πειραμάτων (βλέπε επάνω μέρος του σχήματος).

### Ηλιακά νετρίνα και αντιδράσεις παραγωγής των

Στο εσωτερικό του Ηλίου, παράγονται  $\nu_e$  νετρίνα (solar neutrinos), με ενέργειες  $\epsilon_\nu < 20$  MeV, μέσω των θερμοπυρηνικών αντιδράσεων που λαμβάνουν χώραν κυρίως κατά την καύση του υδρογόνου. Συνολικά, η καύση του  $H$  περιγράφεται από την αντίδραση



Επί μέρους αντιδράσεις (πηγές) ηλιακών νετρίνων μέσω της αλυσίδας πρωτονίου-πρωτονίου ( $pp$ -chain process), είναι τα  $pp$ -νετρίνα, τα  $pep$ -νετρίνα, τα  $hep$ -νετρίνα, τα  ${}^7\text{Be}$ -νετρίνα και τα  ${}^8\text{B}$ -νετρίνα (βλέπε Σχ. 2.3, αριστερά), ενώ μέσω του κύκλου άνθρακα-αζώτου-οξυγόνου (CNO-cycle), οι αντιδράσεις παραγωγής νετρίνων φαίνονται στο Σχ. 2.3 (δεξιά) [56, 57].

Το πεδίο έρευνας «αστροφυσική των νετρίνων» (neutrino astrophysics), δημιουργήθηκε με την προσπάθεια μέτρησης της ροής των ηλιακών νετρίνων στο πείραμα Homestake τα τέλη της δεκαετίας του 1960 [44, 54]. Τρεις δεκαετίες μετά, η σχετική έρευνα (πείραμα GALLEX, SAGE, SuperKamiokande, SNO, κλπ.), κατόρθωσε να έχουμε σήμερα ακριβείς μετρήσεις όχι μόνο της ολικής ροής των ηλιακών

νετρίνων (βλέπε Σχ. 2.4), αλλά και των επιμέρους συνιστωσών γεύσεων νετρίνων [20, 21, 103]). Αυτό, ήταν ένα καίριο τεστ ελέγχου της θεωρίας εξέλιξης αστέρων της κύριας ακολουθίας (όπως είναι και ο Ήλιος) και επιπλέον της μέτρησης του τετραγώνου της διαφοράς μάζας  $|\Delta m|_{atm}^2$ ,  $|\Delta m|_{solar}^2$ , των διαφόρων ιδιοκαταστάσεων μάζας νετρίνου, καθώς και των γωνιών ανάμιξης  $\theta_{23}$  και  $\theta_{12}$  [70].

Πρόσφατα δεδομένα, τα οποία εισηγούνται μια σημαντική μείωση της μεταλικότητας του Ηλίου σε σημείο που να μην θεωρείται πλέον πλούσιος σε βαριά στοιχεία, συνεπάγονται μειωμένη συνιστώσα της ροής των ηλιακών νετρίνων (ροής των νετρίνων  $^8B$ ), λόγω προκύπτουσας ελάττωσης της θερμοκρασίας της καρδιάς του. Όμως, επειδή τα νετρίνα του κύκλου CNO έχουν μεγαλύτερη εξάρτηση από τη θερμοκρασία της καρδιάς, μια καλύτερη μέτρηση της ροής των CNO νετρίνων αναμένεται να προσφέρει βαθύτερη κατανόηση της μεταλικότητας του Ηλίου (πείραμα SNO<sup>+</sup>) [173].

Η παρούσα αβεβαιότητα στις μετρήσεις είναι πολύ μεγάλη, αλλά μια ακρίβεια μερικών εκατοστών του MeV, είναι στο εγγύς μέλλον εφικτή [177, 215]. Μια ακριβής μέτρηση της ολικής φωτεινότητας των ηλιακών νετρίνων, θα μας βοηθήσει να απαντήσουμε εάν οι αντιδράσεις πυρηνικής σύντηξης είναι οι μόνες πηγές ηλιακής ενέργειας. Σχετικά ανοιχτά θέματα, περιλαμβάνουν έρευνα για κυρίαρχες πηγές νετρίνων (που ελέγχουν τη σχέση μεταξύ λαμπρότητας νετρίνων και ηλιακών φωτονίων), μαγνητικές ροπές νετρίνων και επίδρασή τους στη ροή των ηλιακών νετρίνων χρησιμοποιώντας νετρίνα για τη μέτρηση ηλιακών ιδιοτήτων και την έρευνα πέραν του καθιερωμένου ηλιακού προτύπου (Standard Solar Model) [55, 103] και της καθιερωμένης θεωρίας των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων (Standard Model of Electroweak Interactions) [143, 144]. Όλες αυτές οι ερωτήσεις απαιτούν ακριβή γνώση της ενεργού διατομής τόσο των αντιδράσεων παραγωγής των νετρίνων, όσο και εκείνων της ανίχνευσής των και αποτελούν κίνητρο έρευνας και της παρούσας μελέτης.

### Ατμοσφαιρικά νετρίνα και αντιδράσεις τους

Όπως είναι γνωστό, η Γη είναι βυθισμένη σε μια ροή κοσμικών ακτίνων υψηλής ενέργειας, η οποία συνίσταται κυρίως από πρωτόνια και α-σωμάτια. Στα ανώτερα στρώματα της ατμόσφαιρας, τα σωματίδια αυτά επιβραδύνονται και χάνουν ενέργεια, δημιουργώντας κυρίως πιόνια  $\pi^\pm$  και λίγα καόνια  $K^\pm, K^0$ , τα οποία διασπώνται, οπότε παράγονται νετρίνα (με ενέργειες  $\varepsilon_\nu \lesssim 1 - 3$  GeV) μέσω αντιδράσεων της μορφής

$$\pi^\pm(K^\pm) \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu(\tilde{\nu}_\mu), \quad (2.8)$$

$$\mu^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e(\tilde{\nu}_e) + \tilde{\nu}_\mu(\nu_\mu). \quad (2.9)$$

Οι αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, είναι πολύ χρήσιμες για την ανίχνευση των ατμοσφαιρικών νετρίνων, καθώς και για τη μελέτη των αντιδράσεών τους. Στα πειράματα ατμοσφαιρικών νετρίνων, τα χαρακτηριστικά της πυρηνικής δομής είναι χρήσιμα στη βελτίωση των προσομοιώσεων των σύγχρονων ανιχνευτών και την επιλογή του

καταλληλότερου πυρήνα-στόχου. Σήμερα, υπάρχουν εκτεταμένες μετρήσεις ατμοσφαιρικών νετρίνων [46].

Ένα από τα προβλήματα που απασχόλησαν επί δεκαετίες την επιστημονική κοινότητα, είναι η αποκαλούμενη ανωμαλία ατμοσφαιρικών νετρίνων, η οποία διατυπώνεται ως εξής: από τις αντιδράσεις διάσπασης (2.8) και (2.9), θα περίμενε κανείς ο λόγος των δύο γεύσεων νετρίνου,  $\nu_\mu$  και  $\nu_e$  και των αντισωματίων τους,  $\tilde{\nu}_\mu$  και  $\tilde{\nu}_e$ , ο οποίος δίνεται από την έκφραση

$$r = \frac{\nu_\mu + \tilde{\nu}_\mu}{\nu_e + \tilde{\nu}_e}, \quad (2.10)$$

να είναι ίσος με 2. Όμως, πειραματικές μετρήσεις έδειξαν ότι, ο λόγος αυτός είναι περίπου ίσος  $r \approx 1.2$  [45, 46], αποτελέσματα που έχουν επιβεβαιωθεί από αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα, του τύπου  $(\nu_\mu, \mu^-)$  και  $(\nu_e, e^-)$  στα εργαστήρια IMB των Ηνωμένων Πολιτειών (Irvine-Michigan-Brookhaven), καθώς και στα Kamiokande και Super-Kamiokande της Ιαπωνίας. Η παραπάνω ασάφεια σημαίνει ότι, είτε υπάρχει μια μείωση των νετρίνων μιονικού τύπου ή μια αύξηση ηλεκτρονιακού τύπου νετρίνων ή και τα δύο γεγονότα ταυτόχρονα.

Για την ερμηνεία της ανωτέρω ανωμαλίας, αναπτύχθηκαν θεωρητικές ερμηνείες, μεταξύ των οποίων και η ευρέως αποδεκτή υπόθεση ύπαρξης ταλαντώσεων των μιονικών νετρίνων σε νετρίνα άλλης γεύσης, αποτέλεσμα της οποίας, είναι η εμφάνιση μειωμένης ροής των  $\nu_e$ .

Σύμφωνα με πρόσφατες μετρήσεις ατμοσφαιρικών νετρίνων του Super-Kamiokande [42, 104], τα  $\nu_\mu$  νετρίνα μπορούν να ερμηνευτούν με μετατροπή τους σε  $\nu_\tau$ . Ένα καίριο σημείο που πρέπει να αναφερθεί, είναι το γεγονός ότι, η ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων είναι συνυφασμένη με μεγάλη γωνία ανάμιξης νετρίνων. Επομένως, η ερμηνεία είναι στενά συνδεδεμένη με γωνία ανάμιξης μεταξύ  $\nu_e$  και άλλων γεύσεων νετρίνων [45, 46]. Σήμερα γνωρίζουμε από μετρήσεις ατμοσφαιρικών νετρίνων ότι  $|\Delta m|_{21}^2 = (7.65_{-0.20}^{+0.23}) \times 10^{-5} (eV)^2$  και  $|\Delta m|_{23}^2 = (2.4_{-0.11}^{+0.12}) \times 10^{-3} (eV)^2$  (πείραμα KamLand) [4, 103].

## Κοσμολογικά νετρίνα

Η έρευνα των νετρίνων σήμερα, θεωρεί ότι, στο Σύμπαν υπάρχει ένα υπόβαθρο νετρίνων χαμηλής ενέργειας, όμοιο με το υπόβαθρο κοσμικής ακτινοβολίας μικροκυμάτων (cosmic microwave background radiation, CMB), το οποίο δημιουργήθηκε τη στιγμή της της αποδέσμευσης των νετρίνων από την ύλη και το οποίο αποκαλείται υπόβαθρο νετρίνων του σύμπαντος (cosmic neutrino background  $C\nu B$ ). Στη δεκαετία του 1980, προτάθηκε ότι αυτά τα νετρίνα μπορούν να εξηγήσουν την σκοτεινή ύλη του σύμπαντος, διότι έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλους υποψηφίους της σκοτεινής ύλης ως προς το ότι, γνωρίζουμε την ύπαρξή τους, είναι άμαζα και έχουν παρόμοια αριθμητική πυκνότητα όπως τα φωτόνια της CMB ακτινοβολίας, σύμφωνα με το Καθιερωμένο Πρότυπο των στοιχειωδών σωματιδίων [61, 198].

Από λείψανα νευτρίνων που έχουν ανιχνευτεί στην κοσμική ακτινοβολία υποβάθρου, συμπεραίνεται ότι τα νευτρίνα έπαιξαν και παίζουν προεξέχοντα ρόλο στις διαδικασίες της Μεγάλης Έκρηξης (Big Bang).

Το νευτρίνο, είναι το δεύτερο πιο άφθονο σωματίο του σύμπαντος μετά τα φωτόνια υποβάθρου της κοσμικής ακτινοβολίας μικροκυμάτων. Σήμερα πιστεύεται ότι, η ολική αριθμητική πυκνότητά τους, συμπεριλαμβάνοντας και τα αντινετρίνα, είναι

$$\sum (n_\nu + n_{\bar{\nu}}) \approx 340 \text{ neutrinos/cm}^3,$$

σχεδόν ισοδύναμα μοιρασμένα μεταξύ των τριών ειδών  $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$  [60, 61].

Για σύγκριση, η μέση αριθμητική πυκνότητα της συνήθους βαρυονικής ύλης, είναι  $n_B \approx 2.5 \times 10^{-7} \text{ baryons/cm}^3$  (η μέση αριθμητική πυκνότητα  $n_\gamma$  των CMB φωτονίων, κυριαρχεί σε αυτή των βαρυονίων κατά  $\sim 10^9$ ). Το υπόβαθρο νευτρίνων του σύμπαντος (cosmic neutrino background,  $C\nu B$ ), δεν είναι άμεσα παρατηρήσιμο σήμερα, λόγω της πολύ ασθενούς αλληλεπίδρασης αυτών των νευτρίνων τα οποία έχουν πολύ χαμηλή ενέργεια. Η μέση ενέργεια των  $C\nu B$ , είναι  $\epsilon_\nu = 6.1 \text{ } ^\circ K \approx 5.3 \times 10^{-4} \text{ eV}$ . Ανάλυση κοσμολογικών δεδομένων, επιτρέπει να τεθεί άνω όριο στη μάζα νευτρίνων, δηλαδή  $\sum m_\nu \leq 0.7 \text{ MeV}$ , από την οποία προκύπτει  $m_\nu \leq 0.23 \text{ eV}$ , (υποθέτοντας ίση μάζα για κάθε είδος γεύσης) [62].

Σημειώνουμε ότι, το πείραμα KATRIN αναμένεται ή να θέσει ένα άνω όριο μάζας νευτρίνου στην τιμή  $m_\nu \leq 1 \text{ eV}$ , ή να μετρήσει μια (σημαντική) τιμή της μάζας του νευτρίνου στην περιοχή,  $0.2 \text{ eV} \leq m_\nu \leq 1 \text{ eV}$  [63, 64].

### Γεω-νετρίνα

Τα παραγόμενα αντινετρίνα, κυρίως, κατά τις  $\beta$ -αποδιεγέρσεις των φυσικών και τεχνητών ραδιενεργών ισοτόπων της Γής (ενέργειας  $\epsilon_\nu < 10 \text{ MeV}$ ), όπως  $U, Th$  και  $^{40}K$ , είναι γνωστά με τον όρο Γεω-νετρίνα (geoneutrinos) και μεταφέρουν πληροφορίες σχετικές με την αφθονία των ραδιενεργών στοιχείων από ολόκληρον τον πλανήτη και τη θερμική εξέλιξή του [65, 66, 76]. Ανίχνευσή τους, μπορεί να ρίξει φως στην ερμηνεία των πηγών της γήινης θερμικής ροής, την παρούσα σύνθεση καθώς και την προέλευση της Γής. Η πρώτη μέτρηση γεω-νετρίνων, πραγματοποιήθηκε από τον σπινθηριστή KamLAND [76], μέσω της κλασικής αντίστροφης  $\beta$ -διάσπασης

$$\tilde{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n . \quad (2.11)$$

Το κύριο πλεονέκτημα του πρωτοποριακού αποτελέσματος του KamLAND, είναι η απόδειξη ότι τα γεω-νετρίνα μπορούν να ανιχνευτούν, ανοίγοντας έτσι το δρόμο για την ανάπτυξη ενός νέου κλάδου, της γεω-επιστήμης. Το αντικείμενο μελέτης των γεω-νετρίνων, αποτελεί έναν από τους μελλοντικούς σκοπούς και άλλων σπινθηριστών (SNO+, LENA, Borexino, HANOHANO, EARTH, κλπ.) [77, 173]. Τα επόμενα χρόνια, αναμένεται ταχεία ανάπτυξη αυτού του καινοτόμου τρόπου μελέτης του πλανήτη μας μέσω των γεωνετρίνων.

### Αστροφυσικά νετρίνα πολύ υψηλής ενέργειας

Ο κλάδος της αστρονομίας νετρίνων (neutrino astronomy) πολύ υψηλής ενέργειας, π.χ. νετρίνα έκρηξης ακτίνων- $\gamma$ , είναι ακόμη σε πρωταρχικό στάδιο. Μελλοντικά πειράματα που αποσκοπούν στην παρατήρηση νετρίνων πολύ υψηλής ενέργειας από τον γαλαξία μας, είναι το Baikal, το AMANDA, το IceCube, το Antares, το NEMO και το Nestor. Σχετικές πληροφορίες παρέχονται από τα πολύ υψηλά παρατηρητήρια ενέργειας ακτίνων- $\gamma$ , όπως HESS, MAGIC, κλπ. [47, 48, 49].

### Υπερκαινοφανή νετρίνα

Τα υπερκαινοφανή νετρίνα (supernova neutrinos,  $SN$ -νετρίνα), έχουν ενέργειες,  $\epsilon_\nu < 60 - 80$  MeV και παράγονται στο τελευταίο στάδιο της ζωής ενός μαζικού αστέρα μάζας ( $5 - 8M_\odot \leq M \leq 22 - 25M_\odot$ ). Επειδή τα νετρίνα αυτά θα καλύψουν σημαντικό μέρος της παρούσας μελέτης, στις παραγράφους που ακολουθούν θα συζητηθούν εκτενέστερα ο τρόπος παραγωγής των και τα ενεργειακά φάσματά των, σε συνδυασμό με τα πιο ρεαλιστικά σενάρια έκρηξης υπερκαινοφανούς αστέρα κατάρρευσης καρδιάς.

## 2.3 Καθιερωμένο σενάριο έκρηξης σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς

Στις παρακάτω ενότητες, μετά από μια σύντομη περιγραφή της προ-σουπερνόβα κατάστασης ενός μαζικού αστέρα, θα παρουσιάσουμε συνοπτικά μία εικόνα του μηχανισμού έκρηξης σουπερνόβα, όπως προκύπτει από προσομοιώσεις στη σύγχρονη έρευνα [5, 124, 125, 126], προκειμένου να κατανοήσουμε τις διαδικασίες δημιουργίας της κατανομής των  $SN$ -νετρίνων, καθώς και την λεπτή υφή του ενεργειακού τους φάσματος.

### 2.3.1 Προ-σουπερνόβα μοντέλο ενός μαζικού αστέρα

Κατά τη διάρκεια της ζωής ενός μαζικού αστέρα ( $M \geq 8M_\odot$ ), η διαδικασία συστολής των νουκλιδίων της καρδιάς του που προκύπτουν από την καύση του προηγούμενου σταδίου (στάχτη φλοιού καύσης) μέχρι την ανάφλεξη των για το επόμενο στάδιο καύσης, επαναλαμβάνεται διαδοχικά αρκετές φορές. Έτσι, μετά την καύση του υδρογόνου  $H$ , ο μαζικός αστέρας μεταβαίνει μέσω περιόδων καύσης του ηλίου ( $He$ ), άνθρακα ( $C$ ), νέου ( $Ne$ ), οξυγόνου ( $O$ ) και πυριτίου ( $Si$ ), στην κεντρική του καρδιά όπου παράγεται σίδηρος ( $Fe$ ) (βλέπε Πίνακας 2.1) [2, 59]. Η κατάλληλη πυκνότητα και θερμοκρασία ανάφλεξης κάθε φλοιού καύσης στο εσωτερικό του μαζικού αστέρα, δημιουργείται ως αποτέλεσμα της βαρυτικής συστολής (gravitational contraction).

Φλοιός	Υλικά	Προϊόν	T ( $10^9\text{K}$ )	$\rho$ ( $gr/cm^3$ )	t (sec)	$N_\nu$ (SNU)
Υδρογόνο	H	He	0.035	5.8	11 My	1800
Ήλιο	He	C, O	0.18	139	2.0 My	1900
Άνθρακας	C	Ne, Mg	0.81	$2.8 \times 10^5$	2000 y	$3.7 \times 10^5$
Νέο	Ne	O, Mg	1.6	$1.2 \times 10^7$	0.7 y	$1.4 \times 10^8$
Οξυγόνο	O, Mg	Si, S, Ar, Ca	1.9	$8.8 \times 10^6$	2.6 y	$9.1 \times 10^8$
Πυρίτιο	Si, S, Ar, Ca	Fe, Ni, Cr, Ti,...	3.3	$4.8 \times 10^7$	18 d	$1.3 \times 10^{11}$
Ομάδα Σιδήρου	Fe, Ni, Cr, Ti,...	Αστέρας νετρονίων	7.1	$7.3 \times 10^9$	1 s	$3.6 \times 10^{15}$

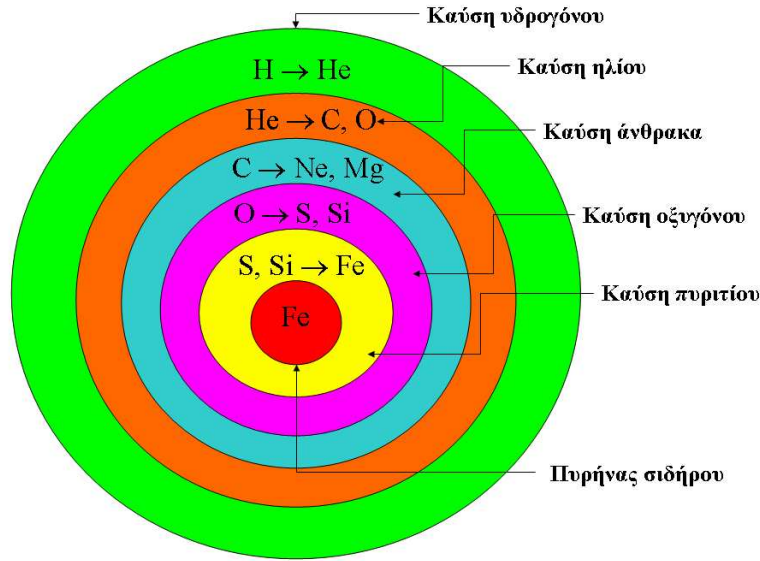
Πίνακας 2.1: Εξέλιξη μαζικού αστέρα μάζας  $M \approx 15M_\odot$ .

Αρχικά, το υδρογόνο της καρδιάς καίγεται σε ήλιο, το οποίο όταν αυξηθεί αρκετά συστέλεται βαρυτικά, με αποτέλεσμα την αύξηση της πυκνότητας και της θερμοκρασίας μέχρις ότου προκληθεί ανάφλεξη του ηλίου, η οποία αρχίζει με την αντίδραση  $3\alpha \rightarrow {}^{12}\text{C}$ , κλπ. Επειδή η ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο είναι μέγιστη στην περιοχή του σιδήρου, δημιουργία βαρύτερων νουκλιδίων απαιτεί περισσότερη ενέργεια από αυτή που απελευθερώνεται από σύλληψη νουκλεονίων από το σίδηρο. Έτσι, η διαδικασία καύσης σταματά σε αυτό το στάδιο (τελευταίος φλοιός καύσης είναι πυρίτιο σε σίδηρο) και στην καρδιά του αστέρα υπάρχει σίδηρος. Όταν η καύση του πυριτίου δεν υποστηρίζεται πλέον, ο αστέρας καταρρέει και εκρήγνυται σαν σουπερνόβα τύπου *II* [2, 5, 59].

Στο προ-σουπερνόβα μοντέλο των Woosley και Weaver, στο αρχικό στάδιο των προσομοιώσεων που περιγράφουν βαρυτικές καταρρεύσεις καρδιάς [120], η κεντρική καρδιά του *Fe* περιβάλλεται από φλοιούς φωτεινότερων στοιχείων (βλέπε Πίνακα 2.1, όπου  $1\text{ SNU} = 10^{-36}$  γεγονότα ανά άτομο στόχου ανά sec) μορφής φλοιών κρεμμυδιού (onion-skin structure), τα οποία από έσω προς τα έξω είναι: *Si*, *O*, *Ne*, *C*, *He* και *H*, όπως φαίνονται στο Σχ. 2.5. Η ακτίνα της κεντρικής καρδιάς του *Fe* είναι περίπου  $R_{Fe} \approx 10^8\text{ cm} = 1000\text{ Km}$ , ενώ η ακτίνα του αστέρα είναι μεγαλύτερη από την τιμή  $R = 10^{13}\text{ Km} = 10^8\text{ cm}$ . Στην καρδιά και τους υπερκείμενους φλοιούς, η πυκνότητα αυξάνεται απότομα και η δυναμική χρονική κλίμακα της αστρικής καρδιάς, η οποία προσεγγιστικά δίνεται από τη σχέση

$$\tau_{dyn} \sim (G\bar{\rho})^{-1/2},$$

όπου  $G$  και  $\bar{\rho}$  η σταθερά βαρύτητας και η μέση πυκνότητα, αντίστοιχα, είναι πολύ μικρότερη εκείνης του περιβάλλοντος χώρου. Έτσι, η δυναμική της καρδιάς του σιδήρου δεν επηρεάζεται από το περίβλημά της [5].



Σχήμα 2.5: Στο στάδιο της κύριας ακολουθίας ενός μαζικού αστέρα, η καύση  $Si$  δημιουργεί κεντρική καρδιά  $Fe$ , η οποία περιβάλλεται από ομόκεντρους φλοιούς (εκ των έσω προς τα έξω)  $Si$ ,  $O$ ,  $Ne$ ,  $C$ ,  $He$  και  $H$ . Έτσι, η κεντρική καρδιά του  $Fe$  περιβάλλεται από φλοιούς φωτεινότερων στοιχείων και ο αστέρας έχει δομή όμοια με τους φλοιούς ενός κρεμμυδιού (onion-skin structure).

Το τελευταίο στάδιο εξέλιξης ενός μαζικού αστέρα, καθορίζεται κατά μεγάλο μέρος από τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις, αφού η κυρίαρχη αιτία απώλειας ενέργειας στην καρδιά του (φλοιός καύσης  $Fe$ ), είναι όπως θα δούμε παρακάτω, η εκπομπή νετρίνων, τα οποία επειδή είναι διαφανή σε πυκνότητες  $\bar{\rho} \leq 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$  διαφεύγουν από τον αστέρα μεταφέροντας ενέργεια με αποτέλεσμα την ψύξη του. Λόγω των ασθενών αλληλεπιδράσεων, η  $e$ -σύλληψη και η  $\beta$ -διάσπαση μεταβάλλουν όχι μόνο την εντροπία των ηλεκτρονίων,  $S_e$ , της καρδιάς αλλά και το κλάσμα ηλεκτρονίων,  $Y_e$ , το οποίο ορίζεται ως το πηλίκο των πυκνοτήτων των ηλεκτρονίων και βαρυονίων, δηλαδή [5, 68]

$$Y_e \equiv \frac{n_{e^-} - n_{e^+}}{n_b}, \quad (2.12)$$

όπου τα  $n_{e^-}$ ,  $n_{e^+}$  και  $n_b$ , παριστάνουν την αριθμητική πυκνότητα των ηλεκτρονίων, ποζιτρονίων και βαρυονίων, αντίστοιχα.

Η μάζα της καρδιάς ενός προ-σουπερνόβα, εκφράζεται προσεγγιστικά με την ενεργό μάζα Chandrasekar, η οποία δίνεται από την εξίσωση [81, 113]

$$M_{Ch} = 5.83 \bar{Y}_e^{-2} \left[ 1 + \left( \frac{\bar{S}_e}{\pi \bar{Y}_e} \right)^2 \right] M_{\odot}, \quad (2.13)$$

όπου  $\bar{Y}_e$  και  $\bar{S}_e$ , είναι οι μέσες τιμές του κλάσματος των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνιο και της εντροπίας των ηλεκτρονίων ανά βαρυόνιο, αντίστοιχα, της αστρικής καρ-



διάς. Οι λόγοι αυτοί (κλάσματα) των ασθενών αλληλεπιδράσεων (weak interaction ratios), παίζουν σημαντικό ρόλο στον καθορισμό της μάζας της αστρικής καρδιάς (για τυπικές τιμές  $\bar{Y}_e = 0.45$ ,  $\bar{S}_e = 0.52$ , ενός αστέρα μάζας  $15M_\odot$ , από την Εξ. (2.13) προκύπτει ότι  $M_{Ch} = 1.34M_\odot$ , η οποία συμπίπτει περίπου με την μάζα της καρδιάς υπολογισμών αστρικής εξέλιξης [120]). Πολλοί συγγραφείς [7], ορίζουν σαν διορθωτική συνάρτηση της θερμοκρασίας,  $F(T)$ , την αγκύλη στο δεύτερο μέλος της Εξ. (2.13), οπότε αυτή γράφεται και σαν  $1 + F(T)$ , όπου  $F(T) = 0.2-0.3$ .

### 2.3.2 Μηχανισμός έκρηξης σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς

#### Έναρξη κατάρρευσης

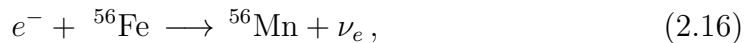
Στα τελευταία στάδια καύσης του πυριτίου ( $Si$ ) σε σίδηρο ( $Fe$ ), στο κέντρο ενός μαζικού αστέρα (βλέπε Σχ. 2.6, αριστερά-πάνω), η θερμική πίεση της καρδιάς του (θεωρώντας την ως ένα εκφυλισμένο αέριο σχετικιστικών ηλεκτρονίων), η οποία αντιτίθεται στη δύναμη της βαρύτητας, καθορίζεται από την εξίσωση [1]

$$P_e = \frac{1}{4}(3\pi^2)\frac{\rho}{m_u}^{4/3} Y_e^{4/3}, \quad (2.14)$$

όπου  $m_u$ , είναι η ατομική μονάδα μάζας και  $\rho$  η πυκνότητα μάζας της καρδιάς [75, 108]. Για τυπικές τιμές της πυκνότητας της αστρικής καρδιάς,  $\rho \geq 10^9 \text{ g cm}^{-3}$ , η ενέργεια Fermi των ηλεκτρονίων δίνεται από την έκφραση

$$\mu_e = (3\pi^2 n_e)^{1/3} = 11.1 \left( \frac{\rho Y_e}{10^{10} \text{ g cm}^{-3}} \right)^{1/3} \text{ MeV}. \quad (2.15)$$

Στις συνθήκες αυτές, κυριαρχεί η αντίδραση σύλληψης ηλεκτρονίων από πυρήνες σιδήρου ( $Fe$ )

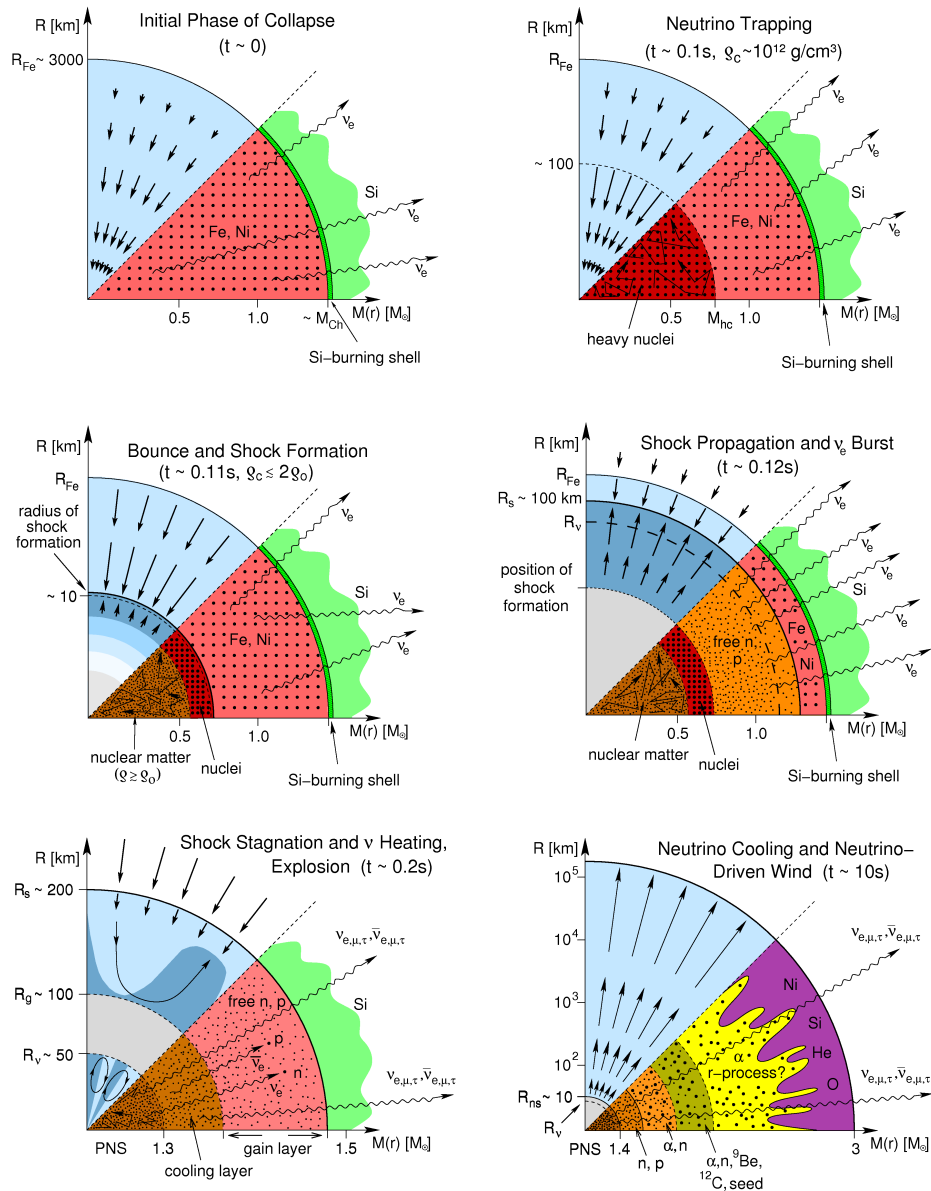


επειδή η ενέργεια Fermi της Εξ. (2.15), υπερέρχει της διαφοράς μάζας ( $m_{Mn} - m_{Fe} = 3.7 \text{ MeV}$ ) μεταξύ των πυρήνων της Εξ. (2.16) [1, 2, 119]. Η επακόλουθη μείωση του κλάσματος των ηλεκτρονίων,  $Y_e$ , έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της θερμικής πίεσης (βλέπε Εξ. (2.14)), οπότε η καρδιά του αστέρα αρχίζει να καταρρέει. Όπως θα σημειωθεί και παρακάτω, τα νετρίνα εκπέμπονται ελεύθερα από την καρδιά για πυκνότητες  $\rho \leq 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$  [5].

Η έναρξη της κατάρρευσης (onset of infall), γίνεται κατανοητή και από το γεγονός ότι, ο αδιαβατικός δείκτης

$$\Gamma_s \equiv \left. \frac{\partial \ln P_e}{\partial \ln \rho} \right|_s = \frac{4}{3} \left[ 1 + \left. \frac{\partial \ln Y_e}{\partial \ln \rho} \right|_s \right], \quad (2.17)$$

είναι μικρότερος από την τιμή  $4/3$ , η οποία αποτελεί τη συνθήκη αστάθειας για ακτινική διαταραχή του σφαιρικού αστέρα [81]. Επιπρόσθετα, η ενδόθερμη αντίδραση φωτοδιάσπασης πυρήνων  ${}^{56}\text{Fe}$



Σχήμα 2.6: Σχηματική αναπαράσταση των σταδίων εξέλιξης από την κατάρρευση της αστρικής καρδιάς μέσω της έκρηξης υπερκαινοφανούς στο καθοδηγούμενο από άνεμο νετρίνων χροστικό κύμα κατά τη φάση ψύξης νετρίνων ενός αστέρα πρωτονίων-νετρονίων. Σε κάθε πάνελ, δείχνονται οι δυναμικές συνθήκες στο άνω ήμισυ με τα βέλη να παριστάνουν την ταχύτητα. Η πυρηνική σύνθεση, καθώς και ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις φαίνονται στο κάτω ήμισυ κάθε πάνελ. Ο οριζόντιος άξονας παριστάνει μάζα, όπου  $M_{Ch}$  η μάζα Chandrasekar και  $M_{hc}$  η μάζα της ομόλογης εσωτερικής καρδιάς που καταρρέει υπερηχητικά. Ο κάθετος άξονας παριστάνει ακτινική απόσταση, όπου  $R_{Fe}$ ,  $R_s$ ,  $R_g$ ,  $R_{NS}$ ,  $R_\nu$  η ακτίνα της καρδιάς σιδήρου, ακτίνα δόνησης, ακτίνα αντιστάθμισης, ακτίνα αστέρα νετρονίων και νετρινόσφαιρας, αντίστοιχα [5].

$$\gamma + {}^{56}\text{Fe} \rightarrow 13\alpha + 4n - 124.4 \text{ MeV}, \quad (2.18)$$

(λόγω αυτής η θερμοκρασία γίνεται  $T \geq 5 \times 10^9 \text{ K}$ ), οδηγεί στη μείωση της θερμικής πίεσης  $P_e$ . Επι πλέον, η εσωτερική ενέργεια η οποία παράγεται εξαιτίας της συστολής της καρδιάς, καταναλίσκεται από την αντίδραση (2.18). Με τον τρόπο αυτό και οι δύο ανωτέρω διαδικασίες, Εξς. (2.16) και (2.18), συντελούν στην κατάρρευση της αστρικής καρδιάς [5].

### Παγίδευση νετρίνων

Μετά την έναρξη της βαρυτικής κατάρρευσής της, η αστρική καρδιά αρχίζει να συμπιέζεται κάτω από την επίδραση της βαρυτικής δύναμης, μέσα σε χρόνο ελεύθερης πτώσης της τάξεως,  $\tau \sim (G\bar{\rho})^{-1/2}$ , με μέση πυκνότητα,  $\bar{\rho} \sim 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$ . Όταν οι κεντρικές πυκνότητες γίνουν μεγαλύτερες από  $10^{11} - 10^{12} \text{ g cm}^{-3}$ , τα  $\nu_e$  νετρίνα τα οποία αρχικά δραπετεύουν με μεγάλη ευκολία από την καρδιά, τώρα παγιδεύονται σε αυτήν (ο χρόνος διάχυσής των γίνεται μεγαλύτερος από τον χρόνο κατάρρευσης της καρδιάς) [1]. Η φάση αυτή, λέγεται παγίδευση νετρίνων (neutrino trapping) και παίζει σημαντικό ρόλο στη φυσική ενός σουπερνόβα (βλέπε Σχ. 2.6, δεξιά-πάνω) [86, 100, 101].

Κατά τη διάρκεια κατάρρευσης της καρδιάς, μόνο  $\nu_e$  νετρίνα παράγονται άφθονα μέσω της σύλληψης ηλεκτρονίων ( $e^-$ ) όπως φαίνεται από την Εξ. (2.16). Εφόσον το μήκος κύματος των ηλεκτρονίων με τυπική ενέργεια  $\varepsilon_\nu \leq 30 \text{ MeV}$ , δηλαδή

$$\lambda \approx 2 \times 10^2 \frac{1}{\varepsilon_\nu} \text{ fm}, \quad (2.19)$$

( $\lambda$  σε fm όταν  $\varepsilon_\nu$  σε MeV), είναι μεγαλύτερο από την ακτίνα του πυρήνα  ${}^{56}\text{Fe}$ <sup>1</sup>, τα νετρίνα σκεδάζονται με σύμφωνες διαδικασίες (coherent scattering) από τα  $A$  νουκλεόνια των πυρήνων ( $A, Z$ ). Η ενεργός διατομή μιας τέτοιας αντίδρασης

$$\nu_e + (A, Z) \rightarrow \nu_e + (A, Z)$$

(είναι ανάλογη του  $A^2$ , βλέπε Κεφ.3), είναι πολύ μεγαλύτερη εκείνης της σκέδασης των νετρίνων πάνω σε απλά νουκλεόνια:  $\nu_e + n(p) \rightarrow \nu'_e + n(p)$ . Έτσι, οι σύμφωνες διαδικασίες σκέδασης των νετρίνων, αποτελούν κύρια αιτία μεταβολής της οπτικότητας για τα νετρίνα.

Δεδομένου του οπτικού βάθους των νετρίνων (βλέπε Παράρτημα Γ), η τυπική ακτινική θέση και η πυκνότητα της νετρινόσφαιρας (η σφαίρα από την οποία εκπέμπονται τα νετρίνα) προκύπτουν για  $\tau(R_\nu, \varepsilon_\nu) = 2/3$  [1] και είναι αντίστοιχα

$$R_\nu \approx 1.0 \times 10^7 \left( \frac{\varepsilon_\nu}{10 \text{ MeV}} \right) \text{ cm} \quad (2.20)$$

<sup>1</sup>Η ακτίνα ενός πυρήνα μαζικού αριθμού  $A$ , δίνεται από την  $r_{nuc} = r_0 A^{1/3} \sim 1.2 A^{1/3} \text{ fm}$ , όπου  $r_0 = 1.1-1.3$ . Για τον  $\text{Fe}$ ,  $r_{nuc} \approx 3.84 \text{ fm}$ .

$$\rho(R_\nu(\varepsilon_\nu)) \approx 3.6 \times 10^{10} \left( \frac{\varepsilon_\nu}{10 \text{ MeV}} \right)^{-3} g \text{ cm}^{-3}. \quad (2.21)$$

Μετά την έναρξη της παγίδευσης των νετρίνων, το λεπτονικό κλάσμα,  $Y_l$ , της περιοχής παγιδευμένων νετρίνων, το οποίο ορίζεται σαν [98]

$$Y_l = Y_e + Y_{\nu_e}, \quad (2.22)$$

όπου  $Y_{\nu_e}$ , το κλάσμα τύπου  $\nu_e$  νετρίνων ανά βαρυόνιο,

$$Y_{\nu_e} = \frac{n_{\nu_e} - n_{\bar{\nu}_e}}{n_b}, \quad (2.23)$$

αρχίζει να σταθεροποιείται περίπου κατά το στάδιο της κατάρρευσης [99]. Περαιτέρω, τα  $\nu_e$  νετρίνα γίνονται εκφυλισμένα όπως τα ηλεκτρόνια και εγκαθίσταται  $\beta$ -ισορροπία μεταξύ της αντίδρασης  $e^- + p \rightarrow n + \nu_e$  και της αντίστροφής της  $n + \nu_e \rightarrow e^- + p$ . Μετά την επίτευξη της  $\beta$ -ισορροπίας, η εντροπία του συστήματος σχεδόν διατηρείται και η κατάρρευση προχωρεί αδιαβατικά [5, 99].

### Ομόλογη κατάρρευση και Αναπήδηση καρδιάς

Όταν καταρρέει η καρδιά του αστέρα, διακρίνονται δύο περιοχές:

(i). Η εσωτερική καρδιά, η οποία καταρρέει ομόλογα (homologously collapsing) [69] και

(ii). Η εξωτερική καρδιά, η οποία καταρρέει υπερηχητικά (supersonically infalling), (βλέπε Σχ. 2.6, μεσαίο-αριστερά).

Με άλλα λόγια, η μάζα η οποία βρίσκεται μέσα από το ηχητικό σημείο (sonic point), δηλαδή την ακτινική απόσταση μέσα στον αστέρα όπου η ταχύτητα του ήχου ισούται με το μέτρο της ταχύτητας ελεύθερης πτώσης, πέφτει ομόλογα (με ταχύτητα περίπου ανάλογη της ακτίνας). Από την άλλη πλευρά, η ύλη εκτός του ηχητικού σημείου, πέφτει σχεδόν ελεύθερα με ταχύτητα ανάλογη του αντιστρόφου του τετραγώνου της ακτίνας [5, 88]. Έχει αποδειχθεί ότι, η μάζα της ομολόγου καρδιάς είναι σχεδόν ίση με τη μάζα Chandrasekar. Για μία τυπική τιμή του  $Y_e$ , η μάζα της εσωτερικής καρδιάς εκτιμάται ότι είναι  $M_{Ch} \approx 0.5M_\odot - 0.8M_\odot$  [80].

Εφόσον η πυρηνική ύλη έχει πεπερασμένη συμπίεστικότητα, η καταρρέουσα καρδιά επιβραδύνεται μέχρις ότου αποκτήσει πυρηνικές πυκνότητες,  $\rho_c \approx 3 \times 10^{14} g \text{ cm}^{-3}$ . Τότε, απωστικές πυρηνικές δυνάμεις διακόπτουν την κατάρρευση της εσωτερικής καρδιάς, η οποία τελικά αναπηδά (core bounce) αντιδρώντας στην αύξηση της πίεσης της πυρηνικής ύλης και δημιουργούν ένα χροστικό κύμα (shock wave) στην εξωτερική καρδιά του αστέρα [2, 103]. Καθώς το κύμα διαδίδεται στην εξωτερική καρδιά, διασπά τους πυρήνες σε ελεύθερα νουκλεόνια. Έτσι, ακριβώς πίσω από το κύμα, η στοιχειώδης διαδικασία της  $e$ -σύλληψης



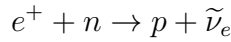
η οποία γίνεται πολύ εύκολα στα ελεύθερα νουκλεόνια από ό,τι στους πυρήνες, δημιουργεί ένα τεράστιο ποσό  $\nu_e$  νετρίνων. Πριν το κύμα φτάσει στην νετρινόσφαιρα,

αυτά τα  $\nu_e$  νετρίνα δεν μπορούν να διαφύγουν. Επειδή οι περιοχές αυτές είναι αδιαφανείς στα τελικού σταδίου  $\nu_e$  νετρίνα, αυτά παγιδεύονται κατάλληλα, επειδή ο χρόνος διάχυσής τους είναι πολύ μεγαλύτερος από εκείνον της διάδοσης του κύματος [92]. Καθώς τα κρουστικά κύματα μετακινούνται σε μεγαλύτερες ακτίνες και διαπερνούν την νετρινόσφαιρα, τα παραπάνω παγιδευμένα νετρίνα αποσυζευγνύονται από την ύλη και διαδίδονται πίσω από τα κύματα αυτά. Αυτή η απότομη απελευθέρωση νετρίνων υψηλής ενέργειας, λέγεται άμεση έκρηξη ηλεκτρονιακών νετρίνων (prompt electron neutrino burst) ή έκρηξη νετρονίων (neutronization burst), η διάρκεια της οποίας είναι ίση με την κλίμακα χρόνου της διάδοσης του κρουστικού κύματος και ως εκ τούτου, μικρότερη από  $t \approx 20 \text{ msec}$  (βλέπε Σχ. 2.6, μεσαίο-δεξιά).

Ενώ η μέγιστη φωτεινότητα νετρίνων είναι περίπου ίση με  $10^{53} \text{ erg s}^{-1}$ , η ολική ενέργεια που εκλύεται κατά την άμεση έκρηξη νετρίνων είναι μόνο της τάξεως των  $10^{51} \text{ erg}$  εξαιτίας της μικρής κλίμακας χρόνου της. Ειδικότερα, η απελευθερωμένη βαρυτική ενέργεια είναι περίπου  $3 \times 10^{53} \text{ erg}$ , από την οποία μόνο περίπου 0.01 % μετασχηματίζεται σε ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία και περίπου 1 % σε κινητική ενέργεια της ύλης που εκτοξεύεται, η οποία σχηματίζει και την ορατή έκρηξη [103].

Ένα τέτοιο σήμα έκρηξης των  $\nu_e$  νετρίνων μπορεί να ανιχνευτεί κατά την έκρηξη σουπερνόβα στο γαλαξία μας (Galactic supernova) στους σύγχρονους ανιχνευτές (SuperKamioKande, Sudbury Neutrino Observatory, κλπ.) [21, 83, 111, 112].

Σημειώνουμε ότι, το φαινόμενο της έκρηξης  $\nu_e$  νετρίνων, εμφανίζεται ταυτόχρονα με την δημιουργία και των υπολοίπων γεύσεων των νετρίνων. Επίσης, μέσα στην θερμή περιοχή αναπήδησης, δημιουργούνται και ποζιτρόνια προκαλώντας την παραγωγή αντινετρίνων  $\bar{\nu}_e$ , μέσω της αντίδρασης



Θα πρέπει να αναφέρουμε ότι, σε ακτίνα περίπου  $R \approx 100 - 200 \text{ km}$ , το κρουστικό κύμα που δημιουργήθηκε εξαιτίας της αναπήδησης της καρδιάς εξασθενεί, γεγονός το οποίο οφείλεται σε δύο φαινόμενα:

(i). Καθώς το κύμα διαδίδεται προς τα έξω, διασπά τους υπό πτώση πυρήνες  $Fe$  σε ελεύθερα νουκλεόνια, χάνοντας ενέργεια περίπου  $8.8 \text{ MeV/νουκλεόνιο}$ , ίση με την ενέργεια σύνδεσης ανά νουκλεόνιο (περίπου  $1.5 \times 10^{51} \text{ erg}$  ενέργειας καταναλώνεται για κάθε  $0.1 M_\odot$  του υλικού που διασπάται).

(ii). Το πιο σημαντικό φαινόμενο είναι το ότι, καθώς το κύμα διασπά πυρήνες σε ελεύθερα νουκλεόνια, η  $e^-$ -σύλληψη από τα νεοπαραγόμενα πρωτόνια, παράγει  $\nu_e$  νετρίνα μέσω της αντίδρασης (2.24).

Στο αποκαλούμενο σενάριο πρώιμης έκρηξης σουπερνόβα (prompt SN explosion scenario), το κρουστικό κύμα αν και κάπως εξασθενημένο όπως αναφέρθηκε ανωτέρω, είναι ικανό να εκτοξεύσει τον μανδύα του αστέρα προκαλώντας έτσι μία έκρηξη σουπερνόβα σε χρόνο της τάξης των  $100 \text{ msec}$ .

### Καθυστερημένη έκρηξη

Όταν η πυκνότητα της εσωτερικής καρδιάς (μάζας περίπου  $0.8M_{\odot}$ ) φτάνει εκείνη της πυρηνικής ύλης  $\rho_c$  ( $\rho_c \approx 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$ ), η πίεση των εκφυλισμένων μη-σχετικιστικών νουκλεονίων, σταματάει την κατάρρευσή της [103]. Στην εσωτερική καρδιά αποκαθίσταται υδροστατική ισορροπία και σχηματίζεται ένας αστέρας αποτελούμενος από πρωτόνια και νετρόνια (αστέρας πρωτονίων-νετρονίων, *proton-neutron star*). Μετά από την παύση του χροστικού κύματος (*shock stall*), παραμένει ημι-υδροστατική ισορροπία μόνο για μερικά msec μεταξύ του νεοδημιουργηθέντος αστέρα πρωτονίων-νετρονίων, ακτίνας περίπου  $R_{PNS} \leq 50 \text{ km}$  και της περιοχής ακτίνας περίπου  $R \sim 100 - 200 \text{ km}$ . Η καρδιά του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων είναι αρκετά θερμή και πυκνή, οπότε παράγει νετρίνα υψηλής ενέργειας όλων των γεύσεων μέσω της ηλεκτρονιακής σύλληψης από ελεύθερα πρωτόνια (βλέπε Σχ. 2.6, κάτω-αριστερά). Στην περίπτωση που η μεταφερομένη ενέργεια από τα νετρίνα στην ύλη που βρίσκεται κοντά στο ασθενές κύμα είναι αρκετά μεγάλη, το ασθενές κύμα αναγεννάται και είναι ικανό να δημιουργήσει έκρηξη. Εξαιτίας του παραπάνω μηχανισμού (*neutrino heating*), ο οποίος περιγράφεται από τις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων νετρίνων με νουκλεόνια

$$\nu_e + n \longrightarrow e^- + p, \quad (2.26)$$

$$\bar{\nu}_e + p \longrightarrow e^+ + n, \quad (2.27)$$

το χροστικό κύμα διαδίδεται στην επιφάνεια της καρδιάς του *Fe* χωρίς να αποσβάνει (τα σύγχρονα μοντέλα σουπερνόβα δεν μπορούν να παράγουν το φαινόμενο αυτό). Είναι ενδιαφέρον να σημειωθεί ότι, ήδη από το 1960 οι Colgate και White διαπίστωσαν ότι ο μηχανισμός θέρμανσης νετρίνων (*neutrino heating*) είναι απαραίτητος για τη δημιουργία της έκρηξης [82].

Το ποσό της βαρυτικής ενέργειας σύνδεσης  $E_{grav}$  που απελευθερώνεται είναι τεράστιο, όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, σε αντίθεση με την κινητική ενέργεια η οποία παράγεται σε μια κανονική έκρηξη σουπερνόβα ( $E_{kin} \sim 10^{51} \text{ erg}$ ). Επομένως, στην περίπτωση που η έκρηξη δημιουργείται εξαιτίας του μηχανισμού θέρμανσης νετρίνων, ένα μικρό κλάσμα της ενέργειας σύνδεσης (1%) μεταφέρεται μέσω των νετρίνων στον υπεράνω του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων μανδύα, ο οποίος εκτοξεύεται σαν σουπερνόβα. Για καλύτερη κατανόηση του μηχανισμού αυτού, στο Παράρτημα Γ δίνουμε μια εκτίμηση της τάξεως μεγέθους της εκπεμπόμενης ενέργειας, σύμφωνα με τις αναφορές [1, 123]. Σε ρεαλιστικές καταστάσεις, η ψύξη της ύλης η οποία καθυστερεί την χρονική στιγμή της έκρηξης μέχρι  $t \approx 1 \text{ sec}$ , λαμβάνει χώραν ταυτόχρονα με τις αντιδράσεις θέρμανσης (αντίστροφη διαδικασία) [116]. Αυτές οι χρονικές κλίμακες, είναι μεγαλύτερες από εκείνες του μηχανισμού της πρώιμης έκρηξης (περίπου της τάξεως των 10 msec). Έτσι, ο μηχανισμός της θέρμανσης νετρίνων αποκαλείται μερικές φορές μηχανισμός καθυστερημένης έκρηξης.

Είναι αξιοσημείωτο ότι, μετά την παύση του χροστικού κύματος σε μια τιμή της ακτίνας, η οποία αποκαλείται ακτίνα αντιστάθμισης (*gain radius*),  $R_g$ , η θέρμανση

νετρίνων και η ψύξη νετρίνων (neutrino cooling) αντισταθμίζονται. Για μεγαλύτερες ακτίνες, η θέρμανση νετρίνων (neutrino heating) κυριαρχεί της ψύξης νετρίνων (βλέπε Παράρτημα Γ).

Λόγω της σημασίας της διάδοσης των νετρίνων, η χρήση τεχνικών προσομοίωσης για την μελέτη της έχει βελτιωθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια [74, 78, 80, 94, 115] και η ακριβής περιγραφή της αντανάκλα την επιτυχή προσομοίωση της έκρηξης σουπερνόβα. Η έκταση της περιοχής της θέρμανσης νετρίνων και η συνολική ενέργεια των νετρίνων που εναποτίθεται, είναι υπεύθυνα για την δημιουργία μιας επιτυχούς έκρηξης και εξαρτώνται καίρια από την πυκνότητα ενέργειας των νετρίνων και τη ροή τους έξω από τη νετρινόσφαιρα.

Συνοψίζοντας, στο σενάριο της πρώιμης (άμεσης) έκρηξης, διακρίνουμε δύο φάσεις ροής νετρίνων: Στην πρώτη, μία σύντομη και έντονη έκρηξη  $\nu_e$  νετρίνων από την δημιουργία χροστικού κύματος με ένα εκφυλισμένο ενεργειακό φάσμα σχετικά υψηλής ενέργειας. Αυτή είναι τόσο σύντομη, ώστε λίγη ενέργεια και μικρός αριθμός διαφεύγει (μεταφέρεται).

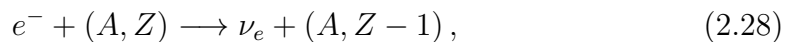
Έπειτα, υπάρχει μια λιγότερο έντονη θερμική εκπομπή νετρίνων όλων των γεύσεων, η οποία διαρκεί λίγα δευτερόλεπτα και μεταφέρει το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας δεσμού του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων. Ο ολικός αριθμός των εκπεμπόμενων νετρίνων, ξεπερνά κατά μία τάξη μεγέθους τον αρχικό λεπτονικό αριθμό της καταρρέουσας αστρικής καρδιάς.

Στο σενάριο της καθυστερημένης έκρηξης, επί λέον της πρώιμης (άμεσης) έκρηξης  $\nu_e$  νετρίνων και της θερμικής εκπομπής νετρίνων όλων των γεύσεων, αναμένει κανείς και τη φάση προσκόλλησης (accretion phase), η οποία παρατείνει την φωτεινότητα θερμικών νετρίνων κατά περίπου μισό *sec*.

Το σενάριο της καθυστερημένης έκρηξης, είναι ένα είδος καθιερωμένου μοντέλου της έκρηξης σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς. Όμως, η δυνατότητα της αναζωπύρωσης του χροστικού κύματος μέσω της θέρμανσης νετρίνων είναι ακόμη υπό έρευνα.

## 2.4 Αντιδράσεις εκπομπής και ενεργειακά φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων

Όπως είδαμε ανωτέρω, αρχικά, η κατάρρευση της καρδιάς του υπερκαινοφανούς αστέρα, επάγεται από την σύλληψη ηλεκτρονίων



μέσω της οποίας παράγονται  $\nu_e$  νετρίνα, τα οποία απελευθερώνονται από την καρδιά του αστέρα. Στο στάδιο αυτό, η καρδιά είναι οπτικά αραιή για τα νετρίνα, αλλά καθώς η πυκνότητα αυξάνεται, η μέση ελεύθερη διαδρομή των  $\nu_e$  νετρίνων,  $\lambda_n$ , γίνεται μικρότερη (βλέπε Παράρτημα Γ) εξαιτίας της σύμφωνης σχέδασής τους (coherent

scattering) με ελεύθερους πυρήνες

$$\nu_e + (A, Z) \longrightarrow \nu'_e + (A, Z)' . \quad (2.29)$$

Η νετρινόσφαιρα σχηματίζεται όταν η μέση ελεύθερη διαδρομή των νετρίνων,  $\lambda_n$ , γίνει μικρότερη από την ακτίνα της αστρικής καρδιάς R.

Επίσης, εάν ο χρόνος διάχυσης των  $\nu_e$  νετρίνων (βλέπε Εξ. (Γ'.13)), είναι μεγαλύτερος του δυναμικού χρόνου (dynamical time) της καρδιάς (βλέπε Εξ. (Γ'.14)), τα  $\nu_e$  νετρίνα δεν μπορούν να διαφύγουν από την καρδιά κατά τη διάρκεια της κατάρρευσής της και παγιδεύονται. Τότε γίνονται εκφυλισμένα (σχετικιστικά), η μέση ενέργειά τους αυξάνεται και η καρδιά του αστέρα γίνεται οπτικά πυκνότερη, (η ενεργός διατομή σύμφωνης σκέδασης αυξάνεται ως  $\sigma_{coh} \propto \epsilon_\nu^2$ , βλέπε Κεφ. 3). Τα περισσότερα νετρίνα που εκπέμπονται κατά τη διάρκεια της κατάρρευσης, έχουν σχετικά χαμηλές ενέργειες ( $\epsilon_\nu < 30$  MeV), διότι αυτά μπορούν να διαφύγουν ελεύθερα από την καρδιά του αστέρα [6].

Η κατάρρευση της εσωτερικής καρδιάς σταματάει όταν η πυκνότητά της γίνει μεγαλύτερη από την  $\rho_c$ , οπότε κρουστικό κύμα σχηματίζεται μεταξύ της εσωτερικής και εξωτερικής καρδιάς, η οποία καταρέει με υπερηχητική ταχύτητα (το κύμα εγκαθίσταται σε περιοχή όπου η πυκνότητα είναι  $\rho \approx 10^{12} \sim 10^{14} \text{ gr cm}^{-3}$ , δηλαδή σε μεγάλο βάθος σε σχέση με την περιοχή της νετρινόσφαιρας (όπου  $\rho \approx 10^{10} \sim 10^{12} \text{ gr cm}^{-3}$ ). Στην περιοχή διάδοσης του κύματος, οι πυρήνες έχουν αποσυντεθεί σε ελεύθερα νουκλεόνια, οπότε, επειδή η ενεργός διατομή της σύμφωνης σκέδασης είναι ανάλογη του τετραγώνου του μαζικού αριθμού A του πυρήνα,  $\sigma_{coh} \propto A^2$ , τα  $\nu_e$  νετρίνα μπορούν να διαδοθούν με μεγάλη ευκολία στην περιοχή αυτή [5, 93]. Επιπλέον, η ενεργός διατομή της  $e^-$ -σύλληψης από πρωτόνια, είναι μεγαλύτερη εκείνης από πυρήνες. Έτσι, μεγάλος αριθμός  $\nu_e$  νετρίνων εκπέμπεται σαν έκρηξη καθώς το κρουστικό κύμα διαδίδεται στην καρδιά του αστέρα. Αυτή η διαδικασία, (prompt electron neutrino burst), διαρκεί περίπου 10 msec και η εκπεμπόμενη ενέργεια εξαιτίας των νετρίνων εκτιμάται ότι έχει: (i) μέγιστη λαμπρότητα ( $\sim 10^{53} \text{ erg sec}^{-1}$ ) και (ii) ολική ενέργεια  $\sim 10^{51} \text{ erg}$ .

Ένα τμήμα της δονούμενης εξωτερικής καρδιάς, προσκολλάται στον αστέρα πρωτονίων-νετρονίων (protoneutron star), όπου η βαρυτική ενέργεια μετατρέπεται σε θερμική πίεση. Εξαιτίας διαφόρων θερμικών διαδικασιών, π.χ

$$\gamma + \gamma \longrightarrow e^+ + e^- , \quad (2.30)$$

παράγονται ποζιτρόνια τα οποία μέσω των αντιδράσεων

$$e^+ + n \longrightarrow \tilde{\nu}_e + p , \quad (2.31)$$

$$e^+ + e^- \longrightarrow \nu + \tilde{\nu} , \quad (2.32)$$

παράγουν νετρίνα όλων των γεύσεων. Αυτή η διαδικασία, διαρκεί περίπου 10 msec στην άμεση έκρηξη (prompt explosion) και 1 sec στην καθυστερημένη έκρηξη



(delayed explosion). Τελικά, ο αστέρας πρωτονίων-νετρονίων ψύχεται και μετατρέπεται σε αστέρα νετρονίων (neutron star). Σε αυτή την διαδικασία, εκπέμπονται θερμικά νετρίνα όλων των γεύσεων μέσα σε χρονικό διάστημα 10 sec, το οποίο συμπίπτει με το χρόνο διάχυσής των. Οι επικρατέστερες διαδικασίες παραγωγής νετρίων εξαρτώνται από τη θερμοκρασία δίδυμης εξαφάνισης (εξαύλωσης) (pair annihilation) ηλεκτρονίου-ποζιτρονίου (βλέπε Εξ. (2.32)), για σχετικά υψηλές ενέργειες και το φαινόμενο πέδησης των νουκλεονίων (nucleon bremsstrahlung effect)

$$N + N' \longrightarrow N + N' + \nu_x + \tilde{\nu}_x, \quad (2.33)$$

(όπου  $N$ =νουκλεόνιο), για χαμηλές ενέργειες [67, 114]. Η ολική ενέργεια που εκλύεται μέσω των νετρίων κατά τη διάρκεια ψύξης του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων, είναι σχεδόν ίση με 99% της ενέργειας σύνδεσης του αστέρα νετρονίων (βλέπε Παράρτημα Γ).

Στην περιοχή της νετρινόσφαιρας, οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ νετρίων και ύλης είναι αρκετά έντονες με αποτέλεσμα να διατηρείται θερμική ισορροπία. Επειδή η θερμοκρασία είναι μικρότερη στην έξω από τη νετρινόσφαιρα περιοχή, η μέση ενέργεια των νετρίων ελαττώνεται όσο αυξάνεται η ακτίνα της νετρινόσφαιρας [235], η οποία καθορίζεται από το πόσο έντονες είναι οι αλληλεπιδράσεις των νετρίων με την ύλη. Οι αντιδράσεις αυτές είναι οι εξής:

$$\nu_e + n \longrightarrow e^- + p, \quad (2.34)$$

$$\tilde{\nu}_e + p \longrightarrow e^+ + n, \quad (2.35)$$

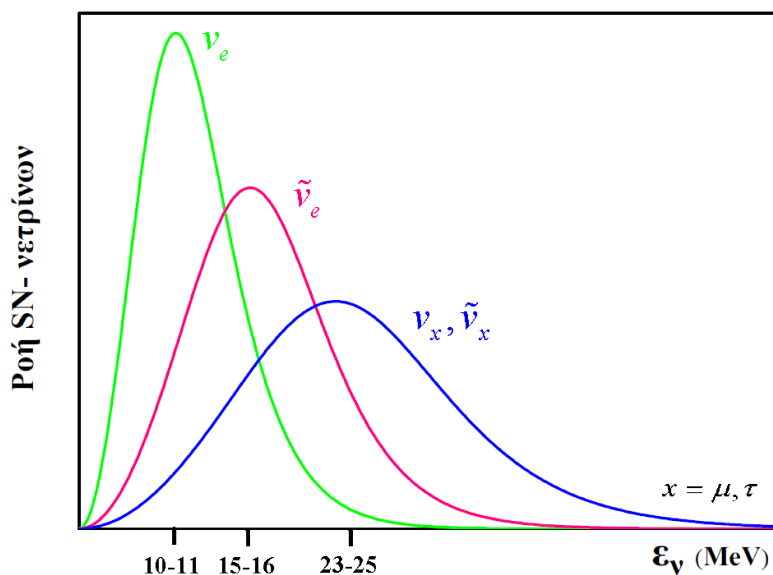
$$\nu(\tilde{\nu}) + e^\pm \longrightarrow \nu(\tilde{\nu}) + e^\pm, \quad (2.36)$$

$$\nu(\tilde{\nu}) + (A, Z) \longrightarrow \nu(\tilde{\nu}) + (A, Z). \quad (2.37)$$

Εξ αυτών, οι αντιδράσεις (2.34) και (2.35), αφορούν μόνο τα  $\nu_e$  και  $\tilde{\nu}_e$ , αντίστοιχα, διότι τα  $\nu_\mu$ ,  $\nu_\tau$  και τα αντινετρίνα τους, δεν έχουν ικανή ενέργεια για την δημιουργία των αντίστοιχων λεπτονίων. Όμως, στις αντιδράσεις (2.36) και (2.37), όλες οι γεύσεις των νετρίων  $\nu_{e,\mu,\tau}$  και αντινετρίων  $\tilde{\nu}_{e,\mu,\tau}$  συμμετέχουν [75, 116, 197, 235, 236]. Επομένως, οι αλληλεπιδράσεις των  $\nu_e$  και  $\tilde{\nu}_e$ , είναι εντονότερες εκείνων των  $\nu_{\mu,\tau}$ , επειδή τα  $\nu_e$  και  $\tilde{\nu}_e$  συμμετέχουν σε αντιδράσεις τόσο ουδετέρων όσο και φορτισμένων ρευμάτων, σε αντίθεση με τα νετρίνα των υπολοίπων γεύσεων, που συμμετέχουν μόνο σε αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων. Επειδή στον αστέρα πρωτονίων-νετρονίων υπάρχουν περισσότερα νετρόνια από ό,τι πρωτόνια, τα  $\nu_e$  αλληλεπιδρούν πιο έντονα με την ύλη και διαφεύγουν από εξώτερα στρώματα από ό,τι τα  $\tilde{\nu}_e$ , δηλαδή η νετρινόσφαιρα για τα  $\nu_e$  βρίσκεται σε μεγαλύτερη ακτίνα από εκείνη των  $\tilde{\nu}_e$ . Έτσι, οι μέσες ενέργειες και οι ακτίνες της αντίστοιχης νετρινόσφαιρας των SN-νετρίων (βλέπε Σχ. 2.7), ικανοποιούν τις ανισότητες

$$\langle \varepsilon_{\nu_e} \rangle < \langle \varepsilon_{\tilde{\nu}_e} \rangle < \langle \varepsilon_{\nu_x} \rangle, \quad (2.38)$$

$$R_{\nu_e} > R_{\tilde{\nu}_e} > R_{\nu_x}, \quad (2.39)$$



Σχήμα 2.7: Προσεγγιστική αναπαράσταση των ενεργειακών φασμάτων νετρίνων διαφόρων γεύσεων προερχομένων από σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς. Οι μέσες ενέργειες για κάθε γεύσης νετρίνων, δείχνονται επίσης στον άξονα  $\epsilon_\nu$  (η ροή δίνεται σε αυθαίρετες μονάδες).

οι οποίες είναι πολύ σημαντικές ιδιαίτερα για την ερμηνεία των ταλαντώσεων των νετρίνων [103, 235].

Από αριθμητικές προσομοιώσεις των ενεργειακών κατανομών των SN-νετρίνων προέκυψε ότι, σε ό,τι αφορά τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των, είναι πολύ ευαίσθητες στις παράμετρος που χρησιμοποιεί το κάθε μοντέλο. Έτσι, η ομάδα Livermore [93, 118], εξήγαγε σχετικά μεγάλες διαφορές στις τιμές των μέσων ενεργειών, σε αντίθεση με άλλες προσομοιώσεις, όπως π.χ. του Suzuki [95, 97] στη φάση ψύξης του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων, στα αποτελέσματα των οποίων οι αντίστοιχες διαφορές βρέθηκαν μικρότερες (βλέπε Πίνακα 2.2). Όπως αναφέρθηκε παραπάνω, η κατάσταση της νετρινόσφαιρας, καθορίζεται από το πόσο έντονες είναι οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των νετρίνων και της ύλης. Ωστόσο, λόγω του ότι οι ενεργές διατομές σκέδασης των αλληλεπιδράσεων αυτών εξαρτώνται από την ενέργεια των νετρίνων, το φάσμα νετρίνων της νετρινόσφαιρας εμφανίζεται με πεπερασμένο πλάτος.

Μόνο σε προσεγγιστικές εκτιμήσεις, η νετρινόσφαιρα μπορεί να θεωρηθεί σαν μέλαν σώμα που ακτινοβολεί νετρίνα και η ενεργειακή εξάρτηση της ακτίνας της κάνει μια ρεαλιστικότερη εκτίμηση πολύ δύσκολη [122].

Στην σύγχρονη βιβλιογραφία, το ενεργειακό φάσμα (η ενεργειακή κατανομή και η ροή) των SN-νετρίνων παραμετροποιείται με διάφορες μορφές, με επικρατέστερη παραμετροποίηση την στενή κατανομή Fermi -Dirac («pinched» Fermi-Dirac).

Έτσι, η ροή των  $SN$ -νετρίνων περιγράφεται από την αναλυτική έκφραση [107, 121]

$$\frac{dN_\alpha}{d\varepsilon_\nu} \equiv F_\alpha^0(\varepsilon_\nu) = L_\alpha \frac{1}{F(n_\alpha)T_\alpha^4} \frac{\varepsilon_\nu^2}{e^{(\varepsilon_\nu/T_\alpha - n_\alpha)} + 1}, \quad (2.40)$$

όπου  $L_\alpha$  και  $T_\alpha$ , είναι η ολική λαμπρότητα και η θερμοκρασία, αντίστοιχα, των  $\nu_\alpha$  νετρίνων και  $n_\alpha$  μια αδιάστατη παράμετρος (pinching parameter), η οποία καθορίζει το πλάτος της καμπύλης (βλέπε Κεφ. 4). Η  $dN_\alpha/d\varepsilon_\nu$ , παριστάνει την πρωτογενή ροή των νετρίνων  $\alpha$ -γεύσης στο σουπερνόβα. Η ενεργειακή κατανομή Fermi-Dirac (η οποία δεν περιέχει τον παράγοντα  $L_\alpha/T_\alpha$ , βλέπε Σχ. 4.13), με τιμές της παραμέτρου θερμοκρασίας  $T$  μεταξύ  $2 \lesssim T \lesssim 8$  MeV, χρησιμοποιείται ευρέως για να περιγράψει το φάσμα των  $SN$ -νετρίνων [3, 5, 121, 236]. Και οι έξι γεύσεις νετρίνων θεωρείται ότι εκπέμπονται από τον αστέρα με τις ίδιες λαμπρότητες. Η σταθερά κανονικοποίησης της Εξ. (2.40),  $F(n_\alpha)$ , δίνεται στο Παράρτημα Δ.

Μερικές τυπικές τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  και της λαμπρότητας οι οποίες ελήφθησαν από αριθμητικές προσομιώσεις [10, 107, 122], φαίνονται στον Πίνακα 2.2. Η σχέση (2.41), επαληθεύεται από πολλές προσομιώσεις σε ό,τι αφορά τα ποιοτικά χαρακτηριστικά των  $SN$ -νετρίνων,

$$n_{\nu_e} = (0 - 3), \quad n_{\bar{\nu}_e} = (0 - 3), \quad n_{\nu_x} = (0 - 2). \quad (2.41)$$

Σημειώνουμε ότι, η μέση ενέργεια  $\langle \varepsilon_{\nu_\alpha} \rangle$  εξαρτάται τόσο από τη θερμοκρασία  $T_\alpha$  όσο και από την  $n_\alpha$  και για  $n_\alpha = 0$  προκύπτει ότι,  $\langle \varepsilon_{\nu_\alpha} \rangle \sim 3.15T_\alpha$ .

Πρόσφατα, η ομάδα του Garching, πρότεινε και την ακόλουθη μορφή ενεργειακής κατανομής  $SN$ -νετρίνων, γνωστή σαν κατανομή δυναμοσειράς Power-Law [10, 122, 235]:

$$\frac{dN_\alpha}{dE_\nu} \equiv F_\alpha^0(\varepsilon_\nu) = L_\alpha \frac{\beta_\alpha^{\beta_\alpha}}{\langle \varepsilon_\alpha \rangle \Gamma(\beta_\alpha)} \left( \frac{\varepsilon_\nu}{\langle \varepsilon_\alpha \rangle} \right)^{\beta_\alpha - 1} \exp\left(-\beta_\alpha \frac{\varepsilon_\nu}{\langle \varepsilon_\alpha \rangle}\right), \quad (2.42)$$

όπου  $\langle \varepsilon_\alpha \rangle$  η μέση ενέργεια των νετρίνων  $\alpha$ -γεύσης και  $\beta_\alpha$  μία αδιάστατη παράμετρος (παίρνει τιμές 3.5 - 6.0), η οποία σχετίζεται με το πλάτος της ενεργειακής κατανομής  $w$  των νετρίνων (οι ποσότητες με το δείκτη  $\alpha$  εξαρτώνται από τη γεύση του  $\alpha$ -νετρίνου). Η παράμετρος  $\beta_\alpha$  της Εξ. (2.42), συνδέεται με την παράμετρο  $\alpha$  της Εξ (Δ.12) του Παραρτήματος Δ με τη σχέση

$$\beta_\lambda \equiv (\alpha + 1)_\lambda,$$

(ο δείκτης  $\lambda$  στην παράμετρο  $\beta_\lambda$ , δηλώνει τη γεύση του υπό συζήτηση νετρίνου).

Τα φάσματα τα οποία προέκυψαν από αριθμητικές προσομιώσεις της ομάδας του εργαστηρίου Livermore και τα αντίστοιχα της ομάδας του εργαστηρίου Garching, συγκρίνονται με εκείνα της αναφοράς [107] στον Πίνακα 2.2.

Πριν κλείσουμε το παρόν Κεφάλαιο, κρίνουμε σκόπιμο να συζητήσουμε μερικά από τα σημαντικότερα φαινόμενα που επιδρούν στην τροποποίηση των ενεργειακών κατανομών νετρίνων που περιγράφονται από τις Εξς. (2.40) και (2.42). Ένα τέτοιο, είναι και το φαινόμενο των ταλαντώσεων των νετρίνων, το οποίο είναι από τα πιο ενδιαφέροντα ερευνητικά θέματα της Φυσικής των νετρίνων τις τελευταίες δύο δεκαετίες [129, 140].

	Ερευνητική Ομάδα		
Παράμετρος	Ομάδα [107]	Garching	Livermore
$\langle \varepsilon_{\nu_e} \rangle$ (MeV)	$(0.5-0.8) \langle E_{\tilde{\nu}_e} \rangle$	12	12
$\langle \varepsilon_{\tilde{\nu}_e} \rangle$ (MeV)	(14-22)	15	15
$\langle \varepsilon_{\nu_x} \rangle$ (MeV)	$(1.1-1.6) \langle E_{\tilde{\nu}_e} \rangle$	24	(15-18)
$L_e/L_x$	(0.5 - 2)	2	(0.5 - 0.8)
$L_{\bar{e}}/L_x$	(0.5 - 2)	1.6	(0.5 - 0.8)

Πίνακας 2.2: Τιμές μέσων ενεργειών και λαμπρότητας σουπερνόβα νετρίνων που προέκυψαν από αριθμητικές προσομοιώσεις με διάφορα μοντέλα: ερευνητική ομάδα της αναφοράς [107], Garching και Livermore.

### 2.4.1 Η επίδραση των ταλαντώσεων νετρίνων στις κατανομές νετρίνων

Τα νετρίνα ή αντινετρίνα που φτάνουν στη Γη από μια αστροφυσική πηγή, καθορίζονται από το πρωτογενές φάσμα της πηγής, καθώς επίσης και από τα φαινόμενα ταλαντώσεων νετρίνων που λαμβάνουν χώρα καθ' οδόν προς τον γήινο ανιχνευτή. Έτσι, π.χ. για τα  $\nu_e$  νετρίνα, η ροή η οποία φθάνει στη Γη,  $F_{\nu_e}(\varepsilon_\nu)$ , γράφεται συναρτήσει της «πιθανότητας επιβίωσης» (survival probability),  $P(\varepsilon_\nu)$ , ως εξής [127]

$$F_{\nu_e}(\varepsilon_\nu) = P(\varepsilon_\nu)F_{\nu_e}^0(\varepsilon_\nu) + [1 - P(\varepsilon_\nu)]F_{\nu_x}^0(\varepsilon_\nu), \quad (2.43)$$

όπου  $F_{\nu_\alpha}^0$ , υποδηλώνει την πρωτογενή ροή (βλέπε Εξς. (2.40) και (2.42)) και  $\nu_x$  παριστάνει την παραγομένη γεύση νετρίνων  $\nu_\mu$  ή  $\nu_\tau$ . Ανάλογη έκφραση ισχύει και για τα αντινετρίνα  $\tilde{\nu}_e$  (η «πιθανότητα επιβίωσης» συμβολίζεται τότε με  $\tilde{P}(\varepsilon_\nu)$ ).

Πολλοί ερευνητές, χρησιμοποιούν τον όρο «πιθανότητα επιβίωσης», για τα νετρίνα που διαδίδονται μέσα στον μανδύα και το περίβλημα ενός σουπερνόβα, όμως υπάρχει επιπρόσθετη μεταβολή της  $P(\varepsilon_\nu)$ , η οποία οφείλεται σε φαινόμενα της γήινης ύλης. Τα τελευταία φαινόμενα αυτά, προκαλούν μεταβολή στις  $P(\varepsilon_\nu)$  και  $\tilde{P}(\varepsilon_\nu)$ , οπότε πρέπει να λαμβάνονται υπ' όψη ιδιαίτερα όταν το σουπερνόβα επισκιάζεται από τη Γη, πάνω στην οποία είναι τοποθετημένος ο ανιχνευτής.

Η ροή νετρίνων που παράγεται από ένα σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς, τροποποιείται όχι μόνο από το υλικό του αστέρα αλλά και από άλλα φαινόμενα, τα οποία μεταβάλλουν την εξέλιξη των γεύσεων νετρίνων που ενδιαφέρει άμεσα την παρούσα έρευνα [127]. Η πιο σημαντική συνέπεια, είναι η μεταβολή του φάσματος των  $\nu_e$  και  $\nu_x$  νετρίνων ( $\tilde{\nu}_e$  και  $\tilde{\nu}_x$  αντι-νετρίνων), η οποία συμβαίνει σε ορισμένες ενεργειακές περιοχές και κυρίως στην ουρά υψηλής ενέργειας του φάσματος των  $SN$ -νετρίνων [128, 129, 130, 131, 132, 133, 135].

Στην παρούσα μελέτη, δεν λαμβάνουμε υπόψη την επίδραση των ταλαντώσεων

#### 2.4. Αντιδράσεις εκπομπής και ενεργειακά φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων 33

των νετρίνων (ούτε άλλα φαινόμενα, όπως π.χ. αλληλεπιδράσεις νετρίνου-ηλεκτρονίου) στην διαμόρφωση της κατανομής των υπερκαινοφανών νετρίνων, αλλά θεωρούμε ότι αυτή πειγράφεται από τις κατανομές δύο παραμέτρων Fermi-Dirac και νόμου δυναμοσειράς (Power-Law).



## Κεφάλαιο 3

---

# Αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα σε χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες

*Only neutrinos,  
with their extremely small interaction cross sections,  
can enable us to see into the interior of a star...  
Bahcall, PRL (1964)*

### 3.1 Εισαγωγή

Στο παρόν Κεφάλαιο, θα εστιάσουμε στη θεωρία της αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα, η οποία αποτελεί βασικό παράδειγμα των θεμελιωδών ασθενών αλληλεπιδράσεων, η δε σημασία της δεν περιορίζεται στην ανίχνευση νετρίνων, αλλά σχετίζεται με τις διαδικασίες που τα παράγουν, καθώς και με την σκέδασή των μέσα στην ύλη (γη, Ήλιος, αστέρες, σουπερνόβα). Ειδικότερα, θα συζητήσουμε την Χαμιλτωνιανή αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα και τις βασικές εκφράσεις της ενεργού διατομής, θεμελιώδους φυσικού μεγέθους περιγραφής των διαφόρων καναλιών της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα.

Όντας αρχικά πολωμένα (αριστερόστροφα) και έχοντας την ικανότητα να συζευγνούνται και με την πολική διανυσματική και την αξονική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος, τα νετρίνα μας αποκαλύπτουν περισσότερο ακριβείς πληροφορίες για την πυρηνική δομή από ό,τι τα άλλα φορτισμένα σωματίδια (μιόνιο, ηλεκτρόνιο, κλπ.). Το πιο σοβαρό πρόβλημα εξαγωγής πληροφορίας μέσω πειραμάτων σκέδασης νετρίνου-πυρήνα, είναι οι πολύ μικρές ενεργές διατομές των αντιδράσεων αυτών. Στις περιπτώσεις όμως αφθονίας νετρίνων, όπως συμβαίνει στις αστροφυσικές διαδικασίες στις οποίες συμμετέχουν τα νετρίνα, π.χ. εκρήξεις υπερκαινοφανών αστέρων (υπερκαινοφανή νετρίνα), οι ανωτέρω ενεργές διατομές εμφανίζονται πολύ ενισχυμένες. Για την ανάλυση και ερμηνεία των σημάτων που παράγουν τα αστροφυσικά νετρίνα στους επίγειους ανιχνευτές, είναι χρήσιμη η γνώση της απόκρισης των πυρήνων-ανιχνευτών σε τέτοια ενεργειακά φάσματα νετρίνων. Για τον σκοπό αυτό, στο τέλος του Κεφαλαίου δίνουμε έμφαση στη μελέτη των υπερκαινοφανών νετρίνων, εξειδικεύοντας στις μεθόδους υπολογισμού της απόκρισης (διαδικασία συνέλιξης) πυρήνων ανιχνευτών στα φάσματά των.

## 3.2 Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις και ο ρόλος των νετρίνων

Το νεutrino, σωματίο που δεν πρόκειται ποτέ να το παρατηρήσουμε κατά τον Pauli (1930), προτάθηκε αρχικά προκειμένου να διατηρείται η ενέργεια και η ορμή στη  $\beta$ -αποδιέγερση και παίζει ρόλο κλειδί σε πολλές διαδικασίες στη φύση. Όμως, παρά τη σπουδαιότητά του, πολυάριθμα ερωτήματα σχετικά με τις ιδιότητές του (μάζα, ταλαντώσεις, μαγνητική ροπή, κλπ.) [16, 158, 159, 160, 162] και τον ρόλο του σε αστροφυσικά και κοσμολογικά προβλήματα (ηλιακά νετρίνα, υπερκαινοφανή νετρίνα, σκοτεινή ύλη, κ.λ.π) [104, 150, 151] παραμένουν αναπάντητα. Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων, πολλές ιδέες διατυπώθηκαν για την εξήγηση των ερωτημάτων αυτών, αλλά μόνο λίγες επαληθεύτηκαν, ενώ είναι πλέον πειραματικά αποδεδειγμένο ότι η Καθιερωμένη Θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων δεν επαρκεί για την περιγραφή των ιδιοτήτων των νετρίνων [70, 149].

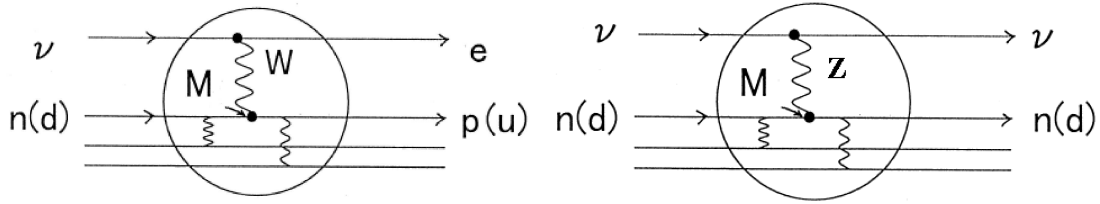
Η εικόνα της οικογένειας των νετρίνων άρχισε να συμπληρώνεται σχετικά αργά, με την εργασία των Cowan και Reines [163], οι οποίοι ανίχνευσαν τα νετρίνα του ηλεκτρονίου ( $\nu_e$ ), ενώ οι Schwartz, Lederman και Steinberger με το πείραμα δύο νετρίνων, επιχείρησαν να αποδείξουν ότι τα νετρίνα εμφανίζονται σε διαφορετικές γεύσεις. Το 1957 το πείραμα Goldhaber απέδειξε ότι, η ασθενής αλληλεπίδραση των νετρίνων αποτελεί παράδειγμα μη διατήρησης της ομοτιμίας (parity) και ότι όλα τα νετρίνα που παράγονται στις ασθενείς διαδικασίες είναι αριστερόστροφα, ενώ όλα τα αντινετρίνα είναι δεξιόστροφα. Το 1989, μετρήσεις του πλάτους διάσπασης του  $Z$ -μποζονίου, έδειξαν ότι, υπάρχουν τρεις γενιές νετρίνων: ηλεκτρονιακά ( $\nu_e$ ), μιονικά ( $\nu_\mu$ ) και ταυ-νετρίνα ( $\nu_\tau$ ) καθώς και τα αντισωματίδιά τους. Πρόσφατα, στον ανιχνευτή Superkamiokande [4, 22, 23], διαπιστώθηκαν οι ταλαντώσεις των ατμοσφαιρικών νετρίνων και στον ανιχνευτή SNO παρατηρήθηκαν για πρώτη φορά οι ταλαντώσεις των ηλιακών νετρίνων [20, 149] (βλέπε Κεφ. 2).

Το νεutrino, μαζί με την  $\alpha$ - και  $\beta$ -ακτινοβολία, συνδέθηκαν με την ανακάλυψη της φυσικής ραδιενέργειας και τη θεμελίωση της θεωρίας των ασθενών αλληλεπιδράσεων από τον Fermi (1933) [164], με τη μελέτη της πυρηνικής  $\beta$ -αποδιέγερσης

$$n \rightarrow p + e^- + \tilde{\nu}_e, \quad (3.1)$$

αντίδραση, η οποία οδήγησε στην πρόβλεψη ύπαρξης του νετρίνου, όπως ελέγχθει ανωτέρω [165, 166]. Η θεωρία Fermi μετά την ενοποίηση ασθενών και ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων στα τέλη της δεκαετίας του 1960, ενσωματώθηκε στη γνωστή καθιερωμένη θεωρία των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων [143, 144]. Μια παρουσίαση της τελευταίας θεωρίας, αν και χρήσιμη, είναι πέραν του σκοπού της παρούσας διατριβής. Για το λόγο αυτό, θα περιοριστούμε στη συζήτηση των αλληλεπιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, που αποτελούν και τον κεντρικό στόχο της μελέτης μας εδώ.





Σχήμα 3.1: Διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης, που περιγράφουν την αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα σε επίπεδο κουάρκ με ανταλλαγή ενδιάμεσων μποζονίων: (αριστερά)  $W^\pm$  για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων και (δεξιά)  $Z$  για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων.

### 3.2.1 Τύποι αντιδράσεων νετρίνου πυρήνα

Οι αντιδράσεις νετρίνου με πυρήνες, κατέχουν εξέχουσα θέση μεταξύ όλων των αντιδράσεων που περιλαμβάνουν νετρίνα. Έτσι, η μελέτη της σκέδασης νετρίνου-πυρήνα αποτελεί έναν πολύ καλό τρόπο ανίχνευσης νετρίνων διαφορετικής γεύσης, αλλά και εξερεύνησης της δομής των ασθενών αλληλεπιδράσεων. Επίσης, αποκλειστικές πυρηνικές μεταπτώσεις μεταξύ διακριτών πυρηνικών καταστάσεων (με καλούς κβαντικούς αριθμούς ενέργειας, σπιν, ισοσπίν και ομοτιμίας) που επάγονται από νετρίνα, μας επιτρέπουν να μελετήσουμε τη δομή του ασθενούς αδρονικού (πυρηνικού) ρεύματος [162, 230]. Επιπλέον, αντιδράσεις νετρίνων με πυρηνικούς ανιχνευτές σε γήινα πειράματα ανίχνευσης αστροφυσικών νετρίνων (ηλιακά, υπερκαινοφανή, γεω-νετρίνα, κλπ.), καθώς και νετρίνων που λαμβάνουν μέρος στην πυρηνοσύνθεση, αποτελούν καλές πηγές διελεύκανσης των ιδιοτήτων των νετρίνων [158, 169].

Υπάρχουν τέσσερες κατηγορίες διαδικασιών νετρίνου-πυρήνα:

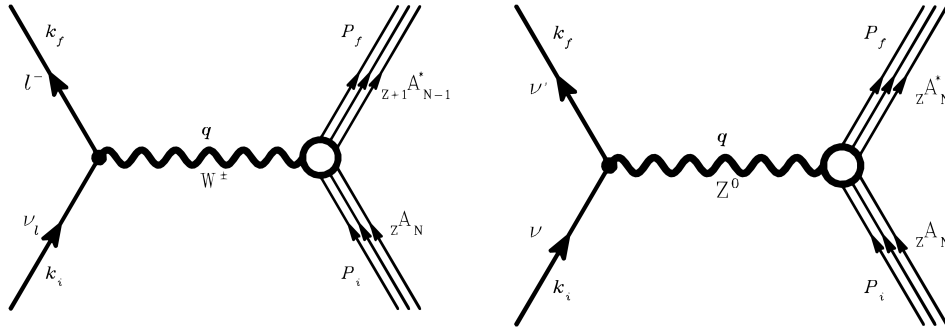
(i). Οι δύο τύποι αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου- και αντινετρίνου-πυρήνα, κατά τις οποίες εκπέμπεται ένα φορτισμένο λεπτόνιο  $l^-$  (ή αντिलепτόνιο  $l^+$ ) σύμφωνα με τις αντιδράσεις (charged-current neutrino-nucleus reactions)

$$\nu_l + (A, Z) \longrightarrow (A, Z + 1)^* + l^-, \quad (3.2)$$

$$\bar{\nu}_l + (A, Z) \longrightarrow (A, Z - 1)^* + l^+, \quad (3.3)$$

όπου  $l = e, \mu, \tau$ . Αυτές οι αντιδράσεις αποκαλούνται και αντιδράσεις σύλληψης νετρίνου (αντινετρίνου) αφού μπορούν να θεωρηθούν ως οι σωματιακά αντίστροφες διαδικασίες (particle conjugate processes) της σύλληψης λεπτονίου από πυρήνες [231]. Οι αντιδράσεις (3.2) και (3.3), περιγράφονται μέσω ανταλλαγής φορτισμένων μποζονίων  $W^\pm$  μεταξύ του εισερχομένου νετρίνου και ενός νουκλεονίου του πυρήνα, σύμφωνα με τα (χαμηλότερης τάξης) διαγράμματα Feynman του Σχ. 3.1 (αριστερά) και Σχ. 3.2 (αριστερά), σε επίπεδο κουάρκ και σε επίπεδο πυρήνα, αντίστοιχα.

(ii). Οι δύο τύποι αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων (neutral-current neutrino-nucleus reactions), κατά τις οποίες το νετρίνο (αντινετρίνο) σχεδιάζεται από έναν



Σχήμα 3.2: Διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης που περιγράφουν την αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα σε πυρηνικό επίπεδο με ανταλλαγή ενδιάμεσων μποζονίων: (αριστερά)  $W^\pm$  για φορτισμένα ρεύματα και (δεξιά)  $Z^0$  για ουδέτερα ρεύματα.

πυρήνα μέσω της ανταλλαγής ουδετέρων μποζονίων  $Z^0$  (βλέπε Σχ. 3.1 και 3.2 (δεξιά)) σύμφωνα με τις εξισώσεις

$$\begin{aligned} \nu + (A, Z) &\longrightarrow (A, Z)^* + \nu', \\ \bar{\nu} + (A, Z) &\longrightarrow (A, Z)^* + \bar{\nu}', \end{aligned} \quad (3.4)$$

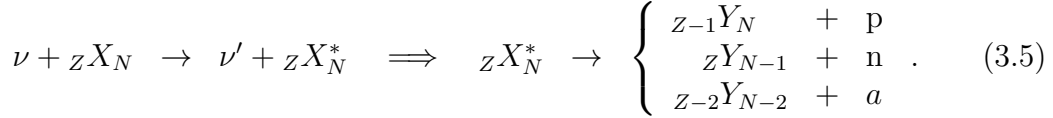
όπου το  $\nu$  ( $\bar{\nu}$ ) δηλώνει νετρίνα (αντινετρίνα) οποιασδήποτε γεύσης.

Οι διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα που αφήνουν τον τελικό πυρήνα  $(A, Z \pm 1)^*$ ,  $(A, Z)^*$  των Εξν. (3.2)–(3.4) σε ενεργειακές καταστάσεις χαμηλότερες από το ενεργειακό κατώφλι εκπομπής νουκλεονίου, αποκαλούνται ημι-ολικές διαδικασίες (semi-inclusive processes) [150, 176, 185, 186, 253], ενώ οι επαγόμενες αποκλειστικές μεταπτώσεις σε ενεργειακά επίπεδα υψηλότερα των καταστάσεων δέσμιων σωματιδίων, συνήθως διασπώνται με εκπομπή σωματιδίων  $p$ ,  $n$ , κλπ. (βλέπε Εξ. (3.5) παρακάτω), των οποίων το φάσμα μετρίεται στους ανιχνευτές [185, 186].

Θεωρητικά, οι διάφοροι ρυθμοί αποκλειστικών, ημι-ολικών και ολικών διαδικασιών νετρίνου-πυρήνα, εκτιμώνται με λεπτομερειακούς υπολογισμούς πυρηνικής δομής (nuclear structure calculations) [16, 158, 162, 169]), όπου το κύριο πρόβλημα έγκειται στην εύρεση των πυρηνικών στοιχείων πίνακα πολυπολικών τελεστών (βλέπε Παράρτημα Β) μεταξύ των αρχικών και τελικών πολυσωματιδιακών (πυρηνικών) καταστάσεων [187, 188].

Όπως προαναφέρθηκε, τα νετρίνα προκαλούν πυρηνικές μεταπτώσεις που δεν είναι εφικτές στα πλαίσια των ηλεκτρομαγνητικών αλληλεπιδράσεων και επιτρέπουν τη μελέτη χαρακτηριστικών της πυρηνικής δομής και των αλληλεπιδράσεων της που δεν αποκαλύπτονται από άλλες διαδικασίες. Έτσι, η μη ελαστική σκέδαση νετρίνων από πυρήνες, αντιδράσεις (3.2)–(3.4), μπορεί να επάγει πυρηνικές μεταπτώσεις κάτω ή πάνω από το κατώφλι εκπομπής πρωτονίου ή νετρονίου, οι οποίες είναι δυνατόν να αποδιεγερθούν με εκπομπή νουκλεονίων ή  $\alpha$ -σωματιδίων και να συνεισφέρουν στην πυρηνοσύνθεση που λαμβάνει χώραν στο εσωτερικό των αστέρων, Ηλίου, κλπ. Αυτές οι διαδικασίες μπορούν να ενσωματωθούν σε κώδικες αστρικής εξέλιξης (και

πυρηνοσύνθεσης) όταν είναι αξιόπιστα γνωστές οι ενεργές διατομές αντιδράσεων επαγόμενες από τα νετρίνα, όπως π.χ. η αντίδραση ουδετέρων ρευμάτων



Στην ανωτέρω εξίσωση, τα σύμβολα  $X$ ,  $Y$  παριστάνουν τον μητρικό ή θυγατρικό πυρήνα και  $p$ ,  $n$ ,  $a$  το εκπεμπόμενο ελαφρύ σωματίο (πρωτόνιο ή νετρόνιο ή  $\alpha$ -σωμάτιο) [16].

Ένας από τους κύριους στόχους της παρούσας έρευνας, είναι η αξιόπιστη εκτίμηση ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδετέρων ρευμάτων, που οδηγούν στο σχηματισμό του σύνθετου πυρήνα  ${}_Z X_N^*$ , της αντίδρασης (3.5), η οποία γενικά, μπορεί να περιγραφεί σαν διαδικασία δύο βημάτων στην εικόνα του σύνθετου πυρήνα:

(i). Ο πυρήνας στόχος  ${}_Z X_N$ , διεγείρεται μέσω της αλληλεπίδρασης με νετρίνα (αντίδραση ουδετέρων ρευμάτων).

(ii). Ο σύνθετος πυρήνας  ${}_Z X_N^*$ , αποδιεγείρεται με εκπομπή σωματιδίων (ή ακτίνας- $\gamma$ ). Οι σχετικοί λόγοι διακλάδωσης της αποδιέγερσης, υπολογίζονται με μοντέλα στατιστικού τύπου (π.χ το κοινό Hauser-Feshbach model) [186] και δεν είναι δυνατοί στα πλαίσια της παρούσας έρευνας.

Επίσης, η μελέτη της σκέδασης νετρίνων πάνω σε πυρήνες όταν τα νετρίνα έχουν αρκετά υψηλές ενέργειες, αν και αποτελεί ενδιαφέρον κίνητρο να γνωρίσουμε το αξονικό ρεύμα του νουκλεονίου καθώς και τη δομή των νουκλεονίων [207, 219, 243], είναι πέραν του σκοπού της παρούσας μελέτης.

Πρόσφατα, έχει καταστεί εφικτή η ανίχνευση νετρίνων χαμηλής ενέργειας (μερικά MeV ή κλάσμα του MeV) και η μέτρηση της ροής των μετρώοντας την ανάκρουση πυρηνικών ανιχνευτών πολύ χαμηλού ενεργειακού κατωφλίου (μερικές δεκάδες KeV) [177, 215]. Το κανάλι αυτό, είναι διαδικασία σύμφωνης σκέδασης νετρίνου-πυρήνα (βλέπε παρακάτω) της αντίδρασης (3.5) και δεν είναι δυνατό στις αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων, Εξς. (3.2) και (3.3). Τέτοιες μελέτες, γίνονται σε συνδυασμό με την άμεση ανίχνευση σωματίων της ψυχρής σκοτεινής ύλης (Cold Dark matter), καθώς και μετρήσεις γεγονότων διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης [215]. Οι πυρήνες, των οποίων τις αντιδράσεις μελετάμε στα Κεφ. 4 και 5, ανήκουν στην τελευταία κατηγορία, δηλαδή χρησιμοποιούνται ταυτόχρονα ως ανιχνευτές της διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης.

Οι λεπτομερείς πληροφορίες που μας προσφέρουν τα νετρίνα για τη δομή και τις ιδιότητες των ασθενών αλληλεπιδράσεων αλλά και τη δομή νουκλεονίων και πυρήνων μέσω των μεταπτώσεων που επάγονται από τα νετρίνα (neutrino-induced reactions) [199, 200, 201, 202, 203], αποτέλεσαν και αποτελούν τα πρωταρχικά κίνητρα μελέτης των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων με πολύπλοκους πυρήνες και κυριάρχησαν στην επιλογή της έρευνας που διεξήχθη στα πλαίσια της παρούσης διατριβής. Ένα άλλο κίνητρο, σχετίζεται με τον ιδιαίτερο ρόλο του νετρίνου στην έρευνα της αστροφυσικής [190], της γεωφυσικής [194], κλπ., όπου, όπως τονίστηκε και στο Κεφ.1, η

σπουδαιότητα της αλληλεπίδρασης με πυρήνες δεν περιορίζεται στην ανίχνευση των νετρίνων, αλλά και στη μελέτη των διαδικασιών που τα δημιουργούν (π.χ. θερμοπυρηνικές αντιδράσεις) και τη σκέδασή τους εντός της ύλης (καρδιά υπερκαινοφανών αστέρων, Ήλιος, Γη, κλπ.), καθώς και κατά τη διαδικασία της πυρηνοσύνθεσης [141, 142, 195, 196]. Η σπουδαιότητα των νετρίνων στις ανωτέρω διαδικασίες, συνδυαζόμενη με τις αβεβαιότητες που παραμένουν όσον αφορά τους εμπλεκόμενους μηχανισμούς και τις ενεργές διατομές των αντιδράσεών τους, αποτελούν σημαντικό κίνητρο μελέτης των αλληλεπιδράσεων νετρίνου-πυρήνα. Ένα τελευταίο κίνητρο, σχετίζεται με τη χρήση του πυρήνα ως εργαστηρίου, προκειμένου να ερευνησουμε τις ιδιότητες του νετρίνου [189], π.χ. τις παραμέτρους των ταλαντώσεων λεπτονικής γεύσης (neutrino oscillations parameters) [15]. Σε όλες τις ανωτέρω διαδικασίες, κεντρικό ρόλο παίζουν οι αντιδράσεις (3.2)–(3.4).

Τα φαινόμενα που προαναφέρθηκαν, περιλαμβάνουν ενέργειες νετρίνων από λίγα MeV ως εκατοντάδες TeV, αλλά στην παρούσα εργασία, εστιάζουμε σε διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα με ενέργειες νετρίνων μέχρι  $\epsilon_\nu \approx 100 - 150$  MeV, κατά τις οποίες οι νουκλεονικοί βαθμοί ελευθερίας δεν διεγείρονται, και επομένως, η μεταφερόμενη κατά την αντίδραση ενέργεια διατίθεται κυρίως για τη διέγερση του πυρήνα.

Πριν προβούμε στην παρουσίαση των βασικότερων χαρακτηριστικών της πυρηνικής μεθόδου που θα χρησιμοποιήσουμε στην μελέτη των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, θεωρούμε αναγκαίο να επικεντρώσουμε στην περιγραφή της κατάλληλης ενεργού Χαμιλτωνιανής αλληλεπίδρασης του νετρίνου, πρώτα στο επίπεδο των νουκλεονίων και έπειτα στο επίπεδο του πυρήνα. Στη συνέχεια, θα περιγράψουμε τις εκφράσεις των διαφόρων ενεργών διατομών αντιδράσεων φορτισμένων και ουδέτερων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα που θα χρησιμοποιηθούν για λεπτομερειακούς υπολογισμούς σε συγκεκριμένους πυρήνες στα Κεφ. 4, 5 και 6.

### 3.3 Χαμιλτωνιανή αλληλεπίδρασης αντιδράσεων νετρίνου πυρήνα

Για χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες νετρίνων, η ενεργός Χαμιλτωνιανή αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα,  $\hat{H}_{eff}$ , κατασκευάζεται στην προσέγγιση ανταλλαγής ενδιάμεσων μποζονίων, όταν η μεταφερομένη τετρα-ορμή είναι πολύ μικρότερη από τη μάζα των ενδιάμεσων μποζονίων  $W^\pm$  (αντιδράσεις μεταβολής φορτίου) ή  $Z^0$  (αντιδράσεις ουδέτερων ρευμάτων), στη μορφή αλληλεπίδρασης ενός λεπτονικού ρεύματος,  $j_\mu^{lept}$ , και ενός αδρονικού  $\hat{J}_\mu(\mathbf{x})$ , «ρεύμα-ρεύμα αλληλεπίδραση» ως εξής:

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G}{\sqrt{2}} j_\mu^{(0)}(\mathbf{x}) \hat{J}_0^\mu(\mathbf{x}), \quad \text{για διαδικασίες ουδέτερου ρεύματος} \quad (3.6)$$

και

$$\hat{H}_{eff} = \frac{G \cos\theta_c}{\sqrt{2}} j_\mu^{lept}(\mathbf{x}) \hat{J}_\pm^\mu(\mathbf{x}), \quad \text{για διαδικασίες φορτισμένου ρεύματος} \quad (3.7)$$

όπου  $\theta_c$  είναι η γωνία Cabibbo. Το λεπτονικό ρεύμα  $j_\mu^{lept}$ , είναι καλά γνωστό αλλά το αδρονικό ρεύμα,  $\hat{\mathcal{J}}_\mu$ , είναι γενικά πολύπλοκο να περιγραφεί για ένα σύστημα πολλών σωματιδίων όπως είναι ο ατομικός πυρήνας.

Η σταθερά  $G \equiv G_F$  (σταθερά Fermi), παριστάνει την σταθερά σύζευξης των ασθενών αλληλεπιδράσεων για τον προσδιορισμό της οποίας, όπως είναι γνωστό [212], χρησιμοποιήθηκαν τα πειραματικά δεδομένα της καθαρά λεπτονικής διαδικασίας

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu, \quad (3.8)$$

( $\mu$ -διάσπαση) και ο ρυθμός της αντίδρασης, ο οποίος λόγω της απουσίας των ισχυρών αλληλεπιδράσεων, υπολογίζεται με απλή εφαρμογή της θεωρίας διαταραχών. Η τιμή της σταθεράς σύζευξης Fermi που προέκυψε είναι

$$G_F \equiv G_\mu = 1.0267 \times 10^{-5} m_p^{-2} \quad (3.9)$$

(έχει διαστάσεις  $1/m_p^2$ ).

Η Χαμιλτωνιανή πυκνότητα των Εξν. (3.6) και (3.7), είναι μία χαμηλοενεργειακή προσέγγιση της θεωρίας των ενδιαμέσων διανυσματικών μποζονίων (Intermediate Vector Boson theory) και στην εικόνα Schrödinger (πρώτη κβάντωση) παίρνουμε την ολική ενεργό Χαμιλτωνιανή

$$\hat{H}_W = -\frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x j_\mu^{lept}(\mathbf{x}) \hat{\mathcal{J}}^\mu(\mathbf{x}). \quad (3.10)$$

Στην προσέγγιση που προαναφέρθηκε, μπορούμε να θεωρήσουμε τα νουκλεόνια στοιχειώδη συστατικά του πυρήνα και να υποθέσουμε ότι το εισερχόμενο νεutrίνο αλληλεπιδρά μόνο με ένα εξ αυτών. Έτσι, σαν τελεστής ρεύματος ενός ανεξάρτητου νουκλεονίου, χρησιμοποιείται εκείνος ο οποίος λαμβάνει υπόψη την εσωτερική δομή του μέσω των ασθενών παραγόντων δομής (βλέπε Παράρτημα Β) [247].

Με τις ανωτέρω προϋποθέσεις, οι εκφράσεις του αδρονικού ρεύματος που υπεισέρχονται στην ενεργό χαμιλτωνιανή (3.10), γράφονται

$$\mathcal{J}_\lambda^{(+)} = \bar{\psi}_N \left\{ F_1(q_\mu^2) \gamma_\lambda + \frac{i}{2M} F_2(q_\mu^2) \sigma_{\lambda\nu} q^\nu + F_A(q_\mu^2) \gamma_\lambda \gamma_5 \right\} \tau_+ \psi_N, \quad (3.11)$$

για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων ( $\mathcal{J}_\lambda^{(-)} = \mathcal{J}_\lambda^{(+)}$  είναι το ερμιτιανό συζυγές  $\mathcal{J}_\lambda^{(+)\dagger}$ ) και

$$\mathcal{J}_\lambda^{(0)} = \bar{\psi}_N \left\{ F_1^Z(q_\mu^2) \gamma_\lambda + F_2^Z(q_\mu^2) \frac{i\sigma_{\lambda\nu} q^\nu}{2M} + F_A^Z \gamma_\lambda \gamma_5 \right\} \tau_0 \psi_N, \quad (3.12)$$

για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων ( $\tau_0 = +1$  για πρωτόνια και  $\tau_0 = -1$  για νετρόνια). Το  $\Psi_N$ , παριστάνει τον σπίνορα Dirac για το νουκλεόνιο μάζας  $M$  (πρωτόνιο ή νετρόνιο) και  $\gamma_\lambda$ ,  $\gamma_5$ ,  $\sigma_{\lambda\mu}$  είναι οι πίνακες Dirac (βλέπε Παράρτημα Α).

Οι ασθενείς παράγοντες δομής που υπεισέρχονται στα ουδέτερα αδρονικά ρεύματα που μας ενδιαφέρουν στην παρούσα μελέτη, χρησιμοποιώντας τους ηλεκτρομαγνητικούς παράγοντες δομής πρωτονίου,  $F_{1,2}^p$ , και νετρονίου,  $F_{1,2}^n$  (υπό την προϋπόθεση ισχύος της CVC θεωρίας), γράφονται

$$F_{1,2}^{Z(p,n)} = \left( \frac{1}{2} - \sin^2\theta_W \right) F_{1,2}^{p,n} \tau_0 - \sin^2\theta_W F_{1,2}^{p,n} \quad (3.13)$$

Στην Εξ. (3.12),  $F_A^Z = \frac{1}{2}F_A\tau_0$ , όπου  $F_A(q_\mu^2 = 0) = 1.26$ . Εκτενέστερη συζήτηση των παραπάνω παραγόντων δομής γίνεται στις εργασίες [16, 185, 186, 247] (βλέπε επίσης Παράρτημα Β).

Η  $q^\mu$ , παριστάνει την μεταφερόμενη 4-ορμή στον πυρήνα ( $q_\mu^2 = q_\mu q^\mu$ ) και για την περίπτωση των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα δίνεται στην επόμενη παράγραφο.

### 3.4 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα ουδέτερων ρευμάτων

Στις αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα ουδετέρων ρευμάτων που μελετάμε στην παρούσα διατριβή, θεωρούμε ένα νεutrino ή αντινεutrino χαμηλής ή ενδιάμεσης ενέργειας ( $\varepsilon_\nu \leq 100 - 150$  MeV) με αρχική 4-ορμή  $k_i = (\varepsilon_i, \mathbf{k}_i)$  το οποίο σχεδάζεται ελαστικά ή μη-ελαστικά από έναν πυρήνα (A,Z). Ο πυρήνας υποτίθεται ότι αρχικά βρίσκεται στη βασική του κατάσταση  $|J_i^{\pi_i} M_i\rangle = |0^+0\rangle$  και μετά την αντίδραση γενικά μεταβαίνει σε μια διεγερμένη κατάσταση  $|J_f^{\pi_f} M_f\rangle$ , όπου  $J$  είναι η ολική στροφορμή,  $M$  η προβολή της στον κβαντικό άξονα και  $\pi$  η ομοτιμία της κατάστασης. Στο φυσικό σύστημα μονάδων ( $\hbar = c = 1$ ), η διπλή διαφορική ενεργός διατομή (η οποία εκφράζει την πιθανότητα ώστε κατά την ανωτέρω διαδικασία το εξερχόμενο νεutrino στην κατεύθυνση  $[\hat{\Omega}, \hat{\Omega} + d\hat{\Omega}]$  να έχει ενέργεια  $(\varepsilon_f, \varepsilon_f + d\varepsilon_f)$ , ενώ ο πυρήνας να διεγείρεται σε μια κατάσταση με ενέργεια μεταξύ  $(\omega, \omega + d\omega)$  πάνω από τη βασική), δίνεται από τη γενική έκφραση [212]

$$\frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}(\theta, \phi, \omega, \varepsilon_f)}{d\Omega d\varepsilon_f} = (2\pi)^4 \kappa_f \varepsilon_f \sum_{s_f, s_i} \frac{1}{(2J_i + 1)} \sum_{M_f, M_i} |\langle f | \hat{H}_W | i \rangle|^2, \quad (3.14)$$

όπου  $\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f$ ,  $\langle f | \hat{H}_W | i \rangle$  είναι το στοιχείο πίνακα μεταξύ της αρχικής και της τελικής πυρηνικής κατάστασης ( $\hat{H}_W$  παριστάνει τη χαμιλτωνιανή αλληλεπίδρασης Εξ. (3.10)), και  $s_i, s_f$  παριστάνουν τις προβολές των σπινς του αρχικού και τελικού λεπτονίου (νετρίνου ή αντινετρίνου), αντίστοιχα.

Η διπλή διαφορική ενεργός διατομή της αντίδρασης νετρίνου (αντινετρίνου)-πυρήνα μπορεί να εκφραστεί και ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα  $\omega$  και την κατεύθυνση του εξερχομένου νετρίνου  $\hat{\Omega} = (\theta, \varphi)$ , οπότε η Εξ. (3.14)

γράφεται [16, 152, 158, 251]

$$\begin{aligned}
\frac{d^2\sigma_{i\rightarrow f}}{d\Omega[d\omega]} \Big|_{\nu/\bar{\nu}} &= \frac{2G^2\varepsilon_f^2}{\pi(2J_i+1)} \cos^2\frac{\theta}{2} \delta(E_f - E_i - \omega) \\
&\times \sum_{J=0}^{\infty} |\langle J_f || \widehat{\mathcal{M}}_J(q) + \frac{\omega}{q} \widehat{\mathcal{L}}_J(q) || J_i \rangle|^2 \\
&+ \left[ -\frac{1}{2} \frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan^2\frac{\theta}{2} \right] \sum_{J=1}^{\infty} \left[ |\langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}(q) || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{el}(q) || J_i \rangle|^2 \right] \\
&\pm 2 \tan\frac{\theta}{2} \left[ -\frac{q_\mu^2}{q^2} + \tan\frac{\theta}{2} \right]^{1/2} \sum_{J=1}^{\infty} \Re \langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}(q) || J_i \rangle \langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{el}(q) || J_i \rangle^* .
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Η παρουσία του παράγοντα της δ-συνάρτησης στο δεξιό μέλος εκφράζει τη διατήρηση της ενέργειας, οπότε

$$\omega = E_f - E_i = \varepsilon_i - \varepsilon_f$$

όπου  $E_i$  και  $E_f$ , παριστάνουν την ενέργεια της αρχικής (βασικής) και τελικής κατάστασης του πυρήνα, αντίστοιχα. Το σύμβολο  $[d\omega]$ , υποδηλώνει διαφορίση σε διακριτό φάσμα [186]. Τονίζουμε ότι, στην περίπτωση που οι ενεργές διατομές υπολογίζονται με χρήση της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματάρια, όπως κάνουμε στην παρούσα διατριβή (βλέπε Κεφ. 4 και 5), τόσο οι διεγέρσεις στο διακριτό φάσμα όσο και εκείνες στο συνεχές δίνονται υπό μορφήν ασυνεχούς διακριτού φάσματος, επομένως, η Εξ. (3.15) είναι ρεαλιστική αν και δεν θα γίνει χρήση του συμβόλου  $[d\omega]$  για όλη τη μελετούμενη ενεργειακή περιοχή των πυρηνικών μεταπτώσεων.

Η Εξ. (3.15), γράφεται (συνοπτικότερα) και στην μορφή

$$\frac{d^2\sigma_{i\rightarrow f}}{d\Omega d\omega} \Big|_{\nu/\bar{\nu}} = \frac{2G^2\varepsilon_f^2}{\pi(2J_i+1)} \left( \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right) . \tag{3.16}$$

Ο όρος  $\sigma_{CL}^J$ , περιέχει τις συνεισφορές των τελεστών Coulomb,  $(\widehat{\mathcal{M}}_J)$ , και διαμήκους,  $(\widehat{\mathcal{L}}_J)$ , και δίνεται από την έκφραση (βλέπε Παράρτημα Β)

$$\sigma_{CL}^J = \cos^2\frac{\theta}{2} |\langle J_f || \widehat{\mathcal{M}}_J(q) + \frac{\omega}{q} \widehat{\mathcal{L}}_J(q) || J_i \rangle|^2 , \tag{3.17}$$

και ο όρος  $\sigma_T^J$ , περιέχει τις συνεισφορές του εγκάρσιου ηλεκτρικού,  $(\widehat{\mathcal{T}}_J^{el})$ , και του εγκάρσιου μαγνητικού,  $(\widehat{\mathcal{T}}_J^{mag})$ , τελεστή και γράφεται

$$\begin{aligned}
\sigma_T^J &= \left( -\frac{q_\mu^2}{2q^2} \cos^2\frac{\theta}{2} + \sin^2\frac{\theta}{2} \right) \left[ |\langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}(q) || J_i \rangle|^2 + |\langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{el}(q) || J_i \rangle|^2 \right] \\
&\mp 2 \sin\frac{\theta}{2} \sqrt{-\frac{q_\mu^2}{2q^2} \cos^2\frac{\theta}{2} + \sin^2\frac{\theta}{2}} \sum_{J=1}^{\infty} \Re \langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}(q) || J_i \rangle \langle J_f || \widehat{\mathcal{T}}_J^{el}(q) || J_i \rangle^* .
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Στην τελευταία εξίσωση, το πρόσημο (-) αντιστοιχεί σε σκέδαση νετρίνου ενώ το (+) σε σκέδαση αντινετρίνου [152, 186, 213, 251]. Τονίζουμε ότι, η μόνη διαφορά μεταξύ της ενεργού διατομής για νετρίνα και αντινετρίνα, είναι το αντίθετο πρόσημο στο γινόμενο των δύο όρων εγκάρσιας ηλεκτρικής και εγκάρσιας μαγνητικής συνεισφοράς (T-όροι). Επίσης, σημειώνουμε ότι, οι Εξς. (3.14) και (3.16) ισχύουν για όλες τις γεύσεις νετρίνων/αντινετρίνων.

Στις Εξς. (3.18) – (3.15), το μέτρο της μεταφερόμενης 3-ορμής  $q$  γράφεται συναρτήσει της γωνίας σκέδασης  $\theta$ , ως

$$q = |\mathbf{q}| = \sqrt{\omega^2 + 4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2}}, \quad (3.19)$$

και το τετράγωνο της 4-ορμής δίνεται από την εξίσωση

$$q_\mu^2 = -4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (3.20)$$

Υπενθυμίζουμε ότι, οι Εξς. (3.16) – (3.15) ισχύουν και για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων, αρκεί να τεθεί  $G = G_F \cos\theta_c$ .

Οι τελεστές  $\widehat{\mathcal{M}}_J$ ,  $\widehat{\mathcal{L}}_J$ ,  $\widehat{\mathcal{T}}_J^{el}$  και  $\widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}$ , περιέχουν πολικό διανυσματικό και αξονικό διανυσματικό μέρος, όπως φαίνεται και στο Παράρτημα Β [162, 212]. Από τον Πίνακα Β.1 του Παραρτήματος Β, που δείχνει την ομοτιμία των ανωτέρω τανυστικών πολυπολικών τελεστών, γίνεται φανερό ότι, για κάθε πολυπολική μετάπτωση  $|0^+\rangle \rightarrow |J^\pi\rangle$  που περιλαμβάνεται στο άθροισμα επί των συνεισφορών  $\sigma_{CL}^J$  και  $\sigma_T^J$  της διαφορικής ενεργού διατομής, Εξς. (3.17) και (3.18), μιας δεδομένης αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα, θα συνεισφέρει είτε η πολική είτε η αξονική συνιστώσα του τελεστή. Ο μόνος όρος που μπορεί να περιέχει ταυτόχρονα πολική διανυσματική και αξονική διανυσματική συνεισφορά, είναι ο τελευταίος όρος της Εξ. (3.15) ο οποίος, για κανονικής ομοτιμίας μεταβάσεις θα περιέχει συνεισφορές  $T^{el}$ , πολική διανυσματική, και  $T^{mag5}$ , αξονική διανυσματική, και για μεταπτώσεις μη-κανονικής ομοτιμίας  $T^{mag}$  πολική και  $T^{el5}$  αξονική. Δεδομένου ότι, η τιμή  $J = 0$  δεν υπάρχει στις εγκάρσιες συνιστώσες  $\sigma_T$  των Εξν. (3.16) και (3.18), οι πολυπολικές μεταπτώσεις  $J^\pi = 0^\pm$  αναμένεται να είναι υποβαθμισμένες.

Επίσης, όπως φαίνεται από τις Εξς. (3.17) και (3.18), υπάρχει συνεισφορά από γινόμενα μεταξύ Coulomb και διαμήκων στοιχείων πίνακα (CL-όροι), καθώς και μεταξύ των δύο κατηγοριών της εγκάρσιας συνεισφοράς (T-όροι), δεν υπάρχει όμως συνεισφορά από γινόμενα CL και T-όρων. Αξιοσημείωτο είναι και το γεγονός ότι, από την γωνιακή εξάρτηση των κινηματικών παραγόντων των Εξν. (3.19) και (3.20), για οπισθοσκέδαση ( $\theta = \pi$ ) προκύπτει συνεισφορά μόνο T-όρων, ενώ για πρόσθια σκέδαση ( $\theta = 0$ ) οι CL-όροι κυριαρχούν.

### 3.4.1 Σύμφωνες διαδικασίες νετρίνου–πυρήνα

Όπως αναφέρθηκε, σε αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα είναι δυνατόν να έχουμε τις αποκαλούμενες μεταπτώσεις από βασική κατάσταση σε βασική



(ground state to ground state transitions) κατά τις οποίες ο πυρήνας-ανιχνευτής δεν διεγείρεται αλλά ανακρούει λόγω μεταφοράς μόνο ορμής  $q$  (και όχι ενέργειας) [218]. Η αντίδραση αυτή για έναν πυρήνα  $(A, Z)$ , παριστάνεται ως

$$\nu + (A, Z) \rightarrow \nu' + (A, Z)', \quad (3.21)$$

όπου όλα τα νουκλεόνια του πυρήνα συμμετέχουν ταυτόχρονα στην ενεργό διατομή, οπότε έχουμε σύμφωνη διαδικασία (coherent neutrino-nucleus scattering), η οποία σε πρώτης τάξης προσέγγιση και προσωσκέδαση γράφεται [86]

$$\sigma_{coh} = \frac{1}{16} \sigma_0 \left( \frac{\varepsilon_\nu}{m_e c^2} \right)^2 A^2 \left[ 1 - \frac{Z}{A} + (4 \sin^2 \theta_w - 1) \frac{Z}{A} \right]^2, \quad (3.22)$$

όπου  $\varepsilon_\nu$  η ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου και  $\sigma_0 = 4G_F^2(m_e c^2)^2/(\pi(\hbar c)^4) = 1.705 \times 10^{-44} \text{cm}^2$  είναι μια βολική ενεργός διατομή αναφοράς των ασθενών αλληλεπιδράσεων ( $\theta_w$  είναι η γνωστή γωνία Weinberg) [177, 215].

Η μέγιστη κινητική ενέργεια που αποκτά ο ανακρούων πυρήνας δίνεται από την έκφραση [221]

$$T_{max} = \frac{2\varepsilon_\nu^2}{M_A + 2\varepsilon_\nu}, \quad (3.23)$$

όπου  $M_A$  η μάζα του πυρήνα-στόχου η οποία προσεγγιστικά λαμβάνεται ίση με  $M_A = AM_N$ , με  $M_N$  τη μάζα του νουκλεονίου [215]. Η κινητική ενέργεια  $T$  συνδέεται με την μεταφορομένη 4-ορμή με την σχέση  $Q^2 = 2M_A T$ . Επίσης,  $Q = -q_\mu^2$ , όπου η  $q_\mu^2$  δίνεται από την Εξ. (3.20).

Επειδή οι περισσότεροι ανιχνευτές νετρίνων δεν είναι ευαίσθητοι στην κατεύθυνση των εισερχομένων (εξερχομένων) νετρίνων, οι υπολογισμοί του ρυθμού γεγονότων  $dN/dT$ , οι οποίοι συνήθως δίνονται σαν συνάρτηση της κινητικής ενέργειας  $T$  του ανακρούοντος πυρήνα [177, 214, 215, 216], είναι πιο σημαντικές φυσικές μεταβλητές. Τέτοιους υπολογισμούς δεν εκτελούμε στην παρούσα μελέτη, όμως η Εξ. (3.15) όταν η τελική κατάσταση  $|J_f^\pi\rangle$  συμπίπτει με την πρώτη  $0^+$  QRPA-κατάσταση με ενέργεια  $\omega = 0$ , δηλαδή  $|J_f^\pi\rangle \equiv |0_1^+\rangle$ , μας δίνει την  $d\sigma_{coh}/d\Omega(\varepsilon_\nu, \varphi, \theta)$ . Η τελευταία, με ολοκλήρωση ως προς τις γωνίες, μας δίνει τη  $\sigma_{coh}(\varepsilon_\nu)$  της Εξ. (3.22). Υπολογισμούς αυτού του τύπου, κάνουμε στα Κεφ. 4 και 5 για τα ισότοπα  $Zn$  και  $Te$  (στην παρούσα μελέτη, επιλέγουμε να συμβολίζουμε την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου, με  $\varepsilon_\nu$  όχι μόνο στο κανάλι των σύμφωνων διεγέρσεων αλλά παντού, δηλαδή στο εξής θέτουμε  $\varepsilon_i = \varepsilon_\nu$ ).

### 3.5 Υπολογισμοί πυρηνικής δομής

Παραδοσιακά, η θεωρητική μελέτη της πυρηνικής δομής, γίνεται με διάφορα πυρηνικά πρότυπα. Ένα από τα πρώτα προσεγγιστικά πρότυπα είναι το μοντέλο της υγρής σταγόνας, το οποίο επινοήθηκε κατά αναλογία προς τα μοντέλα της υδροφυσικής, με σημαντικότερο αποτέλεσμα τον ημι-εμπειρικό τύπο μάζας των Bethe και

Weizsäcker που χρησιμοποιείται συχνά και στην πυρηνική Αστροφυσική [2, 229]. Ο τύπος αυτός, περιέχει έναν αριθμό όρων καθένας των οποίων έχει ειδική εξάρτηση από τη μάζα, το φορτίο και τον αριθμό νετρονίων του πυρήνα [148]. Η προσεγγιστική αυτή περιγραφή της πυρηνικής μάζας, είναι επιτυχής και εύχρηστη στον προσδιορισμό των παραμέτρων της αλληλεπίδρασης ζεύγους στα πλαίσια των BCS Εξισώσεων βάσει των οποίων κατασκευάζουμε την πυρηνική κυματοσυνάρτηση της βασικής κατάστασης [222].

Με βάσει τον ημι-εμπειρικό τύπο της πυρηνικής μάζας, υπολογίζονται τα ενεργειακά χάσματα (energy gaps) μεταξύ γειτονικών πυρήνων, μέσω των ενεργειών διαχωρισμού πρωτονίου,  $S_p$ , και νετρονίου,  $S_n$ , από τις εκφράσεις [145]

$$\Delta_n^{exp} = -\frac{1}{4}\{S_n[(N-1), Z] - 2S_n[(N, Z)] + S_n[(N+1), Z]\}, \quad (3.24)$$

$$\Delta_p^{exp} = -\frac{1}{4}\{S_p[(N, Z-1)] - 2S_p[(N, Z)] + S_p[(N, Z+1)]\}. \quad (3.25)$$

όπου  $(N, Z)$  ο μελετούμενος πυρήνας και  $(N, Z \pm 1)$ ,  $(N \pm 1, Z)$  οι γειτονικοί πυρήνες. Επίσης, χρησιμοποιούνται οι εκφράσεις που έχουν αντί των ενεργειών διαχωρισμού, τις ατομικές μάζες  $M(Z, N)$  των γειτονικών ισοτόπων

$$\begin{aligned} \Delta_p^{emp} &= \frac{1}{8}[M(Z+2, N) - 4M(Z+1, N) + 6M(Z, N) \\ &\quad - 4M(Z-1, N) + M(Z-2, N)], \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \Delta_n^{emp} &= \frac{1}{8}[M(Z, N+2) - 4M(Z, N+1) + 6M(Z, N) \\ &\quad - 4M(Z, N-1) + M(Z, N-2)]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Οι σχέσεις (3.24) – (3.27), θα χρησιμοποιηθούν στα Κεφ. 4 και 5 για τον προσδιορισμό των παραμέτρων ανακανονικοποίησης (στο επίπεδο της μεθόδου BCS) της αλληλεπίδρασης ζεύγους (υπολογίζεται από το δυναμικό Bonn-C, για δεδομένο μαζικό αριθμό  $A$ ) στο μελετούμενο ισότοπο, μέσω της αναπαραγωγής των ενεργειακών χασμάτων. Επίσης, το πρότυπο υγρής σταγόνας, χρησιμοποιείται σαν οδηγός σε πιο ακριβή μοντέλα για τον προσδιορισμό της συμπεριφοράς στα όρια του περιοδικού πίνακα ισοτόπων, ενώ προχωρημένες μορφές του χρησιμοποιούνται σε μελέτες σχάσης, όπου η εφαρμογή περισσότερο μικροσκοπικών μοντέλων είναι δύσκολη. Οι διάφορες μορφές του προτύπου υγρής σταγόνας είναι χρήσιμες για προβλέψεις των μέσων τιμών των διαφόρων ιδιοτήτων ενός συστήματος πολλών σωμάτων, όπως είναι οι μέσοι, βαρείς και υπερβαρείς πυρήνες που μελετάμε στην παρούσα εργασία.

Ένα σύνολο πειραματικών δεδομένων του πίνακα των νουκλιδίων, ερμηνεύεται με την παραδοχή ότι καθένα από τα νουκλεόνια ενεργεί σχεδόν σαν ανεξάρτητο σωματίδιο και αισθάνεται την έλξη από τα υπόλοιπα ωσάν μια μέση έλξη, αλλά μόλις ένα άλλο νουκλεόνιο πλησιάσει τότε σχεδιάζονται λόγω της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου ευρισκόμενα σε μικρή απόσταση. Επειδή όπως έχουν δείξει πειράματα,

η μέση ελεύθερη διαδρομή είναι της τάξης μεγέθους του πυρήνα [221, 222], δεν περιμένει κανείς τα νουκλεόνια να έρχονται συχνά το ένα πλησίον του άλλου. Είναι επομένως λογικό, να θεωρείται ο πυρήνας σαν ένα σύστημα πολλών σωμάτων τα οποία κινούνται ανεξάρτητα σε ένα μέσο πεδίο που δημιουργείται από όλα τα υπόλοιπα, έννοια η οποία είναι ενσωματωμένη στο επιτυχημένο μοντέλο ανεξαρτήτου σωματιδίου (independent particle model) των Mayer και Jensen [179, 180].

Το πυρηνικό μοντέλο του ανεξαρτήτου σωματιδίου, βασίζεται σε ένα μέσο πεδίο δυναμικού της γενικής μορφής

$$V(r) = V_{central}(r) - V_{so}r_0^2 \frac{1}{r} \frac{\partial V_{central}(r)}{\partial r} (\vec{L} \cdot \vec{S}) + \frac{1 + \tau_3}{2} V_C(r), \quad (3.28)$$

το οποίο είναι ανάλογο εκείνου της ατομικής φυσικής και ερμηνεύει πλήθος ιδιοτήτων της πυρηνικής δομής. Ως κεντρικό δυναμικό,  $V_{central}(r)$ , χρησιμοποιείται από πολλούς ερευνητές (το χρησιμοποιούμε και εμείς στην παρούσα διατριβή) το δυναμικό Woods-Saxon (Woods-Saxon potential), το οποίο δίνεται από την έκφραση [222]

$$V_{central}(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left[\frac{r-R}{\alpha}\right]}, \quad (3.29)$$

όπου  $V_0$ , είναι η γνωστή παράμετρος βάθους του κεντρικού δυναμικού. Τα  $R$ ,  $\alpha$  είναι η πυρηνική ακτίνα και η παράμετρος πάχους του (επιφανειακού) φλοιού του πυρήνα (surface-thickness or surface diffuseness parameter).

Ο δεύτερος όρος της Εξ. (3.28), παριστάνει το δυναμικό ισχυρής αλληλεπίδρασης σπιν-τροχιάς, ανάλογο του  $(\vec{L} \cdot \vec{S})$  και ο όρος  $V_C(r)$ , προέρχεται από την αλληλεπίδραση Coulomb μεταξύ των πρωτονίων. Σημειώνουμε ότι, οι παράμετροι  $V_{so}$ ,  $R$  και  $\alpha$ , είναι διαφορετικές για το τμήμα σπιν-τροχιάς του δυναμικού της Εξ. (3.28). Η  $r_0$  είναι σταθερά η οποία περιέχει την μάζα του πιονίου [221, 222].

Περισσότερο σημαντική είναι η ερμηνεία που δίνει το μοντέλο του ανεξαρτήτου σωματιδίου στους λεγόμενους μαγικούς αριθμούς των πρωτονίων και νετρονίων, οι οποίοι εμφανίζουν ισχυρότερη ενέργεια σύνδεσης από ό,τι οι γειτονικοί τους αριθμοί στον περιοδικό πίνακα. Απλές και φυσικά ρεαλιστικές υποθέσεις για τις παραμέτρους του δυναμικού αναπαράγουν εξαιρετικά τους μαγικούς αριθμούς στις θέσεις που παρατηρήθηκαν [146, 147].

Το επόμενο βήμα των πυρηνικών φυσικών, ήταν η προσπάθεια να ερμηνευτούν οι ιδιότητες του μέσου πεδίου από βασική γνώση της αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου και στην περίπτωση αυτή, η αναλογία με την ατομική φυσική όπου το πρόβλημα ενός κεντρικού δυναμικού Coulomb επιλύθηκε χρησιμοποιώντας την μέθοδο Hartree-Fock. Όμως, λόγω της παρουσίας των ισχυρών δυνάμεων, απλή εφαρμογή τέτοιων ιδεών στον πυρήνα δεν είναι δυνατή διότι το δυναμικό νουκλεονίου-νουκλεονίου είναι πολύπλοκο. Σήμερα, έχουμε στη διάθεσή μας έναν αριθμό από εξελιγμένες μεθόδους οι οποίες δίνουν περισσότερο ακριβή αποτελέσματα. Μοντέρνες τεχνικές που χρησιμοποιούνται σήμερα με επιτυχία, είναι το πυρηνικό μοντέλο φλοιών (nuclear shell model), η προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA), η μέθοδος RPA

του συνεχούς με χρήση συναρτήσεων Green [181, 182] ή με χρήση αλληλεπίδρασης Skryme [158, 178], κλπ. Όμως, αυτές είναι υψηλών απαιτήσεων σε υπολογιστικούς κώδικες και μόνο σε ελαφρούς και μέσους πυρήνες μπορούν να εφαρμοστούν σχετικά εύκολα (π.χ. μοντέλο φλοιών) και επομένως απαιτείται μεγάλη βελτίωσή των (π.χ. large scale shell model) [223] ή χρήση διαφόρων τεχνικών και προσεγγίσεων (π.χ. RPA, QRPA) [222].

Τα ανωτέρω μοντέλα συνήθως δοκιμάζονται στις προβλέψεις ιδιοτήτων της βασικής κατάστασης. Σε εφαρμογές όμως όπου μελετώνται πυρηνικές αντιδράσεις, απαιτείται ακριβής περιγραφή του φάσματος των πυρηνικών διεγέρσεων η οποία μπορεί να γίνει με συνδυασμό αμφοτέρων των τύπων διεγέρσεων, δηλαδή διεγέρσεις απλού σωματιδίου (single particle excitations) και συλλογικές διεγέρσεις (collective excitations) [127, 135]. Για την πρώτη κατηγορία διεγέρσεων, το μοντέλο φλοιών είναι καταλληλότερο, ενώ για τη δεύτερη κατηγορία, μέθοδοι όπως η προσέγγιση τυχαίας φάσης RPA είναι πιο πλεονεκτικές. Για παράδειγμα αναφέρουμε την κλασική περίπτωση των σύμφωνων πυρηνικών καταστάσεων, δηλαδή της ύπαρξης του σύμφωνου καναλιού (coherent channel) στις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα (βλέπε παρ. 3.4.1), καθώς επίσης και τους λεγόμενους γιγαντιαίους συντονισμούς οι οποίοι εμφανίζονται σε υψηλές ενέργειες και δεν μπορούν να ερμηνευτούν στα πλαίσια του μοντέλου ανεξαρτήτου σωματιδίου.

Σήμερα, έχει καταστεί εφικτή η χρήση μοντέλου φλοιών μεγάλου χώρου σθένους (large scale shell model) [220, 223], στο οποίο οι αλληλεπιδράσεις δύο σωματιών είναι ένας υπερβολικά μεγάλος αριθμός, οπότε και εφαρμόζεται σε μάλλον ελαφρούς και μέσους πυρήνες. Όμως, χρήση ενεργών αλληλεπιδράσεων, αδρανούς καρδιάς, κλπ. καθιστούν δυνατή την εφαρμογή του και σε σχετικά βαρείς πυρήνες [223].

Στην παρούσα εργασία, όπου υπολογίζουμε φυσικές ποσότητες αντιδράσεων σκέδασης νετρίνου-πυρήνα για πυρήνες μέσους και βαρείς, θα χρησιμοποιηθεί η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA), η οποία ενσωματώνει συλλογικά και απλού σωματιδίου χαρακτηριστικά [183, 184, 228], τα βασικά χαρακτηριστικά και πλεονεκτήματα της οποίας θα παραθέσουμε στην επόμενη παράγραφο.

### 3.6 Η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA)

Κατά τη διάρκεια των τελευταίων χρόνων, έχουν γίνει υπολογισμοί ελαστικής, ημι-ελαστικής και μη-ελαστικής σκέδασης νετρίνου-πυρήνα με διάφορες μεθόδους πυρηνικής δομής, όπως: πυρηνικό μοντέλο φλοιών [204], προσέγγιση τυχαίας φάσης (RPA) [222], προσέγγιση τυχαίας φάσης του συνεχούς (Continuum RPA, CRPA) [205, 206, 207, 208], εφαρμογή μεθόδου κλειστότητας κατασκευάζοντας την απαιτούμενη βασική κατάσταση με μοντέλο φλοιών ή RPA [191, 192, 193], μικροσκοπικό μοντέλο ημισωματιδίου-φωνονίου (Microscopic Quasiparticle Phonon Model, MQPM) [209, 210], κλπ.

Οι υπολογισμοί στα πλαίσια της παρούσας Διατριβής, γίνονται με χρήση μιας εκλέπτυνσης της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημι-σωμάτια (Quasi-particle Random Phase Approximation, QRPA), η οποία δεν έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς μέχρι τώρα για αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα (αντιδράσεις νετρίνων με τα ισότοπα που μελετάμε στα Κεφ. 4 και 5, δεν έχουν μελετηθεί καθόλου μέχρι τώρα) [137]. Για ισχυρή αλληλεπίδραση δύο-νουκλεονίων μέσα στον πυρήνα (realistic two-body interaction), χρησιμοποιείται η ρεαλιστική αλληλεπίδραση του δυναμικού Bonn-C. Σε προηγούμενες μελέτες [211], για την περιγραφή αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα σε ελαφρούς πυρήνες ( $^{12}\text{C}$ ), υιοθετήθηκε μια QRPA μέθοδος στην οποία δεν χρησιμοποιήθηκε ρεαλιστική αλληλεπίδραση αλλά αλληλεπίδραση Skyrme [158, 159, 178].

Στην προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA), η αδιατάρακτη πυρηνική χαμιλτωνιανή, η οποία εκφράζει την υπόθεση ότι τα νουκλεόνια κινούνται στο δυναμικό ενός μέσου κεντρικού πεδίου, περιγράφεται από το πεδίο  $V(r)$  της Εξ. (3.28). Η μέθοδος είναι κατάλληλη με πολλά πλεονεκτήματα υπολογισμού ενεργών διατομών σκέδασης νετρίνου-πυρήνα, για υπολογισμούς πυρηνικής δομής σε πυρήνες άρτιου-άρτιους.

Στην QRPA που χρησιμοποιούμε, η προσεγγιστική θεμελιώδης κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα λαμβάνεται με την επίλυση των BCS εξισώσεων (βλέπε Παράρτημα Β), όπου οι μονοσωματιακές ενέργειες,  $\epsilon_a$ , λαμβάνονται από ένα δυναμικό Woods-Saxon με διόρθωση Coulomb των Εξν. (3.28) και (3.29) και τα πλάτη πιθανότητας κατάληψης  $u_a$  και  $v_a$  μιας κατάστασης απλού σωματιδίου με κβαντικούς αριθμούς  $\alpha \equiv (nl)j$ , λαμβάνονται μέσω των μετασχηματισμών Bogoliubov-Valatin (BV) για ημισωματία [228]. Πριν προχωρήσουμε στη συζήτηση της ειδικής μορφής της QRPA που θα χρησιμοποιήσουμε για αντιδράσεις ουδέτερου ρεύματος, θεωρούμε σκόπιμο να αναφέρουμε ότι, η λοιπή ή εναπομένουσα αλληλεπίδραση του δυναμικού Bonn-C στην παρούσα μελέτη λαμβάνεται υπόψη στις εξής δύο φάσεις:

(i). Κατά τη λύση των εξισώσεων BCS μέσω της αλληλεπίδρασης ζεύγους νουκλεονίων, η οποία για τη βασική κατάσταση υπολογίζεται αρχικά για ένα σύστημα  $A$  νουκλεονίων με δυναμικό Bonn-C για συνδυασμούς του τύπου  $[j^2; J = 0]$  και στη συνέχεια ανακανονικοποιείται στο μελετούμενο πυρηνικό σύστημα  $(A, Z)$  με προσδιορισμό δύο παραμέτρων, μίας για πρωτονιακά ζεύγη,  $g_{pair}^p$ , και μίας για νετρονιακά ζεύγη,  $g_{pair}^n$ , έτσι ώστε να αναπαράγονται τα ενεργειακά χάσματα που περιγράφονται από τις εμπειρικές εκφράσεις των Εξν. (3.24) και (3.25). Είναι γνωστό ότι, στα πλαίσια της μεθόδου BCS, η ένταση της αλληλεπίδρασης ζεύγους εξαρτάται μερικώς από το μέγεθος της μονοσωματιδιακής βάρσης [250].

(ii). Κατά τη λύση των εξισώσεων QRPA. Το δυναμικό 2-σωμάτων Bonn-C, υπεισέρχεται στην κατασκευή των RPA πινάκων  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$  και τον προσδιορισμό των διεγερμένων καταστάσεων, με τη βοήθεια των παραμέτρων,  $g_{ph}$  (particle-hole), για το κανάλι σωματίου-οπής και  $g_{pp}$  (particle-particle), για το κανάλι αλληλεπίδρασης σωματίου-σωματίου. Με τις παραπάνω παραμέτρους γίνεται ανακανονικοποίηση της αλληλεπίδρασης στον υπό μελέτη πυρήνα. Η παράμετρος έντασης  $g_{ph}$ , προσδιορίζεται απαιτώντας να αποδίδεται σωστά η πειραματική τιμή της ενέργειας της πρώτης

διεγερμένης κατάστασης του μελετούμενου ισοτόπου για κάθε πολυπολικότητα. Η παράμετρος  $g_{pp}$ , μεταβάλλει κυρίως τις αποστάσεις των ενεργειακών επιπέδων κάθε πολυπολικότητας και δεν επηρεάζει πολύ την κατακόρυφη μετατόπιση του φάσματος. Με τον τρόπο αυτό, η δεύτερη διεγερμένη κατάσταση κάθε πολλαπλότητας αποδίδεται αρκετά ικανοποιητικά.

Έτσι, οι παράμετροι  $g_{ph}$  και  $g_{pp}$  παίρνουν διαφορετικές τιμές για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων και προσδιορίζονται με προσαρμογή του θεωρητικού φάσματος στο πειραματικό ενεργειακό φάσμα χαμηλής ενέργειας (μέχρι 5 MeV) του μελετούμενου ισοτόπου (βλέπε Κεφ. 4 και 5).

Για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα, η κατάλληλη QRPA είναι του τύπου  $pp-nn$ , δηλαδή κατασκευάζονται ξεχωριστά οι συνδυασμοί (configuration) για πρωτόνια  $[j_1(p), j_2(p); J]$  και για νετρόνια  $[j_1(n), j_2(n); J]$ , ενώ για αντιδράσεις μεταβολής φορτίου χρησιμοποιείται η QRPA τύπου  $p-n$  ή  $n-p$ . Η συνήθης QRPA χρησιμοποιεί την ημι-μποζονική προσέγγιση (quasi-boson approximation) στην οποία τα φερμιονικά ζεύγη τα χειριζόμαστε σαν μποζόνια. Αυτήν την προσέγγιση θα χρησιμοποιήσουμε στους υπολογισμούς της παρούσας εργασίας. Στην επόμενη φάση θα χρησιμοποιήσουμε την ανακανονικοποιημένη QRPA, η οποία λαμβάνει υπόψη με πίο ακριβή τρόπο τον φερμιονικό χαρακτήρα των ημισωματίων (βλέπε παρακάτω) [160, 183, 184]. Σημειώνουμε ότι ο κώδικάς μας έχει αυτή τη δυνατότητα.

Η πρωτογενής αλληλεπίδραση σωματιδίου-σωματιδίου ανακανονικοποιείται ανάλογα, με μια παράμετρο έντασης,  $g_{pp}$ . Η ανακανονικοποίηση του καναλιού σωματιδίου-σωματιδίου είναι πολύ σημαντική σε άλλες αντιδράσεις (π.χ. συμβατική και εξωτική διπλή  $\beta$ -αποδιέγερση) και προσδιορίζεται έτσι ώστε οι πειραματικοί χρόνοι ημι-ζωής γνωστών αντιδράσεων να αναπαράγονται σωστά. Ένας τέτοιος τρόπος εφαρμοζόμενος σε όλες τις πολυπολικές καταστάσεις  $J^\pi$ , απομακρύνει μεγάλο μέρος της ευαισθησίας των αποτελεσμάτων στη μεγάλη βάση και την αλληλεπίδραση νουκλεονίου-νουκλεονίου που υπάρχει στην QRPA μέθοδο [250].

Στην  $pp-nn$  QRPA, οι δι-φερμιονικοί τελεστές (αναπαράσταση της συζευγμένης στροφορμής)  $A^\dagger$ ,  $A$ , γράφονται [228]<sup>1</sup>

$$A_\tau^\dagger(kl, JM) \equiv (1 + \delta_{kl})^{-\frac{1}{2}} \left[ a_{\tau k}^\dagger a_{\tau l}^\dagger \right]_M^J \quad (3.30)$$

$$\tilde{A}_\tau(kl, JM) = (-1)^{J-M} A_\tau(kl, J - M) \quad (3.31)$$

όπου

$$\left[ a_{\tau k}^\dagger a_{\tau l}^\dagger \right]_M^J = \sum_{m_k, m_l} \langle j_k m_k j_l m_l | JM \rangle a_{\tau k m_k}^\dagger a_{\tau l m_l}^\dagger. \quad (3.32)$$

$a^\dagger$  και  $a$  είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής ημισωματιδίου (βλέπε Παράρτημα Β). Οι τελεστές  $A^\dagger$  και  $A$ , υπακούουν τις μποζονικές σχέσεις μετάθεσης

<sup>1</sup>Οι ορισμοί των Εξν. (3.30) και (3.31) ισχύουν για αντιδράσεις διατήρησης φορτίου του πυρήνα στόχου. Για αντιδράσεις μεταβολής φορτίου στις εξισώσεις αυτές, ο ισοσπίν δείκτης  $\tau$  είναι διαφορετικός, δηλαδή έχουμε  $a_{\tau k}^\dagger a_{\tau' l}$ , οπότε ο παράγοντας της  $\delta$ -συνάρτησης είναι ίσος με τη μονάδα.

στη συσχετισμένη RPA θεμελιώδη κατάσταση [222]. Σημειώνουμε εδώ ότι, στην ημι-μποζονική προσέγγιση, η οποία είναι μια αρκετά αξιόπιστη στην προσέγγιση που εργαζόμαστε εδώ, οι αποκαλούμενοι τελεστές σκέδασης (περιέχουν ζεύγη τελεστών ημισωματιών της μορφής  $a^\dagger a$  και  $aa^\dagger$ ) θεωρούνται αμελητέοι.

Στην pp-nn QRPA, ο τελεστής φωνονίου  $\hat{Q}_{J^\pi M}^{m\dagger}$  στην αναπαράσταση της συζευγμένης στροφορμής γράφεται

$$\hat{Q}_{J^\pi M}^{m\dagger} = \sum_{\tau} \left[ X_{\tau}^m(kl, J) A_{\tau}^{\dagger}(kl, JM) + Y_{\tau}^m(kl, J) \tilde{A}_{\tau}(kl, JM) \right]. \quad (3.33)$$

Αυτό σημαίνει ότι, στην QRPA η  $m$ -τάξης διεγερμένη κατάσταση καλής στροφορμής και ομοτιμίας, με ολική στροφορμή  $J$ , προβολή  $M$  και ομοτιμία  $\pi$ ,  $|J_m^\pi M\rangle$ , δημιουργείται δρώντας με τον τελεστή φωνονίου της Εξ. (3.33) στο QRPA κενό  $|\tilde{0}\rangle_{QRPA}$ , δηλαδή [228]

$$|J_m^\pi M\rangle = \hat{Q}_{J^\pi M}^{m\dagger} |\tilde{0}\rangle_{QRPA}. \quad (3.34)$$

Αυτό σημαίνει ότι, στην QRPA μπορούμε να κατασκευάσουμε όλες τις διεγερμένες καταστάσεις καλής στροφορμής και ομοτιμίας, οι οποίες επάγονται από την αλληλεπίδραση (αντι)νετρίνου με τον υπό μελέτη πυρήνα.

Για τον υπολογισμό του φάσματος των διεγερμένων καταστάσεων στους πυρήνες που μελετήσαμε, επιλύθηκε το πρόβλημα ιδιοτιμών, δηλαδή οι QRPA εξισώσεις διατήρησης φορτίου (του πυρήνα-στόχου)

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^m \\ Y^m \end{pmatrix} = \Omega_{J^\pi}^m \begin{pmatrix} X^m \\ Y^m \end{pmatrix} \quad (3.35)$$

όπου  $\Omega_{J^\pi}^m$  είναι η ενέργεια διέγερσης της πυρηνικής κατάστασης  $|J_m^\pi\rangle$ . Οι QRPA πίνακες  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$ , ορίζονται μέσω των πυρηνικών στοιχείων πίνακα στην RPA θεμελιώδη κατάσταση ως

$$\mathcal{A}_J(\tau kl; \tau' k'l') = \langle 0_{RPA}^+ | [A_{\tau}(kl, JM), [\hat{H}, A_{\tau'}^{\dagger}(k'l', JM)]] | 0_{RPA}^+ \rangle, \quad (3.36)$$

$$\mathcal{B}_J(\tau kl; \tau' k'l') = \langle 0_{RPA}^+ | [A_{\tau}(kl, JM), [A_{\tau'}(k'l', JM), \hat{H}]] | 0_{RPA}^+ \rangle. \quad (3.37)$$

Τελευταία, έχει αναπτυχθεί μια εκλέπτυνση της συνήθους QRPA, γνωστή σαν ανακανονικοποιημένη QRPA ή σε συντομογραφία RQRPA (Renormalized QRPA) [160, 183, 184], η οποία παίρνει υπόψη τις ακριβείς σχέσεις μετάθεσης του φερμιονικού ζεύγους των τελεστών  $c^\dagger, c$  στην αναμενόμενη τιμή της RPA θεμελιώδους κατάστασης (δηλαδή δεν χρησιμοποιεί την προσέγγιση ημι-μποζονίων, Quasi Boson Approximation). Έτσι, περιλαμβάνει σε καλή προσέγγιση την απαγορευτική αρχή Pauli, η οποία βλέπει τον φερμιονικό χαρακτήρα των ημισωματιδίων. Υπολογισμοί αυτού του τύπου μπορούν να γίνουν στο μέλλον.

Οι υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση (state-by-state) που θα παρουσιαστούν στα Κεφ. 4 και 5 στην παρούσα εργασία, είναι αξιόπιστοι για σχετικά χαμηλές

ενέργειες νετρίνων, οπότε οι μεταπτώσεις σε συγκεκριμένες πυρηνικές καταστάσεις είναι κυρίαρχες.

Πρόσφατα, έχει κατασκευαστεί μια πλεονεκτική υπολογιστική μέθοδος της κατηγορίας αυτής, η οποία χρησιμοποιεί τις διεγερμένες πυρηνικές καταστάσεις της QRPA, οι δε υπολογισμοί των ενεργών διατομών είναι βασισμένες σε αναλυτικές εκφράσεις των ανηγμένων στοιχείων πίνακα όλων των βασικών ταυστικών τελεστών [228, 183, 184, 137]. Η μέθοδος αυτή, επιτρέπει τον συστηματικό υπολογισμό των πολυπολικών συνεισφορών κατάστασης-προς-κατάσταση της μελετούμενης αντίδρασης, χρησιμοποιώντας την πολυπολική ανάπτυξη των Donnelly-Walecka [230, 169, 162]. Είναι εφαρμόσιμη σε πυρηνικά συστήματα, όπου η αρχική και τελική κατάσταση περιγράφονται με καλούς χβαντικούς αριθμούς ενέργειας, στροφορμής, ομοτιμίας και ισοτοπικού σπιν.

Γενικά, οι υπολογισμοί ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνου με διάφορα ισότοπα ( $^{16}O$ ,  $^{32}S$ ,  $^{56}Fe$ , κ.λ.π) αποτελούν απαραίτητο εφόδιο για τους κώδικες αστρικής εξέλιξης π.χ. υπερκαινοφανών αστερών τύπου II [154]. Υπολογισμοί αυτού του τύπου έχουν γίνει με μοντέλο φλοιών και διάφορες μορφές της προσέγγισης τυχαίας φάσης σε συγκεκριμένους πυρήνες [158, 159, 186], με τους οποίους υπολογίζεται ρητά η τελική πυρηνική κατάσταση. Με ανάλυση των γεγονότων αντιδράσεων νετρίνου και αντινετρίνου σε γήινα πειράματα, ελπίζει κανείς να πάρει πληροφορίες για τα αρχικά φάσματα στην πηγή παραγωγής των νετρίνων. Για την πραγματοποίηση αυτής της ανάλυσης, χρειάζεται να γνωρίζει κανείς την ενεργειακή και γωνιακή εξάρτηση των αντίστοιχων ενεργών διατομών [152, 153, 156, 157]. Τέτοια αποτελέσματα θα υπολογίσουμε συστηματικά στα επόμενα τρία Κεφάλαια της παρούσης μελέτης.

### 3.6.1 Ολικές, συσσωρευτικές και ολοκληρωμένες ενεργές διατομές

Η διπλή διαφορική ενεργός διατομή της Εξ. (3.14), όταν ολοκληρωθεί ως προς τις γωνίες, δίνει την απλή διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/[d\omega]$  σαν

$$\frac{d\sigma_{i \rightarrow f}(\omega, \varepsilon_f)}{[d\omega]} = \int \left[ \frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}(\theta, \phi, \omega, \varepsilon_f)}{d\Omega d\omega} \right] d\Omega. \quad (3.38)$$

Από τη βασική σχέση υπολογισμού της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\Omega d\varepsilon_f$  της Εξ. (3.15), μπορούμε να μεταβούμε στην  $d^2\sigma/d\Omega d\varepsilon_\nu$  απλά με αντικατάσταση της  $\varepsilon_i - \omega \equiv \varepsilon_\nu - \omega = \varepsilon_f$  και  $d\varepsilon_f = d\varepsilon_\nu$ .

Επίσης, όταν η τελική πυρηνική κατάσταση δεν μπορεί να προσδιοριστεί, δηλαδή για ολικές (αθροιστικές) διαδικασίες νετρίνου-πυρήνα (inclusive neutrino nucleus processes), πρέπει κανείς να ολοκληρώσει (αθροίσει) την Εξ. (3.38), δηλαδή ως προς όλες τις δυνατές τελικές καταστάσεις, οπότε λαμβάνεται η ολική ενεργός διατομή,



$\sigma_{tot}$ , σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  [176, 219]

$$\sigma_{tot}(\varepsilon_\nu) = \int_0^\infty \frac{d\sigma}{[d\omega]}(\varepsilon_\nu, \omega)[d\omega] \equiv \sum_{j=1}^N \frac{d\sigma}{[d\omega]}(\varepsilon_\nu, \omega_j)[d\omega_j]. \quad (3.39)$$

Το σύμβολο  $[d\omega_j]$ , υποδηλώνει τη διακριτότητα του φάσματος για ενέργειες μικρότερες της ενέργειας διαχωρισμού νουκλεονίου σε μεθόδους όπως η CRPA [155, 185, 186, 208] και για ολόκληρο το φάσμα στη μέθοδο QRPA που εφαρμόζουμε στην παρούσα εργασία [137, 183, 184, 228]. Στο τελευταίο άθροισμα το άνω όριο  $N = N_{QRPA}$ , παριστάνει το πλήθος των QRPA-καταστάσεων που κατασκευάστηκαν στον επιλεγέντα χώρο σθένους.

Σε πρόσφατες μελέτες ενεργών διατομών νετρίνου-πυρήνα [17, 134, 252], χρησιμοποιούνται και οι συσσωρευτικές ή αθροιστικές (cumulative) ενεργές διατομές  $\sigma_{cum}(\omega_k)$ , που δίνουν την διαφορική (ή ολική) ενεργό διατομή της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα κατά την οποία ο πυρήνας μεταβαίνει σε κάποια κατάσταση που κείται χαμηλότερα μια ενέργεια διέγερσης  $\omega_k$  για μια σταθερή ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου,  $\varepsilon_\nu = \text{σταθ}$ . Η συσσωρευτική ενεργός διατομή, ορίζεται από την εξίσωση

$$\sigma_{cum}(\omega_k) = \sum_{j=1}^k \frac{d\sigma}{[d\omega]}[d\omega_j]. \quad (3.40)$$

Οι ενεργές διατομές των Εξν. (3.14), (3.16) και (3.38)–(3.40), αναδιπλώνονται με παραμετροποιημένες ενεργειακές κατανομές νετρίνων για διάφορες τιμές των παραμέτρων των, όπως γίνεται στα Κεφ. 4 και 5.

## 3.7 Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές

### 3.7.1 Μελέτη απόκρισης πυρηνικών ανιχνευτών σε ενεργειακά φάσματα νετρίνων

Προκειμένου να μελετήσουμε την απόκριση των γήινων ανιχνευτών νετρίνων στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων, οι πρωτογενείς ενεργές διατομές που υπολογίζονται όπως περιγράφηκε στην προηγούμενη παραγράφο, αναδιπλώνονται με κατάλληλη ενεργειακή κατανομή αστροφυσικών νετρίνων  $\eta(\varepsilon_\nu)$ , ολοκληρώνοντας σε όλο το φάσμα της ενεργειακής κατανομής. Έτσι, για την διπλή διαφορική ενεργό διατομή, η αναδίπλωση ορίζεται σύμφωνα με την έκφραση

$$\left[ \frac{d^2\sigma(\theta, \omega)}{d\Omega d\omega} \right]_{fold} = \int_\omega^\infty \frac{d^2\sigma(\varepsilon_\nu, \theta, \omega)}{d\Omega d\omega} \eta(\varepsilon_\nu) d\varepsilon_\nu, \quad (3.41)$$

ενώ για την  $d\sigma/d\omega$ , η αναδίπλωση γράφεται

$$\left[ \frac{d\sigma}{d\omega}(\omega) \right]_{fold} = \int_0^\infty \frac{d\sigma}{d\omega}(\varepsilon_\nu, \omega) \eta(\varepsilon_\nu) d\varepsilon_\nu. \quad (3.42)$$

Η αντίστοιχη αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή (flux averaged cross section),  $\langle\sigma_\nu\rangle$ , ορίζεται σαν

$$\langle\sigma_\nu\rangle = \int_{\varepsilon_{thres}}^{\infty} \sigma(\varepsilon_\nu)\eta(\varepsilon_\nu)d\varepsilon_\nu, \quad (3.43)$$

όπου  $\varepsilon_{thres}$  δηλώνει το ενεργειακό κατώφλι του πυρηνικού ανιχνευτή.

Η αναδίπλωση της αποκαλούμενης συσσωρευμένης διαφορικής ενεργού διατομής (cumulative differential cross section), ορίζεται σύμφωνα με την έκφραση

$$\frac{d\sigma}{d\omega}(\omega)|_{cum}^{fold} = \sum_{\omega_j=0}^{\omega} \frac{d\sigma}{d[\omega]}(\omega_j)|_{fold}, \quad (3.44)$$

όπου  $\omega_j \preceq \omega$ , δηλαδή το  $\omega_j$  σαρώνει τις ενέργειες διέγερσης του θεωρητικού QRPA φάσματος μέχρι την ενέργεια  $\omega$ .

Για δεδομένη ενεργειακή κατανομή νετρίνων  $\eta(\varepsilon_\nu)$ , ορίζονται επίσης αναδιπλωμένες ενεργές διατομές σαν συνάρτηση της ενέργειας  $\varepsilon_\nu$  του εισερχομένου νετρίνου στις αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, ως εξής:

Την Συνέλιξη της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu$ , σαν συναρτησή της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  και της γωνίας σκέδασης  $\theta$ , πολλοί συγγραφείς την ορίζουν από την εξίσωση [152]

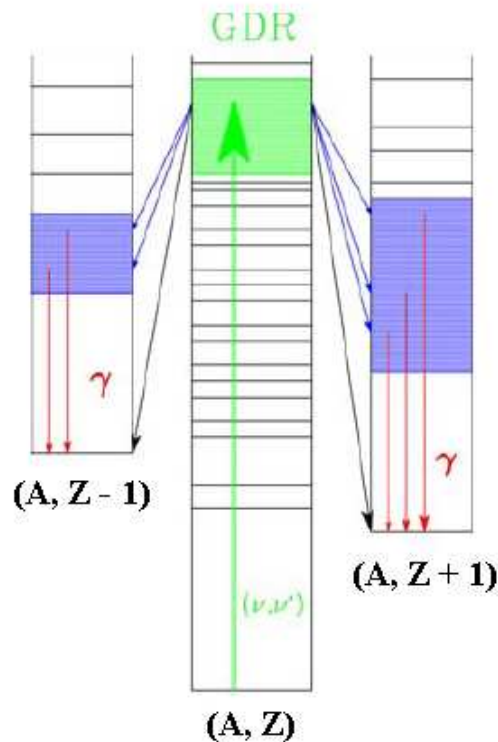
$$\left[ \frac{d^2\sigma(\theta, \varepsilon_\nu)}{d\theta d\varepsilon_\nu} \right]_{fold} = \sum_{\omega_f} \frac{d^2\sigma(\varepsilon_\nu, \theta, \omega_f)|_{i \rightarrow f}}{d\theta d\varepsilon_\nu} \eta(\varepsilon_\nu), \quad (3.45)$$

όπου, στο κάτω όριο του αθροίσματος, το  $\omega_f = \varepsilon_\nu - \varepsilon_f$ , δηλώνει τις ενέργειες διέγερσης του πυρήνα για δεδομένο  $\varepsilon_\nu$  (τα νετρίνα ενέργειας  $\varepsilon_\nu$ , προκαλούν μεταπτώσεις για τις οποίες  $\omega_f \preceq \varepsilon_\nu$ ). Ανάλογες εκφράσεις αναδιπλωμένων ενεργών διατομών σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$ , ορίζονται στα Κεφ. 4-6.

Τέτοιους υπολογισμούς, θα παρουσιάσουμε και θα συζητήσουμε λεπτομερώς για τα ισότοπα  $^{64,66}\text{Zn}$  στο Κεφ. 4 και για τα ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$  στο Κεφ. 5.

### 3.7.2 Ανίχνευση νετρίνων από γήινα πειράματα με πυρηνικούς ανιχνευτές

Η ανίχνευση των αστροφυσικών νετρίνων (ηλιακών, ατμοσφαιρικών, υπερκαινοφανών, κλπ.) μέσω των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, χρησιμοποιώντας πυρηνικούς στόχους σε επίγεια πειράματα, είναι ένα πολύ ενδιαφέρον πεδίο έρευνας από την άποψη της φυσικής και της Πυρηνικής Αστροφυσικής [16, 156, 158, 244]. Για την καταλληλότητα και αποδοτικότητα ενός προτεινόμενου πυρήνα-ανιχνευτή, η απόκρισή του στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων της συγκεκριμένης πηγής, αποτελεί κυρίαρχο κριτήριο. Τούτο μελετάται θεωρητικά, υπολογίζοντας την αναδίπλωση



Σχήμα 3.3: Κατά την αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα, προκύπτουν μεταπτώσεις στον ίδιο πυρήνα (ακόμα και στην περιοχή των γιγαντιαίων συντονισμών). Η αποδιέγερση του σύνθετου πυρήνα γίνεται με εκπομπή φορτισμένων σωματιύων και προκύπτουν γειτονικοί πυρήνες  $(A, Z-1)$  ή  $(A, Z+1)$  και ο πυρήνας μεταπίπτει σε χαμηλότερες διεγερμένες καταστάσεις του [16].

(συνέλιξη) των ενεργών διατομών (διαφορικής ή ολικής) των αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα, με την ενεργειακή κατανομή των νετρίνων της δεδομένης πηγής (βλέπε Κεφ. 2 και Παράρτημα Γ).

Για την ανίχνευση νετρίνων που προέρχονται από έκρηξη σουπερνόβα, είναι επιθυμητή μεγάλη ευαισθησία των ανιχνευτών στα νετρίνα όλων των γεύσεων (π.χ. η ευαισθησία των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων παρέχει πληροφορίες για την ροή των  $\nu_\mu$  και  $\nu_\tau$  νετρίνων και των αντίστοιχων αντινετρίνων τους, αλλά και η ευαισθησία των  $\nu_e$  είναι ιδιαίτερα πολύτιμη).

Στο προσεχές μέλλον, αναμένονται ανιχνευτές σουπερνόβα νετρίνων με νέα υλικά [224]. Το SNO+ πείραμα στο Sundbury [225], θα περιλαμβάνει 0.77 ktons υγρό σπινθηριστή από κατάλληλο ακρυλικό υλικό και θα έχει περίπου ίδια σουπερνόβα ευαισθησία με εκείνη του πειράματος KamLAND. Ένας άλλος ανιχνευτής σουπερνόβα νετρίνων υπό κατασκευή, περιέχεται στο πείραμα HALO [226] ο οποίος θα χρησιμοποιεί 76 τόνους μολύβδου και θα υποστηρίζεται από τους απαριθμητές των

πειραμάτων SNO και NCD. Παρόλο που ο ανιχνευτής αυτός είναι πολύ μικρός, έχει μεγάλη ευαισθησία σε σχέση με άλλους ανιχνευτές. Ο ανιχνευτής του πειράματος χρονικής προβολής (time projection chamber) ICARUS στο Gran Sasso, αποτελείται από 600 τόνους αργό και θα έχει εξαιρετική ευαισθησία στην ανίχνευση  $\nu_e$  νετρίνων, σύμφωνα με την αντίδραση



Το σήμα είναι  $\gamma$ -ακτινοβολία εκπεμπομένη κατά την αποδιέγερση του παραγομένου  ${}^{40}\text{K}^*$ .

Το ισότοπο  ${}^{16}\text{O}$ , το οποίο παίζει σημαντικό ρόλο στην πυρηνοσύνθεση των μαζικών αστέρων, χρησιμοποιήθηκε στο Super-Kamiokande (SK) ως ανιχνευτής υπερκαινοφανών νετρίνων. Η γνώση της πυρηνικής απόκρισής του στα νετρίνα διαφόρων πηγών (ηλιακά, υπερκαινοφανή, ατμοσφαιρικά, κ.λ.π.) ήταν και είναι αντικείμενο μεγάλου ενδιαφέροντος στην έρευνα της φυσικής των νετρίνων. Έτσι, π.χ. ανιχνευτές Čerenkov νερού χρησιμοποιήθηκαν για τα SN1987A νετρίνα (Kamiokande). Οι ανιχνευτές μεγάλου όγκου νερού (SK) και SNO είναι κατάλληλοι τόσο για υπερκαινοφανή όσο και για ηλιακά νετρίνα. Τα πρωτόνια του SK και οι ανιχνευτές νερού οι οποίοι περιέχουν ένα τεράστιο αριθμό πυρήνων  ${}^{16}\text{O}$ , έχουν τη δυνατότητα να ανιχνεύσουν  $\bar{\nu}_e$  μέσω αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος, ενώ το δευτέριο στο SNO ανιχνεύει  $\nu$  και  $\bar{\nu}$  όλων των γεύσεων μέσω αλληλεπιδράσεων φορτισμένων και ουδετέρων ρευμάτων [149, 155, 244].

Όπως αναφέρθηκε και στην Παρ. 3.4.1, μελλοντικοί ανιχνευτές έχουν σχεδιαστεί να εκμεταλλευτούν την ελαστική σκέδαση νετρίνων από πυρήνες, αντίδραση ουδετέρων ρευμάτων. Στην περίπτωση αυτή το σύμφωνο κανάλι της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα, είναι πολύ σημαντικό και κυρίαρχο, μελετάται δε σε συνδυασμό με την άμεση ανίχνευση σωματιδίων σκοτεινής ύλης (βλέπε Πίνακα 3.1) [177].

Ιδιαίτερα, τα ισότοπα  ${}^{98,100}\text{Mo}$  τα οποία περιέχονται στον ανιχνευτή του πειράματος MOON της Ιαπωνίας [9, 174, 199], προτάθηκαν αρχικά για την ανίχνευση ηλιακών νετρίνων σε πειράματα ραδιοχημικού τύπου, δηλαδή πειράματα αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων (πείραμα LAMPF) [175]. Το ισότοπο  ${}^{98}\text{Mo}$  μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τη μέτρηση των  ${}^8\text{B}$ -νετρίνων, ενώ το  ${}^{100}\text{Mo}$  είναι κατάλληλος ανιχνευτής για  $\beta\beta$ -αποδιέγερση και ηλιακά νετρίνα, καθώς επίσης και για τη μελέτη ταλαντώσεων υπερκαινοφανών νετρίνων (SN- $\nu$ ) [174, 244]. Είναι δυνατό με το  ${}^{100}\text{Mo}$  να γίνουν φασματοσκοπικές μελέτες της μάζας  $\nu_e$  νετρίνου με ευαισθησία της τάξης του  $\langle m_\nu \rangle \sim 0.03$  eV (σημερινή περιοχή ορίου μάζας του  $\nu_e$ ), καθώς επίσης και για μελέτες αποκλειστικών μεταβάσεων σε χαμηλές ενέργειες που επικαλύπτονται από τα ηλιακά νετρίνα με τη βοήθεια της αντίστροφης  $\beta$  διάσπασης.

Για τους πυρηνικούς ανιχνευτές στα πειράματα που προαναφέρθηκαν (βλέπε Πίνακα 3.1) [36, 37, 40, 41], είναι χρήσιμοι υπολογισμοί πυρηνικής δομής αντιδράσεων σκέδασης με νετρίνα κάθε γεύσης.

<i>Target</i>	<i>Experiment</i>	NC-reaction	CC-reaction
${}^2D$	SNO[20]	${}^2D(\nu, \nu')p + n$	${}^2D(\nu_e, e^-)p + p$
${}^{12}C$	KARMEN[31, 32]	${}^{12}C(\nu, \nu'){}^{12}C^*$	${}^{12}C(\nu_l, l){}^{12}N$
${}^{12}C$	LSND [33, 34, 35]	${}^{12}C(\nu, \nu'){}^{12}C^*$	${}^{12}C(\nu_l, l){}^{12}N$
${}^{12}C$	miniBooNE [36, 37]	${}^{12}C(\nu, \nu'){}^{12}C^*$	${}^{12}C(\nu_l, l){}^{12}N$
${}^{12}C$	KamLAND, LENA [23, 24]	${}^{12}C(\nu, \nu'){}^{12}C^*$	${}^{12}C(\nu_l, l){}^{12}N$
${}^{16}O$	SK [21, 22]	${}^{16}O(\nu, \nu'){}^{16}O^*$	${}^{16}O(\nu_l, l){}^{16}F$
${}^{40}Ar$	IKARUS [25, 26]	${}^{40}Ar(\nu, \nu'){}^{40}Ar^*$	${}^{40}Ar(\nu_l, l){}^{40}K$
${}^{56}Fe$	LVD [27, 28]	${}^{56}Fe(\nu, \nu'){}^{56}Fe^*$	${}^{56}Fe(\nu_l, l){}^{56}Co$
${}^{208}Pb$	OMNIS, LAND[29, 30]	${}^{208}Pb(\nu, \nu'){}^{208}Pb^*$	${}^{208}Pb(\nu_l, l){}^{208}Bi$

Πίνακας 3.1: Μελετούμενες αντιδράσεις με πυρηνικούς ανιχνευτές νετρίνων σε παρελθόντα, τρέχοντα και μελλοντικά πειράματα.

### 3.7.3 Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές σε προσομοιώσεις υπερκαινοφανών αστέρων

Οι ολικές ενεργές διατομές που υπολογίζονται όπως συζητήθηκε ανωτέρω, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και στις προσομοιώσεις εξέλιξης των υπερκαινοφανών αστέρων κατάρρευσης καρδιάς με τους υδροδυναμικούς κώδικες. Στην περίπτωση αυτή, οι υπολογισθείσες ολικές ενεργές διατομές αναδιπλώνονται με κατάλληλες πυρηνικές αφθονίες των αστέρων σύμφωνα με την έκφραση [245]

$$\langle \sigma_\nu \rangle = \frac{\sum_k Y_k \sigma_\nu^k}{\sum_k Y_k}, \quad (3.47)$$

όπου  $Y_k$  παριστάνει την αριθμητική αφθονία του πυρηνικού ισότοπου  $k$  για δεδομένο κλάσμα ηλεκτρονίων  $Y_e$  (και δεδομένη πυκνότητα μάζας  $\rho$ ). Χρησιμοποιούνται αφθονίες που προκύπτουν από διάφορες καταστατικές εξισώσεις, π.χ. στην εργασία [138, 242, 245], έγιναν υπολογισμοί αυτού του τύπου αναδιπλωμένων ενεργών διατομών σε ένα σύνολο 52 πυρηνικών ισότοπων της περιοχής του Fe για διάφορες θερμοκρασίες και πυκνότητες του θεωρηθέντος αστέρα και βρέθηκε ότι η εξάρτηση από την πυκνότητα είναι ασήμαντη συγκρινόμενη με την αντίστοιχη εξάρτηση από τη θερμοκρασία.



## Κεφάλαιο 4

---

# Απόκριση ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων

*I have done something very bad today  
by proposing a particle that cannot be detected;  
it is something no theorist should ever do...*  
Wolfgang Pauli, 1930

### 4.1 Εισαγωγή

Μεταξύ των προταθέντων ή λειτουργούντων ανιχνευτών σε διάφορα πειράματα διαδικασιών με λίγα γεγονότα (rare processes), π.χ. έρευνα διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης, οι ημιαγωγοί που περιέχουν μεγάλο ποσοτό σε  $Te$  (τελούριο), όπως  $CdTe$ ,  $CdZnTe$  και  $TeO_2$  και οι ανιχνευτές μολυβδενίου, συγκεντρώνουν πολλά πλεονεκτήματα να χρησιμοποιηθούν στα πειράματα COBRA [170, 171, 172], CUORE [237], MOON [174, 244], κλπ. Επειδή η απόκριση τέτοιων υλικών σαν ανιχνευτές νετρίνων (ηλιακών, σουπερνόβα, κλπ.) ερευνάται έντονα τα τελευταία χρόνια και για τα ισότοπα  $Zn$  και  $Te$  δεν έχει γίνει μέχρι τώρα, μια συστηματική μελέτη των ενεργών διατομών αντιδράσεων νετρίνου με τα σταθερά ισότοπα των ανωτέρω ανιχνευτών είναι χρήσιμη και αναγκαία.

Ένας από τους κύριους στόχους της έρευνάς μας στο παρόν Κεφάλαιο, είναι η εκτέλεση λεπτομερειακών υπολογισμών τέτοιου τύπου για τα ισότοπα του  $Zn$ . Αρχικά, γίνονται εκτεταμένοι υπολογισμοί της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\Omega dw$  (double differential cross section), της απλής διαφορικής  $d\sigma/dw$  ενεργού διατομής (differential cross section), της ολικής ενεργού διατομής  $\sigma_{tot}$  (total cross section) και της σωρευτικής ενεργού διατομής (αθροιστικής)  $\sigma_{cum}$  (cumulative cross section) των αντιδράσεων νετρίνου (αντινετρίνου) με τα ισότοπα  $^{64,66}\text{Zn}$  και στη συνέχεια, γίνεται διερεύνηση της απόκρισης των ισοτόπων αυτών σαν ανιχνευτές αστροφυσικών νετρίνων χαμηλής ενέργειας. Για τον σκοπό αυτό, οι πρωτογενείς ενεργές διατομές αντίδρασης ουδετέρου ρεύματος νετρίνου (και αντινετρίνου) με τα ισότοπα  $^{64}\text{Zn}$  και  $^{66}\text{Zn}$  αναδιπλώνονται με κατάλληλες ενεργειακές κατανομές νετρίνων, εστιάζοντας σε εκείνες των σουπερνόβα νετρίνων (SN- $\nu$ ). Ως τέτοιες, υιοθετούνται η κατανομή Fermi-Dirac (FD) δύο παραμέτρων και ο νόμος δυναμοσειράς Power-Law (PL), για διάφορες τιμές των παραμέτρων των [10, 134].

Ισότοπο	$Z, N$	Αφθονία (%)	Αποδιέγερση	$J^\pi(gs)$
$^{64}\text{Zn}$	30, 34	48.63	Σταθερό	$0^+$
$^{66}\text{Zn}$	30, 36	27.90	Σταθερό	$0^+$
$^{68}\text{Zn}$	30, 38	18.75	Σταθερό	$0^+$
$^{70}\text{Zn}$	30, 40	0.62	$2\beta^-$	$0^+$

Πίνακας 4.1: Τα σημαντικότερα ισότοπα του  $Zn$  που περιέχονται στον ανιχνευτή  $CdZnTe$ .

## 4.2 Αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων $\nu$ και $\tilde{\nu}$ με ημιαγωγό $Zn$

Τα σημαντικότερα ισότοπα του  $Zn$  που περιέχονται στον ανιχνευτή  $CdZnTe$  του πειράματος COBRA, φαίνονται στον Πίνακα 4.1. Στο παρόν κεφάλαιο, επιλέγουμε να μελετήσουμε τις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων των ισότοπων  $^{64,66}\text{Zn}$  με νετρίνα (αντινετρίνα) χαμηλής ενέργειας, που περιγράφονται από τις εξισώσεις

$$\nu_l + {}^{64,66}\text{Zn} \rightarrow {}^{64,66}\text{Zn}^* + \nu_l', \quad (4.1)$$

$$\tilde{\nu}_l + {}^{64,66}\text{Zn} \rightarrow {}^{64,66}\text{Zn}^* + \tilde{\nu}_l', \quad (4.2)$$

(όπου  $l = e, \mu, \tau$ ), επειδή αυτά έχουν και τις μεγαλύτερες αφθονίες στο φυσικό  $Zn$  και, επομένως, στο υλικό του  $Zn$  του ανιχνευτή  $CdZnTe$  (ο ανιχνευτής δεν είναι εμπλουτισμένος).

Αξίζει να αναφερθεί ότι, η προέλευση του ισότοπου  $^{64}\text{Zn}$  στο σύμπαν αποτελεί ένα μυστήριο. Το ισότοπο αυτό, σε μελέτες εξέλιξης των χημικών στοιχείων, υπολογίζεται κατά έναν παράγοντα πέντε. Υποστηρίζεται ότι, μία πιθανή προέλευση είναι τα  $SN$ -κατάρρευσης καρδιάς και σχηματίζεται μετά την αναπήδηση της εξωτερικής καρδιάς. Ένας άλλος τρόπος μπορεί να είναι τα αποκαλούμενα «Collapsars», εάν συμβαίνει η συνάρτηση ηλεκτρονίων στο δίσκο ανέμου να είναι μικρότερη από  $\approx 0.51$  [8, 49].

Για την εκτέλεση των αναγκαίων υπολογισμών των ενεργών διατομών των ανωτέρω αντιδράσεων, χρησιμοποιούμε την πυρηνική μέθοδο προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματία (QRPA) που περιγράφεται στο Κεφ. 3. Υπενθυμίζεται ότι, η μέθοδος αυτή στηρίζεται σε ρεαλιστικές δυνάμεις δύο νουκλεονίων οι οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί επιτυχώς για την περιγραφή και άλλων ημιλεπτονικών πυρηνικών διαδικασιών [137, 183, 184, 228]. Προσφέρει μια σχετικά απλή και λεπτομερειακή διαδικασία υπολογισμού όλων των χαμηλών διεγέρσεων ( $\omega \leq 30 - 50 \text{ MeV}$ ) που επάγονται στον μελετούμενο πυρήνα από την αλληλεπίδρασή του με νετρίνα (αντινετρίνα) [137], όπως περιγράφεται στην επόμενη ενότητα.



Πυρήνας	b (fm)	$g_{pair}^n$	$g_{pair}^p$	$S_n$	$S_p$	$\Delta_p^{exp}$	$\Delta_p^{th}$	$\Delta_n^{exp}$	$\Delta_n^{th}$
$^{64}\text{Zn}$	2.034	0.933	0.823	11.862	7.713	1.372	1.368	1.658	1.668
$^{66}\text{Zn}$	2.043	0.964	0.839	11.059	8.925	1.282	1.288	1.772	1.772

Πίνακας 4.2: Παράμετροι μεγέθους αρμονικού ταλαντωτή  $b$  και παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια,  $g_{pair}^n$ , και πρωτόνια,  $g_{pair}^p$ . Στον πίνακα καταχωρούνται επίσης οι ενέργειες διαχωρισμού πρωτονίου,  $S_p$ , και νετρονίου,  $S_n$ , με βασει τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των ενεργειακών χασμάτων  $\Delta_p^{th}$  και  $\Delta_n^{th}$ .

### 4.3 Η πυρηνική δομή των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$

Ο έλεγχος των κυματοσυναρτήσεων των τελικών καταστάσεων  $|J_f^\pi\rangle$  στις οποίες μεταβαίνει ο πυρήνας  $^{64}\text{Zn}$  ή  $^{66}\text{Zn}$  κατά τις αντιδράσεις των Εξ. (4.1) και (4.2) και απαιτούνται για τους υπολογισμούς ενεργών διατομών, έγινε με την αναπαραγωγή του φάσματος χαμηλών διεγέρσεων ( $\omega \leq 5$  MeV) των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  που επάγονται από τα νετρίνα (αντινετρίνα) της αντίδρασης. Χρησιμοποιήσαμε για χώρο μοντέλου (ενεργό χώρο σθένους) τα 14 χαμηλότερα ενεργειακά επίπεδα μέχρι  $N = 4\hbar\omega$  με αδρανή καρδιά τον πυρήνα του  $^{16}\text{O}$ , δηλαδή  $N = 2, 3, 4$  ( $\hbar\omega$ ). Η αντιστοιχία των επιπέδων, είναι η ίδια με εκείνη του Σχ. 8.1 σελ. 215 του βιβλίου De Shalit και Feshbach [146].

Στους Πίνακες 4.2 και 4.3, είναι καταχωρημένες οι τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν για την κατασκευή των πυρηνικών καταστάσεων των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$ : της αρχικής (βασικής), που κατασκευάστηκε με τη μέθοδο BCS και του συνόλου των τελικών που κατασκευάστηκε στα πλαίσια της μεθόδου QRPA. Η βάση που υιοθετήθηκε, αποτελείται από μονοσωματιακές κυματοσυναρτήσεις αρμονικού ταλαντωτή, του οποίου η παράμετρος μεγέθους,  $b$ , προσδιορίστηκε από τις εμπειρικές σχέσεις [238]

$$\begin{aligned} b_1 &= 1.0056A^{1/6}, & \text{για ελαφρείς πυρήνες} \\ b_2 &= 0.8845\sqrt{A^{1/3} + 1.41}, & \text{για βαρείς πυρήνες} \end{aligned} \quad (4.3)$$

( $A$  είναι ο μαζικός αριθμός του υπό συζήτηση ισοτόπου). Εδώ, τόσο για τους μάλλον ελαφρούς πυρήνες, όπως είναι οι  $^{64}\text{Zn}$  και  $^{66}\text{Zn}$ , όσο και για τα μέσου βάρους ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$ , χρησιμοποιούμε τη μέση τιμή των  $b_1$  και  $b_2$ , δηλαδή  $b = (b_1 + b_2)/2$  (οι υπάρχουσες στη βιβλιογραφία πιο ακριβείς φαινομενολογικές εκφράσεις για το  $b$  [239], δεν δίνουν διαφορετικά αποτελέσματα).

Η βασική κατάσταση των μελετουμένων πυρήνων κατασκευάστηκε στα πλαίσια της μεθόδου BCS (βλέπε Κεφ. 3 και Παράρτημα Β), η χαμιλτωνιανή της οποίας περιέχει το κεντρικό πεδίο δυναμικού της Εξ. (3.28) και από την αλληλεπίδραση

	$^{64}\text{Zn}$		$^{66}\text{Zn}$			$^{64}\text{Zn}$		$^{66}\text{Zn}$	
$J^+$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$J^-$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$
$0^+$	0.765	0.369	0.765	0.354	$0^-$	0.940	1.123	1.000	1.000
$1^+$	1.260	1.287	0.880	1.120	$1^-$	0.810	0.390	0.510	0.440
$2^+$	1.026	0.483	1.026	0.480	$2^-$	1.220	1.190	1.250	1.300
$3^+$	1.170	1.170	1.000	1.000	$3^-$	0.910	0.620	0.829	0.700
$4^+$	1.010	0.610	0.900	0.610	$4^-$	1.150	1.250	1.000	1.000
$5^+$	1.180	0.400	1.000	1.000	$5^-$	0.980	1.020	0.941	0.900
$6^+$	1.030	1.000	1.200	1.003	$6^-$	1.220	1.230	0.890	0.900
$7^+$	1.080	1.060	0.950	0.950	$7^-$	1.070	1.090	0.950	0.950
$8^+$	0.895	0.880	0.950	0.950	$8^-$	1.230	1.220	0.900	0.900

Πίνακας 4.3: Παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματίου-οπής,  $g_{ph}$ , και σωματίου-σωματίου,  $g_{pp}$ , στους πυρήνες  $^{64}\text{Zn}$  και  $^{66}\text{Zn}$ . Οι παραπάνω παράμετρος είναι διαφορετικές για κάθε πολυπολική διέγερση και προσδιορίστηκαν έτσι ώστε να αποδίδεται το πειραματικό (ενεργειακό) φάσμα των χαμηλά κειμένων διεγέρσεων του κάθε ισotόπου (βλέπε Σχήματα 4.1 και 4.2).

δύο νουκλεονίων (δυναμικό Bonn-C), μόνο συσχετίσεις ζεύγους. Στο στάδιο αυτό, προσδιορίζονται οι παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια,  $g_{pair}^n$ , και πρωτόνια,  $g_{pair}^p$ , με τον τρόπο που περιγράφεται στο Κεφ. 3. Από τον Πίνακα 4.2, είναι εμφανές ότι υπάρχει πολύ καλή συμφωνία μεταξύ των εμπειρικών ενεργειακών χασμάτων νετρονίων,  $\Delta_n^{exp}$ , και πρωτονίων,  $\Delta_p^{exp}$ , με τα αντίστοιχα θεωρητικά (προσδιορίστηκαν με τη βοήθεια των ενεργειών διαχωρισμού πρωτονίων,  $S_p$  και νετρονίων,  $S_n$ , χρησιμοποιώντας τις Εξς. (3.25) και (3.24), βλέπε Κεφ. 3).

Σημειώνουμε ότι, όσον αφορά την παραμετροποίηση του κεντρικού δυναμικού της Εξ. (3.28), στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήσαμε την γνωστή Bohr-Mottelson [147] παραμετροποίηση στις Εξς. (3.28) και (3.29), ενώ ο κώδικάς μας διαθέτει επίσης την παραμετροποίηση Bertch [167], καθώς και τη δυνατότητα παραμετροποίησης Tanaka για υπερβαρείς πυρήνες [168].

Στον Πίνακα 4.3, παραθέτουμε τις τιμές των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν σε επίπεδο της QRPA για τον προσδιορισμό των κυματοσυναρτήσεων και ενεργειών των τελικών πυρηνικών καταστάσεων  $|J^\pi\rangle$  ( $J^\pi \leq 8^\pm$ , QRPA ιδιοκαταστάσεις), για τα ισotόπα που μελετάμε. Ειδικότερα, για την κατασκευή των QRPA πινάκων  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$ , οι παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματίου-οπής,  $g_{ph}$ , και σωματίου-σωματίου,  $g_{pp}$ , προσδιορίστηκαν ξεχωριστά για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων  $|J_m^\pi\rangle$ , έτσι ώστε οι χαμηλά κείμενες QRPA διεγέρσεις να αναπαράγουν τις αντίστοιχες πειραματικές.

Μετά τον καθορισμό των παραμέτρων ζεύγους,  $g_{pair}^p$  και  $g_{pair}^n$ , και των παραμέτρων έντασης της αλληλεπίδρασης δύο σωμάτων,  $g_{ph}$  και  $g_{pp}$ , το προκύπτον φάσμα συγκρίνεται με το αντίστοιχο πειραματικό όπως φαίνεται στο Σχ. 4.1 για το <sup>64</sup>Zn και στο Σχ. 4.2 για το <sup>66</sup>Zn. Η σύγκριση αυτή (η οποία με λίγες εξαιρέσεις είναι πολύ καλή), μας εφοδιάζει με καλή αξιοπιστία σχετικά με την μέθοδο που θα εφαρμόσουμε για τους συστηματικούς υπολογισμούς της παρούσας εργασίας.

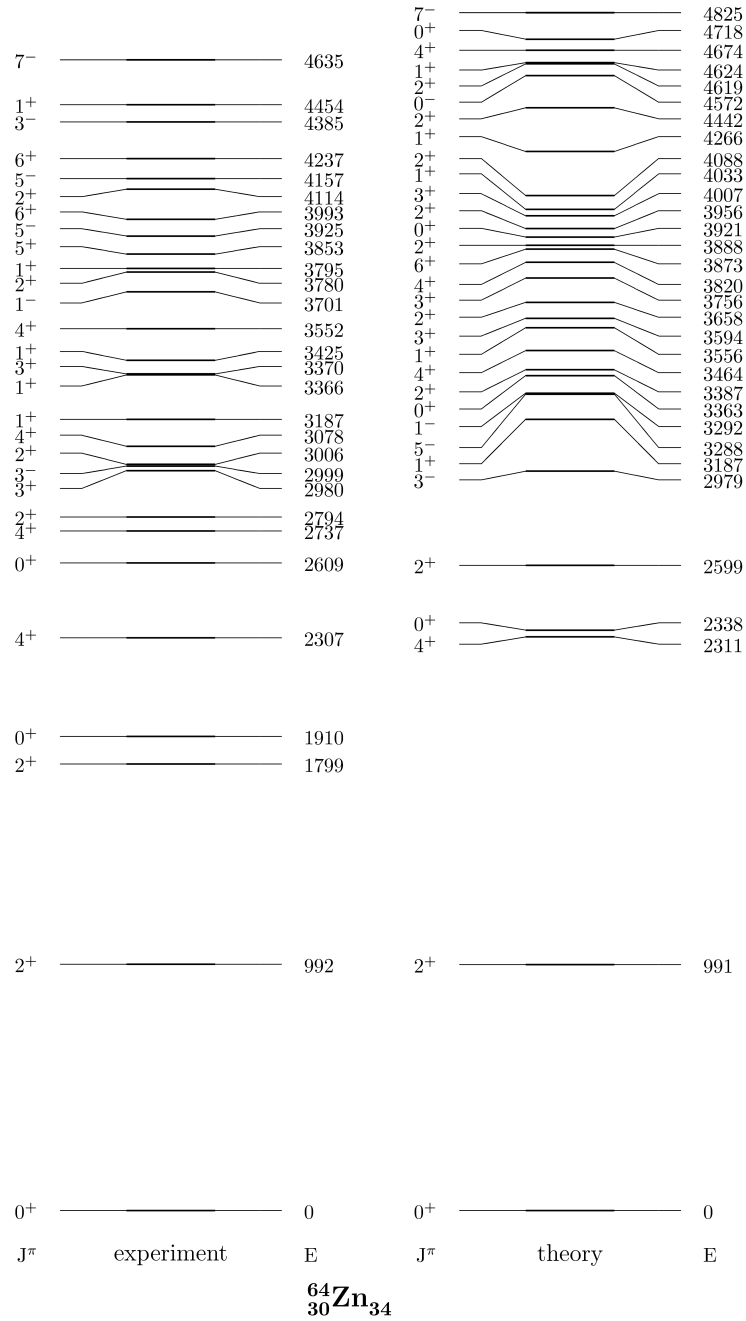
## 4.4 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-<sup>64,66</sup>Zn

Η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωμάτια που υιοθετήθηκε για τον υπολογισμό των κυματοσυναρτήσεων πολλών σωμάτων της αρχικής και τελικής πυρηνικής κατάστασης καθώς και των αντίστοιχων πυρηνικών στοιχείων πίνακα, χρησιμοποιεί την πλεονεκτική αριθμητική μέθοδο που κατασκευάστηκε στις εργασίες [137, 161, 240]. Η μέθοδός αυτή, επειδή στηρίζεται στην πολυπολική ανάπτυξη των Donnelly-Walecka, προσφέρει το πλεονέκτημα ευέλικτου υπολογισμού κατάστασης-προς-κατάσταση της συνεισφοράς στην διπλή διαφορική ενεργό διατομή  $d^2\sigma_{i \rightarrow f}/d\Omega d\omega$  όλων των πολυπολικών καταστάσεων οι οποίες προκύπτουν, για τον ενεργό χώρο σθένους της επιλογής μας (ενέργειες διέγερσης  $\omega < 30 - 35$  MeV).

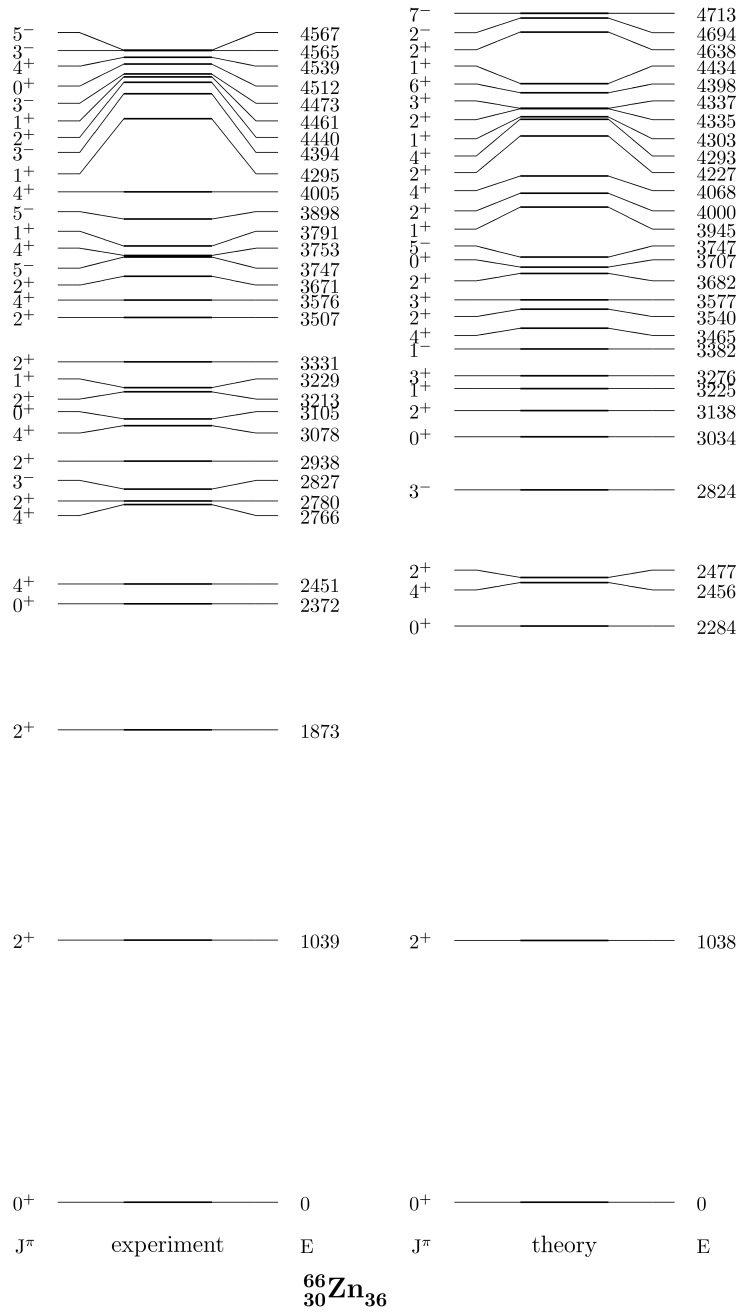
Οι πρωταρχικοί υπολογισμοί εδώ, εκτελούνται κατάστασης-προς-κατάσταση (state-by-state) για την διπλή διαφορική ενεργό διατομή σχέδασης  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  της Εξ. (3.15), σε ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $0 \leq \varepsilon_\nu \leq 100$  MeV, περιοχή ενεργειών η οποία επικαλύπτει το ενεργειακό φάσμα των ηλιακών και υπερκαινοφανών νετρίνων αλλά και τα χαμηλής ενέργειας εργαστηριακά νετρίνα. Αρχικά, μελετήθηκε η συνεισφορά στην  $d^2\sigma/d\Omega d\omega(\theta, \omega, \varepsilon_\nu)$  όλων των πολυπολικών καταστάσεων με  $J^\pi \leq 8^\pm$ .

Στα τρισδιάστατα Σχ. 4.3 και 4.4, παρουσιάζεται η συμπεριφορά που λάβαμε για την  $d^2\sigma/d\Omega d\omega(\theta, \omega)$  σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης του πυρήνα  $\omega$  και της γωνίας σχέδασης  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) του εξερχόμενου λεπτονίου (νετρίνου), για τη σταθερή ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 40$  MeV. Από τις κυρίαρχες πολλαπλότητες ( $1^-, 2^+, 1^+, \dots$ ), έχουν επιλεγεί στα Σχ. 4.3 και 4.4, οι  $2^+$  πολυπολικές καταστάσεις των ισότοπων του Zn που μελετάμε, αλλά η ποιοτική συμπεριφορά είναι παρόμοια και στις άλλες κυρίαρχες πολλαπλότητες ( $1^-$  και  $1^+$ ). Οι  $2^+$  πολυπολικές καταστάσεις, είναι δεύτερες (μετά τις  $1^-$ ) σε κυριαρχία στην ενεργό διατομή, όμως στην πλειονότητα καλύπτουν το χαμηλοενεργειακό φάσμα και των δύο ισότοπων.

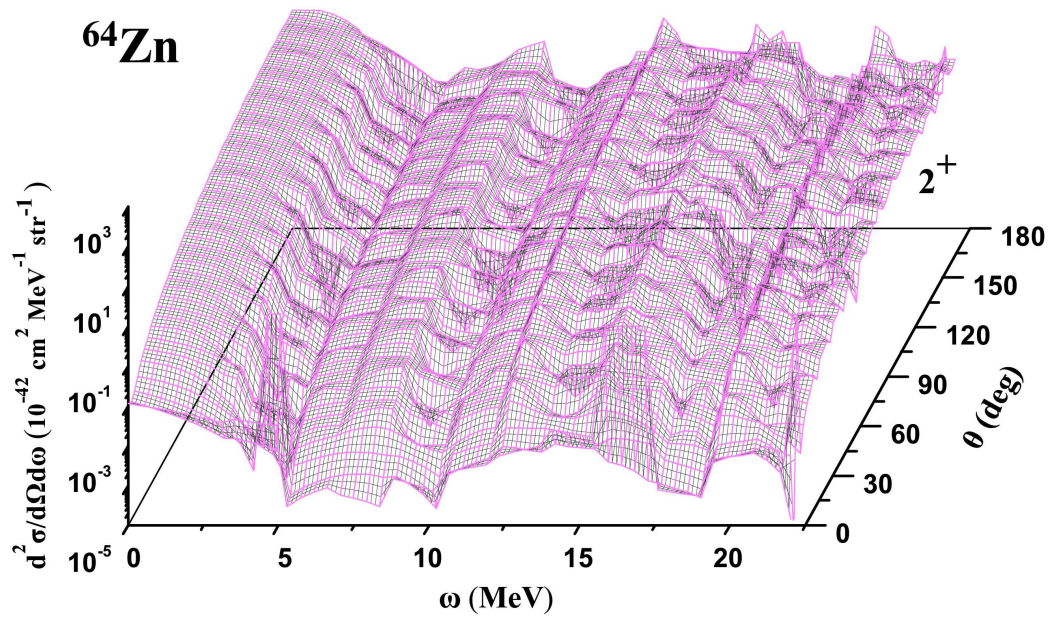
Είναι φανερό από τα Σχ. 4.3 και 4.4 ότι, για όλες τις ενέργειες διέγερσης, η διπλή διαφορική ενεργός διατομή είναι μεγάλη για γωνίες οπισθοσχέδασης ( $\theta \approx 180^\circ$ ), αποτελέσματα σύμφωνα με εκείνα της εργασίας [178] τα οποία ελήφθησαν με CRPA για το ισότοπο <sup>208</sup>Pb (βλέπε Σχ. 4.5). Η ομοιότητα μεταξύ των δύο τρισδιάστατων Σχ. 4.3 και 4.4 με εκείνο της αναφοράς [178] είναι εμφανής. Στο τελευταίο σχήμα όμως, εμφανίζεται ομαλότερη η μεταβολή σε σχέση με αυτά της παρούσας έρευνας. Τονίζουμε ότι, με τη μέθοδο CRPA υπολογίζονται ενεργές διατομές για ενέργειες



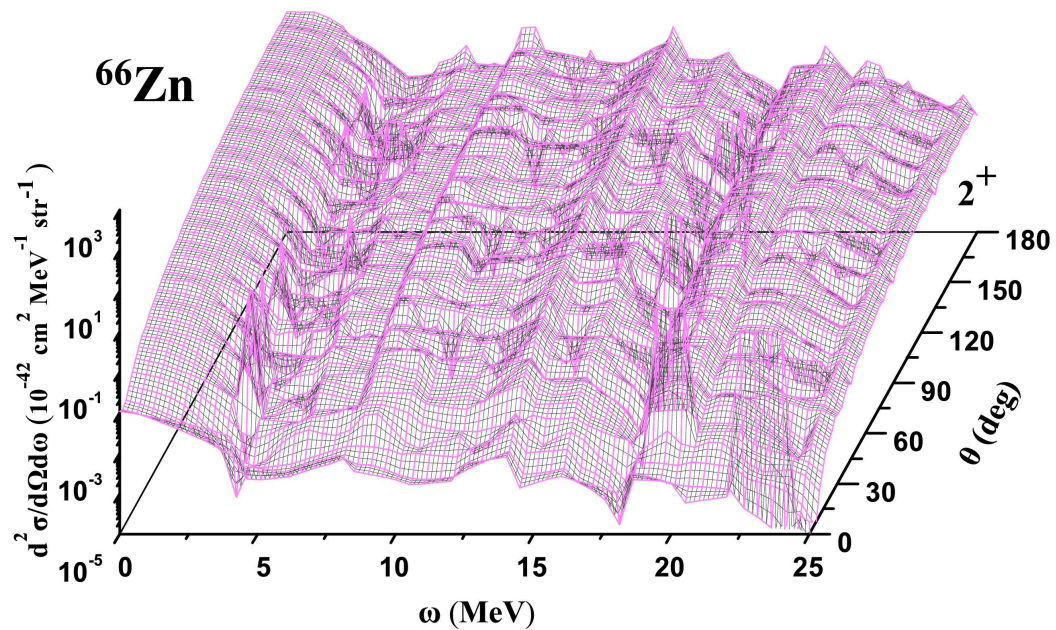
Σχήμα 4.1: Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων ενεργειακά διεγέρσεων ( $\omega \leq 5$  MeV) του ισοτόπου  $^{64}\text{Zn}$  που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο QRPA (δεξιά). Οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές του φάσματος σχεδιάστηκαν επίσης (αριστερά).



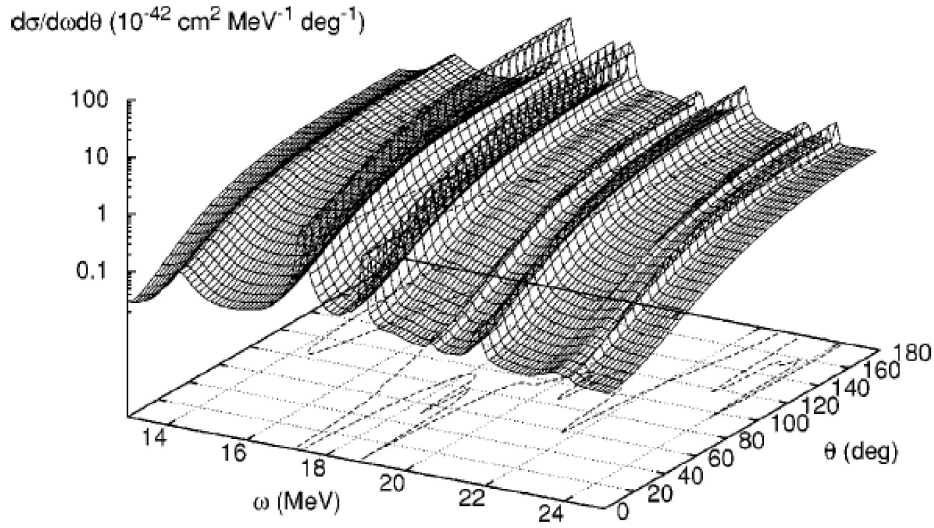
Σχήμα 4.2: Όμοια με το Σχ. 4.1, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ .



Σχήμα 4.3: Εξάρτηση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\omega d\Omega$  από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ανιχνευτή  $\omega$  και την γωνία σκέδασης του εξερχόμενου λεπτονίου  $\theta$ , για το  $^{64}\text{Zn}$  για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$  ( $\epsilon_\nu = 40 \text{ MeV}$ ).



Σχήμα 4.4: Όμοια με το Σχ. 4.3, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ .

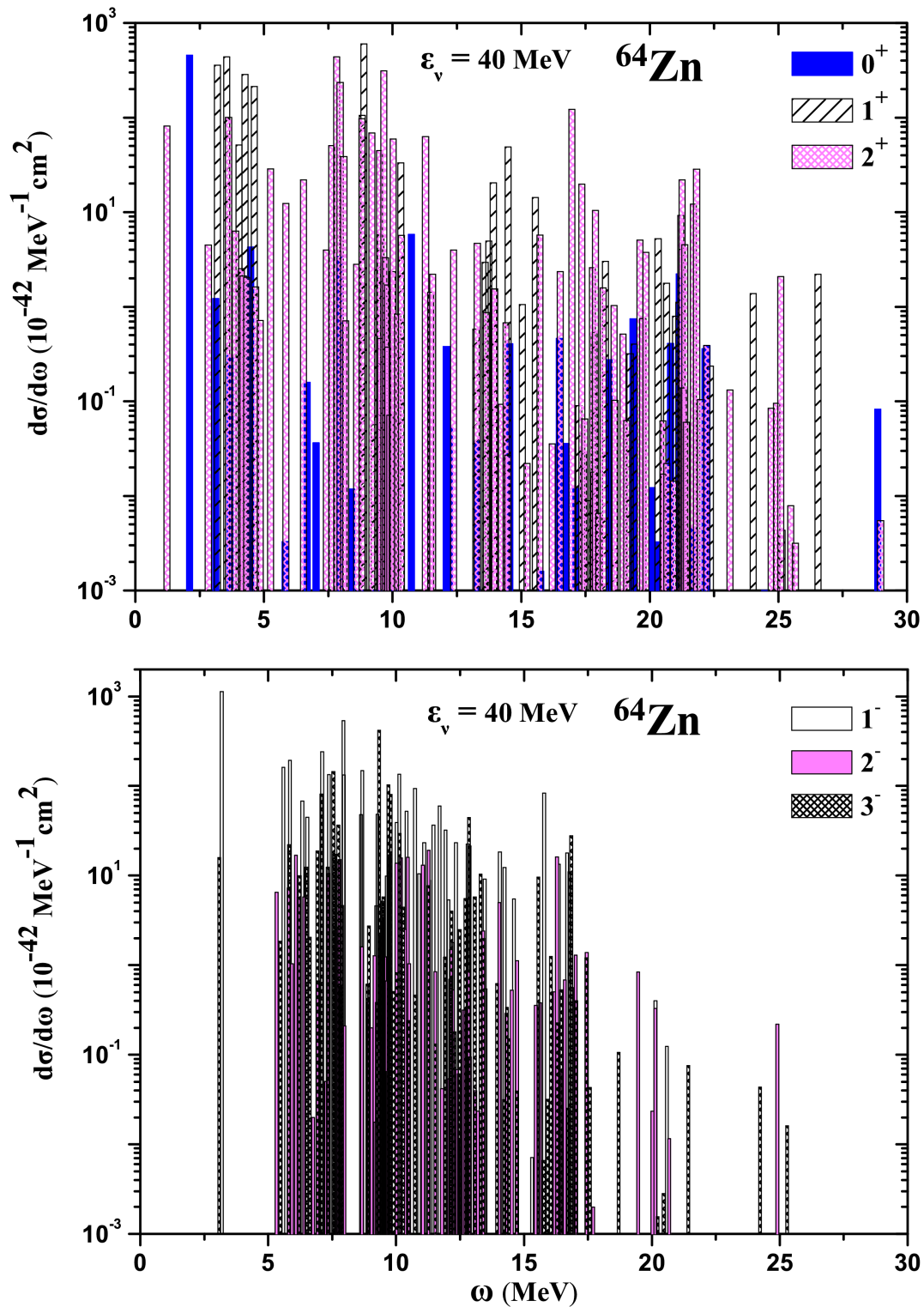


Σχήμα 4.5: Ενεργός διατομή της αντίδρασης  $^{208}\text{Pb}(\nu, \nu')^{208}\text{Pb}^*$ , σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης του πυρήνα και της κατεύθυνσης σκέδασης του λεπτονίου. Η ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου είναι  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV. Οι μονοσωματιακές κυματοσυναρτήσεις έχουν ληφθεί με Hartee-Fock υπολογισμούς και εναπομένονσα αλληλεπίδραση Skyrme (SKE2 παραμετροποίηση) [178].

διέγερσης μεγαλύτερες της ενέργειας διαχωρισμού νουκλεονίου στο υπό μελέτη ισοτόπο (στο Σχ. 4.5 η περιοχή της ενέργειας διέγερσης  $\omega$ , είναι  $13 < \omega < 22$  MeV [178]). Στην περίπτωση μας οι ενέργειες διέγερσης καλύπτουν την περιοχή  $\omega < 25$  MeV, δηλαδή περιλαμβάνεται και η περιοχή των δέσμιων καταστάσεων νουκλεονίου. Στα Σχήματα 4.3 και 4.4, παρουσιάζεται απότομη μεταβολή της ενεργού διατομής στην περιοχή ενέργειας περίπου 10-12 MeV, ωσάν να υπάρχει γιγαντιαίος συντονισμός.

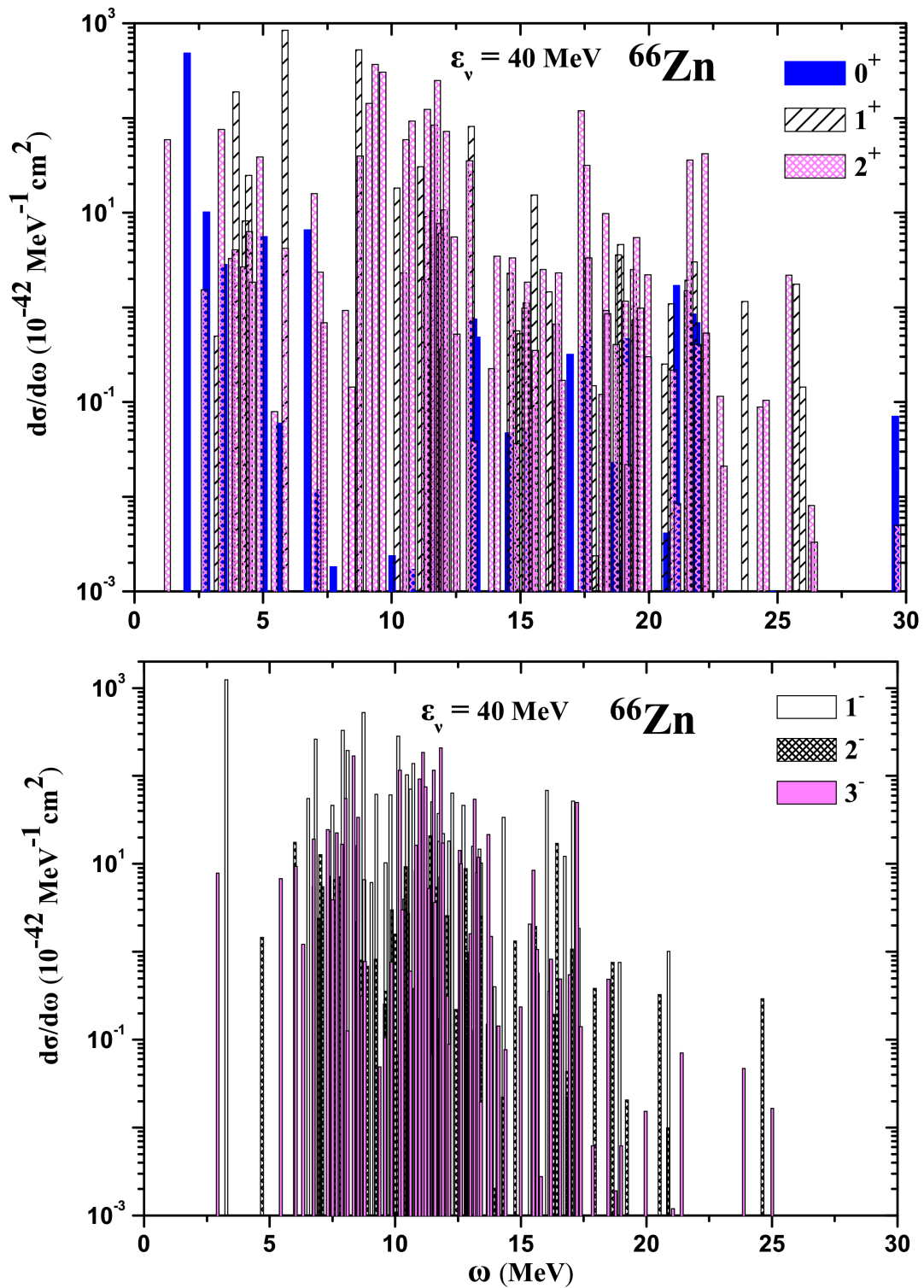
#### Εξάρτηση της $d\sigma/d\omega$ από την ενέργεια διέγερσης $\omega$ των ισοτόπων <sup>64,66</sup>Zn

Επειδή οι μετρήσεις της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής σε αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα είναι πολύ δύσκολο να εκτελεστούν, χρησιμότερη ποσότητα σε πολλές μελέτες είναι η  $d\sigma/d\omega$  [232]. Για το λόγο αυτό, με βάσει τους πρωτογενείς υπολογισμούς της  $d^2\sigma_{i \rightarrow f}/d\Omega d\omega$ , μελετήσαμε την συνεισφορά στην απλή διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$  όλων των επί μέρους πολυπολικών καταστάσεων ( $0 \leq J^\pi \leq 8^\pm$ ). Η  $d\sigma(\omega)/d\omega$ , προκύπτει με αριθμητική ολοκλήρωση της  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  ως προς τις γωνίες. Στο Σχ. 4.6, φαίνεται η μεταβολή της  $d\sigma/d\omega(\omega)$  με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$ , για τις πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας,  $0^+$ ,  $1^+$  και  $2^+$  (πάνω) και για τις πολυπολικές καταστάσεις αρνητικής ομοτιμίας,  $1^-$ ,  $2^-$  και  $3^-$  (κάτω), για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 40$  MeV. Η αντίστοιχη μεταβολή



Σχήμα 4.6: Εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{64}\text{Zn}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $0^+$ ,  $1^+$  και  $2^+$  (πάνω) και για τις πολυπολικές καταστάσεις  $1^-$ ,  $2^-$  και  $3^-$  (κάτω).





Σχήμα 4.7: Όμοια με το Σχ. 4.6, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ .

για τις ενεργές διατομές των ίδιων πολυπολικών καταστάσεων στο ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ , παριστάνεται στο Σχ. 4.7. Παρατηρούμε ότι, υπάρχει μεγάλη ομοιότητα μεταξύ των αντιστοιχών αποτελεσμάτων των δύο ισοτόπων του  $\text{Zn}$ , τόσο για τις καταστάσεις θετικής ομοτιμίας, όσο και για εκείνες της αρνητικής ομοτιμίας, γεγονός που οφείλεται μεταξύ άλλων και στην ομοιότητα των φασμάτων των (βλέπε Σχ. 4.1 και 4.2).

Σημειώνουμε ότι, για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$  διαπιστώθηκε συγκρίσιμη ποσοτικά συνεισφορά των κανονικής ομοτιμίας πολυπολικών μεταπτώσεων  $5^-$  με εκείνη των  $3^-$ , καθώς και των  $4^+$  με εκείνη των  $2^+$  πολυπολικών μεταπτώσεων.

Στα Σχ. 4.6 και 4.7, οι μεγαλύτερες τιμές της  $d\sigma/d\omega$ , παρουσιάζονται στις  $1^+$  και  $1^-$  πολυπολικές καταστάσεις και για τα δύο ισότοπα, αποτέλεσμα σύμφωνο με εκείνο όμοιων μελετών στα ισότοπα  $^{56}\text{Fe}$  [233] και  $^{16}\text{O}$  [158]. Στις θετικής ομοτιμίας πολυπολικές καταστάσεις, παρατηρείται πλούσια συνεισφορά στην  $d\sigma/d\omega$  διεγέρσεων πέραν της ενέργειας  $\omega = 15 - 18$  MeV, περιοχή η οποία μπορεί να επαχθεί μόνο με υπερκαινοφανή νετρίνα (επίσης και από την ουρά των hep ηλιακών νετρίνων). Η περιοχή  $\omega \leq 15 - 18$  MeV, όπως είναι φανερό διεγείρεται και από ηλιακά νετρίνα  $^7\text{Be}$ ,  $^8\text{B}$ , κλπ (βλέπε Σχ. 2.4). Οι διεγέρσεις όμως αρνητικής ομοτιμίας, που επάγονται στην περιοχή  $\omega > 15 - 18$  MeV, είναι πιο λίγες. Επίσης, στο ίδιο ισότοπο, η ενεργός περιοχή των αρνητικής ομοτιμίας καταστάσεων είναι πολύ στενότερη εκείνης των θετικής ομοτιμίας διεγέρσεων, συμπίπτει όμως με την δραστική περιοχή της κατανομής των υπερκαινοφανών  $\nu_e$  νετρίνων (βλέπε Σχ. 2.7).

Στο Σχ. 4.8, απεικονίζεται η εξάρτηση σε όλο το φάσμα των QRPA μεταπτώσεων της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$ , στο ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ , για ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV (πάνω) και για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV (κάτω) <sup>1</sup>. Οι ενεργές διατομές στη δεύτερη περίπτωση, είναι γενικά πολύ μεγαλύτερες από εκείνες για ενέργεια  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV, ακολουθώντας την τετραγωνική εξάρτηση από το  $\varepsilon_f = \varepsilon_\nu - \omega$  της ενεργού διατομής, όπως φαίνεται στην Εξ. (3.15) (για το ίδιο  $\omega$  η  $\varepsilon_f$  είναι μεγαλύτερη για την μεγαλύτερη  $\varepsilon_\nu$ ). Όμως, σε μερικές ενέργειες διέγερσης, ενώ η ενεργός διατομή για  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV είναι μικρότερη της αντίστοιχης για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV, η κυριαρχία των διεγέρσεων αντιστρέφεται εμφανώς, π.χ. στην περιοχή  $\omega \simeq 2.5$  MeV και  $\omega \simeq 9$  MeV για το  $^{64}\text{Zn}$ , η σχέση σύγκρισης των κορυφών είναι αντεστραμμένη. Τούτο σημαίνει ότι, η  $d\sigma/d\omega(\omega)$  σαν συνάρτηση του  $\omega$  εξαρτάται και από τη λεπτή υφή του αδρονικού ρεύματος, καθώς και από άλλες λεπτομέρειες της αντίδρασης νετρίνου- $^{64}\text{Zn}$ , όπως η εξάρτηση των επί μέρους στοιχείων πίνακα από την μεταφερομένη ορμή  $|\vec{q}| = q$  η οποία περιέχει την ενέργεια διέγερσης  $\omega$ , όπως φαίνεται στην Εξ. (3.15).

Από το Σχ. 4.8, γίνεται επίσης φανερό ότι, η μέγιστη τιμή της  $d\sigma/d\omega(\omega)$  παρουσιάζεται για  $\omega = 3.292$  MeV, η οποία αντιστοιχεί σε μια  $1^-$  μετάπτωση. Από την αντιπαραβολή με το φάσμα του ισοτόπου  $^{64}\text{Zn}$  που υπολογίστηκε (βλέπε Σχ. 4.3),

<sup>1</sup>Παρενθετικά αναφέρουμε ότι, η τιμή  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV, είναι το άνω όριο της ενέργειας των νετρίνων που εκπέμπονται κατά τη φάση κατάρρευσης σε ένα  $\text{SN}$ - κατάρρευσης καρδιάς (βλέπε Κεφ. 2).

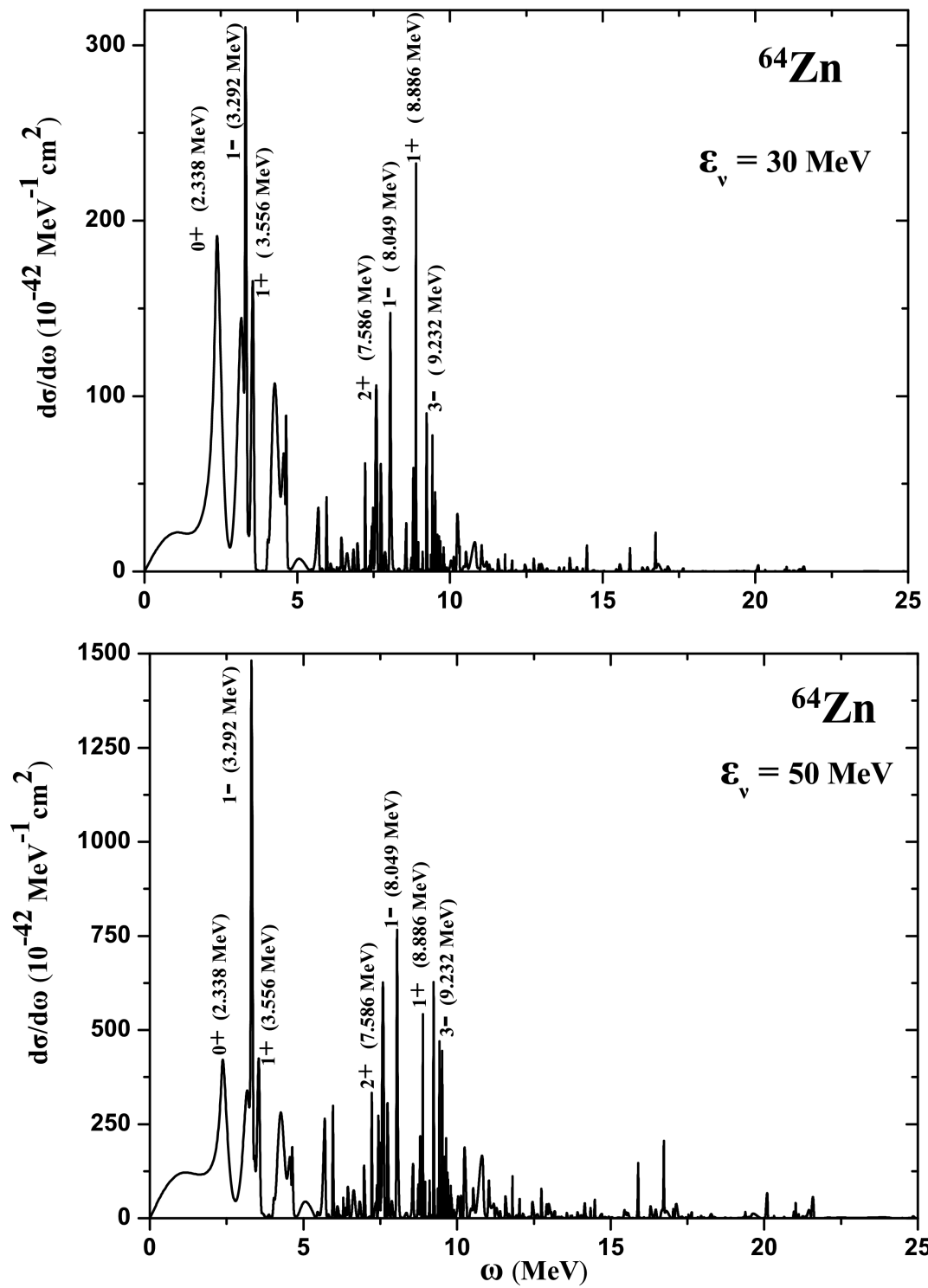
συμπεραίνουμε ότι, με εξαίρεση την τρίτη σε ύψος προεξέχουσα κορυφή η οποία ανήκει στην πρώτη διεγερμένη  $0^+$  κατάσταση, πολλές κορυφές οι οποίες συνεισφέρουν μεγάλη συνεισφορά στην διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega(\omega)$ , αντιστοιχούν σε μεταπτώσεις  $1^+$ . Για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV, οι δύο υψηλότερες κορυφές αντιστοιχούν στην  $1^-$  κατάσταση με ενέργειες  $\omega = 3.292$  MeV (όπως και στην περίπτωση  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV) και  $\omega = 8.049$  MeV. Αξιοσημείωτη είναι η μεγάλη συνεισφορά της  $3^-$  κατάστασης στα  $\omega = 9.232$  MeV, καθώς και της  $2^+$  στα  $\omega = 7.586$  MeV. Δεν υπάρχουν στη σύγχρονη βιβλιογραφία αντίστοιχοι λεπτομερειακοί υπολογισμοί πυρηνικής δομής για τα ισότοπα <sup>64,66</sup>Zn, προκειμένου να γίνει σύγκριση των παρόντων αποτελεσμάτων.

Σημειώνουμε ότι, η  $d\sigma/d\omega$  του Σχ. 4.8, έχει προκύψει από τους υπολογισμούς κατάσταση-προς-κατάσταση της  $d\sigma/d\omega(\omega)$  των μερικών ρυθμών όλων των πολυπολικών καταστάσεων (μέχρι  $J^\pi = 8^\pm$ ) που κατασκευάστηκαν με την μέθοδο QRPA και αναδιάταξή τους ως προς αύξουσα τιμή του  $\omega$ . Ο τρόπος υπολογισμού των QRPA διεγέρσεων, είναι τέτοιος ώστε, απαιτείται αναδιάταξη των διεγέρσεων (περίπου 1000 καταστάσεις) κατά αύξουσα σειρά ως προς  $\omega$ , καθώς και των αντιστοίχων ενεργών διατομών. Τούτο έγινε με ειδικό υποπρόγραμμα (shortbul κατάλληλο για διάταξη των στοιχείων ενός πίνακα). Η μεταβολή της  $d\sigma/d\omega$  με την ενέργεια διεγερσης  $\omega$  για το ισότοπο <sup>66</sup>Zn, είναι ποιοτικά και ποσοτικά παρόμοια, όπως φαίνεται από το Σχ. 4.9, όπου απεικονίζεται η  $d\sigma/d\omega(\omega, \varepsilon_\nu = 50$  MeV).

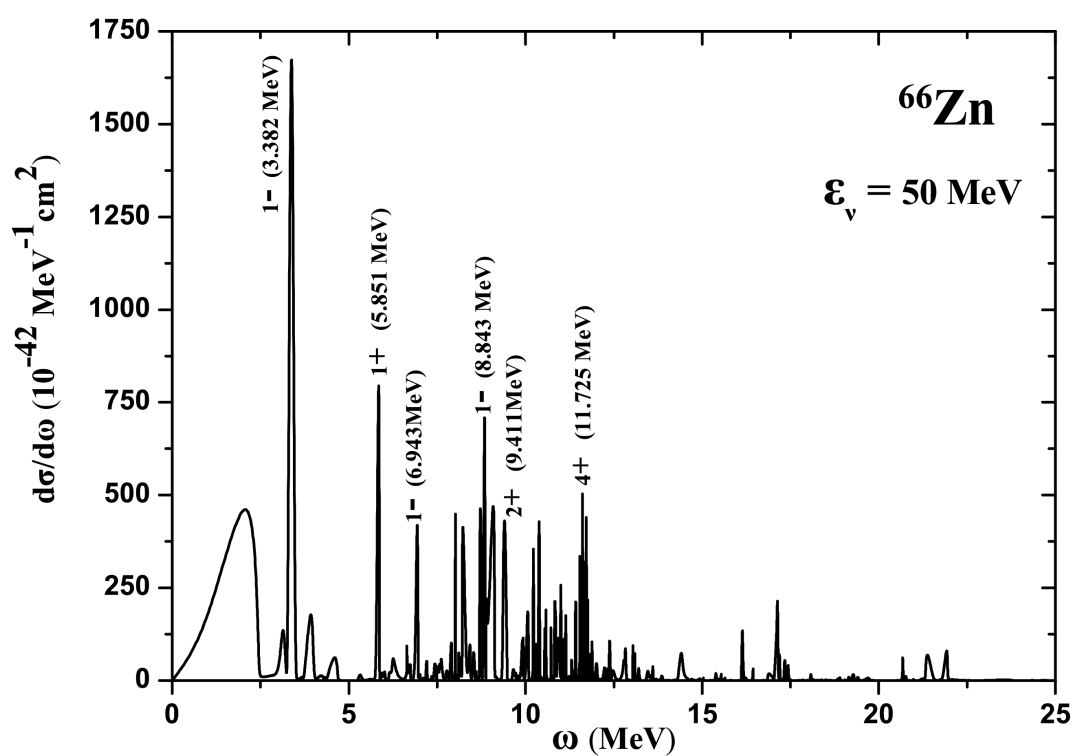
#### 4.4.1 Συνεισφορά της Coulomb και διαμήκους συνιστώσας των ισοτόπων <sup>64,66</sup>Zn στην ενεργό διατομή

Όπως συμπεραίνεται και από την Εξ. (3.15), για μεταπτώσεις του τύπου  $J^\pi = 0^\pm$ , μόνο Coulomb ( $\widehat{M}_J$ ) και διαμήκεις ( $\widehat{L}_J$ ) συνιστώσες του αδρονικού ρεύματος συνεισφέρουν στην ενεργό διατομή. Έτσι, σε τέτοιες μεταπτώσεις οι ενεργές διατομές είναι ίδιες για αντιδράσεις νετρίνων, Εξ. (4.1) και αντινετρίνων, Εξ. (4.2). Τα αποτελέσματα των υπολογισμών μας (για τα δύο ισότοπα <sup>64,66</sup>Zn) για την  $\frac{d\sigma}{d\omega}(\omega)$ , για τις μεταπτώσεις  $J^\pi = 0^+$ , φαίνονται στον Πίνακα 4.4 και για τις  $J^\pi = 0^-$ , στον Πίνακα 4.5. Υπενθυμίζουμε ότι, η συνεισφορά στον Πίνακα 4.4 προέρχεται μόνον από την πολική διανυσματική συνιστώσα (κανονικής ομοτιμίας), ενώ στον Πίνακα 4.5 μόνον από την αξονική διανυσματική συνιστώσα (μη κανονικής ομοτιμίας) του αδρονικού ρεύματος (βλέπε Πίνακα Β.1 Παραρτήματος Β).

Όπως ήταν αναμενόμενο [158, 178], και στα δύο ισότοπα, οι  $J^\pi = 0^+$  συνεισφέρουν περισσότερο στην ενεργό διατομή από ό,τι οι  $J^\pi = 0^-$ , όμως, παρατηρείται αρκετά διαφορετική κατανομή της ενεργού διατομής σαν συνάρτηση του  $\omega$  των δύο ισοτόπων, παρότι το χαμηλό ενεργειακό τους φάσμα δεν είναι πολύ διαφορετικό. Η σύγκριση της ολικής συνεισφοράς στην  $\frac{d\sigma}{d\omega}$  των  $J^\pi = 0^+$  και  $J^\pi = 0^-$  με εκείνη των άλλων πολυπολικών καταστάσεων, φαίνεται στον Πίνακα 4.6.



Σχήμα 4.8: Εξάρτηση της  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του ισότοπου  $^{64}\text{Zn}$ , για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\epsilon_\nu = 30 \text{ MeV}$  (πάνω) και  $\epsilon_\nu = 50 \text{ MeV}$  (κάτω).



Σχήμα 4.9: Όμοια με το Σχ. 4.8, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  και για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\epsilon_\nu = 50 \text{ MeV}$ .

$^{64}\text{Zn}$		$^{66}\text{Zn}$	
$\omega$ (MeV)	$d\sigma/d\omega$ ( $10^{-42}\text{cm}^2 \text{MeV}^{-1}$ )	$\omega$ (MeV)	$d\sigma/d\omega$ ( $10^{-42}\text{cm}^2 \text{MeV}^{-1}$ )
2.3384	456.17847	2.2845	481.64285
3.3632	1.22147	3.0342	10.18147
3.9205	0.30483	3.7065	2.82258
4.7176	4.27093	5.2702	5.60022
6.0605	0.00330	5.8766	0.05979
6.9147	0.15842	6.9603	6.54014
7.2627	0.03633	7.3581	0.01177
8.1728	3.40884	7.9685	0.00182
8.6468	0.01179	10.2590	0.00239
8.9745	0.00061	11.0345	0.00170
9.5518	0.00028	11.1593	0.00086
9.7814	0.00039	11.7582	0.00355
10.3090	0.00011	12.0628	4.31337
10.9711	5.79529	12.4114	0.00011
12.3297	0.37939	13.4202	0.75229
12.4425	0.05246	13.5501	0.48339
13.5267	0.03793	14.0954	0.00078
14.7882	0.40646	14.7802	0.04693
15.9915	0.00160	15.5920	0.04912
16.7098	0.46147	16.3155	0.00044
16.9890	0.03570	17.1754	0.31836
17.3613	0.01196	17.7237	0.38779
18.6500	0.27561	17.8558	0.58035
19.5828	0.74684	18.8867	0.02288
20.3250	0.01215	19.0124	0.00212
20.4940	0.00327	19.3564	0.46420
21.0389	0.40926	20.9371	0.00412
21.3727	2.21096	21.3166	1.69365
21.9645	0.00467	21.9423	0.84858
22.3849	0.35824	22.1027	0.68590
22.4545	0.38665	22.8484	7,32E-04
24.6918	0.00010	25.0369	0.00056
29.0996	0.08267	29.8207	0.07078

Πίνακας 4.4: Συνεισφορά των πολυπολικών καταστάσεων  $0^+$  στη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$  για τις αντιδράσεις  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$ . Προφανώς, μόνον η πολική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος συνεισφέρει στην  $0^+$  ( $\varepsilon_\nu = 40$  MeV).

$^{64}\text{Zn}$		$^{66}\text{Zn}$	
$\omega$ (MeV)	$d\sigma/d\omega$ ( $10^{-42}\text{cm}^2 \text{MeV}^{-1}$ )	$\omega$ (MeV)	$d\sigma/d\omega$ ( $10^{-42}\text{cm}^2 \text{MeV}^{-1}$ )
4.5718	172.12989	6.2418	58.32278
6.2931	1.60258	7.1173	0.05598
6.8424	30.58997	7.9210	19.66481
7.5411	5.06445	8.4380	1.05046
8.9365	3.52351	8.8016	21.18567
9.0174	3.88507	9.4962	3.73240
9.8972	4.58554	9.7991	0.14370
10.3197	0.57622	9.9183	9.07529
11.2177	1.22611	11.3428	0.42892
12.3798	0.06368	12.1864	0.28164
12.8494	0.28284	13.0213	1.87825
13.2026	0.08828	13.1583	1.27466
13.3948	0.53121	13.6163	2.26068
14.3537	2.30309	13.9045	0.20721
15.6209	0.02424	15.9720	0.29907
20.0175	2.44135	19.1850	3.01157

Πίνακας 4.5: Συνεισφορά των πολυπολικών καταστάσεων  $0^-$  στη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$  για τις αντιδράσεις  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$ . Προφανώς, μόνον η αξονική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος συνεισφέρει στην  $0^-$  ( $\varepsilon_\nu=40$  MeV).

## 4.5 Ενεργές διατομές σκέδασης αντι-νετρίνων με τα ισοτόπα $^{64,66}\text{Zn}$

Από την Εξ. (3.15), είναι φανερό ότι, ο υπολογισμός των ενεργών διατομών για αντιδράσεις αντινετρίνων με τα ισοτόπα που μελετάμε βλέπε αντιδράσεις (4.2), γίνεται απλά με αλλαγή του προσήμου στον όρο επικάλυψης μεταξύ συνεισφοράς του πολικού διανυσματικού και του αξονικού διανυσματικού τελεστή (τελευταίος όρος στο δεύτερο μέλος της Εξ. (3.15)). Τούτο σημαίνει ότι, σε μεταπτώσεις κανονικής ομοτιμίας  $(-)^J$ , έχουμε γινόμενο των στοιχείων πίνακα του πολικού διανυσματικού  $T^{el}$  τελεστή και του αξονικού διανυσματικού  $T^{mag5}$  τελεστή, ενώ σε μεταπτώσεις μη-κανονικής ομοτιμίας, στοιχείων πίνακα του  $T^{mag}$  και του  $T^{el5}$  (βλέπε Πίνακα Β.1 Παραρτήματος Β) [18]. Στην παρούσα ενότητα, θα συγκρίνουμε τις ενεργές διατομές σκέδασης νετρίνου και αντινετρίνου, αντίστοιχα, με τα ισοτόπα  $^{64,66}\text{Zn}$ . Η σύγκριση αυτή θα γίνει στα εξής στάδια.

(i). Αρχικά, υπολογίζουμε τη συνολική συνεισφορά για κάθε μία από τις πολυπολικότητες  $0^\pm \preceq J^\pi \preceq 8^\pm$ , στη  $d\sigma/d\omega|_\nu$  και  $d\sigma/d\omega|_{\bar{\nu}}$ , αντίστοιχα (για σταθερή ενέργεια εισερχομένου νετρίνου).

Στον Πίνακα 4.6, συγκρίνονται οι ολικές συνεισφορές στην διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$ , αντιδράσεων νετρίνων,  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$  και αντινετρίνων,  $^{64,66}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64,66}\text{Zn}^*$ , σε κάθε μία από τις πολυπολικές καταστάσεις  $0^-, 0^+, 1^-, 1^+, 2^-, 2^+, 3^-$  και  $3^+$ , για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu=40$  MeV (για  $J \succeq 4^\pm$  οι συνεισφορές είναι πολύ μικρότερες). Το σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει εδώ είναι ότι, στις μεταπτώσεις κανονικής ομοτιμίας οι ενεργές διατομές των αντιδράσεων νετρίνων είναι λίγο μεγαλύτερες, ενώ στις μεταπτώσεις μη-κανονικής ομοτιμίας οι ενεργές διατομές των αντιδράσεων αντινετρίνων είναι μεγαλύτερες. Αθροίζοντας οριζόντια στον Πίνακα 4.6, παίρνουμε και για τα δύο ισοτόπα  $\frac{d\sigma}{d\omega}|_{\bar{\nu}}^{tot} \simeq 0.98 \frac{d\sigma}{d\omega}|_{\nu}^{tot}$ . Αξίζει να σημειωθεί ότι, για τον ανωτέρω λόγο, στη σύγχρονη βιβλιογραφία (π.χ. [233]), λαμβάνεται συνήθως η μέση τιμή της ολικής ενεργού διατομής,  $\bar{\sigma} = \frac{1}{2}(\sigma_\nu + \sigma_{\bar{\nu}})$ , αφού  $\sigma_{\bar{\nu}} \simeq 0.98\sigma_\nu$ .

(ii). Στη συνέχεια, συγκρίνουμε την  $d\sigma/d\omega(\omega)$  σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης  $\omega$  για την τυπική πολυπολική μετάπτωση  $2^+$  των αντιδράσεων

$$^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$$

και

$$^{64,66}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64,66}\text{Zn}^*,$$

Στο Σχ. 4.10, απεικονίζεται η μεταβολή της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  σαν συνάρτηση του  $\omega$ , της πολυπολικής κατάστασης  $2^+$ , για την αντίδραση αντινετρίνου και νετρίνου, με το ισοτόπο  $^{64}\text{Zn}$  (πάνω) και αντινετρίνου και νετρίνου, με το ισοτόπο  $^{66}\text{Zn}$  (κάτω). Ως ενέργεια εισερχομένου νετρίνου, χρησιμοποιήθηκε  $\varepsilon_\nu=40$  MeV. Είναι εμφανές ότι η ενεργός διατομή για νετρίνα υπερσχύει συνολικά αν και σε μερικές επί μέρους διεγερμένες καταστάσεις συμβαίνει το αντίθετο.



		Συνολική $d\sigma/d\omega (\times 10^{-40}) \text{ cm}^2 \text{ MeV}^{-1}$ κάθε πολλαπλότητας							
		$0^-$	$0^+$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$	$3^-$	$3^+$
	$\nu/\tilde{\nu}$								
$^{64}\text{Zn}$	$\nu$	2.289	4.773	36.522	22.064	1.974	19.629	11.900	0.161
	$\tilde{\nu}$	2.289	4.773	34.002	24.442	2.378	19.388	11.190	0.186
$^{66}\text{Zn}$	$\nu$	1.229	5.176	39.290	17.800	1.871	21.075	13.988	0.155
	$\tilde{\nu}$	1.229	5.176	36.041	20.336	2.260	20.900	13.957	0.179

Πίνακας 4.6: Σύγκριση συνολικής συνεισφοράς στις  $d\sigma/d\omega|_{\nu}$  και  $d\sigma/d\omega|_{\tilde{\nu}}$  των πολυπολικών καταστάσεων  $0^-$ ,  $0^+$ ,  $1^-$ ,  $1^+$ ,  $2^-$ ,  $2^+$ ,  $3^-$  και  $3^+$ , για τις αντιδράσεις  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$  και  $^{64,66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{64,66}\text{Zn}^*$ . Στις καταστάσεις κανονικής ομοτιμίας η ενεργός διατομή των νετρίνων είναι μεγαλύτερη, ενώ στις μη-κανονικής ομοτιμίας η συσχέτιση αντιστρέφεται ( $\varepsilon_{\nu} = 40 \text{ MeV}$ ).

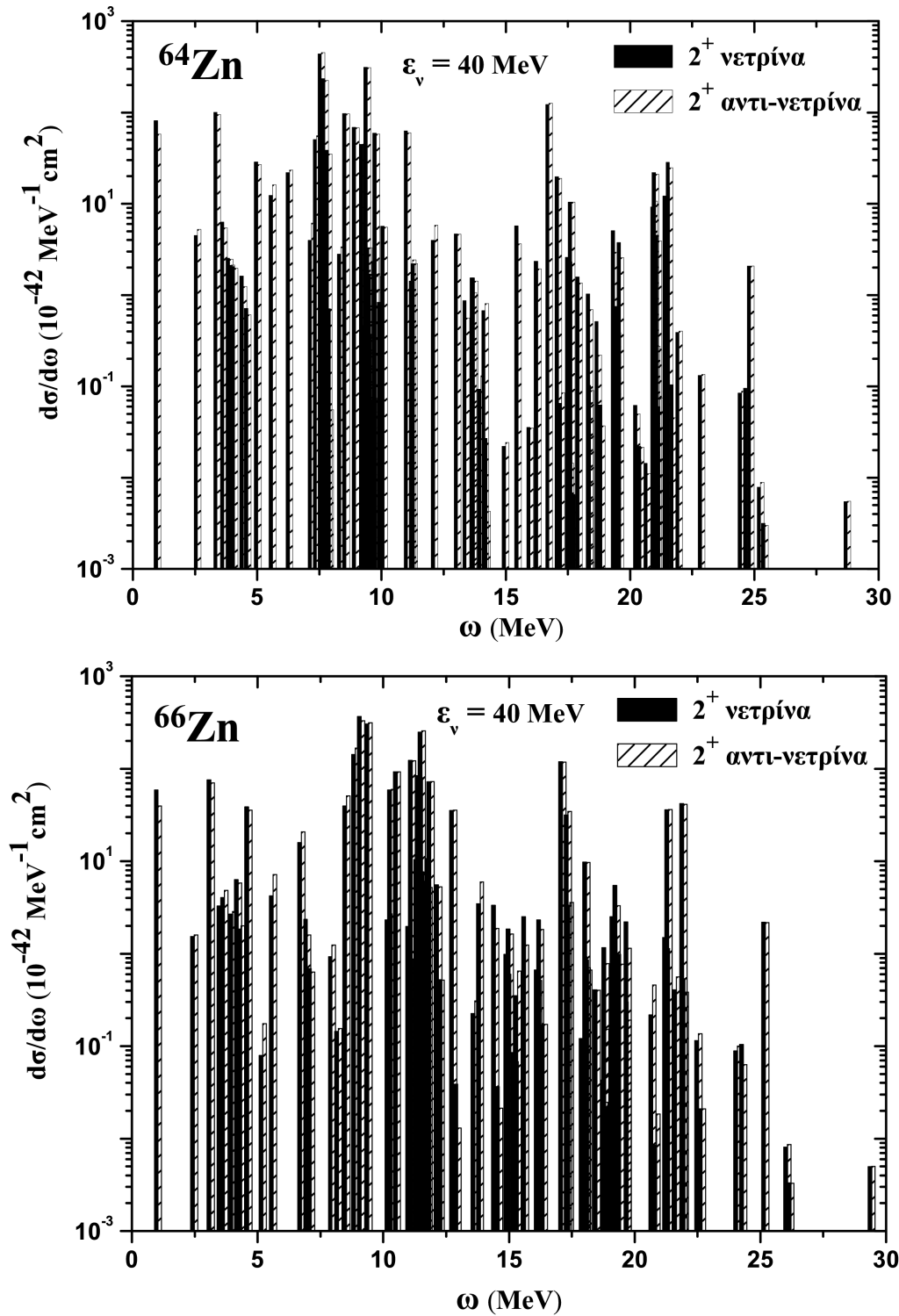
(iii). Τέλος, υπολογίζουμε τις διαφορές της ολικής διαφορικής ενεργού διατομής νετρίνων και αντινετρίνων, δηλαδή την  $d\sigma/d\omega|_{\nu} - d\sigma/d\omega|_{\tilde{\nu}}$  σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης  $\omega$ , όπου το  $\omega$  μεταβάλλεται σε όλο το φάσμα διέγερσης (για την  $2^+$  πολλαπλότητα) των ισοτόπων  $^{64}\text{Zn}$  και  $^{66}\text{Zn}$ .

Από τη μελέτη της μεταβολής της διαφοράς  $d\sigma/d\omega|_{\nu} - d\sigma/d\omega|_{\tilde{\nu}}$ , καθώς η ενέργεια διέγερσης  $\omega$  αυξάνεται, προκύπτουν τα αποτελέσματα του Σχ. 4.11, για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$  (πάνω) και για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  (κάτω). Είναι εφάνες ότι, η εικόνα που προκύπτει για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ , είναι σχεδόν σε όλο το φάσμα διέγερσής του διαφορετική από την αντίστοιχη του ισοτόπου  $^{64}\text{Zn}$  (όμως και στα δύο ισότοπα η εικόνα είναι σύμφωνη με τα αποτελέσματα του Πίνακα 4.6).

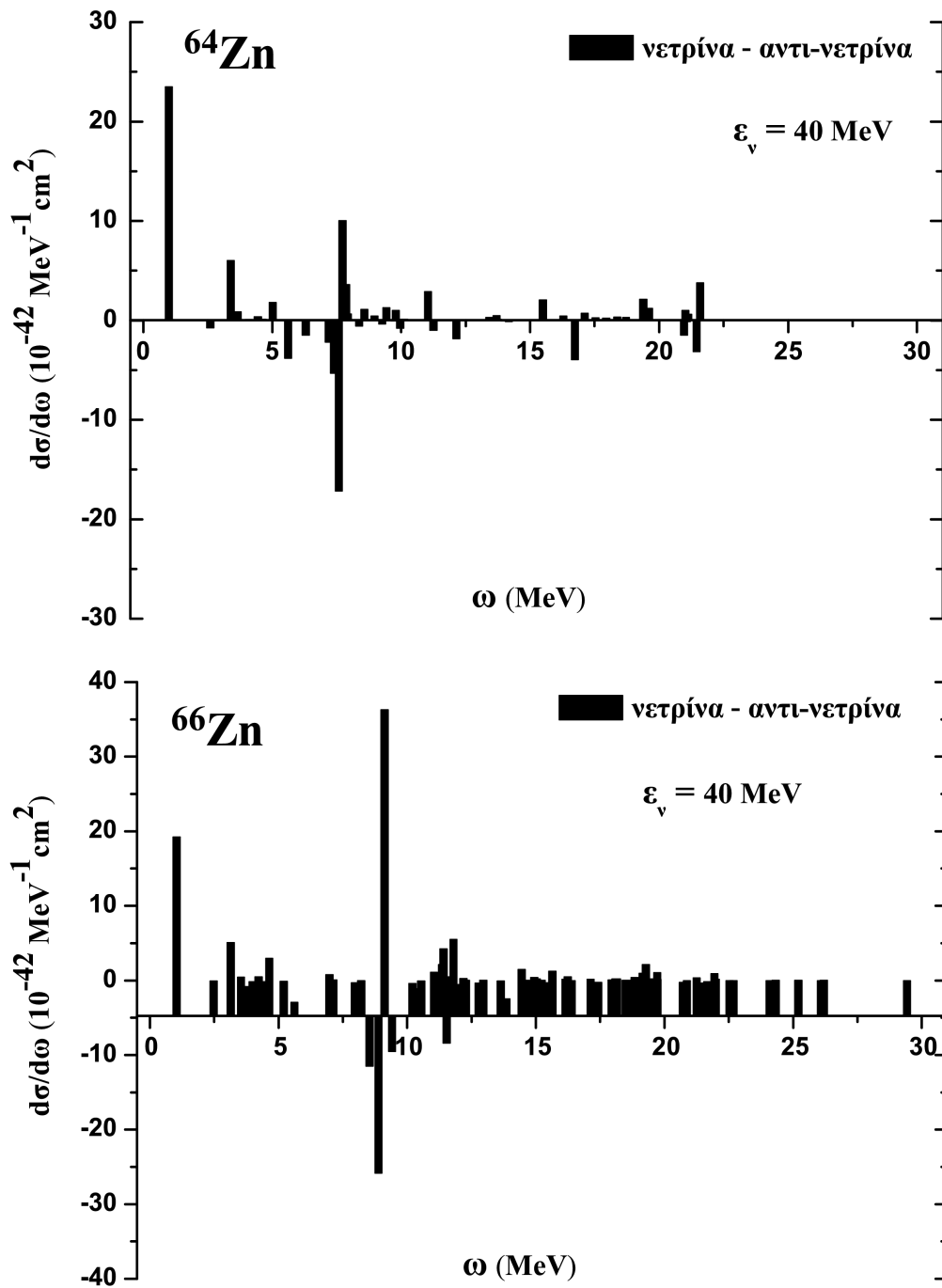
## 4.6 Ολικές ενεργές διατομές των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$

Χρησιμοποιώντας τα πρωτογενή αποτελέσματα της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$ , που βρήκαμε με αριθμητική ολοκλήρωση της  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  ως προς τις γωνίες, το επόμενο βήμα είναι να υπολογίσουμε ολικές ενεργές διατομές των αντιδράσεων (4.1) και (4.2), εφαρμόζοντας την μέθοδο άθροισης μερικών διατομών (για συγκεκριμένη ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_{\nu}$ ) επί της  $d\sigma/d\omega(\omega, \varepsilon_{\nu})$ .

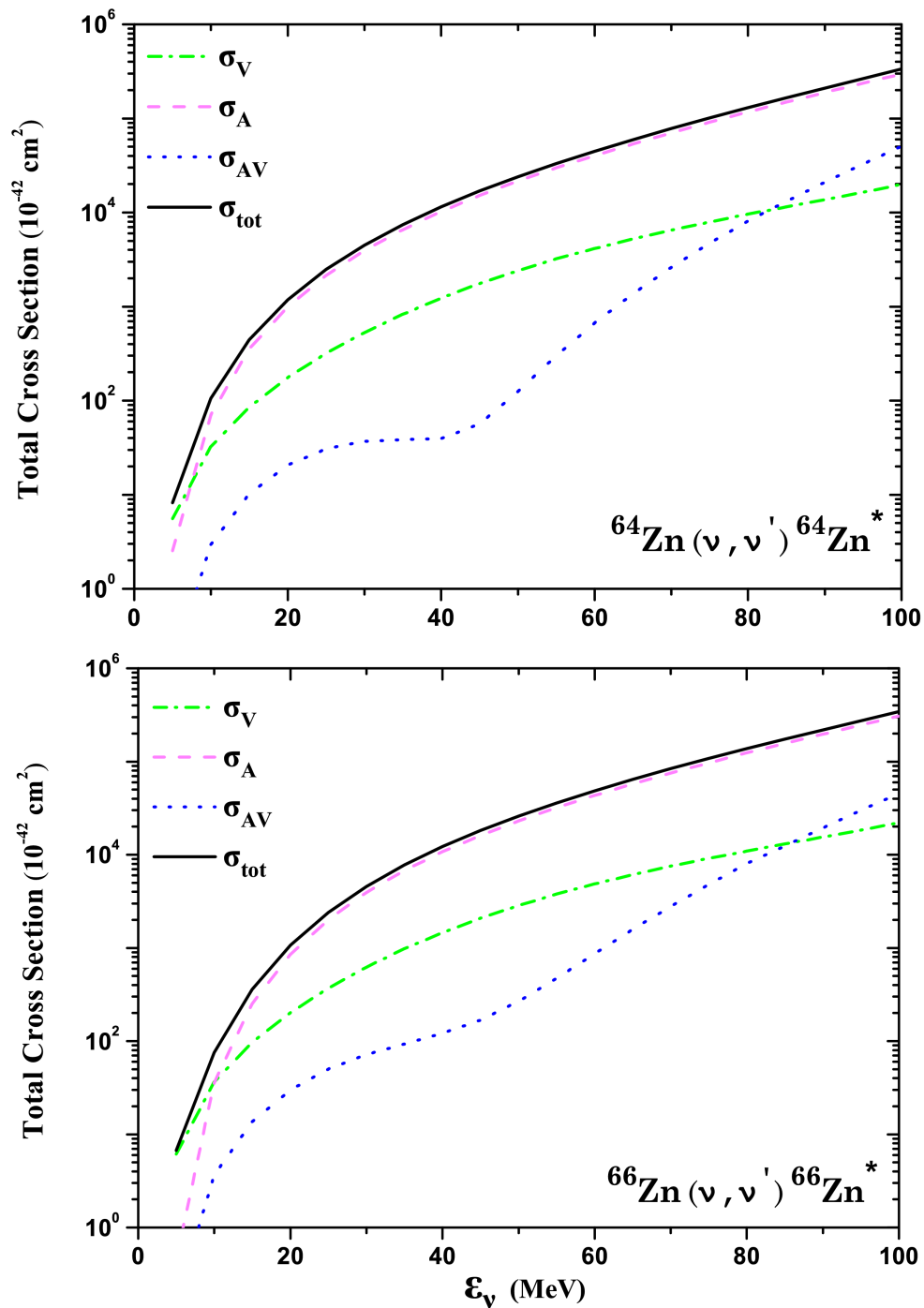
Στο Σχ. 4.12, παριστάνονται τα πρωτογενή αποτελέσματα της ολικής ενεργού διατομής  $\sigma_{tot}(\varepsilon_{\nu})$  των αντιδράσεων  $^{64}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64}\text{Zn}^*$  (πάνω) και  $^{66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{66}\text{Zn}^*$  (κάτω), σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_{\nu}$  ( $0 < \varepsilon_{\nu} \leq 100$



Σχήμα 4.10: Εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ανιχνευτή  $\omega$  για τις αντιδράσεις  $^{64}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64}\text{Zn}^*$  (πάνω) και  $^{66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{66}\text{Zn}^*$  (κάτω), για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$ .



Σχήμα 4.11: Διαφορά μεταξύ της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega|_\nu$  της αντίδρασης  $^{64}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64}\text{Zn}^*$  και της  $d\sigma/d\omega|_{\bar{\nu}}$  της αντίδρασης  $^{64}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64}\text{Zn}^*$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$  (πάνω) για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$ . Αντίστοιχα, για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  (κάτω).



Σχήμα 4.12: Ολικές ενεργές διατομές  $\sigma_{tot}$  αντιδράσεων νετρίνων και ισotόπων  $^{64}\text{Zn}$  (πάνω) και  $^{66}\text{Zn}$  (κάτω). Οι επί μέρους συνεισφορές της πολικής διανυσματικής,  $\sigma_V$ , και αξονικής διανυσματικής,  $\sigma_A$ , συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος καθώς και του όρου επικάλυψής των,  $\sigma_{AV}$  (βλέπε Εξ. (3.15)), απεικονίζονται επίσης.

#### 4.7. Απόκριση των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ στα φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας 81

MeV). Οι επί μέρους συνεισφορές της πολικής διανυσματικής,  $\sigma_V$ , και αξονικής διανυσματικής,  $\sigma_A$ , συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος καθώς και η συνεισφορά του όρου επικάλυψης πολικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας,  $\sigma_{AV}$  (βλέπε Εξ. (3.15)) στις εν λόγω αντιδράσεις, φαίνονται επίσης. Οι  $\sigma_X$ ,  $X = tot, A, V, AV$ , προκύπτουν εφαρμόζοντας την Εξ. (3.39), για κάθε συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος χωριστά.

Παρατηρούμε ότι, υπάρχει μεγάλη ποιοτική και ποσοτική ομοιότητα στις τρεις πρώτες γραφικές παραστάσεις του Σχ. 4.12, δηλαδή των  $\sigma_{tot}$ ,  $\sigma_A$  και  $\sigma_V$ , και για τα δύο ισότοπα. Όμως, η καμπύλη της  $\sigma_{AV}$  που αντιστοιχεί στον όρο επικάλυψης πολικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας, είναι πολύ διαφορετική στην περίπτωση της αντίδρασης  $^{64}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64}\text{Zn}^*$ , και ιδιαίτερα στην περιοχή ενέργειας  $15 \leq \varepsilon_\nu \leq 60$  MeV, όπου η εν λόγω καμπύλη παρουσιάζει απότομη μεταβολή σε σύγκριση με την αντίστοιχη του ισοτόπου  $^{66}\text{Zn}$ .

Συγκρίνοντας τις επί μέρους ενεργές διατομές  $\sigma_V$  και  $\sigma_A$  μεταξύ των και με την  $\sigma_{tot}$ , παρατηρούμε ότι, για μικρές ενέργειες,  $\varepsilon_\nu \leq 10$  MeV, η πολική διανυσματική συνεισφορά  $\sigma_V$  κυριαρχεί, ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες η αξονική διανυσματική συνεισφορά  $\sigma_A$ , σχεδόν συμπίπτει με την ολική ενεργό διατομή  $\sigma_{tot}$ . Μάλιστα, για ενέργειες  $\varepsilon_\nu \geq 85$  MeV, η πολική διανυσματική συνεισφορά  $\sigma_V$ , είναι συγκρίσιμη ή μικρότερη από την αντίστοιχη  $\sigma_{AV}$ , του όρου επικάλυψης.

Αναφέρουμε ότι, η λήψη των ανωτέρω αποτελεσμάτων επιτεύχθηκε χάρις στην ευελιξία της μεθόδου μας (υπολογισμοί κατάστασης-προς-κατάσταση) και του σχετικού κώδικα. Επίσης, σημειώνουμε ότι, για την αριθμητική ολοκλήρωση της  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  ως προς τις γωνίες, χρησιμοποιήθηκαν ρουτίνες του λογισμικού NAG, διότι χρήση της γνωστής μεθόδου Gauss ακόμη και με την μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια, έδινε μερικές φορές αρνητικό τελικό αποτέλεσμα  $\sigma_{tot}$  λόγω υπερεκτίμησης του όρου επικάλυψης  $\sigma_{AV}$ , ο οποίος λαμβάνει άλλοτε θετικές και άλλοτε αρνητικές τιμές.

## 4.7 Απόκριση των ισοτόπων $^{64,66}\text{Zn}$ στα φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας

Όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή του παρόντος Κεφαλαίου, ένας από τους κύριους στόχους μας εδώ, είναι η μελέτη της απόκρισης των ισοτόπων  $^{64,68}\text{Zn}$  στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων, επικεντρώνοντας σε εκείνα των υπερκαινοφανών νετρίνων. Η απόκριση στα τελευταία φάσματα, μελετάται εδώ με τη γνωστή μέθοδο της συνέλιξης (folding) [254, 255], χρησιμοποιώντας για ενεργειακές κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων:

- (i). Μια κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων και
- (ii). Μια κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law), επίσης δύο παραμέτρων.

Αν και οι κατανομές αυτές ορίστηκαν στο Κεφ. 2, πριν προχωρήσουμε στους υπολογισμούς των συνελιγμένων ενεργών διατομών, θεωρούμε χρήσιμο να αναλύσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά των ανωτέρω κατανομών, προκειμένου να κατανοήσουμε τη φυσική σημασία των παραμέτρων των, καθώς και το ρόλο κάθε μιας στη

διαμόρφωση του σήματος που καταμετρείται στον επίγειο ανιχνευτή υπερκαινοφανών νετρίνων.

#### 4.7.1 Η ενεργειακή κατανομή Fermi-Dirac

Οι σύγχρονες προσομοιώσεις της ενεργειακής κατανομής των SN-νετρίνων, έδειξαν ότι, αν και η χρήση ενός θερμικού τύπου φάσματος φαίνεται σωστή για την περιγραφή της, διάφορες αλληλεπιδράσεις συντελούν στην απόκλιση της απεικόνισης του φάσματος SN-νετρίνων από το θερμικό φάσμα [234]. Εξάλλου, η μορφή του ενεργειακού φάσματος των νετρίνων, επηρεάζεται από το γεγονός ότι, οι ενεργές διατομές σκέδασης των νετρίνων είναι ανάλογες του τετραγώνου της ενέργειας του παραγόμενου λεπτονίου (βλέπε Εξ. (3.16)), η οποία ευνοεί έτσι τα νετρίνα να διαφύγουν από τον αστέρα με υψηλές ενέργειες σε πολύ μικρό χρονικό διάστημα. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές εκφράζονται με την εισαγωγή του χημικού δυναμικού, το οποίο μειώνει το πλάτος του φάσματος (pinching) σε σύγκριση με το θερμικό φάσμα.

Η αναλυτική έκφραση της κατανομής Fermi-Dirac γράφεται

$$\eta_{FD}[T, n_{dg}](\varepsilon_\nu) = N_2(n_{dg}) \frac{1}{T^3} \frac{\varepsilon_\nu^2}{1 + e^{(\varepsilon_\nu/T - n_{dg})}}, \quad (4.4)$$

όπου  $T$  και  $n_{dg}$ , είναι η θερμοκρασία και η παράμετρος εκφυλισμού (χημικό δυναμικό διαιρεμένο με την θερμοκρασία  $T$ , δηλαδή  $n_{dg} = \mu/T$ ), αντίστοιχα. Η σταθερά  $N_2(n_{dg})$ , προκύπτει από την κανονικοποίηση της παραπάνω κατανομής (βλέπε Παράρτημα Δ).

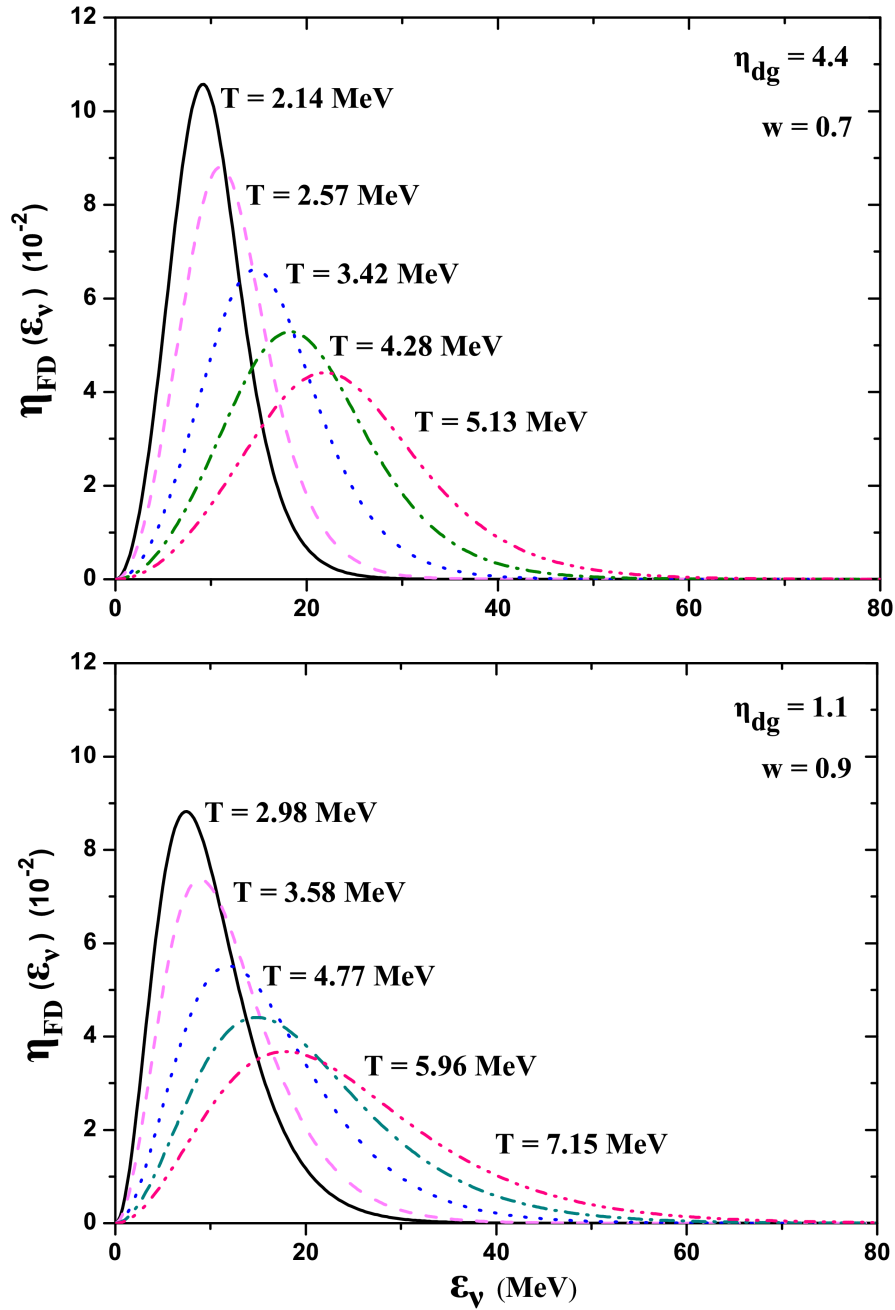
Στο Σχ. 4.13 απεικονίζονται διάφορες ενεργειακές κατανομές Fermi-Dirac για τιμές της παραμέτρου εκφυλισμού  $n_{dg}=4.4$  και 1.1. Οι επιλεγείσες τιμές της θερμοκρασίας  $T$  του Σχ. 4.13, αντανακλούν το βάθος του αστέρα από το οποίο διαφεύγουν τα νετρίνα της κατανομής (μικρή θερμοκρασία-μικρό βάθος ή μεγάλη θερμοκρασία-μικρή απόσταση από το κέντρο του αστέρα).

Παρατηρούμε ότι, όσο η θερμοκρασία μεγαλώνει, τόσο το μέγιστο της κατανομής μετατοπίζεται προς μεγαλύτερες ενέργειες νετρίνων. Από το άλλο μέρος, όσο η παράμετρος πλάτους μεγαλώνει (για την ίδια θερμοκρασία), τόσο η θέση του μεγίστου της κατανομής μετατοπίζεται προς μικρότερες τιμές της ενέργειας νετρίνων  $\varepsilon_\nu$  και η μέγιστη τιμή της μικραίνει. Επίσης, το χημικό δυναμικό ωθεί το φάσμα σε υψηλότερες ενέργειες [3, 121, 197].

#### 4.7.2 Η ενεργειακή κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law)

Πρόσφατες έρευνες σχετικές με το ενεργειακό φάσμα των SN-νετρίνων [10, 235], κατά τις οποίες δοκιμάστηκε μία ποικιλία εκφράσεων προκειμένου να ευρεθεί η καταλληλότερη μορφή του φάσματος (λαμβάνοντας υπ'όψη διαδικασίες εξαύλωσης, ακτινοβολίας πέδησης ηλεκτρονίων, ανάχρουσης κατά την ελαστική σκέδαση των

4.7. Απόκριση των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  στα φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας 83



Σχήμα 4.13: Ενεργειακή κατανομή Fermi-Diracs δύο παραμέτρων για  $n_{\text{dg}} = 4.4$  (πάνω) και για  $n_{\text{dg}} = 1.1$  (κάτω). Οι τιμές της θερμοκρασίας  $T$  έχουν επιλεγεί από τον Πίνακα 4.7.

νετρίνων σε πυρήνες, σε ηλεκτρόνια, σε  $\nu_e$  και σε  $\bar{\nu}_e$ , κλπ.), κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι, το  $SN$  ενεργειακό φάσμα προσαρμόζεται σε μια κατανομή της μορφής

$$n_{PL[\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha]}(\varepsilon_\nu) = C(\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha) \left( \frac{\varepsilon_\nu}{\langle \varepsilon_\nu \rangle} \right)^\alpha \exp\left( - \frac{(\alpha + 1)\varepsilon_\nu}{\langle \varepsilon_\nu \rangle} \right), \quad (4.5)$$

η οποία αποκαλείται κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law). Η παράμετρος  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  στην Εξ. (4.5), παριστάνει την μέση ενέργεια των νετρίνων, ενώ η παράμετρος  $\alpha$  προσαρμόζει το πλάτος του φάσματος. Η σταθερά κανονικοποίησης  $C$ , δίνεται στο Παράρτημα Δ.

Στο Σχ. 4.14, απεικονίζονται διάφορες ενεργειακές κατανομές Power-Law για τιμές της παραμέτρου  $\alpha=5.1$  και  $\alpha=2.7$ , αντίστοιχα. Η μέση ενέργεια  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  σε κάθε τμήμα των σχημάτων αυτών, η οποία αντανακλά το βάθος του αστέρα από το οποίο διαφεύγουν τα νετρίνα της κατανομής, έχει επιλεγεί από τον Πίνακα 4.7 (βλέπε επόμενη Παράγραφο). Παρατηρούμε ότι, όσο η  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  μεγαλώνει, τόσο η θέση του μεγίστου της κατανομής μετατοπίζεται προς μεγαλύτερες ενέργειες νετρίνων [10].

### 4.7.3 Συγκριτικά χαρακτηριστικά ενεργειακών κατανομών SN-νετρίνων

Όπως είδαμε στις παραπάνω ενότητες, οι κατανομές Fermi-Dirac (FD) και Power-Law (PL), περιέχουν δύο παραμέτρους η καθεμιά, την θερμοκρασία,  $T$ , και την παράμετρο εκφυλισμού (παράμετρος χημικού δυναμικού),  $n_{dg}$ , η πρώτη, και την μέση ενέργεια,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , και την παράμετρο στενότητας,  $\alpha$ , η δεύτερη αντίστοιχα, οι οποίες προσαρμόζουν το σχήμα και το πλάτος της ενεργειακής κατανομής των SN-νετρίνων [235]. Παρόλα αυτά παρουσιάζονται κάποιες σημαντικές διαφορές όταν συγκρίνουμε «ισοδύναμα φάσματα» [10]. Για την κατανόηση του όρου «ισοδύναμα φάσματα» ορίζουμε το πλάτος  $w$  κάθε μιας από τις ανωτέρω κατανομές από την έκφραση [10, 134]

$$w = \frac{\sqrt{\langle \varepsilon_\nu^2 \rangle - \langle \varepsilon_\nu \rangle^2}}{w_0}, \quad (4.6)$$

όπου το  $w_0$  συμβολίζει το πλάτος της ειδικής κατανομής (PL) για την τιμή της παραμέτρου  $\alpha = 2$ , το οποίο συμπίπτει με εκείνο της κατανομής Fermi-Dirac για την τιμή της παραμέτρου εκφυλισμού  $n_{dg} = -\infty$  (βλέπε Παράρτημα Δ).

Η κατανομή δυναμοσειράς για  $\alpha = 2$ , γράφεται

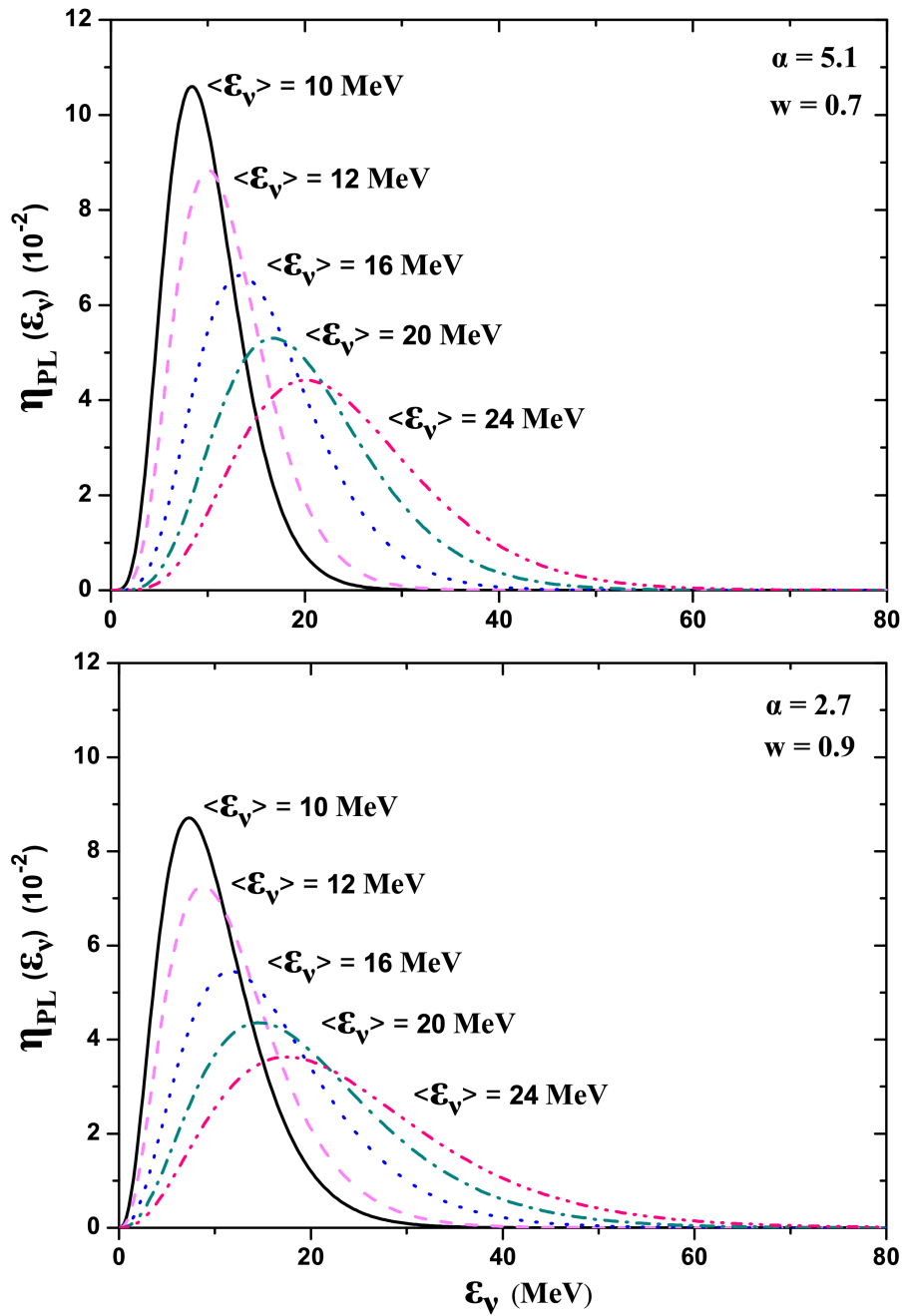
$$n_{0[\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha=2]}(\varepsilon_\nu) = \langle \varepsilon_\nu^2 \rangle (e^{-3\varepsilon_\nu/\langle \varepsilon_\nu \rangle}). \quad (4.7)$$

Κάθε μια από τις παραπάνω κατανομές έχει πλάτος  $w_0 = \langle \varepsilon_\nu \rangle / \sqrt{3}$  για  $T = \langle \varepsilon_\nu \rangle / 3$ . Το πλάτος  $w$ , αντικαθιστώντας την ανωτέρω τιμή του  $w_0$ , γράφεται

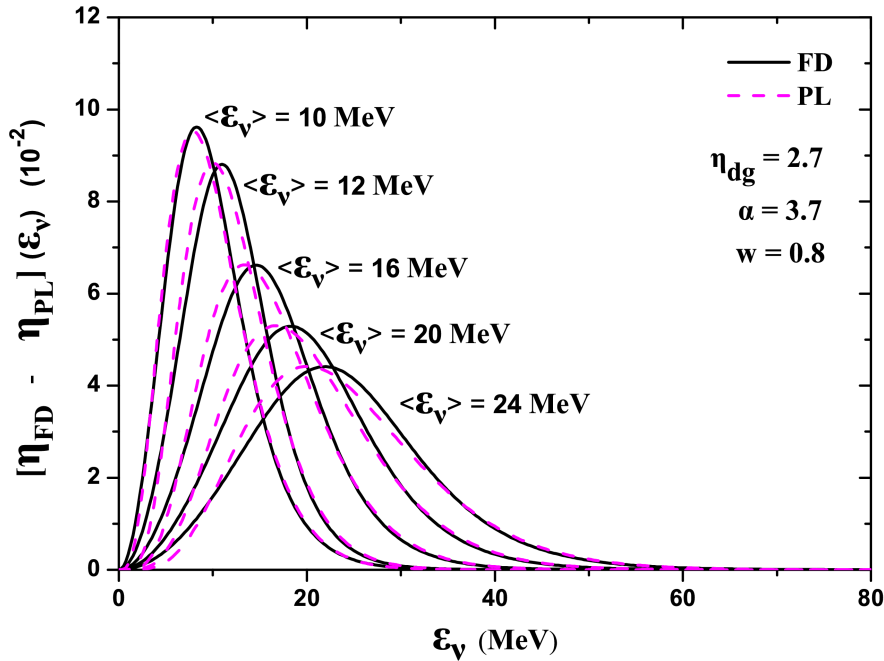
$$w = \frac{\sqrt{\langle \varepsilon_\nu^2 \rangle - \langle \varepsilon_\nu \rangle^2}}{w_0} = \frac{\sqrt{\langle \varepsilon_\nu^2 \rangle - \langle \varepsilon_\nu \rangle^2}}{\langle \varepsilon_\nu \rangle / \sqrt{3}} = \sqrt{3} \sqrt{\frac{\langle \varepsilon_\nu^2 \rangle}{\langle \varepsilon_\nu \rangle^2} - 1}. \quad (4.8)$$



4.7. Απόκριση των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  στα φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας 85



Σχήμα 4.14: Ενεργειακή κατανομή Power-Law δύο παραμέτρων για  $\alpha = 5.1$  (πάνω) και  $\alpha = 2.7$  (κάτω). Οι τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  έχουν επιλεγεί από τον Πίνακα 4.7



Σχήμα 4.15: Σύγκριση κατανομών Fermi-Dirac και Power-Low για  $n_{dg} = 2.7$ ,  $\alpha = 3.7$  και  $w = 0.8$ .

Για όλες (εκτός από τις πιο εξεζητημένες) τιμές των παραμέτρων των παραπάνω κατανομών, η κατανομή Fermi-Dirac που έχει την ίδια τιμή μέσης ενέργειας  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  και πλάτους  $w$  με την κατανομή Power-Low, παρουσιάζει μικρότερη μέγιστη τιμή [10, 134]. Τα ζεύγη αυτά έχουν υπολογιστεί με αριθμητική επίλυση των μη γραμμικών Εξν. (4.4) και (4.5) και αντιπαραβάλλονται στον Πίνακα 4.7 [10]. Αυτή η διαφορά γίνεται περισσότερο έντονη, όταν η τιμή του πλάτους είναι μικρότερη.

Στο Σχ. 4.15, φαίνεται καθαρά η μικρή διαφορά που παρουσιάζουν οι δύο τύποι κατανομών Fermi-Dirac και Power-Law, για τα αντίστοιχα ζεύγη τιμών των παραμέτρων τους. Σε όλες τις περιπτώσεις, οι κατανομές Fermi-Dirac είναι ελαφρώς μετατοπισμένες προς τις μεγαλύτερες ενέργειες νετρίνου. Η κορυφή της FD κατανομής, βρίσκεται κατά κανόνα σε λίγο υψηλότερη ενέργεια. Από την άλλη μεριά, το PL φάσμα δείχνει ελαφρά χαμηλότερη ουρά τόσο στις χαμηλές, όσο και στις υψηλές ενέργειες, καθώς και μια πιο απότομη ανύψωση στην τιμή της ενέργειας κορυφής (εκτός από τα πολύ στενά φάσματα) σε σύγκριση με την FD κατανομή που έχει ένα πιο ομαλό και πιο πεπλατυσμένο σχήμα [134].

Σημειώνουμε τέλος, ότι, οι τιμές των παραμέτρων στο Σχ. 4.15 αναφέρονται στο μεσαίο πάνελ του Πίνακα 4.7, δηλαδή για τιμή της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.8$ . Οι τιμές της παραμέτρου θερμοκρασίας  $T$  που αντιστοιχούν στις μέσες ενέργειες  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  του Σχ. 4.15, φαίνονται στο αριστερό ήμισυ του Πίνακα 4.7.

4.7. Απόκριση των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  στα φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας<sup>87</sup>

	Fermi-Dirac (FD)			Power Law (PL)		
$w$	$\eta_{dg}$	$T$ (MeV)	$N_2(n_{dg})$	$\alpha$	$\langle \varepsilon_\nu \rangle$ (MeV)	$C(\alpha, \langle \varepsilon_\nu \rangle)$
0.7	4.4014	2.13870	0.02329	5.1225	10	44.40546
		2.56644			12	37.00455
		3.42193			16	27.75341
		4.27741			20	22.20273
		5.13289			24	18.50227
0.8	2.7054	2.58504	0.06396	3.6875	10	9.21354
		3.10205			12	7.67795
		4.13607			16	5.75846
		5.17009			20	4.60677
		6.20410			24	3.83897
0.9	1.1339	2.98005	0.20675	2.7037	10	3.04773
		3.57606			12	2.53978
		4.76808			16	1.90483
		5.96011			20	1.52386
		7.15213			24	1.26989

Πίνακας 4.7: Τιμές των παραμέτρων των ενεργειακών κατανομών υπερκαινοφανών νετρίνων:  $T$ ,  $n_{dg}$  (Fermi-Dirac) και  $\alpha$ ,  $\langle \varepsilon \rangle$  (Power Law), που περιγράφουν ισοδύναμα φάσματα, δηλαδή με τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.7$  (ανώτερο πάννελ),  $w = 0.8$  (μεσαίο πάννελ),  $w = 0.9$  (κατώτερο πάννελ). Τα ισοδύναμα φάσματα χρησιμοποιούνται στην διαδικασία αναδίπλωσης στα Κεφ. 4, 5 και 6 [10].

## 4.8 Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές των ισοτόπων του Zn

Όπως έχει αναφερθεί, η απόκριση πυρηνικών ανιχνευτών στα φάσματα νετρίνων χαμηλών και ενδιάμεσων ενεργειών, μελετάται με την εύρεση των αναδιπλωμένων ενεργών διατομών που ορίστηκαν στο Κεφ. 3. Στην παρούσα ενότητα, θα υπολογίσουμε αναδιπλωμένες ενεργές διατομές, χρησιμοποιώντας τα πρωτογενή αποτελέσματα της Παραγρ. 4.5.

Στην πρώτη φάση, υπολογίζουμε αναδιπλωμένες ενεργές διατομές της  $d\sigma/d\omega$ , της οποίας η αναδίπλωση με βάση την Εξ. (3.42), γράφεται

$$\left[ \frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right]_{fold} = \int_{\omega}^{\infty} \frac{d\sigma(\varepsilon_{\nu}, \omega)}{d\omega} \eta(\varepsilon_{\nu}) d\varepsilon_{\nu}. \quad (4.9)$$

Χρησιμοποιώντας στην ανωτέρω εξίσωση όπου  $\eta(\varepsilon_{\nu})$ :

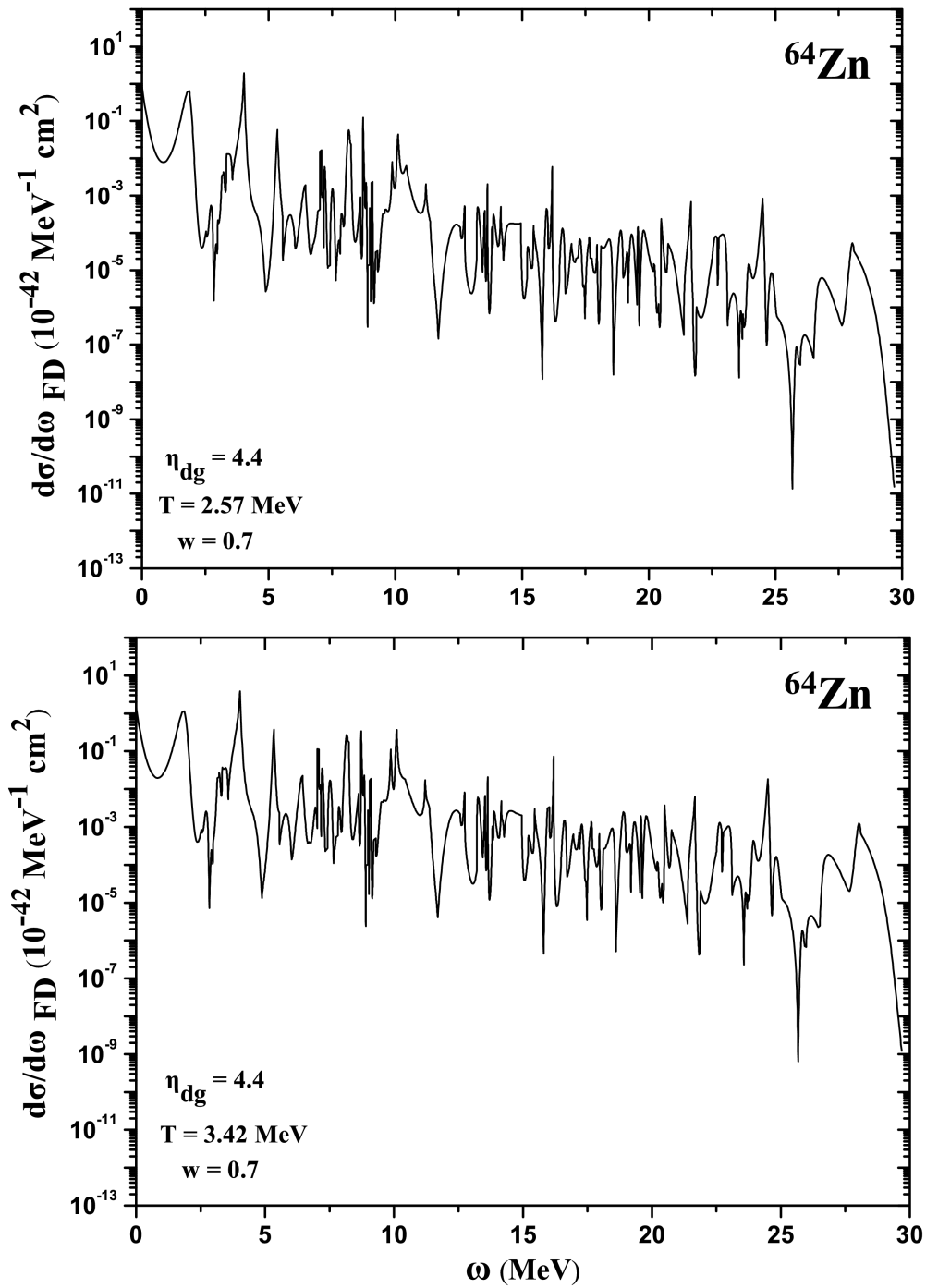
(i). Την κατανομή Fermi-Dirac, για διάφορες τιμές της θερμοκρασίας  $T$  των υπερκαινοφανών νετρίνων και της παραμέτρου εκφυλισμού  $\eta_{dg}$  και

(ii). Την κατανομή δυναμοσειράς Power-Law, για δύο τιμές της μέσης ενέργειας και της παραμέτρου στενότητας  $\alpha$  (pinching parameter), υπολογίστηκαν οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές, για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ , για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων των κατανομών Fermi-Dirac και Power Law που περιλαμβάνονται στον Πίνακα 4.7.

Η περιοχή ενεργειών  $\varepsilon_{\nu} \leq 100$  MeV του εισερχομένου νετρίνου των υπολογισμών της  $d\sigma/d\omega(\varepsilon_{\nu}, \omega)$  (όρια του ολοκληρώματος Εξ. (4.9)), επικαλύπτει τα ενεργειακά φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων. Για αυτήν την περιοχή ενέργειας, έχει γίνει λεπτομερειακή μελέτη της απόκρισης άλλων πυρηνικών ισοτόπων ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ) από προηγούμενους ερευνητές, χρησιμοποιώντας προσέγγιση τυχαίας φάσης του συνεχούς (Continuum Random Phase Approximation) [158, 159, 178], για τις πρωτογενείς ενεργές διατομές και τις ανωτέρω κατανομές για τα φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων. Όμως, στις μελέτες αυτές, η συνεισφορά του διακριτού φάσματος των ισοτόπων αυτών ( $\varepsilon_{\nu} \leq 7 - 8$  MeV) αγνοήθηκε.

### 4.8.1 Αναδιπλωμένες ενεργές διατομές της $d\sigma/d\omega$ για τα ισότοπα $^{64,66}\text{Zn}$

Στο Σχ. 4.16, απεικονίζεται η αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $[\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega}]_{fold}$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ , χρησιμοποιώντας την κατανομή Fermi-Dirac για παράμετρο πλάτους  $w=0.7$  και  $\eta_{dg}=4.4$ , για δύο διαφορετικές τιμές της παραμέτρου θερμοκρασίας  $T$ :  $T=2.57$  MeV (πάνω) και  $T=3.42$  MeV (κάτω). Οι τιμές της θερμοκρασίας, αντιστοιχούν σε μέσες ενέργειες νετρίνων  $\langle \varepsilon_{\nu} \rangle = 12$  MeV και  $\langle \varepsilon_{\nu} \rangle = 16$  MeV [257], οι οποίες σύμφωνα με τα αποτελέσματα των ομάδων Garching [235, 122, 10, 236] και Livermore [118, 93], αντιστοιχούν σε μέσες ενέργειες  $\nu_e$  νετρίνων και  $\bar{\nu}_e$  αντινετρίνων, αντίστοιχα (βλέπε Πίνακες 2.2 και 4.7).



Σχήμα 4.16: Αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ . Η κατανομή Fermi-Dirac για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=4.4$ ,  $T = 2.57 \text{ MeV}$  και  $w=0.7$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=4.4$ ,  $T = 3.42 \text{ MeV}$  και  $w=0.7$  (κάτω).

Η ανωτέρω διαδικασία, επαναλήφθηκε για  $w=0.8$  και  $w=0.9$ , για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}$  και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  που περιλαμβάνονται στον Πίνακα 4.7. Οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές που υπολογίστηκαν με αυτόν τον τρόπο χρησιμοποιώντας κατανομή Fermi-Dirac, απεικονίζονται στα Σχ. 4.17 και 4.18.

Όπως παρατηρούμε, υπάρχει μία έντονη αύξηση της συνελιγμένης ενεργού διατομής με τη θερμοκρασία  $T$  (ή την μέση ενέργεια  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ ), για σταθερή τιμή του πλάτους  $w$  της ενεργειακής κατανομής. Πιο συγκεκριμένα, στην περίπτωση  $w=0.7$  και  $\eta_{dg}=4.4$ , για μεταβολή της θερμοκρασίας από  $T = 2.57$  MeV σε  $T = 3.42$  MeV, η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή αυξάνεται κατά έναν παράγοντα 2 περίπου σε χαμηλές ενέργειες διέγερσης ( $\omega \leq 5$  MeV) και κατά έναν παράγοντα περίπου 35 στην περιοχή  $\omega \approx 30$  MeV. Η διαφορά όμως αυτή, αυξανόμενου του πλάτους της κατανομής Fermi-Dirac, μειώνεται. Έτσι, για  $w=0.8$ , από ένας παράγοντα περίπου 2 για  $\omega \leq 5$  MeV γίνεται ένας παράγοντας 20 στην περιοχή  $\omega \approx 30$  MeV, ενώ στην περίπτωση  $w=0.9$ , από περίπου 2 στην περιοχή  $\omega \leq 5$  MeV, γίνεται ένας παράγοντας περίπου 12 για  $\omega \approx 30$  MeV.

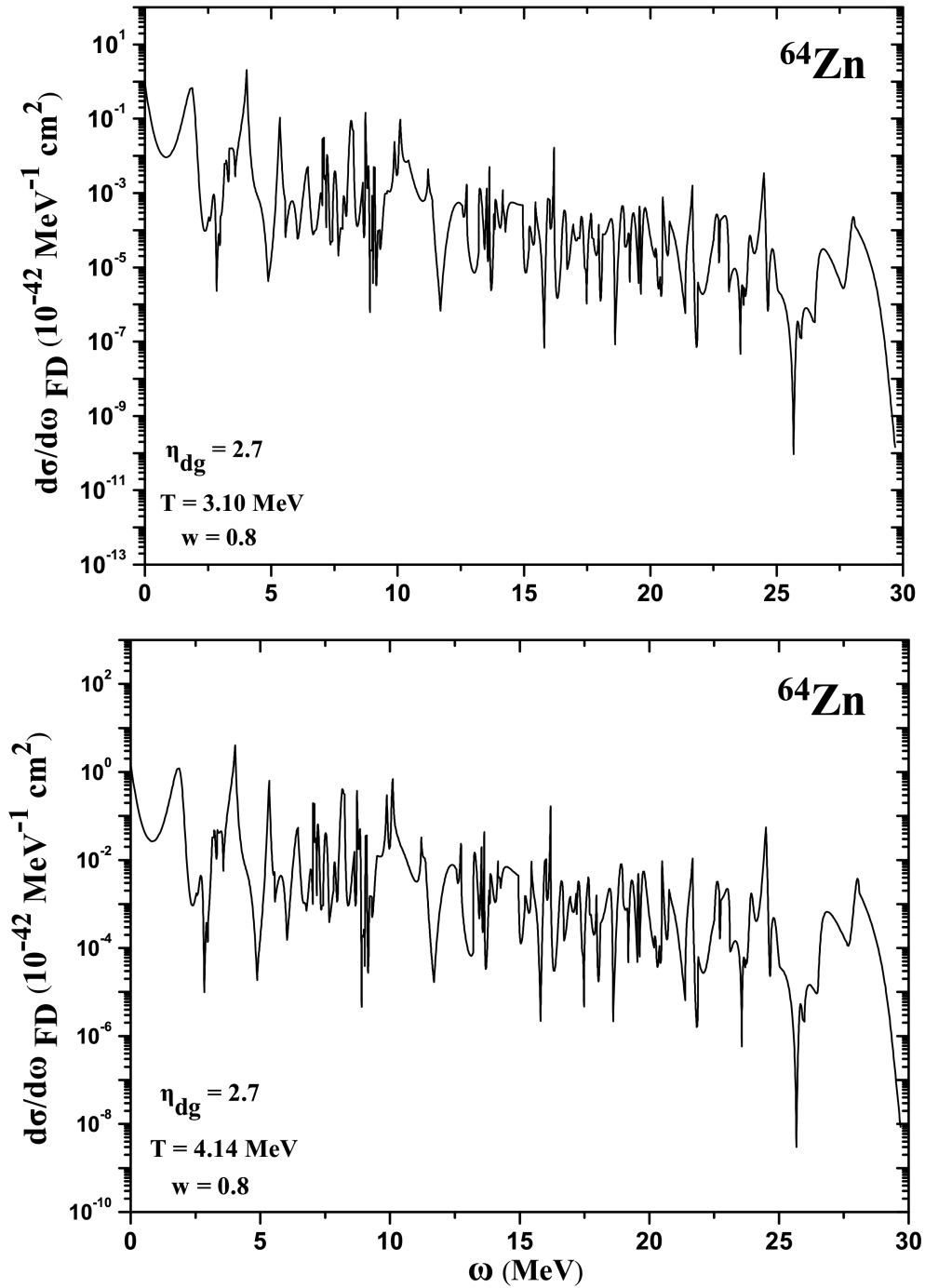
Επίσης, προκύπτει σημαντική απόκριση του ισοτόπου  $^{64}\text{Zn}$  και στην περιοχή των δέσμιων καταστάσεων, δηλαδή γίνεται φανερό ότι υπάρχει μια πλούσια απόκριση του ισοτόπου στα φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων, όχι μόνο στην περιοχή του συνεχούς φάσματος του εν λόγω ισοτόπου, αλλά και στην περιοχή διεγέρσεων κάτω από το κατώφλι εκπομπής πρωτονίου/νετρονίου.

Με όμοιο τρόπο, υπολογίστηκαν για λόγους πληρότητας (αφού οι διαφορές των δύο ενεργειακών κατανομών υπερκαινοφανών νετρίνων είναι μικρές), οι ίδιες ανωτέρω αναδιπλωμένες ενεργές διατομές για  $w=0.7$ ,  $w=0.8$  και  $w=0.9$ , χρησιμοποιώντας την κατανομή Power-law. Τα αποτελέσματα παριστάνονται στα Σχ. 4.19, 4.20 και 4.21. Συνοπτικά, παρατηρούμε ότι, η συνελιγμένη διαφορική ενεργός διατομή, αυξάνεται για σταθερό πλάτος  $w$  με την τιμή της παραμέτρου  $T$  (ή της  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ ) της ενεργειακής κατανομής. Όσο μικρότερη είναι η ενέργεια  $\omega$  της επαγόμενης μετάπτωσης, τόσο πιο έντονη είναι η αύξηση.

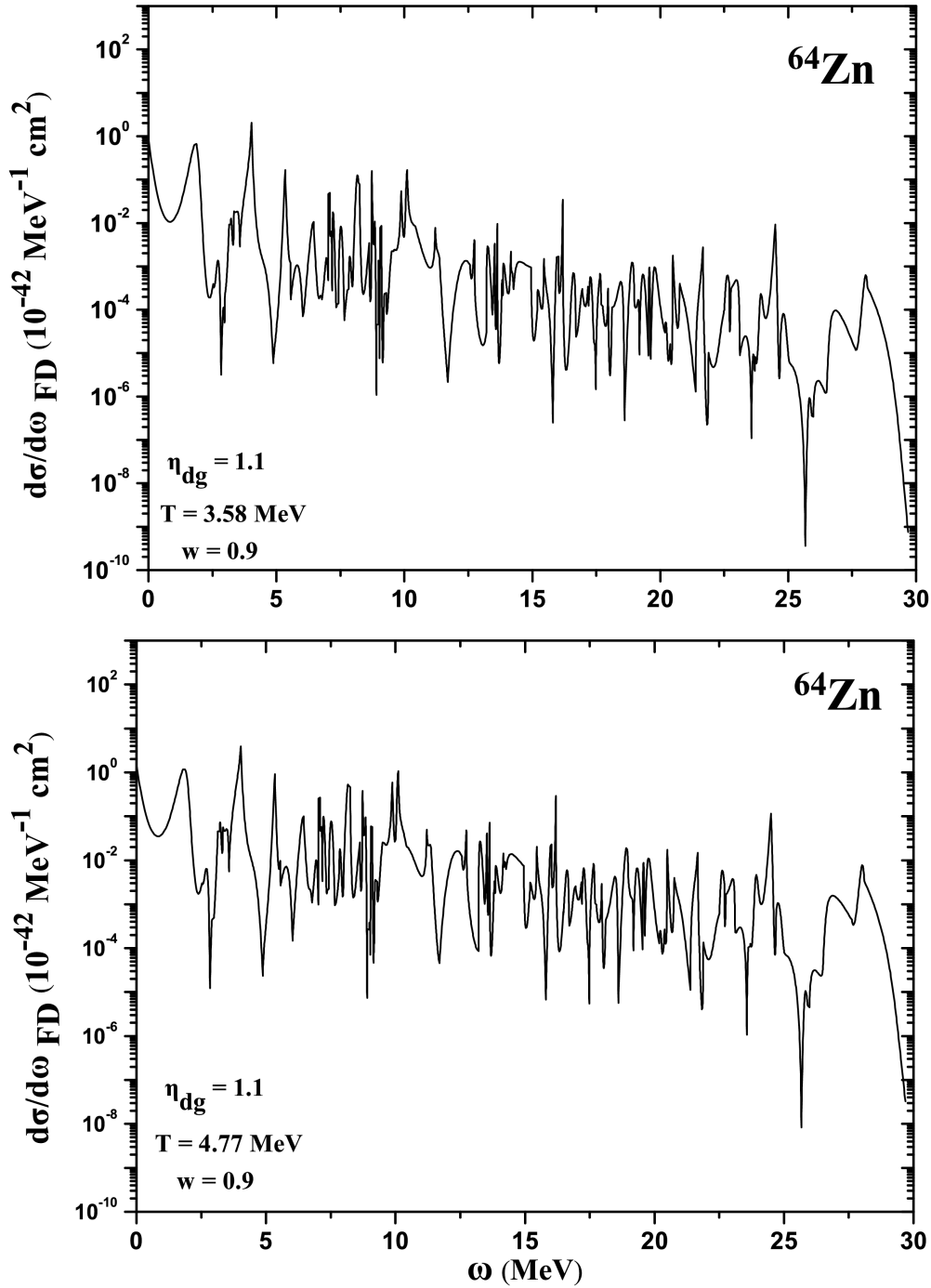
Επίσης, υπάρχει μια καθαρή αύξηση της συνελιγμένης ενεργού διατομής  $[\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega}]_{fold}$  με το πλάτος  $w$  της ενεργειακής κατανομής (Fermi-Dirac ή νόμου δυναμοσειράς), σε όλο το φάσμα διέγερσης του ισοτόπου  $^{64}\text{Zn}$ .

Με τον ίδιο τρόπο, ακολουθώντας τα ανωτέρω βήματα, υπολογίστηκε και μελετήθηκε η αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $[\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega}]_{fold}$ , για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ . Τα αποτελέσματα παριστάνονται στα Σχ. 4.22 και 4.23, χρησιμοποιώντας την κατανομή Fermi-Dirac για παράμετρο πλάτους  $w=0.8$  και  $\eta_{dg}=2.7$ , για τέσσερις διαφορετικές τιμές της παραμέτρου  $T$  (βλέπε Σχ. 4.24, όπου αντί της  $T$  δίνονται οι αντίστοιχες τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , σύμφωνα με τον Πίνακα 4.7).

Η επίδραση της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  του φάσματος των υπερκαινοφανών νετρίνων στην απόκριση του ανιχνευτή  $^{66}\text{Zn}$ , φαίνεται στο Σχ. 4.24, όπου απεικονίζονται οι πιο προεξέχουσες κορυφές της αναδιπλωμένης ενεργού διατομής  $[\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega}]_{fold}$  που ελήφθη ως ανωτέρω για τέσσερις διαφορετικές τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ . Είναι εμφανές ότι, οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές αυξάνονται αυξανόμενης της μέσης

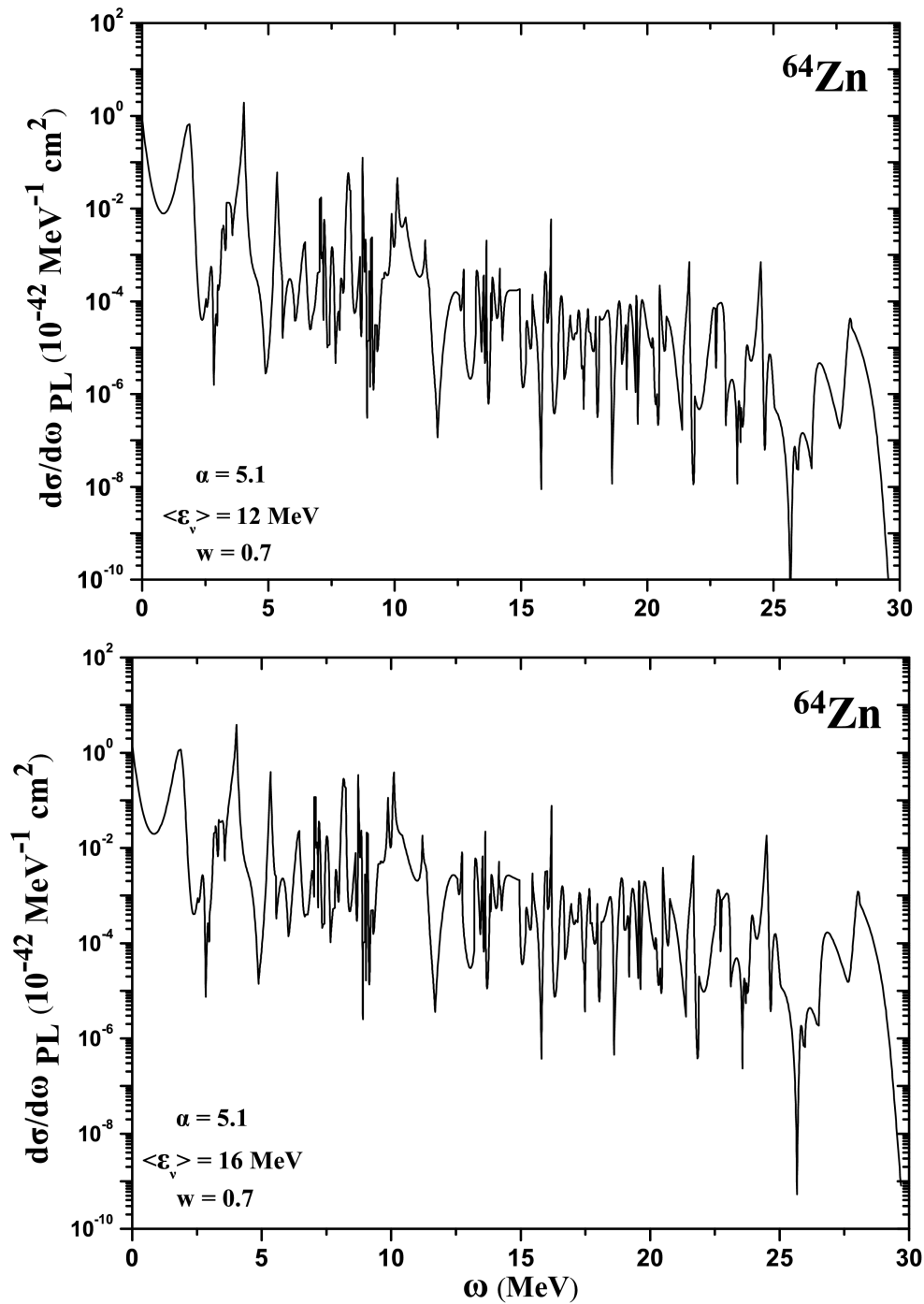


Σχήμα 4.17: Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=3.10 \text{ MeV}$  και  $w=0.8$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=4.14 \text{ MeV}$  και  $w=0.8$  (κάτω).

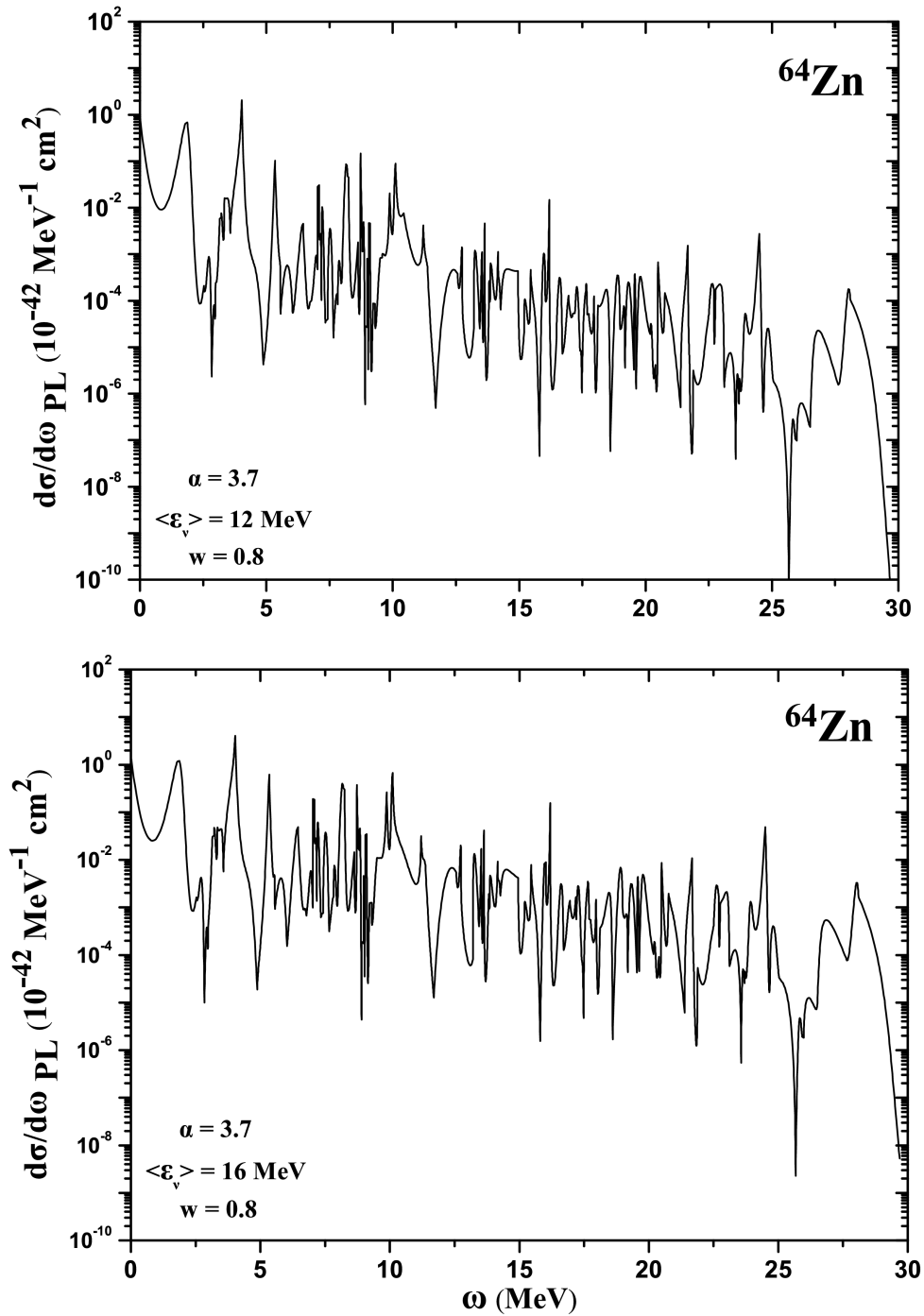


Σχήμα 4.18: Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=1.1$ ,  $T=3.58 \text{ MeV}$  και  $w=0.9$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=1.1$ ,  $T=4.77 \text{ MeV}$  και  $w=0.9$  (κάτω).

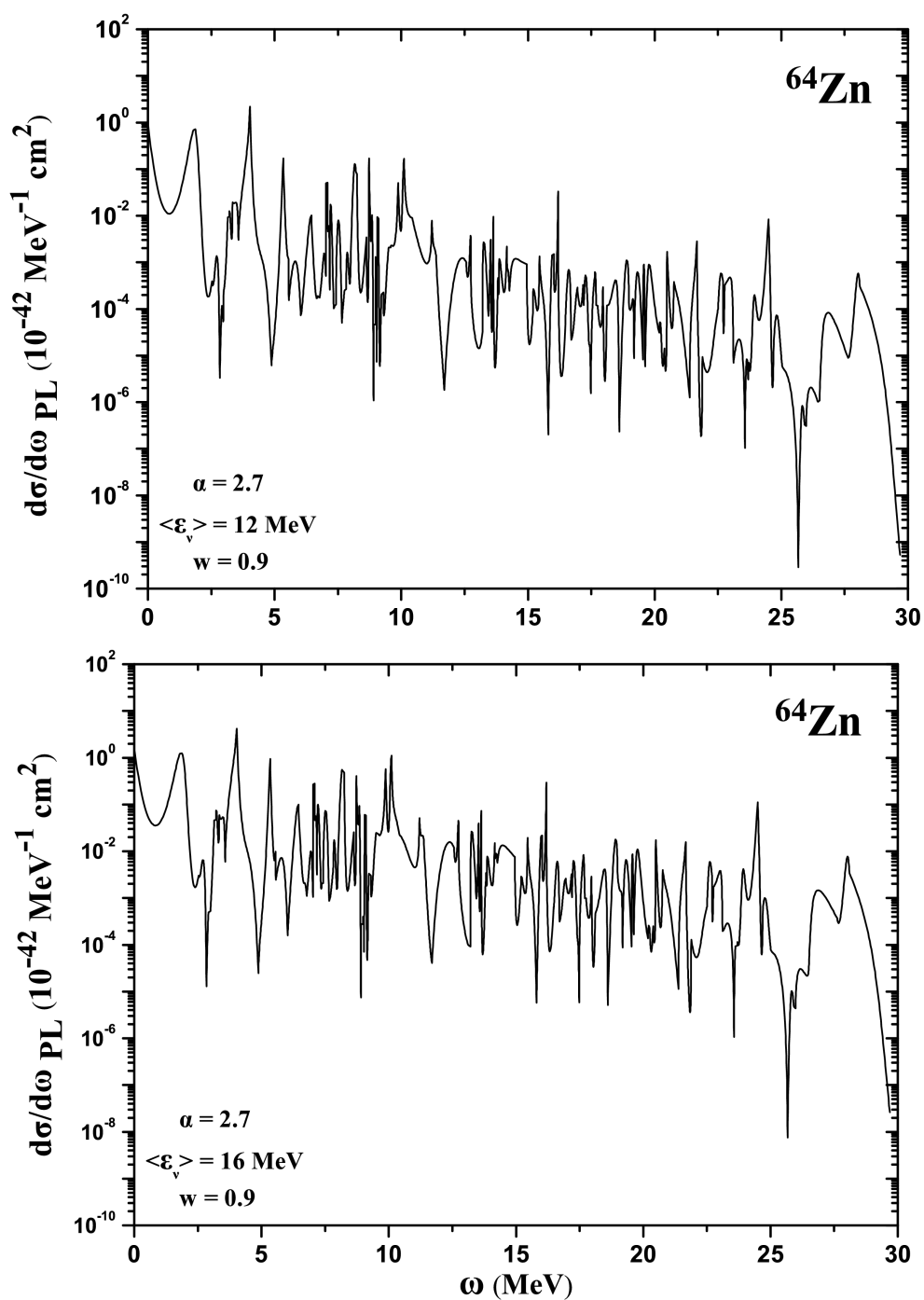




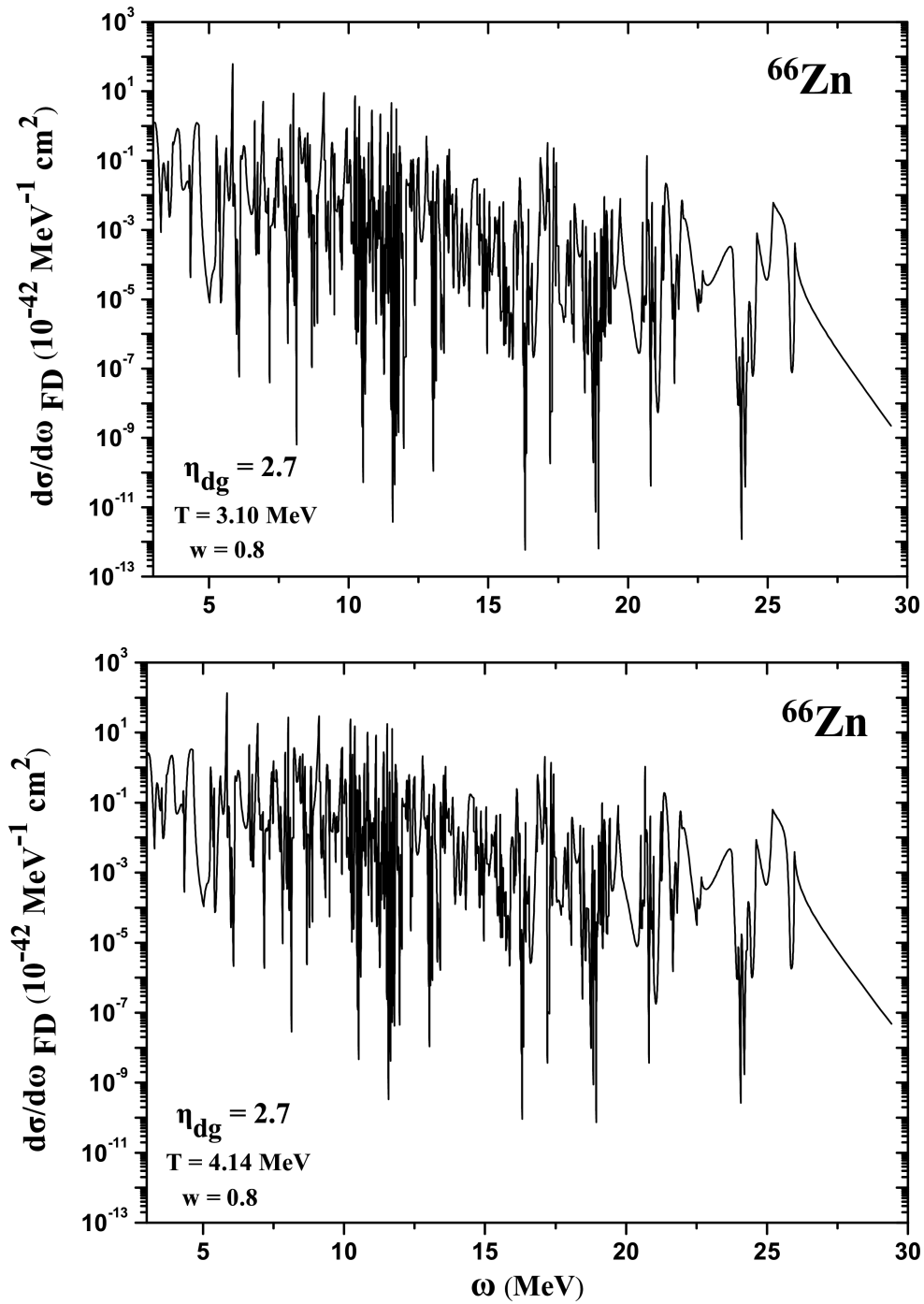
Σχήμα 4.19: Αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ . Η κατανομή Power-law για τιμές των παραμέτρων  $\alpha=5.1$ ,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  και  $\omega=0.7$  (πάνω) και  $\alpha = 5.1$ ,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$  και  $\omega=0.7$  (κάτω).



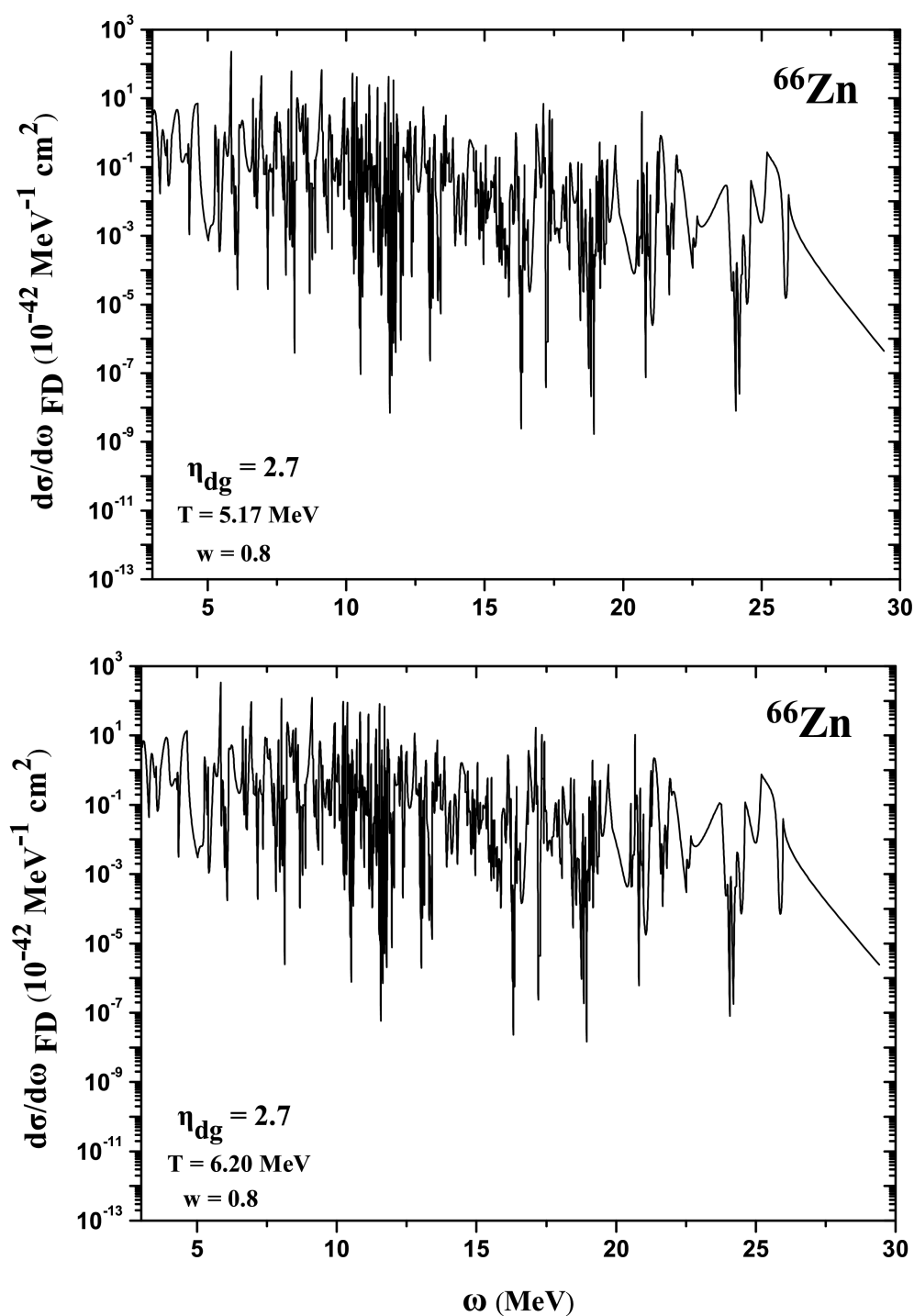
Σχήμα 4.20: Όμοια με το Σχ. 4.19, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\alpha = 3.7$ ,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  και  $w = 0.8$  (πάνω) και  $\alpha = 3.7$ ,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$  και  $w = 0.8$  (κάτω).



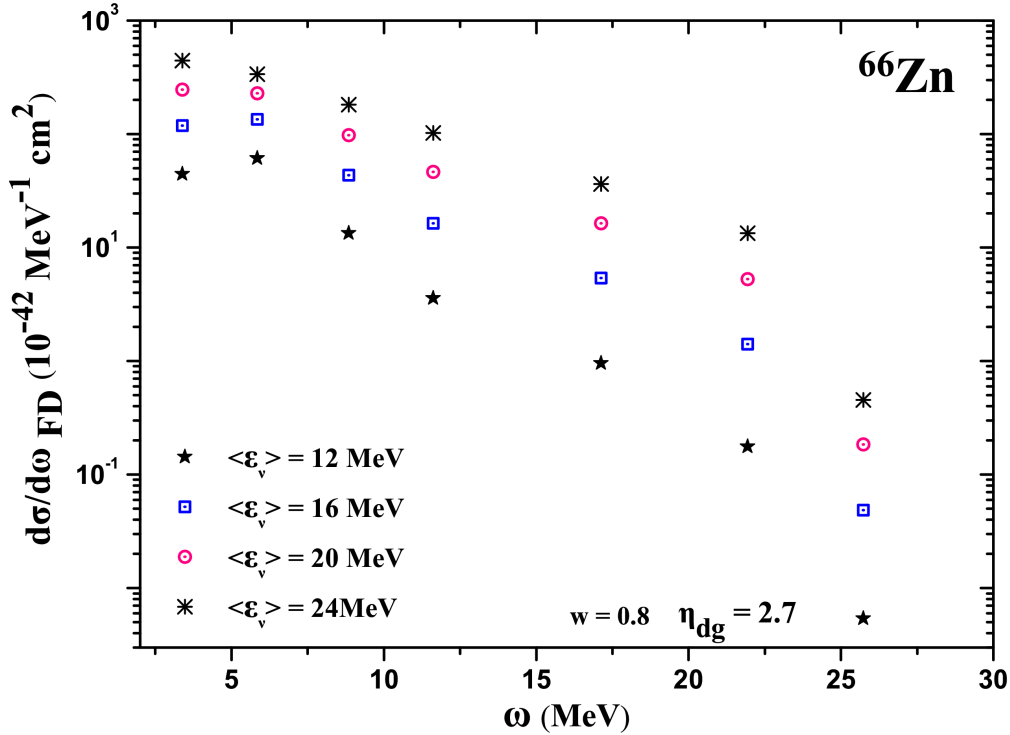
Σχήμα 4.21: Όμοια με το Σχ. 4.19, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\alpha = 2.7$ ,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  και  $w = 0.9$  (πάνω) και  $\alpha = 2.7$ ,  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$  και  $w = 0.9$  (κάτω).



Σχήμα 4.22: Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  και για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T = 3.10 \text{ MeV}$  και  $w=0.8$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T = 4.14 \text{ MeV}$  και  $w=0.8$  (κάτω).



Σχήμα 4.23: Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  και για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=5.17 \text{ MeV}$  και  $w=0.8$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=6.20 \text{ MeV}$  και  $w=0.8$  (κάτω).



Σχήμα 4.24: Επίδραση της μέσης ενέργειας  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  της φασματικής κατανομής νετρίνων (σήματος) στις αναδιπλωμένες διαφορικές ενεργές διατομές  $d\sigma/d\omega$  (στην απόκριση) του ανιχνευτή  $^{66}\text{Zn}$ . Ως φάσμα υπερκαινοφανών νετρίνων έχει υιοθετηθεί μία κατανομή Fermi-Dirac πλάτους  $w=0.8$  και  $\eta_{dg}=2.7$ .

ενέργειας (ή της θερμοκρασίας) των νετρίνων. Η αύξηση αυτή όμως, εξαρτάται και από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του ανιχνευτή και μάλιστα είναι πολύ μεγάλη στις υψηλοενεργειακές διεγέρσεις (περιοχή  $\omega = 25 - 30$  MeV). Αυτό σημαίνει ότι, σήματα υπερκαινοφανών νετρίνων του τύπου  $\nu_x$  και  $\tilde{\nu}_x$ ,  $x = \mu, \tau$  (υψηλές μέσες ενέργειες), προκαλούν πιο έντονη απόκριση στις υψηλές διεγέρσεις του ανιχνευτή (βλέπε Σχ. 2.7).

#### 4.8.2 Συνελιγμένη αθροιστική και ολική ενεργός διατομή στα ισotόπα $^{64,66}\text{Zn}$

Στο επόμενο στάδιο μελέτης της απόκρισης των ισotόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  στα φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων, υπολογίσαμε συνελιγμένες ολικές και σωρευτικές (αθροιστικές) ενεργές διατομές με βάσει τους ορισμούς που εδόθησαν στο Κεφ. 3, Εξς. (3.43) και (3.44), αντίστοιχα.

### Συνελιγμένη σωρευτική (αθροιστική) ενεργός διατομή στα ισότοπα $^{64,66}\text{Zn}$

Για τον ανωτέρω σκοπό, στο Σχ. 4.25, παριστάνεται η μεταβολή της συνελιγμένης αθροιστικής (cumulative) διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega|_{fold}$  με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή  $^{64}\text{Zn}$ . Ως ενεργειακή κατανομή SN-νετρίνων χρησιμοποιήθηκε η Fermi-Dirac δύο παραμέτρων, για τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.7, 0.8, 0.9$  και για τις τιμές της θερμοκρασίας  $T = 2.57, 3.10, 3.58$  MeV (πάνω), καθώς και για θερμοκρασίες  $T = 3.42, 4.14, 4.77$  MeV (κάτω).

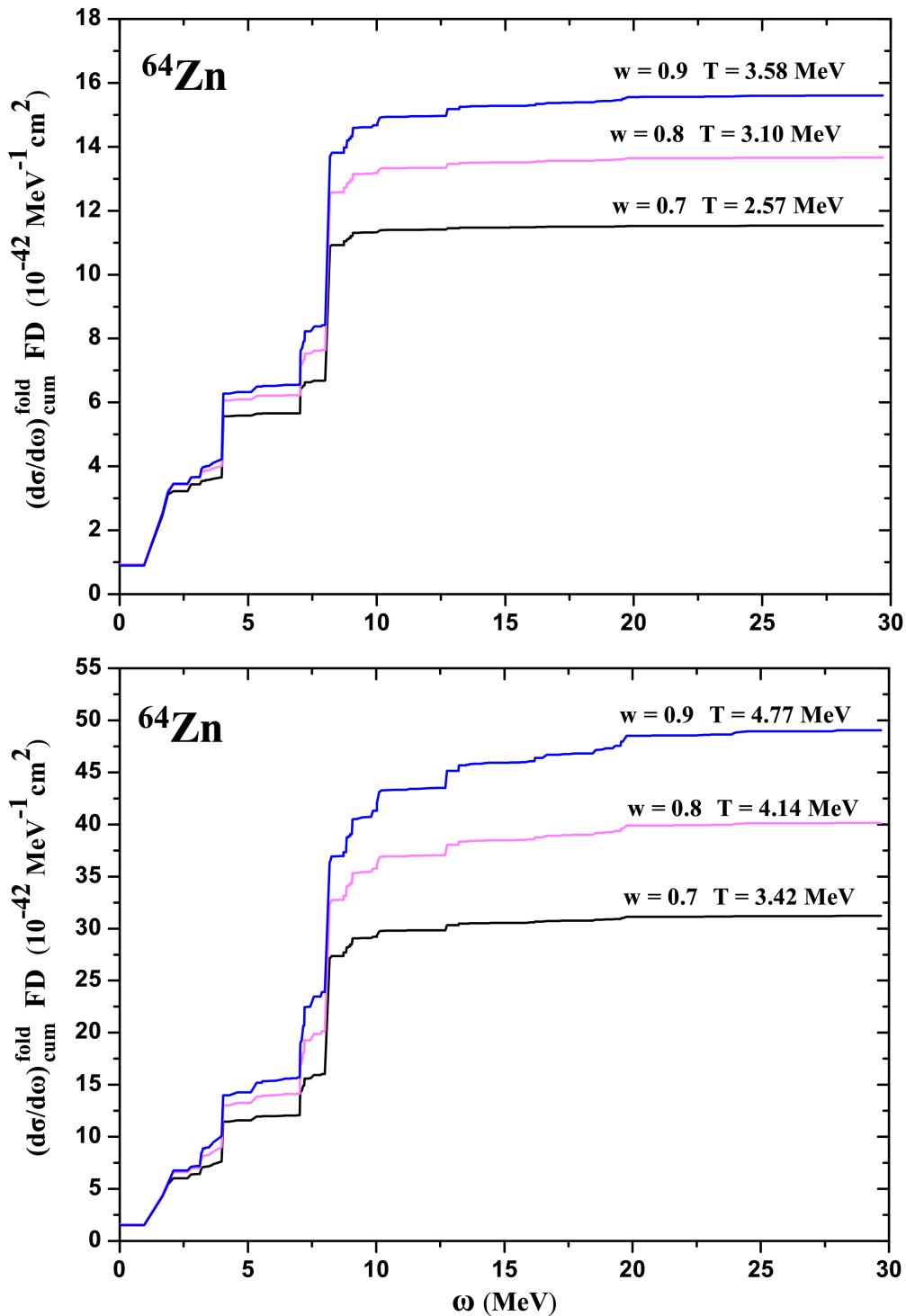
Για λόγους σύγκρισης, η συνέλιξη εκτελέστηκε και με χρήση ισοδύναμων κατανομών Power-law, δηλαδή για τις ίδιες τιμές της παραμέτρου  $w = 0.7, 0.8, 0.9$ , και για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12$  MeV (πάνω),  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV (κάτω).

Παρατηρούμε ότι, σε όλες τις περιπτώσεις η συνεισφορά των δέσμιων καταστάσεων (η οποία είχε αγνοηθεί σε προηγούμενες μελέτες [233, 158]), αν και είναι αρκετά μικρότερη (κατά έναν παράγοντα 2–3) της μέγιστης τιμής, είναι όμως σημαντική για να συμπεριληφθεί στις ολικές ενεργές διατομές. Επίσης, η περιοχή μέγιστης ασυνέχειας της αναδιπλωμένης σωρευτικής ενεργού διατομής ( $\omega \approx 7.5$  MeV) συμπίπτει με την περιοχή γύρω από το μέγιστο της κατανομής, όπως φαίνεται στα Σχ. 4.25 και 4.26. Περαιτέρω, είναι εμφανές από τα παραπάνω Σχήματα ότι, ελαττώνοντας το εύρος του φάσματος, ελαττώνεται σημαντικά και η ενεργός διατομή. Μεταβαίνοντας από την τιμή  $w=0.9$  στην τιμή  $w=0.7$ , η συνελιγμένη ενεργός διατομή ελαττώνεται κατά έναν παράγοντα περίπου 1.5–1.6 για τις τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  που χρησιμοποιήθηκαν.

### Συνελιγμένη ολική ενεργός διατομή στα ισότοπα $^{64,66}\text{Zn}$

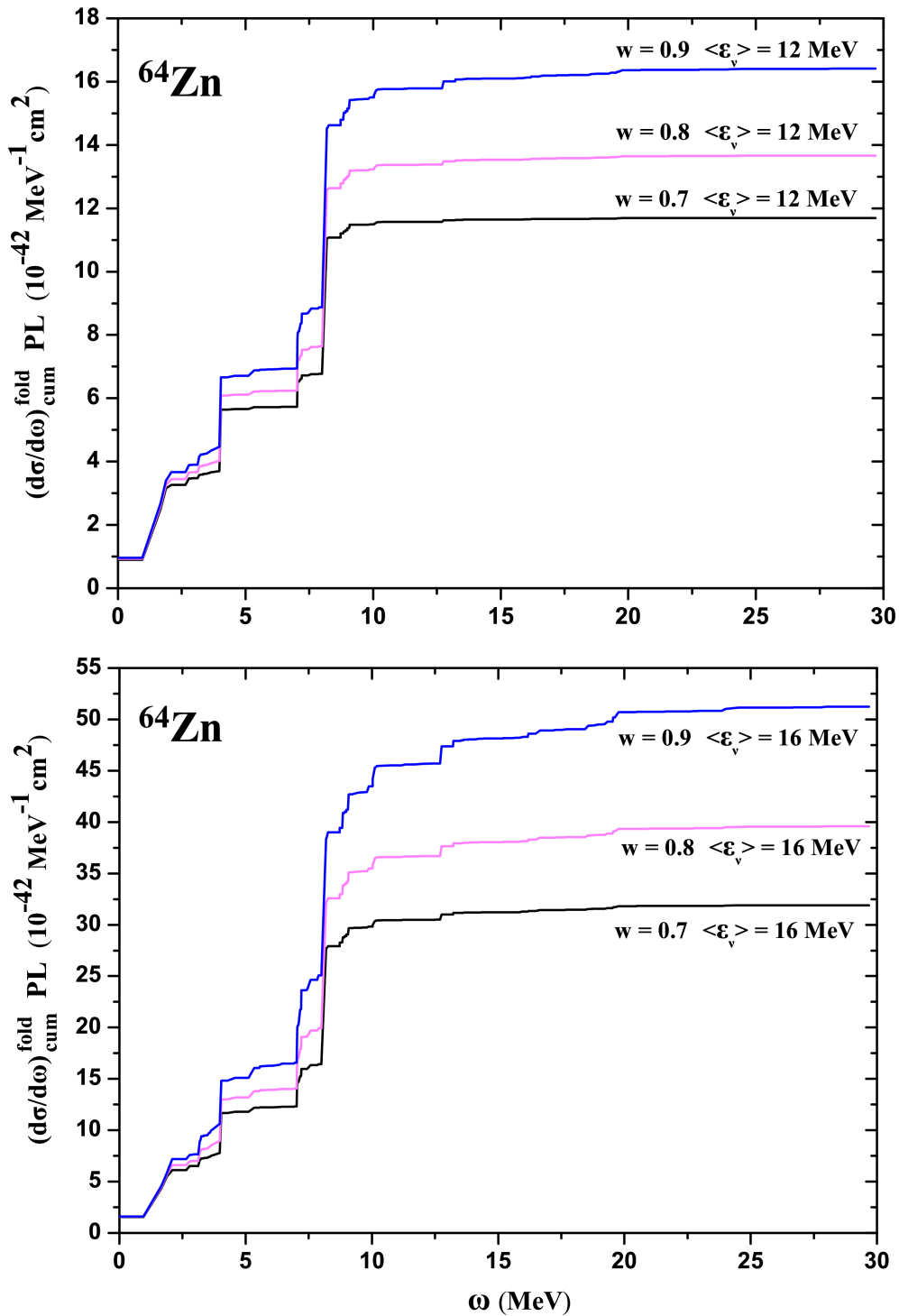
Στα Σχ. 4.27 και 4.28, συγκρίνονται οι αναδιπλωμένες ολικές (αθροιστικές) ενεργές διατομές  $\sigma_{cum}^{fold}(\omega)$ , υπολογισμένων με Fermi-Dirac (συνεχής γραμμή) και Power-Law (διακεκομμένη γραμμή) για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ , για τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w=0.7, 0.8$  και  $0.9$ . Όπως παρατηρούμε, οι διαφορές μεταξύ FD και PL κατανομών γίνονται μεγαλύτερες καθώς η μέση ενέργεια των νετρίνων  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  αυξάνεται. Για όλα τα ζεύγη τιμών των παραμέτρων που χρησιμοποιήθηκαν, το φάσμα PL δίνει μεγαλύτερη αναδιπλωμένη ενεργό διατομή  $\sigma_{cum}^{fold}(\omega)$  και τούτο οφείλεται στο γεγονός ότι η ουρά υψηλής ενέργειας της PL κατανομής βρίσκεται υψηλότερα συγκρινόμενη με εκείνη του FD φάσματος σε αυτή την περιοχή της παραμέτρου. Στην εργασία [235] συμπεραίνεται ότι, η PL κατανομή μας εφοδιάζει με μια ακριβέστερη προσαρμογή στα δεδομένα, το οποίο υιοθετούμε και στην παρούσα εργασία.

Τα αποτελέσματά μας όμως, δείχνουν μια συνολική ελάττωση της πυρηνικής απόκρισης στο σήμα των σουπερνόβα νετρίνων, καθώς η μέση τους ενέργεια ελαττώνεται. Η επίδραση του πλάτους της ενεργειακής κατανομής του σήματος στην απόκριση του ανιχνευτή, είναι μάλλον μικρή σε όλο το φάσμα διέγερσής του. Αυτά τα αποτελέσματα είναι στην πραγματικότητα μια σαφής ένδειξη της σημασίας που έχει η ουρά υψηλών ενεργειών του φάσματος στην απόκριση. Μαζί με την ελάττωση

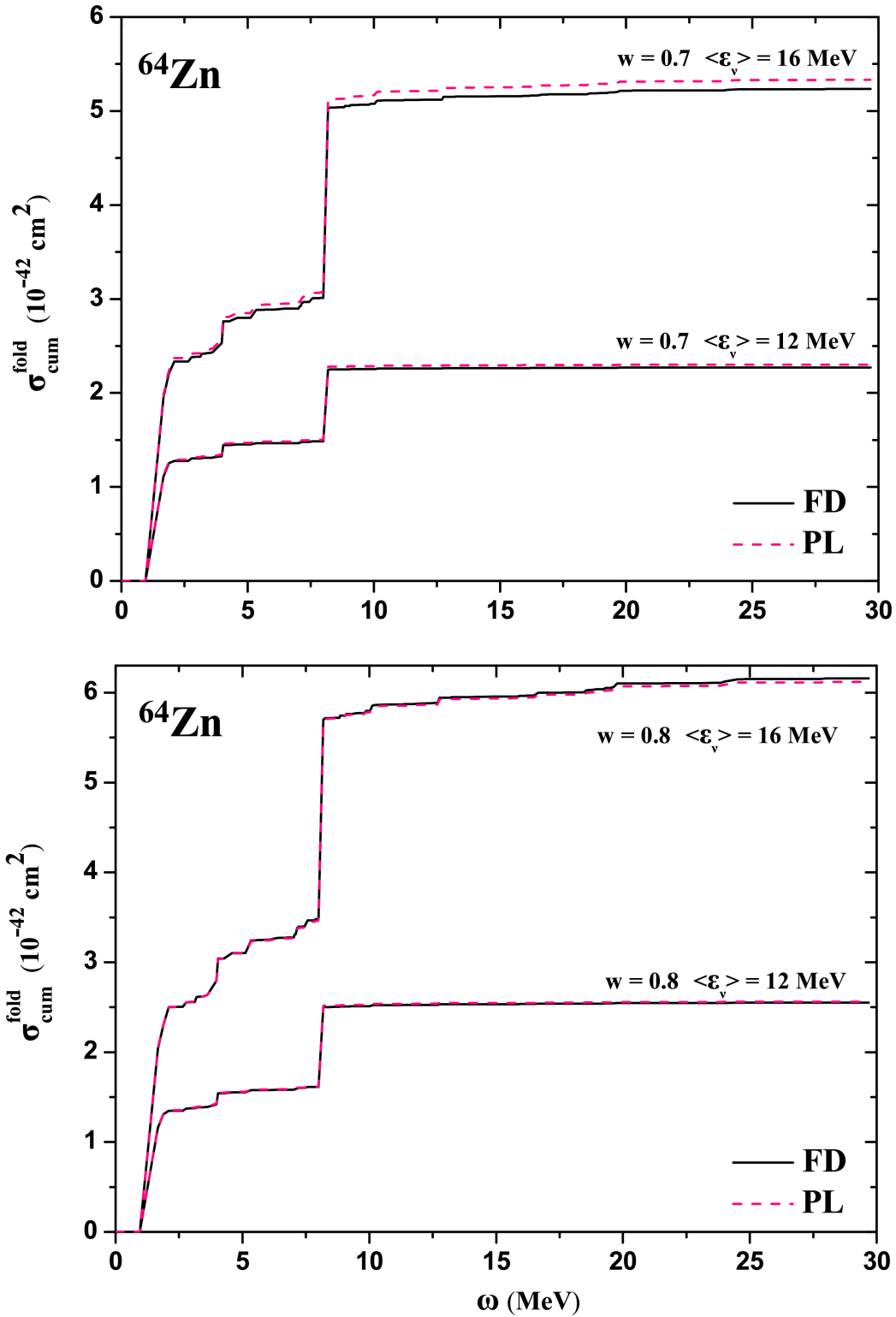


Σχήμα 4.25: Συνελεγμένη cumulative διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{64}\text{Zn}$  με κατανομή (FD), για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$  και για τις τιμές της θερμοκρασίας  $T = 2.57, 3.10, 3.58$  MeV (πάνω) και  $w = 0.7, 0.8, 0.9$  και για τις τιμές της θερμοκρασίας  $T = 3.42, 4.14, 4.77$  MeV (κάτω).

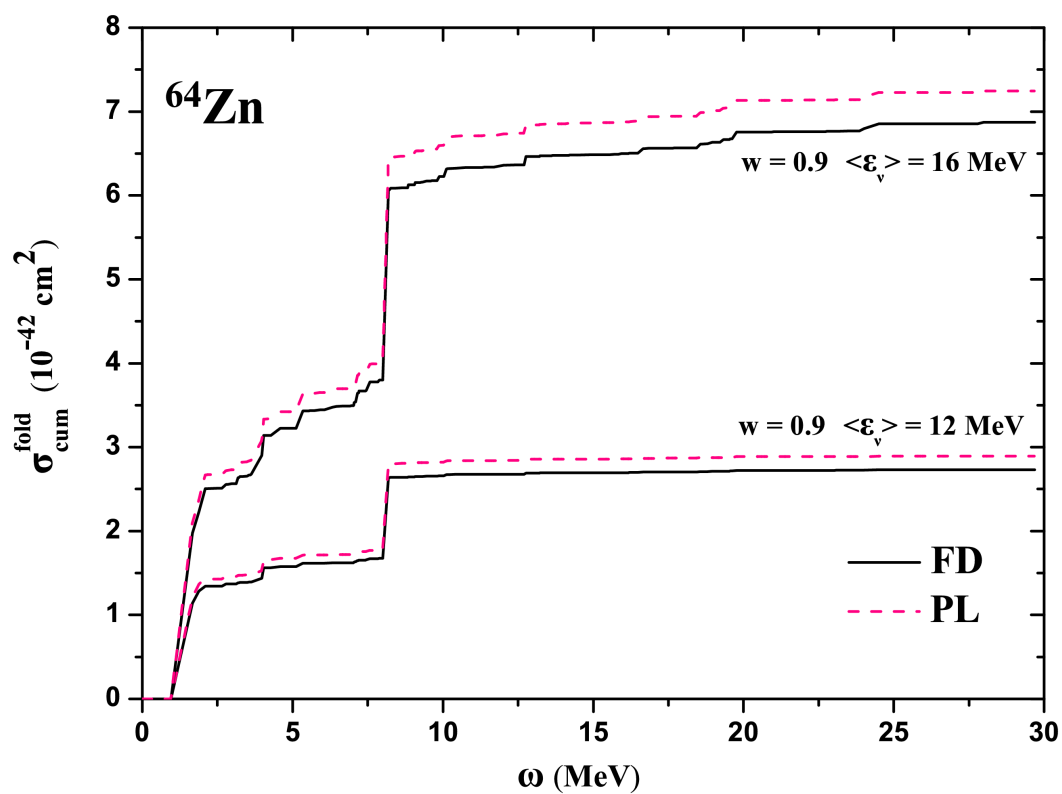




Σχήμα 4.26: Όμοια με το Σχ. 4.25, αλλά με κατανομή Power-law, για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$  και για  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  (πάνω) και για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$  και για  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$  (κάτω).



Σχήμα 4.27: Σύγκριση αναδιπλωμένων cumulative ολικών ενεργών διατομών υπολογισμένων με FD (συνεχής γραμμή) και PL (διακεκομμένη γραμμή) ενεργειακή κατανομή  $SN$ -νετρίνων, για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ . Η τιμή του  $w$ , είναι  $w = 0.7$  (πάνω) και  $w = 0.8$  (κάτω).



Σχήμα 4.28: Όμοια με το Σχ. 4.27, αλλά για  $w = 0.9$ .

του εύρους, το μέγιστο της ενέργειας της κατανομής μετατοπίζεται σε υψηλότερες τιμές, ώστε να διατηρείται σταθερή η μέση ενέργεια.

## 4.9 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο, εκτελέστηκαν λεπτομερειακοί υπολογισμοί ενεργών διατομών των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  με νετρίνα,  $^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64,66}\text{Zn}^*$  και αντινετρίνα,  $^{64,66}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64,66}\text{Zn}^*$ . Μελετήθηκαν ιδιαίτερα τα εξής:

(i). Η εξάρτηση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  από τη γωνία σκέδασης  $\theta$  και την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του συμμετέχοντος στην αντίδραση πυρήνα. Για όλες τις ενέργειες διέγερσης, οι οποίες καλύπτουν την περιοχή  $0 < \omega < 25 - 30$  MeV, η  $d^2\sigma/d\Omega d\omega(\theta, \omega)$  είναι μεγάλη για γωνίες οπισθοσκέδασης ( $\theta \approx 180^\circ$ ), το οποίο οφείλεται στη συνεισφορά των εγκάρσιων όρων του τελεστή αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα.

(ii). Η εξάρτηση της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega(\omega)$ , της ολικής  $\sigma_{tot}(\omega)$  και της σωρευτικής  $\sigma_{cum}(\omega)$  από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα  $\omega$ , για δεδομένη ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  στην περιοχή του μεγίστου των ενεργειακών κατανομών σουπρνόβα νετρίνων, δηλαδή ( $30 \leq \varepsilon_\nu \leq 60$  MeV).

Οι μεγαλύτερες τιμές της  $d\sigma/d\omega(\omega)$ , παρουσιάζονται στις  $1^+$  και  $1^-$  πολυπολικές καταστάσεις. Στις θετικής ομοτιμίας πολυπολικές καταστάσεις παρατηρείται πλούσια διέγερση πέραν της ενέργειας 15–18 MeV, οι οποίες μπορούν να επαχθούν κυρίως με υπερκαινοφανή νετρίνα και από την ουρά υψηλής ενέργειας των hep ηλιακών νετρίνων. Οι διεγέρσεις αρνητικής ομοτιμίας που επάγονται στην ανωτέρω περιοχή, είναι πιο λίγες και με εξαίρεση τις  $1^-$ , συνεισφέρουν λιγότερο. Για αμφότερα τα ισότοπα, η ενεργός περιοχή ενέργειας  $\omega$  των αρνητικής ομοτιμίας καταστάσεων, είναι πολύ στενότερη εκείνης των θετικής ομοτιμίας, συμπίπτει όμως με την δραστική περιοχή της ενεργειακής κατανομής των υπερκαινοφανών νετρίνων.

Από την σύγκριση των ενεργών διατομών νετρίνων και αντινετρίνων, συμπεραίνουμε ότι, στην περίπτωση των μεταπτώσεων κανονικής ομοτιμίας, οι ενεργές διατομές νετρίνων υπερिशύουν, ενώ στις μεταπτώσεις μη-κανονικής ομοτιμίας οι ενεργές διατομές των αντιδράσεων αντινετρίνων είναι μεγαλύτερες. Δεν υπάρχει ουσιαστική διαφορά μεταξύ των ολικών ενεργών διατομών νετρίνων και αντινετρίνων και τούτο οφείλεται, γενικά, στην μικρή συνεισφορά του όρου επικάλυψης αξονικού και πολικού διανυσματικού ρεύματος της αλλ/σης νετρίνου/αντινετρίνου-πυρήνα, αλλά και στο ανωτέρω αποτέλεσμα.

Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας τα πρωτογενή αποτελέσματα των ανωτέρω ενεργών διατομών, μελετήσαμε την απόκριση των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  στα φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων, με τη γνωστή μέθοδο της συνέλιξης (folding), θεωρώντας για ρεαλιστικές ενεργειακές κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων αναλυτικές εκφράσεις δύο παραμέτρων: Fermi-Dirac και κατανομή δυναμοσειράς (Power Law). Μελετήθηκε η συνελιγμένη διαφορική ενεργός διατομή,  $[\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega}]_{fold}$  και η ολική  $\sigma_{cum}^{fold}(\omega)$

καθώς συσσωρεύεται αυξανομένης της διέγερσης του πυρήνα  $\omega$ . Στους υπολογισμούς μας, καλύψαμε ευρεία περιοχή μεταβολής των παραμέτρων των κατανομών, εμπνευσμένοι από τα συμπεράσματα της σύγχρονης έρευνας στον τομέα εξέλιξης μαζικών αστέρων και υπερκαινοφανών κατάρρευσης καρδιάς, τα οποία προσδιορίζουν τις ρεαλιστικές περιοχές μεταβολής των εν λόγω παραμέτρων.

Όπως παρατηρούμε, η συνελιγμένη ενεργός διατομή εξαρτάται έντονα από την μέση ενέργεια των νετρίνων  $\langle \epsilon_\nu \rangle$ . Συγκεκριμένα, υπάρχει μια εμφανής αύξηση της συνελιγμένης ενεργού διατομής με τη μέση  $\langle \epsilon_\nu \rangle$ , για σταθερή τιμή του πλάτους  $w$  της ενεργειακής κατανομής. Επίσης, προκύπτει σημαντική απόκριση των ισοτόπων του  $Zn$  και στην περιοχή των δέσμιων καταστάσεων, δηλαδή υπάρχει μια πλούσια απόκριση των ισοτόπων  $^{64,66}Zn$  στα φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων, όχι μόνο στην περιοχή διεγέρσεων κάτω από το κατώφλι εκπομπής πρωτονίου και νετρονίου, αλλά και στην περιοχή του συνεχούς φάσματος των εν λόγω ισοτόπων.

Είναι γνωστό ότι [2], σε αστροφυσικό περιβάλλον πλούσιο σε πρωτόνια, είναι δυνατή η πυρηνοσύνθεση ορισμένων στοιχείων όπως  $Zn$ ,  $Cu$  και  $Se$  των οποίων οι αλληλεπιδράσεις με νετρίνα δεν καθορίζουν μόνο το κλάσμα  $Y_e$  της ύλης, αλλά επηρεάζουν ισχυρά τη ροή της ύλης. Οι ανωτέρω ενεργές διατομές, μπορούν να υιοθετηθούν και από μαγνητο-υδροδυναμικούς κώδικες αστρικής εξέλιξης (hydrocodes), ιδιαίτερα στο στάδιο της εκρηκτικής πυρηνοσύνθεσης κατά την οποία παράγονται τα ισότοπα του  $Zn$ .



## Κεφάλαιο 5

---

# Απόκριση ισοτόπων $^{128,130}\text{Te}$ στα φάσματα αστροφυσικών νετρίνων

*The career of a young theoretical physicist consists of treating the harmonic oscillator in ever-increasing levels of abstraction.  
Sidney Coleman (1937 - 2007)*

### 5.1 Εισαγωγή

Στο παρόν Κεφάλαιο, εστιάζουμε σε λεπτομερειακή μελέτη των ενεργών διατομών αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων των ισοτόπων του  $\text{Te}$  με νετρίνα και αντινετρίνα. Αρχικά, υπολογίζουμε την συνεισφορά των πολυπολικών καταστάσεων που παίζουν κυρίαρχο ρόλο στις ολικές ενεργές διατομές και στη συνέχεια, μελετάμε την απόκριση των ισοτόπων  $^{128,130}\text{Te}$  ως ανιχνευτών νετρίνων χαμηλής ενέργειας, ισότοπα τα οποία έχουν και την μεγαλύτερη αφθονία στο φυσικό  $\text{Te}$  και στους ανιχνευτές των πειραμάτων COBRA [170, 171, 172] και CUORE (CUORECINO) [43].

Όπως αναφέρθηκε και στο Κεφ. 4, στα τρέχοντα ή σχεδιασμένα πειράματα ανίχνευσης διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης με ανιχνευτές  $\text{CdZnTe}$  και  $\text{CdTe}$  στο πείραμα COBRA και το υλικό  $\text{TeO}_2$  στα πειράματα CUORE και CUORECINO [43], τα ισότοπα του  $\text{Te}$  έχουν μεγάλη περιεκτικότητα (π.χ. στον ανιχνευτή του πειράματος COBRA, τα σταθερά ισότοπα του  $\text{Te}$  συμμετέχουν κατά 40-45 % στο υλικό του) και παίζουν καίριο ρόλο.

Συστηματική έρευνα της απόκρισης αυτών των ισοτόπων στα φάσματα των νετρίνων χαμηλής ενέργειας δεν έχει γίνει μέχρι τώρα. Σκοπός του παρόντος κεφαλαίου είναι η διεξοδική μελέτη της πυρηνικής απόκρισης των ισοτόπων  $^{128,130}\text{Te}$  στα ενεργειακά φάσματα νετρίνων χαμηλής ενέργειας, με έμφαση στα φάσματα των υπερκαινοφανών νετρίνων. Αρχικά, υπολογίζουμε ενεργές διατομές της ελαστικής και μη ελαστικής σκέδασης νετρίνων πάνω στα ισότοπα αυτά, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο QRPA. Στη συνέχεια, χρησιμοποιώντας κατάλληλη παραμετροποίηση των ενεργειακών κατανομών σουπερνόβα νετρίνων Fermi-Dirac και Power-Law, υπολογίζουμε την αναδίπλωσή των, με την διπλή διαφορική, την απλή διαφορική, και την ολική ενεργό διατομή. Αυτές, αντανακλούν την απόκριση των εν λόγω ανιχνευτών στα φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων (SN-νετρίνων).

Ισότοπο	$Q(\text{keV})$	Αφθονία (%)	Διαδικασία
$^{128}\text{Te}$	868	31.7	$\beta^-\beta^-$
$^{130}\text{Te}$	2529	33.8	$\beta^-\beta^-$
$^{120}\text{Te}$	1722	0.1	$EC/EC, \beta^+/EC$

Πίνακας 5.1: Διαδικασίες διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης των ισοτόπων του  $\text{Te}$ . Τα ισότοπα αυτά, περιέχονται στους ανιχνευτές  $\text{CdTe}$  και  $\text{CdZnTe}$ .

## 5.2 Τα ισότοπα του $\text{Te}$ στον ανιχνευτή COBRA

Τα ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$  που μελετάμε στο παρόν Κεφάλαιο, αποτελούν κύριο μέρος του ανιχνευτή του πειράματος διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης COBRA, του οποίου το μεγάλο πλεονέκτημα σε σύγκριση με τους σπινθηριστές, σχετίζεται με το γεγονός ότι, τα ισότοπα που εκπέμπουν διπλή  $\beta$ -ακτινοβολία (βλέπε Πίνακα 5.1), είναι μέρος αυτού τούτου του ανιχνευτή. Ένα άλλο πλεονέκτημα των ανωτέρω κατανομών, είναι το γεγονός ότι, σε αντίθεση με τους ανιχνευτές σπινθηρισμού, αυτοί έχουν πολύ καλή ενεργειακή ανάλυση.

Στην περίπτωση του ανιχνευτή  $\text{CdZnTe}$ , υπάρχουν πέντε  $\beta^-\beta^-$  εκπομπές και τέσσερις  $\beta^+\beta^+$  εκπομπές, ενώ στην περίπτωση του  $\text{CdTe}$  τέσσερις  $\beta^-\beta^-$  και τρεις  $\beta^+\beta^+$  [170, 171, 172]. Στον Πίνακα 5.1, φαίνονται οι διαδικασίες διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης των σημαντικότερων ισοτόπων του  $\text{Te}$  που περιέχονται στους ανιχνευτές  $\text{CdTe}$  και  $\text{CdZnTe}$ .

### 5.2.1 Προσδιορισμός παραμέτρων πυρηνικής δομής ισοτόπων $^{128,130}\text{Te}$

Για την περιγραφή των πυρηνικών μεταπτώσεων που επάγονται από την αλληλεπίδραση του νετρίνου με τα ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$ , χρησιμοποιήθηκε η pp-QRPA και nn-QRPA [137, 161, 183], η οποία όπως συζητήθηκε και στο Κεφ. 3, μπορεί θεωρητικά να υιοθετήσει μεγάλο αριθμό μονοσωματιακών καταστάσεων ως ενεργό χώρο σθένους. Έτσι, επιλέγεται ένα περιορισμένο υποσύνολο του μορφικού χώρου (configuration space) δύο ημισωματίων με ενεργή αλληλεπίδραση δύο σωματίων, ικανή να περιγράφει ικανοποιητικά τις ανωτέρω διεγέρσεις [250]. Αν και δεν υπάρχει αυστηρή διαδικασία καθορισμού του πλήθους των ενεργειακών επιπέδων που θα χρησιμοποιήσουμε ως ενεργό χώρο σθένους (βλέπε Κεφ. 3), για τη μελέτη των ισοτόπων του  $\text{Te}$  επιλέγουμε τα κατωτέρω 15 μονοσωματιακά ενεργειακά επίπεδα:  $1p-0f-2s-1d-0g-2p-1f-0h$  (περιλαμβανομένων παντού αμφοτέρων των υποφλοιών  $j = l \pm 1/2$ ). Όπως έχει τονιστεί, με την μέθοδο προσέγγισης τυχαίας φάσης με



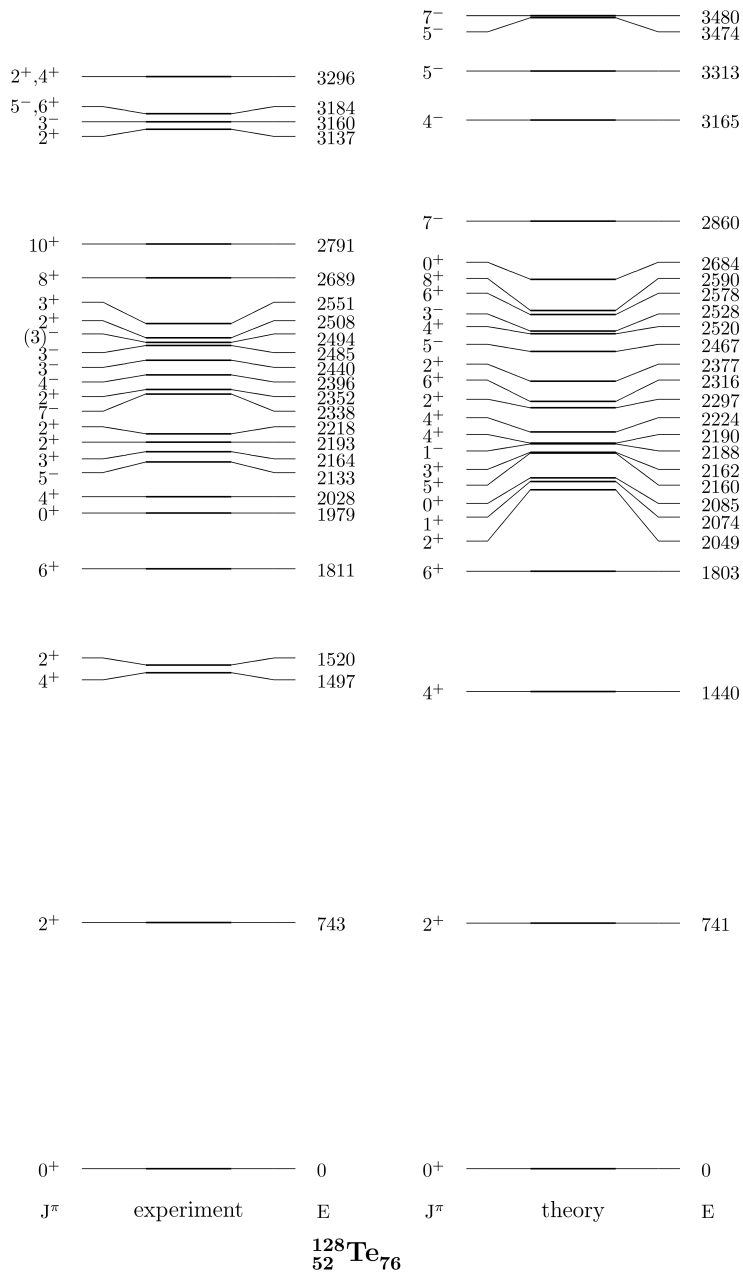
Πυρήνας	b (fm)	$g_{pair}^n$	$g_{pair}^p$	$S_n$	$S_p$	$\Delta_p^{exp}$	$\Delta_p^{th}$	$\Delta_n^{exp}$	$\Delta_n^{th}$
$^{128}Te$	2.252	1.088	0.875	8.775	9.574	1.093	1.103	1.294	1.293
$^{130}Te$	2.257	1.067	0.832	1.772	1.282	1.017	0.997	1.206	1.207

Πίνακας 5.2: Παράμετροι μεγέθους αρμονικού ταλαντωτή  $b$  και παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια  $g_{pair}^n$  και πρωτόνια  $g_{pair}^p$ . Στον πίνακα καταχωρούνται επίσης οι ενέργειες διαχωρισμού πρωτονίου,  $S_p$ , και νετρονίου,  $S_n$ , με βασει τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των ενεργειακών χάσμάτων  $\Delta_p^{th}$  και  $\Delta_n^{th}$ .

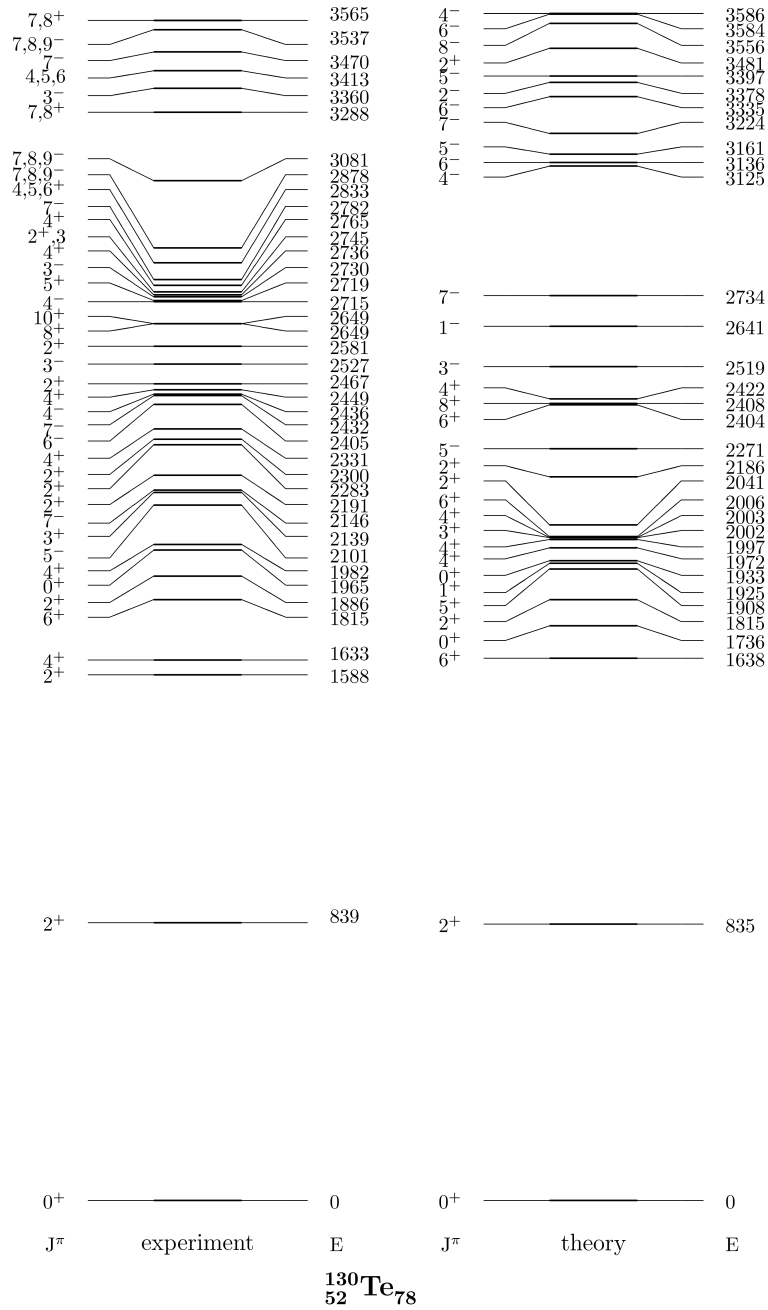
ημισωμάτια (QRPA), ακόμα και για μέσου βάρους πυρήνες όπως είναι οι  $^{128,130}Te$ , είναι δυνατή η επιλογή αρκετά μεγάλου χώρου μοντέλου. Οι ενέργειες απλού σωματιδίου, υπολογίζονται με δυναμικό Woods-Saxon το οποίο περιλαμβάνει διόρθωση Coulomb για την αλληλεπίδραση πρωτονίου-πρωτονίου (Coulomb corrected Woods-Saxon potential), με μικρές αλλαγές στην παραμετροποίηση σε σύγκριση με ό,τι χρησιμοποιήθηκε στα ισότοπα του  $Zn$  στο Κεφ. 4.

Ως ρεαλιστική αλληλεπίδραση δύο σωμάτων, χρησιμοποιήθηκε το δυναμικό αλληλεπίδρασης νουκλεονίου-νουκλεονίου Bonn C, μια ενεργός αλληλεπίδραση η οποία (ως ένα βαθμό) εξαρτάται από το μέγεθος της μονοσωματιακής βάσης η οποία επιλέγεται με τον ενεργό χώρο σθένους. Αλλαγή της βάσης, συνεπάγεται ελαφρά τροποποίηση και της αλληλεπίδρασης, όπως διαπιστώθηκε με τις επιπλέον δοκιμαστικές χρήσεις βάσης 11 και 18 ενεργειακών επιπέδων. Επίσης, έγινε προκαταρκτική χρήση της εναπομένουσας αλληλεπίδρασης του δυναμικού Bonn C-D, που όμως δεν διαφοροποιεί αισθητά τα αποτελέσματα στις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων. Σε αντιδράσεις μεταβολής φορτίου, όπου απαιτείται χρήση της p-n QRPA, η επίδραση είναι μεγαλύτερη [250].

Οι ενέργειες διαχωρισμού πρωτονίου,  $S_p$ , και νετρονίου,  $S_n$ , οι οποίες απαιτούνται για τον προσδιορισμό των παραμέτρων ζεύγους  $g_{pair}^{p,n}$  για τους πυρήνες  $^{128,130}Te$ , ελήφθησαν από την αναφορά [145], οι δε τιμές που ευρέθησαν για τα ενεργειακά χάσματα  $\Delta_p^{exp}$  και  $\Delta_n^{exp}$  φαίνονται στον Πίνακα 5.2. Στη συνέχεια, οι παράμετρος  $g_{ph}$  και  $g_{pp}$  προσδιορίστηκαν ξεχωριστά για κάθε σύνολο πολυπολικών καταστάσεων  $J^\pi$ , όπως εξηγήθηκε στο Κεφ. 4 και οι τιμές που προέκυψαν είναι καταχωρημένες στον Πίνακα 5.3. Πρέπει να σημειωθεί ότι, η παράμετρος  $g_{ph}$  είναι η μόνη παράμετρος η οποία επηρεάζει πολύ μερικές φορές τη χαμηλότερη συλλογική κατάσταση (collective state), ενώ αφήνει σχεδόν ανεπηρέαστες τις άλλες. Στον πίνακα 5.3, οι τιμές των  $g_{ph}$  και  $g_{pp}$  δίνονται χωριστά για τις πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας, για  $J^+ = 0^+, 1^+, \dots, 8^+$ , και αρνητικής ομοτιμίας, για  $J^- = 0^-, 1^-, \dots, 8^-$  (για μεγαλύτερες τιμές του  $J$  η συνεισφορά στην ενεργό διατομή θεωρήθηκε αμελητέα). Παρατηρούμε ότι, με λίγες εξαιρέσεις (π.χ. κατάσταση  $0^+$  και για τα δύο ισότοπα, καταστάσεις  $3^+$  και  $4^+$  για το  $^{130}Te$ ), οι τιμές των  $g_{ph}$  και  $g_{pp}$  βρίσκονται



Σχήμα 5.1: Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων ενεργειακά διεγέρσεων του ισοτόπου  $^{128}\text{Te}$  που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο QRPA (δεξιά). Οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές του φάσματος σχεδιάστηκαν επίσης (αριστερά).



Σχήμα 5.2: Όμοια με το Σχ. 5.1, αλλά για το ισότοπο  $^{130}Te$ .

	$^{128}\text{Te}$		$^{130}\text{Te}$			$^{128}\text{Te}$		$^{130}\text{Te}$	
$J^+$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$J^-$	$g_{ph}$	$g_{pp}$	$g_{ph}$	$g_{pp}$
$0^+$	0.450	0.368	0.722	0.311	$0^-$	0.950	0.950	1.000	1.000
$1^+$	1.200	1.000	0.570	0.450	$1^-$	1.000	0.530	1.000	0.520
$2^+$	0.910	0.730	0.910	0.700	$2^-$	1.000	1.000	1.000	1.000
$3^+$	1.000	1.000	0.050	0.050	$3^-$	1.000	0.800	0.960	0.800
$4^+$	0.900	1.100	0.200	0.100	$4^-$	1.050	1.050	1.000	1.000
$5^+$	0.900	0.900	0.800	0.800	$5^-$	1.140	1.140	1.250	1.350
$6^+$	0.950	0.950	0.850	0.750	$6^-$	1.050	1.050	1.250	1.250
$7^+$	1.000	1.000	1.200	1.250	$7^-$	1.150	1.150	1.250	1.250
$8^+$	0.670	0.330	1.000	1.000	$8^-$	0.800	0.700	1.200	1.200

Πίνακας 5.3: Παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματίου-οπής,  $g_{ph}$ , και σωματίου-σωματίου,  $g_{pp}$ , στους πυρήνες  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$ . Οι ανωτέρω παράμετρος (διαφορετικές για κάθε πολυπολική διεγέρση), προσδιορίστηκαν έτσι ώστε να αποδίδεται το αντίστοιχο πειραματικό ενεργειακό φάσμα των χαμηλά κειμένων διεγέρσεων ( $\omega \leq 5$  MeV) του κάθε πυρήνα.

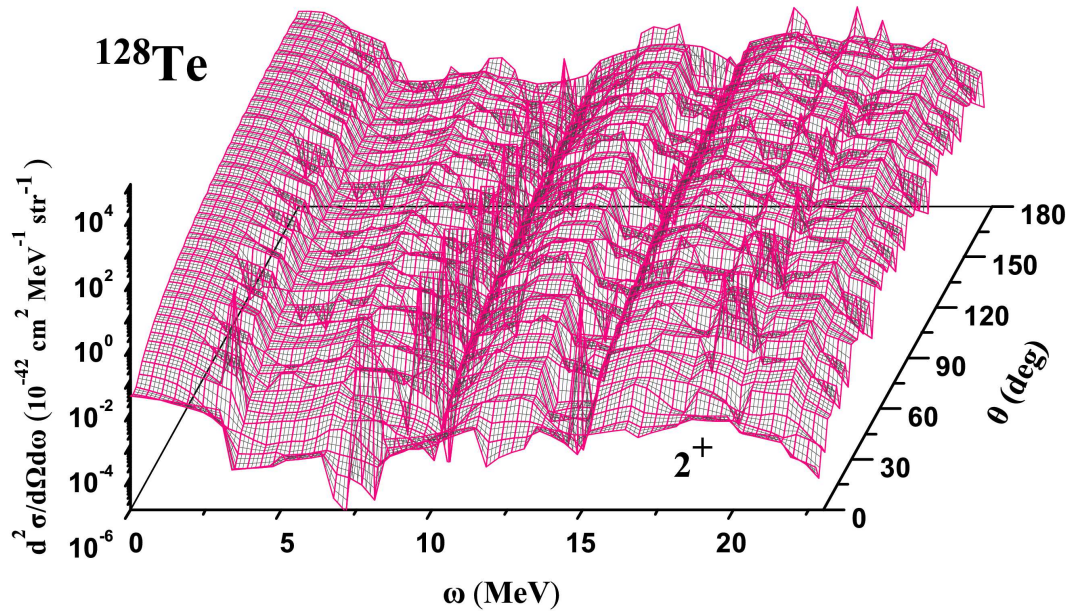
στην ρεαλιστική περιοχή τιμών ( $0.8 \leq g_{ph}, g_{pp} \leq 1.2$ ).

Τα χαμηλοενεργειακά φάσματα διεγέρσης ( $\omega \leq 4$  MeV) που υπολογίστηκαν για τα μελετούμενα ισότοπα του  $\text{Te}$ , φαίνονται στο Σχ. 5.1 για το  $^{128}\text{Te}$  και 5.2 για το  $^{130}\text{Te}$ . Υπάρχει πολύ καλή συμφωνία του θεωρητικού (δεξιά) και πειραματικού (αριστερά) φάσματος και στα δύο ισότοπα.

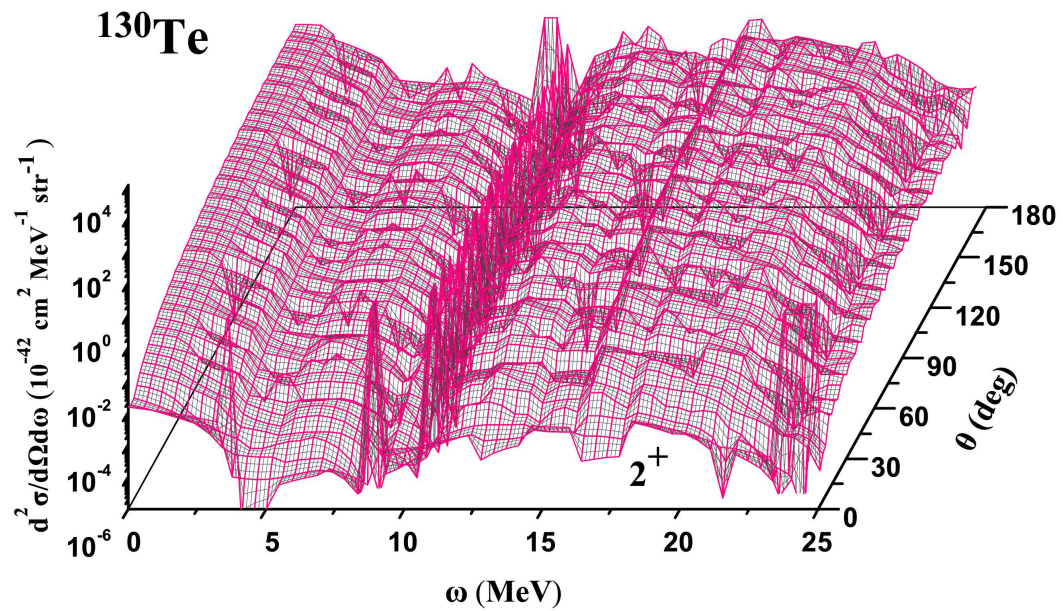
### 5.3 Πρωτογενή αποτελέσματα διπλής διαφορικής ενεργού διατομής

Στην πρώτη φάση μελέτης των αντιδράσεων  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}$ , εκτελέστηκαν λεπτομερειακοί υπολογισμοί κατάσταση-προς-κατάσταση (state-by-state) της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ , υπολογίζοντας την συνεισφορά όλων των τελικών καταστάσεων ( $J^\pi \leq 8^\pm$ ) που επάγονται κατά τις ανωτέρω αντιδράσεις.

Από τα πρωτογενή αποτελέσματα της  $d^2\sigma/d\Omega d\omega(\omega, \theta)$ , διερευνήθηκε η κυριαρχία στην συνεισφορά πολυπολικών καταστάσεων για διάφορες ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  (η θεώρηση νετρίνων δεδομένης ενέργειας,  $\varepsilon_\nu = \text{σταθ.}$ , αντιστοιχεί με μονοχρωματική δέσμη νετρίνων). Τα αποτελέσματα για τις πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$  και ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 40$  MeV, φαίνονται στα τρισδιάστατα Σχ. 5.3 και 5.4, για το  $^{128}\text{Te}$  και για το  $^{130}\text{Te}$ , αντίστοιχα. Είναι προφανές ότι, υπάρχει μεγάλη ποιοτική ομοιότητα της  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  με εκείνη των 3-διάστατων σχη-



Σχήμα 5.3: Πρωτογενή αποτελέσματα της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής της αντίδρασης  $^{128}\text{Te}(\nu, \nu')^{128}\text{Te}^*$  για τις κυρίαρχες  $2^+$  καταστάσεις ( $\epsilon_\nu = 40 \text{ MeV}$ ).



Σχήμα 5.4: Όμοια με το Σχ. 5.3, αλλά για το  $^{130}\text{Te}$ .

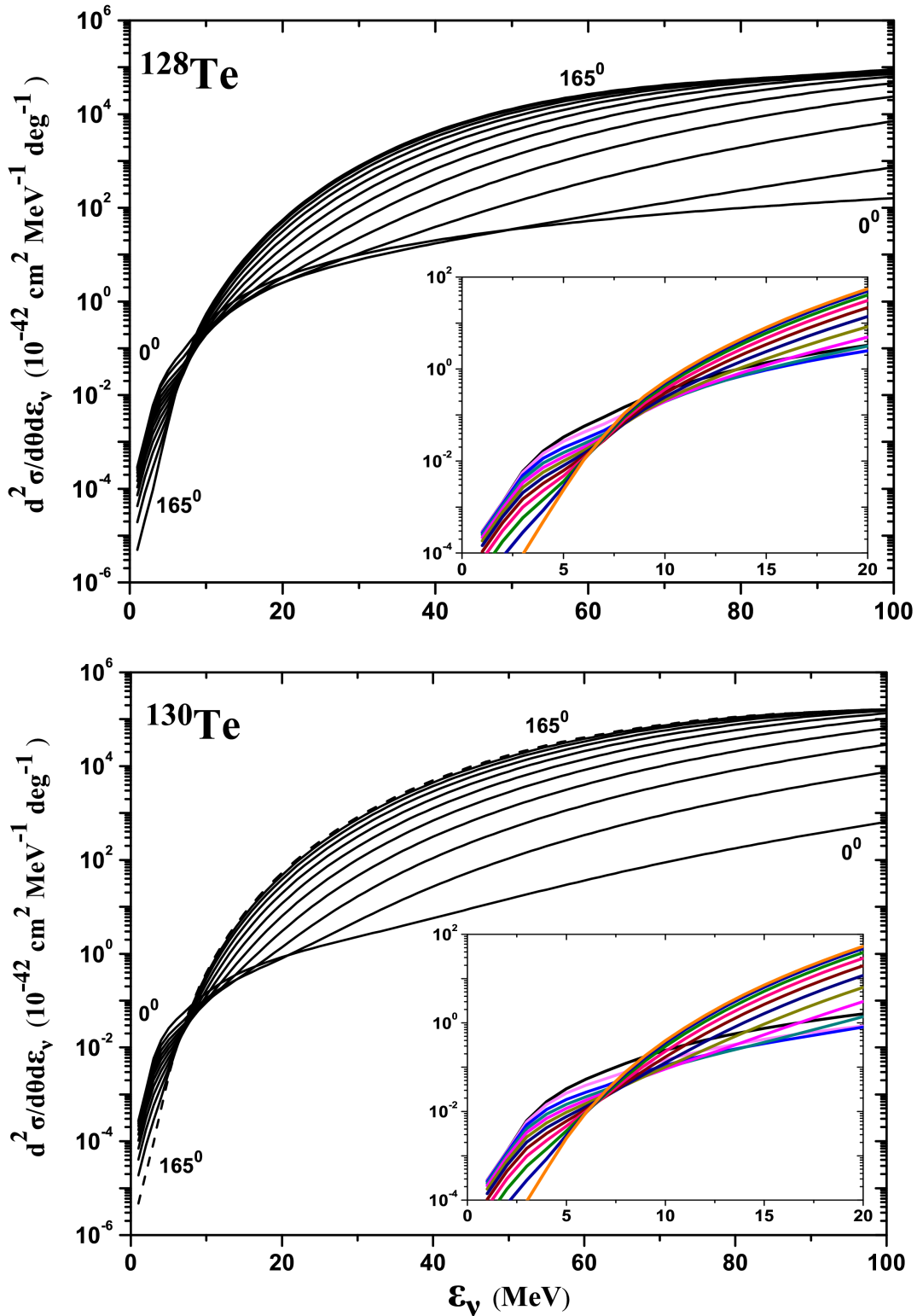
μάτων των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  που συζητήσαμε στο Κεφ. 4. Όμως, στην περιοχή γύρω στα  $\omega \approx 10$  MeV, η μεταβολή της  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  στα  $^{128,130}\text{Te}$  παρουσιάζει πολύ πιο έντονη ασυνέχεια. Επίσης, συγκρίνοντας τα αποτελέσματα που λάβαμε για τα ισότοπα  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$ , μεταξύ των, παρατηρούμε ότι, η μεταβολή με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$ , είναι πολύ πιο ανώμαλη στην περίπτωση του  $^{130}\text{Te}$ . Γενικότερα, η  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  μεταβάλλεται πιο ομαλά στην περίπτωση των ελαφρότερων ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$  παρά στα ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$ , στα οποία οι αντίστοιχες ενεργές διατομές είναι και πολύ μεγαλύτερες. Σε ό,τι αφορά την ποσοτική σύγκριση, η  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$  είναι μεγαλύτερη για το  $^{128}\text{Te}$  στην περιοχή των δέσμιων καταστάσεων και για προσωσκέδαση, και μεταβάλλεται πιο απότομα σαν συνάρτηση της γωνίας σκέδασης  $\theta$ , έτσι, σε γωνίες οπισθοσκέδασης είναι μεγαλύτερη εκείνης του  $^{130}\text{Te}$ .

Η εξάρτηση της ολικής (σε όλο το φάσμα της  $\omega$ ) διαφορικής ενεργού διατομής,  $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu(\theta, \varepsilon_\nu)$  από την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  και τη γωνία σκέδασης  $\theta$ , μελετήθηκε αυξάνοντας τη γωνία σκέδασης από  $\theta = 0$  μέχρι  $\theta = \pi$  με βήμα  $\theta = 15^\circ$  και την ενέργεια  $\varepsilon_\nu$  στην περιοχή  $0 \leq \varepsilon_\nu \leq 100$  MeV, με βήμα 1 MeV. Τα αποτελέσματα απεικονίζονται στο Σχ. 5.5 (πάνω) για το  $^{128}\text{Te}$  και (κάτω) για το  $^{130}\text{Te}$ , από όπου παρατηρούμε ότι, υπάρχει ομαλή πτώση της ενεργού διατομής με τη γωνία σκέδασης για αρχική ενέργεια νετρίνου στην περιοχή  $\varepsilon_\nu \leq 5 - 6$  MeV. Για μεγαλύτερες ενέργειες και ειδικότερα για ενέργειες της περιοχής  $\varepsilon_\nu \geq 10$  MeV, η εξάρτηση της  $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu(\theta)$  από την  $\varepsilon_\nu$ , τείνει να αντιστραφεί, γεγονός το οποίο θυμίζει την κυριαρχία των εγκάρσιων τελεστών στη σκέδαση ηλεκτρονίων (περίπτωση ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων) για υψηλές ενέργειες, καθώς αυξάνεται η γωνία σκέδασης. Η περιοχή αναστροφής της συμπεριφοράς στις καμπύλες (όπως φαίνεται στα ένθετα του Σχ. 5.5), συμπίπτει με την αντίστοιχη περιοχή σκέδασης ηλεκτρονίων πάνω σε πυρήνες [246, 261]. Σημειώνουμε επίσης ότι, δεν υπάρχει αισθητή διαφορά μεταξύ των αποτελεσμάτων της  $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu(\theta, \varepsilon_\nu)$  στα δύο ισότοπα.

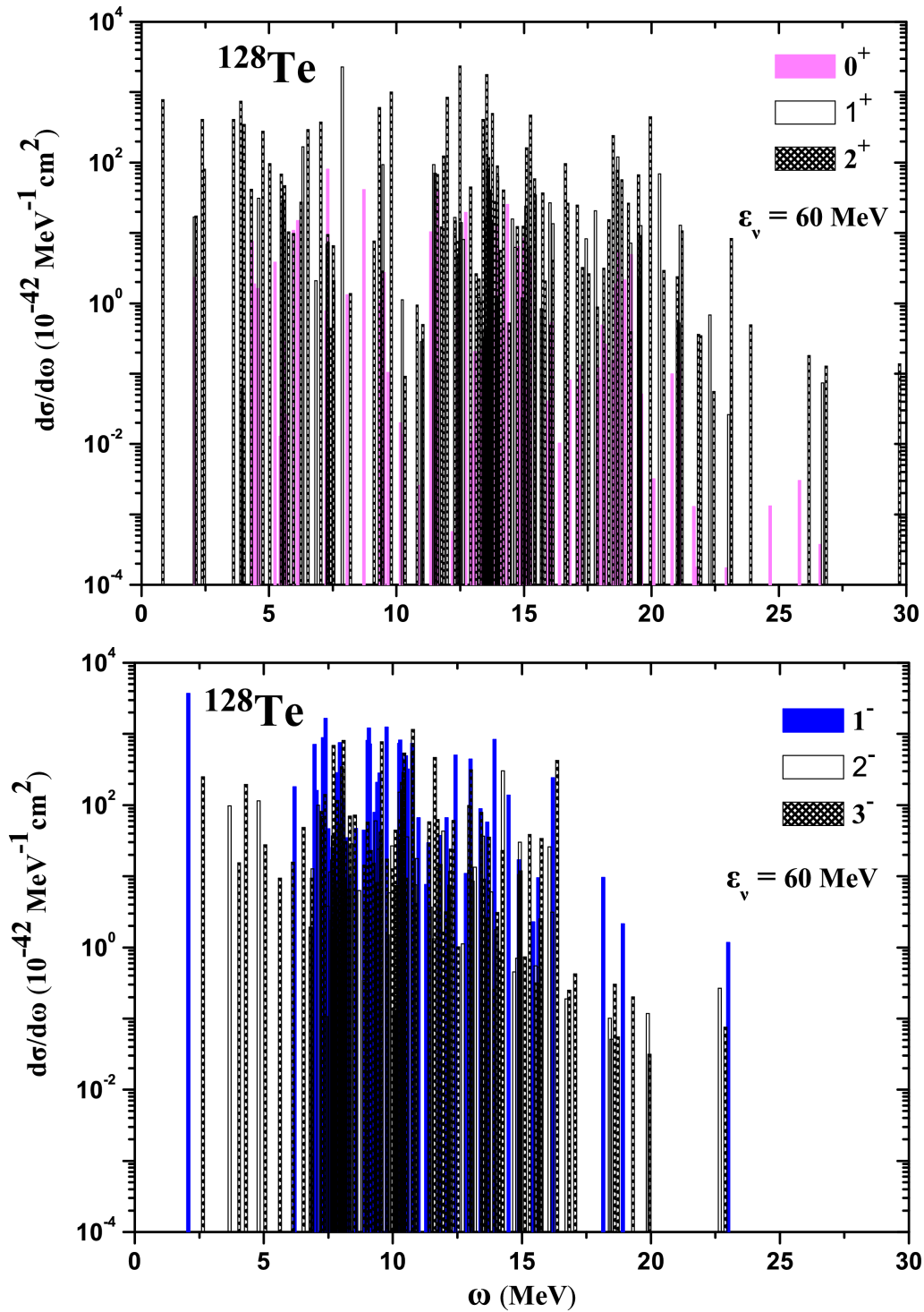
Είναι προφανές ότι, η  $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu(\theta, \varepsilon_\nu)$  προκύπτει από την  $d^2\sigma/d\Omega d\varepsilon_\nu(\omega, \theta, \varphi, \varepsilon_\nu)$ , με ολοκλήρωση ως προς την αζιμουθιακή γωνία  $\varphi$  (η οποία είναι απλή και δίνει  $2\pi$ ) και άθροιση πάνω στις συνεισφορές όλων των πυρηνικών μεταπτώσεων  $\omega$  του κάθε ισοτόπου (βλέπε Κεφ. 3).

### 5.3.1 Μελέτη των κυρίαρχων πολυπολικών καταστάσεων στη διαφορική ενεργό διατομή $d\sigma/d\omega$

Όπως και στην περίπτωση των ισοτόπων του  $\text{Zn}$ , μελετήθηκε επίσης και για τα δύο ισότοπα του  $\text{Te}$ , η εξάρτηση της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα. Η μεταβολή της  $d\sigma/d\omega(\omega)$  καταδεικνύεται για το  $^{128}\text{Te}$  στο Σχ. 5.6, για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας,  $0^+$ ,  $1^+$ ,  $2^+$  (πάνω) και αρνητικής ομοτιμίας,  $1^-$ ,  $2^-$ ,  $3^-$  (κάτω), για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 60$  MeV. Είναι φανερό ότι, χαμηλότερα κείμενες διεγέρσεις  $2^+$ , συνεισφέρουν μεγάλο μέρος της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  όχι μόνο για την περιοχή των δέσμιων καταστάσεων, αλλά και για την περιοχή κοντά στα  $\omega \approx 20 - 25$  MeV,



Σχήμα 5.5: Εξάρτηση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu$  για το  $^{128}\text{Te}^*$  (πάνω) και το  $^{130}\text{Te}$  (κάτω), από την ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  για διάφορες γωνίες από  $0^\circ - 180^\circ$ , με βήμα  $15^\circ$ . Στο ένθετο, φαίνεται μεγεθυμένη η περιοχή αναστροφής της συμπεριφοράς στις καμπύλες με την αύξηση της γωνίας (βλέπε κείμενο).



Σχήμα 5.6: Εξάρτηση της πρωτογενούς απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή  $^{128}\text{Te}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας,  $0^+$ ,  $1^+$ ,  $2^+$  (πάνω) και αρνητικής ομοτιμίας,  $1^-$ ,  $2^-$ ,  $3^-$  (κάτω).



όπου οι  $0^+$  και  $1^+$  συνεισφέρουν πολύ λιγότερο. Από τις μεταπτώσεις αρνητικής ομοτιμίας, η κυρίαρχη συνεισφορά προέρχεται κυρίως από τις  $1^-$  και στη συνέχεια από τις  $3^-$  καταστάσεις, δηλαδή από τις κανονικής ομοτιμίας μεταπτώσεις του Σχ. 5.6 (κάτω). Στις εργασίες που έγιναν με CRPA [155, 158, 178, 185, 186, 208], βρέθηκαν επίσης ότι, οι  $1^+$  και  $1^-$  κυριαρχούν στην ενεργό διατομή των αντιδράσεων  $^{16}\text{O}(\nu, \nu')^{16}\text{O}^*$  και  $^{208}\text{Pb}(\nu, \nu')^{208}\text{Pb}^*$ .

Η συμπεριφορά της  $d\sigma/d\omega(\omega)$  με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ , είναι ανάλογη για τις διάφορες πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας,  $1^+$ ,  $2^+$ ,  $3^+$ , βλέπε Σχ. 5.7 (πάνω) και αρνητικής ομοτιμίας,  $1^-$ ,  $2^-$ ,  $3^-$ , βλέπε Σχ. 5.7 (κάτω).

Σημειώνουμε ότι, για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  παρατηρήθηκε συγκρίσιμη συνεισφορά των κανονικής ομοτιμίας πολυπολικών καταστάσεων  $4^+$  με εκείνη των  $2^+$ , όπως θα δούμε στην Παράγραφο 5.3.2, όπου παριστάνεται γραφικά η συνολική συμπεριφορά της  $d\sigma/d\omega(\omega)$ , σε όλο το φάσμα διέγερσης του εν λόγω ισότοπου. Οι ενεργές διατομές των  $0^+$  διεγέρσεων, είναι αρκετά εξασθενημένες λόγω του γεγονότος ότι στα κανάλια αυτά δεν έχουμε συνεισφορά από τους εγκάρσιους όρους του αδρονικού ρεύματος (βλέπε Εξ. (3.16)), αλλά μόνον όροι Coulomb και διαμήκεις συνεισφέρουν.

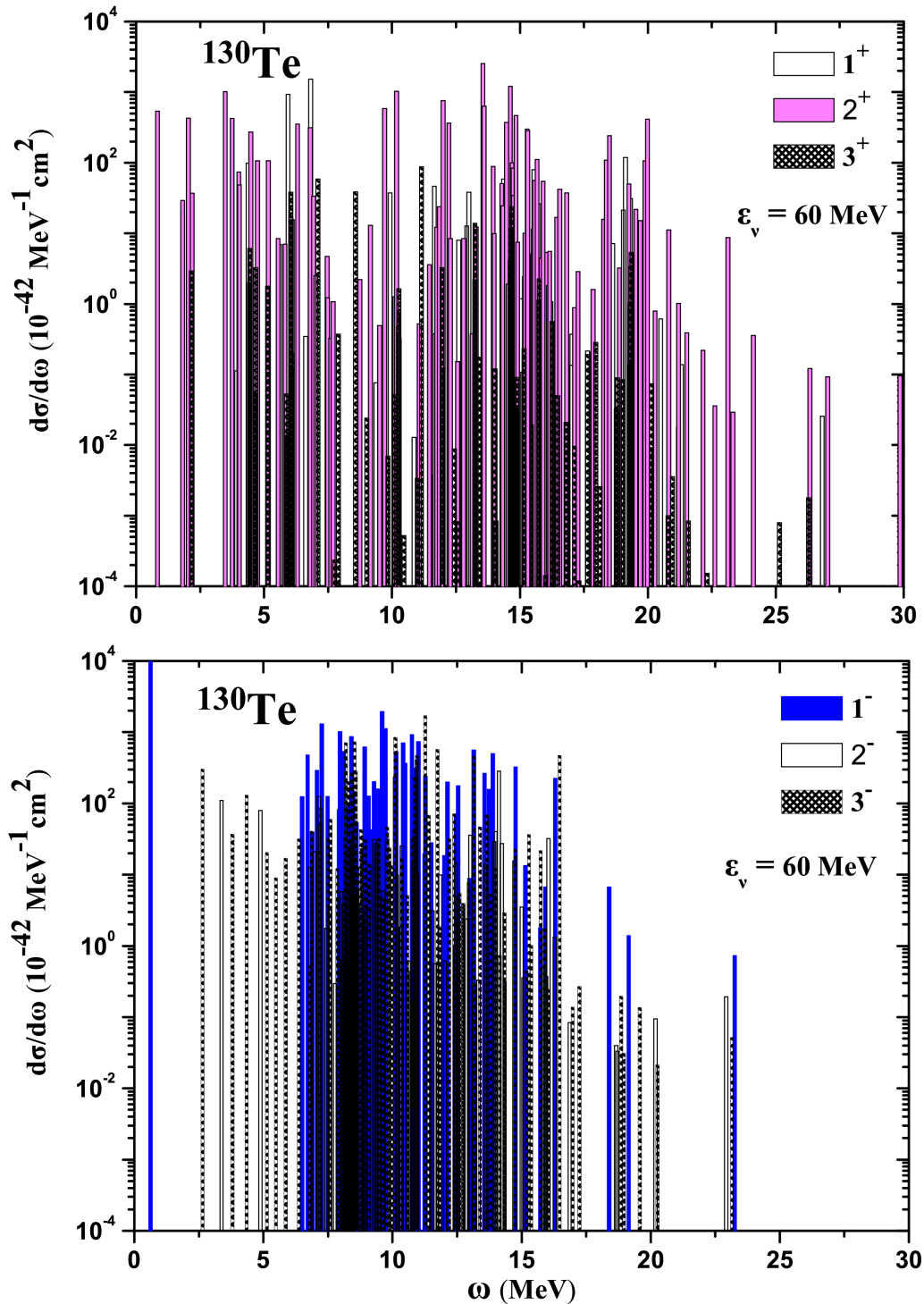
Θα πρέπει να τονίσουμε ότι, σε σύγκριση με τους υπολογισμούς της μεθόδου CRPA [156, 157, 158, 159], οι υπολογισμοί μας δείχνουν έντονη συνεισφορά των χαμηλών πυρηνικών διεγέρσεων, το οποίο είναι σημαντικό σε ό,τι αφορά τους πρωτογενείς υπολογισμούς, όμως οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές δεν επηρεάζονται σημαντικά (βλέπε σχετική ενότητα παρακάτω) σε περιοχές όπου η ενεργειακή κατανομή των νετρίνων της συγκεκριμένης πηγής είναι υποβαθμισμένη.

### 5.3.2 Εξάρτηση της συνολικής ενεργού διατομής $d\sigma/d\omega$ από την ενέργεια διέγερσης $\omega$ του πυρήνα

Ο τρόπος υπολογισμού της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  με την QRPA μέθοδο, δίνει τους μερικούς ρυθμούς κατάσταση προς κατάσταση διατεταγμένους ως προς την ενέργεια  $\omega$  ξεχωριστά για κάθε σετ πολυπολικών καταστάσεων. Αποτελέσματα τέτοιου τύπου, παρουσιάσαμε ανωτέρω, για τα σημαντικότερα σύνολα πολυπολικών καταστάσεων που κατασκευάστηκαν με την μέθοδο QRPA (Σχ. 5.6 και 5.7).

Για τη μελέτη της εξάρτησης της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega(\omega)$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  σε όλο το φάσμα του μελετούμενου πυρήνα, απαιτείται αναδιάταξη των διεγέρσεων, καθώς και των αντιστοίχων ενεργών διατομών κατά αύξουσα σειρά (974 καταστάσεις με  $J^\pi \leq 8^\pm$ ), με το ειδικό υποπρόγραμμα (Shortbul κατάλληλο για πίνακες) που αναφέρθηκε στο Κεφ. 4. Η συνολική μεταβολή της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$ , στην περίπτωση της αντίδρασης  $^{128}\text{Te}(\nu, \nu')^{128}\text{Te}^*$ , φαίνεται στο Σχ. 5.8 για το  $^{128}\text{Te}$  και στο Σχ. 5.9 για το  $^{130}\text{Te}$ .

Η  $d\sigma/d\omega(\omega, \epsilon_\nu = 30\text{MeV})$  που απεικονίζεται στο Σχ. 5.8 (πάνω), εμφανίζει χαρακτηριστικές προεξέχουσες κορυφές σε διάφορες ενέργειες διέγερσης  $\omega$  του με-



Σχήμα 5.7: Εξάρτηση της πρωτογενούς απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή  $^{130}\text{Te}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας,  $1^+$ ,  $2^+$ ,  $3^+$  (πάνω) και αρνητικής ομοτιμίας,  $1^-$ ,  $2^-$ ,  $3^-$  (κάτω).

λετούμενου ισότοπου. Η μέγιστη κορυφή αντιστοιχεί σε μια  $1^+$  διέγερση (για  $\omega = 7.867$  MeV). Οι υπόλοιπες κορυφές αντιστοιχούν στις καταστάσεις  $1^-$  με ενέργεια  $\omega = 2.188$  MeV,  $0^+$  με ενέργεια  $\omega = 2.684$  MeV και  $2^+$  με ενέργεια  $\omega = 12.399$  MeV (βλέπε Σχ. 5.8). Το ενδιαφέρον σημείο στη μελέτη της  $d\sigma/d\omega(\omega, \varepsilon_\nu)$  είναι ότι, για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV (βλέπε Σχ. 5.8 (κάτω)), το μέγιστο εμφανίζεται πλέον στην  $1^-$  κατάσταση με ενέργεια  $\omega = 2.188$  MeV, ενώ η κυριαρχία των υπολοίπων κορυφών επίσης διαφοροποιείται. Έτσι, ιεραρχώντας τις προεξέχουσες κορυφές έχουμε την διαφορική εικόνα που φαίνεται στο Σχ. 5.8 (κάτω).

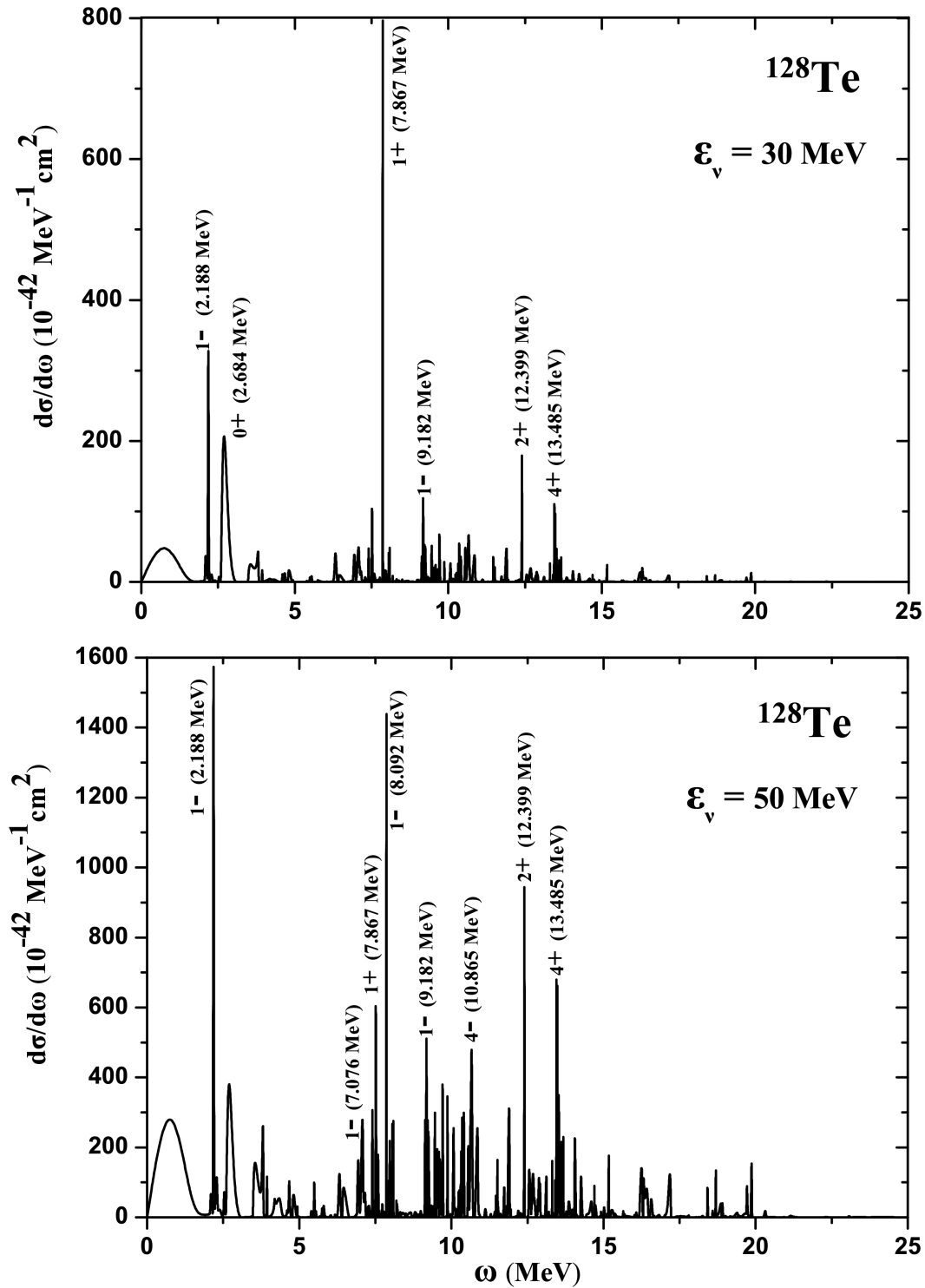
Από την αντίστοιχη μελέτη της  $d\sigma/d\omega(\omega)$  στην αντίδραση  $^{130}\text{Te}(\nu, \nu')^{130}\text{Te}^*$ , η μεταβολή της οποίας φαίνεται στο Σχ. 5.9 (πάνω για  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV και κάτω για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV), παρατηρούμε ότι, ενώ το μέγιστό της εμφανίζεται για μια  $1^+$  κατάσταση με  $\omega = 7.572$  MeV, η κυριαρχία των υπολοίπων κορυφών είναι αρκετά διαφορετική από εκείνη του ισότοπου  $^{128}\text{Te}$ . Έτσι, π.χ. μεταξύ των κορυφών που προεξέχουν δεν εμφανίζεται καμία κορυφή να αντιστοιχεί σε  $0^+$  μετάπτωση. Για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV, οι δύο υψηλότερες κορυφές είναι πολύ κοντά ενεργειακά ( $\omega = 7.572$  MeV και  $\omega = 7.621$  MeV), ενώ η επόμενη είναι η  $1^-$  κατάσταση με ενέργεια  $\omega = 2.479$  MeV.

Η εικόνα των κυρίαρχων κορυφών στην αντίδραση  $^{130}\text{Te}(\nu, \nu')^{130}\text{Te}^*$  για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV, είναι τελείως διαφορετική εκείνης για  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV, αφού η υψηλότερη κορυφή αντιστοιχεί σε  $1^-$  διεγερμένη κατάσταση για  $\omega = 9.720$  MeV, με δεύτερη υψηλότερη μια  $3^-$  κατάσταση με  $\omega = 11.155$  MeV. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι, στην υπό συζήτηση περίπτωση δύο γειτονικές  $4^+$  μεταπτώσεις αρκετά υψηλά στο φάσμα των επαγομένων διεγέρσεων (στα  $\omega_1 = 14.689$  MeV και  $\omega_2 = 14.656$  MeV), έχουν μεγάλη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$ .

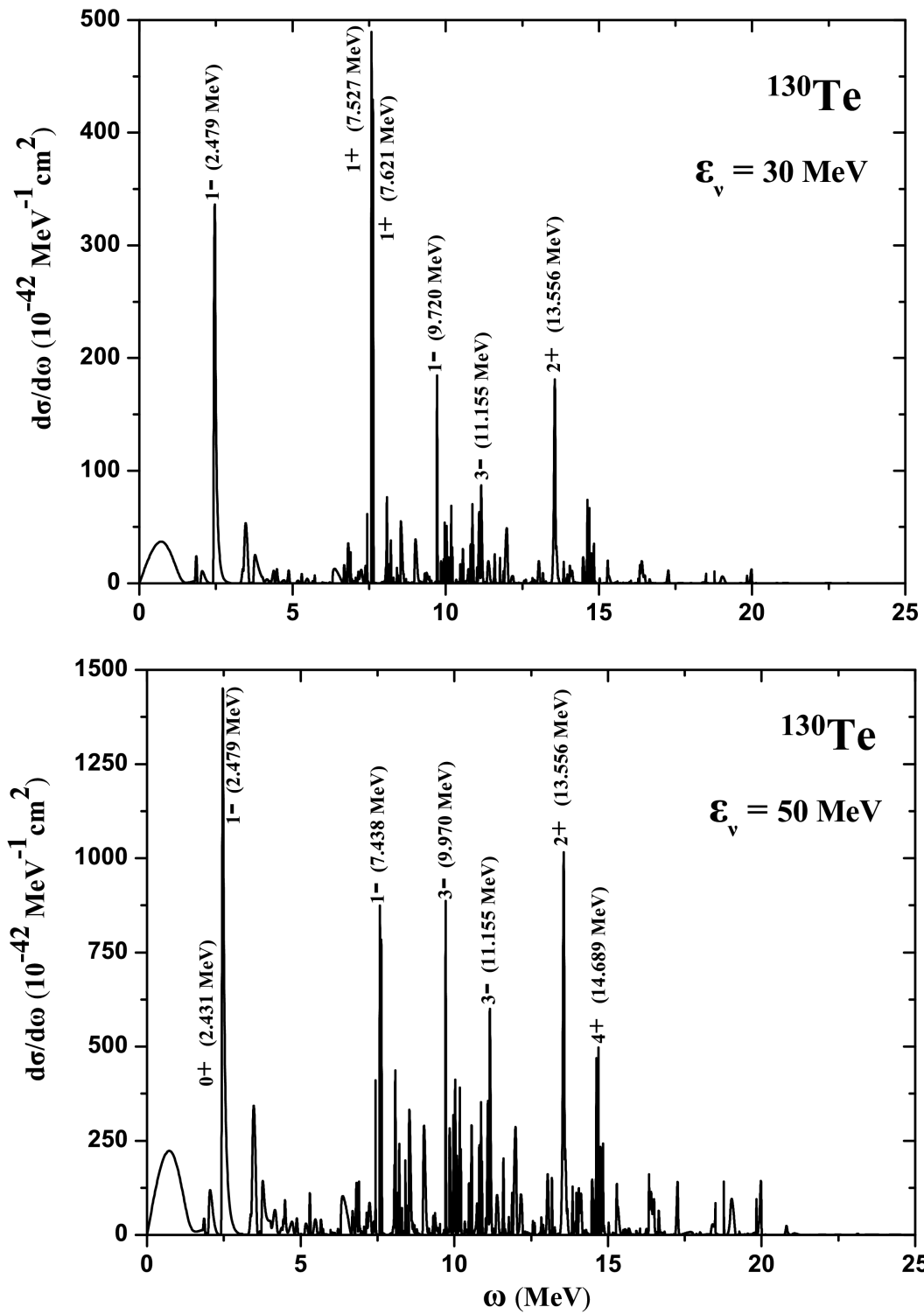
Συνοπτικά, από τα Σχ. 5.8 και 5.9, προκύπτει ότι, οι ενεργές διατομές για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV, είναι γενικά πολύ μεγαλύτερες από εκείνες για ενέργεια  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV, ακολουθώντας την τετραγωνική εξάρτηση της ενεργού διατομής από το  $\omega$ , όπως φαίνεται στην Εξ. (3.15). Όμως, επειδή σε μερικές ενέργειες διέγερσης ισχύει το αντίθετο (η ενεργός διατομή για  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV είναι εμφανώς μεγαλύτερη της αντίστοιχης για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV, όπως είδαμε ανωτέρω), τούτο σημαίνει ότι η  $d\sigma/d\omega(\omega)$ , εξαρτάται δραστικά και από την λεπτή υφή του φάσματος των ισότοπων του  $\text{Te}$ , καθώς και από την εξάρτηση των επί μέρους στοιχείων πίνακα από την μεταφερομένη ορμή  $q(\varepsilon_\nu, \varepsilon_f, \omega, \theta)$ , η οποία περιέχει την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  (βλέπ Εξ. (3.15)).

## 5.4 Ενεργές διατομές σκέδασης αντι-νετρίνων με τα ισότοπα $^{128,130}\text{Te}$

Ο κώδικας που χρησιμοποιούμε στους υπολογισμούς αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων  $\nu$ -πυρήνα, όπως αναφέρθηκε, έχει τη δυνατότητα υπολογισμού της συνεισφοράς κάθε όρου της Εξ. (3.15) ξεχωριστά για κάθε δυνατή μετάπτωση του



Σχήμα 5.8: Εξάρτηση της  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα του ισοτόπου  $^{128}\text{Te}$  για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου 30 MeV (πάνω) και 50 MeV (κάτω)



Σχήμα 5.9: Όμοια με το Σχ. 5.8, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ .

		Συνολική $d\sigma/d\omega (\times 10^{-40}) \text{ cm}^2 \text{ MeV}^{-1}$ κάθε πολλαπλότητας								
		$\nu/\tilde{\nu}$	$0^-$	$0^+$	$1^-$	$1^+$	$2^-$	$2^+$	$3^-$	$3^+$
$^{128}\text{Te}$	$\nu$		12.72	26.53	203.18	32.69	14.81	143.01	87.24	3.34
	$\tilde{\nu}$		12.72	26.53	188.80	38.04	19.37	138.35	84.76	4.36
$^{130}\text{Te}$	$\nu$		8.48	35.84	271.89	31.85	14.37	142.28	90.26	3.35
	$\tilde{\nu}$		8.48	35.84	247.66	37.13	18.19	138.10	87.83	4.38

Πίνακας 5.4: Σύγκριση συνεισφοράς νετρίνων και αντινετρίνων των πολυπολικών καταστάσεων  $0^-, 0^+, 1^-, 1^+, 2^-, 2^+, 3^-$  και  $3^+$ , στη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$  για τις αντιδράσεις  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}^*$  και  $^{128,130}\text{Te}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{128,130}\text{Te}^*$ . Στις καταστάσεις κανονικής ομοτιμίας, η ενεργός διατομή των νετρίνων είναι μεγαλύτερη, ενώ στις μη κανονικής ομοτιμίας η συσχέτιση αντιστρέφεται ( $\varepsilon_\nu = 60 \text{ MeV}$ ).

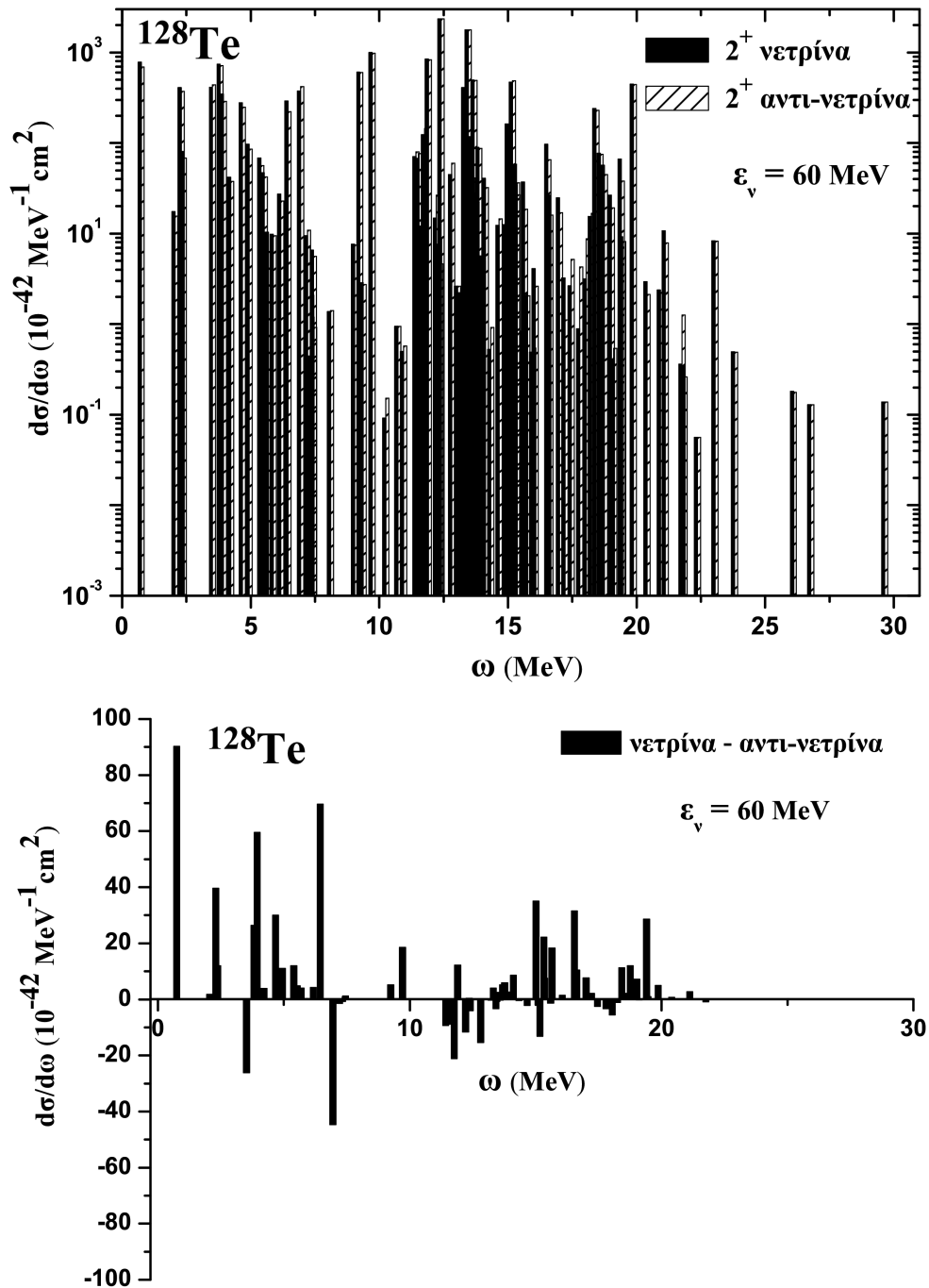
τελικού πυρήνα. Έτσι, μπορούμε να έχουμε στη διάθεσή μας για κάθε μελετούμενο ισότοπο, για όλες τις διεγερμένες καταστάσεις ( $|J_m^\pi| \leq 8_m^\pm$ ) για διάφορες ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$ , τις εξής στήλες δεδομένων:

(i). Συνεισφορά της πολικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος,  $d\sigma/d\omega_{\text{polar-vector}}(\omega, \varepsilon_\nu)$ , και

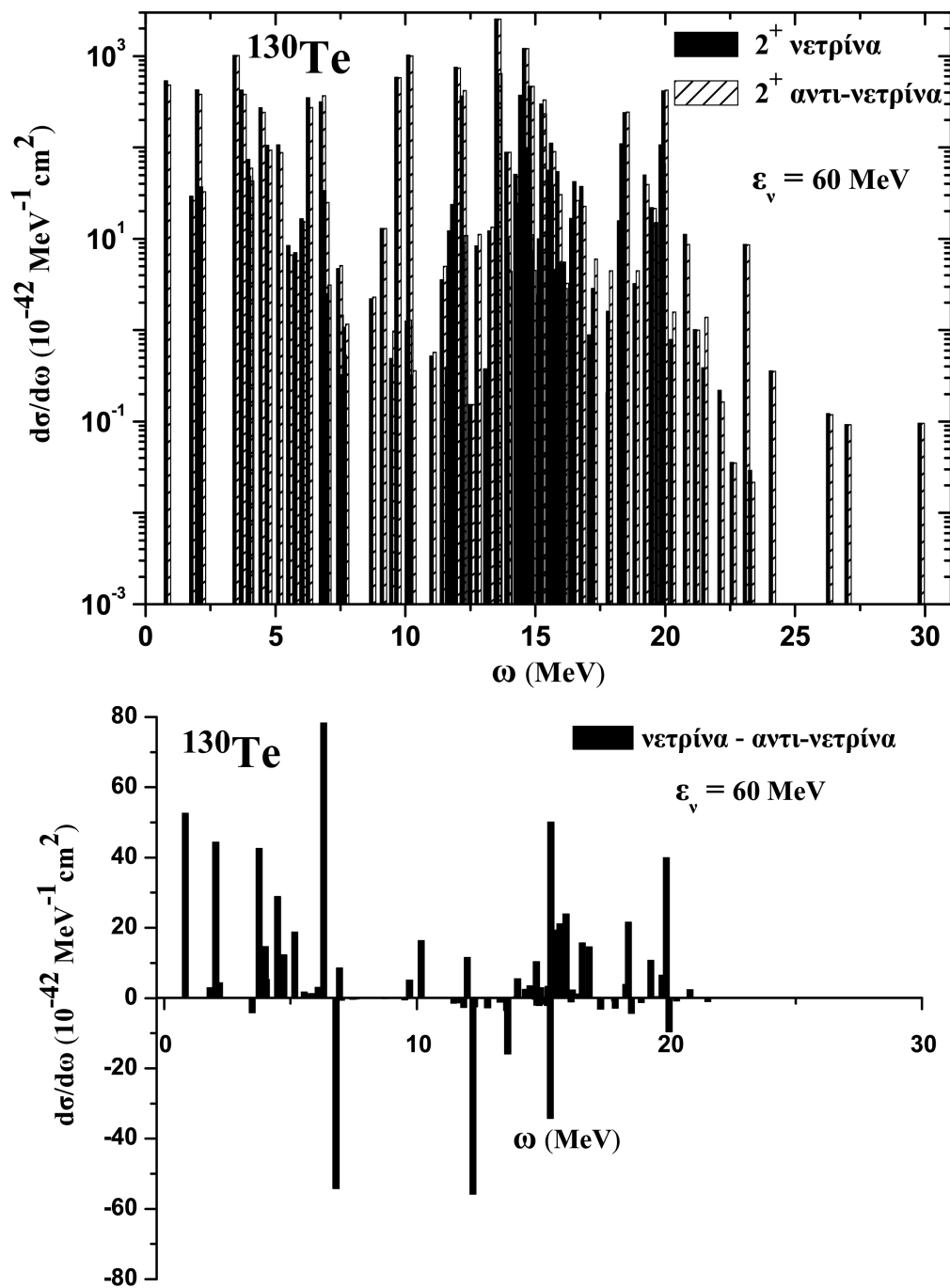
(ii). Συνεισφορά της αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος,  $d\sigma/d\omega_{\text{axial-vector}}(\omega, \varepsilon_\nu)$ , και συνεισφορά του όρου επικάλυψης πολικής και αξονικής διανυσματικής συνεισφοράς,  $d\sigma/d\omega_{\text{overlap-term}}(\omega, \varepsilon_\nu)$ .

Με βάσει τα ανωτέρω, ο υπολογισμός των ενεργών διατομών για αντιδράσεις αντινετρίνων [18] με τα ισότοπα του  $\text{Te}$ , είναι απλός και γίνεται όπως και στην περίπτωση των ισοτόπων του  $\text{Zn}$  (βλέπε Κεφ. 4). Στο Σχ. 5.10, απεικονίζεται η ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  αντινετρίνου- $^{128}\text{Te}$ , και νετρίνου- $^{128}\text{Te}$ , για την πολυπολική κατάσταση  $2^+$  (ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 60 \text{ MeV}$ ) (πάνω) και η διαφορά τους  $d\sigma/d\omega|_\nu - d\sigma/d\omega|_{\tilde{\nu}}$  (κάτω), καθώς η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα  $\omega$  αυξάνεται. Γενικά, η  $d\sigma/d\omega|_\nu$  για νετρίνα υπερिशύει, αν και σε μερικές διεγερμένες καταστάσεις ισχύει  $d\sigma/d\omega|_{\tilde{\nu}} > d\sigma/d\omega|_\nu$ .

Η ίδια εικόνα προκύπτει και για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  ( $2^+$  πολλαπλότητα), όπως φαίνεται στο Σχ. 5.11. Η υπερίσχυση των ενεργών διατομών των αντινετρίνων για μερικές μεταπτώσεις (στην περιοχή  $7 \leq \omega \leq 15 \text{ MeV}$ ) στο ισότοπο αυτό, είναι εμφανής.



Σχήμα 5.10: Εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$  (πάνω) και διαφορά μεταξύ συνεισφοράς νετρίνων και αντινετρίνων στην ενεργό διατομή (κάτω).



Σχήμα 5.11: Όμοια με το Σχ. 5.10, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ .



Στον Πίνακα 5.4, συγκρίνονται οι συνεισφορές στη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$  των αντιδράσεων νετρίνων  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}^*$ , για τις πολυπολικές καταστάσεις  $0^-, 0^+, 1^-, 1^+, 2^-, 2^+, 3^-$  και  $3^+$ , με τις αντίστοιχες των αντιδράσεων αντινετρίνων  $^{128,130}\text{Te}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{128,130}\text{Te}^*$ . Όπως ήδη έχει τονιστεί, οι ενεργές διατομές των μεταπτώσεων  $J^\pi = 0^\pm$ , είναι ίδιες για νετρίνα και αντινετρίνα. Στις καταστάσεις κανονικής ομοτιμίας, η ενεργός διατομή των νετρίνων είναι μεγαλύτερη, ενώ στις μη κανονικής ομοτιμίας η συσχέτιση αντιστρέφεται.

Ειδικότερα, από τον Πίνακα 5.4 προκύπτει ότι, οι ενεργές διατομές των κανονικής ομοτιμίας μεταπτώσεων ( $1^-, 2^+, 3^-$ ) στις αντιδράσεις νετρίνων  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}^*$ , είναι μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες των αντινετρίνων  $^{128,130}\text{Te}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{128,130}\text{Te}^*$  κατά 3–10%, ενώ οι ενεργές διατομές των μη-κανονικής ομοτιμίας μεταπτώσεων ( $1^+, 2^-, 3^+$ ) στις αντιδράσεις αντινετρίνων, είναι μεγαλύτερες κατά 16–31%.

Συνολικά όμως, όπως και στην περίπτωση των ισοτόπων του  $\text{Zn}$  (βλέπε Κεφ. 4), η συνολική ενεργός διατομή των αντιδράσεων νετρίνων, είναι μεγαλύτερες εκείνων των αντινετρίνων  $\approx 1 - 3\%$ .

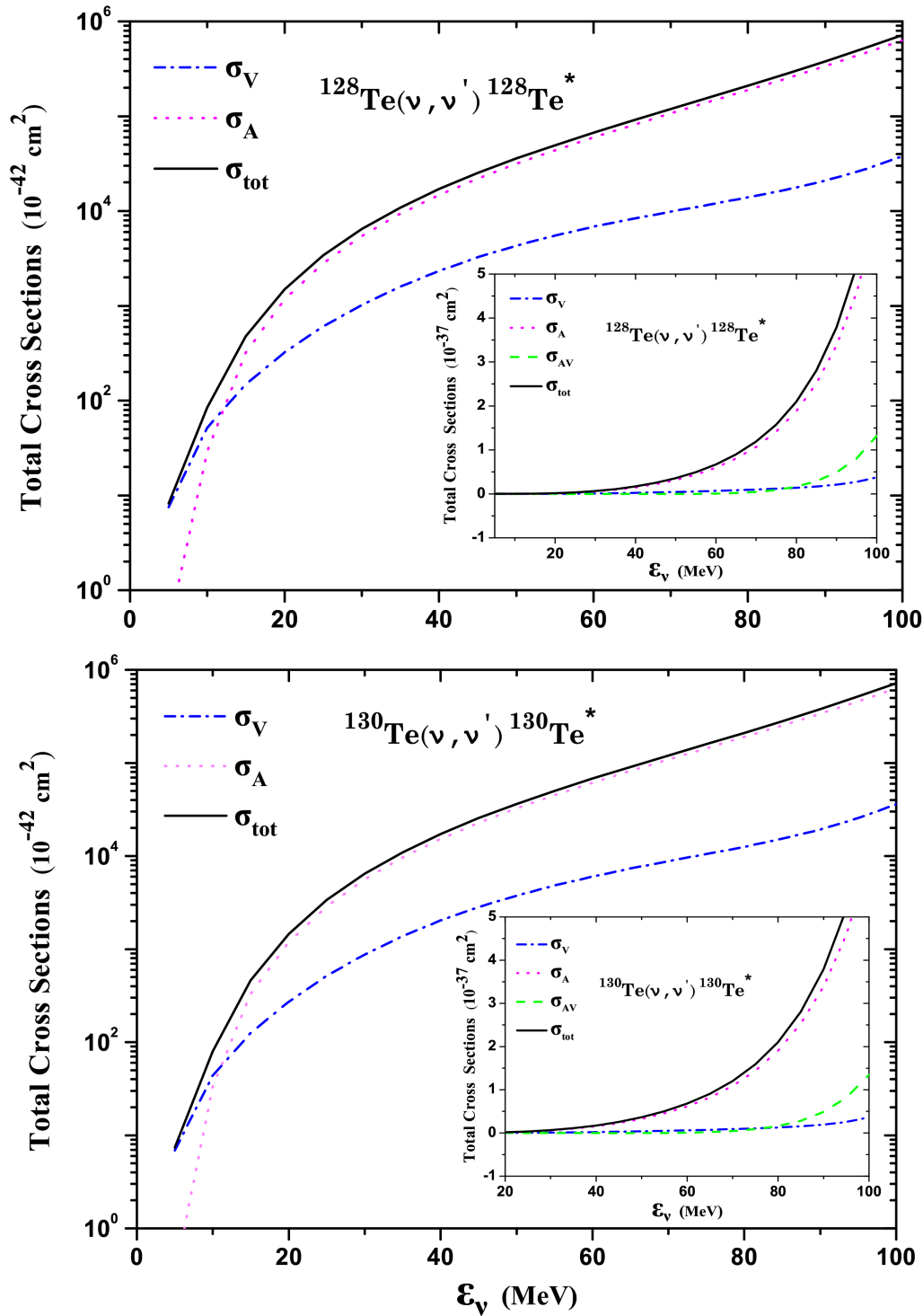
## 5.5 Ολικές ενεργές διατομές των ισοτόπων $^{128,130}\text{Te}$

Ο υπολογισμός ολικών ενεργών διατομών δεδομένων των πρωτογενών αποτελεσμάτων της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega(\omega, \varepsilon_\nu)$ , είναι απλός και δίνεται με εφαρμογή της Εξ. (3.39).

Στο Σχ. 5.12, παριστάνονται τα (πρωτογενή) αποτελέσματα της ολικής ενεργού διατομής  $\sigma_{tot}$  των αντιδράσεων  $^{128}\text{Te}(\nu, \nu')^{128}\text{Te}^*$  (πάνω) και  $^{130}\text{Te}(\nu, \nu')^{130}\text{Te}^*$  (κάτω), σε λογαριθμική και γραμμική (βλέπε ένθετα) κλίμακα, σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$ . Επίσης, για κάθε αντίδραση, φαίνονται οι επί μέρους συνεισφορές της πολικής διανυσματικής,  $\sigma_V$ , και αξονικής διανυσματικής,  $\sigma_A$ , συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος, καθώς και η συνεισφορά του όρου επικάλυψης πολικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας,  $\sigma_{AV}$ , του τελεστή αλληλεπίδρασης νετρίνου-πυρήνα (η  $\sigma_{AV}$ , παίρνει και αρνητικές τιμές, οπότε, δείχνεται μόνο στο ένθετο, σε λογαριθμική κλίμακα είναι αδύνατον).

Παρατηρούμε ότι, υπάρχει πλήρης ποιοτική ομοιότητα στις ολικές ενεργές διατομές για τα ισότοπα  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$  σε όλες τις γραφικές παραστάσεις του Σχ. 5.12 (άνω και κάτω πλαίσιο). Υπάρχει ελαφρά ποσοτική διαφορά στην καμπύλη του όρου επικάλυψης πολικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας (βλέπε ένθετα σχήματα), σε αντίθεση με ό,τι συνέβαινε στην περίπτωση των ισοτόπων του  $\text{Zn}$  (βλέπε Κεφ. 4). Σημειώνουμε ότι, οι τελευταίες καμπύλες είναι ελαφρώς αρνητικές στην περιοχή ενέργειας  $25\varepsilon_\nu \leq 55 \text{ MeV}$ , δηλαδή στη δραστική ενεργειακή περιοχή των  $SN$ -νετρίνων.

Παρατηρούμε επίσης ότι, για μικρές ενέργειες  $\varepsilon_\nu \leq 10 \text{ MeV}$ , η πολική διανυσματική συνεισφορά  $\sigma_V$  κυριαρχεί, ενώ για μεγαλύτερες ενέργειες η αξονική διανυσματική συνεισφορά  $\sigma_A$  είναι λίγο πολύ ίση με την ολική ενεργό διατομή  $\sigma_{tot}$ . Το συμπέρασμα αυτό, έχει εξαχθεί και από τη μελέτη ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-



Σχήμα 5.12: Ολικές ενεργές διατομές  $\sigma_{\text{tot}}$  αντιδράσεων νετρίνων και ισotόπων  $^{128}\text{Te}$  (πάνω) και  $^{130}\text{Te}$  (κάτω). Οι επί μέρους συνεισφορές της πολικής διανυσματικής,  $\sigma_V$ , και αξονικής διανυσματικής,  $\sigma_A$ , συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος καθώς και του όρου επικάλυψης  $\sigma_{AV}$  των (βλέπε Εξ. (3.15)), απεικονίζονται επίσης.

πυρήνα με άλλα ισότοπα, για τα οποία έχει γίνει ξεχωριστή εκτίμηση της συνεισφοράς  $\sigma_V$  και  $\sigma_A$  στην ολική ενεργό διατομή  $\sigma_{tot}$  [137].

## 5.6 Συσσωρευτικές (αθροιστικές) ενεργές διατομές των ισοτόπων $^{128,130}\text{Te}$

Στο Σχ. 5.13, φαίνεται η συσσώρευση της ολικής ενεργού διατομής καθώς αυξάνεται η ενέργεια διέγερσης  $\omega$  στα ισότοπα  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$ , για δύο σταθερές ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV και  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV. Παρατηρούμε ότι, οι ενεργές διατομές είναι συγκρίσιμες για τα δύο ισότοπα, τόσο για  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV όσο και για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV. Η ολική ενεργός διατομή του  $^{130}\text{Te}$  για  $\omega > 15$  MeV, είναι ελαφρώς μεγαλύτερη από εκείνη του  $^{128}\text{Te}$ . Για  $\omega < 15$  MeV, συμβαίνει το αντίθετο διότι, οι κυρίαρχες μεταπτώσεις στο  $^{128}\text{Te}$  βρίσκονται σε χαμηλότερες ενέργειες σε σχέση με εκείνες του  $^{130}\text{Te}$  (τουτο προκύπτει και από σύγκριση των Σχ. 5.8 και 5.9) και το φάσμα του  $^{130}\text{Te}$  φαίνεται ελαφρά μετατοπισμένο προς υψηλότερες ενέργειες σε σχέση με εκείνο του  $^{128}\text{Te}$ .

Γενικά, και για τα δύο ισότοπα, η σωρευτική (αθροιστική) ενεργός διατομή  $\sigma_{cum}(\omega)$ , για  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV είναι μετατοπισμένη κατά περίπου έναν παράγοντα επτά υψηλότερα εκείνης για  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV.

## 5.7 Συνελιγμένες ενεργές διατομές των ισοτόπων $^{128,130}\text{Te}$

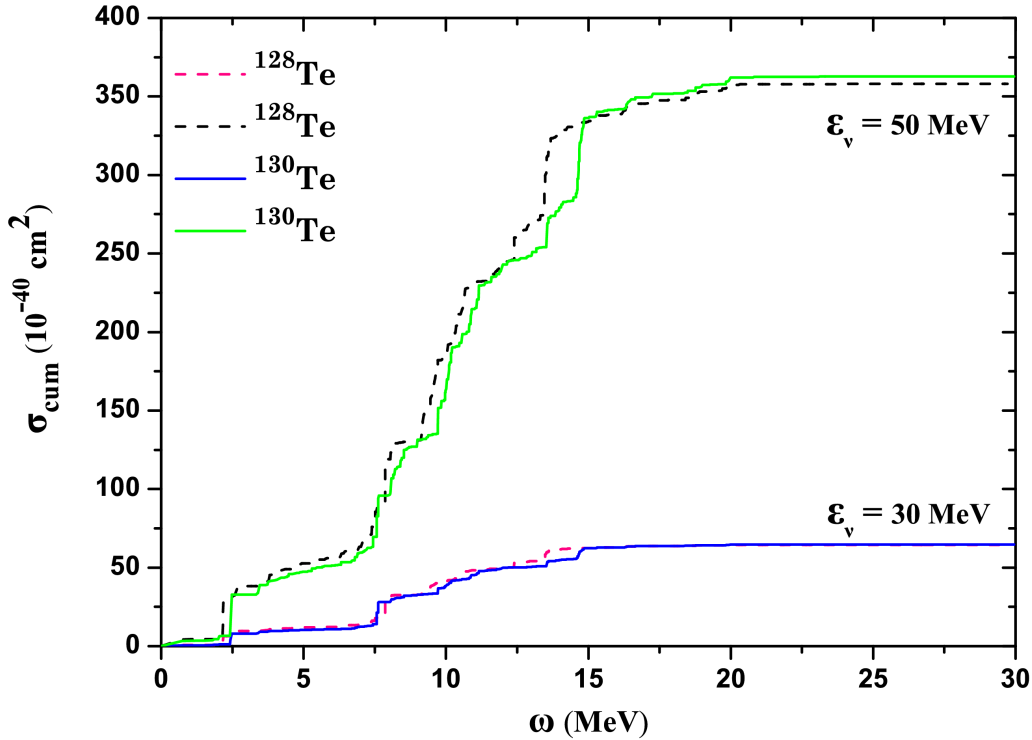
Για τη μελέτη της απόκρισης των ισοτόπων  $^{128,130}\text{Te}$  στα ενεργειακά φάσματα αστροφυσικών νετρίνων, που είναι ένας από τους κύριους στόχους του παρόντος Κεφαλαίου, οι πρωτογενείς ενεργές διατομές των αντιδράσεων  $^{128}\text{Te}(\nu, \nu')^{128}\text{Te}^*$  και  $^{130}\text{Te}(\nu, \nu')^{130}\text{Te}^*$ , αναδιπλώνονται εδώ, με τις ενεργειακές κατανομές  $\eta(\varepsilon_\nu)$  που συζητήθηκαν στα Κεφ. 2 και 4.

Στην περίπτωση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής νετρίνου-πυρήνα  $d^2\sigma(\varepsilon_\nu, \theta, \omega)/d\Omega d\omega$ , η αναδίπλωση (συνέλιξη) ορίστηκε (βλέπε Κεφ. 2) από την έκφραση

$$\left[ \frac{d^2\sigma(\theta, \omega)}{d\Omega d\omega} \right]_{fold} = \int_{\omega}^{\infty} \frac{d^2\sigma(\varepsilon_\nu, \theta, \omega)}{d\Omega d\omega} \eta(\varepsilon_\nu) d\varepsilon_\nu. \quad (5.1)$$

Η διαδικασία αναδίπλωσης της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega(\varepsilon_\nu, \omega)$ , ορίζεται παρόμοια σαν

$$\left[ \frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right]_{fold} = \int_{\omega}^{\infty} \frac{d\sigma(\varepsilon_\nu, \omega)}{d\omega} \eta(\varepsilon_\nu) d\varepsilon_\nu. \quad (5.2)$$



Σχήμα 5.13: Σύγκριση αθροιστικών (cumulative) ολικών ενεργών διατομών  $\sigma_{cum}(\omega)$  για τα ισότοπα  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$ , για ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $\epsilon_\nu = 30, 50 \text{ MeV}$ .

Αμφότερες οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές, αντικατοπτρίζουν την απόκριση των ισοτόπων  $^{128,130}\text{Te}$  ως ανιχνευτών αστροφυσικών νετρίνων στις διάφορες περιοχές του φάσματος διέγερσής των. Για ενεργειακές κατανομές νετρίνων  $\eta(\epsilon_\nu)$  υιοθετήσαμε και εδώ όπως και στο Κεφάλαιο 4: τη γνωστή κατανομή Fermi-Dirac και την ενεργειακή κατανομή του νόμου δυναμοσειράς (αμφότερες δύο παραμέτρων), και οι δύο εύχρηστες παραμετροποιήσεις του ενεργειακού φάσματος υπερκαινοφανών νετρίνων.

Οι συναρτήσεις αυτές δίνουν περίπου όμοιες ενεργειακές κατανομές, που χαρακτηρίζονται από την μέση ενέργεια  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  ή τη θερμοκρασία  $T$  των νετρίνων, καθώς και το πλάτος της κατανομής (φάσματος).

Η μέση ενέργεια μεταβάλλεται στην περιοχή μεταξύ  $12 \preceq \langle \epsilon_\nu \rangle \preceq 18 \text{ MeV}$  για τα νετρίνα  $\nu_e$  και ανινετρίνα  $\bar{\nu}_e$ , και στην περιοχή  $16 \preceq \langle \epsilon_\nu \rangle \preceq 24 \text{ MeV}$  για τα νετρίνα (και τα ανινετρίνα)  $\nu_\mu$  και  $\nu_\tau$ . Το πλάτος της καμπύλης του φάσματος το οποίο καθορίζεται από τις παραμέτρους  $n_{dg}$  ή  $\alpha$ , επηρεάζει τη συμπεριφορά της κατανομής στην ουρά των υψηλών ενεργειών (70–100 MeV).

Οι δύο παράμετρος του ενεργειακού φάσματος (θερμοκρασία  $T$  και χημικό δυναμικό  $n_{dg}$ , για την Fermi-Dirac, και μέση ενέργεια νετρίνου  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  και παράμετρος  $\alpha$ , για τον νόμο δυναμοσειράς), καθορίζουν το πλάτος του φάσματος  $w$ , καθώς και τη

θέση του μεγίστου. Και οι δύο παραμετροποιήσεις, ταυτίζονται στην προσέγγιση δεύτερης τάξης ως προς τις ροπές της κατανομής, αλλά συμβαίνουν μερικές διαφορές όταν συγκρίνονται ισοδύναμα φάσματα [10].

Για λόγους επίδειξης, χρησιμοποιούμε διάφορες τιμές των παραμέτρων στην ενεργειακή κατανομή FD και PL, όπως είδαμε στο Κεφ. 4. Προκειμένου να εξετάσουμε την ευαισθησία της απόκρισης στις αβεβαιότητες των υπολογισμών του φάσματος υπερκαινοφανών νετρίνων, παρουσιάζουμε εδώ αποτελέσματα αναδιπλωμένων διπλών και απλών διαφορικών ενεργών διατομών, για μια ευρεία περιοχή των παραμέτρων των ενεργειακών κατανομών των υπερκαινοφανών νετρίνων που επιλέγησαν στην παρούσα μελέτη.

Για το λόγο αυτό, για τις αντιδράσεις ουδετέρου ρεύματος των ισοτόπων  $^{128,130}\text{Te}$ , θα μελετήσουμε την απόκριση, εστιάζοντας στο σήμα των νετρίνων που καταφθάνει σε έναν γήινο ανιχνευτή που περιέχει τα ανωτέρω ισότοπα (ανιχνευτές COBRA, CUORE, κλπ.).

### 5.7.1 Συνέλιξη της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής $d^2\sigma/d\theta d\omega$

Αρχικά, στην παρούσα ενότητα, υπολογίζουμε την συνέλιξη της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\theta d\omega$ , για τα ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$ , σαν συναρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  και της γωνίας σκέδασης  $\theta$ , για διάφορες τιμές του πλάτους  $w$  και της θερμοκρασίας  $T$  ή της μέσης ενέργειας  $\langle\varepsilon_\nu\rangle$ .

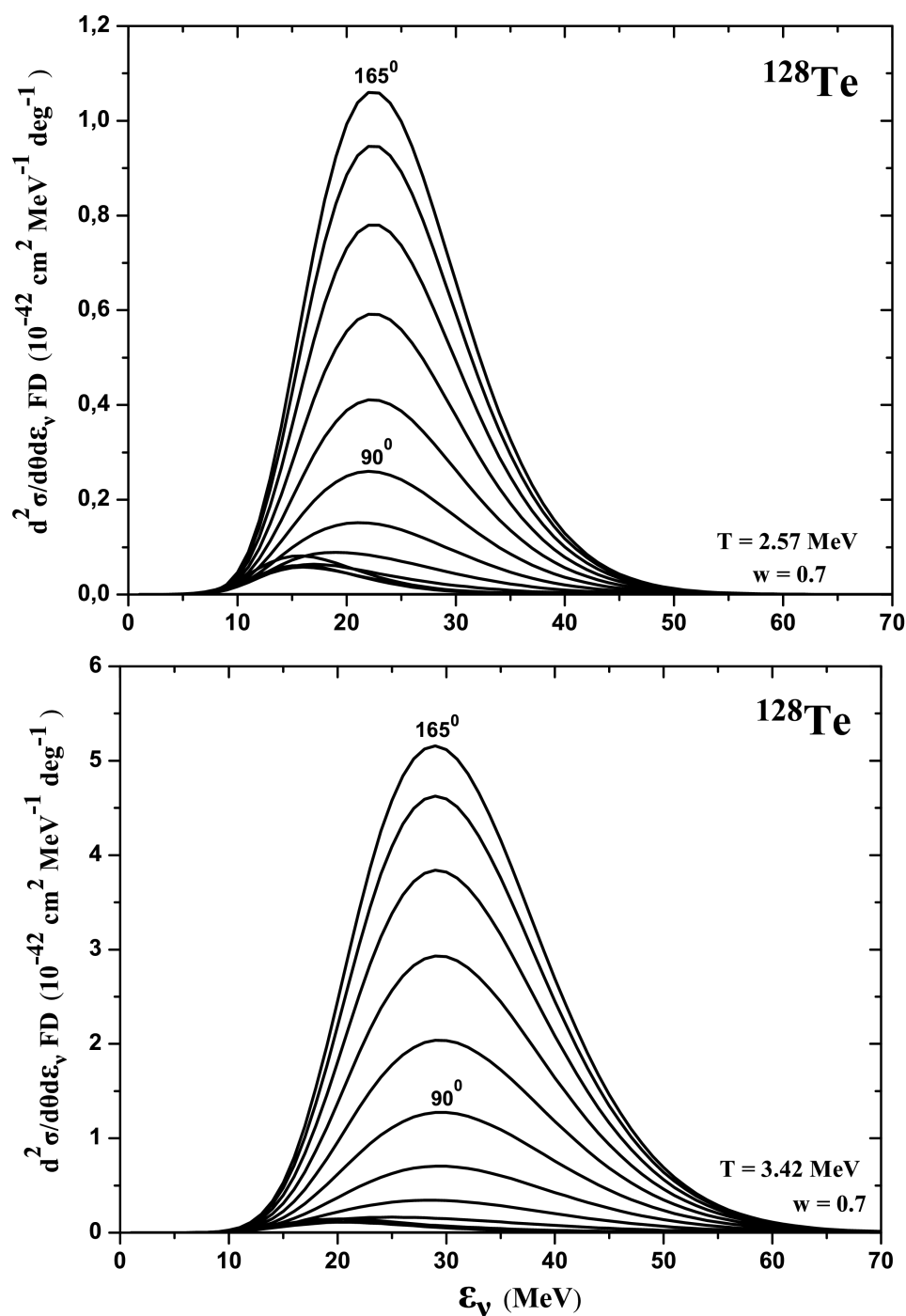
Την εν λόγω συνέλιξη, πολλοί συγγραφείς την ορίζουν όπως φαίνεται στην εξίσωση [152, 252]

$$\left[ \frac{d^2\sigma(\theta, \varepsilon_\nu)}{d\theta d\varepsilon_\nu} \right]_{fold} = \sum_{\omega_f} \frac{d^2\sigma(\varepsilon_\nu, \theta, \omega_f)|_{i \rightarrow f}}{d\theta d\varepsilon_\nu} \eta(\varepsilon_\nu), \quad (5.3)$$

όπου, στο κάτω όριο του ανωτέρω «ολοκληρώματος» (αθροίσματος), το  $\omega_f = \varepsilon_\nu - \varepsilon_f$ , υποδηλώνει τις δυνατές ενέργειες διέγερσης του πυρήνα για δεδομένο  $\varepsilon_\nu$  (τα νετρίνα ενέργειας  $\varepsilon_\nu$ , προκαλούν μεταπτώσεις για τις οποίες  $\omega_f \preceq \varepsilon_\nu$ ).

Υιοθετώντας τον ανωτέρω ορισμό, τα αποτελέσματα στην περίπτωση του ισότοπου  $^{128}\text{Te}$  φαίνονται στα Σχ. 5.14, 5.15 και 5.16, όπου έχει χρησιμοποιηθεί η κατανομή Fermi-Dirac για τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.7, 0.8, 0.9$ , αντίστοιχα, και τιμές της θερμοκρασίας ληφθέντες από τον Πίνακα 4.7. Η μεταβολή της γωνίας  $\theta$  έγινε για κάθε ζεύγος τιμών των παραμέτρων  $T$  και  $w$ , με βήμα  $\Delta\theta = 15^\circ$  ( $0^\circ \preceq \theta \preceq 165^\circ$ ).

Πιο συγκεκριμένα, στο Σχ. 5.14, έχουν χρησιμοποιηθεί για την ίδια τιμή της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.7$ , οι τιμές  $T = 2.57 \text{ MeV}$  (πάνω) και  $T = 3.42 \text{ MeV}$  (κάτω). Είναι εμφανές ότι, αυξανόμενης της θερμοκρασίας, οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές αυξάνονται και το μέγιστο μετατοπίζεται προς μεγαλύτερες ενέργειες εισερχομένου νετρίνου. Το ίδιο παρατηρείται, αλλά πιο έντονα, όταν η τιμή της πα-



Σχήμα 5.14: Συνελεγμένη διπλή διαφορική ενεργός διατομή  $d^2\sigma/d\theta dw$  ως προς την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$ , για το  $^{128}\text{Te}$  με κατανομή FD, για  $T = 2.57 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.7$  (πάνω) και για  $T = 3.42 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.7$  (κάτω).

ραμέτρου πλάτους  $w$  αυξάνεται, όπως φαίνεται στα Σχ. 5.15, όπου  $w = 0.8$  και 5.16, όπου  $w = 0.9$ .

Ειδικότερα, για  $w = 0.8$ , στην περιοχή του μεγίστου, η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή αυξάνεται κατά έναν παράγοντα περίπου 5 (σε σύγκριση με την αντίστοιχη για  $w = 0.7$ ) και το μέγιστο της απόκρισης ενός τέτοιου ανιχνευτή νετρίνων μετακινείται προς μεγαλύτερες ενέργειες κατά περίπου 7–7.5 MeV. Συνδυάζοντας τους υπολογισμούς μας εδώ και εκείνους του Κεφ. 4, συμπεραίνουμε ότι, χρησιμοποιώντας παραμετροποίηση Fermi-Dirac δύο παραμέτρων, βρίσκουμε ότι υπάρχει μεγάλη επίδραση του ενεργειακού φάσματος των σουπερνόβα νετρίνων στην αναδιπλωμένη ενεργό διατομή, η οποία αντανακλά την απόκριση των πυρήνων-ανιχνευτών στα σουπερνόβα νετρίνα.

Με τον ανωτέρω τρόπο, μελετήθηκαν επίσης, οι αναδιπλωμένες διπλές διαφορικές ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου με το  $^{130}\text{Te}$ , χρησιμοποιώντας κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law). Τα αποτελέσματα είναι εντελώς ανάλογα των ανωτέρω και για λόγους έκτασης δεν παρατίθενται εδώ (βλέπε [260, 261]).

Αξίζει να αναφέρουμε ότι, πρόσφατα στο εργαστήριο Fermilab [51], μετρήθηκε για πρώτη φορά η διπλή διαφορική ενεργός διατομή  $d^2\sigma/d\Omega d\varepsilon_\nu$  σκέδασης νετρίνου από τον πυρήνα  $^{12}\text{C}$ , γεγονός που προσδίδει ιδιαίτερη σημασία στην αναδιπλωμένη ενεργό διατομή που υπολογίζουμε εδώ. Όμοιοι υπολογισμοί, μπορούν εύκολα να εκτελεστούν και για άλλα ισότοπα.

### 5.7.2 Συνέλιξη απλής διαφορικής ενεργού διατομής $[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{fold}$

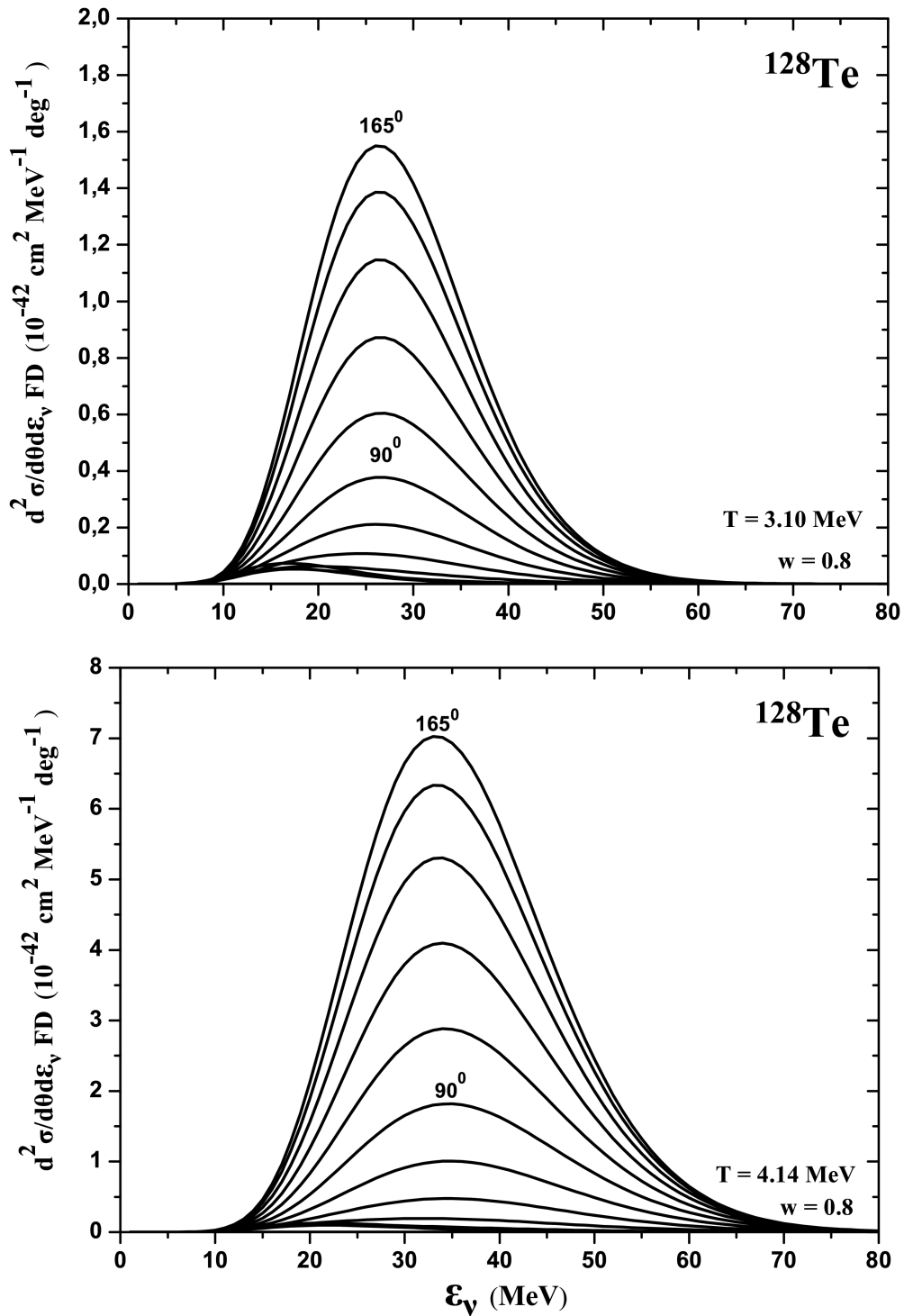
Τα αποτελέσματα που λαμβάνονται με αναδίπλωση της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$ , εφαρμόζοντας την Εξ.

$$\left[ \frac{d\sigma(\omega)}{d\omega} \right]_{fold} = \int_{\omega}^{\infty} \frac{d\sigma(\varepsilon_\nu, \omega)}{d\omega} \eta(\varepsilon_\nu) d\varepsilon_\nu, \quad (5.4)$$

με Fermi-Dirac κατανομή για το  $^{128}\text{Te}$ , παρουσιάζονται στα Σχ. 5.17, 5.18 και 5.19 και με Power-Law κατανομή για το  $^{130}\text{Te}$ , φαίνονται στα Σχ. 5.20 και 5.21. Και στις δύο περιπτώσεις κατανομών, χρησιμοποιήθηκαν διάφορες τιμές των παραμέτρων  $T$ ,  $\eta_{dg}$  για το  $^{128}\text{Te}$  και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ ,  $\alpha$  για το  $^{130}\text{Te}$ , ληφθέντες από τον Πίνακα 4.7.

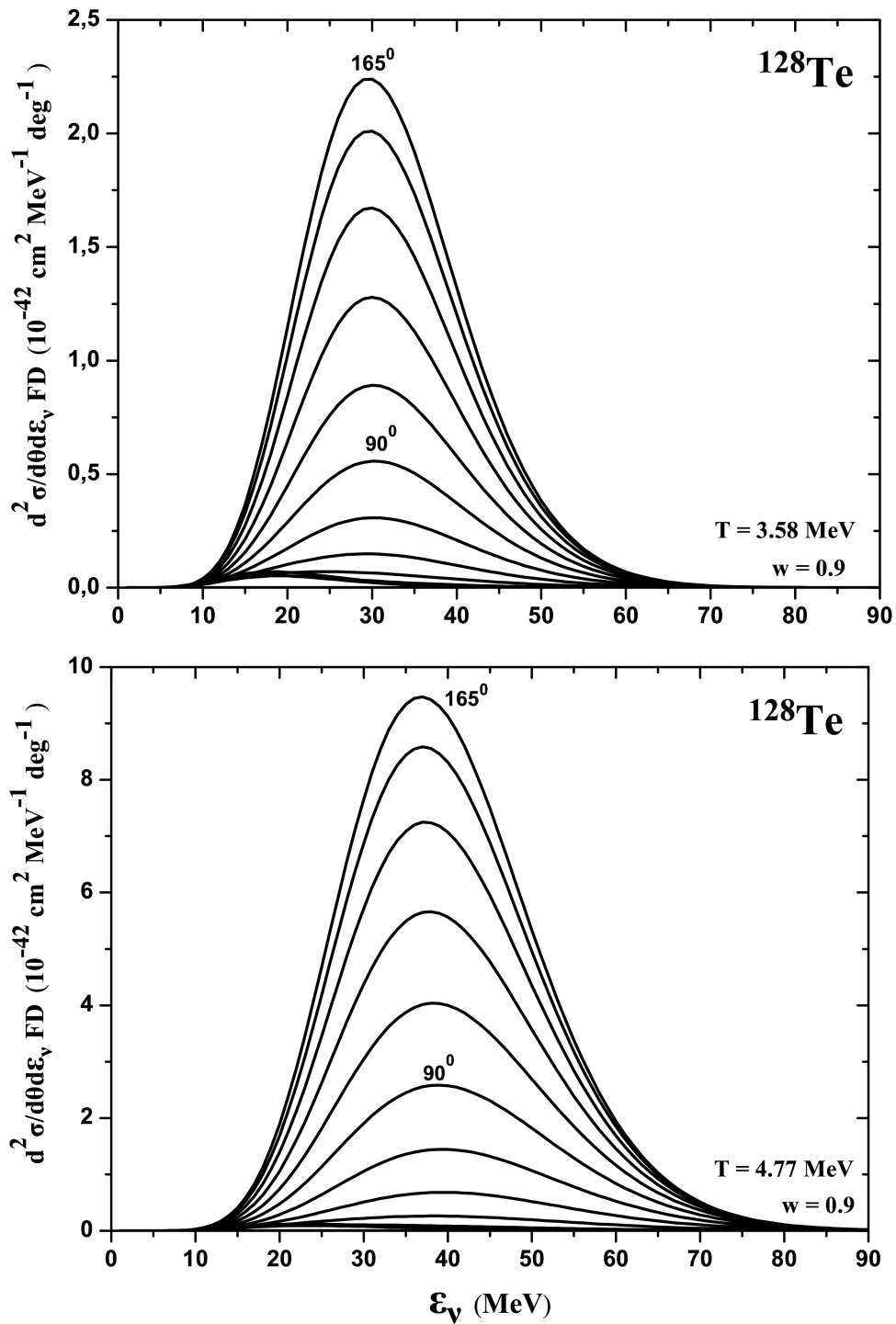
Ειδικότερα, στα Σχ. 5.17, 5.18 και 5.19, όπου απεικονίζεται η αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης  $\omega$  για το ισότοπο  $^{128}\text{Te}$ , χρησιμοποιήθηκε η FD κατανομή για τιμές του πλάτους  $w = 0.7$ ,  $w = 0.8$  και  $w = 0.9$ , και για κάθε μία από αυτές δύο διαφορετικές τιμές της θερμοκρασίας  $T$ , κατάλληλες για νετρίνα  $\nu_e$  ( $T = 16$  MeV) και αντινετρίνα  $\bar{\nu}_e$  ( $T = 22$  MeV).

Όμοια, στα Σχ. 5.20 και 5.21, παριστάνονται τα αποτελέσματα της αναδίπλωσης για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  χρησιμοποιώντας κατανομή Power-Law για τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.7$ ,  $0.9$  και για κάθε μία από αυτές δύο διαφορετικές τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12, 16$  MeV, που αντανακλούν τη θερμοκρασία  $T$  της

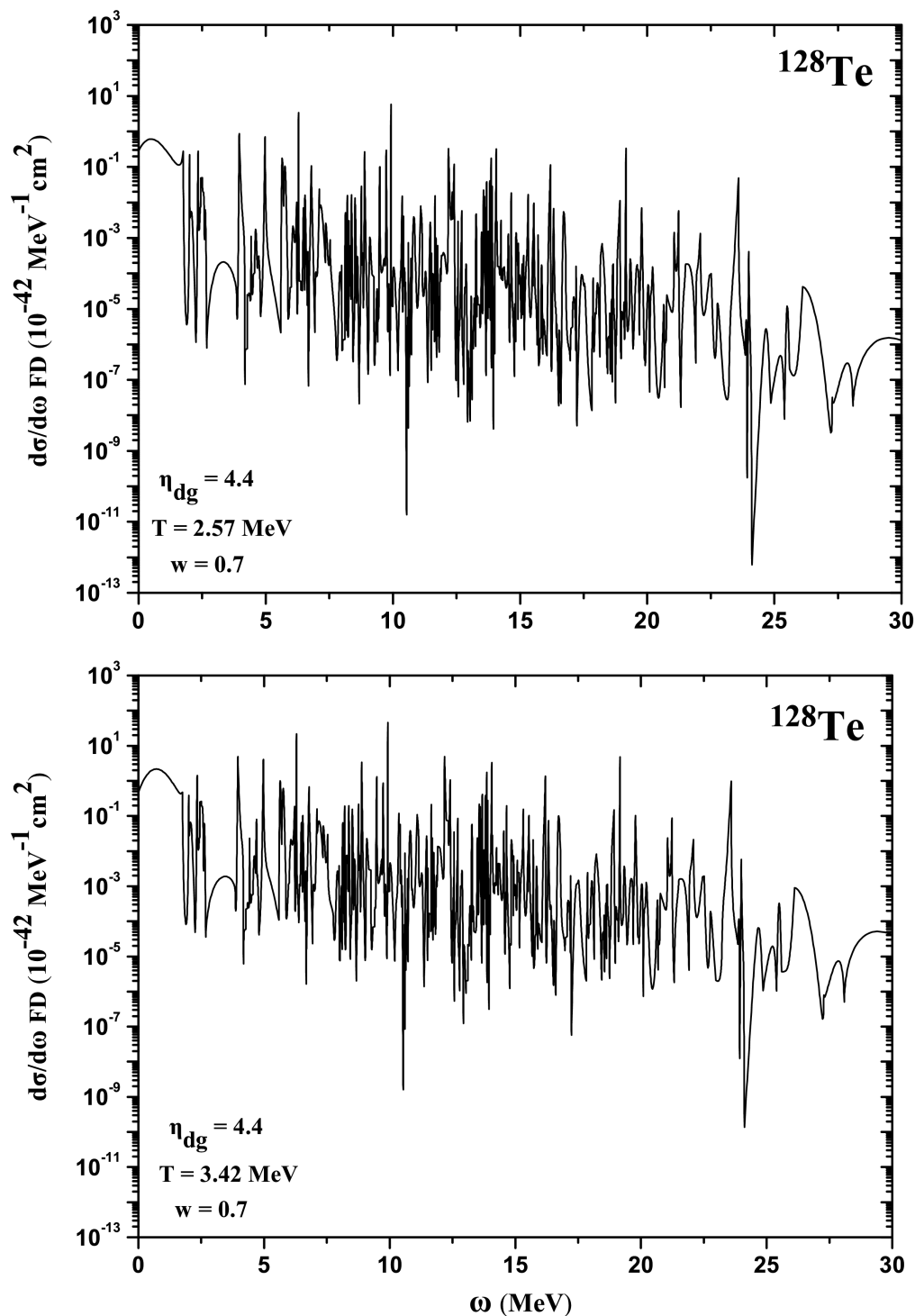


Σχήμα 5.15: Όμοια με το Σχ. 5.14, αλλά για  $T = 3.10 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και για  $T = 3.14 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.8$  (κάτω).

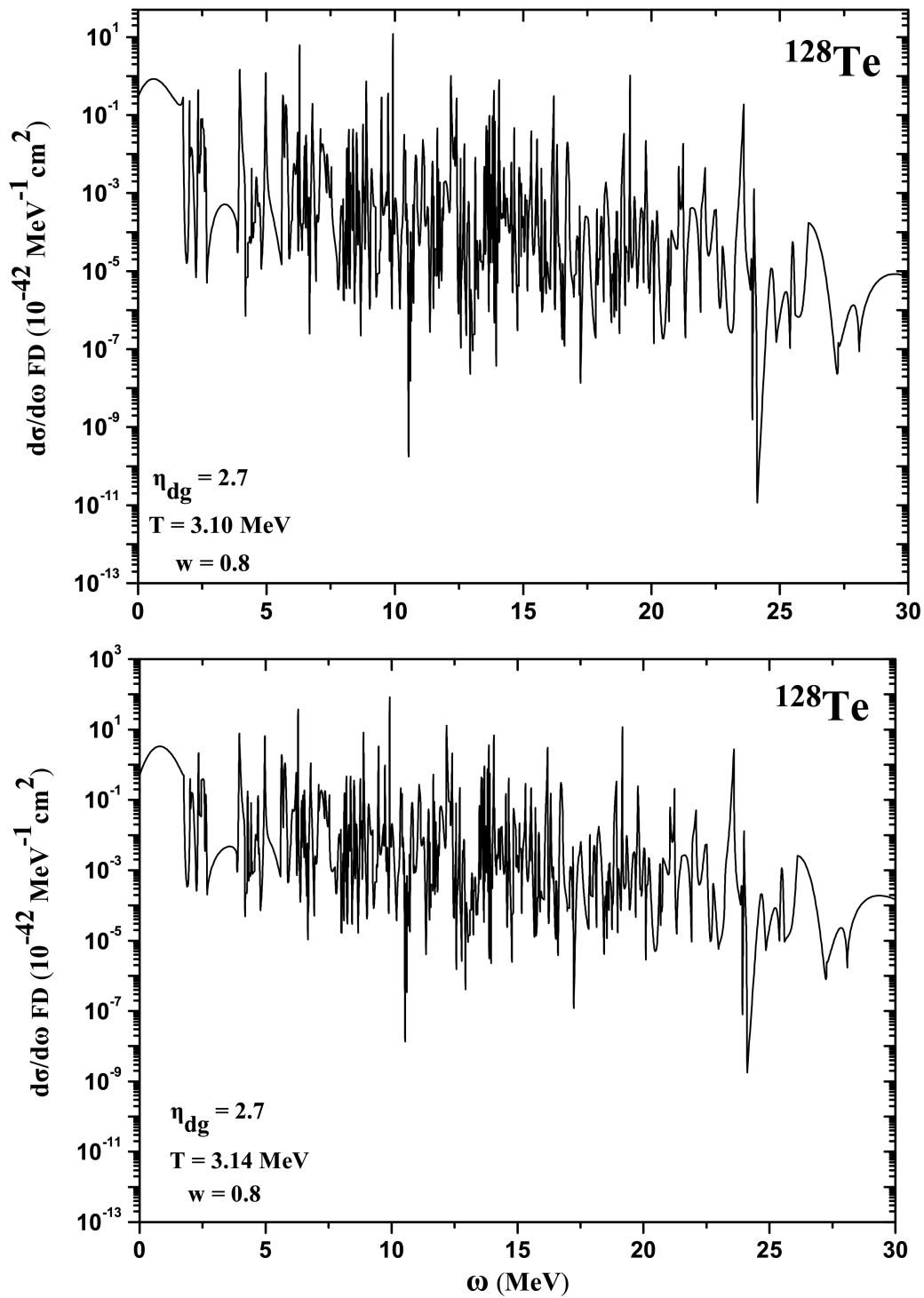




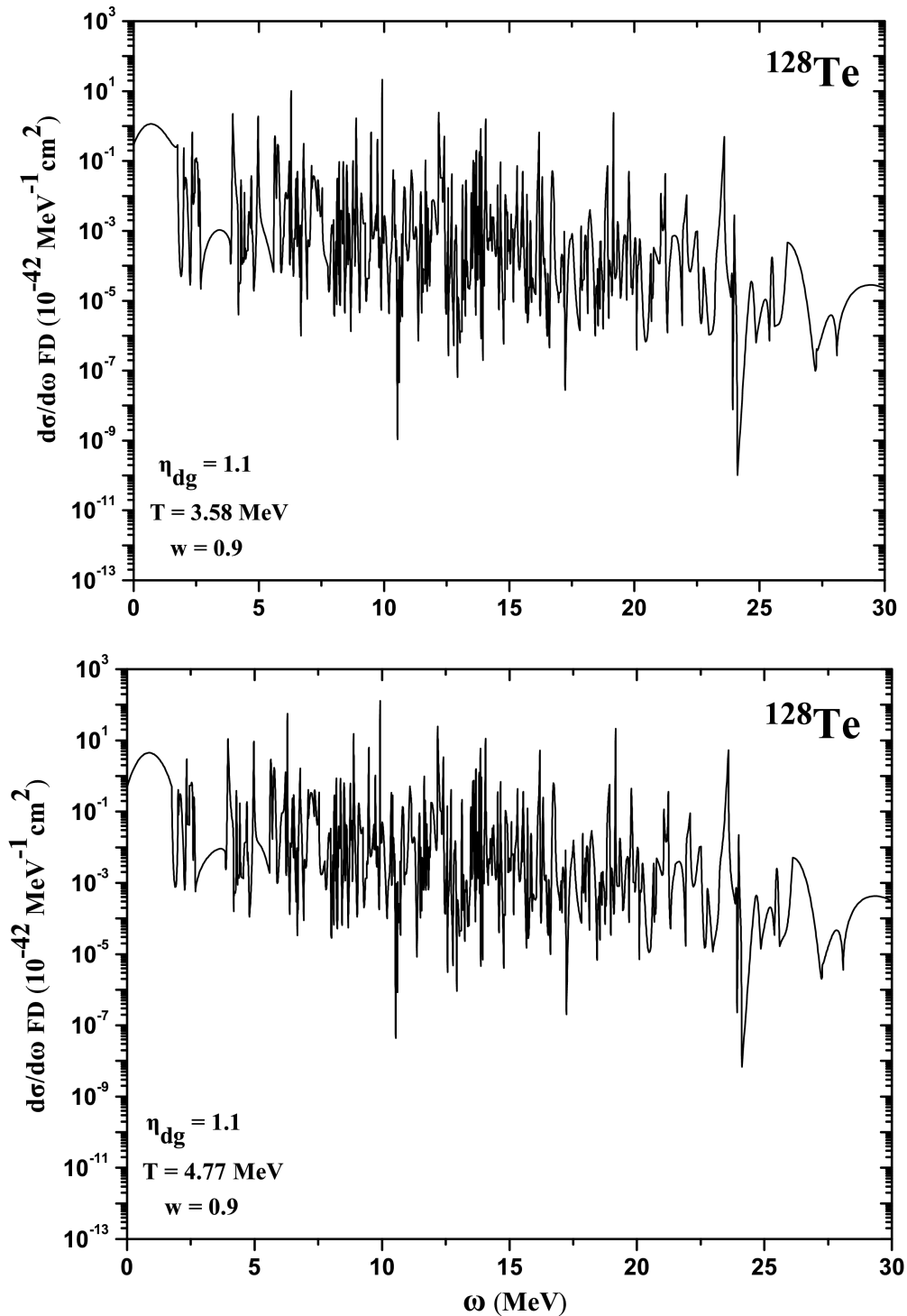
Σχήμα 5.16: Όμοια με το Σχ. 5.14, αλλά για  $T = 3.58 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.9$  (πάνω) και για  $T = 7.77 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.9$  (κάτω).



Σχήμα 5.17: Συνελιγμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , με κατανομή FD, για  $T = 3.10 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.7$  (πάνω) και για  $T = 3.14 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.7$  (κάτω).



Σχήμα 5.18: Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για  $T = 3.10 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και για  $T = 3.14 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.8$  (κάτω).



Σχήμα 5.19: Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για  $T = 3.58 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.9$  (πάνω) και για  $T = 7.77 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.9$  (κάτω).

περιοχής της νετρίνοσφαιρας από όπου διέφυγαν τα νετρίνα  $\nu_e$  ( $\langle\epsilon_\nu\rangle=12$  MeV) και τα αντινετρίνα  $\bar{\nu}_e$  ( $\langle\epsilon_\nu\rangle=16$  MeV), αντίστοιχα.

Από τη μεταβολή της  $d\sigma/d\omega|_{fold}$  με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  των πυρήνων-ανιχνευτών  $^{128}\text{Te}$  και  $^{130}\text{Te}$ , με κατανομές FD και PL, αντίστοιχα, εξάγονται ανάλογα συμπεράσματα εκείνων που εξήχθησαν από τη μελέτη των ισοτόπων  $^{64,66}\text{Zn}$ .

Είναι εμφανές ότι, σε όλες τις περιπτώσεις για αμφοτέρα τα ισοτόπα, υπάρχει μια πλούσια απόκριση και στην περιοχή του φάσματος δέσμιων σωματίων (ενέργειας  $\omega < 7-8$  MeV), αλλά επίσης και στο συνεχές φάσμα. Αυξανομένης της θερμοκρασίας  $T$  (ή της μέσης ενέργειας  $\langle\epsilon_\nu\rangle$ ) διατηρώντας το πλάτος  $w$  σταθερό, αυξάνεται δραστικά και η ενεργός διατομή  $[d\sigma/d\omega]_{fold}$ . Επίσης, συγκρίνοντας τα σχήματα που κατασκευάστηκαν ηταν με διαφορετικές τιμές της  $w$  συμπεραίνεται ότι η επίδραση της παραμέτρου  $w$  στην αύξηση της ενεργού διατομής είναι πιό έντονη από εκείνη της θερμοκρασίας  $T$ .

Υπενθυμίζουμε ότι, όπως φαίνεται και από την Εξ. (4.9) οι πρωτογενείς ενεργές διατομές που υπολογίστηκαν είναι ίδιες για όλες τις γεύσεις νετρίνων. Για τα ανωτέρω ισότοπα, δεν υπάρχουν στη σύγχρονη βιβλιογραφία αντίστοιχοι υπολογισμοί με τους οποίους μπορούμε να συγκρίνουμε τα αποτελέσματά μας. Ιδιαίτερα, για την περιοχή μεταπτώσεων δέσμιου νουκλεονίου, δεν υπάρχουν συνελιγμένες ενεργές διατομές για πολλά ισότοπα, ενώ για μεταπτώσεις πάνω από αυτή την περιοχή, η απόκριση έχει μελετηθεί λεπτομερειακά και από άλλους συγγραφείς σε διάφορα ισότοπα ( $^{16}\text{O}$ ,  $^{12}\text{C}$ ,  $^{208}\text{Pb}$ ,  $^{56}\text{Fe}$ , κλπ.), χρησιμοποιώντας κυρίως την μέθοδο προσέγγισης τυχαίας φάσης του συνεχούς CRPA [178].

### 5.7.3 Συσσωρευμένη διαφορική ενεργός διατομή $[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{cum}^{fold}$

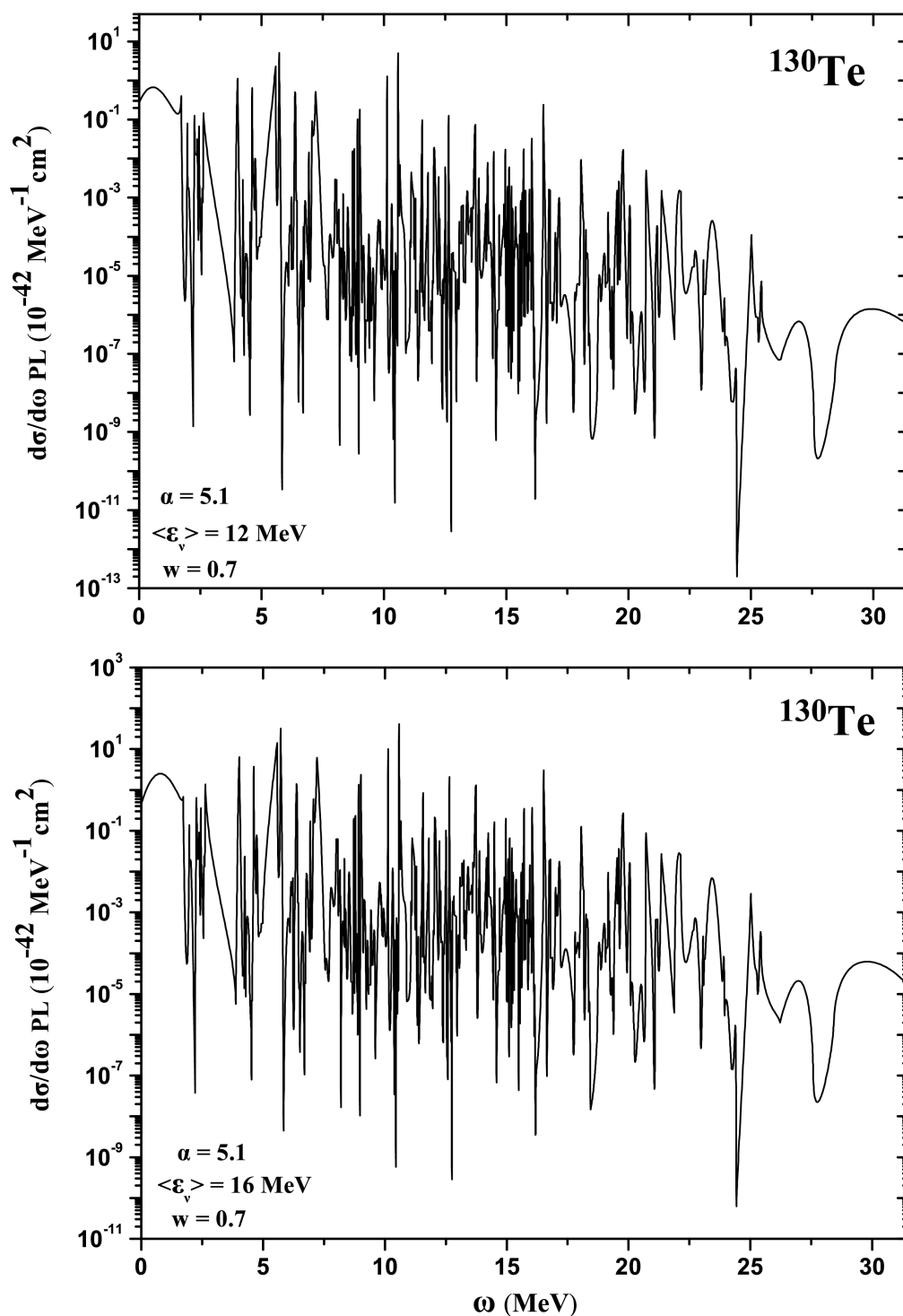
Στο επόμενο στάδιο μελέτης των ισοτόπων του  $\text{Te}$  ως ανιχνευτών υπερκαινοφανών νετρίνων, υπολογίσαμε την αποκαλούμενη αναδιπλωμένη συσσωρευμένη διαφορική ενεργό διατομή (cumulative cross-section)  $[\frac{d\sigma}{d\omega}(\omega)]_{cum}^{fold}$ , αθροίζοντας τις υπολογισθείσες συνελιγμένες τιμές που παρουσιάστηκαν στα Σχ. 5.17–5.21 σύμφωνα με την έκφραση [17, 134, 278]

$$\left[\frac{d\sigma}{d\omega}(\omega)\right]_{cum}^{fold} = \sum_{\omega_j=0}^{\omega} \frac{d\sigma(\omega_j)}{d\omega}|_{fold}, \quad (5.5)$$

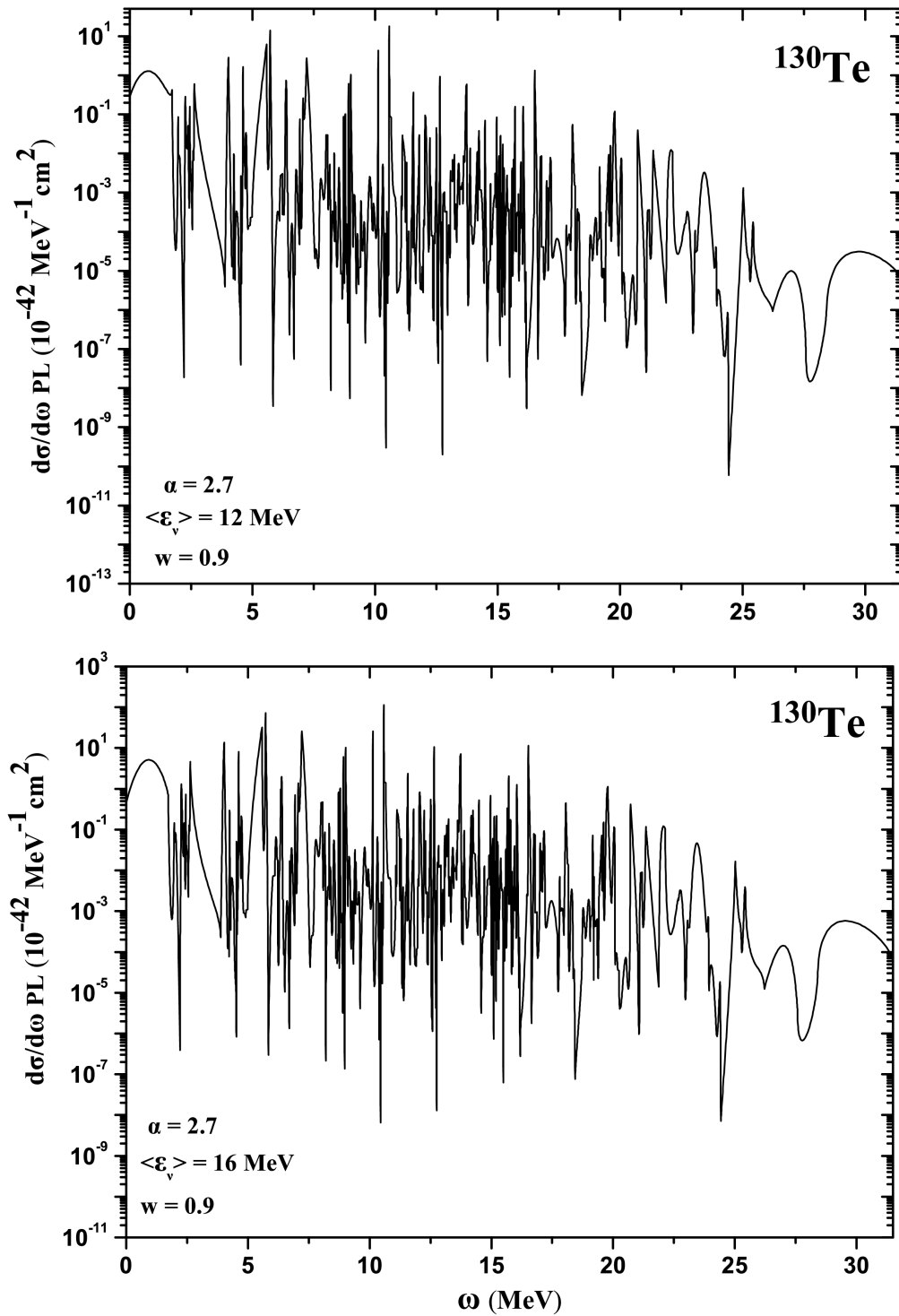
όπου  $\omega_j \leq \omega$ , δηλαδή το  $\omega_j$  σαρώνει τις ενέργειες διέγερσης του θεωρητικού QRPA φάσματος (το οποίο υπολογίζεται από τη διαγωνιοποίηση των QRPA ως διακριτό παντού), μέχρι την ενέργεια  $\omega$ .

Χρησιμοποιώντας στην ανωτέρω εξίσωση τα αποτελέσματα των προηγούμενων Σχημάτων, μελετήσαμε την εξάρτηση της  $[d\sigma/d\omega]_{cum}^{fold}$  από τις τιμές των παραμέτρων των κατανομών FD και PL (βλέπε Σχ. 5.22, για το  $^{128}\text{Te}$  και Σχ. 5.23, για το  $^{130}\text{Te}$ ).

Παρατηρούμε ότι, σε όλες τις περιπτώσεις αναδίπλωσης με κατανομή είτε FD είτε PL, τόσο η συσσωρευμένη όσο και η ολική ενεργός διατομή δεν διαφέρουν



Σχήμα 5.20: Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  με κατανομή PL, για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.7$  (πάνω) και για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.7$  (κάτω).



Σχήμα 5.21: Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  με κατανομή PL, για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.9$  (πάνω) και για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$ ,  $w = 0.9$  (κάτω).

αισθητά. Υπάρχει όμως, κάθε φορά μία κατανομή η οποία δίνει μεγαλύτερη ενεργό διατομή. Στις περισσότερες των περιπτώσεων, αυτή είναι η κατανομή FD, το οποίο οφείλεται κυρίως στο γεγονός ότι, η κορυφή της FD κατανομής βρίσκεται σε υψηλότερες ενέργειες, καθώς και στο γεγονός της υπερυψωμένης ουράς υψηλής ενέργειας της κατανομής συγκρινόμενη με εκείνη του PL φάσματος (για τις αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων). Τούτο ισχύει, τόσο για το ισότοπο  $^{128}\text{Te}$  όσο και για το  $^{130}\text{Te}$ . Συγκρίνοντας ενεργές διατομές που ελήφθησαν με διαφορετικές τιμές της μέσης ενέργειας ( $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12,16 \text{ MeV}$ ), συμπεραίνουμε ότι προκύπτει αύξηση της ολοκληρωμένης ενεργού διατομής κατά έναν παράγοντα περίπου 6, όταν η μέση ενέργεια αυξάνεται από  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  σε  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$ .

### Εξάρτηση από τη μέση ενέργεια νετρίνου της αναδιπλωμένης ενεργού διατομής $\frac{d\sigma}{d\omega}$

Από τα προηγούμενα αποτελέσματα, καταδεικνύεται ότι, η μέση ενέργεια  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  του φάσματος των σουπερνόβα νετρίνων, είναι μια πολύ σημαντική παράμετρος στη μελέτη της απόκρισης των πυρηνικών ανιχνευτών. Τα αποτελέσματα των Σχ. 5.24 και 5.25, δείχνουν σαφές ότι, η μείωση της μέσης ενέργειας, έχει τεράστια επίδραση στην προκύπτουσα ενεργό διατομή. Μεταβάλλοντας τη μέση ενέργεια στο φάσμα των νετρίνων, προκύπτει ελάττωση της συσσωρευμένης ενεργού διατομής κατά έναν παράγοντα περίπου πέντε.

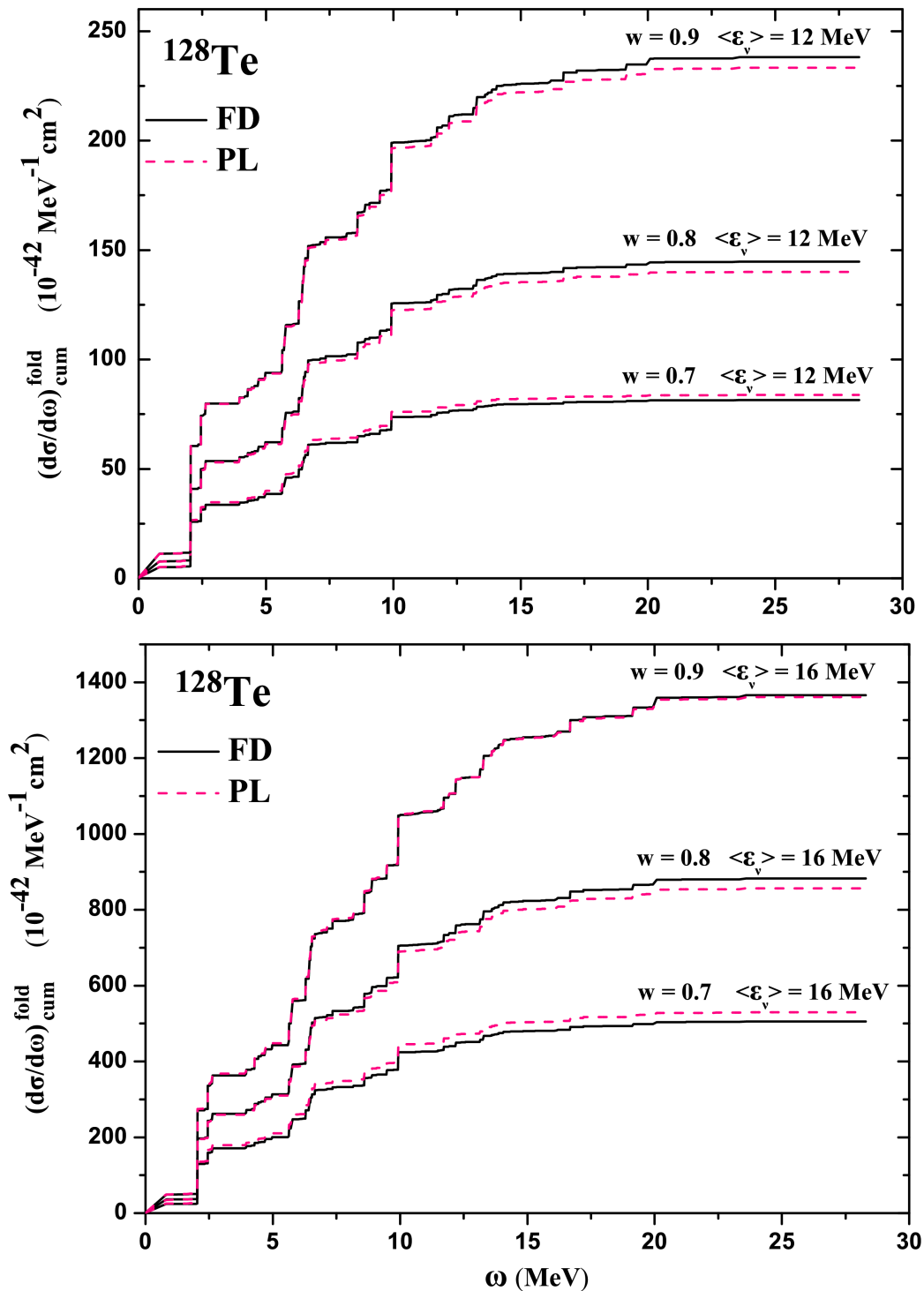
Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι, η συζήτηση της μέσης ενέργειας επί τη βάση της γνωστής παραμέτρου θερμοκρασίας  $T$  στο φάσμα Fermi-Dirac, είναι πολύπλοκη, διότι η μεταβολή στην ενέργεια μεταξύ των τιμών των εν λόγω Σχημάτων, πραγματοποιείται από την φαινομενικά μέτρια προσαρμογή της παραμέτρου θερμοκρασίας από  $T = 2.57 \text{ MeV}$  μέχρι  $T = 3.58 \text{ MeV}$  στα Σχ. 5.24, 5.25 (πάνω) και από  $T = 3.42 \text{ MeV}$  μέχρι  $T = 4.77 \text{ MeV}$  στα Σχ. 5.24, 5.25 (κάτω).

Οι λόγοι της ευαισθησίας αυτής, σχετίζονται με το γεγονός ότι, μία ελαφρά μετατόπιση του φάσματος προς τις υψηλές ενέργειες, αυξάνει σημαντικά το μέρος του φάσματος που είναι σε θέση να διεγείρει τον πυρήνα-στόχο σε μια κατάσταση του φάσματος. Περαιτέρω, η ενεργός διατομή εξαρτάται από το τετράγωνο της ενέργειας, επομένως, τα νετρίνα της υψηλής ενέργειας (ουράς της κατανομής) συνεισφέρουν περισσότερο στην αναδιπλωμένη ενεργό διατομή.

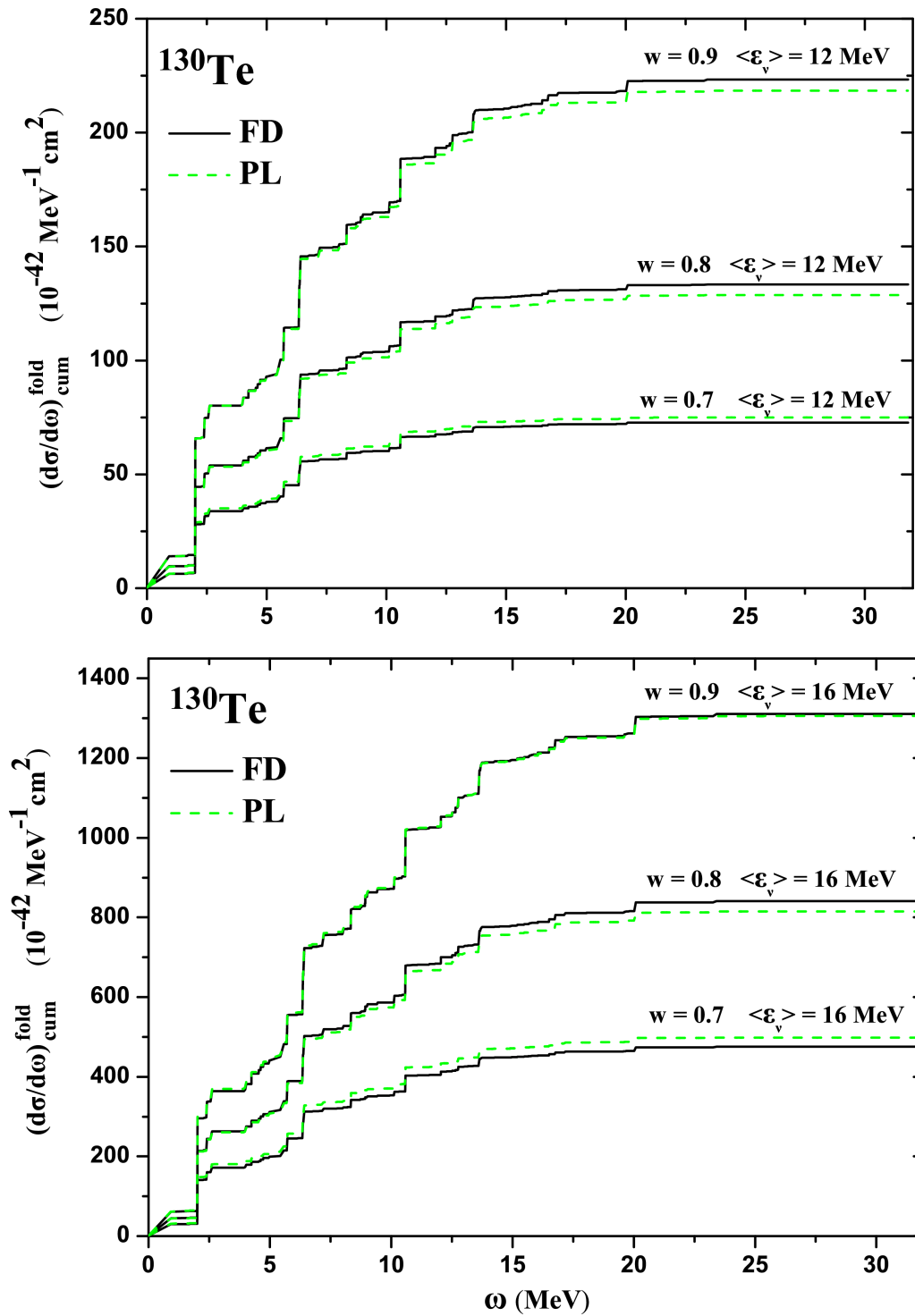
Στη βιβλιογραφία [17, 134, 278], η απότομη αύξηση της ενεργού διατομής σαν συνάρτηση της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , είναι, γενικά, η βάση της χρήσης των αντιδράσεων σκέδασης νετρίνου-πυρήνα σαν ένα «θερμόμετρο» των σουπερνόβα νετρίνων.

Από τα Σχ. 5.17–5.21, γίνεται φανερό ότι, οι αναδιπλωμένες ενεργές διατομές για ισοδύναμα (όμοια) φάσματα FD και PL δείχνουν την ίδια συνολική συμπεριφορά. Επίσης, είναι φανερό ότι, οι αποκλίσεις αυξάνονται με τη μείωση της ενέργειας. Στα Σχ. 5.22 και 5.23, φαίνεται επίσης ότι, ελαττώνοντας το εύρος του φάσματος ελαττώνεται σημαντικά και η συνελιγμένη ενεργός διατομή  $[\frac{d\sigma}{d\omega}(\omega)]_{cum}^{fold}$ . Για τις τιμές της παραμέτρου πλάτους μεταξύ  $w = 0.7$  και  $w = 0.9$ , το φάσμα FD δίνει στην πλειονότητα μεγαλύτερη αναδιπλωμένη ενεργό διατομή από ότι το φάσμα PL, όμως τελευταία

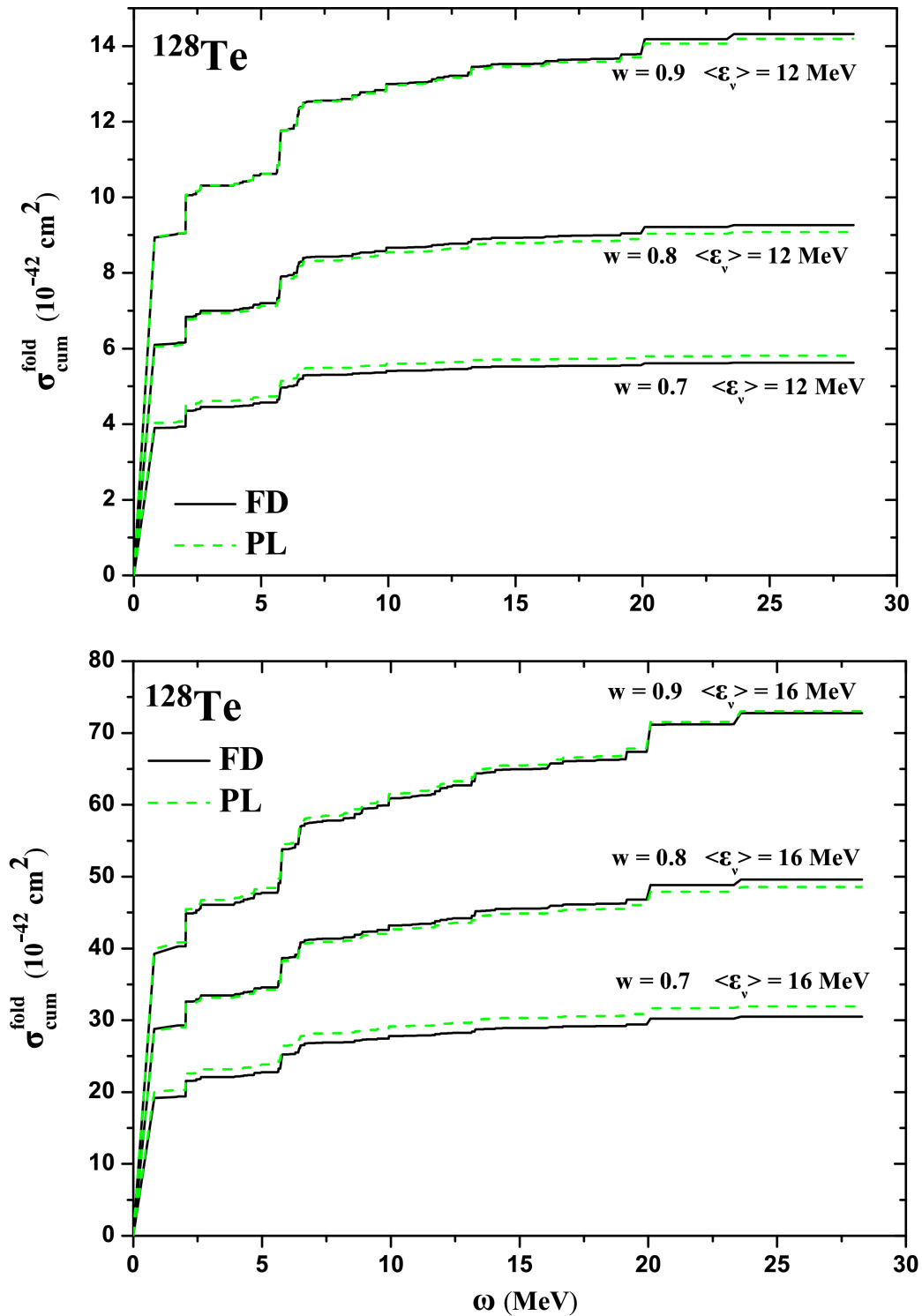




Σχήμα 5.22: Συνεληγμένη cumulative διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , με κατανομές (FD) και (PL) για  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$  (κάτω), για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$ .



Σχήμα 5.23: Όμοια με το Σχ. 5.22, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ .



Σχήμα 5.24: Συνελιγμένη cumulative ολική ενεργός διατομή  $\sigma$  ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , με κατανομές (FD) και (PL) για  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 12 \text{ MeV}$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$  (κάτω), για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$ .

[10], η PL κατανομή θεωρείται ότι, δίνει ακριβέστερη προσαρμογή στα δεδομένα. Τα αποτελέσματά μας όμως, δείχνουν μια συνολική ελάττωση της πυρηνικής απόκρισης στο σήμα των σουπερνόβα νετρίνων, το οποίο στην πραγματικότητα είναι μια σαφής ένδειξη της σημασίας που έχει η ουρά υψηλών ενεργειών του φάσματος στην απόκριση. Μαζί με την ελάττωση του εύρους, το μέγιστο της ενέργειας της κατανομής μετατοπίζεται σε υψηλότερες τιμές, ώστε να διατηρείται σταθερή η μέση ενέργεια. Παρόλα αυτά, οι ενεργές διατομές ελαττώνονται, διότι η ουρά υποβαθμίζεται.

### Αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή $\sigma_{cum}^{fold}(\omega)$

Επίσης, υπολογίσαμε την αναδιπλωμένη ολική ενεργό διατομή (total cross section)  $\sigma_{cum}^{fold}(\omega)$ , καθώς συσσωρεύεται αυξανόμενης της ενέργειας διέγερσης του πυρήνα  $\omega$ , αθροίζοντας σύμφωνα με την έκφραση

$$\sigma_{cum}^{fold}(\omega) = \int_0^{\omega} \left\{ \frac{d\sigma}{[d\omega]} \right\} [d\omega] \quad (5.6)$$

ή ισοδύναμα

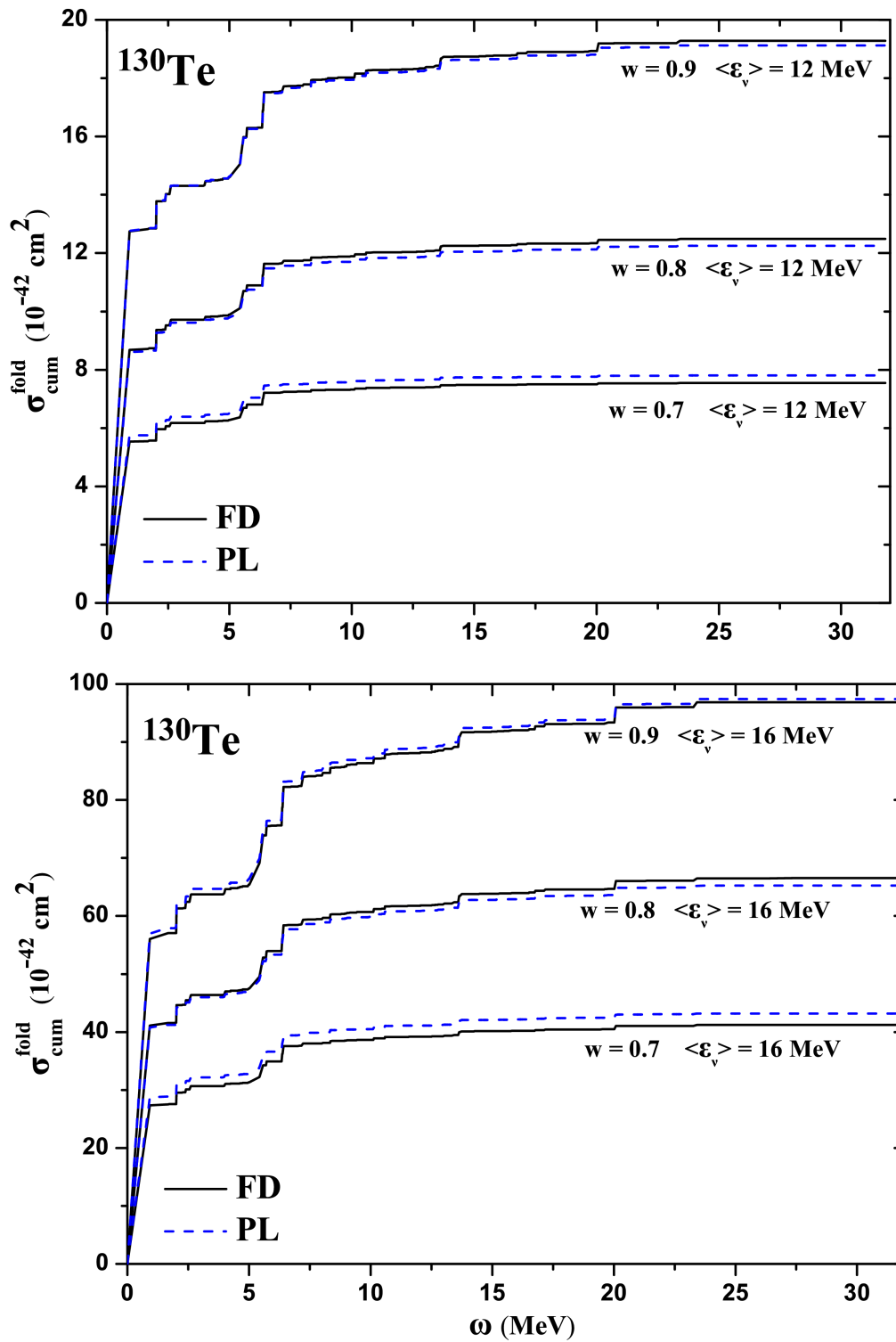
$$\sigma_{cum}^{fold}(\omega_k) = \sum_{j=0}^k \frac{d\sigma(\omega_j)}{d[\omega]} [d\omega_j]. \quad (5.7)$$

Τα αποτελέσματα για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων  $\omega$ ,  $T$  και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , φαίνονται στο Σχ. 5.24, για το  $^{128}\text{Te}$  και στο Σχ. 5.25, για το  $^{130}\text{Te}$ . Παρατηρούμε ότι η συμπεριφορά της ολικής αναδιπλωμένης ενεργού διατομής είναι όμοια με εκείνη της συσσωρευμένης διαφορικής ενεργού διατομής και για τα δύο ισότοπα.

Σημειώνουμε ότι, από τον τρόπο υπολογισμού των, Εξ. (5.6), και Εξ. (5.7), η ενεργός διατομή  $\sigma(\omega_k)$  έχει μονάδες  $cm^2$  (όπως και η  $\frac{d\sigma}{d\omega_{cum}}(\omega_k)$  έχει μονάδες  $cm^2 MeV^{-1}$ ).

### 5.7.4 Ερμηνεία σήματος σουπερνόβα νετρίνων

Πριν κλείσουμε το παρόν Κεφάλαιο, θεωρούμε σκόπιμο να αναφερθούμε στους τρόπους ερμηνείας του λαμβανομένου σήματος υπερκαινοφανών νετρίνων σε έναν ανιχνευτή. Γενικά, η ερμηνεία ενός σήματος σουπερνόβα νετρίνων σε έναν γήινο ανιχνευτή μπορεί να είναι πολύ δύσκολη, ειδικότερα όταν δεν μπορεί να γίνει πλήρης ανάλυση της ενεργειακής κατανομής του ληφθέντος σήματος. Επιπλέον, η πληροφορία πολλές φορές ενδέχεται να οφείλεται σε διάφορες διαδικασίες, οι οποίες είναι δύσκολο να διακριθούν μεταξύ των, όπως π.χ. η επίδραση των μικρότερης μέσης ενέργειας νετρίνων, μπορεί να γίνει εμφανής από μια μεγαλύτερη ροή. Άλλες πολυπλοκότητες, προκύπτουν όταν στα παραγόμενα φάσματα υπεισέρχονται φαινόμενα ταλάντωσης νετρίνων καθοδόν προς τον ανιχνευτή, τα οποία γίνονται και κατανοητά μέσω των διαφορών τους από το αρχικό φάσμα ενέργειας στην πηγή των σουπερνόβα νετρίνων. Τέτοιες επιδράσεις, έχουν συζητηθεί στο τέλος του Κεφ. 2 και



Σχήμα 5.25: Όμοια με το Σχ. 5.24, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ .

μπορούν να ληφθούν υπόψιν, από μία τροποποιημένη στην κατεύθυνση αυτή ενεργειακή κατανομή  $SN$ -νετρίνων [71, 127, 140]

Για την επίτευξη καλλίτερης προσαρμογής, ένας αριθμός παραμέτρων μπορεί να εισαχθεί ο οποίος να διακρίνει μεταξύ των διαφόρων διαδικασιών αποδιέγερσης. Τέτοιοι υπολογισμοί έχουν γίνει πρόσφατα από άλλους ερευνητές [249, 252] και δείχνουν ότι, ειδικότερα η θεώρηση εκπομπής ενός και δύο (αλλά και περισσότερων μέχρι πέντε [249]) νουκλεονίων, μας παρέχει έναν μάλλον αξιόπιστο τρόπο εξαγωγής πληροφοριών σχετικών με την ενέργεια των σουπερνόβα νετρίνων.

Στα πλαίσια της παρούσας μελέτης, όμως, δεν μπορούν να γίνουν παρόμοιες εκτιμήσεις για τα ισότοπα που μελετάμε και, επομένως, δεν μπορούμε να επιβεβαιώσουμε (ή να απορρίψουμε) έναν τέτοιο ισχυρισμό. Όπως τονίστηκε και στο τέλος του Κεφ. 3, στη μελέτη των αντιδράσεων νετρίνου(αντινετρίνου)-πυρήνα, θεωρούμε ότι, η τελική κατάσταση  $|J_f^\pi\rangle$  είναι μία κατάσταση του σύνθετου πυρήνα και δεν μελετούμε τρόπους αποδιέγερσής του.

## 5.8 Συμπεράσματα

Στο παρόν Κεφάλαιο, έγινε συστηματική μελέτη των αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα,  $^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu')^{128,130}\text{Te}^*$  και αντινετρίνου-πυρήνα, του τύπου  $^{128,130}\text{Te}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{128,130}\text{Te}^*$ . Οι λεπτομερειακοί υπολογισμοί, είχαν σαν στόχο να διερευνήσουν για χαμηλές και ενδιάμεσες ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$  ( $0 \leq \varepsilon_\nu \leq 100$  MeV), τα παρακάτω:

(i). Τη μεταβολή της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\Omega d\omega(\varphi, \theta, \omega, \varepsilon_\nu)$  με τη γωνία σκέδασης  $\theta$  και την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα.

(ii). Τη μεταβολή της απλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega(\omega)$  με την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα, και

(iii). Την εξάρτηση της  $\sigma_{tot}(\varepsilon_\nu)$  και  $\sigma_{cum}(\omega)$ .

Βρέθηκε ότι, για όλες τις ενέργειες διέγερσης (οι οποίες καλύπτουν την περιοχή  $0 < \omega < 30$  MeV), η διπλή διαφορική ενεργός διατομή είναι μεγάλη για γωνίες  $\theta \approx 180^\circ$  (οπισθοσκέδασης).

Οι επαγόμενες μεταπτώσεις  $J^\pi = 1^-$ ,  $J^\pi = 2^+$  κυριαρχούν, ενώ για πολυπολικές διεγέρσεις με μεγαλύτερο  $J$  ( $J > 2$ ), η συνεισφορά είναι σημαντικά μικρότερη. Μελετήθηκαν με ιδιαίτερη έμφαση οι επαγόμενες  $2^+$  μεταπτώσεις στα ισότοπα  $^{128,130}\text{Te}$ , οι οποίες, αν και υστερούν στην κυριαρχία επί της ολικής ενεργού διατομής έναντι των  $1^-$  μεταπτώσεων, έχουν το πλεονέκτημα να υπερτερούν πληθυσμιακά στο χαμηλοενεργειακό φάσμα των ισοτόπων  $^{128,130}\text{Te}$ . Έτσι, π.χ. 6 μεταπτώσεις  $2^+$  στο  $^{128}\text{Te}$  επάγονται από νετρίνα (αντινετρίνα) ενέργειας  $\varepsilon_\nu=2.5$  MeV (οποιασδήποτε γεύσης), ενώ καμμία  $1^-$  μετάπτωση δεν επάγεται σε κανένα από τα δύο αυτά ισότοπα.

Υπολογίστηκαν στη συνέχεια, αναδιπλωμένες ενεργές διατομές διαφόρων τύπων όπως:  $[\frac{d^2\sigma}{d\theta d\omega}(\theta, \varepsilon_\nu)]_{fold}$ ,  $[\frac{d\sigma}{d\omega}(\omega)]_{fold}$ ,  $[\frac{d\sigma}{d\omega}(\varepsilon_\nu)]_{cum}^{fold}$ . Η μεταβολή των ποσοτήτων αυτών με τις παραμέτρους των ενεργειακών κατανομών που χρησιμοποιήθηκαν στην ανα-

δίπλωση ( $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , T, κλπ.), συμφωνεί ποιοτικά με τα αποτελέσματα που βρέθηκαν με CRPA στον πυρήνα  $^{208}\text{Pb}$ . Όμως δεν υπάρχει παντού ποσοτική συμφωνία (π.χ. ο παράγοντας 6 εξάρτησης της  $[\frac{d\sigma}{d\omega}]_{fold}$  από την  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , είναι πολύ μεγαλύτερος, 12 ή 16 στα αποτελέσματα της CRPA στο  $^{208}\text{Pb}$ ).





## Κεφάλαιο 6

---

# Τα φάσματα νετρίνων $\beta$ -δεσμών στη μελέτη αστροφυσικών νετρίνων

*It is not good to try to stop  
knowledge from going forward.  
Ignorance is never  
better than knowledge  
Enrico Fermi*

### 6.1 Εισαγωγή

Στο Κεφάλαιο αυτό, θα μελετήσουμε τη χρήση των ενεργειακών κατανομών των νετρίνων που παράγονται από  $\beta$ -ραδιενεργούς πυρήνες όταν επιταχύνονται σε σχετικιστικές ταχύτητες στους αποθηκευτικούς δακτυλίους, στην ερμηνεία φασμάτων των αστροφυσικών νετρίνων. Επειδή τα νετρίνα  $\beta$ -δεσμών (beta beam neutrinos) αποτελούν επιμέρους τεχνικές των ραδιενεργών δεσμών που χρησιμοποιούνται στη σύγχρονη έρευνα, αρχικά θα αναφερθούμε στις ιδιότητες τέτοιων δεσμών και θα περιγράψουμε την παραγωγή και λειτουργία τους στους αποθηκευτικούς δακτυλίους (storage rings).

Στη συνέχεια, θα εστιάσουμε στην περιγραφή διατάξεων  $\beta$ -δεσμών και θα ασχοληθούμε ειδικότερα με τον ρόλο εκείνων που είναι κατάλληλες για την ερμηνεία των ενεργειακών φασμάτων των σουπερνόβα νετρίνων.

Η επιτάχυνση μιας ισχυρής δέσμης ραδιενεργών ιόντων σε υψηλές ενέργειες, είναι ένα νέο πεδίο έρευνας στη φυσική των επιταχυντών και πρόσφατα συζητείται εκτενώς η δυνατότητα χρήσης της υπάρχουσας υποδομής σε διάφορα Ευρωπαϊκά εργαστήρια [264], π.χ. του Cern (PS, SPS, EURISOL, κλπ.), του GSI, του GANIL, κλπ., για τη δημιουργία των. Τα πιο γνωστά και με πολλά πλεονεκτήματα ιόντα για παραγωγή  $\beta$ -δέσμης νετρίνων και αντινετρίνων, είναι το  $^{18}\text{Ne}$  (για  $\nu_e$  νετρίνα) και το  $^6\text{He}$  (για  $\bar{\nu}_e$  αντινετρίνα). Στο τέλος του παρόντος Κεφαλαίου, θα χρησιμοποιήσουμε γραμμικό συνδυασμό των φασμάτων αυτών των δύο ιόντων, σε διάφορους παράγοντες Lorentz  $\gamma$ , για να υπολογίσουμε την απόκριση των ισοτόπων  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{130}\text{Te}$  στα φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων.

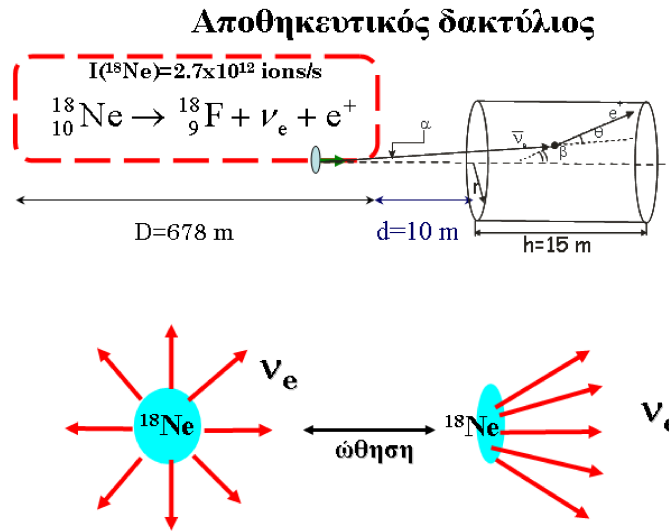
## 6.2 Οι δέσμες ραδιενεργών ιόντων στη σύγχρονη έρευνα

Όπως είναι γνωστό, σε πρώτη προσέγγιση, οι ελαφρείς σταθεροί πυρήνες του περιοδικού πίνακα ισοτόπων δημιουργούνται με (περίπου) ίσο αριθμό πρωτονίων και νετρονίων, όμως η άπωση Coulomb μεταξύ των πρωτονίων συντελεί στη μείωση του αριθμού των και υπερίσχυση των νετρονίων καθώς αυξάνεται ο μαζικός αριθμός  $A$  των σταθερών πυρήνων, δηλαδή σε ελαφρούς σταθερούς πυρήνες συνήθως  $N \approx Z$  ( $^{12}_6\text{C}_6$ ,  $^{16}_8\text{O}_8$ ,  $^{40}_{20}\text{Ca}_{20}$  κ.λ.π), ενώ σε βαρείς σταθερούς πυρήνες  $N > Z$  ( $^{208}_{82}\text{Pb}_{126}$  κ.λ.π). Ένας βαρύς πυρήνας είναι δυνατόν να διασπασθεί σε δύο ή περισσότερα τμήματα, εάν απελευθερώνεται αρκετή ενέργεια από την ενέργεια σύνδεσης των συστατικών του κατά τον διαχωρισμό του. Επειδή καθένας από τους θυγατρικούς πυρήνες είναι ελαφρότερος από τον μητρικό, υπάρχουν περισσότερα νετρόνια από εκείνα που απαιτούνται για να τον καθιστούν σταθερό και έτσι με τον τρόπο αυτόν γεννιούνται νέοι ραδιενεργοί πυρήνες [284]. Στην πραγματικότητα, πολλοί διαφορετικοί ραδιενεργοί πυρήνες δημιουργούνται ταυτόχρονα, οι οποίοι μεταπίπτουν σε σταθερούς με εκπομπή α-σωματίων, νετρονίων, πρωτονίων, ηλεκτρονίων, ακτίνων  $\gamma$ , κλπ.

Χρησιμοποιώντας ηλεκτρομαγνητικό πεδίο, μπορούμε να επιταχύνουμε τα παραγόμενα φορτισμένα ιόντα ή σωματίδια, ώστε να κινούνται με σχετικά υψηλές ταχύτητες και στη συνέχεια να επιλέξουμε την επιθυμητή δέσμη με διαδικασίες φασματογράφου μάζας. Εκτός από μερικές εξαιρετικά δύσκολες τεχνικά περιπτώσεις, μια δέσμη από ασταθή (ραδιενεργά) ιόντα παράγεται με αυτόν τον τρόπο και κατευθύνεται μέσα στο εργαστήριο. Υπάρχουν αρκετοί περιορισμοί στις τεχνικές δεσμών ραδιενεργών ιόντων σε σύγκριση με εκείνες των πειραμάτων που γίνονται μόνο με σταθερά ισότοπα, όπως π.χ. περιορισμοί που σχετίζονται με τον χρόνο ζωής του ραδιενεργού ιόντος, την παραγωγή θυγατρικών πυρήνων πλουσίων σε νετρόνια, κλπ. Στις περιπτώσεις των β-δεσμών, αποκλείονται πυρήνες με πολύ μικρό χρόνο ζωής, διότι απαιτείται αρκετό χρονικό διάστημα ώστε να μεταφερθεί η δέσμη στο χώρο του στόχου (π.χ. δέσμη  $^8\text{Be}$  του οποίου ο χρόνος ημι-ζωής είναι  $10^{-16}$  sec, δεν επιτρέπει τη μετακίνηση περισσότερο από μερικά  $n\text{m}$  πριν αποδιεγερθεί σε δύο α-σωμάτια). Παρόλα αυτά, πολλές χρήσιμες πληροφορίες μπορούν να εξαχθούν από τέτοιες τεχνικές [284].

Όπως προαναφέρθηκε, ασταθή πυρηνικά ισότοπα που παράγονται ως αποτέλεσμα κάποιων ραδιενεργών διασπάσεων (αντιδράσεων), μπορούν να αποτελέσουν μητρικούς πυρήνες για επόμενες αντιδράσεις. Κλασικό παράδειγμα, αποτελεί η τριπλή α-αντίδραση κατά την οποία το  $^8\text{Be}$  παράγεται όταν δύο πυρήνες  $^4\text{He}$  συλλαμβάνουν ένα α-σωμάτιο για το σχηματισμό του  $^{12}\text{C}$ . Αν και η σχετική πιθανότητα σχηματισμού ενός ισοτόπου  $^8\text{Be}$  σε έναν αστέρα καύσεως  $^4\text{He}$  είναι  $1/10^9$ , παρόλα αυτά, είναι δυνατόν να δημιουργηθεί αρκετός  $^{12}\text{C}$  έτσι ώστε η αντίδραση αυτή (πυρηνοσύνθεση) να συνεχιστεί και σε βαρύτερους πυρήνες.

Οι ραδιενεργές δέσμες, είναι νέες διατάξεις που χρησιμοποιούνται στην έρευνα



Σχήμα 6.1: (Άνω) Σχηματική αναπαράσταση ενός αποθηκευτικού δακτυλίου στον οποίο επιταχύνονται  $\beta$ -ραδιενεργοί πυρήνες σε σχετικά μικρούς παράγοντες Lorentz  $\gamma$  ( $\gamma < 15-20$ ). (Κάτω) Ο αρχικά ακίνητος στο εργαστήριο πυρήνας είναι σφαιρικός και εκπέμπει νετρίνα ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις, ενώ όταν επιταχύνεται σε σχετικιστικές ταχύτητες έχει σχήμα ελλειψοειδές και τα εκπεμπόμενα νετρίνα είναι πιο εστιασμένα.

και της πυρηνικής αστροφυσικής, αφού είναι σχετικά εύκολο να δημιουργήσουμε ραδιενεργούς πυρήνες που υπάρχουν στο εσωτερικό των αστέρων και στο εργαστήριο. Από την άποψη της πυρηνικής αστροφυσικής, πυρήνες πλούσιοι σε νετρόνια κυριαρχούν κατά την ταχεία διαδικασία σύλληψης νετρονίων ( $r$ -process), κατά την οποία παράγονται πολύ βαριά στοιχεία μέσω της επακόλουθης  $\beta^-$  αποδιέγερσης. Όμως, σε αντίθεση με το περιβάλλον επίγειων πειραμάτων, το αστρικό περιβάλλον δεν βρίσκεται σε ισορροπία, οπότε πολλές αντιδράσεις περιλαμβάνουν ασταθή ισότοπα τα οποία δεν μπορούν να δημιουργηθούν και να γίνουν στόχοι στο εργαστήριο.

### 6.2.1 Δέσμες $\beta$ -ραδιενεργών ιόντων και νετρίνα $\beta$ -δέσμης

Η ιδέα της χρήσης των  $\beta$ -ραδιενεργών πυρήνων για παραγωγή δεσμών νετρίνων και ανινετρίνων (beta beam neutrinos), προτάθηκε πρόσφατα από τον Zucchelli [19] και από τότε πραγματοποιούνται έρευνες από διάφορους ερευνητές [264, 267, 268, 270, 272, 276, 280]. Η πηγή των νετρίνων, είναι ραδιενεργά ιόντα τα οποία υφίστανται  $\beta$ -διάσπαση. Τα ιόντα τοποθετούνται σε έναν αποθηκευτικό δακτύλιο που διαθέτει δύο ευθύγραμμα τμήματα (βλέπε Σχ. 6.1) και επιταχύνονται σε σχετικιστικές ταχύτητες. Τα νετρίνα που παράγονται κατά μήκος ενός ευθύγραμμου τμήματος, φθάνουν σε έναν ανιχνευτή που είναι τοποθετημένος συνήθως κατά μήκος του άξονά του [19, 265].

Ένα μοναδικό χαρακτηριστικό της πηγής των νετρίνων β-δέσμης, είναι το γεγονός ότι, μπορεί να παράγει ενεργειακά φάσματα με διαφορετικές κλίμακες ενέργειας μέσω της επιτάχυνσης των μητρικών ιόντων σε διάφορους παράγοντες  $\gamma$  (παράγοντες Lorentz).

Οι εργαστηριακές δέσμες β-ραδιενεργών ιόντων χαμηλής ενέργειας, χρησιμοποιούνται στην παραγωγή νετρίνων ενέργειας 10–100 MeV, περιοχή η οποία έχει μεγάλη επικάλυψη με την ενεργειακή κλίμακα των υπεκαινοφανών νετρίνων και την φυσική νετρίνων χαμηλής ενέργειας γενικότερα [266, 267]. Οι τυπικοί παράγοντες ώθησης (boost factors) που αντιστοιχούν σε τέτοια νετρίνα, βρίσκονται στην περιοχή των  $\gamma \leq 15 - 20$  [268, 269].

Πρόσφατα, έχουν μελετηθεί τα πλεονεκτήματα χρήσης κυλινδρικών ανιχνευτών για νετρίνα β-δεσμών χαμηλής ενέργειας και έχει επιβεβαιωθεί πειραματικά ότι μεταβάλλοντας την ακτίνα και το μήκος ενός κυλινδρικού ανιχνευτή μεταβάλλεται και η συνολική ροή των νετρίνων, καθώς και η μορφή των φασμάτων που φθάνουν στον ανιχνευτή [266, 269, 263]. Επίσης, οι εσωτερικές και οι εξωτερικές περιοχές του κυλινδρικού ανιχνευτή, λαμβάνουν διαφορετική ροή και διαφορετικές μορφές ενεργειακών φασμάτων νετρίνων [269, 271, 275]. Με το δεδομένο αυτό, προκειμένου να παραχθεί ροή νετρίνων διαφορετικής μορφής μέσα στον ανιχνευτή, η δέσμη των ιόντων δεν κινείται με διαφορετικές ενέργειες, αλλά κινείται σε μια καθορισμένη κατεύθυνση, ενώ τα γεγονότα καταγράφονται από διαφορετικές περιοχές του ανιχνευτή, σε ένα και το αυτό πείραμα β-δέσμης. Τούτο, έχει το πλεονέκτημα ότι, δεν εισάγονται νέες συστηματικές αβεβαιότητες εξ αιτίας της κίνησης της δέσμης σε διαφορετικές ενέργειες και επομένως μπορεί να επιτρέψει πιο ακριβείς μετρήσεις και να απλοποιήσει την ανάλυση με προσομοιώσεις.

Η μέση ενέργεια των νετρίνων που εκπέμπονται από μια δέσμη ιόντων που κινείται με σχετικιστικές ταχύτητες, εξαρτάται από τη γωνία της εκπομπής ως προς τον άξονα της δέσμης (βλέπε Σχ. 6.1) σαν συνέπεια της ειδικής σχετικότητας, το οποίο εκμεταλλευόμαστε στην επιλογή συγκεκριμένης ροής των νετρίνων.

### 6.2.2 Σύγχρονες έρευνες με β-δέσμες χαμηλής ενέργειας

Οι β-δέσμες χαμηλών ενεργειών, προσφέρονται για τη μελέτη των θεμελιωδών ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων. Έχουν προταθεί να εκτελεστούν αρκετά πειράματα χαμηλής ενέργειας β-δέσμης, τα οποία περιλαμβάνουν μετρήσεις ενεργών διατομών ανελαστικής σκέδασης νετρίνου-πυρήνα [268] (απόκριση του  $Pb$  σε φάσματα σουπερνόβα νετρίνων [269]), ανίχνευση της μαγνητικής ροπής των νετρίνων μέσω μελέτης της σκέδασης νετρίνου-ηλεκτρονίου  $\nu + e \rightarrow \nu' + e'$  [270], μέτρηση του  $\sin^2\theta_W$  κατά τη σκέδαση ηλεκτρονίου-αντινετρίνου  $\tilde{\nu}_e + e \rightarrow \tilde{\nu}'_e + e'$  (η μέτρηση της γωνίας Weinberg γίνεται σε χαμηλή μεταφορά ορμής) [271] και κατά την ελαστική σκέδαση νετρίνου-πυρήνα [275], μέτρηση της  $e^-$ -σύλληψης από πρωτόνια (p) [272], ανάλυση ενεργειακού φάσματος σουπερνόβα νετρίνων σε γραμμικό συνδυασμό

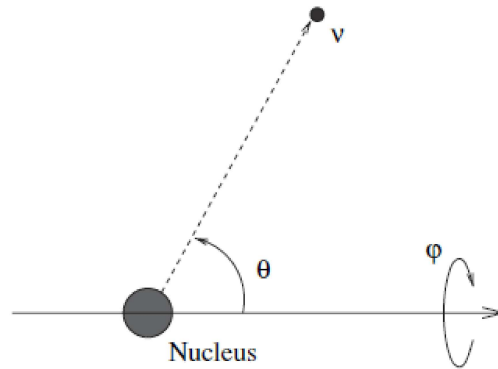
φασμάτων νετρίνων  $\beta$ -δέσμης [17].

Από τις ενδιαφέρουσες περιπτώσεις που έχουν συζητηθεί στη σύγχρονη βιβλιογραφία, σε ό,τι αφορά τη γωνία Weinberg, στα πειράματα εκμεταλλεύονται τη σκέδαση, οπότε η χρήση των διαφόρων ωθήσεων Lorentz μπορεί να βοηθήσει στη βελτίωση της ακρίβειας εάν τα συστηματικά σφάλματα διατηρηθούν στο 10%, το οποίο μπορεί να βελτιώσει την παρούσα ακρίβεια κατά έναν παράγοντα περίπου 2.

Το νέο τεστ της υπόθεσης διατήρησης του διανυσματικού ρεύματος (CVC theory), στηρίζεται στη σκέδαση  $\tilde{\nu}_e$  αντινετρίνου πάνω σε πρωτόνια σε έναν ανιχνευτή Cherenkov (ή σπινθηριστή). Έχει αποδειχθεί ότι, η γωνιακή κατανομή των εκπεμπομένων ποζιτρονίων, είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη στη συνεισφορά της μαγνητικής συνιστώσας της ασθενούς αλληλεπίδρασης (ασθενούς ρεύματος). Μέχρι τώρα, αυτός ο όρος έχει ελεγχθεί σε πειράματα  $\beta$ -αποδιέγερσης κατοπτρικών (ισοβαρών) πυρήνων (πυρήνες της μορφής  ${}^A_Z X_N$  και  ${}^A_N Y_Z$ , αριθμός πρωτονίων του πρώτου ίσος με τον αριθμό νετρονίων του δεύτερου και αντίστροφα), τα οποία έδειξαν ότι, ο όρος αυτός μπορεί να προσδιοριστεί με ακρίβεια  $\approx 10\%$ , εάν τα συστηματικά σφάλματα είναι μικρότερα του  $\approx 5\%$ . Στην κατεύθυνση αυτή, πρόσφατα έχει συζητηθεί η δυνατότητα μέτρησης της σύμφωνης ελαστικής σκέδασης νετρίνου-πυρήνα [218].

Στη σύγχρονη έρευνα, η δημιουργία  $\beta$ -δέσμης χαμηλής ενέργειας αποτελεί κεντρικό ζήτημα και μπορεί να υπολοποιηθεί με δύο βασικούς τρόπους. Ο πρώτος, συνίσταται στην αποθήκευση ιόντων επιταχυνόμενων σε  $\gamma = 5-20$  σε ένα αποθηκευτικό δακτύλιο, όπως προτάθηκε αρχικά από τον ερευνητή Zucceci [19], κλπ. Προκαταρκτική μελέτη στην κατεύθυνση αυτή, έχει γίνει στα πλαίσια του πειράματος EURISOL [273]. Η δεύτερη δυνατότητα, είναι να τοποθετηθούν ανιχνευτές εκτός του άξονα του αποθηκευτικού δακτυλίου όπως έχει σχεδιαστεί για την έρευνα παραβίασης συζυγίας φορτίου (CP-violation) [266, 248].

Σήμερα είναι αποδεκτό ότι, γενικότερα, με δέσμη χαμηλής ενέργειας νετρίνων (στην περιοχή των  $\epsilon_\nu < 100 - 150$  MeV), είτε συμβατικής πηγής είτε πηγής  $\beta$ -δεσμών, μπορεί να υλοποιηθεί ένα πρόγραμμα πλούσιας φυσικής. Οι  $\beta$ -δέσμες χαμηλής ενέργειας, είναι ελκυστικές ως προς το ότι η ροή νετρίνων μπορεί να ελεγχθεί με μεταβολή της επιτάχυνσης (ώθησης) των ιόντων. Αυτό το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό, αυξάνει σημαντικά το φυσικό ενδιαφέρον στο ανωτέρω πεδίο έρευνας. Επίσης, η πηγή νετρίνων  $\beta$ -δέσμης, είναι πολύ ενδιαφέρουσα επειδή παράγει νετρίνα μιας μόνο γεύσης  $\nu_e$  ή  $\tilde{\nu}_e$  και πρόσφατα έχει ξεκινήσει η σχεδίαση τέτοιων πειραμάτων [19, 266]. Υπάρχουν αρκετοί  $\beta$ -ραδιενεργοί πυρήνες που συγκεντρώνουν πολλά πλεονεκτήματα και ικανοποιούν αρκετά πειραματικά κριτήρια ώστε να χρησιμοποιηθούν για μελέτες σαν τις προαναφερθείσες. Τα ενεργειακά φάσματα των νετρίνων δύο εξ αυτών, του  ${}^6\text{He}$  και του  ${}^{18}\text{Ne}$ , θα χρησιμοποιηθούν και στην παρούσα μελέτη και συζητώνται εκτενώς παρακάτω.



Σχήμα 6.2: Σύστημα συντεταγμένων με την αρχή των αξόνων του στο κέντρο του  $\beta$ -ραδιενεργού πυρήνα. Ο πυρήνας θεωρείται σφαιρικός και ηρεμεί (rest frame).

### 6.3 Οι ενεργειακές κατανομές νετρίνων $\beta$ -δέσμης

Το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων  $\beta$ -δέσμης στο σύστημα αναφοράς του ιόντος, είναι θεωρητικά γνωστό και επαληθεύεται και πειραματικά στην περίπτωση πυρήνα ακίνητου στο εργαστήριο. Επομένως, το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων που προκύπτουν κατά την επιτάχυνση των  $\beta$ -ραδιενεργών ιόντων, μπορεί να υπολογιστεί και να προσδιοριστεί με μεγάλη ακρίβεια.

Στην παρούσα ενότητα, εκκινώντας από την ενεργειακή κατανομή των νετρίνων που εκπέμπονται από τυχόντα  $\beta$ -ραδιενεργό πυρήνα στο σύστημα ηρεμίας του, θα την μετασχηματίσουμε στο σύστημα του εργαστηρίου, θεωρώντας τον ραδιενεργό πυρήνα κινούμενο με σχετικιστική ταχύτητα  $u = c\sqrt{\gamma^2 - 1}/\gamma$  ως προς το σύστημα του εργαστηρίου. Στις σύγχρονες διατάξεις, η  $u$  μπορεί να είναι υπερβολικά μεγάλη π.χ.  $\gamma = 500$  (πάρα πολύ κοντά στην ταχύτητα του φωτός  $c$ ). Όμως, επειδή στην παρούσα έρευνα ενδιαφερόμαστε για νετρίνα ενέργειας μέχρι  $\epsilon_\nu \approx 100 - 150$  MeV, θα θεωρήσουμε παράγοντες Lorentz μέχρι  $\gamma = 15 - 20$ .

#### 6.3.1 Φάσμα $\beta$ -ραδιενεργού πυρήνα στο σύστημα ηρεμίας του

Θεωρούμε την  $\beta^+$ -διάσπαση ενός πυρήνα  $(A, Z)$ , η οποία περιγράφεται από την αντίδραση



Για την περιγραφή της δέσμης των αντινετρίνων, είναι αναγκαίοι οι ρυθμοί της  $\beta$ -αποδιέγερσης, οι οποίοι γενικά υπολογίζονται με βάσει τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα της αντίδρασης [146, 221]. Επειδή η τελική κατάσταση περιλαμβάνει τρία σώματα, ο παράγοντας του χώρου φάσης είναι σχετικά πολύπλοκη έκφραση και περιγράφεται με τη βοήθεια των παραμέτρων  $m_e$ ,  $p_e$  και  $E_e$ , οι οποίες παριστάνουν τη μάζα, ορμή και ενέργεια του εξερχομένου ηλεκτρονίου.

Από την κινηματική της ανωτέρω αντίδρασης προκύπτει ότι, η ενέργεια του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου  $E_e$  εξαρτάται από την ενέργεια του εκπεμπόμενου αντινετρίνου (ή νετρίνου),  $\varepsilon_\nu$ , σύμφωνα με τη σχέση

$$\varepsilon_\nu = Q - E_e, \quad (6.2)$$

όπου  $Q$  είναι το πυρηνικό έλλειμα μάζας ( $Q$ -value) της συγκεκριμένης αποδιέγερσης. Χρησιμοποιώντας την σχετικιστική έκφραση που συνδέει την ορμή  $p_e$  με την ενέργεια  $E_e$  του ηλεκτρονίου,

$$E_e^2 = p_e^2 + m_e^2, \quad (6.3)$$

προκύπτει ότι, το νεutrino αποκτά την μέγιστη ενέργεια, όταν η ορμή του ηλεκτρονίου,  $p_e$ , γίνει μηδέν ( $p_e = 0$ ), οπότε ισχύει

$$\varepsilon_\nu^{max} = Q - m_e. \quad (6.4)$$

Από τον νόμο των ραδιενεργών διασπάσεων [221], γνωρίζουμε ότι, ο χρόνος ημιζωής  $t_{1/2}$  της  $\beta$ -διάσπασης για μητρικό πυρήνα σταθεράς  $\beta$ -αποδιέγερσης (ή ολικού ρυθμού)  $\lambda = 1/\tau$ , όπου  $\tau$  η σταθερά χρόνου, γράφεται

$$t \equiv t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2. \quad (6.5)$$

Ο ολικός ρυθμός  $\beta$ -διάσπασης του πυρήνα ( $A, Z$ ) σύμφωνα με την αντίδραση (6.1), στο σύστημα ηρεμίας του, είναι ίσος με [277]

$$\lambda = \int_0^{\varepsilon_\nu^{max}} \frac{\ln 2}{m_e^5(ft)} F(\pm Z, E_e) E_e p_e \varepsilon_\nu^2 d\varepsilon_\nu \quad (6.6)$$

(θεωρούμε τα νεutrina άμαζα,  $m_\nu = 0$ ). Το γινόμενο  $ft$ , παριστάνει τη γνωστή  $ft$  τιμή ( $ft$  value) της αντίδρασης, η οποία περιέχει τα πυρηνικά στοιχεία πίνακα (nuclear matrix elements) [279].

Η συνάρτηση  $F(\pm Z, E_e)$ , είναι γνωστή σαν συνάρτηση Fermi ή παράγοντας διόρθωσης Coulomb (Coulomb correction factor) και περιγράφει την αλληλεπίδραση του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου (ή ποζιτρονίου) με το φορτίο του θυγατρικού πυρήνα. Σημειώνουμε ότι, η  $F(\pm Z, E_e)$  υπεισέρχεται και στην περιγραφή της ενεργού διατομής των αντιδράσεων φορτισμένου ρεύματος νετρίνου-πυρήνα, αφού η Εξ. (6.1), είναι σωματιακά συζυγής (Particle Conjugate) της αντίδρασης φορτισμένου ρεύματος (3.2) (βλέπε επίσης Παράρτημα Β). Όταν η συνάρτηση αυτή τειθεί ίση με τη μονάδα, το ολοκλήρωμα υπολογίζεται εύκολα και δίνει μια χονδρική προσέγγιση, όμως, στο όριο των μεγάλων διεγέρσεων  $\omega$ , η συνάρτηση  $F(Z, E_e)$  αυξάνεται σαν  $\approx \omega^5$  (η συμπεριφορά αυτή είναι γνωστή σαν κανόνας του Sargent), το οποίο μας λέει ότι η  $\beta$ -αποδιέγερση είναι πολύ ευαίσθητη στην  $Q$  τιμή της συγκεκριμένης αντίδρασης.

Στο ολοκλήρωμα της Εξ. (6.6), η υπό ολοκλήρωση συνάρτηση

$$f_R(\varepsilon_\nu) = \frac{\ln 2}{m_e^5(ft)} F(\pm Z, E_e) E_e p_e \varepsilon_\nu^2, \quad (6.7)$$

εκφράζει το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων στο σύστημα ηρεμίας του πυρήνα (Rest frame). Σημειώνουμε ότι τα μέλη της ισότητας (είναι αδιάστατα)

$$\frac{f_R(\varepsilon_\nu)d\varepsilon_\nu}{\int_0^{\varepsilon_\nu^{max}} f_R(\varepsilon_\nu)d\varepsilon_\nu} = \frac{1}{\lambda} f_R(\varepsilon_\nu)d\varepsilon_\nu, \quad (6.8)$$

δίνουν την κανονικοποιημένη πιθανότητα να παραχθεί ένα αντινεutrino/νεutrino με ενέργεια στην περιοχή  $[\varepsilon_\nu, \varepsilon_\nu + d\varepsilon_\nu]$ , κατά τη β-διάσπαση του μελετούμενου πυρήνα  $(A, Z)$ .

Επειδή δεν υπάρχει κάποια προτιμητέα κατεύθυνση εκπομπής νετρίνων, η διάσπαση είναι ιστροπική στο σύστημα ηρεμίας του πυρήνα. Για το σύστημα συντεταγμένων του Σχ. 6.2, όπου  $0 \preceq \theta \preceq \pi$  και  $0 \preceq \varphi \preceq 2\pi$ , η πιθανότητα ώστε το νεutrino να παραχθεί στην περιοχή  $[\theta, \theta + d\theta]$  είναι ανεξάρτητη της γωνίας  $\theta$ . Μπορούμε επομένως, να ορίσουμε μια νέα συνάρτηση για το φάσμα των νετρίνων (στο σύστημα ηρεμίας του πυρήνα), συνάρτηση και του  $\cos \theta$ , όπου  $\cos \theta \in [-1, 1]$ , δηλαδή την  $f_R(\varepsilon_\nu, \cos \theta)$ , για την οποία ισχύει

$$f_R(\varepsilon_\nu, \cos \theta) \equiv f_R(\varepsilon_\nu). \quad (6.9)$$

Επειδή η συνάρτηση  $f_R(\varepsilon_\nu, \cos \theta)$ , είναι συμμετρική ως προς το  $\cos \theta$  έχουμε

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\varepsilon_\nu^{max}} f_R(\varepsilon_\nu, \cos \theta) d\varepsilon_\nu d \cos \theta = 2\lambda. \quad (6.10)$$

Επομένως, η πιθανότητα ώστε το παραγόμενο νεutrino να έχει κατεύθυνση τέτοια ώστε  $\cos \theta \in [\cos \theta, \cos \theta + d \cos \theta]$  και η ενέργειά του να ανήκει στην περιοχή  $[\varepsilon_\nu, \varepsilon_\nu + d\varepsilon_\nu]$ , είναι ίση με [263]:

$$\frac{f_R(\varepsilon_R)}{2\lambda} d\varepsilon_\nu d \cos \theta \equiv \frac{f_R(\varepsilon_R, \cos \theta)}{2\lambda} d\varepsilon_\nu d \cos \theta \quad (6.11)$$

(η τελευταία σχέση μπορεί να προκύψει άμεσα και από την Εξ. (6.9)).

### 6.3.2 Φάσμα β-ραδιενεργού πυρήνα στο σύστημα του εργαστηρίου

Στην περίπτωση που ο πυρήνας κινείται με μεγάλη ταχύτητα  $u$  ( $u = c\sqrt{\gamma^2 - 1}/\gamma$ ) ως προς το σύστημα του εργαστηρίου (Laboratory frame), είναι αναγκαίος ο μετασχηματισμός των ανωτέρω εκφράσεων στο σύστημα του εργαστηρίου, οπότε όπως εκτίθεται στο Παράρτημα Ε, η αντίστοιχη της Εξ. (6.11) πυκνότητα πιθανότητας  $f_L$  γράφεται [263]

$$f_L(\varepsilon_L, \cos \theta_L) d\varepsilon_L d \cos \theta_L = \frac{f_R[\varepsilon_R(\varepsilon_L, \cos \theta_L)]}{2\lambda} \frac{d\varepsilon_L d \cos \theta_L}{\gamma(1 - u \cos \theta_L)}. \quad (6.12)$$



Η ποσότητα στο αριστερό μέλος της ανωτέρω εξίσωσης, παριστάνει την πιθανότητα να καταγραφεί ένα νεutrino στο εργαστήριο με ενέργεια στην περιοχή  $[\varepsilon_L, \varepsilon_L + d\varepsilon_L]$ , σε κατεύθυνση τέτοια ώστε  $\cos\theta_L \in [\cos\theta_L, \cos\theta_L + d\cos\theta_L]$  και ισχύει

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\varepsilon_L^{max}} f_L(\varepsilon_L, \cos\theta_L) d\varepsilon_L d\cos\theta_L = 1. \quad (6.13)$$

Στην παρούσα εργασία, οι απαραίτητοι υπολογισμοί που βασίζονται στις Εξ. (6.12) και (6.13), εκτελέστηκαν με ειδικό κώδικα FORTRAN ο οποίος είναι ενσωματωμένος στον κώδικα βελτιστοποίησης και προσομοιώσεων MERLIN (βλέπε παρακάτω) [281, 282, 283].

Στην εργασία [156], στην οποία υπάρχουν τιμές διαφόρων πυρηνικών ιδιοτήτων συμπεριλαμβανομένων και χρόνων ημιζωής β-αποδιέγερσης σε καλή συμφωνία με το πείραμα, έχουν υπολογισθεί ρυθμοί β-αποδιέγερσης για μεγάλο πλήθος πυρήνων, χρησιμοποιώντας διάφορες προσεγγίσεις (π.χ. λαμβάνοντας υπόψη μόνο τις επιτρεπτές μεταβάσεις Fermi και Gamow-Teller).

### 6.3.3 Μεταβολή του φάσματος νετρίνων β-δέσμης με τον παράγοντα ώθησης $\gamma$

Οι σημαντικότεροι β-ραδιενεργοί πυρήνες που προτάθηκαν για την δημιουργία νετρίνων β-δέσμης, είναι το  $^{18}\text{Ne}$  για την παραγωγή νετρίνων σύμφωνα με την αντίδραση



και το  $^6\text{He}$  για την παραγωγή  $\tilde{\nu}_e$  αντινετρίνων μέσω της αντίδρασης

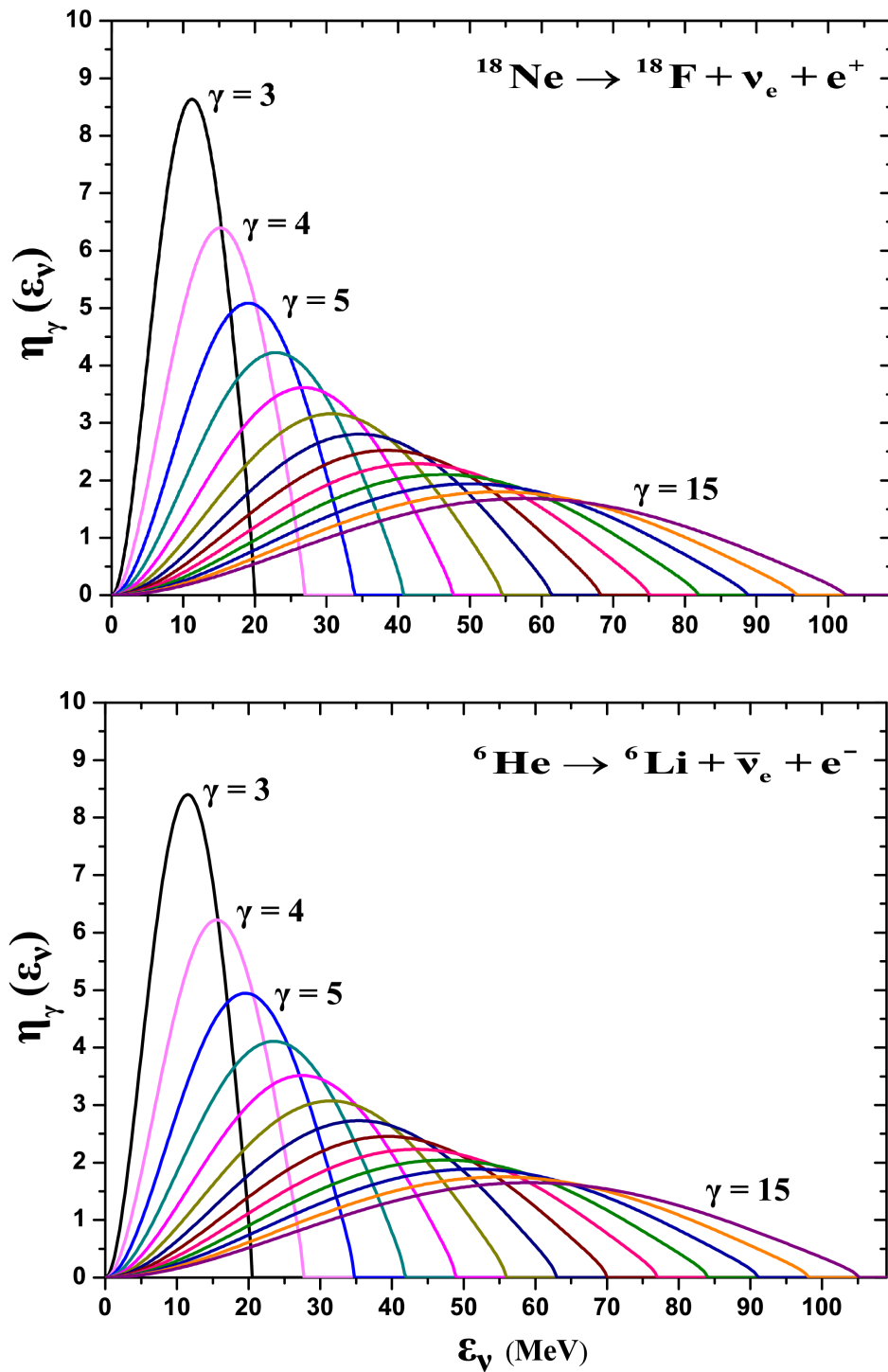


Τα πειραματικά κριτήρια επιλογής των ανωτέρω αντιδράσεων συζητώνται εκτενώς στην εργασία [264].

Στην παρούσα μελέτη, επικεντρώνουμε στη μεταβολή του φάσματος νετρίνων β-δέσμης για σχετικά μικρούς παράγοντες ώθησης  $\gamma$  των ιόντων  $^{18}\text{Ne}$  και  $^6\text{He}$ , στις αντιδράσεις των Εξ. (6.14) και (6.15). Τα αντίστοιχα φάσματα νετρίνων που καταγράφονται στο σύστημα του εργαστηρίου για παράγοντες  $\gamma$  στην περιοχή  $3 \leq \gamma \leq 15$ , απεικονίζονται στο Σχ. 6.3.

Παρατηρούμε ότι, για τον ίδιο παράγοντα Lorentz  $\gamma$ , υπάρχουν σχετικά μικρές διαφορές στα κανονικοποιημένα φάσματα των δύο ραδιενεργών πυρήνων, τα μέγιστα των φασμάτων του  $^6\text{He}$  είναι ελαφρά μετατοπισμένα προς υψηλότερες ενέργειες, σε σύγκριση με εκείνα του  $^{18}\text{Ne}$ . Η μετατόπιση γίνεται πιο εμφανής για μεγάλους παράγοντες  $\gamma$ , δηλαδή στην περιοχή  $\varepsilon_\nu \sim 100$  MeV.

Προκειμένου να εκμεταλλευτούμε τις υπάρχουσες υποδομές στα διάφορα εργαστήρια (Cern, GSI, GANIL, κλπ), απαιτούνται ραδιενεργά ισότοπα που δεν αποδιεγείρονται πολύ ταχέως. Για χρόνους ημιζωής πολύ μικρότερους του 1 sec, η



Σχήμα 6.3: Ενεργειακά φάσματα ( $\times 10^{-2}$ ) νετρίνων  $\nu_e$  και αντινετρίνων  $\bar{\nu}_e$ , παραγόμενα από επιταχυνόμενους ραδιενεργούς πυρήνες  $^{18}\text{Ne}$  (πάνω) και  $^6\text{He}$  (κάτω), σε σχετικά μικρούς παράγοντες Lorentz,  $\gamma=3, 4, \dots, 15$ .

διαδικασία επιτάχυνσης είναι εξαιρετική. Από το άλλο μέρος, ο χρόνος ημιζωής δεν πρέπει να είναι πολύ μεγάλος ώστε να παρέχει ικανοποιητικούς ρυθμούς παραγωγής στο δακτύλιο αποδιέγερσης.

### 6.3.4 Παραγωγή δέσμης αντινετρίνων $\bar{\nu}_e$

Στον Πίνακα 6.1 (πάνω), φαίνονται διάφοροι υποψήφιοι  $\beta^+$  ραδιενεργοί πυρήνες, μεταξύ των οποίων, το  ${}^8B$  και το  ${}^{18}Ne$ . Το  ${}^8B$ , έχει τη δυνατότητα να αντιδρά με πολλά στοιχεία που χρησιμοποιούνται στο πείραμα ISOL, καθώς και πηγές ιόντων (δηλαδή τα μέταλλα  $C$ ,  $N$ ,  $O$ ).

Ο καλύτερος  $\beta^+$  ραδιενεργός πυρήνας, είναι το  ${}^{18}Ne$ , ο οποίος λόγω του ότι το  $Ne$  είναι ευγενές αέριο, είναι αδρανής σε αντιδράσεις με το στόχο καθώς και με τα υλικά παραγωγής ιόντων. Έτσι, το  ${}^{18}Ne$  μπορεί να παραχθεί ποσοτικά (π.χ. με (spallation) σε ένα στόχο) ακόμα και από βαρύτερους στόχους, όπως  $Mg$ ,  $Al$ ,  $Si$ ,  $Na$ , με ενεργό διατομή της τάξεως του 1 mb στα 2.2 GeV. Τέτοια υλικά, είναι το  $MgO$ ,  $Al_2O_3$ ,  $SiC$ , κλπ. [273].

Τα παραγόμενα ραδιενεργά στοιχεία εξέρχονται από τον στόχο σαν ουδέτερα άτομα και πρέπει ταχέως και με καλή απόδοση να ιονιστούν ώστε να δημιουργηθεί δέσμη ιόντων, τα οποία στη συνέχεια θα επιταχυνθούν.

### 6.3.5 Παραγωγή δέσμης νετρίνων $\nu_e$

Πρόσφατα [264], συζητήθηκαν οι περιπτώσεις αρκετών υποψηφίων  $\beta^-$ -ραδιενεργών πυρήνων (βλέπε Πίνακα 6.1, κάτω) μεταξύ των οποίων και το  ${}^6He$ , ο οποίος θεωρείται ως ένας από τους πιο πλεονεκτικούς υποψήφιους πυρήνες για την παραγωγή δέσμης  $\bar{\nu}_e$  αντινετρίνων.

Για την παραγωγή ισοτόπων  ${}^6He$ , είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθεί μια άμεση αντίδραση με μεγάλη ενεργό διατομή και μικρή εξασθένιση της ισχύος της πρωταρχικής δέσμης. Προτιμητέες αντιδράσεις είναι [264]



ή



όπου η πρώτη έχει ενεργειακό κατώφλι  $E_n > 2.7$  MeV, και η δεύτερη μόνο  $E_n > 0.6$  MeV. Η ενεργός διατομή της δεύτερης, φθάνει την μέγιστη τιμή στα περίπου 100 mb, ενώ η δεύτερη φθάνει μόνο στα 35 mb. Περαιτέρω, το  ${}^9Be$  είναι καταλληλότερος στόχος για το πείραμα ISOL από ό,τι το  ${}^6Li$ , ιδιαίτερα όταν το  ${}^9Be$  είναι δέσμιο στο  $BeO$  [264, 273].

$\beta^+$ -ραδιενεργά ιόντα για νετρίνα β-δέσμης					
Ισότοπο	A/Z	$T_{1/2}$ (sec)	$Q_\beta$ (MeV)	$\langle \varepsilon_\nu \rangle_{av}$ (MeV)	Ρυθμός αποδιέγερσης ( $sec^{-1}$ )
$^8B$	1.6	0.77	13.9	7.37	$2 \times 10^{10}$
$^{18}Ne$	1.8	1.67	3.0	1.52	$4 \times 10^9$
$^{19}Ne$	1.9	17.30	2.2	1.25	$4 \times 10^8$
$^{21}Na$	1.9	22.40	2.5	1.41	$2 \times 10^8$
$^{35}Ar$	1.9	1.77	4.9	2.65	$8 \times 10^8$
$^{37}K$	1.9	1.22	5.1	2.72	$1 \times 10^9$
$^{80}Rb$	2.2	34.00	4.5	2.48	$6 \times 10^7$
$\beta^-$ -ραδιενεργά ιόντα για αντι-νετρίνα β-δέσμης					
Ισότοπο	A/Z	$T_{1/2}$ (sec)	$Q_\beta$ (MeV)	$\langle \varepsilon_\nu \rangle_{av}$ (MeV)	Ρυθμός αποδιέγερσης ( $sec^{-1}$ )
$^6He$	3.0	0.80	3.5	1.94	$4 \times 10^{10}$
$^8Li$	2.7	0.83	13.0	6.72	$3 \times 10^{11}$
$^{11}Be$	2.8	13.8	9.8	5.11	$1 \times 10^9$
$^{15}C$	2.5	2.44	6.4	3.55	$5 \times 10^8$
$^{16}C$	2.7	0.74	4.5	2.46	$2 \times 10^{10}$
$^{17}N$	2.4	4.17	3.8	2.10	$2 \times 10^9$
$^{23}Ne$	2.3	37.2	4.2	2.31	$2 \times 10^8$
$^{25}Ne$	2.5	0.60	6.9	3.73	$1 \times 10^{10}$

Πίνακας 6.1: Υποψήφιοι  $\beta^+$  (επάνω) και  $\beta^-$  (κάτω) ραδιενεργοί πυρήνες με πολλά πλεονεκτήματα, ώστε να χρησιμοποιηθούν στους επιταχυντές για παραγωγή εστιασμένης και καθαρής δέσμης νετρίνων (επάνω) και αντι-νετρίνων (κάτω) [273].

## 6.4 Τα νετρίνα $\beta$ -δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων

Τα φάσματα των νετρίνων  $\beta$ -δεσμών που παρουσιάστηκαν ανωτέρω (Σχ. 6.3), μπορούν να χρησιμοποιηθούν στην ανάλυση και ερμηνεία των σημάτων (ενεργειακών κατανομών) των υπερκαινοφανών νετρίνων, που καταγράφονται σε έναν γήινο ανιχνευτή. Η ιδέα που προτάθηκε [266, 267, 278], είναι να υιοθετηθεί ένας γραμμικός συνδυασμός φασμάτων  $\beta$ -ραδιενεργών πυρήνων (π.χ. του  ${}^6\text{He}$ , για τη μελέτη αντινετρίνων ή  ${}^{18}\text{Ne}$ , για τη μελέτη νετρίνων) σε διάφορους παράγοντες ώθησης  $\gamma$  όπως

$$\eta_{bb}(\varepsilon_\nu) = \sum_{j=1}^N \alpha_{\gamma_j} \eta_{\gamma_j}(\varepsilon_\nu), \quad (6.18)$$

και να προσδιοριστούν οι συντελεστές  $\alpha_{\gamma_j}$  του ανωτέρω αναπτύγματος [278] έτσι ώστε η κανονικοποιημένη beta beam κατανομή  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$  της Εξ. (6.18), να συμπίπτει με την κατανομή ενός «παρατηρηθέντος» φάσματος υπερκαινοφανών νετρίνων  $\eta_{SN}(\varepsilon_\nu)$ . Το ενεργειακό φάσμα που περιγράφεται από την Εξ. (6.18), αποκαλείται συνθετικό φάσμα [17, 278].

Στην παρούσα μελέτη, ως μετρούμενο φάσμα  $SN$ -νετρίνων, λαμβάνεται μια κατανομή Fermi-Dirac ή κατανομή Power law με γνωστές τιμές των παραμέτρων των και ο προσδιορισμός των συντελεστών  $\alpha_{\gamma_j}$  της Εξ. (6.18), επιτυγχάνεται με ελαχιστοποίηση του ολοκληρώματος [278]

$$\mathcal{Q} = \int_0^\infty \left| \sum_{j=1}^N \alpha_{\gamma_j} \eta_{\gamma_j}(\varepsilon_\nu) - \eta_{SN}(\varepsilon_\nu) \right| d\varepsilon_\nu. \quad (6.19)$$

Η μέθοδος αυτή, χρησιμοποιήθηκε πρόσφατα και από άλλους ερευνητές για παρόμοια μελέτη των αντιδράσεων  ${}^{208}\text{Pb}(\nu, \nu'){}^{208}\text{Pb}^*$  [278]. Οι προκύπτουσες τιμές των συντελεστών  $\alpha_{\gamma_j}$ , καθορίζουν τις συνιστώσες του συνθετικού φάσματος  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$  που συμμετέχουν ουσιαστικά στο υπό μελέτη φάσμα των υπερκαινοφανών νετρίνων (ανάλυση σε συνιστώσες ενός φάσματος υπερκαινοφανών νετρίνων).

Στην παρούσα εργασία, η ελαχιστοποίηση του ολοκληρώματος της Εξ. (6.19), υλοποιήθηκε χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης MERLIN [281, 282, 283], κατασκευάζοντας κατάλληλη ρουτίνα ελαχιστοποίησης (FUNMIN, σε γλώσσα FORTRAN) [262].

### 6.4.1 Μελέτη απόκρισης ανιχνευτή νετρίνων με συνθετικά φάσματα

Όπως έχουμε δει και στο Κεφ. 4, η απόκριση ενός ανιχνευτή σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσής του σε ένα συγκεκριμένο φάσμα νετρίνων  $\beta$ -δέσμης  $\eta_{bb}^{\gamma_i}$ ,

υπολογίζεται από το ολοκλήρωμα

$$\sigma_{fold}^i(\omega) = \int d\varepsilon_\nu \sigma(\varepsilon_\nu, \omega) \eta_{bb}^{\gamma_i}(\varepsilon_\nu). \quad (6.20)$$

Η συνολική απόκριση (σε όλο το φάσμα διέγερσης του ανιχνευτή), δίνεται σαν συνάρτηση της ενέργειας του εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu$ , από την έκφραση

$$\sigma_{fold}^i(\varepsilon_\nu) = \sum_\omega \sigma(\varepsilon_\nu, \omega) \eta(\varepsilon_\nu) \varepsilon_\nu. \quad (6.21)$$

Αντικαθιστώντας στην Εξ. (6.20) το  $\eta_{bb}^{\gamma_i}$  με το συνθετικό φάσμα της Εξ. (6.18), παίρνουμε

$$\sigma_{fit}^{fold}(\omega) = \sum_{i=1}^N \alpha^{\gamma_i} \int d\varepsilon_\nu \sigma(\varepsilon_\nu, \omega) \eta^{\gamma_i}(\varepsilon_\nu). \quad (6.22)$$

Το φάσμα των νετρίνων ενός σουπερνόβα παράγει μια απόκριση-νετρίνων η οποία καθορίζεται από την έκφραση

$$\sigma_{signal}^{fold}(\omega) = \int_0^\infty d\varepsilon_\nu \sigma(\varepsilon_\nu, \omega) \eta_{signal}(\varepsilon_\nu). \quad (6.23)$$

Όταν μετρηθεί στον ανιχνευτή η απόκριση  $\sigma_{signal}^{fold}(\omega)$ , οι συντελεστές  $\alpha^{\gamma_i}$  μπορούν να προσδιοριστούν με προσαρμογή του σήματος των νετρίνων στην Εξ. (6.22).

Η διαδικασία, η οποία αποκαλείται αναδόμηση (reconstruction) του σήματος των  $SN$ -νετρίνων [278], πραγματοποιείται ελαχιστοποιώντας την ποσότητα

$$\mathcal{Q} = \int_{\varepsilon_\nu} d\varepsilon_\nu |\sigma_{fit}^{fold}(\omega) - \sigma_{signal}^{fold}(\omega)|. \quad (6.24)$$

Η ελαχιστοποίηση αυτή, δεν είναι πολύ διαφορετική από εκείνη που περιγράφεται στην Εξ. (6.19), και εμείς εδώ, μεταβάλλοντας τους συντελεστές  $\alpha^{\gamma_i}$ , θα χρησιμοποιήσουμε την διαδικασία που περιγράφεται από τις Εξς. (6.18) και (6.19), βλέπε επόμενη παράγραφο.

#### 6.4.2 Προσαρμογή συνθετικών φασμάτων σε κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων

Στην ενότητα αυτή, χρησιμοποιούμε τεχνικές προσομοίωσης για τον προσδιορισμό των συντελεστών  $\alpha_{\gamma_j}$  της Εξ. (6.18), τέτοιων ώστε, το συνθετικό φάσμα  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$  να «συμπίπτει» με το υιοθετηθέν ως πραγματικό φάσμα υπερκαινοφανών νετρίνων  $\eta_{SN}(\varepsilon_\nu)$ . Αρχικά, προκειμένου να γίνει εκτίμηση των πιο σημαντικών όρων του συνθετικού φάσματος, χρησιμοποιήθηκαν προγράμματα προσεγγιστικής προσομοίωσης MATLAB [262]. Λόγω αδυναμίας του πακέτου MATLAB που είχαμε στη

#### 6.4. Τα νετρίνα $\beta$ -δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων 163

διάθεσή μας, η προσομοίωση δεν συγκλίνει όταν στην Εξ. (6.18) περιλαμβάνονται παράγοντες Lorentz  $\gamma > 10$ . Για το λόγο αυτό, στη συνέχεια, χρησιμοποιήθηκε το ευέλικτο και δυναμικό λογισμικό πακέτο MERLIN για συστηματικές και λεπτομερείαικές προσομοιώσεις [281, 282, 283], όπως συζητείται κατωτέρω.

Οι προσομοιώσεις με το λογισμικό MERLIN έγιναν σε δύο στάδια, στα οποία υιοθετήθηκε ως συνθετικό φάσμα ένας γραμμικός συνδυασμός φασμάτων  $\beta$ -δέσμης του ισότοπου (ιόντος)  $^{18}\text{Ne}$  επιταχυνόμενου σε μάλλον μικρούς παράγοντες Lorentz,  $\gamma \leq 15$  (επιτρέπουμε στο  $\gamma$  να παίρνει μόνο ακέραιες τιμές), ως εξής:

(i). Έγινε χρήση κατανομών Fermi-Dirac ως ενεργειακών φασμάτων SN-νετρίνων. Στο στάδιο αυτό, το πραγματικό ενεργειακό φάσμα των SN-νετρίνων θεωρήθηκε ότι περιγράφεται από τις κατανομές Fermi-Dirac δύο παραμέτρων, που φαίνονται στα Σχ. 6.4, 6.5 και 6.6. Στη συνέχεια, έγινε προσδιορισμός των σταθερών  $\alpha_{\gamma_j}$ , όπου  $j = 1, 2, \dots, 9$ , για εννέα Lorentz παράγοντες, δηλαδή  $\gamma_1=5, \gamma_2=6, \dots, \gamma_9=13$  με βελτιστοποίηση της Εξ. (6.19). Τα αποτελέσματα των σταθερών  $\alpha_{\gamma_j}$ , είναι καταχωρημένα στον Πίνακα 6.2).

(ii). Έγινε χρήση κατανομών δυναμοσειράς Power-Law ως ενεργειακών φασμάτων SN-νετρίνων. Στη φάση αυτή, το ενεργειακό φάσμα των SN-νετρίνων θεωρήθηκε ότι περιγράφεται από μια κατανομή δυναμοσειράς Power-Law δύο παραμέτρων, με τιμές αυτές που φαίνονται στα ένθετα των Σχ. 6.4, 6.5 και 6.6. Οι τιμές των σταθερών  $\alpha_{\gamma_j}$  που προσδιορίστηκαν, δεν διαφέρουν ουσιαστικά από εκείνες της εργασίας [17, 278] και δεν καταχωρούνται εδώ, καταχωρούνται μόνο εκείνες που προσέκυψαν με χρήση Fermi-Dirac κατανομής που δεν υπάρχουν στη βιβλιογραφία. Υπενθυμίζουμε ότι, οι κατανομές FD και PL που χρησιμοποιήθηκαν εδώ, είναι ισοδύναμες σύμφωνα με το πνεύμα του Κεφ. 4 (βλέπε Πίνακας 4.7).

Από τον Πίνακα 6.2, παρατηρούμε ότι, οι συντελεστές ποιότητας  $Q$  της προσαρμογής με Fermi-Dirac είναι πολύ καλοί και για τα δύο πλάτη  $w$  που χρησιμοποιήθηκαν. Σημειώνουμε ότι, παρόμοια προσαρμογή προσέκυψε με το λογισμικό της αναφοράς [17, 278].

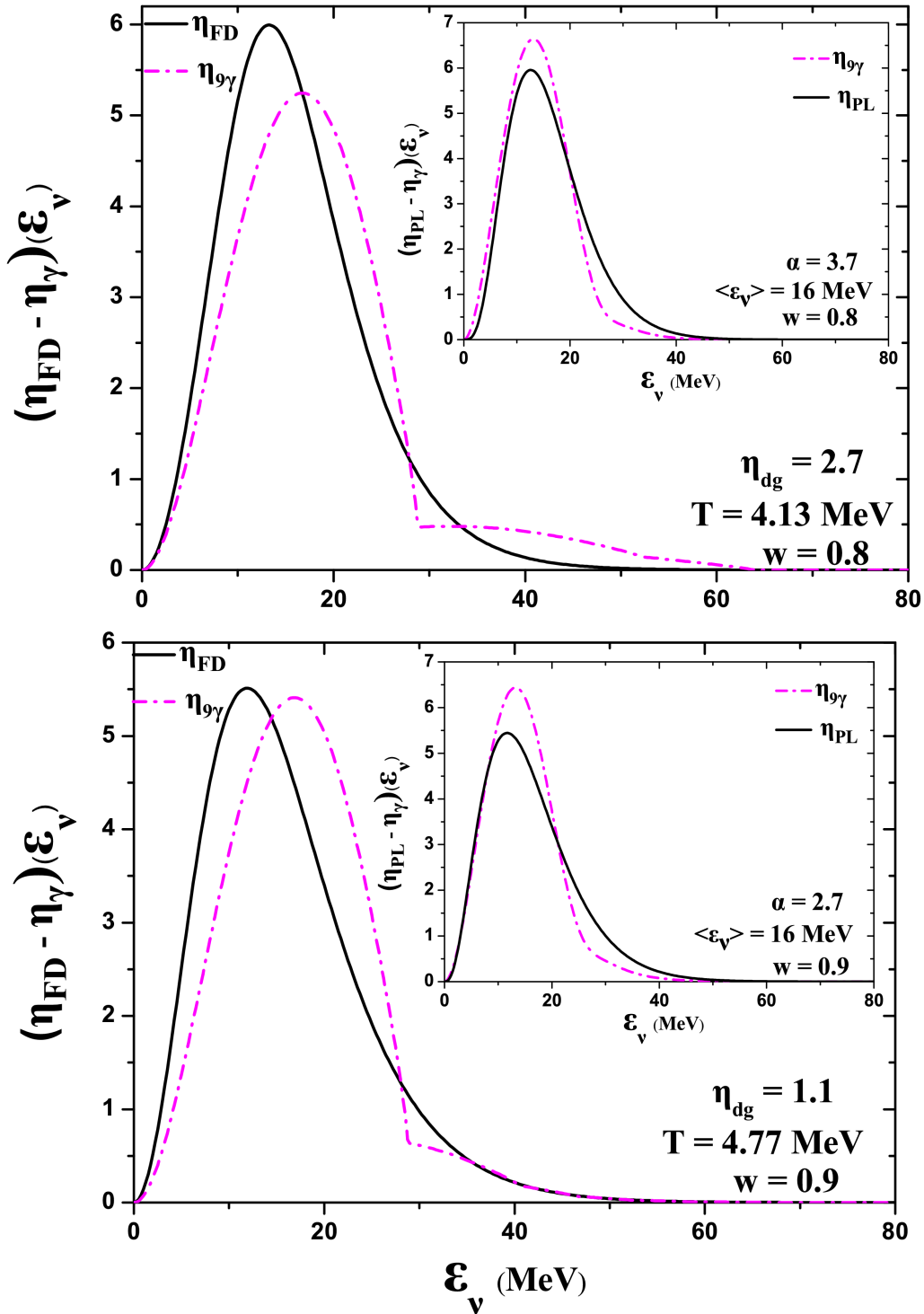
Από τα Σχ. 6.4, 6.5 και 6.6, συμπεραίνουμε ότι, σε μερικές περιπτώσεις η προσαρμογή δεν είναι ικανοποιητική και τούτο οφείλεται, όπως διαπιστώθηκε και από τις συμπληρωματικές προσαρμογές που έγιναν (με διαφορετικό πλήθος παραγόντων Lorentz  $\gamma$ ), στην κυριαρχία ενός παράγοντα Lorentz (συνήθως του μικρότερου  $\gamma=3, 4, \text{ ή } 5$ ) της κατανομής του συνθετικού φάσματος [17, 278]. Επίσης, σε πολλές των περιπτώσεων, η κατανομή Power-Law είναι φαινομενικά χειρότερη (βλέπε π.χ. Σχ. 6.4) από την αντίστοιχη κατανομή Fermi-Dirac, λόγω της διαφορετικής συμπεριφοράς τους στην ουρά υψηλής ενέργειας.

Αξίζει να σημειωθεί, η πολύ καλή προσαρμογή που προκύπτει για την τιμή της παραμέτρου πλάτους  $w=0.8$  (βλέπε Σχ. 6.5), η οποία είναι μάλλον συμπτωματική. Αναφέρουμε ότι, για τα νετρίνα  $\beta$ -δέσμης που παράγονται κατά την αντίδραση του  $^{18}\text{Ne}$ , βλέπε Εξ. (6.14), έχει γίνει και από άλλους ερευνητές παρόμοια μελέτη με διαφορετικό όμως πλήθος παραγόντων Lorentz  $\gamma$  [17, 278]. Απώτερος σκοπός λήψης των αποτελεσμάτων της προσομοίωσης εδώ, είναι να χρησιμοποιηθούν παρακάτω για την εύρεση ανανδιπλωμένων ολικών ενεργών διατομών στα ισότοπα  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{130}\text{Te}$ .

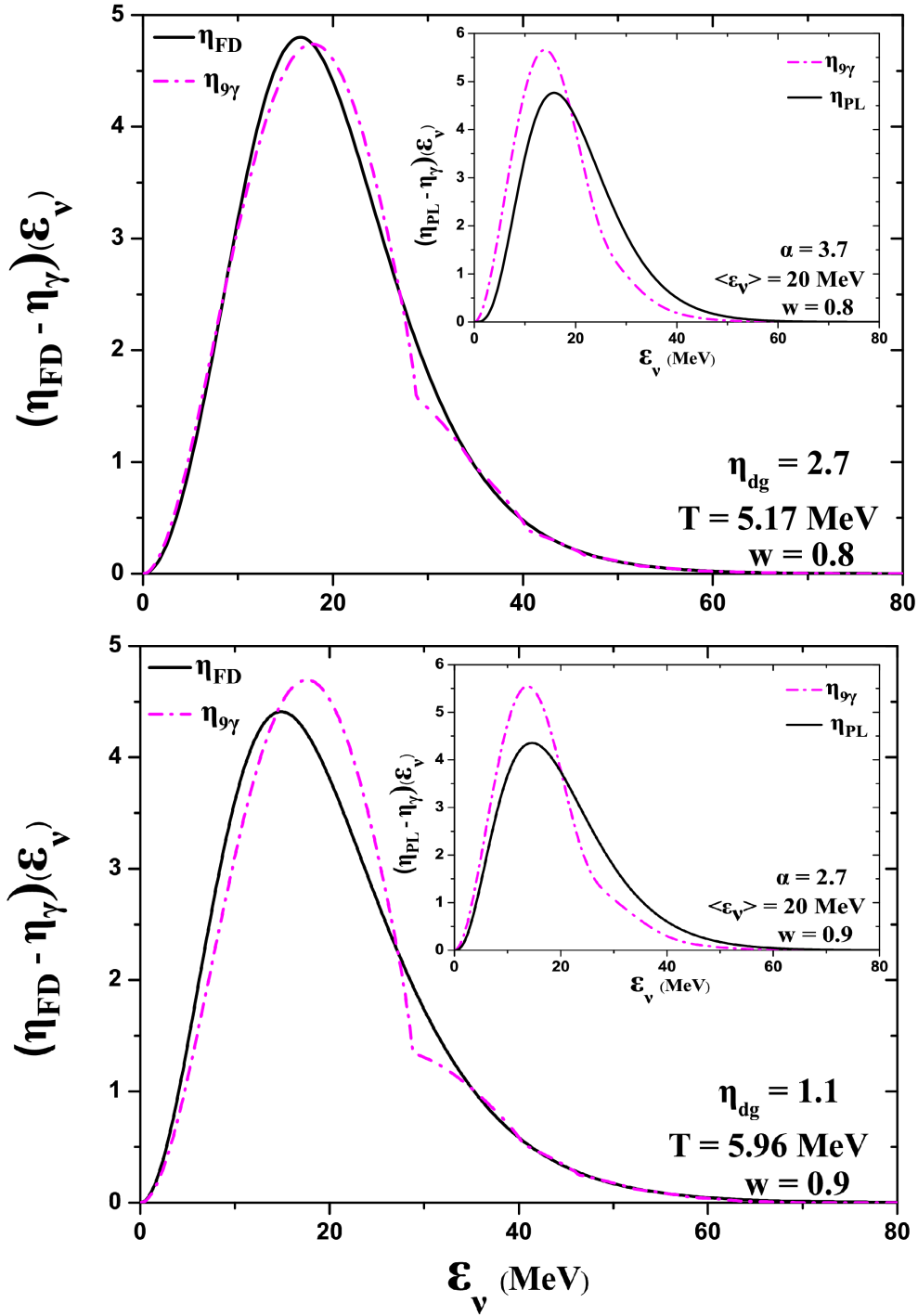
Παράμετρεις $\alpha_i$ συνθετικού φάσματος νετρίνων $w = 0.8$						
	$\langle \varepsilon \rangle = 16\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 20\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 24\text{MeV}$	
$\alpha_i$	FD	PL	FD	PL	FD	PL
$\alpha_1$	0.834965	0.863335	0.539106	0.553921	0.154492	0.216492
$\alpha_2$	0.000000	0.000201	0.079495	0.052724	0.253076	0.168104
$\alpha_3$	0.000000	0.079158	0.202539	0.202230	0.195265	0.208791
$\alpha_4$	0.000000	0.039549	0.083355	0.091766	0.156965	0.156585
$\alpha_5$	0.079730	0.011641	0.047328	0.054284	0.102009	0.103056
$\alpha_6$	0.003467	0.004228	0.028303	0.024345	0.060148	0.065304
$\alpha_7$	0.000552	0.001469	0.007970	0.012956	0.035317	0.042269
$\alpha_8$	0.000000	0.000008	0.008351	0.003127	0.078628	0.006352
$\alpha_9$	0.000755	0.000408	0.003554	0.004642	0.034866	0.033047
$\mathcal{Q}$	0.289709	0.258389	0.055734	0.085892	0.029973	0.043681
Παράμετρεις $\alpha_i$ συνθετικού φάσματος νετρίνων $w = 0.9$						
	$\langle \varepsilon \rangle = 16\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 20\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 24\text{MeV}$	
$\alpha_i$	FD	PL	FD	PL	FD	PL
$\alpha_1$	0.819644	0.808116	0.604184	0.589741	0.329259	0.336319
$\alpha_2$	0.000171	0.000003	0.000000	0.053583	0.061675	0.047345
$\alpha_3$	0.093761	0.105811	0.159526	0.018117	0.195650	0.191647
$\alpha_4$	0.048226	0.047677	0.103831	0.218147	0.130149	0.133610
$\alpha_5$	0.020339	0.022552	0.050845	0.036459	0.097032	0.096161
$\alpha_6$	0.010974	0.008771	0.037444	0.042931	0.073136	0.077443
$\alpha_7$	0.002572	0.005111	0.030695	0.017687	0.040420	0.047823
$\alpha_8$	0.004309	0.000204	0.013241	0.014860	0.004488	0.000003
$\alpha_9$	0.000000	0.001755	0.000233	0.009374	0.068190	0.069559
$\mathcal{Q}$	0.305370	0.307140	0.126671	0.139673	0.047961	0.056096

Πίνακας 6.2: Τιμές των συντελεστών  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, 9$  που προσδιορίστηκαν με προσαρμογή της έκφρασης του συνθετικού φάσματος, Εξ. (6.19) (για δέσμη νετρίνων), στα πρωτογενή φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων τα οποία περιγράφονται από κατανομή Fermi-Dirac ( $2^n$ ,  $4^n$  και  $6^n$  στήλη) και από κατανομή δυναμοσειράς ( $3^n$ ,  $5^n$  και  $7^n$  στήλη). Φαίνονται επίσης, οι τιμές των παραμέτρων  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  για τιμή της  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω), καθώς και ο δείκτης ποιότητας της προσαρμογής βλέπε ολοκλήρωμα Εξ. (6.19)).



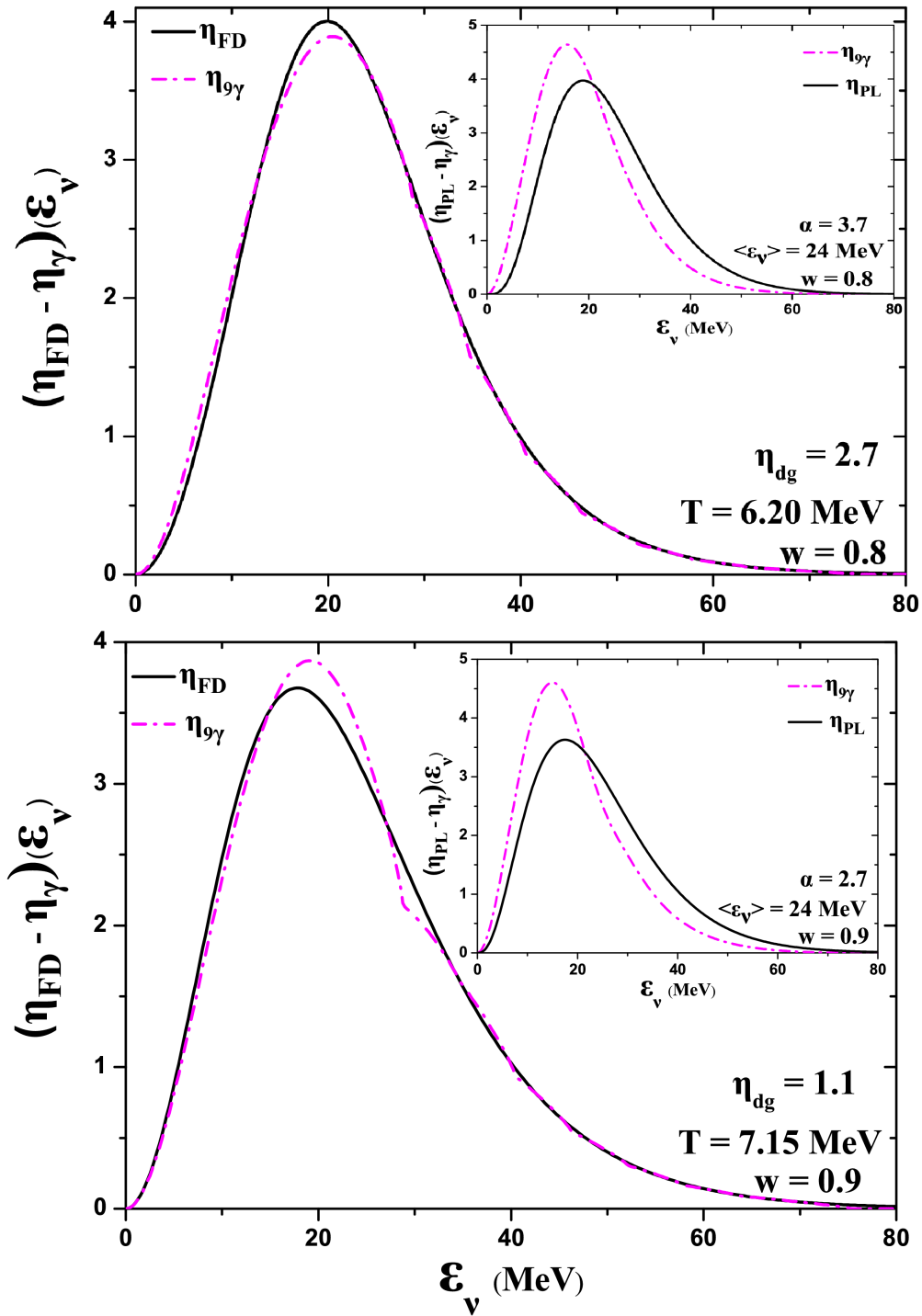


Σχήμα 6.4: Προσαρμογή ενός συνθετικού φάσματος (βλέπε Εξ. (6.19)) εννέα όρων με Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$ . Το φάσμα SN νεutrίνων περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων, με τιμές  $T = 4.13$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και  $T = 4.77$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$ ,  $w = 0.9$  (κάτω). Σε κάθε ένθετο παρουσιάζεται η παραπάνω προσαρμογή με κατανομή Power-law δύο παραμέτρων για τις αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  και  $\alpha$ .



Σχήμα 6.5: Όμοια με το Σχ. 6.4, αλλά για  $T = 5.17$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 2,7$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και  $T = 5.96$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 1,1$ ,  $w = 0.9$  (κάτω).

6.4. Τα νετρίνα  $\beta$ -δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων 167



Σχήμα 6.6: Όμοια με το Σχ. 6.4, αλλά για  $T = 7.15 \text{ MeV}$ ,  $n_{\text{dg}} = 2.7$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και  $T = 6.20 \text{ MeV}$ ,  $n_{\text{dg}} = 1.1$ ,  $w = 0.9$  (κάτω).

### 6.4.3 Προσαρμογή συνθετικών φασμάτων σε κατανομές υπερκαινοφανών αντι-νετρίνων

Ένας από τους κύριους στόχους μας στο παρόν Κεφάλαιο, είναι η προσαρμογή συνθετικών φασμάτων της μορφής της Εξ. (6.18) με ενεργειακές κατανομές αντι-νετρίνων, παραγομένων κατά την αντίδραση του  ${}^6\text{He}$ , βλέπε Εξ. (6.15), σε ενεργειακά φάσματα  $SN$ -αντινετρίνων. Αν και προτάθηκε πρόσφατα το  ${}^6\text{He}$  σαν ένας πολλά υποσχόμενος πυρήνας για την παραγωγή αντι-νετρίνων  $\beta$ -δέσμης [19, 264], μέχρι τώρα δεν έχει γίνει συστηματική εφαρμογή του στην μελέτη απόκρισης πυρήνων-ανιχνευτών αντι-νετρίνων. Αντίθετα, προσαρμογή συνθετικών φασμάτων με κατανομές νετρίνων, ιδιαίτερα εκείνων που παράγονται από επιτάχυνση του  ${}^{18}\text{Ne}$ , μελετήθηκε μάλλον εκτενώς, όπως συζητήθηκε στην προηγούμενη ενότητα [17, 278].

Για τον ανωτέρω σκοπό, χρησιμοποιώντας σαν πρωτογενή φάσματα υπερκαινοφανών αντι-νετρίνων εκείνα που περιγράφονται από κατανομή Fermi-Dirac (για αντίστοιχες τιμές της θερμοκρασίας  $T$ ) και Power-Law (για αντίστοιχες τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ ), προσδιορίσαμε τις τιμές των συντελεστών  $\alpha_j, j = 1, 2, \dots, 9$  με προσαρμογή της έκφρασης του συνθετικού φάσματος, Εξ. (6.19), στις εν λόγω κατανομές. Υιοθετήσαμε τα φάσματα για αντινετρίνα της αντίδρασης (6.15), τα οποία απεικονίζονται στο Σχ. 6.3 (κάτω).

Στον Πίνακα 6.3, καταχωρούνται οι τιμές των  $\alpha_j$  που προσδιορίζουν τις συνιστώσες των  $\gamma_j$ , όπου  $\gamma_1 = 5, \gamma_2 = 6, \dots, \gamma_9 = 13$ , καθώς επίσης και οι τιμές του συντελεστή  $Q$  της Εξ. (6.19) (δείκτης της ποιότητας κάθε προσαρμογής), που προέκυψαν από τις ανωτέρω προσομοιώσεις. Η τιμή της παραμέτρου πλάτους  $w$  ήταν  $w = 0.8$  (επάνω μέρος του Πίνακα) και  $w = 0.9$  (κάτω μέρος του Πίνακα), ενώ οι τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16, 20, 24$  MeV. Σύμφωνα με πρόσφατα αποτελέσματα μελέτης των υπερκαινοφανών νετρίνων, αυτές οι τιμές της  $\varepsilon_\nu$ , αντιστοιχούν σε μέσες ενέργειες  $SN$ -αντινετρίνων όλων των γεύσεων [235, 10].

Είναι φανερό ότι, σε σύγκριση με τις τιμές του  $Q$  των προσομοιώσεων νετρίνων που συζητήθηκε στην προηγούμενη ενότητα, η προσαρμογή στην περίπτωση των αντινετρίνων είναι διαφορετική, γεγονός που αποδίδεται στη λεπτή υφή του φάσματος του  ${}^6\text{He}$ , καθώς και στην διαφορετική συμπεριφορά της συνάρτησης Fermi στις  $\beta^+$  ή  $\beta^-$  διαδικασίες (βλέπε Εξς. (6.7) και (6.12)). Επίσης, από την επανάληψη της διαδικασίας προσαρμογής για τη διαφορετική τιμή της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.9$ , διαπιστώθηκε ότι, η ποιότητα της προσαρμογής χειροτερεύει όσο η τιμή της  $w$  μεγαλώνει (βλέπε Σχ. 6.7–6.10).

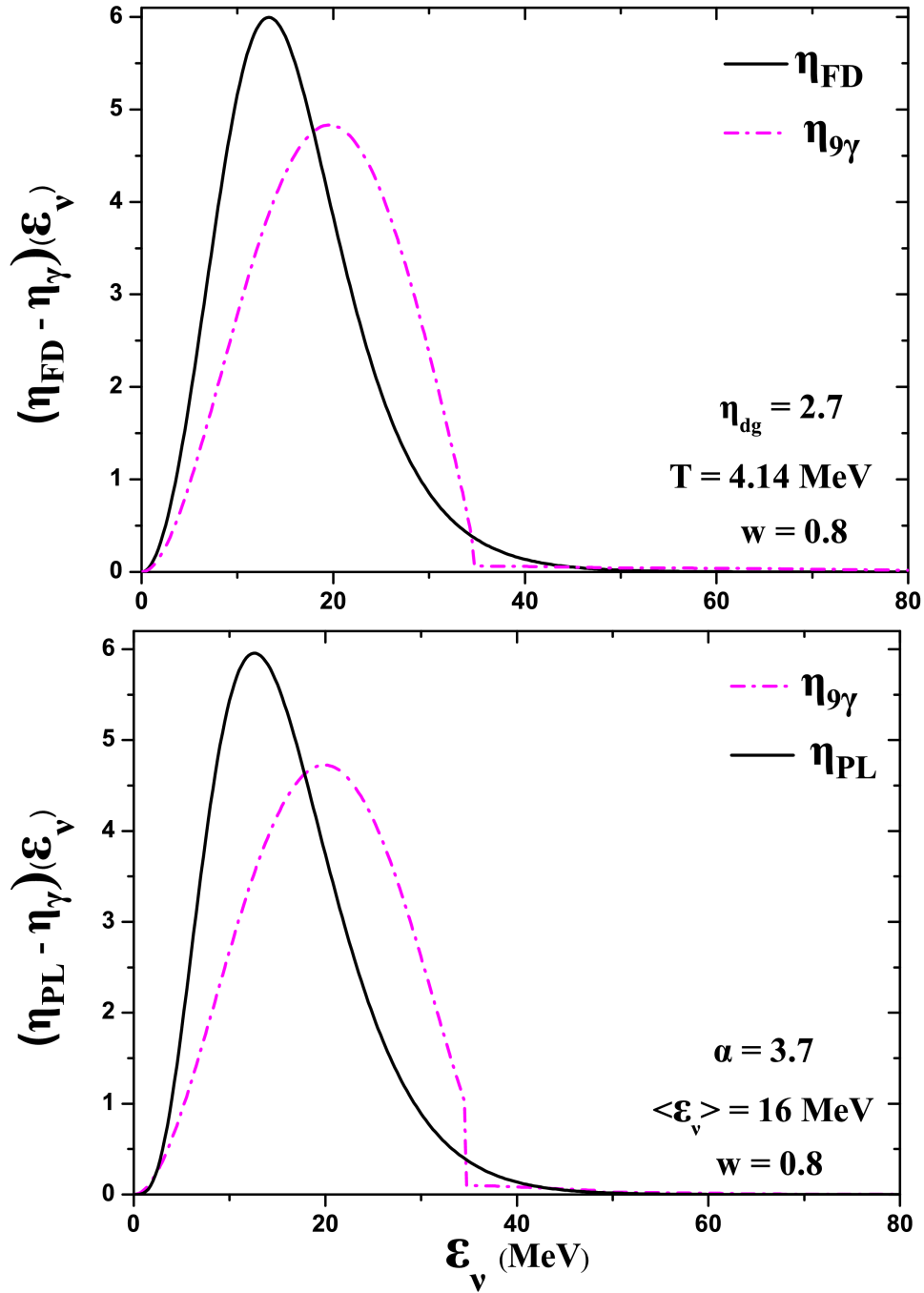
Από τις προσδιορισθείσες τιμές των παραμέτρων των κανονικοποιημένων συνθετικών κατανομών πάνω σε Fermi-Dirac και Power-Law κατανομές  $SN$ -νετρίνων, (Πίνακας 6.3), παρατηρούμε ότι, ο συντελεστής ποιότητας της προσαρμογής  $Q$  για Power-Law προσαρμογή είναι γενικά καλύτερος από τον αντίστοιχο της Fermi-Dirac προσαρμογής. Αυτός είναι ένας λόγος που οι κατανομές Power-Law θεωρούνται ότι περιγράφουν ακριβέστερα τις ενεργειακές κατανομές των  $SN$ -νετρίνων σε σύγκριση με εκείνες των Fermi-Dirac.

Συγκεντρωτικά, η συνολική εικόνα της προσομοίωσης είναι αρκετά καλή. Γίνεται

6.4. Τα νετρίνα  $\beta$ -δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων 169

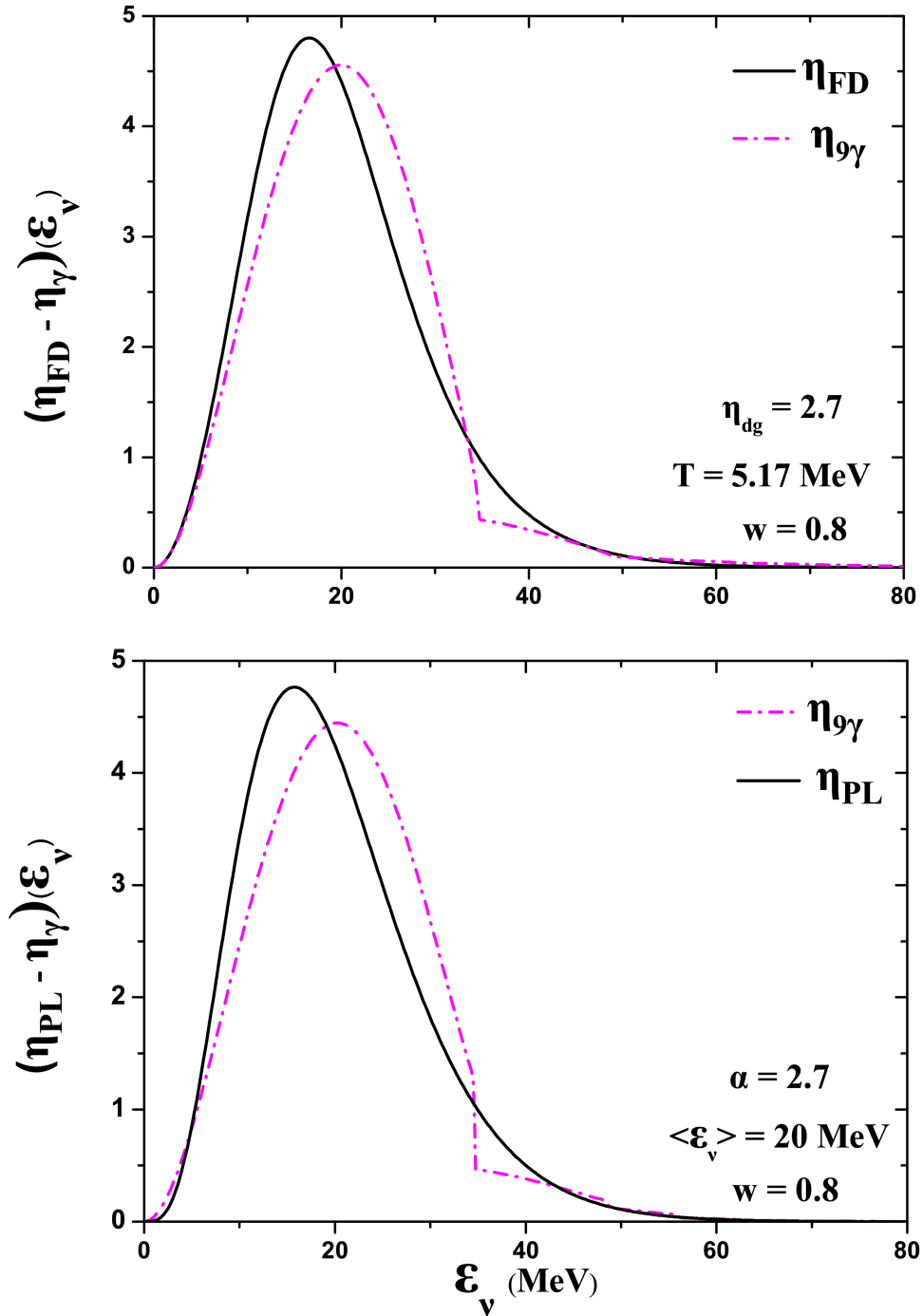
Παράμετρους $\alpha_i$ συνθετικού φάσματος αντι-νετρίνων $w = 0.8$						
	$\langle \varepsilon \rangle = 16\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 20\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 24\text{MeV}$	
$\alpha_i$	FD	PL	FD	PL	FD	PL
$\alpha_1$	0.968137	0.963512	0.843445	0.839986	0.555628	0.565200
$\alpha_2$	0.000007	0.000000	0.000000	0.000004	0.000000	0.034636
$\alpha_3$	0.009054	0.022860	0.103835	0.089355	0.253795	0.212778
$\alpha_4$	0.000011	0.000703	0.010720	0.046496	0.086484	0.089183
$\alpha_5$	0.000223	0.008798	0.013212	0.015173	0.006978	0.053717
$\alpha_6$	0.000765	0.000271	0.005554	0.006604	0.002004	0.026255
$\alpha_7$	0.000552	0.000000	0.007661	0.001346	0.094562	0.009053
$\alpha_8$	0.000077	0.003854	0.001073	0.000390	0.000030	0.006154
$\alpha_9$	0.021173	0.000000	0.014502	0.000646	0.000521	0.003074
$\mathcal{Q}$	0.511092	0.505723	0.289552	0.261349	0.122564	0.126137
Παράμετρους $\alpha_i$ συνθετικού φάσματος αντι-νετρίνων $w = 0.9$						
	$\langle \varepsilon \rangle = 16\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 20\text{MeV}$		$\langle \varepsilon \rangle = 24\text{MeV}$	
$\alpha_i$	FD	PL	FD	PL	FD	PL
$\alpha_1$	0.931640	0.929640	0.694934	0.783812	0.559032	0.581762
$\alpha_2$	0.000259	0.006255	0.107206	0.000621	0.045297	0.000001
$\alpha_3$	0.028125	0.042843	0.049977	0.107890	0.174910	0.180461
$\alpha_4$	0.032710	0.019622	0.014851	0.058568	0.071234	0.099056
$\alpha_5$	0.001631	0.004942	0.002123	0.028062	0.089175	0.062838
$\alpha_6$	0.000093	0.002228	0.057580	0.011870	0.024143	0.036351
$\alpha_7$	0.002544	0.000369	0.070959	0.005939	0.024209	0.020858
$\alpha_8$	0.000408	0.000354	0.000632	0.000719	0.009977	0.003386
$\alpha_9$	0.002591	0.000000	0.001738	0.002518	0.002024	0.015283
$\mathcal{Q}$	0.495283	0.488629	0.192084	0.208659	0.071503	0.081421

Πίνακας 6.3: Τιμές των συντελεστών  $\alpha_i, i = 1, 2, \dots, 9$  που προσδιορίστηκαν με προσαρμογή της έκφρασης του συνθετικού φάσματος, Εξ. (6.19) (για δέση αντι-νετρίνων), στα πρωτογενή φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων τα οποία περιγράφονται από κατανομή FD ( $2^{\eta}$ ,  $4^{\eta}$  και  $6^{\eta}$  στήλη) και από κατανομή δυναμοσειράς ( $3^{\eta}$ ,  $5^{\eta}$  και  $7^{\eta}$  στήλη). Φαίνονται επίσης, οι τιμές των παραμέτρων  $\langle \varepsilon_{\nu} \rangle$  για τιμή της  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω), καθώς και ο δείκτης ποιότητας  $\mathcal{Q}$  της προσαρμογής.

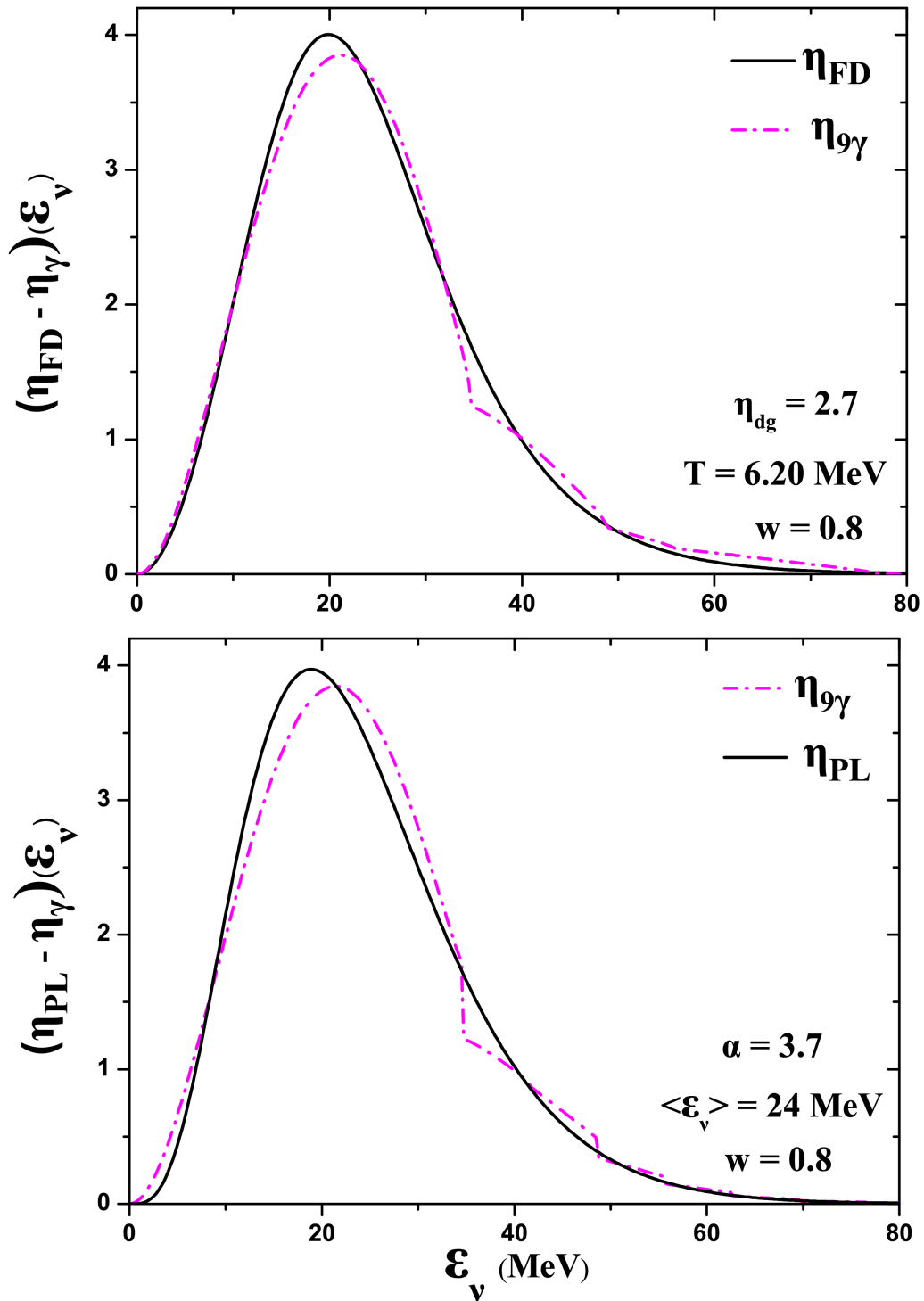


Σχήμα 6.7: Προσαρμογή ενός συνθετικού φάσματος (βλέπε Εξ. (6.19)) εννέα όρων με Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$ . Το φάσμα SN αντι-νετρίνων περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων με τιμές  $T = 4.14 \text{ MeV}$ ,  $n_{\text{dg}} = 2,7$  (πάνω) και από κατανομή Power-law δύο παραμέτρων με τιμές  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 16 \text{ MeV}$ ,  $\alpha = 3.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.8$ .

6.4. Τα νετρίνα  $\beta$ -δεσμών στην ερμηγεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων 171



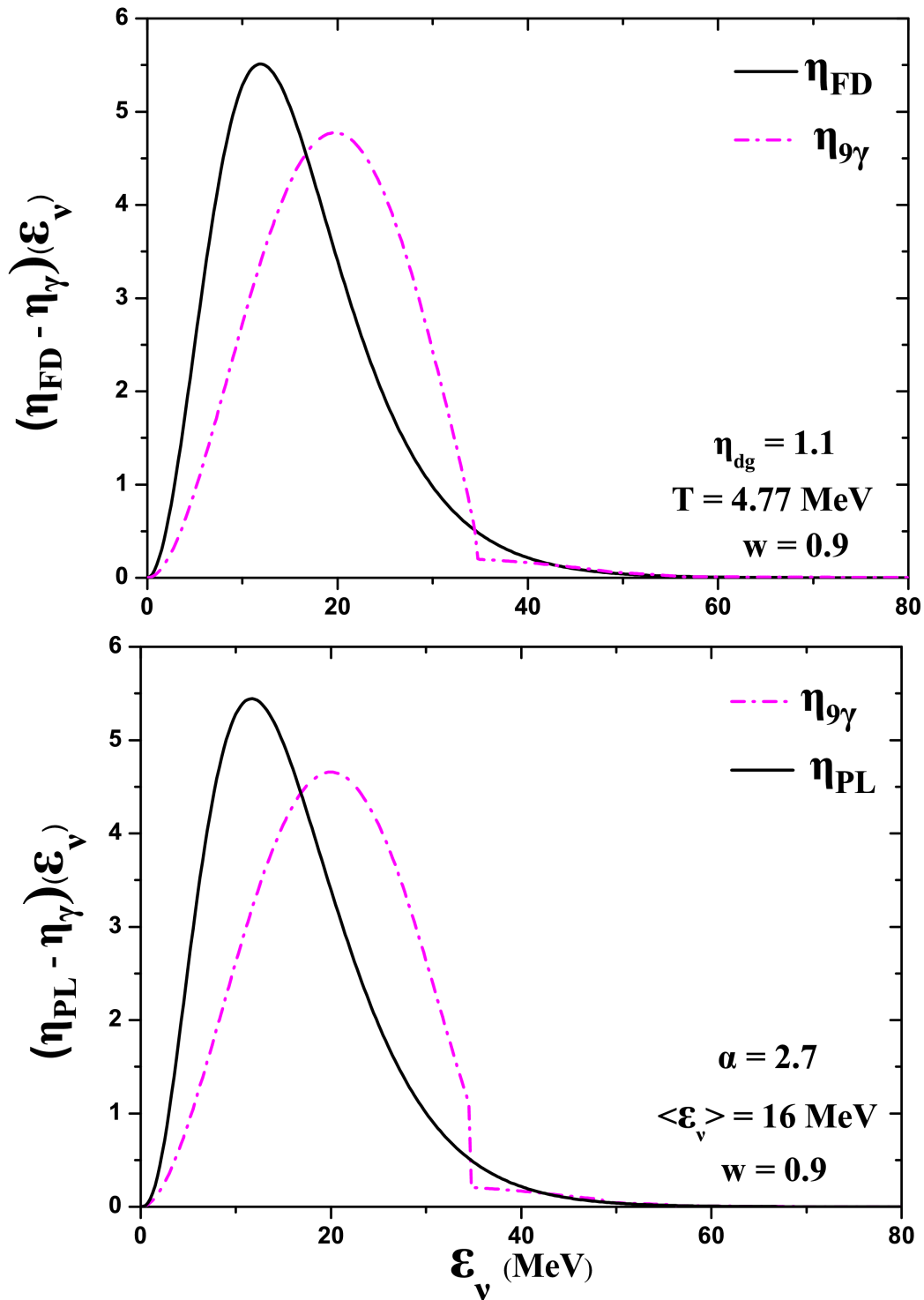
Σχήμα 6.8: Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 5.17$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 2,7$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_{\nu} \rangle = 20$  MeV,  $\alpha = 3.7$ .



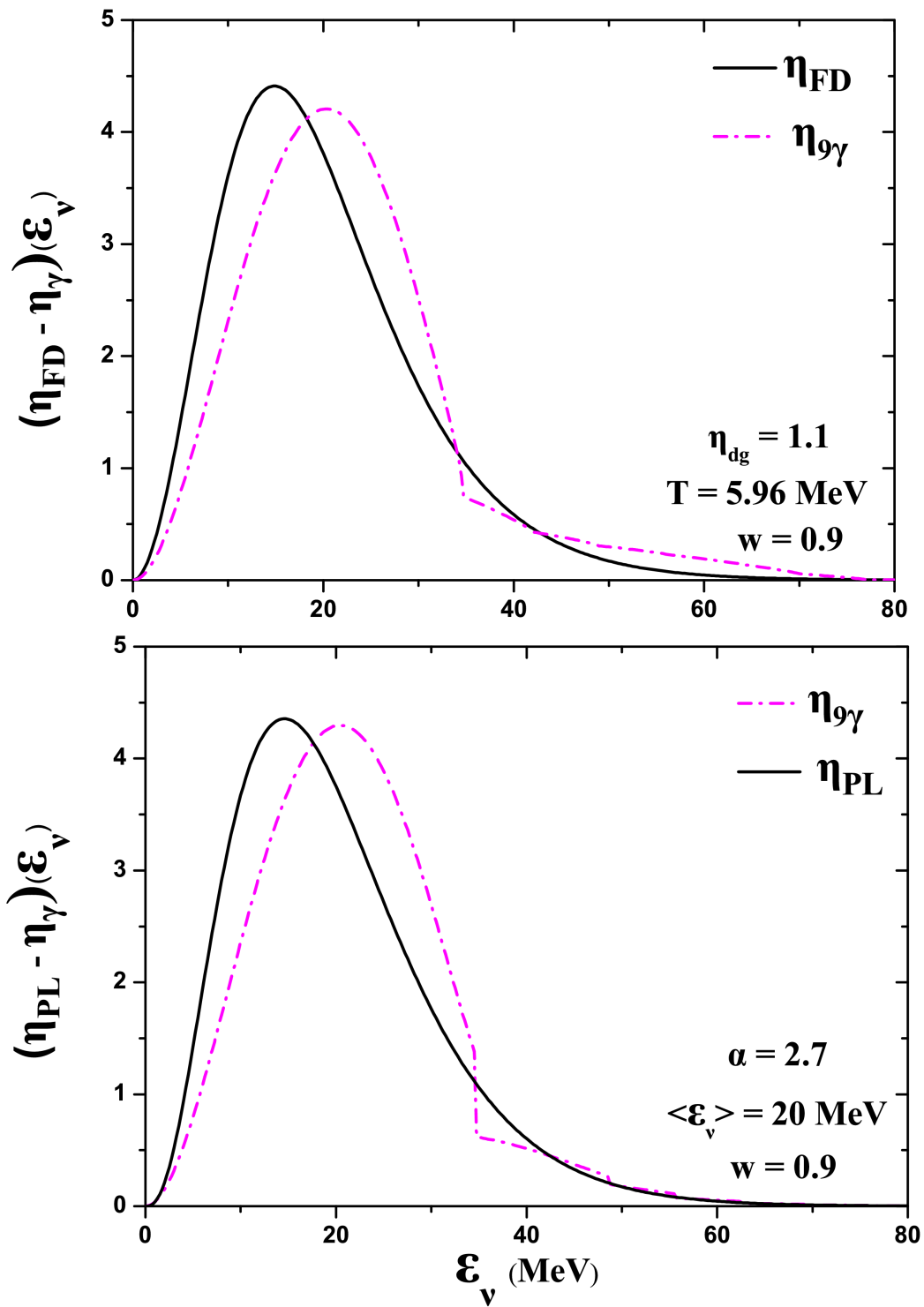
Σχήμα 6.9: Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 6.20$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 2,7$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 24$  MeV,  $\alpha = 3.7$ .



6.4. Τα νετρίνα β-δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων 173

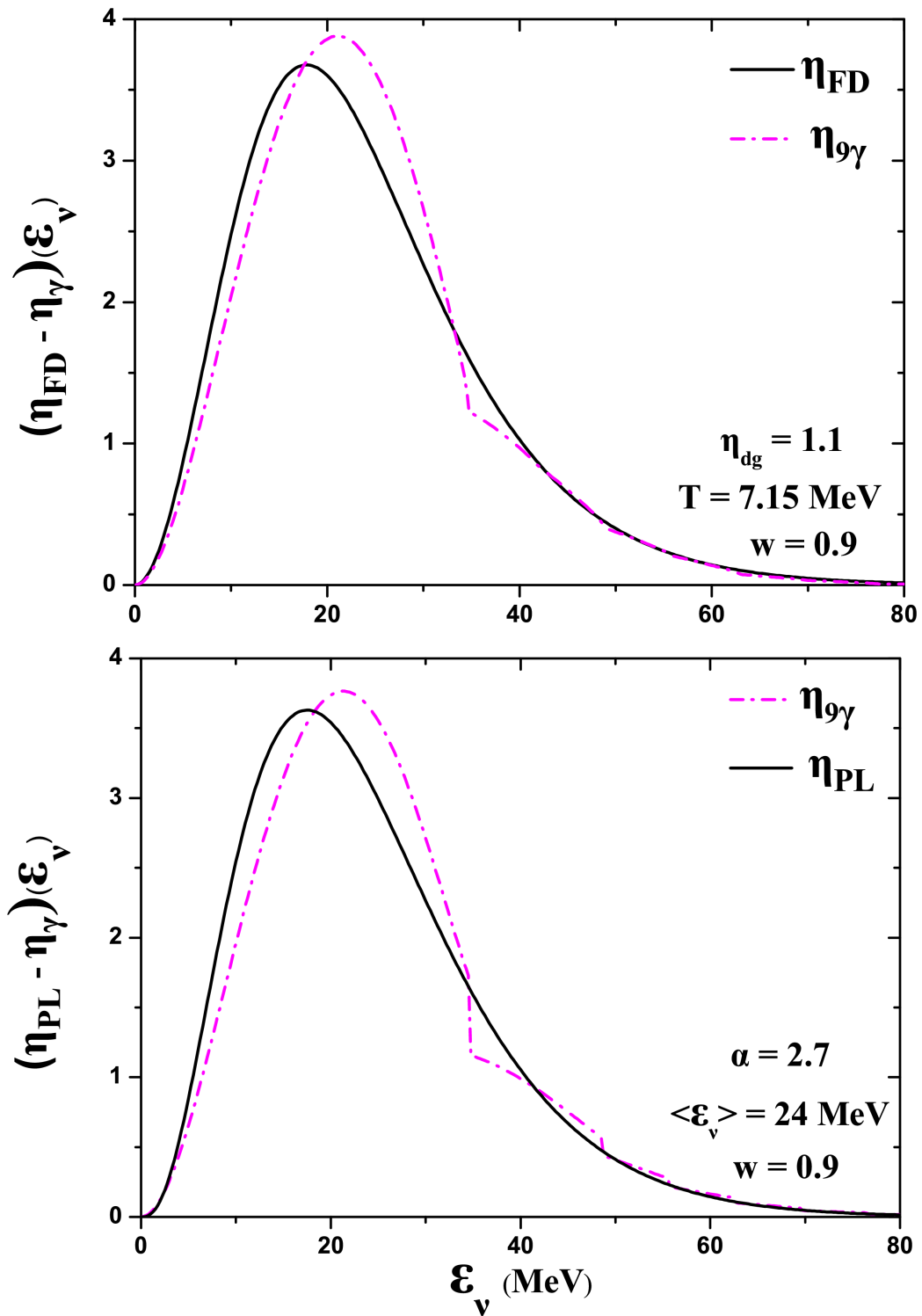


Σχήμα 6.10: Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 4.77$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 1,1$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 16$  MeV,  $\alpha = 2.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.9$ .



Σχήμα 6.11: Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 5.96$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 1,1$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 20$  MeV,  $\alpha = 2.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.9$ .

6.4. Τα νετρίνα β-δεσμών στην ερμηνεία φασμάτων υπερκαινοφανών νετρίνων 175



Σχήμα 6.12: Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 7.15$  MeV,  $n_{\text{dg}} = 1,1$  (πάνω) και  $\langle \epsilon_\nu \rangle = 24$  MeV,  $\alpha = 2.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.9$ .

φανερό ότι, ειδικότερα για φάσματα με χαμηλή μέση ενέργεια  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  τα συνθετικά φάσματα τείνουν να παίρνουν τη μέγιστη τιμή σε ελαφρώς μεγαλύτερες ενέργειες. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι, το φάσμα β-δέσμης για  $\gamma = 5$  (το οποίο είναι ο μικρότερος παράγοντας Lorentz που περιλαμβάνεται στην προσομοίωση), είναι λίγο μεγαλύτερης ενέργειας από τις χαμηλότερες προβλέψεις για ενεργειακές κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων. Σημειώνουμε ότι, η διαδικασία ελαχιστοποίησης δεν έχει την ελευθερία χρήσης μεγαλύτερων  $\gamma$  στο συνθετικό φάσμα, η προσομοίωση απλά επιζητεί την καλύτερη συμφωνία στις διάφορες περιοχές ενέργειας.

## 6.5 Αναδιπλωμένες ολικές ενεργές διατομές με κατανομές συνθετικών φασμάτων

Στόχος μας εδώ, είναι να αξιοποιήσουμε τις πληροφορίες που παρέχουν τα νετρίνα β-δέσμης χαμηλών ενεργειών στην μελέτη των αλληλεπιδράσεων των σουπερνόβα νετρίνων και την ερμηνεία του σήματος που δημιουργούν σε έναν επίγειο ανιχνευτή που περιέχει τα ισότοπα που μελετήσαμε στα Κεφάλαια 4 και 5. Για τον σκοπό αυτό, η κατασκευή ενός γραμμικού συνδυασμού από φάσματα β-δέσμης (βλέπε Εξ. (6.18)) είναι χρήσιμη, η δε διαδικασία ελαχιστοποίησης για τον προσδιορισμό των σταθερών  $\alpha_j$ , μας προσδιορίζει το συνθετικό φάσμα  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$  το οποίο προσομοιώνει την ενεργειακή κατανομή των σουπερνόβα νετρίνων (π.χ. κατανομή PL με ειδικές τιμές των παραμέτρων της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  και του πλάτους  $w$  της κατανομής).

Επιλέγουμε να εφαρμόσουμε τα ανωτέρω σε δύο από τα ισότοπα που περιέχονται στον ανιχνευτή COBRA, δηλαδή το  $^{66}\text{Zn}$  και το  $^{130}\text{Te}$ , για τα οποία έχουμε υπολογίσει πρωτογενείς ενεργές διατομές των αντιδράσεων των με αντινετρίνα, θεωρώντας ότι, τα αποτελέσματα για τα ισότοπα  $^{64}\text{Zn}$  και το  $^{128}\text{Te}$  είναι εντελώς ανάλογα.

Θεωρούμε ότι, η έκρηξη ενός σουπερνόβα (SN) θα προκαλέσει μια ενεργειακή κατανομή νετρίνων  $\eta_{signal}(\varepsilon_\nu)$ , η οποία θα δημιουργήσει μία απόκριση στον ανιχνευτή

$$\sigma_{fold}^{sign}(\varepsilon_\nu) = \sigma(\varepsilon_\nu)\eta_{signal}(\varepsilon_\nu), \quad (6.25)$$

όπου  $\sigma(\varepsilon_\nu)$  παριστάνει την ολική ενεργό διατομή αλληλεπίδρασης αντι-νετρίνου ενέργειας  $\varepsilon_\nu$  με τον ανιχνευτή,  $^{66}\text{Zn}$  ή  $^{130}\text{Te}$ .

Δεχόμαστε ότι, η ανωτέρω απόκριση μπορεί να αναπαρασταθεί από έναν γραμμικό συνδυασμό αποκρίσεων φασμάτων β-δέσμης, δηλαδή ότι η απόκριση (σαν συνάρτηση της  $\varepsilon_\nu$ ) μπορεί να προσομοιωθεί από την έκφραση

$$\sigma_{fold}^{bb-fit}(\varepsilon_\nu) = \sigma(\varepsilon_\nu)\eta_{bb}(\varepsilon_\nu) = \sum_{j=1}^N \alpha_{\gamma_j} \sigma(\varepsilon_\nu)\eta_{\gamma_j}(\varepsilon_\nu). \quad (6.26)$$

Μόλις μετρηθεί ένα φάσμα SN-νετρίνων, τότε μπορούν να προσδιοριστούν οι συντελεστές  $\alpha_{\gamma_j}$  του αναπτύγματος ως προς  $\eta_{\gamma_j}$  με προσαρμογή της  $\sigma_{sigma}^{fold}(\varepsilon_\nu)$  στην  $\sigma_{bb}^{fold}(\varepsilon_\nu)$ . Όπως αποδείχθηκε από τις προσαρμογές των Σχν. 6.7–6.10, μόνο λίγοι

## 6.5. Αναδιπλωμένες ολικές ενεργές διατομές με κατανομές συνθετικών φασμάτων<sup>177</sup>

συντελεστές φασμάτων  $\beta$ -δέσμης αρκούν για μία ακριβή «αναδόμηση» ενός τέτοιου φάσματος.

Η σχέση (6.26), είναι ιδιαίτερα σημαντική διότι εμπεριέχει την ενεργειακή εξάρτηση της αλληλεπίδρασης νετρίνου/αντινετρίνου με τον πυρήνα-ανιχνευτή, η οποία εξαρτάται άμεσα από την αναδιπλωμένη ενεργό διατομή. Στις παραγράφους που ακολουθούν, θα αξιοποιήσουμε την Εξ. (6.26) και θα την συνδυάσουμε με τα αποτελέσματα των Σχ. 6.7–6.10, για την μελέτη της απόκρισης των ισότοπων  $^{66}\text{Zn}$  και  $^{130}\text{Te}$  στα φάσματα  $SN$ -αντινετρίνων.

### 6.5.1 Χρήση πρωτογενών αποτελεσμάτων της $\sigma(\varepsilon_\nu)$ από την αντίδραση $^{66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{66}\text{Zn}^*$

Στο εδάφιο αυτό, αρχικά, υπολογίζουμε αναδιπλωμένες ολικές ενεργές διατομές της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{66}\text{Zn}^*$ , χρησιμοποιώντας τις Εξ. (6.25) και (6.26) και την ολική ενεργό διατομή  $\sigma(\varepsilon_\nu) \equiv \sigma_{tot}(\varepsilon_\nu)$  για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ , που υπολογίστηκε στο Κεφ. 4.

Αυτή έχει ευρεθεί από τα αποτελέσματα της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega(\varepsilon_\nu, \omega)$ , για ενέργειες εισερχομένου νετρίνου  $0 \leq \varepsilon_\nu \leq 100$  MeV και βήμα  $\Delta\varepsilon_\nu = 1$  MeV, για κάθε ενέργεια διέγερσης του εν λόγω ισότοπου και εν συνεχεία, αθροίζοντας πάνω σε όλες τις ενέργειες διέγερσης  $\omega$  που κατασκευάστηκαν με τη μέθοδο QRPA (816 καταστάσεις για  $0^\pm \leq J^\pi \leq 8^\pm$ ). Τα πρωτογενή αποτελέσματα της ολικής ενεργού διατομής  $\sigma_{tot}(\varepsilon_\nu)$ , απεικονίζονται στα ένθετα των οικείων φασμάτων της παρούσης παραγράφου σαν συνάρτηση της ενέργειας  $\varepsilon_\nu$  του εισερχομένου αντι-νετρίνου, της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{66}\text{Zn}^*$ .

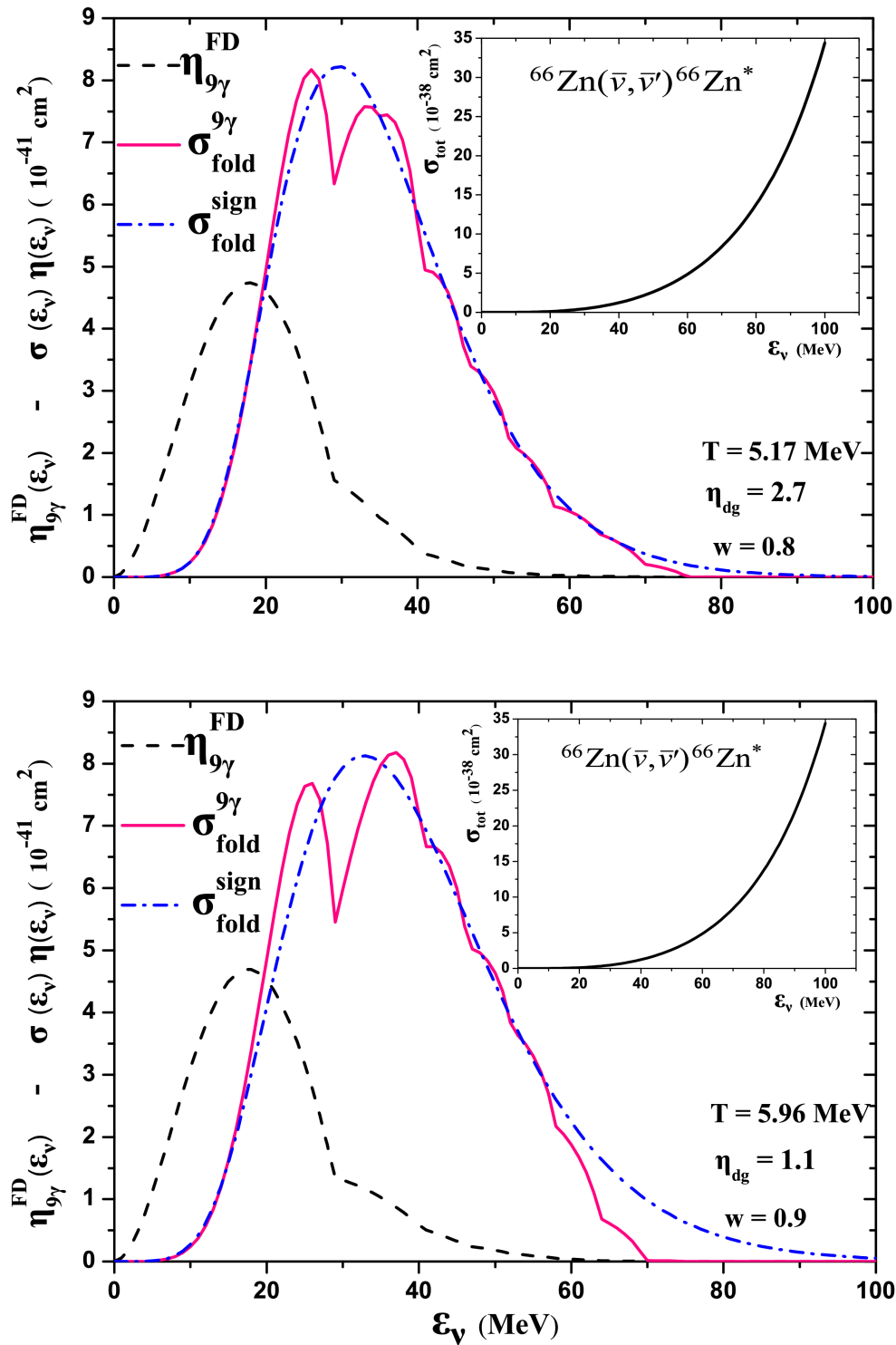
Για την επίτευξη του ανωτέρω στόχου χρησιμοποιήθηκαν:

- (i). Διάφορα πρωτογενή σήματα  $SN-\nu$  για «αναδόμησή» των (reconstruction).
- (ii). Η εκφράση για την  $\sigma_{fold}^{bb-fit}(\varepsilon_\nu)$  της Εξ. (6.26).
- (iii). Ως συνθετικά φάσματα στην Εξ. (6.25), χρησιμοποιήθηκαν εκείνα που προέκυψαν από τις προσομοιώσεις του παρόντος Κεφαλαίου με πρωτογενή φάσματα υπερχαινοφανών αντι-νετρίνων (βλέπε Σχ. 6.7–6.10).

Στα Σχ. 6.13 και 6.14, φαίνεται η αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή  $\sigma_{fold}^{bb-fit}(\varepsilon_\nu)$  που υπολογίστηκε με βάσει την Εξ. (6.26), για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ , χρησιμοποιώντας συνθετικό φάσμα αποτελούμενο από εννέα συνιστώσες, δηλαδή φάσματα  $\beta$ -δέσμης με εννέα Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$  (βλέπε ξεχωριστή διακεκομμένη καμπύλη).

Το πρωτογενές φάσμα των  $SN$  νετρίνων το οποίο δημιουργεί το σήμα στον ανιχνευτή, θεωρούμε ότι περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac (δύο παραμέτρων) με παράμετρο πλάτους  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω) (οι άλλες παράμετρος φαίνονται στα επιμέρους Σχήματα).

Η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή του σήματος,  $\sigma_{fold}^{sign}(\varepsilon_\nu)$ , που υπολογίζεται με βάσει την Εξ. (6.25), συγκρίνεται με τις αντίστοιχες  $\sigma_{fold}^{bb-fit}(\varepsilon_\nu)$  στα Σχ. 6.13 και 6.14, όπου παριστάνεται επίσης και η κατανομή του συνθετικού φάσματος  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$ .



Σχήμα 6.13: Αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή για το ισότοπο  ${}^{66}\text{Zn}$  χρησιμοποιώντας συνθετικό φάσμα με εννέα Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$  (βλέπε ξεχωριστή διακεκομμένη καμπύλη). Στο ένθετο φαίνεται η πρωτογενής ολική ενεργός διατομή της αντίδρασης  ${}^{66}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}'){}^{66}\text{Zn}^*$ . Το πρωτογενές φάσμα των SN νετρίνων περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων με παράμετρο πλάτους  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω) (οι άλλες παράμετρες φαίνονται στα επιμέρους σχήματα).

Παρατηρούμε ότι, σε όλες τις περιπτώσεις η κορυφή του συνθετικού φάσματος  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$ , βρίσκεται σε αρκετά χαμηλότερες ενέργειες από την αντίστοιχη αναδιπλωμένη ολική ενεργό διατομή  $\sigma_{fold}^{bb-fit}(\varepsilon_\nu)$ . Από τα Σχ. 6.13 και 6.14, παρατηρούμε επίσης ότι, σε όλες τις περιπτώσεις η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή  $\sigma_{fold}^{sign}(\varepsilon_\nu)$  φθάνει την κύρια ισχύ της για αντινετρίνα, στην περιοχή της ουράς υψηλής ενέργειας  $\approx 38$  MeV της κατανομής  $\eta_{bb}(\varepsilon_\nu)$ .

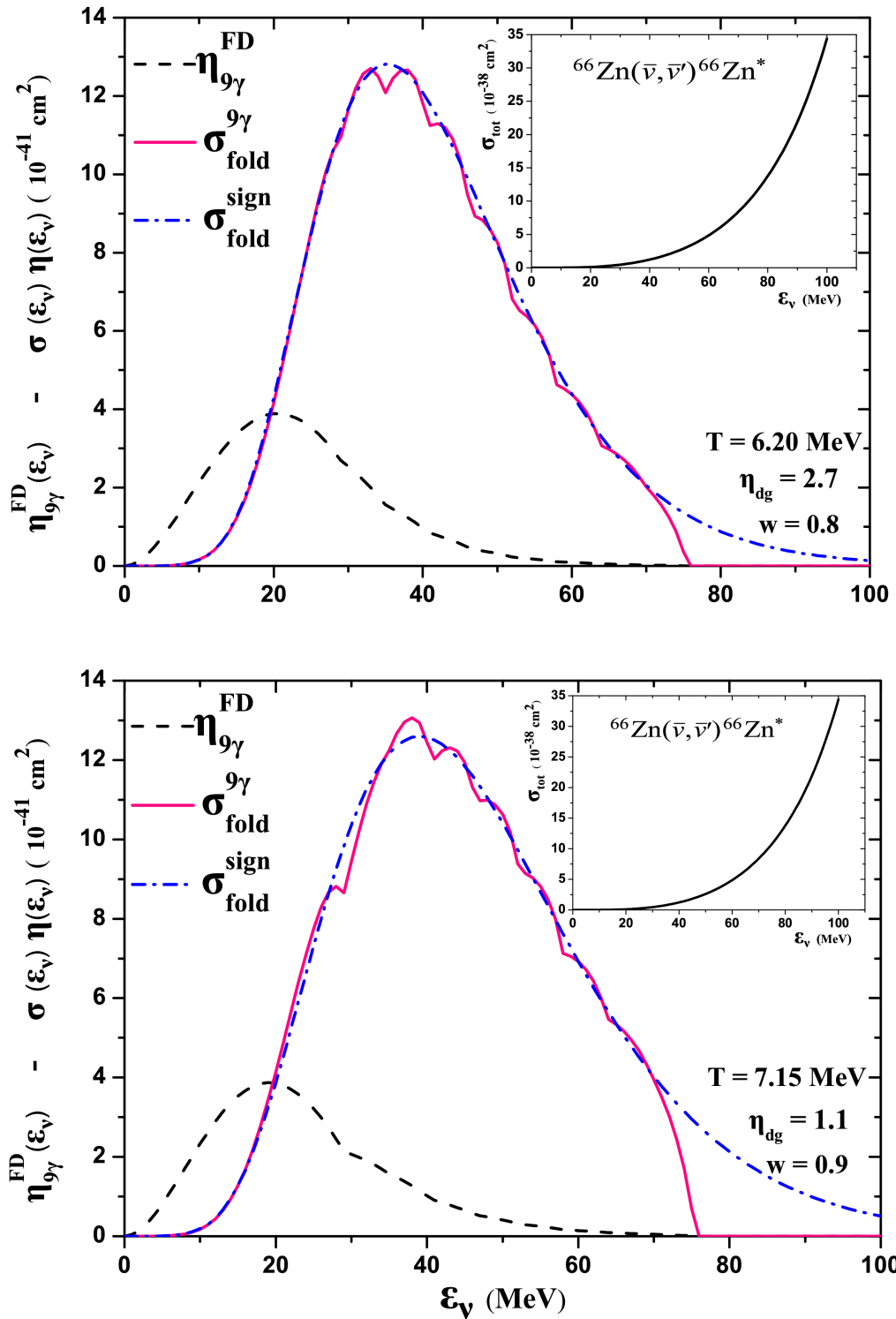
Το γεγονός αυτό, οδηγεί στο συμπέρασμα ότι, η πρόσθεση μερικών φασμάτων με υψηλότερα  $\gamma$  στην προσαρμογή, ίσως μπορεί να εξασφαλίσει καλύτερη συμφωνία μεταξύ του συνθετικού φάσματος και της πρωτότυπης κατανομής στην ενεργειακή περιοχή υψηλών ενεργειών. Στην παρούσα διαδικασία ελαχιστοποίησης, αν και κρίνεται σημαντική μια τέτοια πληροφορία, δεν έχει γίνει κάτι τέτοιο για πολύ μεγάλους παράγοντες Lorentz  $\gamma$  ( $\gamma \geq 15$ ).

Τα σετ των παραγόντων Lorentz  $\gamma$  που χρησιμοποιήθηκαν εδώ, έχουν ληφθεί με βέλτιστη προσαρμογή ενεργειακών κατανομών Fermi-Dirac για διάφορες μέσες ενέργειες υπερκαινοφανών αντι-νετρίνων, όπου όλα τα  $\gamma$  μεταξύ 5 και 13 (μόνο ακέραιες τιμές) επιτρέπεται να συνεισφέρουν στο συνθετικό φάσμα. Θα μπορούσαμε όμως, για λόγους ευκολίας, κάποια από τα  $\alpha_{\gamma_j}$  να τεθούν ίσα με μηδέν αλλά αυτό δεν μειώνει αισθητά τον υπολογιστικό χρόνο.

Όπως έχει συζητηθεί και στα κεφάλαια 4 και 5, μία σημαντική ποσότητα που πρέπει να μελετηθεί, είναι η αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $[\frac{d\sigma(\omega)}{d\omega}]_{fold}$ , δηλαδή η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή σαν συνάρτηση της τελικής ενέργειας  $\omega$  του πυρήνα-στόχου (στην προκειμένη περίπτωση του  ${}^{66}\text{Zn}$ ). Αυτή παρέχει ένα μέτρο της μεταφερομένης ενέργειας από τα νετρίνα στο υλικό του ανιχνευτή με το οποίο αλληλεπιδρούν και καθορίζει τα προϊόντα της αντίδρασης σε μια διεργασία πυρηνοσύνθεσης στον αστέρα (βλέπε Εξ. (3.5)). Αυτά τα προϊόντα θα παρατηρηθούν στον ανιχνευτή. Στην παρούσα μελέτη, δεν έγιναν τέτοιοι υπολογισμοί εκτιμώντας ότι, τα αποτελέσματα θα είναι ανάλογα εκείνων που βρήκαμε για την  $\sigma_{fold}^{bb}(\varepsilon_\nu)$  και για το λόγο ότι, όπως αναφέρθηκε, τα διάφορα κανάλια αποδιέγερσης του ανιχνευτή δεν μπορούν να μελετηθούν με τη μέθοδό μας.

### 6.5.2 Χρήση πρωτογενών αποτελεσμάτων της αντίδρασης ${}^{130}\text{Te}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}'){}^{130}\text{Te}^*$

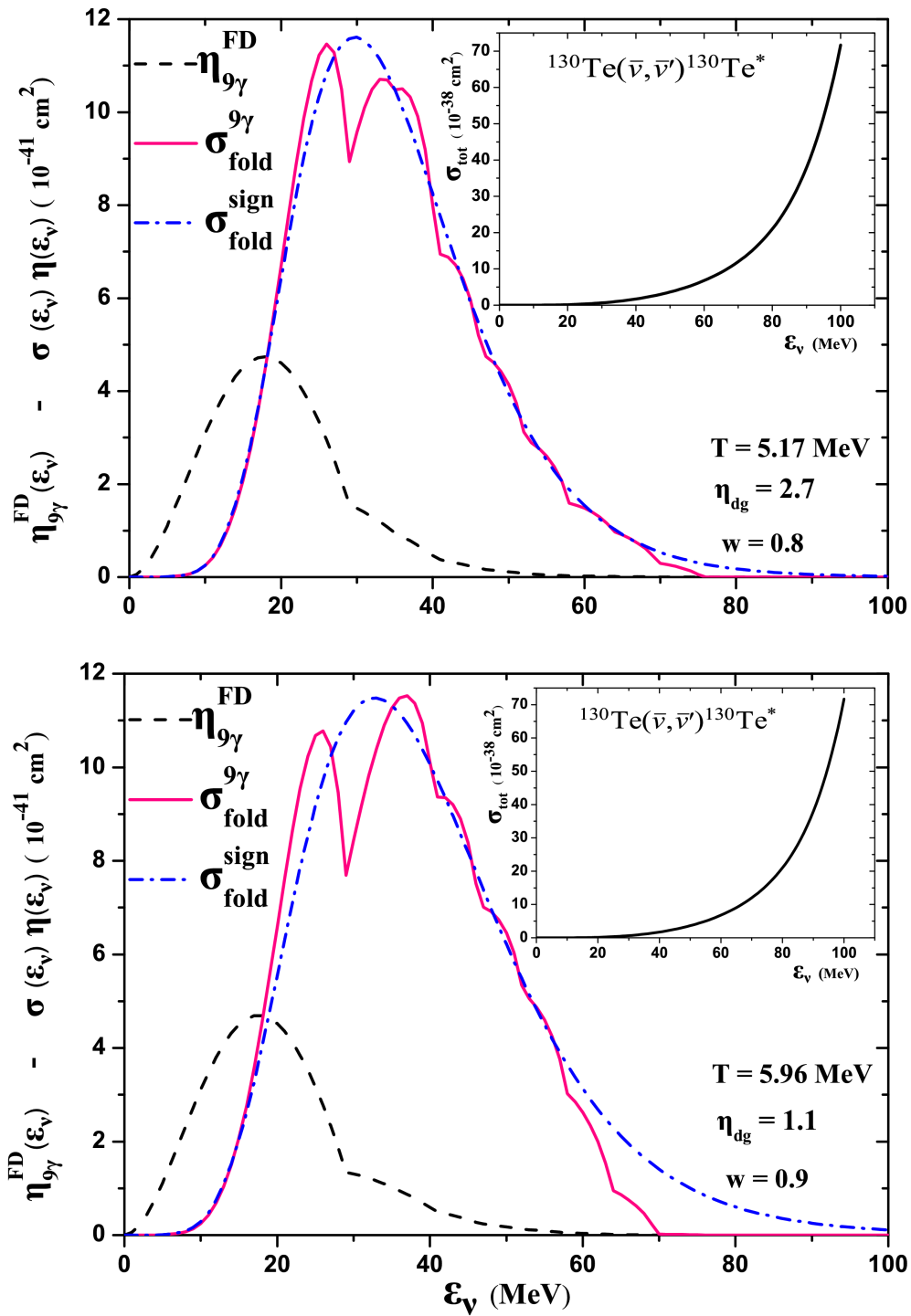
Ως μια δεύτερη εφαρμογή αναδόμησης φάσματος υπερκαινοφανών αντι-νετρίνων, χρησιμοποιούμε τον ανιχνευτή  ${}^{130}\text{Te}$ , του οποίου τα πρωτογενή αποτελέσματα ενεργών διατομών αντιδράσεων  ${}^{130}\text{Te}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}'){}^{130}\text{Te}^*$  έχουν υπολογιστεί στο Κεφ. 5. Στα Σχ. 6.13 και 6.14, φαίνεται η αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή  $\sigma_{bb}^{fold}(\varepsilon_\nu)$ , για το ισότοπο  ${}^{130}\text{Te}$ , χρησιμοποιώντας συνθετικό φάσμα με εννέα Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$  (βλέπε ξεχωριστή διακεκομμένη καμπύλη). Στο ένθετο, φαίνεται η πρωτογενής ολική ενεργός διατομή της αντίδρασης  ${}^{130}\text{Te}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}'){}^{130}\text{Te}^*$ . Το πρωτογενές φάσμα των SN νετρίνων, περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων με παράμετρο πλάτους  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω). Οι



Σχήμα 6.14: Όμοια με το Σχ. 6.13, αλλά για τις παράμετρος που φαίνονται στα επιμέρους σχήματα.



6.5. Αναδιπλωμένες ολικές ενεργές διατομές με κατανομές συνθετικών φασμάτων 181



Σχήμα 6.15: Όμοια με το Σχ. 6.13, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  και για τις παράμετρους που φαίνονται στα επιμέρους σχήματα.

υπόλοιπες παράμετρος φαίνονται στα επιμέρους Σχήματα.

Παρατηρούμε ότι, όπως και στο  $^{66}\text{Zn}$ , σε όλες τις περιπτώσεις η κορυφή του συνθετικού φάσματος  $\eta_{bb}(\epsilon_\nu)$  βρίσκεται σε χαμηλότερες ενέργειες σε σχέση με εκείνη της αναδιπλωμένης ολικής ενεργού διατομής  $\sigma_{bb}^{fold}(\epsilon_\nu)$ . Η ολική ενεργός διατομή για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  (ένθετα Σχ. 6.15 και 6.16), έχει υπολογιστεί από τη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega(\epsilon_\nu, \omega)$  του Σχ. στο Κεφ. 4, με άθροιση πάνω στις συνεισφορές 974 μεταπτώσεων για  $0^\pm \leq J^\pi \leq 8^\pm$ , με τον τρόπο που περιγράφεται στο Κεφ. 5.

Τα συνθετικά φάσματα περιλαμβάνουν κατανομές με 9 διαφορετικούς παράγοντες  $\gamma$ , η συμφωνία είναι πολύ καλή (βλέπε [262]). Το συνθετικό φάσμα μεγιστοποιείται σε ελαφρά υψηλότερες ενέργειες από ό,τι το πρωτογενές. Η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή η οποία καθορίζει την πυρηνική απόκριση στα υπερκαινοφανή αντι-νετρίνα, φθάνει το μέγιστό της γύρω στα 38–40 MeV, δεικνύοντας ότι τα αντι-νετρίνα με αυτές τις ενέργειες έχουν την μέγιστη επιρροή στην απόκριση του πυρηνικού ανιχνευτή.

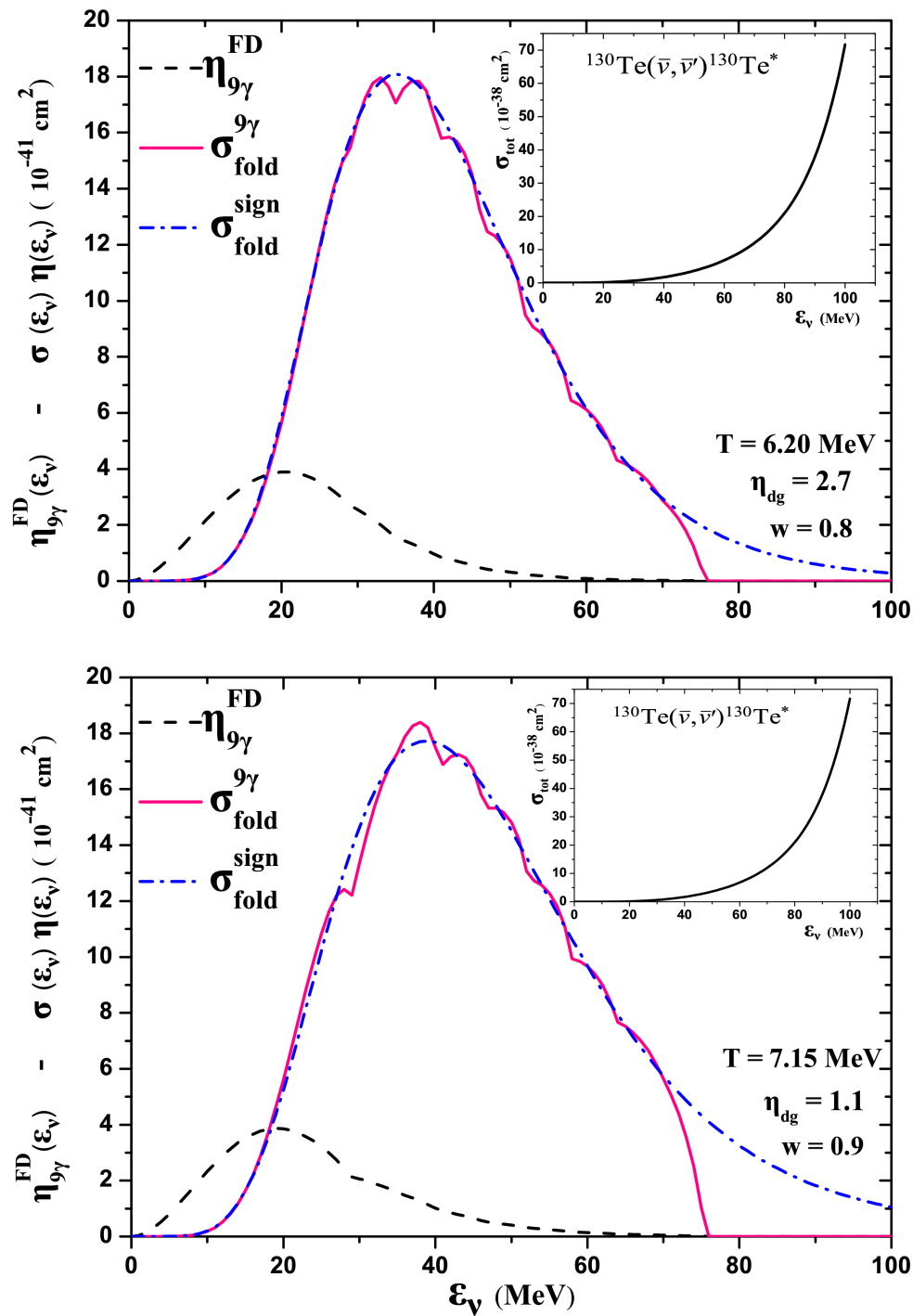
## 6.6 Συμπεράσματα

Συγκρίνοντας τους παράγοντες ποιότητας της προσαρμογής συνθετικών φασμάτων σε πρωτογενή φάσματα  $\text{SN}$ -νετρίνων, δηλαδή τις τιμές του Πίνακα 6.3 των αντι-νετρίνων, με εκείνες του Πίνακα 6.2 των νετρίνων, συμπεραίνουμε ότι, η προσαρμογή στην περίπτωση των αντινετρίνων είναι πολύ καλύτερη. Επίσης, από τη διαδικασία της προσαρμογής για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w$  ( $w = 0.8, 0.9$ ) παρατηρούμε ότι, η ποιότητα της προσαρμογής καλυτερεύει όσο η τιμή της  $w$  μεγαλώνει. Έτσι, για την μεγαλύτερη τιμή της παραμέτρου  $w=0.8$  η προσαρμογή χρησιμοποιώντας κατανομή Fermi-Dirac και κατανομή δυναμοσειράς, είναι πολύ καλύτερη εκείνης για  $w=0.8$ .

Χρησιμοποιώντας την απόλυτη τιμή της έκφρασης  $|\eta_{bb} - \eta_{\text{SN}}|$  αντί του τετραγώνου της που γίνεται συνήθως [283], αποφεύγουμε να προσδίνουμε μεγάλο βάρος στην κατανομή. Αυτό είναι σημαντικό, επειδή η ουρά του φάσματος όπως είδαμε παίζει κρίσιμο ρόλο στις εφαρμογές. Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι, η διαδικασία προσομοίωσης είναι πολύ ισχυρή στην αναπαραγωγή της ουράς των υψηλών ενεργειών στο φάσμα των υπερκαινοφανών νετρίνων.

Με τις προσομοιώσεις μας στο παρόν Κεφάλαιο, αποδεικνύεται ότι, από φάσματα β-δεσμών χαμηλών ενεργειών ένας γραμμικός συνδυασμός είναι πολύ καλός για μια ακριβή «αναδόμηση» του σήματος  $\text{SN}$ - $\nu$ . Τούτο είναι σύμφωνο και με αντίστοιχες μελέτες στο ισότοπο  $^{208}\text{Pb}$  [17, 278].

Το συνθετικό φάσμα που χρησιμοποιήθηκε, λειτουργεί σαν οδηγός για την επιλογή των παραγόντων Lorentz  $\gamma$  σε ένα πείραμα ανίχνευσης υπερκαινοφανών αντι-νετρίνων. Ο κατάλληλος γραμμικός συνδυασμός της απόκρισης του ανιχνευτή, μας εφοδιάζει με μια καλή αναπαραγωγή του σήματος των υπερκαινοφανών νετρίνων. Στη βιβλιογραφία [17, 267, 266, 274, 278], έχει βρεθεί ότι, χρήση ενός ενεργεια-



Σχήμα 6.16: Όμοια με το Σχ. 6.13, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  και για τις παράμετρους που φαίνονται στα επιμέρους σχήματα.

κού βάρους στη διαδικασία προσαρμογής βελτιώνει τα αποτελέσματα, κάτι το οποίο μπορεί να υλοποιηθεί σε μελλοντικούς υπολογισμούς.

Από τη μελέτη της αναδιπλωμένης ενεργού διατομής, συμπεραίνουμε ότι, η απόκριση γενικώς μπορεί να αναπαραχθεί χρησιμοποιώντας ουσιαστικά μόνο λίγες καθε φορά (τρεις-πέντε συνιστώσες από β-δέσμης νετρίνων σε διαφορετικά  $\gamma$ , βλέπε Πίνακα 6.3) και επομένως, χρησιμοποιώντας λίγες αντίστοιχα μετρήσεις σε πειράματα επιταχυνομένων ιόντων. Γενικά, η ομαλή συμπεριφορά της απόκρισης σαν συνάρτηση των παραγόντων Lorentz  $\gamma$ , μας εξασφαλίζει το ότι η προσαρμογή πειραματικών δεδομένων δεν εισαγάγει επιπλέον αβεβαιότητες. Σε μερικές περιοχές όμως της  $\epsilon_\nu$  (βλέπε Σχ. 6.13), φαίνεται ότι τούτο δεν ισχύει.

## Κεφάλαιο 7

---

# Σύνοψη, Συμπεράσματα και Προοπτικές

*Time is the most valuable thing  
a man can spend.  
Theophrastus (372 BC - 287 BC)*

### 7.1 Σύνοψη

Η παρούσα διδακτορική διατριβή, πραγματεύεται σημαντικά ανοιχτά προβλήματα της φυσικής των νετρίνων, τα οποία βρίσκονται στο χώρο επικάλυψης της πυρηνικής αστροφυσικής και των ασθενών αλληλεπιδράσεων και από την άποψη της θεωρητική πυρηνικής φυσικής μελετώνται με υπολογισμούς πυρηνικής δομής. Κεντρικό ρόλο στα προβλήματα αυτά, παίζουν τα αστροφυσικά νετρίνα και κυρίως τα υπερκαινοφανή, τα οποία ερευνώνται τόσο από την άποψη των αντιδράσεών των με την ύλη (με συγκεκριμένα ισότοπα) σε όλο το φάσμα της ενεργειακής κατανομής των όσο και από την άποψη του σήματος που παράγουν σε επίγειους ανιχνευτές. Στην κατεύθυνση αυτή, λόγω της περιορισμένης γνώσης μας σχετικά με το ενεργειακό φάσμα (μόνο τα νετρίνα της SN1987A έχουν παρατηρηθεί), είναι αναγκαία η εφαρμογή σύγχρονων τεχνικών προσομοίωσης, χρησιμοποιώντας διάφορες ρεαλιστικές αναλυτικές παραμετροποιημένες εκφράσεις, με παραμέτρους που σχετίζονται με χαρακτηριστικές φυσικές ποσότητες των νετρίνων (μέση ενέργεια, θερμοκρασία, κ.λ.π.).

Από τις αστροφυσικές πηγές παραγωγής νετρίνων χαμηλών και ενδιάμεσων ενεργειών, εδώ μας ενδιαφέρουν κυρίως οι εκρήξεις σουπερνόβα που οδηγούν στο σχηματισμό ενός αστέρα νετρονίων (αστέρες μάζας  $9M_{\odot} \leq M \leq 25M_{\odot}$ ) και εκπέμπουν νετρίνα ενέργειας  $\epsilon_{\nu} \leq 100$  MeV. Η έρευνα αυτή, συνιστά ένα πεδίο με τα πιο συναρπαστικά θέματα της σύγχρονης αστροφυσικής και πυρηνικής αστροφυσικής.

Μέχρι πρόσφατα, πολλοί πυρήνες έχουν προταθεί ή έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί ως ανιχνευτές για την ανίχνευση αστροφυσικών νετρίνων χαμηλής ενέργειας (ηλιακών νετρίνων, νετρίνων υπερκαινοφανών αστέρων κ.λ.π.) [170, 171, 172, 174] και σε συνδυασμό με πειράματα διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης, κλπ. Μεταξύ αυτών, εξέχουσα θέση κατέχουν οι ανιχνευτές που περιέχουν μεγάλο ποσοστό σε  $Te$ , όπως είναι οι ανιχνευτές  $CdZnTe$  και  $CdTe$  του πειράματος COBRA [170, 171, 172],  $TeO_2$  του πειράματος CUORE [237], κ.λ.π. Από τα σημαντικότερα ισότοπα που περιέχονται στους ανιχνευτές  $CdZnTe$  και  $CdTe$ , στην παρούσα Διατριβή μελετήσαμε τα ισότοπα  $^{64,66}Zn$  και  $^{128,130}Te$ , επειδή έχουν και τις μεγαλύτερες αφθονίες στα φυσικά

στοιχεία  $Zn$  και  $Te$  και αποτελούν βασικά υλικά των ανωτέρω ανιχνευτών.

Από υπολογιστική άποψη, στην παρούσα μελέτη έχουν εκτελεστεί εκτενείς και συστηματικοί υπολογισμοί των διαφόρων ενεργών διατομών (διπλής διαφορικής  $d^2\sigma/d\Omega d\omega$ , απλής διαφορικής  $d\sigma/d\omega(\omega, \varepsilon_\nu)$ , ολικής  $\sigma_{tot}(\varepsilon_\nu)$  και συσσωρευμένης  $\sigma_{cum}$ , για τις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων των ισοτόπων του  $Zn$ , δηλαδή αντιδράσεων νετρίνων  $^{64,66}Zn(\nu, \nu')^{64,66}Zn^*$  και αντινετρίνων  $^{64,66}Zn(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64,66}Zn^*$ , καθώς και για τα ισότοπα του  $Te$ , δηλαδή  $^{128,130}Te(\nu, \nu')^{128,130}Te^*$ ,  $^{128,130}Te(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{128,130}Te^*$ , στην περιοχή ενεργειών εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu \leq 100$  MeV. Για τους απαραίτητους υπολογισμούς πυρηνικής δομής χρησιμοποιήθηκε η προσέγγιση τυχαίας φάσης με ημισωματία η οποία παρέχει αξιόπιστη περιγραφή των φυσικών ποσοτήτων ημιλεπτονικών πυρηνικών αντιδράσεων όπως είναι και οι αντιδράσεις (αντι)νετρίνου-πυρήνα.

Στη συνέχεια, με βάση τα ανωτέρω πρωτεγενή αποτελέσματα, υπολογίστηκαν οι αντίστοιχες αναδιπλωμένες ενεργές διατομές. Επιλέγησαν ως κατανομές υπερκαινοφανών νετρίνων, η Fermi-Dirac δύο παραμέτρων, η κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law) και ο γραμμικός συνδυασμός από φάσματα νετρίνων  $\beta$ -δέσμης, δηλαδή τα φάσματα των  $\beta$ -ραδιενεργών πυρήνων/ιόντων: του  $^{18}Ne$  για νετρίνα και του  $^6He$  για αντινετρίνα, επιταχυνομένων σε διάφορους  $\gamma$ -παράγοντες Lorentz ( $\gamma \leq 15$ ). Η έρευνα νετρίνων  $\beta$ -δεσμών, είναι πολύ ενδιαφέρουσα και για το λόγο αυτό, μελετήσαμε με αρκετή έκταση (στο Κεφ. 6) τις δυνατότητες χρήσης των στην ερμηνεία σημάτων υπερκαινοφανών νετρίνων που πιθανόν να καταγραφούν στο εγγύς μέλλον.

## 7.2 Συμπεράσματα

Τα κυριότερα συμπεράσματα της παρούσας μελέτης, συνοψίζονται όπως παρακάτω.

Από την μελέτη της συνεισφοράς των επί μέρους πολυπολικών μεταπτώσεων  $J^\pi$  στη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$ , βρέθηκε ότι διεγέρσεις με  $J \leq 2$ , επάγονται με μεγαλύτερη πιθανότητα και επομένως κυριαρχούν. Τόσο για τα ισότοπα  $^{64,66}Zn$  όσο και για τα ισότοπα  $^{128,130}Te$ . Η συνεισφορά των  $J^\pi = 1^-$  είναι οι κυρίαρχες και ακολουθούν οι  $2^+$ , ενώ για  $J > 3$  οι συνεισφορές είναι σημαντικά μικρότερες. Επίσης, οι συνεισφορές των πολυπολικών καταστάσεων  $0^+$ ,  $1^+$ ,  $3^-$  είναι αρκετά σημαντικές. Συγκρίνοντας τις πρωτογενείς τιμές της ενεργού διατομής των νετρίνων με τις αντίστοιχες των αντινετρίνων, παρατηρούμε ότι για καταστάσεις κανονικής ομοτιμίας ( $\pi = (-)^J$ ) οι ενεργές διατομές των νετρίνων υπερσχύουν, ενώ για καταστάσεις μη-κανονικής ομοτιμίας ( $\pi = (-)^{J+1}$ ) συμβαίνει το αντίθετο. Τούτο οφείλεται στη διαφορετική συνεισφορά του όρου επικάλυψης πολικής διανυσματικής και αξονικής διανυσματικής συνιστώσας του πυρηνικού ρεύματος.

Για όλες τις ενέργειες διέγερσης  $\omega$  του πυρηνικού ανιχνευτή που επάγονται κατά την αντίδρασή του με (αντι)νετρίνα, η διπλή διαφορική ενεργός διατομή είναι μεγάλη για γωνίες οπισθοσκέδασης ( $\theta \approx 180^\circ$ ), αποτελέσματα σύμφωνα με εκείνα τα οποία ελήφθησαν για το ισότοπο  $^{208}Pb$  με CRPA (η μέθοδος αυτή υπολογίζει ε-

νεργές διατομές για ενέργειες διέγερσης μεγαλύτερες του ενεργειακού κατωφλίου διαχωρισμού νουκλεονίου στο υπό μελέτη ισότοπο).

Από τη μελέτη των αναδιπλωμένων ενεργών διατομών στα ισότοπα του  $Zn$  και του  $Te$  (με χρήση των παραμετροποιημένων κατανομών Fermi-Dirac και δυναμοσειράς για τα υπερκαινοφανή νετρίνα), προκύπτει σημαντική απόκριση των ισότοπων αυτών τόσο στην περιοχή των δέσμιων καταστάσεων, όσο και στο συνεχές φάσμα. Παρουσιάζεται αύξηση της συνελιγμένης ενεργού διατομής με τη θερμοκρασία  $T$ , για σταθερή τιμή του πλάτους  $w$  της ενεργειακής κατανομής. Επίσης, η συνελιγμένη ενεργός διατομή εξαρτάται έντονα από την μέση ενέργεια των νετρίνων  $\langle \epsilon_\nu \rangle$ .

Οι σύγχρονοι ανιχνευτές εκτός της ικανότητας ανίχνευσης ενός σήματος υπερκαινοφανών νετρίνων, θα πρέπει να είναι σε θέση να διακρίνουν τον τύπο του νετρίνου που θα ανιχνευθεί. Για τα νετρίνα  $\nu_\chi$  ( $\chi = \mu, \tau$ ) και τα αντισωματίά τους, η ανίχνευση μπορεί να γίνει μόνο μέσω αντιδράσεων ουδετέρων ρευμάτων με κυρίαρχο σήμα εκείνο των μεταπτώσεων σε κάποιες κυρίαρχες καταστάσεις του πυρήνα-ανιχνευτή, αφού τα νετρίνα αυτά δεν έχουν ικανή ενέργεια ώστε να παραχθεί το αντίστοιχο λεπτόνιο.

Σε αστροφυσικό περιβάλλον πλούσιο σε πρωτόνια είναι δυνατή η πυρηνοσύνθεση ορισμένων στοιχείων όπως  $Zn$ ,  $Cu$  και  $Sc$ , επομένως μεταξύ των άλλων, οι πρωτογενείς υπολογισμοί μας μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν δεδομένα για κώδικες αστρικής εξέλιξης και εκρηκτικής πυρηνοσύνθεσης.

Επίσης, από τη διαδικασία της προσαρμογής για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w$  της κατανομής ( $w = 0.7, 0.8, 0.9$ ) παρατηρούμε ότι η ποιότητα της προσαρμογής χειροτερεύει όσο η τιμή της  $w$  μεγαλώνει. Έτσι, ακόμα και για την  $w=0.8$  η προσαρμογή χρησιμοποιώντας κατανομή Fermi-Dirac και κατανομή δυναμοσειράς είναι πολύ καλύτερη εκείνης για  $w=0.9$ . Συγκρίνοντας τις τιμές των ενεργών διατομών των νετρίνων με εκείνες των αντινετρίνων συμπεραίνουμε ότι η προσαρμογή στην περίπτωση των αντινετρίνων είναι πολύ καλύτερη.

## 7.3 Προοπτικές

Στην παρούσα μελέτη, το κανάλι σύμφωνων μεταπτώσεων δηλ. μεταπτώσεις από τη βασική κατάσταση στη βασική, δεν μελετήθηκε λεπτομερώς. Η σημασία του όμως είναι μεγάλη, αφού έχουν προταθεί μελλοντικά πειράματα έρευνας του καναλιού αυτού (coherent neutrino-nucleus scattering). Ένας από τους άμεσους μελλοντικούς στόχους, είναι οι διεξοδικοί υπολογισμοί της σύμφωνης διαδικασίας στα ισότοπα που μελετήθηκαν εδώ.

Η θεωρητική φυσική που αποτέλεσε το υπόβαθρο της παρούσας Διατριβής, βελτιώνεται συνεχώς, κυρίως από νέα πειραματικά δεδομένα σχετικά με τις ιδιότητες των πυρήνων οι οποίες επιτρέπουν ακριβέστερο προσδιορισμό των παραμέτρων της πυρηνικής δομής. Επίσης, από την άποψη της θεωρητικής πυρηνικής φυσικής και πυρηνικής αστροφυσικής, αναμένονται νέες εμπνεύσεις και ιδέες για τη βελτίωση των θεωρητικών μοντέλων, π.χ. ακριβέστερα μοντέλα δυναμικών της αλληλεπίδρασης

δύο σωμάτων. Η σημασία των αντιδράσεων  $\beta$ -αποδιέγερσης, ιδιαίτερα για τα ισότοπα που χρησιμοποιούνται στην παραγωγή νετρίνων  $\beta$ -δέσμης, επιβάλλει την βελτίωση των αποτελεσμάτων (π.χ. QRPA με δυναμικό Bonn C-D, κλπ.).

Ένα σημαντικό στοιχείο το οποίο πρέπει να εσωματωθεί σε μελλοντικούς υπολογισμούς όμοιους με αυτούς που έχουν γίνει στην παρούσα διατριβή (στα Κεφ. 4, 5 και 6), είναι η θεώρηση των ταλαντώσεων νετρίνων από την πηγή παραγωγής των (έκρηξη  $SN$  κατάρρευσης καρδιάς) μέχρι τον ανιχνευτή. Οι ταλαντώσεις τροποποιούν το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων που καταφθάνει στον ανιχνευτή και είναι αναγκαίες για ρεαλιστικότερη εκτίμηση της απόκρισης των πυρηνικών ανιχνευτών. Η συνάρτηση που πρέπει να προσδιοριστεί με μεγάλη ακρίβεια είναι η πιθανότητα επιβίωσης των νετρίνων διαφόρων γεύσεων που καταγράφεται στον ανιχνευτή.

Για τους ανιχνευτές COBRA, CUORE, κλπ. δεν έχουν γίνει αντίστοιχοι υπολογισμοί της απόκρισης των διαφόρων ισοτόπων όταν το σήμα είναι φορτισμένο λεπτόνιο ( $e$ ,  $\mu$ ,  $\tau$ ). Στην περίπτωση των υπερκαινοφανών νετρίνων για τέτοιου είδους εκτιμήσεις, απαιτούνται υπολογισμοί της ενεργού διατομής αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων των  $\nu_e$  νετρίνων (και  $\bar{\nu}_e$  ανινετρίνων) με τα ισότοπα του ανιχνευτή. Επί πλέον, τόσο για αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων όσο και φορτισμένων ρευμάτων, δεν έχουν γίνει συστηματικοί υπολογισμοί των αντιδράσεων (αντι)νετρίνου με το  $Cd$  στοιχείο μεγάλης περιεκτικότητας του ανιχνευτή COBRA. Υπολογισμοί ουδετέρων ρευμάτων όμοιοι με αυτούς που εκτελέστηκαν εδώ, μπορούν εύκολα και άμεσα να γίνουν.



## Παράρτημα Α'

---

# Αναπαραστάσεις, Σύμβολα και Χρήσιμες Συναρτήσεις

### Α'.0.1 Αναπαράσταση σπιν με πίνακες Pauli

Οι πίνακες  $2 \times 2$  Pauli, ορίστηκαν κατά τέτοιο τρόπο ώστε, ο τελεστής του σπιν να γράφεται (στο φυσικό σύστημα μονάδων,  $\hbar = c = 1$ )

$$\mathbf{s} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma}. \quad (\text{A'.1})$$

Η θεμελιώδης αναπαράσταση των πινάκων  $\sigma_i$ , δίνεται από τις ακόλουθες εκφράσεις:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A'.2})$$

Οι συνιστώσες του τελεστή  $\boldsymbol{\sigma}$ , ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις μετάθεσης  $[\sigma_i, \sigma_j]$  και αντιμετάθεσης  $\{\sigma_i, \sigma_j\}$ :

$$[\sigma_i, \sigma_j] = i2\epsilon_{ijk}\sigma_k \quad (\text{A'.3})$$

$$\{\sigma_i, \sigma_j\} = 2\delta_{ij}I \quad (\text{A'.4})$$

$$\sigma_i\sigma_j = \delta_{ij}I + i\epsilon_{ijk}\sigma_k. \quad (\text{A'.5})$$

Μία χρήσιμη ταυτότητα είναι:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{A})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B}) = (\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}), \quad (\text{A'.6})$$

με  $\mathbf{A}$  και  $\mathbf{B}$ , να μεταχηματίζονται με τον  $\boldsymbol{\sigma}$ , αλλά όχι αναγκαστικά και μεταξύ τους. Ο σπίνορ Dirac για το νουκλεόνιο, είναι

$$\Psi \equiv \begin{pmatrix} p \\ n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_p \\ \psi_n \end{pmatrix} = \psi_p \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \psi_n \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A'.7})$$

Η χαμιλτωνιανή που περιγράφει την κίνηση ενός ελεύθερου  $V = 0$  σχετικιστικού σωματίου με σπιν  $\frac{1}{2}$ , μάζα  $m$  και ορμή  $\mathbf{p}$ , δίνεται από

$$H = \boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta m. \quad (\text{A'.8})$$

Ο τελεστής  $\beta$  και οι συνιστώσες του τελεστή  $\alpha$ , ικανοποιούν τις παρακάτω σχέσεις

$$\begin{aligned} \{\alpha_i, \alpha_j\}_{i \neq j} &= \{\alpha_i, \beta\} = 0 \\ (\alpha_i)^2 &= (\beta)^2 = I \\ \alpha_i^\dagger &= \alpha_i \quad \beta^\dagger = \beta \end{aligned} \quad . \quad (A'.9)$$

Οι τελεστές  $\alpha$  και  $\beta$  είναι πίνακες  $4 \times 4$  με ίχνος μηδέν, οι οποίοι στην αναπαράσταση Dirac-Pauli δίνονται από τις ακόλουθες εκφράσεις

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ \sigma & 0 \end{pmatrix} \quad (A'.10)$$

$$\beta = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} . \quad (A'.11)$$

Οι πίνακες Dirac  $\gamma$  ορίζονται ως εξής:

$$\gamma^\mu = (\beta, \beta\alpha) = (\gamma^0, \boldsymbol{\gamma}) \quad (A'.12)$$

και έχουν την μορφή:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \quad (A'.13)$$

$$\boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \quad (A'.14)$$

Πολλές από τις εξισώσεις του Κεφ. 3, αποδεικνύονται με τις παρακάτω χρήσιμες ιδιότητες των πινάκων Dirac

$$\begin{aligned} \{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} &= 2g^{\mu\nu} \\ (\gamma^\mu)^\dagger &= \gamma^0 \gamma^\mu \gamma^0 \\ (\gamma^0)^2 &= I_4 \\ (\gamma^k)^2 &= -I_4, \quad k = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (A'.15)$$

όπου  $I_4$  ο μοναδιαίος πίνακας  $4 \times 4$  δηλαδή

$$I_4 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \quad (A'.16)$$

Ο πίνακας  $\gamma^5$ , ορίζεται από την ακόλουθη έκφραση

$$\gamma^5 = \gamma_5 \equiv i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \quad (A'.17)$$

και έχει τις παρακάτω ιδιότητες:

$$\begin{aligned}
 \gamma_5, \gamma_\mu &= 0 \\
 (\gamma_5)^\dagger &= \gamma_5 \\
 (\gamma_5)^2 &= I_4 \\
 \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) &= \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \\
 \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) &= 0 \\
 \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\frac{1}{2}(1 - \gamma_5) &= \frac{1}{2}(1 - \gamma_5).
 \end{aligned} \tag{A'.18}$$

Στην καθιερωμένη αναπαράσταση των πινάκων Dirac, έχουμε

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}. \tag{A'.19}$$

Ο αντισυμμετρικός τανυστής  $\sigma^{\mu\nu}$ , ορίζεται ως εξής:

$$\sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu) \tag{A'.20}$$

$$= i(\gamma^\mu\gamma^\nu - g^{\mu\nu}), \tag{A'.21}$$

$$\sigma^{ij} = \epsilon_{ijk} \begin{pmatrix} \sigma^k & 0 \\ 0 & \sigma^k \end{pmatrix}. \tag{A'.22}$$

## A'.1 Η Συνέλιξη ή Αναδίπλωση

Η συνέλιξη ή αναδίπλωση (Convolution or Folding) είναι μια βασική λειτουργία, η οποία χρησιμοποιείται σε πολλά πεδία της έρευνας (Φυσική, Μαθηματικά, Πληροφορική, κλπ.), προκειμένου να εξάγουμε πληροφορίες από σήματα και εικόνες. Η λειτουργία αυτή, παίρνει δύο συναρτήσεις  $f$  και  $g$  και παράγει μια τρίτη συνάρτηση  $C$ , η οποία παριστάνει το ποσοστό της επικάλυψης μεταξύ της  $f$  και μιας μετατοπισμένης μορφής της  $g$ . Στην περίπτωση δύο συνεχών μονοπαραμετρικών συναρτήσεων  $f$  και  $g$ , η συνέλιξη ορίζεται από το ολοκλήρωμα

$$C(t) \equiv (f \star g)(t) = \int_\alpha^\beta f(t')g(t-t')dt'. \tag{A'.23}$$

Στην υπό ολοκλήρωση ποσότητα, η συνάρτηση  $g$  εμφανίζεται μετατοπισμένη. Η Εξ. (A'.23) δείχνει ότι, η συνέλιξη συμπλέκει δύο συναρτήσεις και συνιστά ένα είδος ολοκληρωτικού μετασχηματισμού, ο οποίος εκφράζει την επικάλυψη της συνάρτησης  $g$  καθώς μετατοπίζεται πάνω στη συνάρτηση  $f$ . Τα όρια ολοκλήρωσης, εξαρτώνται από τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων  $f$  και  $g$  (συνήθως λαμβάνουμε  $\alpha = -\infty$  και

$\beta = +\infty$ , είτε επεκτείνοντας περιοδικά τις συναρτήσεις  $f$  και  $g$ , είτε συμπληρώνοντας με μηδενικά την περιοχή ολοκλήρωσης προς τις δύο κατευθύνσεις).

Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η συνέλιξη διακριτών συναρτήσεων, γνωστή σαν διακριτή συνέλιξη (discrete convolution), η οποία ορίζεται σαν

$$c(\kappa) = \sum_{\lambda=0}^{\infty} f(\lambda) g(\kappa - \lambda) \quad (\text{A}' .24)$$

Εδώ έχουμε υιοθετήσει άπειρη σειρά, με την έννοια της επέκτασης με μηδενικούς συντελεστές εάν είναι αναγκαίο. Αναφέρουμε επίσης ότι, συχνά στη Φυσική απαιτείται τρισδιάστατη συνέλιξη (folding) [151, 227].

Στα Κεφ. 4, 5 και 6 της παρούσας εργασίας, χρησιμοποιείται μονοδιάστατη αναδίπλωση για τη μελέτη απόκρισης πυρηνικών ανιχνευτών σε κατανομές νετρίνων χαμηλής ενέργειας (η συνέλιξη είναι διακριτή). Έτσι, τον ρόλο της  $f$  στην Εξ. (A'.23), παίζει μια ενεργειακή κατανομή νετρίνων παραγομένων από μια συγκεκριμένη πηγή (Ήλιος, σουπερνόβα,  $\beta$ -δέσμη, κλπ.),  $f(\varepsilon_\nu)$ , και τον ρόλο της  $g$  η διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega(\omega)$  ή η ολική ενεργός διατομή  $\sigma(\varepsilon_\nu)$ , κλπ. της αντίδρασης νετρίνου-πυρήνα. Οι τελευταίες ενεργές διατομές υπολογίζονται στα πλαίσια της προσέγγισης τυχαίας φάσης με ημισωματία με βάση την Εξ. (3.16).

### A'.1.1 Ιδιότητες Συνέλιξης

Η συνέλιξη της Εξ. (A'.23), έχει δύο βασικά χαρακτηριστικά, τη συμμετρία στις μετατοπίσεις και την γραμμικότητα. Σύμφωνα με την πρώτη ιδιότητα, η ίδια λειτουργία εκτελείται σε οποιοδήποτε σημείο του σήματος ή της εικόνας, ενώ σύμφωνα με τη δεύτερη, είναι γραμμική με την έννοια ότι κάθε σημείο μπορεί να αντικατασταθεί με γραμμικό συνδυασμό γειτονικών σημείων. Αυτές οι δύο ιδιότητες καθιστούν τη συνέλιξη ένα απλό εργαλείο το οποίο σχετίζεται με την εύρεση ενός είδους γενικής μέσης μεταβολής (κίνησης).

Αξίζει να αναφέρουμε τις σημαντικότερες ιδιότητες που ικανοποιεί η συνέλιξη (ή αναδίπλωση) δύο συναρτήσεων:

Αντιμεταθετικότητα, η οποία ορίζεται από τη σχέση

$$f \star g = g \star f \quad (\text{A}' .25)$$

Προσεταιριστική, δηλαδή

$$f \star (g \star h) = (f \star g) \star h \quad (\text{A}' .26)$$

Επιμεριστική ως προς την πρόσθεση

$$f \star (g + h) = (f \star g) + (f \star h) \quad (\text{A}' .27)$$

Προσεταιριστική ως προς τον βαθμωτό πολλαπλασιασμό

$$\alpha(f \star g) = (\alpha f) \star g = f \star (\alpha g) \quad (\text{A}' .28)$$

Οι συναρτήσεις  $f$ ,  $g$ , και  $h$  ικανοποιούν τις συνθήκες που αναφέρθηκαν στην Εξ. (A'.23) και η παράμετρος  $a$  είναι σταθερά. Το ταυτοτικό στοιχείο της συνέλιξης είναι η δέλτα συνάρτηση του Dirac.

Στους υπολογισμούς πολλές φορές είναι απαραίτητη και η αντίστροφη διαδικασία της αναδίπλωσης, γνωστή σαν η επαναδίπλωση, ιδιαίτερα στις περιπτώσεις όπου είναι γνωστή η αναδιπλωμένη ενεργός διατομή και ζητείται, για λόγους σύγκρισης, η πρωτογενής που υπολογίστηκε στα πλαίσια διαφορετικής μεθόδου από τη δική μας. Η τελευταία διαδικασία (επαναδίπλωση) συνίσταται στην εύρεση της μετασχηματισμένης κατά Fourier των  $f$  και  $g$ , σύμφωνα με το γνωστό θεώρημα αναδίπλωσης

$$\mathcal{F}(f \star g) = A[\mathcal{F}(g)] \cdot [\mathcal{F}(f)]. \quad (\text{A'.29})$$

όπου,  $\mathcal{F}(y)$  παριστάνει την μετασχηματισμένη κατά Fourier της συνάρτησης  $y$  και  $A$  μια σταθερά η οποία εξαρτάται από την κανονικοποίηση των μετασχηματισμών Fourier.

## A'.2 Η Συνάρτηση δέλτα ή συνάρτηση Dirac

Η συνάρτηση Dirac ορίζεται από τη σχέση

$$f(a) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - a)f(x)dx \quad (\text{A'.30})$$

ή τυπικά από τις εκφράσεις

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - a)dx = 1, \quad \delta(x - a) = \begin{cases} 0 & , x \neq a \\ +\infty & , x = a \end{cases} \quad (\text{A'.31})$$

και αποτελεί γενίκευση του συμβόλου του Kronecker

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & , i \neq j \\ 1 & , i = j \end{cases} \quad (\text{A'.32})$$

Οι κυριότερες ιδιότητες της συνάρτησης Dirac είναι οι παρακάτω:

Είναι άρτια συνάρτηση, δηλαδή

$$\delta(x) = \delta(-x). \quad (\text{A'.33})$$

Ισχύει η σχέση

$$\delta(ax) = \frac{1}{|a|}\delta(x). \quad (\text{A'.34})$$

Αν  $g(x)$  συνάρτηση με  $n$  ρίζες, δηλαδή  $g(x_k) = 0$  με  $k = 1, 2, \dots, n$ , τότε

$$\delta[g(x)] = \sum_{k=1}^n \frac{1}{|g'(x_k)|}\delta(x - x_k) \quad \text{με } g'(x_k) \neq 0. \quad (\text{A'.35})$$

Για κάθε καλά ορισμένη συνάρτηση  $f(x)$  στο σημείο  $x = a$ , ισχύει

$$f(x)\delta(x - a) = f(a)\delta(x - a). \quad (\text{A'.36})$$

Ειδικότερα ισχύει:  $x\delta(x) = 0$ . Η συνάρτηση  $\delta$  ορίζεται επίσης και με τη βοήθεια του ολοκληρώματος Fourier

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{ikx} dk. \quad (\text{A'.37})$$

## Παράρτημα Β΄

---

### Πυρηνικά στοιχεία πίνακα μεταπτώσης

Στο παρόν Παράρτημα δίνονται οι αναλυτικές εκφράσεις των βασικών μονοσωματιδιακών τελεστών που περιγράφουν όλες τις αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα, καθώς και των βασικών πυρηνικών στοιχείων πίνακα των μεταπτώσεων που επάγονται στον πυρήνα κατά τις αντιδράσεις αυτές. Τα στοιχεία αυτά υπεισέρχονται στις εκφράσεις των ενεργών διατομών (βλέπε Κεφ. 3) που υπολογίζονται κατάσταση-προς-κατάσταση στα Κεφάλαια 4, 5 και 6.

#### Β΄.1 Πολυπολικοί τελεστές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα

Η διαδικασία πολυπολικής ανάπτυξης της μεθόδου Donnelly–Walecka [212, 230], δίνει οκτώ ανεξάρτητους ανηγμένους τανυστικούς πολυπολικούς τελεστές. Τέσσερις από αυτούς προέρχονται από την πολική διανυσματική συνιστώσα,  $\hat{J}_\lambda = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}})$ , και οι άλλοι τέσσερις από την αξονική διανυσματική συνιστώσα,  $\hat{J}_\lambda^5 = (\hat{\rho}^5, \hat{\mathbf{J}}^5)$ , του αδρονικού (πυρηνικού) ρεύματος. Αυτοί οι τανυστικοί πολυπολικοί τελεστές (tensor multipole operators) ορίζονται:

$$\widehat{\mathcal{M}}_{JM}(q) = \widehat{M}_{JM}^{coul} - \widehat{M}_{JM}^{coul5} = \int d\mathbf{r} M_M^J(q\mathbf{r}) \widehat{\mathcal{J}}_0(\mathbf{r}), \quad (\text{B'.1})$$

$$\widehat{\mathcal{L}}_{JM}(q) = \widehat{L}_{JM} - \widehat{L}_{JM}^5 = i \int d\mathbf{r} \left( \frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}), \quad (\text{B'.2})$$

$$\widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{mag}(q) = \widehat{T}_{JM}^{el} - \widehat{T}_{JM}^{el5} = \int d\mathbf{r} \left( \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}), \quad (\text{B'.3})$$

$$\widehat{\mathcal{T}}_{JM}^{el}(q) = \widehat{T}_{JM}^{mag} - \widehat{T}_{JM}^{mag5} = \int d\mathbf{r} \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \widehat{\mathcal{J}}(\mathbf{r}). \quad (\text{B'.4})$$

Στις ανωτέρω εξισώσεις, έχει υιοθετηθεί η  $V - A$  θεωρία για το αδρονικό ρεύμα, δηλαδή

$$\widehat{\mathcal{J}}_\mu = \hat{J}_\mu - \hat{J}_\mu^5 = (\hat{\rho}, \hat{\mathbf{J}}) - (\hat{\rho}^5, \hat{\mathbf{J}}^5). \quad (\text{B'.5})$$

Εισάγοντες στις Εξς. (B'.1)–(B'.4) τις εκφράσεις του αδρονικού ρεύματος με τους παράγοντες δομής, αυτοί οι πολυπολικοί τελεστές γράφονται συναρτήσει των

οκτώ κατωτέρω βασικών πολυπολικών τελεστών (οι επτά εξ' αυτών είναι γραμμικά ανεξάρτητοι)

$$\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{q}\mathbf{r}) = F_1^V(q_\mu^2)M_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (\text{B'.6})$$

$$\hat{L}_{JM}(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \frac{q_0}{q}\hat{M}_{JM}^{coul}(\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (\text{B'.7})$$

$$\hat{T}_{JM}^{el}(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \frac{q}{M_N} \left[ F_1^V(q_\mu^2)\Delta_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) + \frac{1}{2}\mu^V(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) \right], \quad (\text{B'.8})$$

$$i\hat{T}_{JM}^{mag}(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \frac{q}{M_N} \left[ F_1^V(q_\mu^2)\Delta_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) - \frac{1}{2}\mu^V(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) \right], \quad (\text{B'.9})$$

$$i\hat{M}_{JM}^5(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \frac{q}{M_N} \left[ F_A(q_\mu^2)\Omega_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) + \frac{1}{2}(F_A(q_\mu^2) + q_0F_P(q_\mu^2))\Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) \right], \quad (\text{B'.10})$$

$$-i\hat{L}_{JM}^5(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \left[ F_A(q_\mu^2) - \frac{q^2}{2M_N}F_P(q_\mu^2) \right] \Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (\text{B'.11})$$

$$-i\hat{T}_{JM}^{el5}(\mathbf{q}\mathbf{r}) = F_A(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (\text{B'.12})$$

$$\hat{T}_{JM}^{mag5}(\mathbf{q}\mathbf{r}) = F_A(q_\mu^2)\Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}). \quad (\text{B'.13})$$

Από τους ανωτέρω τελεστές, οι (B'.6), (B'.7), (B'.8) και (B'.13) είναι κανονικής ομοτιμίας, ενώ οι (B'.9), (B'.10), (B'.11) και (B'.12) μη-κανονικής ομοτιμίας (βλέπε Πίνακα Β'.1).

Υπενθυμίζουμε ότι, στα πλαίσια ισχύος της θεωρίας διατήρησης του πολικού διανυσματικού ρεύματος (CVC theory), η διαμήκης συνιστώσα  $\hat{L}_{JM}$  γράφεται σαν συνάρτηση της συνιστώσας Coulomb  $\hat{M}_{JM}^{coul}$  όπως φαίνεται στην Εξ. (B'.7).

Στη μέθοδο των Donnelly–Walecka ορίζονται οκτώ νέοι γραμμικοί πολυπολικοί τελεστές οι οποίοι δεν περιέχουν τους παράγοντες δομής  $F_Q(q_\mu^2)$ ,  $Q = 1, 2, A, P$ , εκ των οποίων, με την υπόθεση ισχύος της διατήρησης του πολικού διανυσματικού ρεύματος, οι επτά είναι γραμμικά ανεξάρτητοι και δίνονται στο επόμενο εδάφιο.

## B'.2 Βασικοί μονοσωματιδιακοί τελεστές ημιλεπτονικών αντιδράσεων

Οι επτά βασικοί μονοσωματιδιακοί τελεστές (που δεν περιέχουν παράγοντες δομής του νουκλεονίου) και που υπεισέρχονται στη χαμιλτωνιανή αλληλεπίδρασης νετρίνου/αντινετρίνου πυρήνων είναι οι παρακάτω [137]

$$T_1^{JM} \equiv M_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \delta_{LJ} j_L(\rho) Y_M^L(\hat{r}), \quad (\text{B'.14})$$

$$T_2^{JM} \equiv \Sigma_M^J(\mathbf{q}\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{B'.15})$$



Ομοτιμία/Μετάπτωση	$\mathcal{M}_J$	$\mathcal{L}_J$	$\mathcal{T}_J^{el}$	$\mathcal{T}_J^{mag}$
Κανονική : $l_f + l_i + J = \text{άρτιος}$	Πολικός	Πολικός	Πολικός	Αξ/χός
Μή-Κανονική : $l_f + l_i + J = \text{περιττός}$	Αξ/χός	Αξ/χός	Αξ/χός	Πολικός

Πίνακας Β'.1: Ανάλογα με το είδος ομοτιμίας της πυρηνικής πολυπολικής μετάπτωσης  $|J_m^\pi\rangle$  (ή των τελικών πυρηνικών καταστάσεων  $|J_m^\pi\rangle$ ) που επάγεται κατά την αλληλεπίδραση νετρίνου/αντινετρίνου-πυρήνα, από τους οκτώ βασικούς πολυπολικούς τελεστές θα συνεισφέρουν εκείνοι για τους οποίους η ομοτιμία συμπίπτει με εκείνη της μετάπτωσης (κανονικής ή μή-κανονικής ομοτιμίας).

$$T_3^{JM} \equiv \Sigma_M^J(q\mathbf{r}) = -i \left[ \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{B'.16})$$

$$T_4^{JM} \equiv \Sigma_M^{\prime J}(q\mathbf{r}) = \left[ \frac{1}{q} \nabla M_M^J(q\mathbf{r}) \right] \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (\text{B'.17})$$

$$T_5^{JM} \equiv \Delta_M^J(q\mathbf{r}) = \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (\text{B'.18})$$

$$T_6^{JM} \equiv \Delta_M^{\prime J}(q\mathbf{r}) = -i \left[ \frac{1}{q} \nabla \times \mathbf{M}_M^{JJ}(q\mathbf{r}) \right] \cdot \frac{1}{q} \nabla, \quad (\text{B'.19})$$

$$T_7^{JM} \equiv \Omega_M^J(q\mathbf{r}) = M_M^J(q\mathbf{r}) \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{1}{q} \nabla. \quad (\text{B'.20})$$

Εκτός του ενιαίου συμβολισμού  $T_i^{JM}$   $i = 1, 2, \dots, 7$  χρησιμοποιούμε και τον γνωστό από την μέθοδο των Donnelly–Walecka [162, 169].

Σημειώνουμε ότι, ανάλογα με την ομοτιμία της πολυπολικής μετάπτωσης  $|J_m^\pi\rangle$ , που επάγεται κατά την αντίδραση νετρίνου/αντινετρίνου-πυρήνα, της οποίας την ενεργό διατομή μελετάμε σε ένα δεδομένο πυρηνικό ισότοπο, από τους οκτώ πολυπολικούς τελεστές (B'.6)–(B'.13) θα συνεισφέρουν εκείνοι (ή γινόμενά τους τέτοια) για τους οποίους η ομοτιμία συμπίπτει με εκείνη της πυρηνικής μετάπτωσης (κανονικής ή μή-κανονικής ομοτιμίας), όπως φαίνεται στον Πίνακα Β'.1.

### Β'.2.1 Συμπαγείς αναλυτικές εκφράσεις των ανηγμένων στοιχείων πίνακα $\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle$

Στις εργασίες [161, 137, 240, 241] έχουν κατασκευαστεί κλειστές αναλυτικές εκφράσεις όλων των ανηγμένων στοιχείων πίνακα της μορφής  $\langle j_1 || T_i^J || j_2 \rangle$ , όπου

$T_i^J, i = 1, 2, \dots, 7$ , οι οποίες έχουν τη γενική μορφή

$$\langle j_1 || T^J || j_2 \rangle = e^{-y} y^{\beta/2} \sum_{\mu=0}^{n_{max}} \mathcal{P}_{\mu}^J y^{\mu}, \quad (\text{B'.21})$$

όπου

$$y = b^2 q^2 / 4$$

και

$$n_{max} = (N_1 + N_2 - \beta) / 2. \quad (\text{B'.22})$$

$N_i = 2n_i + \ell_i, i = 1, 2$ , παριστάνει τον μέγιστο αριθμό των κβάντων αρμονικού ταλαντωτή που περιλαμβάνονται στην αρχική  $j_2$  και τελική  $j_1$  τροχιά του συνδυασμού (configuration)  $[j_2 j_1; J]$  του ενεργού χώρου σθένους (χώρου μοντέλου) που έχει επιλεγεί. Στην εργασία [137], δίνονται οι εκφράσεις των συντελεστών  $\mathcal{P}_{\mu}^J$  και οι ακέραιοι αριθμοί  $\beta$  των Εξν. (B'.21) και (B'.22) για κάθε τελεστή  $T_i^J, i = 1, 2, \dots, 7$ .

Οι συντελεστές  $\mathcal{P}_{\mu}^J$ , είναι σχετικά απλοί αριθμοί (κλασματικοί ή τετραγωνικές ρίζες κλασματικών αριθμών). Οι συντελεστές  $\mathcal{P}_{\mu=0}^J$  είναι πολλοί απλούστεροι από τους αντίστοιχους για  $\mu > 0$ . Επίσης, αναφέρουμε ότι όλοι οι συντελεστές  $\mathcal{P}_{\mu}^J$  εκφράζονται συναρτήσει των συντελεστών  $\varepsilon_{\mu}^L(n_1 l_1 n_2 l_2)$  των ακτινικών ολοκληρωμάτων [240, 137] (οι υπόλοιποι παράγοντες περιέχουν τα  $3n - j$  σύμβολα).

## B'.3 Η μέθοδος RPA με ημισωματίδια

### B'.3.1 Δυναμικό Woods-Saxon με διόρθωση Coulomb

Στη μέθοδο QRPA, το μέσο κεντρικό πεδίο  $V(r)$  δίνεται από την Εξ. (3.28), στην οποία η διόρθωση Coulomb για τα πρωτόνια παράγεται από μια ομογενώς φορτισμένη σφαίρα ακτίνας  $R_c$ , που δίνεται από την εξίσωση

$$V_C = \begin{cases} \frac{(Z-1)e^2}{2R_0} \left[ 3 - \left( \frac{r}{R_c} \right) \right], & \text{για } r \leq R_c \\ \frac{(Z-1)e^2}{2r}, & \text{για } r > R_c \end{cases} \quad (\text{B'.23})$$

### B'.3.2 Οι εξισώσεις BCS

Στην QRPA που χρησιμοποιούμε, η προσεγγιστική θεμελιώδης κατάσταση ενός άρτιου-άρτιου πυρήνα λαμβάνεται με την επίλυση των BCS εξισώσεων, όπου οι ημισωματιακές ενέργειες και τα πλάτη πιθανότητας κατάληψης,  $u_a$  και  $v_a$ , λαμβάνονται από τους μετασχηματισμούς Bogoliubov-Valatin (BV) για ημισωματίδια.

$$c_{\mu}^{\dagger} = u_{\mu} a_{\mu}^{\dagger} + v_{\mu} \tilde{a}_{\mu}, \quad c_{\mu} = u_{\mu} \tilde{a}_{\mu}^{\dagger} - v_{\mu} a_{\mu} \quad (\text{B'.24})$$

$$a_{\mu}^{\dagger} = u_{\mu} c_{\mu}^{\dagger} - v_{\mu} \tilde{c}_{\mu}, \quad \tilde{a}_{\mu}^{\dagger} = u_{\mu} \tilde{c}_{\mu}^{\dagger} + v_{\mu} c_{\mu} \quad (\text{B'.25})$$

Οι μετασχηματισμοί Bogolyubov που καθορίζουν την αναπαράσταση των ημισωματιών, γράφονται σε μορφή πινάκων σαν

$$\begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & v_\tau \\ -v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix} \quad (\text{B'.26})$$

οι οποίοι σαν ορθογώνιοι αντιστρέφονται και δίνουν

$$\begin{pmatrix} a_\tau^\dagger \\ \tilde{a}_\tau \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} u_\tau & -v_\tau \\ v_\tau & u_\tau \end{bmatrix} \begin{pmatrix} c_\tau^\dagger \\ \tilde{c}_\tau \end{pmatrix} \quad (\text{B'.27})$$

όπου  $c^\dagger$  και  $c$ , είναι οι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής για σημειακά σωματίδια, αντίστοιχα, και  $a^\dagger$  και  $a$ , είναι τελεστές δημιουργίας και καταστροφής για ημισωματίδια. Επίσης,

$$\tilde{c}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} c_{J_\nu - m_\nu}, \quad \tilde{a}_\nu = (-)^{J_\nu - m_\nu} a_{J_\nu - m_\nu}.$$

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, οι τελεστές  $c_\nu^\dagger$  και  $a_\nu^\dagger$ , μετασχηματίζονται σαν συναλοίωτοι, ενώ οι  $c_\nu$ ,  $a_\nu$  σαν ανταλλοίωτοι. Έτσι, όπως φαίνεται και από τις Εξς. (B'.26) και (B'.27), οι τελεστές  $c_\nu^\dagger$ ,  $a_\nu^\dagger$  συζευγνύονται με τους χρονικά (κατροπτικούς) τελεστές  $\tilde{c}_\nu$  και  $\tilde{a}_\nu$ , οι οποίοι μετασχηματίζονται σαν συναλοίωτοι ταυιστές.

Οι παράμετροι  $u_a$  και  $v_a$ , ικανοποιούν τη σχέση κανονικοποίησης για κάθε μονοσωματιδιακή κατάσταση, δηλαδή

$$|u_a|^2 + |v_a|^2 = 1 \quad (\text{B'.28})$$

καθώς και τη συνθήκη

$$\sum_a v_a^2 = N \text{ (ή } Z\text{)}. \quad (\text{B'.29})$$

(N για νετρόνια και Z για πρωτόνια).

Τα  $|u_a|^2$  και  $|v_a|^2$ , ικανοποιούν εξισώσεις δευτέρου βαθμού και οι λύσεις τους είναι

$$\begin{aligned} v_a^2 &= \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{\tilde{\epsilon}_a}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_a^2 + \Delta_a^2}} \right], \\ u_a^2 &= \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{\tilde{\epsilon}_a}{\sqrt{\tilde{\epsilon}_a^2 + \Delta_a^2}} \right], \end{aligned} \quad (\text{B'.30})$$

όπου  $\Delta_a$  είναι οι παράμετροι χάσματος, οι οποίες δίνονται από την εξίσωση

$$\Delta_a = - \sum_{a' > 0} \bar{v}_{aa'a'} u_a' v_a'. \quad (\text{B'.31})$$

Στην τελευταία εξίσωση, τα στοιχεία πίνακα  $\bar{v}_{aa'a'}$  λαμβάνονται από το Bonn C δυναμικό. Επίσης, οι  $\tilde{\epsilon}_a$  είναι οι μονοσωματιακές ενέργειες ημι-σωματίου [222].

Με τον ανωτέρω τρόπο, στην προσέγγιση BCS, εισάγονται οι δυνάμεις ζεύγους μεταξύ δύο ομοίων πρωτονίων,  $p$ , ή δύο ομοίων νετρονίων,  $n$ ), μέσω της προσαρμογής των αντιστοιχών παραμέτρων χάσματος,  $g_{pair}^p$  και  $g_{pair}^n$ .

Οι αντίστοιχες ενέργειες δίνονται από την σχέση

$$E_\tau = \sqrt{\tilde{\epsilon}_\tau^2 + \Delta_\tau^2}, \quad \tau = p, n. \quad (\text{B'.32})$$

### Β'.3.3 Οι εξισώσεις της RPA με ημισωματίδια

Για τον υπολογισμό του φάσματος των διεγερμένων καταστάσεων στους πυρήνες που μελετήσαμε, επιλύθηκε το πρόβλημα ιδιοτιμών, δηλαδή οι QRPA εξισώσεις διατήρησης φορτίου

$$\begin{pmatrix} \mathcal{A} & \mathcal{B} \\ -\mathcal{B} & -\mathcal{A} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^m \\ Y^m \end{pmatrix} = \Omega_{J^\pi}^m \begin{pmatrix} X^m \\ Y^m \end{pmatrix} \quad (\text{B'.33})$$

όπου  $\Omega_{J^\pi}^m$  είναι η ενέργεια διέγερσης της πυρηνικής κατάστασης  $|J_m^\pi\rangle$ .  $X^m$  και  $Y^m$ , είναι τα πλάτη για σκέδαση προς τα εμπρός και σκέδαση προς τα πίσω, αντίστοιχα. Οι QRPA πίνακες  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$ , ορίζονται μέσω των πυρηνικών στοιχείων πίνακα, στην RPA θεμελιώδη κατάσταση

$$\mathcal{A}_J(\tau kl; \tau' k'l') = \langle 0_{RPA}^+ | [A_\tau(kl, JM), [\hat{H}, A_{\tau'}^\dagger(k'l', JM)]] | 0_{RPA}^+ \rangle \quad (\text{B'.34})$$

$$\mathcal{B}_J(\tau kl; \tau' k'l') = \langle 0_{RPA}^+ | [A_\tau(kl, JM), [A_{\tau'}(k'l', JM), \hat{H}]] | 0_{RPA}^+ \rangle. \quad (\text{B'.35})$$

Στα στοιχεία πίνακα των πινάκων  $\mathcal{A}$  και  $\mathcal{B}$ , υπεισέρχονται οι παράμετροι  $g_{ph}$  και  $g_{pp}$ , οι οποίες προσδιορίζονται όπως περιγράφονται στα Κεφ. 4 και 5.

## Β'.4 Ενεργές διατομές αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα

Για αντιδράσεις νετρίνου-πυρήνα που έχουν ως αποτέλεσμα την μεταβολή του πυρηνικού φορτίου η διπλή διαφορική ενεργός διατομή (ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα  $\omega$  και την κατεύθυνση του εξερχομένου νετρίνου  $\hat{\Omega}$ ) γράφεται [16]

$$\frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega} = \frac{G^2}{\pi} \frac{|\mathbf{k}_f| \varepsilon_f}{(2J_i + 1)} F(Z, \varepsilon_f) \left( \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right), \quad (\text{B'.36})$$

όπου

$$\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f$$

είναι η ενέργεια διέγερσης του πυρήνα και τα  $\varepsilon_i, \varepsilon_f, \mathbf{k}_f$  παριστάνουν την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου και ενέργεια και ορμή του εξερχομένου λεπτονίου, αντίστοιχα. Τα αθροίσματα στην Εξ. (B'.36) περιέχουν τις συνεισφορές των τελεστών ως εξής:

1) Το σύμβολο  $\sigma_{CL}^J$  δηλώνει τις συνεισφορές των τελεστών Coulomb ( $\widehat{\mathcal{M}}_J$ ) και διαμήκους ( $\widehat{\mathcal{L}}_J$ ), και δίνεται από την εξίσωση

$$\begin{aligned} \sigma_{CL}^J &= (1 + a \cos \Phi) \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{M}}_J(q) | J_i \rangle \right|^2 + (1 + a \cos \Phi - 2b \sin^2 \Phi) \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{L}}_J(q) | J_i \rangle \right|^2 \\ &+ \left[ \frac{\omega}{q} (1 + a \cos \Phi) + d \right] 2\Re \langle J_f | \widehat{\mathcal{L}}_J(q) | J_i \rangle \langle J_f | \widehat{\mathcal{M}}_J(q) | J_i \rangle^* . \end{aligned} \quad (\text{B'.37})$$

2) Το σύμβολο  $\sigma_T^J$  δηλώνει τις συνεισφορές εγκάρσιας ηλεκτρικής ( $\widehat{\mathcal{T}}_J^{el}$ ) και εγκάρσιας μαγνητικής ( $\widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}$ ) συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος, και δίνεται από την εξίσωση

$$\begin{aligned} \sigma_T^J &= (1 - a \cos \theta + b \sin^2 \theta) \left[ \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}(q) | J_i \rangle \right|^2 + \left| \langle J_f | \widehat{\mathcal{T}}_J^{el}(q) | J_i \rangle \right|^2 \right] \\ &\mp \left[ \frac{(\varepsilon_i + \varepsilon_f)}{q} (1 - a \cos \theta) - d \right] 2\Re \langle J_f | \widehat{\mathcal{T}}_J^{mag}(q) | J_i \rangle \langle J_f | \widehat{\mathcal{T}}_J^{el}(q) | J_i \rangle^* . \end{aligned} \quad (\text{B'.38})$$

Οι παράμετροι  $a, b$  και  $d$  δίνονται από τις εξισώσεις

$$\begin{aligned} a &= \frac{|\mathbf{k}_f|}{\varepsilon_f} = \left[ 1 - \left( \frac{m_f c^2}{\varepsilon_f} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} , \\ b &= \frac{\varepsilon_i \varepsilon_f a^2}{q^2} , \\ d &= \frac{(m_f c^2)^2}{q \varepsilon_f} \end{aligned} \quad (\text{B'.39})$$

( $m_f$  είναι η μάζα του εξερχομένου λεπτονίου).

Η συνάρτηση  $F(Z, \varepsilon_f)$ , στο δεξιό μέλος της εξίσωσης (B'.36), γνωστή σαν συνάρτηση Fermi (βλέπε επίσης Κεφ. 6), λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση τύπου Coulomb μεταξύ τελικού πυρήνα και του εξερχόμενου λεπτονίου (προφανώς, η  $F(Z, \varepsilon_f)$  αφορά μόνο την περίπτωση αντιδράσεων φορτισμένων ρευμάτων) και δίνεται, στη μη σχετικιστική περίπτωση, από την εξίσωση

$$F(Z, E_e) = \left| \frac{2\pi n}{1 - e^{2\pi n}} \right| , \quad (\text{B'.40})$$

όπου

$$n = \pm \frac{Z E_e}{137 c p_e} . \quad (\text{B'.41})$$

Το πρόσημο + ισχύει για εξερχόμενο ηλεκτρόνιο (λεπτόνιο) και το − για εξερχόμενο ποζιτρόνιο (αντιλεπτόνιο) [146].

Το μέτρο της μεταφερόμενης 3-ορμής  $q$  συναρτῆσει της γωνίας σκέδασης  $\theta$  δίνεται από

$$q = |\mathbf{q}| = \left[ \omega^2 + 2\varepsilon_i\varepsilon_f (1 - a \cos \theta) - (m_f c^2)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{B'.42})$$

## B'.5 Κινηματική αντιδράσεων νετρίνου-πυρήνα

Στις αντιδράσεις ουδετέρων ρευμάτων νετρίνου-πυρήνα και στην περίπτωση του ακραίου σχετικιστικού ορίου (extreme relativistic limit, ERL), ὅποτε  $m_f = 0$ , η Εξ. (B'.42) γράφεται

$$q^2 \equiv |\mathbf{q}|^2 = \omega^2 + 2\varepsilon_i\varepsilon_f (1 - \cos \theta) = \omega^2 + 4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2}. \quad (\text{B'.43})$$

ή

$$q = |\mathbf{q}| = \sqrt{\omega^2 + 4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (\text{B'.44})$$

Επίσης, το τετράγωνο της 4-ορμής που μεταφέρεται στον πυρήνα, γράφεται

$$q_\mu q^\mu \equiv q_\mu^2 = 2\varepsilon_i\varepsilon_f (\cos \theta - 1) = -4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2}, \quad (\text{B'.45})$$

Επειδή

$$\omega = \varepsilon_i - \varepsilon_f \geq 0, \quad (\text{B'.46})$$

ισχύει

$$q_\mu^2 < 0, \quad q^2 > 0. \quad (\text{B'.47})$$

Οι κινηματικοί παράγοντες των Εξν. (B'.37) και (B'.38), γράφονται απλούστερα ὅπως παρακάτω ( $a=1$  και  $d=0$ ):

$$1 - \cos \theta + b \sin^2 \theta = 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{\varepsilon_i\varepsilon_f}{q^2} 4 \sin^2 \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2}. \quad (\text{B'.48})$$

Επειδή

$$2\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} (4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2}) = \frac{1}{2} (-q_\mu^2). \quad (\text{B'.49})$$

τελικά ἔχουμε

$$1 - \cos \theta + b \sin^2 \theta = 2 \left( \sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q_\mu^2}{2q^2} \cos^2 \frac{\theta}{2} \right). \quad (\text{B'.50})$$

Εισάγοντας την Εξ. (B'.46) στην Εξ. (B'.43) παίρνουμε

$$q^2 = (\varepsilon_i^2 + \varepsilon_f^2 + 2\varepsilon_i\varepsilon_f) - 4\varepsilon_i\varepsilon_f + 4\varepsilon_i\varepsilon_f \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (B'.51)$$

$$= (\varepsilon_i + \varepsilon_f)^2 - 4\varepsilon_i\varepsilon_f(1 - \sin^2 \frac{\theta}{2}) \quad (B'.52)$$

$$= (\varepsilon_i + \varepsilon_f)^2 - 4\varepsilon_i\varepsilon_f \cos^2 \frac{\theta}{2}. \quad (B'.53)$$

Άρα

$$\frac{\varepsilon_i + \varepsilon_f}{q} = \sqrt{1 + \frac{4\varepsilon_i\varepsilon_f \cos^2 \frac{\theta}{2}}{q^2}}. \quad (B'.54)$$

Επίσης,

$$\frac{\varepsilon_i + \varepsilon_f}{q} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2 \sin \frac{\theta}{2} \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{4\varepsilon_i\varepsilon_f \cos^2(\theta/2) \sin^2(\theta/2)}{q^2}}, \quad (B'.55)$$

οπότε

$$\frac{\varepsilon_i + \varepsilon_f}{q} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} = 2 \sin \frac{\theta}{2} \sqrt{\sin^2 \frac{\theta}{2} - \frac{q_\mu^2}{2q^2} \cos^2 \frac{\theta}{2}}. \quad (B'.56)$$

Χρησιμοποιώντας τις Εξς. (B'.48)-(B'.56), στο ακραίο σχετικιστικό όριο η έκφραση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής (Εξ. (B'.56), για νετρίνα και αντινετρίνα όλων των γεύσεων), γράφεται

$$\left[ \frac{d^2\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega d\omega} \right]_{\nu/\bar{\nu}} = \frac{2G^2\varepsilon_f^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{\pi(2J_i + 1)} F(Z, \varepsilon_f) \left( \sum_{J=0}^{\infty} \sigma_{CL}^J + \sum_{J=1}^{\infty} \sigma_T^J \right), \quad (B'.57)$$

όπου

$$\sigma_{CL}^J = \left| \langle J_f \| \widehat{M}_J(q) + \frac{\omega}{q} \widehat{L}_J(q) \| J_i \rangle \right|^2, \quad (B'.58)$$

η συνεισφορά των τελεστών  $\widehat{M}_J$  (Coulomb) και  $\widehat{L}_J$  (διαμήκης)

$$\begin{aligned} \sigma_T^J &= \left( -\frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2} \right) \left[ \left| \langle J_f \| \widehat{T}_J^{mag}(q) \| J_i \rangle \right|^2 + \left| \langle J_f \| \widehat{T}_J^{el}(q) \| J_i \rangle \right|^2 \right] \\ &\mp 2 \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{-\frac{q_\mu^2}{2q^2} + \tan^2 \frac{\theta}{2}} \operatorname{Re} \langle J_f \| \widehat{T}_J^{mag}(q) \| J_i \rangle \langle J_f \| \widehat{T}_J^{el}(q) \| J_i \rangle^*. \end{aligned} \quad (B'.59)$$

η συνεισφορά των εγκάρσιων τελεστών  $\widehat{T}_J^{el}$  (ηλεκτρικού) και  $\widehat{T}_J^{mag}$  (μαγνητικού).

## Β'.6 Παράγοντες δομής ασθενών διαδικασιών

Οι ασθενείς παράγοντες δομής πρωτονίου  $F_{1,2}^{(Z)p}(q_\mu^2)$  και  $F_{1,2}^{(Z)n}(q_\mu^2)$  που υπεισέρχονται στην περιγραφή του ασθενούς ουδετέρου αδρονικού ρεύματος (βλέπε Κεφ. 3), συνδέονται με τους αντίστοιχους ηλεκτρομαγνητικούς παράγοντες δομής  $F_{1,2}^p(q_\mu^2)$  και  $F_{1,2}^n(q_\mu^2)$ , όπως εκτίθεται στις παρακάτω σχέσεις.

Αρχικά, οι ηλεκτρομαγνητικοί παράγοντες δομής εκφράζονται μέσω των γνωστών Sacs παραγόντων δομής, ηλεκτρικό  $G_E^{p,n}$  και μαγνητικό  $G_M^{p,n}$

$$G_E = \frac{1}{2}[G_E^p - G_E^n], \quad G_M = \frac{1}{2}[G_M^p - G_M^n] \quad (\text{B'.60})$$

$$F_1^p = \frac{1}{1+\tau}[G_E^p + \tau G_M^p], \quad F_2^p = \frac{1}{1+\tau}[G_M^p - G_E^p] \quad (\text{B'.61})$$

$$F_1^n = \frac{1}{1+\tau}[G_E^n + \tau G_M^n], \quad F_2^n = \frac{1}{1+\tau}[G_E^n - G_M^n] \quad (\text{B'.62})$$

Στις ανωτέρω εκφράσεις, έχουν χρησιμοποιηθεί τα σύμβολα και η σύμβαση της εργασίας [243] (βλέπε επίσης αναφορά [137]). Στη συνέχεια, οι ασθενείς παράγοντες δομής  $F_{1,2}^{(Z)p,n}(q_\mu^2)$ , δίνονται από τις εκφράσεις της Εξ. (3.13).



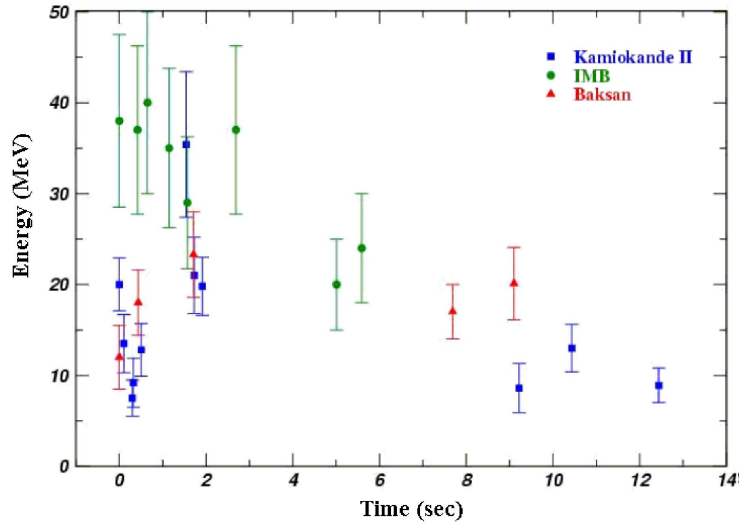
# Συμπληρωματικά στοιχεία εξέλιξης υπερκαινοφανών αστέρων

## Γ'.1 Νετρίνα της έκρηξης SN-1987A

Ιστορικά, ο όρος σούπερνόβα (supernova), αποδίδεται στους αστρονόμους Walter Baade και Fritz Zwicky, οι οποίοι είχαν αντιληφθεί (1930) ότι [73], τα αντικείμενα αυτά παρουσιάζουν μια απότομη και έντονη αύξηση της φωτεινότητας, η οποία σβήνει αργά-αργά ομοιάζει με εκείνη ενός κοινού πονα, αλλά είναι περισσότερο φωτεινή και πιο σπάνια. Η έντονη φωτεινότητά τους (συγκρίσιμη με το ολικό φως του γαλαξία που τους φιλοξενεί) και η ευρεία φασματική τους ζώνη, οδήγησε τους ανωτέρω ερευνητές να συμπεραίνουν ότι, οι εκρήξεις σουπερνόβα ήταν πολύ ενεργειακές και δημιουργούνται κατά το τελικό στάδιο της ζωής ενός μαζικού αστέρα. Αξιοθαύμαστο είναι το γεγονός ότι, ένα σουπερνόβα παράγει μια κολοσσιαία ποσότητα ενέργειας που προέρχεται από την ενέργεια σύνδεσης που απελευθερώνεται κατά τη βαρυτική κατάρρευση του αστέρα. Αν και έχει σημειωθεί μεγάλη παρατηρησιακή και θεωρητική πρόοδος από τότε, και πολλές σημαντικές φυσικές αρχές έχουν επιβεβαιωθεί, η βασική εικόνα των σουπερνόβα που διαμορφώθηκε τη δεκαετία του 1930 ισχύει μέχρι και σήμερα.

Στις 23 Φεβρουαρίου του 1987, παρατηρήθηκε οπτικά ένα σουπερνόβα στον Γαλαξία Μεγάλο Νέφος του Μαγγελάνου που ήταν το πλησιέστερο σουπερνόβα μετά από εκείνο που παρατηρήθηκε το 17<sup>ο</sup> αιώνα (1604) στον γαλαξία μας. Από διάφορες αναλύσεις οπτικής παρατήρησης, ταυτοποιήθηκε ως ένα σουπερνόβα τύπου II, του οποίου ο πρωγενήτορας ήταν ένας μπλε γίγαντας μάζας περίπου  $M \sim 10M_{\odot}$  σε απόσταση 50 kpc. Τα βασικά στοιχεία των νετρίνων που παρήχθησαν από το SN-1987A έχουν ως ακολούθως.

Αμέσως μετά την ανακάλυψη με οπτικές παρατηρήσεις, αναμενόταν ότι νετρίνα από ένα τόσο κοντινό σουπερνόβα θα έπρεπε να είχαν ανιχνευτεί. Πράγματι, οι ανιχνευτές Kamiokande II [13, 14] και IMB (Irvine-Michigan-Brookhaven) [11, 52], παρατήρησαν αντίστοιχα, ένδεκα και οκτώ γεγονότα. Μερικοί Επιστήμονες ισχυρίζονται ότι και ο ανιχνευτής Baksan παρατήρησε επίσης έναν μικρό αριθμό νετρίνων [11, 13, 14, 53]. Από το Σχ. Γ'.1, όπου παριστάνονται οι χρόνοι άφιξης των νετρίνων καθώς και οι εκτιμηθείσες τιμές της ενέργειάς των, φαίνεται (αν και δεν είναι απολύτως αληθές) ότι τα νετρίνα που ανιχνεύτηκαν στον IMB έχουν υψηλότερες ενέργειες από εκείνα που ανιχνεύτηκαν στο Kamiokande II. Οι πληροφορίες που



Σχήμα Γ΄.1: Χρόνοι άφιξης και εκτιμηθήσες τιμές της ενέργειας των νετρίνων της έκρηξης SN-1987A, όπως μετρήθηκε από τους ανιχνευτές Kamiokande II, IMB και Baksan.

εξάγονται από τις ανωτέρω παρατηρήσεις συνοψίζονται παρακάτω.

Η διάρκεια των παρατηρηθέντων νετρίνων, ήταν 12.4 sec στον ανιχνευτή Kamiokande II και 5.6 sec στον IMB, η οποία είναι συνεπής με χρόνο διάχυσης των νετρίνων  $t_{diff} \approx 10$  sec. Αυτό επιβεβαιώνει την παραδοχή ότι, η πηγή των νετρίνων περιοριζόταν στον αστέρα πρωτονίων-νετρονίων από όπου και διέφυγαν με διάχυση. Επειδή αμφοτέρω οι ανιχνευτές είναι ανιχνευτές Cherenkov νερού, τα κύρια γεγονότα ανίχνευσης προέρχονται από την αντίδραση  $\tilde{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ , η οποία έχει 100 φορές μεγαλύτερη ενεργό διατομή από την σκέδαση νετρίνων σε ηλεκτρόνια,  $\nu + e^- \rightarrow \nu + e^-$ . Από την ερμηνεία των σημάτων στον ανιχνευτή Kamiokande II, δεν είναι φανερό από ποια αντίδραση προέρχονται τα γεγονότα και εάν εκπέμφθηκε κατά τη διάρκεια της έκρηξης νετρονίων (neutronization burst), πιθανότατα όχι [102].

Η ενεργός θερμοκρασία και φωτεινότητα των παρατηρηθέντων νετρίνων  $\tilde{\nu}_e$ , εκτιμήθηκε από πολλούς ερευνητές [12, 121] ότι είναι

$$T_{\tilde{\nu}_e} = (3 - 4) \text{ MeV}, \quad L_{\tilde{\nu}_e} = (3 - 6) \times 10^{52} \text{ erg}. \quad (\Gamma'.1)$$

Θεωρώντας ότι, όλες οι γεύσεις των νετρίνων έχουν την ίδια φωτεινότητα, τότε η ολική φωτεινότητα ήταν  $3 \times 10^{53} \text{ erg}$ , η οποία ισοδυναμεί με ενέργεια σύνδεσης ενός αστέρα νετρονίων,

Η ολική ενέργεια που εκλύεται μέσω των νετρίνων κατά τη διάρκεια ψύξης του αστέρα πρωτονίων-νετρονίων, είναι σχεδόν ίση με (99%) την ενέργεια σύνδεσης του

αστέρα νετρονίων,  $E_{NS}$ , δηλαδή

$$E_{NS} \approx \frac{GM_{NS}^2}{R_{NS}} \approx 3 \times 10^{53} \left( \frac{M_{NS}}{M_{\odot}} \right)^2 \left( \frac{10 \text{ km}}{R_{NS}} \right) \text{ erg}. \quad (\Gamma'.2)$$

Στα πλαίσια της καταστατικής εξίσωσης των Akmal-Pandharipande-Ravenhall προκύπτει  $1.35M_{\odot} \leq R_{NS} \leq 2.1M_{\odot}$  και  $R_{NS} \approx 12 \text{ km}$ . Η πυκνότητά του είναι πολύ μικρότερη της πυρηνικής πυκνότητας  $\rho \approx 3 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ .

Το αποτέλεσμα της Εξ. (Γ'.2), συμφωνεί με το σενάριο των σουπερνόβα που συζητήθηκε στο Κεφ. 2. Τα κεντρικά χαρακτηριστικά των παρατηρηθέντων νετρίνων από την SN-1987A συνοψίζονται, επομένως, στα παρακάτω:

- i. Η διάρκεια των νετρίνων ήταν περίπου 12 sec.
- ii. Η θερμοκρασία των  $\tilde{\nu}_e$  ήταν περίπου 3–4 MeV.
- iii. Η ολική ενέργεια των νετρίνων ήταν περίπου ίδια με την ενέργεια σύνδεσης ενός αστέρα νετρονίων ( $\sim 10^{53} \text{ erg}$ ).

### Γ'.1.1 Έναρξη κατάρρευσης

Η θερμοδυναμική κατάσταση της καρδιάς του  $Fe$  μπορεί να περιγραφεί μέσω της καταστατικής εξίσωσης, η οποία γενικά καθορίζεται από τρεις ανεξάρτητες μεταβλητές τις οποίες επιλέγουμε να είναι: (i) το κλάσμα ηλεκτρονίων  $Y_e$ , (ii) η εντροπία  $S$  και (iii) η πυκνότητα  $\rho$ . Από τις εξισώσεις (2.14) και (2.17), ο αδιαβατικός δείκτης γίνεται

$$\Gamma_S = \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{\partial \ln Y_e}{\partial \ln \rho} \Big|_S \right) \quad (\Gamma'.3)$$

Η εξέλιξη της  $e$ -σύλληψης έχει ως αποτέλεσμα ο όρος  $\partial \ln Y_e / \partial \ln \rho|_S$  να παίρνει αρνητικές τιμές, γεγονός που κάνει τον αδιαβατικό δείκτη μικρότερο από 4/3.

Αφού η πίεση εκφυλισμού των σχετικιστικών ηλεκτρονίων  $P_e$  στην τελική θερμοκρασία εκφράζεται ως [74]

$$P_e = \frac{\mu_e^4}{12\pi^2} \left[ 1 + \frac{2}{3} \left( \frac{S_e}{\pi Y_e} \right)^2 \right], \quad (\Gamma'.4)$$

ο αδιαβατικός δείκτης, ο οποίος επηρεάζεται από τη φωτοδιάσπαση, γίνεται

$$\Gamma_S \approx \frac{4}{3} \left[ 1 + \frac{\alpha^2}{1 + 2/3\alpha^2} \frac{\partial \ln S_e}{\partial \ln \rho} \Big|_{Y_e} \right], \quad (\Gamma'.5)$$

όπου  $S_e = \pi^2 Y_e k_B T / m_e$  η εντροπία ηλεκτρονίου ανά βαρυόνιο,  $k_B$  η σταθερά Boltzmann και  $\alpha = (S_e / \pi Y_e)$  [74]. Η εντροπία ηλεκτρονίου,  $S_e$ , ελαττώνεται με την πυκνότητα της καρδιάς κατά τη διάρκεια της φάσης πτώσης της επειδή η φωτοδιάσπαση διεξάγεται με ταυτόχρονη μείωση της θερμικής ενέργειας των ηλεκτρονίων. Έτσι, ο όρος  $\partial \ln S_e / \partial \ln \rho|_{Y_e}$  της εξίσωσης (Γ'.5) γίνεται αρνητικός, εξ αιτίας του οποίου η καρδιά του αστέρα χάνει τη σταθερότητά της μέσω της εν λόγω αντίδρασης.

### Γ'.1.2 Μέση ελεύθερη διαδρομή και οπτικό βάθος SN νετρίνων

Η μέση ελεύθερη διαδρομή, η οποία καθορίζεται από την σύμφωνη σκέδαση των νετρίνων σε πυρήνες σιδήρου ( $Fe$ ), υπολογίζεται ότι είναι

$$\lambda_\nu = \frac{1}{\sigma_A n_A}, \quad (\Gamma'.6)$$

όπου  $n_A = \rho/(Am_u)$ , είναι η αριθμητική πυκνότητα των πυρήνων μαζικού αριθμού  $A$  και  $\sigma_A$  η ενεργός διατομή της σύμφωνης σκέδασης, η οποία είναι ανάλογη του  $\varepsilon_\nu^2$  (βλέπε Κεφ. 3) [79]. Αν  $\sigma_0 = 4G_F^2(m_e c^2)^2/(\pi(\hbar c)^4) = 1.705 \times 10^{-44} \text{cm}^2$ , είναι μια βολική ενεργός διατομή αναφοράς της σύμφωνης σκέδασης (βλέπε εδάφιο 3.4.1), η μέση ενέργεια των νετρίνων  $\nu_e$  μέσα στους πυρήνες  ${}^{56}_{26}Fe$  εκτιμάται ότι, είναι

$$\varepsilon_\nu \approx \frac{5}{6}\mu_e, \quad (\Gamma'.7)$$

όπου το  $\mu_e$  δίνεται από την Εξ. (2.15). Εάν η μέση ελεύθερη διαδρομή των νετρίνων είναι μικρότερη από την ακτίνα της καρδιάς (core) του αστέρα

$$R_{core} \approx \left( \frac{3M_{core}}{4\pi\rho} \right)^{1/3}, \quad (\Gamma'.8)$$

καθώς η κεντρική πυκνότητα αυξάνεται ( $\lambda_\nu \propto \rho^{-5/3}$ , ενώ  $R_{core} \propto \rho^{-1/3}$ ), τα νετρίνα δεν μπορούν να διαφύγουν εύκολα από την αστρική καρδιά. Αυτό σημαίνει ότι, υπάρχει μια χαρακτηριστική σφαιρική επιφάνεια αποκαλούμενη νετρινόσφαιρα (neutrino sphere), η οποία καθορίζει την δραπετεύση ή παγίδευση των νετρίνων στην καρδιά του αστέρα. Η ακτινική θέση της νετρινόσφαιρας, συνήθως προσδιορίζεται από την επιφάνεια όπου το οπτικό βάθος των νετρίνων

$$\tau(r, \varepsilon_\nu) = \int_r^\infty \frac{dr}{\lambda_\nu}, \quad (\Gamma'.9)$$

γίνεται ίσο με 2/3 [10, 67].

Πρέπει να σημειωθεί ότι, η νετρινόσφαιρα είναι διαφορετική για κάθε τύπο (γεύση) νετρίνων και εξαρτάται κάθε φορά από την ενέργεια των νετρίνων και για τα  $\nu_e$  νετρίνα καθορίζεται από την μέση ενέργειά τους. Εάν εισάγουμε τις Εξς. (Γ'.6) και (Γ'.7) στην Εξ. (Γ'.9), δεδομένου ότι  $\sigma_A \propto \varepsilon_\nu^2$  προκύπτει ότι

$$\tau(r, \varepsilon_\nu) \propto \varepsilon_\nu^2 \int_r^\infty \rho(r) A(r) dr. \quad (\Gamma'.10)$$

Χρησιμοποιώντας την κατανομή πυκνότητας κατά τη διάρκεια της φάσης κατάρρευσης

$$\rho(r) = H \frac{1}{r^3}, \quad (\Gamma'.11)$$

όπου  $H = 3 \times 10^{31}$  [75], για τυπικές τιμές  $A(r) = 56$  και κεντρική πυκνότητα  $\rho = 10^{12} g cm^{-3}$ , το οπτικό βάθος γίνεται

$$\tau(r, \varepsilon_\nu) \propto 6.1 \left( \frac{\varepsilon_\nu}{10 MeV} \right)^2 \left( \frac{\rho(r)}{10^{12} g cm^{-3}} \right)^{2/3}. \quad (\Gamma'.12)$$

Τα νετρίνα που παράγονται σε ακτίνα  $R > R_\nu$ , μπορούν να διαφύγουν ελεύθερα από την καρδιά του αστέρα, ενώ τα παραγόμενα στο εσωτερικό της διαχέονται τυχαία προς τα έξω λόγω της σύμφωνης σκέδασης. Ο χρόνος διάχυσης (diffusion time),  $\tau_{diff}$ , των νετρίνων ώστε να διαφύγουν έξω από την αστρική καρδιά ακτίνας  $R_{core}$ , δίνεται (συναρτήσει της πυκνότητας  $\rho$ ) από την έκφραση

$$\tau_{diff} = \frac{3R_{core}^2}{c\lambda_\nu} \approx 2.3 \times 10^{-1} \left( \frac{\rho}{10^{12} g cm^{-3}} \right) sec. \quad (\Gamma'.13)$$

Δεδομένου ότι, η δυναμική κλίμακα χρόνου (dynamical time scale)

$$\tau_{dyn} \approx \frac{1}{\sqrt{G\rho}} \approx 4 \times 10^{-3} \left( \frac{\rho}{10^{12} g cm^{-3}} \right)^{-1/2} sec, \quad (\Gamma'.14)$$

γίνεται βραχύτερη από την κλίμακα διάχυσης των νετρίνων για πυκνότητες καρδιάς μεγαλύτερες από  $\rho \approx 10^{11} g cm^{-3}$ , τα νετρίνα δεν μπορούν να διαφύγουν ελεύθερα από την καρδιά του αστέρα και παγιδεύονται σε αυτή, όπως συζητήθηκε ανωτέρω.

### Γ'.1.3 Καθυστερημένη έκρηξη

Το ποσό της βαρυτικής ενέργειας σύνδεσης,  $E_{grav}$ , σε αντίθεση με την κινητική ενέργεια η οποία παράγεται σε μια κανονική έκρηξη σουπερνόβα ( $E_{kin} \sim 10^{51} erg$ ), είναι τεράστιο, δηλαδή ισχύει

$$E_{kin} \ll E_{grav} \ll \frac{3}{5} \frac{GM_{NS}^2}{R_{NS}} \sim 3 \times 10^{53} \left( \frac{M_{NS}}{1.4M_\odot} \right)^2 \left( \frac{10km}{R_{NS}} \right) erg \quad (\Gamma'.15)$$

όπου  $M_{NS}$  και  $R_{NS}$  είναι η τυπική μάζα και ακτίνα ενός αστέρα νετρονίων.

Για καλύτερη κατανόηση του μηχανισμού θέρμανσης νετρίνων, κατωτέρω, δίνουμε μια εκτίμηση της τάξεως μεγέθους [1, 123]. Υποθέτουμε την κατάσταση μιας νετρινόσφαιρας που σχηματίζεται σε ακτίνα  $R_\nu$  και ότι από εκεί εκπέμπονται νετρίνα ισοτροπικής φωτεινότητας. Τότε ο ρυθμός θέρμανσης νετρίνων υπολογίζεται ότι είναι:

$$Q_\nu^+ \cong \frac{L_\nu \sigma(\varepsilon_\nu) Y_N}{4\pi R^2} \sim 44.8 \left( \frac{L_\nu}{10^{52} ergs} - 1 \right) \left( \frac{\varepsilon_\nu}{15 MeV} \right)^2 \left( \frac{R}{150 km} \right)^{-2} \left( \frac{Y_N}{1.0} \right) \left[ \frac{MeV}{s \cdot nucleon} \right] \quad (\Gamma'.16)$$

όπου  $L_\nu$  μια τυπική φωτεινότητα νετρίνων,  $\varepsilon_\nu$  η μέση ενέργεια των νετρίνων και  $\sigma(\varepsilon_\nu \approx 9 \times 10^{-44} (\varepsilon_\nu/1 MeV)^2 (cm)^2$  είναι η ενεργός διατομή της παραπάνω διαδικασίας απορρόφησης [91]. Εδώ, παίρνουμε  $Y_N$ , το άθροισμα των κλασμάτων ελευθέρων

νουκλεονίων και πρωτονίων να είναι ίσο με την μονάδα, διότι οι πυρήνες είναι σχεδόν πλήρως διασπασμένοι σε ελεύθερα νουκλεόνια μετά τη διέλευση του κύματος δόνησης. Εξάλλου, έξω από το εγκλωβισμένο κύμα ο ανωτέρω ρυθμός θέρμανσης είναι υποβαθμισμένος εξαιτίας της έλλειψης ελευθέρων νουκλεονίων. Σημειώνουμε ότι, κάθε τιμή που υποθέσαμε στην παραπάνω εκτίμηση, προκύπτει από την πρόσφατη μονοδιάστατη προσωμείωση κατάρρευσης καρδιάς [91].

Η βαρυτική ενέργεια σύνδεσης ανά βαρυόνιο σε ακτίνα  $R$ , δίνεται από την έκφραση:

$$-\frac{GM_{NS}m_u}{R} = -13.0 \left( \frac{M_{NS}}{1.4M_{\odot}} \right) \left( \frac{R}{150km} \right)^{-1} \left[ \frac{MeV}{nucleon} \right], \quad (\Gamma'.17)$$

όπου για  $M_{NS}$  παίρνουμε μια τυπική κλίμακα μάζας  $1.4M_{\odot}$ . Συγκρίνοντας τον ρυθμό θέρμανσης νετρίνων της ανωτέρω εξίσωσης με την ενέργεια δεσμού, βλέπουμε ότι η θέρμανση νετρίνων μπορεί να δώσει στην ύλη αρκετή ενέργεια για να εκσφενδονισθεί από την καρδιά σε 0.3 sec.

Επιπλέον του ρυθμού θέρμανσης νετρίνων, ο ρυθμός ψύξης νετρίνων των νουκλεονίων δίνεται από την εξίσωση

$$Q_{\nu}^{-} = -\sigma(T)\alpha' cT^4, \quad (\Gamma'.18)$$

όπου  $T$  η θερμοκρασία του υλικού,  $\sigma(T)$  η αντίστοιχη ενεργός διατομή απορρόφησης νετρίνων και  $\alpha' = 7/16 \times 1.37 \cdot erg \text{ cm}^{-3} MeV^4$  είναι η σταθερά πυκνότητας ακτινοβολίας των νετρίνων [75].

## Οι κατανομές Fermi-Dirac και Power-Law για SN-νετρίνα

Στο Παράρτημα αυτό, θα συζητήσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά και θα συγκρίνουμε τις δύο πιο εύχρηστες ενεργειακές κατανομές νετρίνων, Fermi-Dirac και Power-Law, επιλέγοντας ειδικές τιμές των παραμέτρων τους. Θα αποδείξουμε επίσης ότι, η κατανομή Fermi-Dirac για  $n_{dg} = -\infty$  είναι ισοδύναμη με την κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law) όταν επιλέξουμε  $\alpha = 2$ .

### Δ'.1 Κατανομή Fermi-Dirac για $n_{dg} = -\infty$

Όπως έχουμε συζητήσει στην παρ. 2.4, με την εισαγωγή του χημικού δυναμικού  $n_{dg}$  στην κατανομή Fermi-Dirac

$$\eta_{FD}[\varepsilon_\nu, T, n_{dg}] = F(n_{dg}) \frac{1}{T^3} \frac{\varepsilon_\nu^2}{1 + e^{(\varepsilon_\nu/T - n_{dg})}}, \quad (\Delta'.1)$$

το πλάτος του φάσματος μειώνεται σε σύγκριση με το αντίστοιχο θερμικό φάσμα (για το λόγο αυτό η παράμετρος  $n_\alpha$  λέγεται και pinching παράμετρος), όπου  $T$  είναι η θερμοκρασία των νετρίνων. Η παράμετρος εκφυλισμού  $n_{dg}$ , είναι πηλίκο του χημικού δυναμικού διά της θερμοκρασίας. Ο παράγοντας  $F_2(n_{dg})$ , είναι η σταθερά κανονικοποίησης της κατανομής η οποία προσδιορίζεται έτσι ώστε

$$\int_0^\infty n_{FD}[\varepsilon_\nu, T, n_{dg}] d\varepsilon_\nu = 1, \quad (\Delta'.2)$$

δηλαδή η σταθερά κανονικοποίησης  $F(n_{dg})$  εξαρτάται από την παράμετρο εκφυλισμού  $n_{dg}$  και είναι ίση με

$$\frac{1}{F(n_{dg})} \equiv \int_0^\infty \frac{x^2}{e^{x-n_{dg}} + 1} dx. \quad (\Delta'.3)$$

Η μέση ενέργεια  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  των νετρίνων της κατανομής, γράφεται συναρτήσει της θερμοκρασίας  $T$  ως [255]

$$\langle \varepsilon_\nu \rangle = (3.1515 + 0.125 n_{dg} + 0.0249 n_{dg}^2 + \dots) T \quad (\Delta'.4)$$

Εύκολα βρίσκουμε ότι, για  $n_{dg} = 0$  ισχύει  $F(0) = \frac{7\pi^4}{120} \sim 5.68$ . Επίσης, αντικαθιστώντες την Εξ. (Δ'.3) στην Εξ. (Δ'.1), παίρνουμε

$$\eta_{FD}[\varepsilon_\nu, T, n_{dg}] = \frac{1}{\int_0^\infty \frac{x^2}{e^{x-n_{dg}}+1} dx} \frac{(\varepsilon_\nu^2/T^3)}{1 + e^{(\varepsilon_\nu/T - n_{dg})}}. \quad (\Delta'.5)$$

Μετά από επεξεργασία η τελευταία εξίσωση γράφεται

$$\eta_{FD}[E, T, n_{dg}] = \frac{1}{\int_0^\infty \frac{x^2}{e^x + e^{n_{dg}}} dx} \frac{(\varepsilon_\nu^2/T^3)}{e^{(\varepsilon_\nu/T)} + e^{n_\alpha}}. \quad (\Delta'.6)$$

Από την τελευταία εξίσωση είναι φανερό ότι, για  $n_{dg} = -\infty$  παίρνουμε τελικά

$$\eta_{FD}[\varepsilon_\nu, T, n_{dg} = -\infty] = (\varepsilon_\nu^2/T^3) e^{-(\varepsilon_\nu/T)} \left[ \int_0^\infty x^2 e^{-x} dx \right]^{-1} = \frac{1}{2} (\varepsilon_\nu^2/T^3) e^{-(\varepsilon_\nu/T)}, \quad (\Delta'.7)$$

Ως γνωστό είναι

$$\int_0^\infty x^2 e^{-x} dx = \int_0^\infty x^{3-1} e^{-x} dx = \Gamma(3) = 2 = 2 \quad (\Delta'.8)$$

## Δ'.2 Κατανομή δυναμοσειράς (Power-Law) για $\alpha = 2$

Βρέθηκε ότι [10, 235], το ενεργειακό φάσμα των SN-νετρίνων, προσαρμόζεται σε μια κατανομή Power-Law:

$$\eta_{PL}[\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha] = C \left( \frac{\varepsilon_\nu}{\langle \varepsilon_\nu \rangle} \right)^\alpha e^{-(\alpha+1)(\varepsilon_\nu/\langle \varepsilon_\nu \rangle)}, \quad (\Delta'.9)$$

όπου  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  είναι η μέση ενέργεια των νετρίνων και η παράμετρος  $\alpha$  προσαρμόζει το πλάτος του φάσματος. Ο παράγοντας κανονικοποίησης  $C$ , υπολογίζεται από την εξίσωση

$$\int_0^\infty \eta_{PL}[\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha] d\varepsilon_\nu = C \int_0^\infty \left( \frac{\varepsilon_\nu}{\langle \varepsilon_\nu \rangle} \right)^\alpha e^{-(\alpha+1)(\varepsilon_\nu/\langle \varepsilon_\nu \rangle)} d\varepsilon_\nu = 1. \quad (\Delta'.10)$$

Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει

$$C = \frac{(\alpha + 1)^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha + 1) \langle \varepsilon_\nu \rangle}, \quad (\Delta'.11)$$

οπότε η Εξ. (Δ'.9) γίνεται

$$\eta_{PL}[\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha] = \frac{(\alpha + 1)^{\alpha+1}}{\Gamma(\alpha + 1)} \frac{\varepsilon_\nu^\alpha}{\langle E \rangle^{\alpha+1}} e^{-(\alpha+1)(\varepsilon_\nu/\langle \varepsilon_\nu \rangle)}. \quad (\Delta'.12)$$



Για  $\alpha = 2$ , η Εξ. ( $\Delta'.12$ ) δίνει

$$\eta_{PL}[\langle \varepsilon_\nu \rangle, \alpha = 2] = \frac{27}{2} \frac{\varepsilon_\nu^2}{\langle \varepsilon_\nu \rangle^3} e^{-3\varepsilon_\nu / \langle \varepsilon_\nu \rangle}. \quad (\Delta'.13)$$

Από την σύγκριση των Εξν. ( $\Delta'.7$ ) και ( $\Delta'.13$ ) συμπεραίνουμε ότι, η ισότητα (ισοδύναμα φάσματα) ισχύει όταν η θερμοκρασία  $T$  του φλοιού διαφυγής των νετρίνων σε ένα σουπερνόβα και η μέση ενέργειά τους  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$ , συνδέονται με τη σχέση

$$T = \frac{\langle \varepsilon_\nu \rangle}{3}. \quad (\Delta'.14)$$

Σημειώνουμε ότι, για μη-εκφυλισμένα σωμάτια  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 3T$ , που σημαίνει ότι, η ανωτέρω ισοδυναμία μεταξύ των κατανομών ισχύει όταν θεωρούμε τα νετρίνα μη εκφυλισμένα.



# Συμπληρωματικά στοιχεία για νετρίνα $\beta$ -δέσμης

## Ε΄.1 Επιτάχυνση $\beta$ -ραδιενεργών ιόντων σε εργοστάσια νετρίνων

Ο όρος  $\beta$ -δέσμη, αναφέρεται στην παραγωγή μιας καθαρής δέσμης νετρίνων  $\nu_e$  ή αντινετρίνων  $\bar{\nu}_e$ , μέσω της αποδιέγερσης  $\beta^\pm$ -ραδιενεργών ιόντων τα οποία επιταχύνονται σε έναν αποθηκευτικό δακτύλιο (storage ring). Απαιτούνται επομένως κατάλληλα ραδιενεργά ιόντα να επιταχυνθούν σε αρκετά μεγάλους παράγοντες Lorentz ( $\gamma$  παράγοντες), μέχρι  $\gamma=150$  για πυρήνες  ${}^6\text{He}$  και  $\gamma=60$  για πυρήνες  ${}^{18}\text{Ne}$ , σε αποθηκευτικό δακτύλιο με μακρύ ευθύγραμμο τμήμα. Ένας τέτοιος δακτύλιος αποδιέγερσης απαιτεί πηγή υψηλής έντασης πρωτονίων για την παραγωγή των ραδιενεργών ιόντων.

Η επιτάχυνση μιας ισχυρής δέσμης ραδιενεργών ιόντων σε υψηλές ενέργειες, είναι ένα νέο πεδίο έρευνας στη φυσική των επιταχυντών και πρόσφατα συζητείται εκτενώς μια τέτοια δυνατότητα, χρησιμοποιώντας την υπάρχουσα υποδομή σε Ευρωπαϊκά εργαστήρια [264], π.χ. του Cern (PS, SPS, EURISOL, κλπ.), του GSI, του GANIL, κλπ. Η υπάρχουσα υποδομή επιταχυντών στο Cern, ενθαρρύνει τη λειτουργία ενός πειράματος που θα χρησιμοποιεί τις  $\beta$ -δέσμες αφού η εξέλιξη της φυσικής των νετρίνων, έχει ανάγκη παραγωγής έντονης, εστιασμένης και καθαρής δέσμης νετρίνων. Μια άλλη δυνατότητα κατασκευής δέσμης προτάθηκε το 2002 [19], για την παραγωγή μιας απλής γεύσης νετρίνων με καλά καθορισμένο ενεργειακό φάσμα, όταν συνδυάζεται με έντονη δέσμη πιονίων τα οποία παράγουν μιονικά νετρίνα. Η προκύπτουσα δέσμη, μπορεί να βοηθήσει στην έρευνα όμοιων προβλημάτων της φυσικής, όπως και τα «εργοστάσια» μιονικών νετρίνων (neutrino factories), τα οποία συζητήθηκαν στο Κεφ. 2.

### Ε΄.1.1 Μετασχηματισμός φάσματος στο σύστημα του εργαστηρίου

Θεωρούμε ότι, ο  $\beta$ -ραδιενεργός πυρήνας κινείται με ταχύτητα  $u$  ως προς το σύστημα του εργαστηρίου. Υποθέτουμε ότι, το σύστημα ηρεμίας του πυρήνα (Rest frame) κινείται προς την κατεύθυνση του βέλους πάνω στον άξονα, όπως φαίνεται

στο Σχ. 6.2. Το νεutrino που εκπέμπεται, στο σύστημα ηρεμίας του πυρήνα έχει ενέργεια  $\varepsilon_R$  και διαμήκη και εγκάρσια συνιστώσα της 3-ορμής,  $p_R^l$  και  $p_R^t$ , αντίστοιχα. Τότε, η ενέργεια  $\varepsilon_L$  και οι αντίστοιχες συνιστώσες της 3-ορμής,  $p_L^l$  και  $p_L^t$  ως προς το σύστημα του εργαστηρίου (Laboratory frame) δίνονται από τις σχέσεις

$$\varepsilon_L = \gamma \varepsilon_R (1 + u \cos \theta_R), \quad (\text{E}' .1)$$

$$p_L^l = \gamma \varepsilon_R (u + \cos \theta_R) = \varepsilon_L \cos \theta_L, \quad (\text{E}' .2)$$

$$p_L^t = \varepsilon_R \sin \theta_R = \varepsilon_L \sin \theta_L. \quad (\text{E}' .3)$$

Από τις Εξς. (E'.1) και (E'.2), προκύπτει ότι

$$\cos \theta_L = \frac{\cos \theta_R + u}{1 + u \cos \theta_R}, \quad \cos \theta_R = \frac{\cos \theta_L - u}{1 - u \cos \theta_L}. \quad (\text{E}' .4)$$

Προκειμένου να υπολογίσουμε το ενεργειακό φάσμα των νεutrino στο σύστημα του εργαστηρίου, αρχικά παρατηρούμε, με χρήση των Εξν. (E'.1)–(E'.4), ότι

$$\varepsilon_R = \varepsilon_R(\varepsilon_L, \cos \theta_L) = \frac{\varepsilon_L}{\gamma} \frac{1}{1 + u \cos \theta_R} = \frac{\varepsilon_L}{\gamma} \frac{1 - u \cos \theta_L}{1 - u^2}, \quad (\text{E}' .5)$$

και

$$\cos \theta_R = \cos \theta_R(\cos \theta_L) = \frac{\cos \theta_L - u}{1 - u \cos \theta_L}. \quad (\text{E}' .6)$$

Επομένως, για την υπό ολοκλήρωση ποσότητα της Εξ. (6.10) του Κεφ. 6, προκύπτει ότι

$$\begin{aligned} & \frac{f_R(\varepsilon_R, \cos \theta_R)}{2\lambda} d\varepsilon_R d \cos \theta_R = \\ & \frac{f_R[\varepsilon_R(\varepsilon_L, \cos \theta_L), \cos \theta_R(\cos \theta_L)]}{2\lambda} \times \frac{\partial(\varepsilon_R, \cos \theta_R)}{\partial(\varepsilon_L, \cos \theta_L)} d\varepsilon_L d \cos \theta_L, \end{aligned} \quad (\text{E}' .7)$$

όπου, η Ιακωβιανή δίνεται είναι ίση με

$$\frac{\partial(\varepsilon_R, \cos \theta_R)}{\partial(\varepsilon_L, \cos \theta_L)} = \frac{1}{\gamma(1 - u \cos \theta_L)}. \quad (\text{E}' .8)$$

Τελικά, παίρνουμε

$$f_L(\varepsilon_L, \cos \theta_L) d\varepsilon_L d \cos \theta_L = \frac{f_R[\varepsilon_R(\varepsilon_L, \cos \theta_L)]}{2\lambda} \frac{d\varepsilon_L d \cos \theta_L}{\gamma(1 - u \cos \theta_L)}. \quad (\text{E}' .9)$$

---

## Βιβλιογραφία

- [1] H.A. Bethe, *Rev. Mod. Phys.* **62** (1990) 801.
- [2] K. Langanke, Nuclear Astrophysics: Evolution of Stars from Hydrogen Burning to Supernova Explosion, *Springer* (2007) 3.
- [3] H.-T. Janka and B. Muller, *Phys. Rep.* **256** (1995) 135.
- [4] K. Eguchi *et al.*, KamLAND Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 021802; hep-ex/0212021.
- [5] H.-Th. Janka, K. Langanke, A. Mareka, G. Martinez-Pinedo, and B. Mullera, *Phys. Rept.* **442** (2007) 38.
- [6] K. Kotake, K. Sato and, K. Takahashi, *Rep. Prog. Phys.* **69** (2006) 971.
- [7] K. Langanke, *Acta Phys. Polon.* **B 39** (2008) 265.
- [8] C. Fröhlich, G. Martinez-Pinedo, M. Liebendörfer, F.-K. Thielemann, E. Bravo, W.R. Hix, K. Langanke, and N.T. Zinner, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 142502.
- [9] H. Ejiri, *Phys. Rep.* **338** (2000) 265.
- [10] M.T. Keil, G.G. Raffelt, and H.T. Janka, *Astrophys. J.* **590** (2003) 971.
- [11] C.B. Bratton *et al.*, *Phys. Rev.* **D 37** (1988) 3361. *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 142502.
- [12] J. Arafuneand and M. Fukugita, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 367.
- [13] K.S. Hirata *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 1490.
- [14] K.S. Hirata *et al.*, *Phys. Rev.* **D 38** (1988) 448.
- [15] J.D. Vergados, *Phys. Rep.* **361** (2002) 1.
- [16] E. Kolbe and T.S. Kosmas, *Springer Trac. Mod. Phys.* **163** (2000) 199.
- [17] N. Jachowicz and G.C. McLaughlin, *Phys. Rev. Lett.* **96** (2006) 172301.
- [18] N. Jachowicz, K. Vantournhout, J. Ryckebusch, and K. Heyde, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 082501.

- [19] P. Zucchelli, *Phys. Lett.* **B 532** (2002) 166.
- [20] C.J. Clarence (SNO Collaboration), *Nucl. Phys.* **B 100** (2001) 326.
- [21] Y. Oyama *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 2604.
- [22] Super-Kamiokande Collaboration, <http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/>.
- [23] P. Vogel, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **48** (2002) 29.
- [24] L. Oberauer, *Mod. Phys. Lett.* **A 19** (2004) 337.
- [25] A. Bueno, I. Gil-Botella, and A. Rubbia, arXiv:hep-ph/0307222.
- [26] D.B. Cline, F. Raffaelli, and F. Sergiampietri, arXiv:astro-ph/0604548 (2006).
- [27] M. Aglietta *et al.*, *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* **138** (2005) 115.
- [28] N.Yu. Agafonova *et al.*, *Astropart. Phys.* **27** (2007) 254.
- [29] R.N. Boyd, G.C. McLaughlin, A.S.J. Murphy, and P.F. Smith, *J. Phys.* **G 29** (2003) 2543.
- [30] C.K. Hargrove *et al.*, *Astropart. Phys.* **5** (1996) 183.
- [31] KARMEN Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **81** (1998) 520.
- [32] KARMEN Collaboration, *Phys. Rev.* **D 65** (2002) 112001.
- [33] LSND Collaboration, *Phys. Rev.* **C 64** (2001) 065501.
- [34] LSND Collaboration, *Phys. Rev.* **D 63** (2001) 112001.
- [35] LSND Collaboration, *Phys. Rev.* **D 64** (2001) 112007.
- [36] MiniBooNE Collaboration, *Nucl. Phys.* **91** (2000) 210.
- [37] MiniBooNE Collaboration, *hep-ex/0407027* (2004).
- [38] D.G. Michael *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97** (2006) 191801.
- [39] P. Adamson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **101** (2008) 131802.
- [40] K2K Collaboration, *Phys. Lett.* **B 511** (2001) 178.
- [41] K2K Collaboration, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 041801; **93** (2004) 051801; **94** (2005) 081802.
- [42] K. Scholberg, *arXiv:hep-ex/9905016v1*.

- [43] C. Arnaboldi *et al.*, *Phys. Rev. C* **78** (2008) 035502.
- [44] B.T. Cleveland *et al.*, *Astrophys. J.* **496** (1998) 505.
- [45] A. Faessler, *Springer Trac. Mod. Phys.* **163** (2000) 1.
- [46] V. Barger, T.J. Weiler, and K. Whisnant, *Phys. Lett. B* **440** (1998) 1.
- [47] R. Surman, G.C. McLaughlin, and W.R. Hix, *Astrophys. J.* **643** (2006) 1057.
- [48] R. Surman and G.C. McLaughlin, *Astrophys. J.* **603** (2004) 611.
- [49] J. Pruet, R. Surman, and G.C. McLaughlin, *Astrophys. J.* **602** (2004) L101.
- [50] W.C. Louis, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **D 63** (2009) 51.
- [51] The MiniBooNE Collaboration, *Phys. Rev. D* **81** (2010) 032001; *arxiv: hep-ex/1002.2680v1* (2010).
- [52] R.M. Bionta *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **58** (1987) 1494.
- [53] E.N. Alekseev *et al.*, *JETP Lett.* **45** (1987) 589.
- [54] R. Davis *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **20** (1968) 1205.
- [55] J.N. Bahcall, Neutrino Astrophysics, *Cambridge University Press*, (1989).
- [56] J.N. Bahcall *et al.*, *Astrophys. J.* **618** (2005) 1049.
- [57] J.N. Bahcall *et al.*, *Astrophys. J.* **621** (2005) L85.
- [58] J.N. Bahcall, web page <http://sns.ias.edu/jnb/>.
- [59] H. Varvoglis, J.H. Seiradakis, *Introduction to modern Astronomy*, Gartaganis Publications, Thessaloniki, Greece (1994).
- [60] A.D. Dolgov, *Phys. Rep.* **370** (2002) 333.
- [61] A.D. Dolgov, *Phys. Atom. Nucl.* **71** (2008) 2152.
- [62] L. Hudepoh, B. Muller, H.T. Janka, A. Marek, and G.G. Raffelt, *Phys. Rev. Lett.* **104** (2010) 251101.
- [63] M. Beck, for the KATRIN Collaboration, *J. Phys. Conf. Ser.* **203** (2010) 012097.
- [64] J. Angrik *et al.*, The KATRIN Collaboration, *KATRIN Design Report* (2004); *FZKA Scientific Report* **7090** (2005).

- [65] S. Abe *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100** (2008) 221803.
- [66] S.T. Dye, *J. Phys. Conf. Ser.* **203** (2010) 012087.
- [67] S. Hannestad and G. Raffelt, *Astrophys. J.* **507** (1998) 339.
- [68] H.A. Bethe, G.E. Brown, J. Applegate, and J.M. Lattimer, *Nucl. Phys. A* **324** (1979) 487.
- [69] P. Goldreich and S.V. Weber, *Astrophys. J.* **238** (1980) 991.
- [70] J.W.F. Valle, *J. Phys. Conf. Ser.* **203** (2010) 012009; J.W.F. Valle, *arXiv:1001.5189/hep-ph* (2010) 12pp.
- [71] G.G. Raffelt, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **64** (2010) 393.
- [72] W.D. Arnett, *Astrophys. J.* **263** (1983) 55.
- [73] W. Baade and F. Zwicky, *Phys. Rev.* **46** (1934) 76.
- [74] E. Baron and J.K. Cooperstein, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 126.
- [75] H.A. Bethe and J.R. Wilson, *Astrophys. J.* **295** (1985) 14.
- [76] T. Araki *et al.*, *Nature* **436** (2005) 499.
- [77] G. Fiorentini *et al.*, *Phys. Rep.* **453** (2007) 117.
- [78] R.L. Bowers and J.R. Wilson, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **50** (1982) 115.
- [79] A. Burrows *et al.*, *Nucl. Phys. A* **50** (2004) 115.
- [80] S.W. Bruenn, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **50** (1985) 771.
- [81] S. Chandrasekar, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **50** (1938) 771.
- [82] S.A. Colgate and R. H. White, *Astrophys. J.* **143** (1966) 626.
- [83] A.S. Dighe *et al.*, *JCAP* (2003) 0306:006.
- [84] T. Foglizzo *et al.*, *Astrophys. J.* **652** (2006) 1436.
- [85] A. Frebel *et al.*, *Nature* **434** (2005) 871.
- [86] D.Z. Freedman, *Phys. Rev. D* **9** (1974) 1389.
- [87] C.L. Fryer and V. Kalogera, *Astrophys. J.* **489** (1997) 244.
- [88] P. Goldreich and S.V. Weber, *Astrophys. J.* **238** (1982) 991.
- [89] W. Hillebrandt, *Astron. Astrophys.* **110** (1982) L3.



- [90] W. Hillebrandt *et al.*, *Astron. Astrophys.* **133** (1980) 175.
- [91] M. Liebendorfer *et al.*, *Phys. Rev.* **D 63** (2001) 103004.
- [92] M. Liebendorfer *et al.*, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **150** (2004) 263.
- [93] R. Mayle *et al.*, *Astrophys. J.* **318** (1987) 288.
- [94] E.S Myra *et al.*, *Astrophys. J.* **318** (1987) 744.
- [95] K. Sumioyoshi *et al.*, *Astron. Astrophys.* **303** (1995) 475.
- [96] K. Sumioyoshi *et al.*, *Astrophys. J.* **562** (2001) 880.
- [97] S. Suzuki, *Proc. Frontiers Science Series* (1993) 219.
- [98] M. Rampp and H.T Janka, *Astrophys. J.* **539** (2000) L33.
- [99] M. Rampp and H.T Janka, *Astron. Astrophys.* **396** (2002) 361.
- [100] K. Sato, *Prog. Theor. Phys.* **53** (1975) 595.
- [101] K. Sato, *Prog. Theor. Phys.* **54** (1975) 1325.
- [102] K. Sato and H. Suzuki, *Phys. Rev. Lett.* (1987) 2722.
- [103] C. Giunti and C.W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics Oxford University Press*, (2007)
- [104] J.D. Vergados and Yu.N. Novikov, *Nuc. Phys.* **B 839** (2010) 1.
- [105] K. Simiyoshi *et al.*, *Astrophys. J.* **562** (2001) 880.
- [106] K. Simiyoshi *et al.*, *Nucl. Phys.* **A 730** (2004) 227.
- [107] C. Lunardini and A. Smirnov, *Nucl. Phys* **B 616** (2001) 307.
- [108] H. Suzuki, *Springler-Verlag* **730** (1994) 763.
- [109] J.F. Beacom and P. Vogel, *Phys. Rev.* **D 58** (1998) 093012.
- [110] D.S. Miller, J.R. Wilson and R.W. Mayle, *Astrophys. J.* **415** (1993) 278.
- [111] K. Takahashi and K. Sato, *Phys. Rev.* **D 66** (2002) 033006.
- [112] K. Takahashi and K. Sato, *Prog. Theor. Phys.* **109** (2003) 919.
- [113] F.X. Timmes *et al.*, *Astrophys. J.* **457** (1996) 834.
- [114] T.A. Thompson, A. Burrows, and J.E. Horvath, *Phys. Rev.* **C 62** (2000) 035802.

- [115] van K.A. Ripper, *Astrophys. J.* **232** (1979) 558.
- [116] J.R. Wilson, Numerical Astrophysics, Edit. J. Centrella, J. Le Blanc and R. Bowers, (Boston: Jones and Barlett) (1985) p. 422.
- [117] S.E. Woosley *et al.*, *Astrophys. J.* **433** (1994) 229.
- [118] J. R. Wilson *et al.*, *Ann. NY Acad. Sci.* **470** (1986) 267.
- [119] K. Langanke *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **90** (2003) 241102.
- [120] S.E. Woosley and T.A. Weaver, *Astrophys. J. Suppl.* **101** (1995) 181.
- [121] H.T. Janka and W. Hillebrand, *Astron. Astrophys.* **224** (1989) 49.
- [122] M.T. Keil, Supernova Neutrino Spectra and Applications to Flavor Oscillations, PhD thesis, TU Munchen, (2003) *astro-ph/0308228*.
- [123] H.T Janka, *Astron. Astrophys.* **368** (2001) 527.
- [124] H.T. Janka, R. Buras, K. Kifonidis, A. Marek, and M. Rampp, in: Cosmic Explosions, Springer-Verlag, Berlin, (2005) p. 253, edited by J.M. Marcaide, K.W. Weiler; *astro-ph/0401461* .
- [125] H.T. Janka *et al.*, *Nucl. Phys.* **A 758** (2005) 19c.
- [126] K. Sumiyoshi *et al.*, *Astrophys. J.* **629** (2005) 922.
- [127] G.G. Raffelt, *Phys. Scripta* **121** (2005) 102.
- [128] G. Sigl and G.G. Raffelt, *Nucl. Phys.* **B 406** (1993) 423.
- [129] H. Duan, G.M. Fuller and Y.Z. Qian, *Phys. Rev.* **D 74** (2006) 105014.
- [130] H. Duan *et al.*, *Phys. Rev.* **D 76** (2007) 085013.
- [131] H. Duan *et al.*, *Phys. Rev.* **D 77** (2008) 113002.
- [132] A.B. Balantekin and Y. Pehlivan, *J. Phys. G* **34** (2007) 47.
- [133] J. Gava and C. Volpe, *Phys. Rev.* **D 78** (2008) 083007.
- [134] N. Jachowicz and K. Heyde, *Phys. Rev.* **C 68** (2003) 055502.
- [135] J. Gava, J. Kneller, C. Volpe and G.C. McLaughlin, *Phys. Rev. Letters* **103** (2009) 071101.
- [136] C. Volpe, *Acta Phys. Polon.* **B 40** (2009) 2545.
- [137] V.C. Chasioti and T.S. Kosmas, *Nucl. Phys.* **A 829** (2009) 234.

- [138] A. Juodagalvis *et al.*, *PoS NIC-IX* **172** (2006).
- [139] V. Tsakstara, T.S. Kosmas *et al.*, in preparation.
- [140] B. Dasgupta, A. Dighe, G.G. Raffelt, and A.Yu. Smirnov, *Phys. Rev. Lett.* **103** (2009) 051105.
- [141] D.H. Hartmann, R.D. Hoffman, S.E. Woosley, and W.C. Haxton, *Nucl. Phys.* **A 527** (1991) 663C.
- [142] A. Heger, E. Kolbe, W.C. Haxton, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and S. E. Woosley, *Phys. Lett.* **B 606** (2005) 258.
- [143] F. Mandl and G. Shaw, *Quantum Field Theory*, *Wiley*, (1991).
- [144] F. Halzen and A.D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*, *Wiley* New York, (1984).
- [145] G. Audia, A.H. Wapstrab and, C. Thibaulta *Nucl. Phys.* **A 729** (2003) 337.
- [146] A. De Shalit and H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics Vol. I*, *Wiley & Sons*, New York, (1974).
- [147] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear structure, Vol I*, Benjamin, New York (1969).
- [148] J-L. Basdevant, J. Rich, M. Spiro, *Fundamentals in Nuclear Physics - From Nuclear Structure to Cosmology*, Benjamin, USA, Springer (2004).
- [149] The SNO Collaboration, *nucl-ex/0610020 ApJ* **653** (2006) 1545; *Phys. Rev.* **C 72** (2005) 055502; *Phys. Rev.* **D 70** (2004) 093014; *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 181301; *Phys. Rev. Lett.* **92** (2004) 102004.
- [150] J. Engel, S. Pittel and P. Vogel, *Phys. Rev. Lett.* **67** (1991) 426.
- [151] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, *Phys. Rev.* **D 55** (1997) 1752.
- [152] C. Haxton, *Phys. Rev.* **D 36** (1987) 2283.
- [153] K. Langanke, P. Vogel, and E. Kolbe, *Phys. Rev. Lett.* **76** (1996) 26291.
- [154] R. Tomàs, D. Semikoz, G.G. Raffelt, M. Kachelrie, and A.S. Dighe, *Phys. Rev.* **D 68** (2003) 093013.
- [155] E. Kolbe, K. Langanke, S. Krewald, and F.K. Thielemann, *Phys. Rep.* **227** (1993) 37.
- [156] E. Kolbe, K. Langanke, and P. Vogel, *Phys. Rev.* **D 66** (2002) 013007.

- [157] E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and P. Vogel, *J. Phys.* **G 29** (2003) 2569.
- [158] N. Jachowicz *et al*, *Phys. Rev.* **C 59** (1999) 3246.
- [159] N. Jachowicz, K. Heyde, and S. Rombouts, *Nucl. Phys.* **A 688** (2001) 593.
- [160] T.S. Kosmas, Z. Ren, and A. Faessler, *Nucl. Phys.* **A 665** (2000) 183.
- [161] T.S. Kosmas, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **48** (2002) 307.
- [162] T.W. Donnelly and R.D. Peccei, *Phys. Rep.* **50** (1979) 1.
- [163] C.L. Cowan, F. Reines, F.B. Harisson, H.W. Kruse, and A.D. Mc Guire, *Science* **124** (1956) 103.
- [164] E. Fermi, *Ric. Sci.* **2** (1933) part 12; *Zeit. f. Physik* **88** (1934) 161.
- [165] W. Pauli, *Proc. Solvay Congress*, Brussels (1933).
- [166] C.S. Wu, *Theoretical Physics in the Twentieth Century, A Memorial Volume to Wolfgang Pauli*, edited by M. Fierz and V.F. Weisskopf (Interscience, New York, 1960), p. 249.
- [167] H. Esbensen and G.F. Bertch, *Phys. Lett.* **B 359** (1995) 13.
- [168] Y. Tanaka, Y. Oda, F. Petrovich, and R.K. Sheline, *Phys. Lett.* **B 83** (1979) 279.
- [169] J.S. Connell, T.W. Donnelly, and J.D. Walecka, *Phys. Rev.* **C 6** (1972) 719; T.W. Donnelly and J.D. Walecka, *Nucl. Phys.* **A 274** (1976) 368.
- [170] K. Zuber, *Phys. Lett.* **B 519** (2001) 1.
- [171] K. Zuber, *Phys. Lett.* **B 571** (2003) 148.
- [172] K. Zuber, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** (2006) 235.
- [173] K. Zuber, *AIP Conf. Proc.* **1180** (2009) 150.
- [174] H. Ejiri, J. Engel, and N. Kudomi, *Phys. Lett.* **B 530** (2002) 27; R. Hazama *et al*, *Nucl. Phys.* **B 138** (Proc. Suppl.) (2005) 102.
- [175] J. Rapaport *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 1518; **54** (1985) 2325; D. Krofcheck *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **55** (1985) 1051; *Phys. Lett.* **B 189** (1987) 299.
- [176] T.S. Kosmas and E. Oset, *Phys. Rev.* **C 53** (1996) 1409.

- [177] J.D. Vergados, F.T. Avignone, and I. Giomataris, *Phys. Rev.* **D 79** (2009) 113001.
- [178] N. Jachowicz, K. Heyde, and J. Ryckebusch, *Phys. Rev.* **C 66** (2002) 055501.
- [179] M.G. Mayer, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1969; **78** (1950) 16.
- [180] Haxel, Jensen, and Suess, *Phys. Rev.* **75** (1949) 1766; *Z. Phys.* **128** (1950) 295.
- [181] P. Papakonstantinou, O. Civitarese, T.S. Kosmas, and J. Wambach, *Czech. J. Phys.* **56** (2006) 481.
- [182] P. Papakonstantinou, T.S. Kosmas, J. Wambach, and A. Faessler, *Phys. Rev.* **C 73** (2006) 035502.
- [183] T.S. Kosmas, *Nucl. Phys.* **A 683** (2001) 443.
- [184] T.S. Kosmas, *NIM Phys. Res. nucl-th/0108045* **A 503** (2003) 247.
- [185] E. Kolbe, K. Langanke and S. Krewald, *Phys. Rev.* **C 49** (1994) 1122.
- [186] E. Kolbe, *Phys. Rev.* **C 54** (1996) 1741 .
- [187] V.G. Soloviev, *Sov. J. Part. Nucl. Phys.* **2** (1978) 343.
- [188] M. Kortelainen, J. Suhonen, J. Toivanen, and T.S. Kosmas, *Czech. J. Phys.* **56** (2006) 467.
- [189] J. Morfin, M. Sakuda, and Y. Suzuki (Eds), *Nucl. Phys.* **B 112** (2002); F. Cavanna, C. Keppel, P. Lipari, and M. Sakuda (Eds) *Nucl. Phys.* **B 139** (2005).
- [190] F. Cavanna, M.L. Constantini, O. Palamara, and F. Vissani, *Surveys High Energy Phys.* **19** (2004) 35.
- [191] T. Kuramoto, M. Fucugita, Y. Kohyama, and K. Kubodera, *Nucl. Phys.* **A 512** (1990) 711.
- [192] K. Kubodera and S. Nozama, *Int. J. Mod. Phys.* **E 3** (1994) 101.
- [193] J.N. Bahcall, K. Kubodera, and S. Nozawa, *Phys. Rev.* **D 38** (1988) 1030.
- [194] G. Fiorentini, F. Mantovani, and B. Ricci, *Phys. Lett.* **B 557** (2003) 139; F. Mantovani, L. Carminiani, G. Fiorentini, and M. Lissia, *Phys. Rev.* **D 69** (2004) 013001.

- [195] J. Pruet, R.D. Hoffman, S.E. Woosley, H.-T. Janka, and R. Buras, *Astrophys. J.* **644** (2006) 1028.
- [196] S.E. Woosley, D.H. Hartmann, R.D. Hofman, and W.C. Haxton, *Astrophys. J.* **356**,272 (1990); W.C. Haxton, *Nucl. Phys. A* **533** (1993) 397c.
- [197] G.G. Raffelt, arxiv: hep-ph/02008024v3 (2002).
- [198] S. Pastor, T. Pinto, and G.G. Raffelt, *Phys. Rev. Lett.* **102** (2009) 241302.
- [199] H. Ejiri, *Nucl. Instrum. Meth. A* **503** (2003) 276.
- [200] R. Hazama *et al.*, *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* **B 138** (2005) 102.
- [201] M. Nomachi *et al.*, *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.)* **B 138** (2005) 221 .
- [202] G.T. Carvey, S. Krewald, E. Kolbe, and K. Langanke, *Phys. Lett.* **B 289** (1992) 249; G.T. Carvey, E. Kolbe, K. Langanke, and S. Krewald, *Phys. Rev. C* **48** (1993) 1919.
- [203] W.M. Alberico, S.M. Bilenky, C. Maieron, *Phys. Rep.* **358** (2002) 265.
- [204] W.M. Alberico, M.B. Barbaro, S.M. Bilenky, J.A. Caballero, C. Giunti, C. Maieron, E. Moya de Guerra, and J.M. Udias, *Nucl. Phys. A* **623** (1997) 471 .
- [205] H. Kim, J. Piekarewicz, and C.J. Horowitz, *Phys. Rev. C* **51** (1994) 2739.
- [206] N. Auerbach, N. Van Giai, and O.K. Vorov, *Phys. Rev. C* **56** (1998) 2368.
- [207] S.K. Singh, N.C. Mukhopadhyay, and E. Oset, *Phys. Rev. C* **57** (1998) 2687.
- [208] E. Kolbe, K. Langanke, S. Krewald and, F.K. Thielemann, *Nucl. Phys. A* **540** (1992) 599.
- [209] J. Toivanen and J. Suhonen, *J. Phys. G* **21** (1995) 1495.
- [210] J. Suhonen, J. Toivanen, A. Holt, T. Engeland, E. Osnes, and M. Hjorth-Jensen, *Nucl. Phys. A* **628** (1998) 41.
- [211] C. Volpe, N. Auerbach, G. Colo, T. Suzuki, and N. van Giai, *Phys. Rev. C* **62** (2000) 015501.
- [212] J.D.Walecka, *Theoretical Nuclear and Subnuclear Physics*, Oxford Univ. Press, 1995.
- [213] S. Ying, W.C. Haxton, and E.M. Henley, *Phys. Rev. D* **36** (1987) 2283.

- [214] P.S. Amanik and G.C. McLaughlin, *J. Phys.* **G 36** (2009) 015105.
- [215] J.D. Vergados, *J. Phys. Conf. Ser.* **65** (2007) 012002.
- [216] J. Barranco, O.G. Miranda, and T.I. Rashba, *JHEP* **12** (2005) 21.
- [217] C.J. Horowitz, K. Coakley, and D.N. McKinsey, *Phys. Rev.* **D 68** (2003) 023005.
- [218] J.D. Vergados and Y. Giomataris, *Phys. Lett. B* **634** (2006) 23.
- [219] S.K. Singh and E. Oset, *Phys. Rev.* **C 48** (1993) 1246.
- [220] E. Caurier, F. Nowaki, A. Poves, and J. Retamosa, *Phys. Rev. Lett.* **77** (1996) 1954; E. Caurier, F. Nowacki, A. Poves, *Nucl. Phys.* **A 693** (2001) 374; E. Caurier, M. Rejmund and, H. Grawe, *Phys. Rev.* **C 67** (2003) 054310.
- [221] K.S. Krane, Introductory Nuclear Physics, *John Wiley & Sons*, USA, (1989).
- [222] P. Ring and P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, *Springer-Verlag*, Berlin Heidelberg, (2000).
- [223] K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, P. von Neumann-Cosel, and A. Richter, *Phys. Rev. Lett.* **93** (2004) 202501 .
- [224] K. Scholberg, [snolab2009.snolab.ca/snolab-workshop-09/HALO20aug09.ppt](http://snolab2009.snolab.ca/snolab-workshop-09/HALO20aug09.ppt) (2009).
- [225] M.C. Chen, *Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.)*, **145** (2005) 65.
- [226] C. Virtue, *J. Phys. Conf. Ser.* **203** (2010) 012079.
- [227] T.S. Kosmas and J.D. Vergados, *Nucl. Phys.* **A 536** (1992) 72.
- [228] T.S. Kosmas, J.D. Vergados, O. Civitarese, and A. Faessler, *Nucl. Phys.* **A 570** (1994) 637.
- [229] Ioannina-GSI collaboration.
- [230] J.D. Walecka, In Muon physics, Vol. 2, ed. V.W. Hughes and C.S. Wu (Academic Press, New York, 1975) p. 113, Semi-leptonic weak interactions in nuclei.
- [231] N.T. Zinner, K. Langanke, and P. Vogel, *Phys. Rev.* **C 74** (2006) 024326.
- [232] K. Langanke, Private Communication.

- [233] J. Toivanen, E. Kolbe, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, and P. Vogel, *Nucl. Phys. A* **694** (2001) 395.
- [234] M. Liebendoerfer, M. Rampp, H.-T. Janka, and A. Mezzacappa, *Astrophys. J.* **620** (2005) 840.
- [235] G.G. Raffelt, M.T. Keil, R. Buras, H.-T. Janka, and M. Rampp, Proc. NOOB 03, *astro-ph/0304029*.
- [236] G.G. Raffelt, *Astrophys. J.* **561** (2001) 890.
- [237] M. Pedretti *et al*, *Int. J. Mod. Phys. A* **23** (2008) 3395.
- [238] W.F. Hornyak, Nuclear Structure, Acad. Press, New York, (1975).
- [239] G.A. Lalazissis and C.P. Panos, *Phys. Rev. C* **51** (1995) 1247.
- [240] V.C. Chasioti and T.S. Kosmas, *Czech. J. Phys.* 52 (2002) 147, *nucl – th/0202062*.
- [241] V.C. Chasioti, T.S. Kosmas and P.C. Divari, *Progr. Part. Nucl. Phys.* **59** (2007) 481.
- [242] E. Kolbe and K. Langanke, *Phys. Rev. C* **63** (2001) 025802.
- [243] M.S. Athar and S.K. Singh, *Phys. Lett. B* **591** (2004) 6975.
- [244] H. Ejiri *et al*, *Phys. Rev. Lett.* **85** (2000) 2917.
- [245] A. Juodagalvis, K. Langanke, G. Martinez-Pinedo, W.R. Hix, D.J. Dean, and J.M. Sampaio, *Nucl. Phys. A* **747** (2006) 87.
- [246] A. Faessler, *Private Communication*, (2008).
- [247] M.S. Athar, S. Ahmad, and S.K. Sing, *Phys. Rev. C* **71** (2005) 045501.
- [248] E.F. Martinez, *arxiv: 0912.38043v3* (2010).
- [249] K. Langanke and E. Kolbe, *Atom. Data Nucl. Data Tables* **82** (2002) 191.
- [250] V.A. Rodin, A. Faessler, F. Simkovic, and P. Vogel, *Nucl. Phys. A* **766** (2006) 107.
- [251] S.W. Bruenn and W.C. Haxton, *Astrophys. J.* **376** (1991) 678.
- [252] N. Jachowicz, G.C. McLaughlin, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **57** (2006) 350.
- [253] K. Vantournhout, N. Jachowicz, and J. Ryckebusch, *Phys. Rev. C* **74** (2006) 035501.



- [254] V. Tsakstara, T.S. Kosmas, J. Sinatkas, V.C. Chasioti, and P.C. Divari, *AIP, Conf. Proc.* **963** (2007) 1383.
- [255] V. Tsakstara, T.S. Kosmas, V.C. Chasioti, and J. Sinatkas, *AIP Conf. Proc.* **972** (2008) 562.
- [256] V. Tsakstara, T.S. Kosmas, J. Sinatkas, and V.C. Chasioti, *HNPS* **17** (2008) 91.
- [257] V. Tsakstara, T.S. Kosmas, P.C. Divari, and J. Sinatkas, *AIP Conf. Proc.* **1180** (2009) 61.
- [258] T.S. Kosmas, V. Tsakstara, P.C. Divari, and J. Sinatkas, *AIP Conf. Proc.* **1180** (2009) 140.
- [259] T.S. Kosmas and V. Tsakstara, *J. Phys. Conf. Ser.* **203** (2010) 012090.
- [260] V. Tsakstara, T.S. Kosmas, and P.C. Divari, *J. Phys. Conf. Ser.* **203** (2010) 012093.
- [261] V. Tsakstara, T.S. Kosmas, P.C. Divari, and J. Sinatkas, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **64** (2010) 411.
- [262] V. Tsakstara and T.S. Kosmas, *Prog. Part. Nucl. Phys.* **64** (2010) 407.
- [263] P.S. Amanik and G.C. McLaughlin, *Phys. Rev. C* **75** (2007) 065502.
- [264] B. Autin *et al.*, *J. Phys.* **G 29** (2003) 1785.
- [265] M. Mezzetto, *J. Phys.* **G 29** (2003) 1771.
- [266] C. Volpe, *J. Phys.* **G 30** (2004) L1.
- [267] C. Volpe, *J. Phys.* **G 34** (2007) R1.
- [268] J. Serreau and C. Volpe, *Phys. Rev. C* **70** (2004) 055502.
- [269] G.C. McLaughlin, *Phys. Rev. C* **70** (2004) 045804.
- [270] G.C. McLaughlin and C. Volpe, *Phys. Lett. B* **591** (2004) 229.
- [271] A.B. Balantekin, J.H. de Jesus, and C. Volpe, *Phys. Lett. B* **634** (2006) 180.
- [272] A.B. Balantekin, J.H. de Jesus, R. Lazauskas, and C. Volpe, *Phys. Rev. D* **73** (2006) 073011.
- [273] M. Benedikt *et al.*, *Nucl. Phys. (Proc. Suppl.) B* **115** (2006) 211.

- [274] N. Jachowicz and G.C. McLaughlin, *Eur. Phys. J. A* **27** (2006) 43.
- [275] A. Bueno, M.C. Carmona, J. Lozano, and S. Navas, *Phys. Rev. D* **74** (2006) 033010.
- [276] R. Lazauskas, A.B. Balantekin, J.H. de Jesus, and C. Volpe, *arXiv:hep-ph/0703063*.
- [277] G.M. Fuller, W.A. Fowler, and M.J. Newman, *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **42** (1980) 447.
- [278] N. Jachowicz, G.C. McLaughlin, and C. Volpe, *Phys. Rev. C* **77** (2008) 055501.
- [279] S.K. Agarwalla, A. Raychaudhuri, and A. Samanta *Phys. Lett. B* **629** (2005) 33.
- [280] M. Lindroos and t. b. Group, *arXiv:physics/0312042*.
- [281] I.E. Lagaris, A. Likas, and D. Fotiadis, *Comput. Phys. Commun.* **103** (1997) 112.
- [282] I.E. Lagaris, A. Likas, and D. Fotiadis, *Comput. Phys. Commun.* **104** (1997) 1.
- [283] T.S. Kosmas and I.E. Lagaris, *J. Phys. G* **28** (2002) 2907.
- [284] K.S. Cheng, H.F. Chau, K.L. Chan, and K.C. Leung, Stellar astrophysics: Proc. Pacific Rim Conference, Klumer Academic Publishers, (2000) 51.

---

## Κατάλογος Πινάκων

2.1	Εξέλιξη μαζικού αστέρα μάζας $M \approx 15M_{\odot}$ . . . . .	19
2.2	Τιμές μέσων ενεργειών και λαμπρότητας σουπερνόβα νετρίνων που προέκυψαν από αριθμητικές προσομοιώσεις με διάφορα μοντέλα: ερευνητική ομάδα της αναφοράς [107], Garching και Livermore. . .	32
3.1	Μελετούμενες αντιδράσεις με πυρηνικούς ανιχνευτές νετρίνων σε παρελθόντα, τρέχοντα και μελλοντικά πειράματα. . . . .	57
4.1	Τα σημαντικότερα ισότοπα του $Zn$ που περιέχονται στον ανιχνευτή $CdZnTe$ . . . . .	60
4.2	Παράμετροι μεγέθους αρμονικού ταλαντωτή $b$ και παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια, $g_{pair}^n$ , και πρωτόνια, $g_{pair}^p$ . Στον πίνακα καταχωρούνται επίσης οι ενέργειες διαχωρισμού πρωτονίου, $S_p$ , και νετρονίου, $S_n$ , με βασει τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των ενεργειακών χασμάτων $\Delta_p^{th}$ και $\Delta_n^{th}$ . . . . .	61
4.3	Παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματίου-οπής, $g_{ph}$ , και σωματίου-σωματίου, $g_{pp}$ , στους πυρήνες $^{64}Zn$ και $^{66}Zn$ . Οι παραπάνω παράμετρος είναι διαφορετικές για κάθε πολυπολική διέγερση και προσδιορίστηκαν έτσι ώστε να αποδίδεται το πειραματικό (ενεργειακό) φάσμα των χαμηλά κειμένων διεγέρσεων του κάθε ισότοπου (βλέπε Σχήματα 4.1 και 4.2). . . . .	62
4.4	Συνεισφορά των πολυπολικών καταστάσεων $0^+$ στη διαφορική ενεργό διατομή $d\sigma/d\omega$ για τις αντιδράσεις $^{64,66}Zn(\nu, \nu')^{64,66}Zn^*$ . Προφανώς, μόνον η πολική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος συνεισφέρει στην $0^+$ ( $\epsilon_{\nu} = 40$ MeV). . . . .	74
4.5	Συνεισφορά των πολυπολικών καταστάσεων $0^-$ στη διαφορική ενεργό διατομή $d\sigma/d\omega$ για τις αντιδράσεις $^{64,66}Zn(\nu, \nu')^{64,66}Zn^*$ . Προφανώς, μόνον η αξονική διανυσματική συνιστώσα του αδρονικού ρεύματος συνεισφέρει στην $0^-$ ( $\epsilon_{\nu} = 40$ MeV). . . . .	75

- 4.6 Σύγκριση συνολικής συνεισφοράς στις  $d\sigma/d\omega|_{\nu}$  και  $d\sigma/d\omega|_{\bar{\nu}}$  των πολυπολικών καταστάσεων  $0^{-}$ ,  $0^{+}$ ,  $1^{-}$ ,  $1^{+}$ ,  $2^{-}$ ,  $2^{+}$ ,  $3^{-}$  και  $3^{+}$ , για τις αντιδράσεις  ${}^{64,66}\text{Zn}(\nu, \nu'){}^{64,66}\text{Zn}^{*}$  και  ${}^{64,66}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}'){}^{64,66}\text{Zn}^{*}$ . Στις καταστάσεις κανονικής ομοτιμίας η ενεργός διατομή των νετρίνων είναι μεγαλύτερη, ενώ στις μη-κανονικής ομοτιμίας η συσχέτιση αντιστρέφεται ( $\epsilon_{\nu} = 40$  MeV). . . . . 77
- 4.7 Τιμές των παραμέτρων των ενεργειακών κατανομών υπερκαινοφανών νετρίνων:  $T$ ,  $n_{dg}$  (Fermi-Dirac) και  $\alpha$ ,  $\langle \epsilon \rangle$  (Power Law), που περιγράφουν ισοδύναμα φάσματα, δηλαδή με τιμές της παραμέτρου πλάτους  $w = 0.7$  (ανώτερο πάννελ),  $w = 0.8$  (μεσαίο πάννελ),  $w = 0.9$  (κατώτερο πάννελ). Τα ισοδύναμα φάσματα χρησιμοποιούνται στην διαδικασία αναδίπλωσης στα Κεφ. 4, 5 και 6 [10]. . . . . 87
- 5.1 Διαδικασίες διπλής  $\beta$ -αποδιέγερσης των ισοτόπων του  $\text{Te}$ . Τα ισότοπα αυτά, περιέχονται στους ανιχνευτές  $\text{CdTe}$  και  $\text{CdZnTe}$ . . . . 108
- 5.2 Παράμετροι μεγέθους αρμονικού ταλαντωτή  $b$  και παράμετροι αλληλεπίδρασης ζεύγους για νετρόνια  $g_{pair}^n$  και πρωτόνια  $g_{pair}^p$ . Στον πίνακα καταχωρούνται επίσης οι ενέργειες διαχωρισμού πρωτονίου,  $S_p$ , και νετρονίου,  $S_n$ , με βασει τις οποίες υπολογίζονται οι τιμές των ενεργειακών χασμάτων  $\Delta_p^{th}$  και  $\Delta_n^{th}$ . . . . . 109
- 5.3 Παράμετροι ανακανονικοποίησης των καναλιών αλληλεπίδρασης σωματίου-οπής,  $g_{ph}$ , και σωματίου-σωματίου,  $g_{pp}$ , στους πυρήνες  ${}^{128}\text{Te}$  και  ${}^{130}\text{Te}$ . Οι ανωτέρω παράμετρος (διαφορετικές για κάθε πολυπολική διέγερση), προσδιορίστηκαν έτσι ώστε να αποδίδεται το αντίστοιχο πειραματικό ενεργειακό φάσμα των χαμηλά κειμένων διεγέρσεων ( $\omega \leq 5$  MeV) του κάθε πυρήνα. . . . . 112
- 5.4 Σύγκριση συνεισφοράς νετρίνων και αντινετρίνων των πολυπολικών καταστάσεων  $0^{-}$ ,  $0^{+}$ ,  $1^{-}$ ,  $1^{+}$ ,  $2^{-}$ ,  $2^{+}$ ,  $3^{-}$  και  $3^{+}$ , στη διαφορική ενεργό διατομή  $d\sigma/d\omega$  για τις αντιδράσεις  ${}^{128,130}\text{Te}(\nu, \nu'){}^{128,130}\text{Te}^{*}$  και  ${}^{128,130}\text{Te}(\bar{\nu}, \bar{\nu}'){}^{128,130}\text{Te}^{*}$ . Στις καταστάσεις κανονικής ομοτιμίας, η ενεργός διατομή των νετρίνων είναι μεγαλύτερη, ενώ στις μη κανονικής ομοτιμίας η συσχέτιση αντιστρέφεται ( $\epsilon_{\nu} = 60$  MeV). . . 122
- 6.1 Υποψήφιοι  $\beta^{+}$  (επάνω) και  $\beta^{-}$  (κάτω) ραδιενεργοί πυρήνες με πολλά πλεονεκτήματα, ώστε να χρησιμοποιηθούν στους επιταχυντές για παραγωγή εστιασμένης και καθαρής δέσμης νετρίνων (επάνω) και αντι-νετρίνων (κάτω) [273]. . . . . 160

- 6.2 Τιμές των συντελεστών  $a_i, i = 1, 2, \dots, 9$  που προσδιορίστηκαν με προσαρμογή της έκφρασης του συνθετικού φάσματος, Εξ. (6.19) (για δέσημη νετρίνων), στα πρωτογενή φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων τα οποία περιγράφονται από κατανομή Fermi-Dirac ( $2^n$ ,  $4^n$  και  $6^n$  στήλη) και από κατανομή δυναμοσειράς ( $3^n$ ,  $5^n$  και  $7^n$  στήλη). Φαίνονται επίσης, οι τιμές των παραμέτρων  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  για τιμή της  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω), καθώς και ο δείκτης ποιότητας της προσαρμογής βλέπε ολοκλήρωμα Εξ. (6.19)). . . . . 164
- 6.3 Τιμές των συντελεστών  $a_i, i = 1, 2, \dots, 9$  που προσδιορίστηκαν με προσαρμογή της έκφρασης του συνθετικού φάσματος, Εξ. (6.19) (για δέσημη αντι-νετρίνων), στα πρωτογενή φάσματα υπερκαινοφανών νετρίνων τα οποία περιγράφονται από κατανομή FD ( $2^n$ ,  $4^n$  και  $6^n$  στήλη) και από κατανομή δυναμοσειράς ( $3^n$ ,  $5^n$  και  $7^n$  στήλη). Φαίνονται επίσης, οι τιμές των παραμέτρων  $\langle \epsilon_\nu \rangle$  για τιμή της  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω), καθώς και ο δείκτης ποιότητας  $Q$  της προσαρμογής. . . . . 169
- Β'1 Ανάλογα με το είδος ομοτιμίας της πυρηνικής πολυπολικής μετάπτωσης  $|J_m^\pi\rangle$  (ή των τελικών πυρηνικών καταστάσεων  $|J_m^\pi\rangle$ ) που επάγεται κατά την αλληλεπίδραση νετρίνου/αντινετρίνου-πυρήνα, από τους οκτώ βασικούς πολυπολικούς τελεστές θα συνεισφέρουν εκείνοι για τους οποίους η ομοτιμία συμπίπτει με εκείνη της μετάπτωσης (κανονικής ή μή-κανονικής ομοτιμίας). . . . . 197



---

## Κατάλογος Σχημάτων

- 2.1 Ενεργειακή κατανομή νετρίνων παραγομένων κατά την αποδιέγερση βραδέων πιονίων ( $\pi^+$ ) και μιονίων ( $\mu^+$ ). Η μέγιστη ενέργεια των εκπεμπομένων  $\nu_e$  και  $\tilde{\nu}_\mu$  είναι 52.8 MeV [16]. . . . . 10
- 2.2 Σχηματική αναπαράσταση της πειραματικής διάταξης παραγωγής μιονικών νετρίνων (αντινετρίνων). Διακρίνεται η δέσμη πρωτονίων, ο στόχος βυριλίου στο οποίο δημιουργούνται πιόνια και καόνια, ο σωλήνας αποδιέγερσης των μιονίων και παραγωγής της τελικής δέσμης  $\nu_\mu$  (κατά την αποδιέγερση  $\mu^-$ ) ή  $\tilde{\nu}_\mu$  (κατά την αποδιέγερση  $\mu^+$ ). . . 11
- 2.3 Θερμοπυρηνικές αντιδράσεις παραγωγής νετρίνων που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό του Ηλίου: Αλυσίδα pp-αντιδράσεων (Αριστερά) και οι κύριες αντιδράσεις που περιλαμβάνονται στον CNO κύκλο (Δεξιά). . . . . 13
- 2.4 Ροές ηλιακών νετρίνων που παράγονται από τις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις που λαμβάνουν χώραν στο εσωτερικό του Ηλίου, σαν συναρτήσεις της ενέργειας των νετρίνων. Φαίνονται τόσο οι ροές της αλυσίδας των pp-αντιδράσεων, όσον και εκείνων του CNO κύκλου. Οι γραμμοσκιασμένες επιφάνειες δείχνουν την ενέργεια κατωφλίου και τις μετρούμενες ροές ηλιακών πηγών των γνωστών πειραμάτων (βλέπε επάνω μέρος του σχήματος). . . . . 14
- 2.5 Στο στάδιο της κύριας ακολουθίας ενός μαζικού αστέρα, η καύση  $Si$  δημιουργεί κεντρική καρδιά  $Fe$ , η οποία περιβάλλεται από ομόκεντρους φλοιούς (εκ των έσω προς τα έξω)  $Si$ ,  $O$ ,  $Ne$ ,  $C$ ,  $He$  και  $H$ . Έτσι, η κεντρική καρδιά του  $Fe$  περιβάλλεται από φλοιούς φωτεινότερων στοιχείων και ο αστέρας έχει δομή όμοια με τους φλοιούς ενός κρεμμυδιού (onion-skin structure). . . . . 20

- 2.6 Σχηματική αναπαράσταση των σταδίων εξέλιξης από την κατάρρευση της αστρικής καρδιάς μέσω της έκρηξης υπερκαινοφανούς στο καθοδηγούμενο από άνεμο νετρίνων χρουστικό κύμα κατά τη φάση ψύξης νετρίνων ενός αστέρα πρωτονίων-νετρονίων. Σε κάθε πάνελ, δείχνονται οι δυναμικές συνθήκες στο άνω-ήμισυ με τα βέλη να παριστάνουν την ταχύτητα. Η πυρηνική σύνθεση, καθώς και ασθενείς πυρηνικές αντιδράσεις φαίνονται στο κάτω ήμισυ κάθε πάνελ. Ο οριζόντιος άξονας παριστάνει μάζα, όπου  $M_{Ch}$  η μάζα Chandrasekar και  $M_{hc}$  η μάζα της ομόλογης εσωτερικής καρδιάς που καταρρέει υπερηχητικά. Ο κάθετος άξονας παριστάνει ακτινική απόσταση, όπου  $R_{Fe}$ ,  $R_s$ ,  $R_g$ ,  $R_{NS}$ ,  $R_\nu$  η ακτίνα της καρδιάς σιδήρου, ακτίνα δόνησης, ακτίνα αντιστάθμισης, ακτίνα αστέρα νετρονίων και νετρινόσφαιρας, αντίστοιχα [5]. . . . . 22
- 2.7 Προσεγγιστική αναπαράσταση των ενεργειακών φασμάτων νετρίνων διαφόρων γεύσεων προερχομένων από σουπερνόβα κατάρρευσης καρδιάς. Οι μέσες ενέργειες για κάθε γεύσης νετρίνων, δείχνονται επίσης στον άξονα  $\epsilon_\nu$  (η ροή δίνεται σε αυθαίρετες μονάδες). . . . . 30
- 3.1 Διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης, που περιγράφουν την αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα σε επίπεδο κουάρκ με ανταλλαγή ενδιάμεσων μποζονίων: (αριστερά)  $W^\pm$  για αντιδράσεις φορτισμένων ρευμάτων και (δεξιά)  $Z$  για αντιδράσεις ουδέτερων ρευμάτων. . . . . 37
- 3.2 Διαγράμματα Feynman χαμηλότερης τάξης που περιγράφουν την αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα σε πυρηνικό επίπεδο με ανταλλαγή ενδιάμεσων μποζονίων: (αριστερά)  $W^\pm$  για φορτισμένα ρεύματα και (δεξιά)  $Z^0$  για ουδέτερα ρεύματα. . . . . 38
- 3.3 Κατά την αλληλεπίδραση νετρίνου-πυρήνα, προκύπτουν μεταπτώσεις στον ίδιο πυρήνα (ακόμα και στην περιοχή των γιγαντιαίων συντονισμών). Η αποδιέγερση του σύνθετου πυρήνα γίνεται με εκπομπή φορτισμένων σωματίων και προκύπτουν γειτονικοί πυρήνες (A,Z-1) ή (A,Z+1) και ο πυρήνας μεταπίπτει σε χαμηλότερες διεγερμένες καταστάσεις του [16]. . . . . 55
- 4.1 Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων ενεργειακά διεγέρσεων ( $\omega \leq 5$  MeV) του ισότοπου  $^{64}\text{Zn}$  που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο QRPA (δεξιά). Οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές του φάσματος σχεδιάστηκαν επίσης (αριστερά). . . . . 64
- 4.2 Όμοια με το Σχ. 4.1, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ . . . . . 65
- 4.3 Εξάρτηση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής  $d^2\sigma/d\omega d\Omega$  από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ανιχνευτή  $\omega$  και την γωνία σκέδασης του εξερχόμενου λεπτονίου  $\theta$ , για το  $^{64}\text{Zn}$  για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$  ( $\epsilon_\nu = 40$  MeV). . . . . 66
- 4.4 Όμοια με το Σχ. 4.3, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ . . . . . 66



- 4.5 Ενεργός διατομή της αντίδρασης  $^{208}\text{Pb}(\nu, \nu')^{208}\text{Pb}^*$ , σαν συνάρτηση της ενέργειας διέγερσης του πυρήνα και της κατεύθυνσης σκέδασης του λεπτονίου. Η ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου είναι  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV. Οι μονοσωματιακές κυματοσυναρτήσεις έχουν ληφθεί με Hartee-Fock υπολογισμούς και εναπομένουσα αλληλεπίδραση Skyrme (SKE2 παραμετροποίηση) [178]. . . . . 67
- 4.6 Εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{64}\text{Zn}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $0^+$ ,  $1^+$  και  $2^+$  (πάνω) και για τις πολυπολικές καταστάσεις  $1^-$ ,  $2^-$  και  $3^-$  (κάτω). . . . . 68
- 4.7 Όμοια με το Σχ. 4.6, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$ . . . . . 69
- 4.8 Εξάρτηση της  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του ισότοπου  $^{64}\text{Zn}$ , για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 30$  MeV (πάνω) και  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV (κάτω). . . . . 72
- 4.9 Όμοια με το Σχ. 4.8, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  και για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου  $\varepsilon_\nu = 50$  MeV. . . . . 73
- 4.10 Εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega$  από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ανιχνευτή  $\omega$  για τις αντιδράσεις  $^{64}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64}\text{Zn}^*$  (πάνω) και  $^{66}\text{Zn}(\nu, \nu')^{66}\text{Zn}^*$  (κάτω), για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$ . . . . . 78
- 4.11 Διαφορά μεταξύ της ενεργού διατομής  $d\sigma/d\omega|_\nu$  της αντίδρασης  $^{64}\text{Zn}(\nu, \nu')^{64}\text{Zn}^*$  και της  $d\sigma/d\omega|_{\bar{\nu}}$  της αντίδρασης  $^{64}\text{Zn}(\bar{\nu}, \bar{\nu}')^{64}\text{Zn}^*$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$  (πάνω) για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις  $2^+$ . Αντίστοιχα, για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  (κάτω). . . . . 79
- 4.12 Ολικές ενεργές διατομές  $\sigma_{tot}$  αντιδράσεων νετρίνων και ισότοπων  $^{64}\text{Zn}$  (πάνω) και  $^{66}\text{Zn}$  (κάτω). Οι επί μέρους συνεισφορές της πολιτικής διανυσματικής,  $\sigma_V$ , και αξονικής διανυσματικής,  $\sigma_A$ , συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος καθώς και του όρου επικάλυψης των,  $\sigma_{AV}$  (βλέπε Εξ. (3.15)), απεικονίζονται επίσης. . . . . 80
- 4.13 Ενεργειακή κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων για  $n_{dg} = 4.4$  (πάνω) και για  $n_{dg} = 1.1$  (κάτω). Οι τιμές της θερμοκρασίας  $T$  έχουν επιλεγεί από τον Πίνακα 4.7. . . . . 83
- 4.14 Ενεργειακή κατανομή Power-Law δύο παραμέτρων για  $\alpha = 5.1$  (πάνω) και  $\alpha = 2.7$  (κάτω). Οι τιμές της μέσης ενέργειας  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  έχουν επιλεγεί από τον Πίνακα 4.7 . . . . . 85
- 4.15 Σύγκριση κατανομών Fermi-Dirac και Power-Low για  $n_{dg} = 2.7$ ,  $\alpha = 3.7$  και  $w = 0.8$ . . . . . 86
- 4.16 Αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ . Η κατανομή Fermi-Dirac για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg} = 4.4$ ,  $T = 2.57$  MeV και  $w = 0.7$  (πάνω) και  $\eta_{dg} = 4.4$ ,  $T = 3.42$  MeV και  $w = 0.7$  (κάτω). . . . . 89

- 4.17 Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=3.10$  MeV και  $w=0.8$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=4.14$  MeV και  $w=0.8$  (κάτω). . . . . 91
- 4.18 Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=1.1$ ,  $T=3.58$  MeV και  $w=0.9$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=1.1$ ,  $T=4.77$  MeV και  $w=0.9$  (κάτω). . . . . 92
- 4.19 Αναδιπλωμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ . Η κατανομή Power-law για τιμές των παραμέτρων  $\alpha=5.1$ ,  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=12$  MeV και  $\omega=0.7$  (πάνω) και  $\alpha=5.1$ ,  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=16$  MeV και  $\omega=0.7$  (κάτω). . . . . 93
- 4.20 Όμοια με το Σχ. 4.19, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\alpha=3.7$ ,  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=12$  MeV και  $\omega=0.8$  (πάνω) και  $\alpha=3.7$ ,  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=16$  MeV και  $\omega=0.8$  (κάτω). . . . . 94
- 4.21 Όμοια με το Σχ. 4.19, αλλά για τιμές των παραμέτρων  $\alpha=2.7$ ,  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=12$  MeV και  $\omega=0.9$  (πάνω) και  $\alpha=2.7$ ,  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=16$  MeV και  $\omega=0.9$  (κάτω). . . . . 95
- 4.22 Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  και για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=3.10$  MeV και  $w=0.8$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=4.14$  MeV και  $w=0.8$  (κάτω). . . . . 96
- 4.23 Όμοια με το Σχ. 4.16, αλλά για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  και για τιμές των παραμέτρων  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=5.17$  MeV και  $w=0.8$  (πάνω) και  $\eta_{dg}=2.7$ ,  $T=6.20$  MeV και  $w=0.8$  (κάτω). . . . . 97
- 4.24 Επίδραση της μέσης ενέργειας  $\langle\varepsilon_\nu\rangle$  της φασματικής κατανομής νετρίνων (σήματος) στις αναδιπλωμένες διαφορικές ενεργές διατομές  $d\sigma/d\omega$  (στην απόκριση) του ανιχνευτή  $^{66}\text{Zn}$ . Ως φάσμα υπερκαινοφανών νετρίνων έχει υιοθετηθεί μία κατανομή Fermi-Dirac πλάτους  $w=0.8$  και  $\eta_{dg}=2.7$ . . . . . 98
- 4.25 Συνελιγμένη cumulative διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/d\omega$  ως προς την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{64}\text{Zn}$  με κατανομή (FD), για  $w=0.7, 0.8, 0.9$  και για τις τιμές της θερμοκρασίας  $T=2.57, 3.10, 3.58$  MeV (πάνω) και  $w=0.7, 0.8, 0.9$  και για τις τιμές της θερμοκρασίας  $T=3.42, 4.14, 4.77$  MeV (κάτω). . . . . 100
- 4.26 Όμοια με το Σχ. 4.25, αλλά με κατανομή Power-law, για  $w=0.7, 0.8, 0.9$  και για  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=12$  MeV (πάνω) και για  $w=0.7, 0.8, 0.9$  και για  $\langle\varepsilon_\nu\rangle=16$  MeV (κάτω). . . . . 101
- 4.27 Σύγκριση αναδιπλωμένων cumulative ολικών ενεργών διατομών υπολογισμένων με FD (συνεχής γραμμή) και PL (διακεκομμένη γραμμή) ενεργειακή κατανομή  $SN$ -νετρίνων, για το ισότοπο  $^{64}\text{Zn}$ . Η τιμή του  $w$ , είναι  $w=0.7$  (πάνω) και  $w=0.8$  (κάτω). . . . . 102
- 4.28 Όμοια με το Σχ. 4.27, αλλά για  $w=0.9$ . . . . . 103

5.1	Ενεργειακό φάσμα των χαμηλότερων ενεργειακά διεγέρσεων του ισοτόπου $^{128}\text{Te}$ που υπολογίστηκαν με τη μέθοδο QRPA (δεξιά). Οι αντίστοιχες πειραματικές τιμές του φάσματος σχεδιάστηκαν επίσης (αριστερά). . . . .	110
5.2	Όμοια με το Σχ. 5.1, αλλά για το ισότοπο $^{130}\text{Te}$ . . . . .	111
5.3	Πρωτογενή αποτελέσματα της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής της αντίδρασης $^{128}\text{Te}(\nu, \nu')^{128}\text{Te}^*$ για τις κυρίαρχες $2^+$ καταστάσεις ( $\varepsilon_\nu = 40$ MeV). . . . .	113
5.4	Όμοια με το Σχ. 5.3, αλλά για το $^{130}\text{Te}$ . . . . .	113
5.5	Εξάρτηση της διπλής διαφορικής ενεργού διατομής $d^2\sigma/d\theta d\varepsilon_\nu$ για το $^{128}\text{Te}^*$ (πάνω) και το $^{130}\text{Te}$ (κάτω), από την ενέργεια εισερχομένου νετρίνου $\varepsilon_\nu$ για διάφορες γωνίες από $0^\circ - 180^\circ$ , με βήμα $15^\circ$ . Στο ένθετο, φαίνεται μεγεθυμένη η περιοχή αναστροφής της συμπεριφοράς στις καμπύλες με την αύξηση της γωνίας (βλέπε κείμενο). . . . .	115
5.6	Εξάρτηση της πρωτογενούς απλής διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/dw$ από την ενέργεια διέγερσης $\omega$ του πυρήνα ανιχνευτή $^{128}\text{Te}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας, $0^+$ , $1^+$ , $2^+$ (πάνω) και αρνητικής ομοτιμίας, $1^-$ , $2^-$ , $3^-$ (κάτω). . . . .	116
5.7	Εξάρτηση της πρωτογενούς απλής διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/dw$ από την ενέργεια διέγερσης $\omega$ του πυρήνα ανιχνευτή $^{130}\text{Te}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις θετικής ομοτιμίας, $1^+$ , $2^+$ , $3^+$ (πάνω) και αρνητικής ομοτιμίας, $1^-$ , $2^-$ , $3^-$ (κάτω). . . . .	118
5.8	Εξάρτηση της $d\sigma/dw$ από την ενέργεια διέγερσης του πυρήνα του ισοτόπου $^{128}\text{Te}$ για ενέργεια εισερχομένου νετρίνου 30 MeV (πάνω) και 50 MeV (κάτω) . . . . .	120
5.9	Όμοια με το Σχ. 5.8, αλλά για το ισότοπο $^{130}\text{Te}$ . . . . .	121
5.10	Εξάρτηση της διαφορικής ενεργού διατομής $d\sigma/dw$ από την ενέργεια διέγερσης $\omega$ του πυρήνα ανιχνευτή για το $^{128}\text{Te}$ , για τις κυρίαρχες πολυπολικές καταστάσεις $2^+$ (πάνω) και διαφορά μεταξύ συνεισφοράς νετρίνων και αντινετρίνων στην ενεργό διατομή (κάτω). . . . .	123
5.11	Όμοια με το Σχ. 5.10, αλλά για το ισότοπο $^{130}\text{Te}$ . . . . .	124
5.12	Ολικές ενεργές διατομές $\sigma_{tot}$ αντιδράσεων νετρίνων και ισοτόπων $^{128}\text{Te}$ (πάνω) και $^{130}\text{Te}$ (κάτω). Οι επί μέρους συνεισφορές της πολιτικής διανυσματικής, $\sigma_V$ , και αξονικής διανυσματικής, $\sigma_A$ , συνιστώσας του αδρονικού ρεύματος καθώς και του όρου επικάλυψης $\sigma_{AV}$ των (βλέπε Εξ. (3.15)), απεικονίζονται επίσης. . . . .	126
5.13	Σύγκριση αθροιστικών (cumulative) ολικών ενεργών διατομών $\sigma_{cum}(\omega)$ για τα ισότοπα $^{128}\text{Te}$ και $^{130}\text{Te}$ , για ενέργειες εισερχομένου νετρίνου $\varepsilon_\nu = 30, 50$ MeV. . . . .	128
5.14	Συνελιγμένη διπλή διαφορική ενεργός διατομή $d^2\sigma/d\theta dw$ ως προς την ενέργεια του εισερχομένου νετρίνου $\varepsilon_\nu$ , για το $^{128}\text{Te}$ με κατανομή FD, για $T = 2.57$ MeV, $w = 0.7$ (πάνω) και για $T = 3.42$ MeV, $w = 0.7$ (κάτω). . . . .	130

- 5.15 Όμοια με το Σχ. 5.14, αλλά για  $T = 3.10$  MeV,  $w = 0.8$  (πάνω) και για  $T = 3.14$  MeV,  $w = 0.8$  (κάτω). . . . . 132
- 5.16 Όμοια με το Σχ. 5.14, αλλά για  $T = 3.58$  MeV,  $w = 0.9$  (πάνω) και για  $T = 7.77$  MeV,  $w = 0.9$  (κάτω). . . . . 133
- 5.17 Συνελιγμένη διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/dw$  ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , με κατανομή FD, για  $T = 3.10$  MeV,  $w = 0.7$  (πάνω) και για  $T = 3.14$  MeV,  $w = 0.7$  (κάτω). . . . . 134
- 5.18 Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για  $T = 3.10$  MeV,  $w = 0.8$  (πάνω) και για  $T = 3.14$  MeV,  $w = 0.8$  (κάτω). . . . . 135
- 5.19 Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για  $T = 3.58$  MeV,  $w = 0.9$  (πάνω) και για  $T = 7.77$  MeV,  $w = 0.9$  (κάτω). . . . . 136
- 5.20 Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  με κατανομή PL, για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12$  MeV,  $w = 0.7$  (πάνω) και για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV,  $w = 0.7$  (κάτω). . . . . 138
- 5.21 Όμοια με το Σχ. 5.17, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  με κατανομή PL, για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12$  MeV,  $w = 0.9$  (πάνω) και για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV,  $w = 0.9$  (κάτω). . . . . 139
- 5.22 Συνελιγμένη cumulative διαφορική ενεργός διατομή  $d\sigma/dw$  ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , με κατανομές (FD) και (PL) για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12$  MeV (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV (κάτω), για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$ . . . . . 141
- 5.23 Όμοια με το Σχ. 5.22, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ . . . . . 142
- 5.24 Συνελιγμένη cumulative ολική ενεργός διατομή  $\sigma$  ως προς την ενέργεια διέγερσης  $\omega$  του πυρήνα ανιχνευτή για το  $^{128}\text{Te}$ , με κατανομές (FD) και (PL) για  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 12$  MeV (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV (κάτω), για  $w = 0.7, 0.8, 0.9$ . . . . . 143
- 5.25 Όμοια με το Σχ. 5.24, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$ . . . . . 145
- 6.1 (Άνω) Σχηματική αναπαράσταση ενός αποθηκευτικού δακτυλίου στον οποίο επιταχύνονται  $\beta$ -ραδιενεργοί πυρήνες σε σχετικά μικρούς παράγοντες Lorentz  $\gamma$  ( $\gamma < 15 - 20$ ). (Κάτω) Ο αρχικά ακίνητος στο εργαστήριο πυρήνας είναι σφαιρικός και εκπέμπει νετρίνα ομοιόμορφα προς όλες τις κατευθύνσεις, ενώ όταν επιταχύνεται σε σχετικιστικές ταχύτητες έχει σχήμα ελλειψοειδές και τα εκπεμπόμενα νετρίνα είναι πιο εστιασμένα. . . . . 151
- 6.2 Σύστημα συντεταγμένων με την αρχή των αξόνων του στο κέντρο του  $\beta$ -ραδιενεργού πυρήνα. Ο πυρήνας θεωρείται σφαιρικός και ηρεμεί (rest frame). . . . . 154
- 6.3 Ενεργειακά φάσματα ( $\times 10^{-2}$ ) νετρίνων  $\nu_e$  και αντινετρίνων  $\bar{\nu}_e$ , παραγόμενα από επιταχυνόμενους ραδιενεργούς πυρήνες  $^{18}\text{Ne}$  (πάνω) και  $^6\text{He}$  (κάτω), σε σχετικά μικρούς παράγοντες Lorentz,  $\gamma = 3, 4, \dots, 15$ . 158

- 6.4 Προσαρμογή ενός συνθετικού φάσματος (βλέπε Εξ. (6.19)) εννέα όρων με Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$ . Το φάσμα SN νετρίνων περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων, με τιμές  $T = 4.13$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και  $T = 4.77$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$ ,  $w = 0.9$  (κάτω). Σε κάθε ένθετο παρουσιάζεται η παραπάνω προσαρμογή με κατανομή Power-law δύο παραμέτρων για τις αντίστοιχες τιμές των παραμέτρων  $\langle \varepsilon_\nu \rangle$  και  $\alpha$ . . . . . 165
- 6.5 Όμοια με το Σχ. 6.4, αλλά για  $T = 5.17$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και  $T = 5.96$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$ ,  $w = 0.9$  (κάτω). . . . . 166
- 6.6 Όμοια με το Σχ. 6.4, αλλά για  $T = 7.15$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$ ,  $w = 0.8$  (πάνω) και  $T = 6.20$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$ ,  $w = 0.9$  (κάτω). . . . . 167
- 6.7 Προσαρμογή ενός συνθετικού φάσματος (βλέπε Εξ. (6.19)) εννέα όρων με Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$ . Το φάσμα SN αντινετρίνων περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων με τιμές  $T = 4.14$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$  (πάνω) και από κατανομή Power-law δύο παραμέτρων με τιμές  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV,  $\alpha = 3.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.8$ . . . . . 170
- 6.8 Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 5.17$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$  (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 20$  MeV,  $\alpha = 3.7$ . . . . . 171
- 6.9 Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 6.20$  MeV,  $n_{dg} = 2,7$  (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 24$  MeV,  $\alpha = 3.7$ . . . . . 172
- 6.10 Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 4.77$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$  (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 16$  MeV,  $\alpha = 2.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.9$ . . . . . 173
- 6.11 Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 5.96$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$  (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 20$  MeV,  $\alpha = 2.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.9$ . . . . . 174
- 6.12 Όμοια με το Σχ. 6.7, αλλά για  $T = 7.15$  MeV,  $n_{dg} = 1,1$  (πάνω) και  $\langle \varepsilon_\nu \rangle = 24$  MeV,  $\alpha = 2.7$ . Η τιμή του πλάτους των κατανομών είναι  $w = 0.9$ . . . . . 175
- 6.13 Αναδιπλωμένη ολική ενεργός διατομή για το ισότοπο  $^{66}\text{Zn}$  χρησιμοποιώντας συνθετικό φάσμα με εννέα Lorentz παράγοντες  $\gamma=5, 6, \dots, 13$  (βλέπε ξεχωριστή διακεκομμένη καμπύλη). Στο ένθετο φαίνεται η πρωτογενής ολική ενεργός διατομή της αντίδρασης  $^{66}\text{Zn}(\tilde{\nu}, \tilde{\nu}')^{66}\text{Zn}^*$ . Το πρωτογενές φάσμα των SN νετρίνων περιγράφεται από κατανομή Fermi-Dirac δύο παραμέτρων με παράμετρο πλάτους  $w = 0.8$  (πάνω) και  $w = 0.9$  (κάτω) (οι άλλες παράμετρος φαίνονται στα επιμέρους σχήματα). . . . . 178
- 6.14 Όμοια με το Σχ. 6.13, αλλά για τις παράμετρος που φαίνονται στα επιμέρους σχήματα. . . . . 180
- 6.15 Όμοια με το Σχ. 6.13, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  και για τις παράμετρος που φαίνονται στα επιμέρους σχήματα. . . . . 181

- 6.16 Όμοια με το Σχ. 6.13, αλλά για το ισότοπο  $^{130}\text{Te}$  και για τις παράμετρους που φαίνονται στα επιμέρους σχήματα. . . . . 183
- Γ'.1 Χρόνοι άφιξης και εκτιμηθήσες τιμές της ενέργειας των νετρίνων της έκρηξης SN-1987A, όπως μετρήθηκε από τους ανιχνευτές Kamio-kande II, IMB και Baskan. . . . . 206