



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΣΧΟΛΗ: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ &
ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ ΤΜΗΜΑ: ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ &
ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Διδακτορική Διατριβή

Techniques Of Global Optimization

Τίτλος στα Ελληνικά
«Τεχνικές Καθολικής Βελτιστοποίησης»

Glykeria Kyrou

Γλυκερία Κύρου

ΑΡΤΑ, 2026

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να εκφράσω από καρδιάς την βαθιά μου ευγνωμοσύνη στους γονείς μου, Παναγιώτη Κύρου και Χρυσούλα Ζαχοπούλου που με την αγάπη, την αφοσίωση και τις αξίες που μου μετέδωσαν υπήρξαν διαχρονικά το πιο σταθερό στήριγμα της ζωής μου. Η πίστη τους σε μένα, η υπομονή και η ενθάρρυνσή τους σε κάθε στάδιο της πορείας μου αποτέλεσαν τη βάση πάνω στην οποία χτίστηκε όχι μόνο αυτή η διδακτορική διατριβή, αλλά και ολόκληρη η ακαδημαϊκή και προσωπική μου διαδρομή.

Ένα ιδιαίτερα ζεστό και ουσιαστικό ευχαριστώ οφείλω στην οικογένειά μου, στον σύζυγό μου Γιώργο Μεράντζα και στα παιδιά μου Νάγια Μεράντζα και Μανθούλα Μεράντζα, που υπήρξαν συνοδοιπόροι σε αυτή τη μακρά και απαιτητική προσπάθεια. Η κατανόηση, η υπομονή και η ανιδιοτελής αγάπη τους μου έδιναν δύναμη στις δύσκολες στιγμές, όταν η κούραση και οι απαιτήσεις της έρευνας γίνονταν ιδιαίτερα έντονες. Τα χαμόγελά τους, η παρουσία τους και η σιωπηλή τους στήριξη αποτέλεσαν τη μεγαλύτερη πηγή έμπνευσης και ισορροπίας, υπενθυμίζοντάς μου καθημερινά τον λόγο για τον οποίο άξιζε να συνεχίσω.

Θα ήθελα επίσης να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα καθηγητή μου, Ιωάννη Τσούλο, για την επιστημονική καθοδήγηση, τη συνεχή διαθεσιμότητα και την εμπιστοσύνη που μου έδειξε καθ' όλη τη διάρκεια της εκπόνησης της παρούσας διδακτορικής διατριβής. Οι ουσιαστικές του παρατηρήσεις, η κριτική του σκέψη και η υποστήριξή του συνέβαλαν καθοριστικά στη διαμόρφωση και ολοκλήρωση του έργου αυτού.

Η ολοκλήρωση αυτής της διδακτορικής διατριβής αποτελεί το αποτέλεσμα μιας συλλογικής προσπάθειας και δεν θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί χωρίς την αγάπη, τη στήριξη και την πίστη όλων αυτών των ανθρώπων, στους οποίους οφείλω ειλικρινή και διαρκή ευγνωμοσύνη.

Με εκτίμηση ,

Γλυκερία Κύρου

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ	3
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή	15
Εισαγωγή	15
1.1 Καθολική Βελτιστοποίηση	15
1.2 Η Σημασία της Καθολικής Βελτιστοποίησης	16
1.3 Κίνητρο και Στόχοι της Διατριβής	16
1.4 Δομή της Διατριβής	17
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : Θεμελιώδεις έννοιες βελτιστοποίησης	20
2.1 Η έννοια της βελτιστοποίησης	20
2.2 Μεγιστοποίηση και Ελαχιστοποίηση	21
2.3 Τοπικό και Ολικό Ελάχιστο	22
2.4 Βελτιστοποίηση με Περιορισμούς	22
2.5 Γραμμικός και Μη Γραμμικός Προγραμματισμός	23
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : Κατηγορίες και μέθοδοι βελτιστοποίησης	24
3.1 Κατηγοριοποίηση Προβλημάτων Βελτιστοποίησης	24
3.2 Προβλήματα Μεγάλης Κλίμακας	24
3.3 Ντετερμινιστικοί vs Στοχαστικοί Αλγόριθμοι	25
3.4 Τοπικές vs Καθολικές Μέθοδοι	26
3.5 Population-based vs Single-solution	29
3.6 Ευρετικές και Μεταευρετικές Μέθοδοι	29
3.7 Εξερεύνηση και Εκμετάλλευση	31
3.8 Σύγκλιση και Κριτήρια Τερματισμού	31
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : Improving the Giant-Armadillo Optimization Method	33
Εισαγωγή	33
4.1 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος	33
4.2 Τα βήματα του αλγορίθμου	33
4.3 Πειραματικά Αποτελέσματα	37
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 :EOFA An Extended Version of the Optimal Foraging Algorithm for Global Optimization Problems	46
Εισαγωγή	46
5.1 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος	46
5.2 Τα κύρια βήματα του αλγορίθμου	47
5.3 Πειραματικά Αποτελέσματα	49
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Refining the Eel and Grouper Optimizer with Intelligent Modifications for Global Optimization	58
Εισαγωγή	58
6.1 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος	58
6.2. Τα Κύρια Βήματα του Αλγορίθμου	59
6.3 Πειραματικά Αποτελέσματα	61
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 :A Novel Method that is Based on Differential Evolution Suitable for Large-Scale Optimization Problems	72
Εισαγωγή	72
7.1 Ο Πρωτότυπος Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης	73
7.2 Οι προτεινόμενες τροποποιήσεις του Αλγορίθμου	75
7.3 Ο Προτεινόμενος Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης	76
7.4 Πειραματικά Αποτελέσματα	79
7.5 Ανάλυση Ευαισθησίας Παραμέτρων	94
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Enhancing Differential Evolution: A Dual Mutation Strategy with	

Majority Dimension Voting and New Stopping Criteria	97
Εισαγωγή	97
8.1 Ο τροποποιημένος αλγόριθμος διαφορικής εξέλιξης (NEWDE)	97
8.2 Τα κύρια βήματα του αλγορίθμου	99
8.3 Μηχανισμός Διάστασης Πλειοψηφίας	101
8.4. Πειραματικά Αποτελέσματα	103
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: A Novel Magnificent Frigatebird Optimization Algorithm with Proposed Movement Strategies for Enhanced Global Search	113
Εισαγωγή	113
9.1 Οι προτεινόμενες τροποποιήσεις του αλγορίθμου	113
9.2. Τα Κύρια Βήματα του Αλγορίθμου	114
9.3. Πειραματικά Αποτελέσματα	119
9.4 Ανάλυση Σύγκλισης	126
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: Υβριδικές Τεχνικές Βελτιστοποίησης	130
Εισαγωγή	130
10.1 An Innovative Hybrid Approach Producing Trial Solutions for Global Optimization	130
10.2 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος	131
10.3. Τα Κύρια Βήματα του Αλγορίθμου	132
10.4 Πειραματικά Αποτελέσματα	134
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: Παράλληλες Τεχνικές Βελτιστοποίησης	145
Εισαγωγή	145
11.1 Parallel Smell Agent Optimization (SAO): Collaborative Subpopulations for Accelerated Convergence	146
11.1.1 Ο Παράλληλος Αλγόριθμος του SAO	146
11.1.2 Τα κύρια βήματα του Αλγορίθμου	148
11.1.3. Ο Μηχανισμός Διάδοσης	153
11.1.4 Πειραματικά Αποτελέσματα	154
11.2 Parallel Balanced Grey Wolf Optimizer: A Cooperative Parallel Approach for Large-Scale Optimization Problems	176
11.2.1 Ο παράλληλος αλγόριθμος ParallelBGWO	177
11.2.2 Τα κύρια βήματα του Αλγορίθμου	178
11.2.3 Μηχανισμός Διάδοσης Πληροφορίας	180
11.2.4 Πειραματικά Αποτελέσματα	181
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ	196
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΑ΄ – ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ	210

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑΤΩΝ

Διάγραμμα 1: Στατιστική σύγκριση χρησιμοποιώντας τον αριθμό των κλήσεων συναρτήσεων. Η δοκιμή πραγματοποιήθηκε για τρεις διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης.	40
Διάγραμμα 2: Σύγκριση του αλγορίθμου Gao με δύο κανόνες τερματισμού.	43
Διάγραμμα 3: Στατιστική αναπαράσταση των κλήσεων συνάρτησης για διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης.	52
Διάγραμμα 4: Στατιστική σύγκριση του αριθμού κλήσεων της συνάρτησης για διαφορετικές αρχικές κατανομές.	55
Διάγραμμα 5: Διαφορετικές παραλλαγές του προβλήματος ELP.	57
Διάγραμμα 6: Διάγραμμα boxplots που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση της μεθόδου EGO και της τροποποιημένης έκδοσης, όπως προτείνεται στην τρέχουσα εργασία.	65
Διάγραμμα 7: Διάγραμμα boxplots που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση της μεθόδου EGO με τους αλγορίθμους Genetic, PSO, DE.	66
Διάγραμμα 8: Σύγκριση χρόνου για τη συνάρτηση ELP και την προτεινόμενη μέθοδο βελτιστοποίησης χρησιμοποιώντας τις τέσσερις τεχνικές δειγματοληψίας.	70
Διάγραμμα 9: Ευαισθησία των κλήσεων συναρτήσεων στην τοπική αναζήτηση.	95
Διάγραμμα 10: Ευαισθησία των κλήσεων συναρτήσεων στο μέγεθος του πληθυσμού.	95
Διάγραμμα 11: Ευαισθησία των κλήσεων συναρτήσεων στο μέγεθος του τουρνουά.	96
Διάγραμμα 12: Λεπτομερής σύγκριση μεθόδων για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης.	110
Διάγραμμα 13: Σύγκριση G_{best} ανά γενιά (Ackley).	127
Διάγραμμα 14: Σύγκριση G_{best} ανά γενιά (Katsuura).	127
Διάγραμμα 15: Σύγκριση χρόνων με διαφορετικές διαστάσεις (Κύκλος Αερίου).	128
Διάγραμμα 16: Σύγκριση χρόνων με διαφορετικές διαστάσεις (Tandem).	129
Διάγραμμα 17: Σύγκριση συνολικών κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου με άλλες μεθόδους.	138
Διάγραμμα 18: Διαφορετικές παραλλαγές της συνάρτησης ELP της προτεινόμενης μεθόδου και άλλων μεθόδων.	143
Διάγραμμα 19: Σύγκριση απόδοσης προτεινόμενων μεθόδων έναντι διαφορικής εξέλιξης όσον αφορά την επίδραση του αλγορίθμου k-means στη σύγκλιση.	144
Διάγραμμα 20: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε επανάληψη ($NR = 1$) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν ($NP = 5$).	166
Διάγραμμα 21: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων των ELP, ROSENBROCK και DIFFPOWER με διαφορετικό αριθμό συστάδων.	170
Διάγραμμα 22: Σύγκριση των χρόνων των ELP, ROSENBROCK και DIFFPOWER με διαφορετικούς αριθμούς συστάδων.	172
Διάγραμμα 23: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με διαφορετικές τιμές N_p (πράκτορες για διάδοση).	173
Διάγραμμα 24: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου με άλλες.	174
Διάγραμμα 25: Σύγκριση Χρόνου Εκτέλεσης μεταξύ Διαστάσεων (Tandem).	191
Διάγραμμα 26: Σύγκριση Κλήσεων συναρτήσεων μεταξύ διαστάσεων (Tandem).	191
Διάγραμμα 27: Επίδραση του κανόνα τερματισμού υποπληθυσμού στις αξιολογήσεις συναρτήσεων (Tandem).	192
Διάγραμμα 28: Σύγκριση Χρόνου Εκτέλεσης μεταξύ Διαστάσεων (GasCycle).	193
Διάγραμμα 29: Σύγκριση Κλήσεων συναρτήσεων μεταξύ διαστάσεων (GasCycle).	194
Διάγραμμα 30: Επίδραση του κανόνα τερματισμού υποπληθυσμού στις αξιολογήσεις συναρτήσεων (GasCycle).	195

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1: Παράδειγμα local minimum και global minimum στον χώρο αναζήτησης αντικειμενικής συνάρτησης.	21
Εικόνα 2: Επίδραση του ρυθμού μάθησης στη διαδικασία σύγκλισης της Gradient Descent.	27
Εικόνα 3: Αναπαράσταση τοπικού και καθολικού ελαχίστου σε πρόβλημα βελτιστοποίησης.	28
Εικόνα 4: Σχηματική αναπαράσταση της τρέχουσας μεθόδου.	36
Εικόνα 5: Τα βήματα της προτεινόμενης μεθόδου.	48
Εικόνα 6: Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας καθολικής βελτιστοποίησης.	61
Εικόνα 7: Τα βήματα του προτεινόμενου αλγορίθμου DE.	77
Εικόνα 8: Τα βήματα της προτεινόμενης μεθόδου.	118
Εικόνα 9: Το διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας βελτιστοποίησης.	134
Εικόνα 10: Διάγραμμα ροής παράλληλου SAO.	150
Εικόνα 11: Διάγραμμα δημιουργίας νημάτων και μέθοδοι διάδοσης.	151
Εικόνα 12: Διάγραμμα ροής παράλληλου BGWO.	180
Εικόνα 13: Διάγραμμα δημιουργίας νημάτων και μέθοδοι διάδοσης.	181

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

Πίνακας 1: Οι πειραματικές τιμές για κάθε παράμετρο που χρησιμοποιήθηκαν στα διεξαγόμενα πειράματα.	37
Πίνακας 2: Πειραματικά αποτελέσματα και σύγκριση με άλλες μεθόδους. Ο κανόνας τερματισμού που χρησιμοποιείται είναι ο κανόνας τερματισμού Similarity.	39
Πίνακας 3: Μέσος αριθμός κλήσεων συναρτήσεων για την προτεινόμενη μέθοδο χρησιμοποιώντας τους δύο προτεινόμενους κανόνες τερματισμού.	42
Πίνακας 4: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές τιμές για τον τοπικό ρυθμό αναζήτησης και την προτεινόμενη μέθοδο.	45
Πίνακας 5: Πειραματικές ρυθμίσεις. Οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για όλες τις παραμέτρους.	49
Πίνακας 6: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί στα κελιά αντιπροσωπεύουν τις μέσες κλήσεις συναρτήσεων.	51
Πίνακας 7: Πειράματα που χρησιμοποιούν διαφορετικές τεχνικές δειγματοληψίας για την προτεινόμενη μέθοδο.	54
Πίνακας 8: Οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε παράμετρο των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων.	62
Πίνακας 9: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τις ενσωματωμένες μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί σε παρενθέσεις υποδηλώνουν την τυπική απόκλιση για τον αριθμό των κλήσεων συναρτήσεων.	64
Πίνακας 10: Μια σειρά τεχνικών δειγματοληψίας χρησιμοποιήθηκε στην προτεινόμενη μέθοδο. Ο αριθμός σε παρένθεση υποδηλώνει την τυπική απόκλιση για τον αριθμό των κλήσεων συνάρτησης.	69
Πίνακας 11: Ρυθμίσεις παραμέτρων των μεθόδων.	80
Πίνακας 12: Πειράματα που χρησιμοποιούν διαφορετική επιλογή βάρους για την προτεινόμενη μέθοδο.	82
Πίνακας 13: Επίδραση στρατηγικών τυχαίας επιλογής και επιλογής τουρνουά στην απόδοση βελτιστοποίησης.	85
Πίνακας 14: Πειράματα σχετικά με την απόδοση της DE χρησιμοποιώντας μεθόδους δειγματοληψίας.	87
Πίνακας 15: Πειράματα σχετικά με την επίδραση του ποσοστού τοπικής αναζήτησης στην απόδοση βελτιστοποίησης στο DE.	90
Πίνακας 16: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί στα κελιά αντιπροσωπεύουν κλήσεις συνάρτησης αθροίσματος.	93
Πίνακας 17: Ρυθμίσεις παραμέτρων των μεθόδων.	104
Πίνακας 18: Σύγκριση κλασικής DE με newDE και newDE + MDM.	106
Πίνακας 19: Σύγκριση newDE με μέθοδο μηχανισμού πλειοψηφικής διάστασης έναντι άλλων.	109
Πίνακας 20: Η προτεινόμενη μέθοδος με διαφορετικούς κανόνες τερματισμού.	112
Πίνακας 21: Οι τιμές των παραμέτρων της προτεινόμενης μεθόδου.	119
Πίνακας 22: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί στα κελιά αντιπροσωπεύουν κλήσεις συναρτήσεων αθροίσματος.	122
Πίνακας 23: Πειράματα που χρησιμοποιούν διαφορετική στρατηγική για την προτεινόμενη μέθοδο.	124
Πίνακας 24: Πείραμα διαφορετικού αριθμού πληθυσμού (προτεινόμενη μέθοδος και Γενετικός Αλγόριθμος).	126
Πίνακας 25: Σύγκριση των μέσων κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου μας με εκείνες άλλων.	137
Πίνακας 26: Κλήσεις συναρτήσεων με διαφορετικά διαφορικά βάρη F.	140
Πίνακας 27: Κλήσεις συναρτήσεων με διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού.	142
Πίνακας 28: Πειραματικές ρυθμίσεις. Οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για όλες τις παραμέτρους.	154

Πίνακας 29: Σύγκριση των κλήσεων συναρτήσεων παράλληλων SAO με διαφορετικούς αριθμούς υποπληθυσμών.	157
Πίνακας 30: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε 4 επαναλήψεις (NR = 4) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).	159
Πίνακας 31: Σύγκριση χρόνων (δευτερόλεπτα) με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε 4 επαναλήψεις (NR = 4) και 5 παράγοντες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).	162
Πίνακας 32: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε επανάληψη (NR = 1) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).	165
Πίνακας 33: Σύγκριση χρόνων (δευτερόλεπτα) με 10 υποπληθυσμούς και διάδοση, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε 1 επαναλήψεις (NR = 1) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).	169
Πίνακας 34: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου με άλλες.	176
Πίνακας 35: Πειραματικές ρυθμίσεις. Οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για όλες τις.....	182
Πίνακας 36: Σύγκριση στρατηγικών διάδοσης σε 10 υποπληθυσμούς με βάση τις μέσες.....	186
Πίνακας 37: Σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου με και χωρίς μηχανισμό διάδοσης όσον.....	189

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διπλωματική εργασία πραγματεύεται την καθολικής βελτιστοποίησης και ειδικότερα με την ανάπτυξη και αξιολόγηση σύγχρονων μεταερευτικών αλγορίθμων για την επίλυση πολύπλοκων προβλημάτων. Αρχικά παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες της βελτιστοποίησης, λόγου χάρη τα προβλήματα μεγιστοποίησης και ελαχιστοποίησης, τα τοπικά και ολικά ακρότατα, καθώς και οι βασικές κατηγορίες αλγορίθμων βελτιστοποίησης.

Στη συνέχεια αναλύονται βελτιωμένες εκδοχές σύγχρονων μεταερευτικών μεθόδων, όπως οι: Giant-Armadillo Optimization, Optimal Foraging Algorithm, Eel and Grouper Optimizer, Differential Evolution και Magnificent Frigatebird Optimization. Για κάθε αλγόριθμο παρουσιάζονται οι προτεινόμενες τροποποιήσεις.

Επιπλέον, προτείνονται νέες υβριδικές και παράλληλες προσεγγίσεις βελτιστοποίησης, με στόχο τη βελτίωση της ταχύτητας σύγκλισης και της ποιότητας των παραγόμενων λύσεων. Η αξιολόγηση των προτεινόμενων μεθόδων πραγματοποιείται μέσω πειραματικών δοκιμών σε benchmark συναρτήσεις καθολικής βελτιστοποίησης. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι οι προτεινόμενοι αλγόριθμοι παρουσιάζουν αυξημένη αποδοτικότητα και καλύτερη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης σε σύγκριση με άλλες σύγχρονες μεταερευτικές τεχνικές.

ABSTRACT

This thesis deals with global optimization and in particular with the development and evaluation of modern metaheuristic algorithms for solving complex problems. Initially, the basic concepts of optimization are presented, such as maximization and minimization problems, local and global extrema, as well as the basic categories of optimization algorithms.

Then, improved versions of modern metaheuristic methods are analyzed, such as : Giant-Armadillo Optimization, Optimal Foraging Algorithm, Eel and Grouper Optimizer, Differential Evolution and Magnificent Frigatebird Optimization. For each algorithm, the proposed modifications are presented.

In addition, new hybrid and parallel optimization approaches are proposed, aiming to improve the convergence speed and the quality of the generated solutions. The evaluation of the proposed methods is carried out through experimental tests on benchmark global optimization functions. The results show that the proposed algorithms exhibit increased efficiency and a better balance between exploration and exploitation compared to other modern metaheuristic techniques.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1: Εισαγωγή

Εισαγωγή

Η καθολικής βελτιστοποίηση έχει μελετηθεί εκτενώς σε ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών και τεχνολογικών πεδίων λόγω χάρη τα μαθηματικά [1][2], τη φυσική [3][4], τη χημεία [5][6], την ιατρική [7][8], την οικονομία [9][10] και την επιστήμη υπολογιστών [10][11] καθώς χρησιμοποιείται για την εύρεση της βέλτιστης δυνατής λύσης. Η ανάγκη για αποτελεσματικές μεθόδους βελτιστοποίησης έχει αυξηθεί σημαντικά τις τελευταίες δεκαετίες λόγω της ανάπτυξης πολύπλοκων υπολογιστικών συστημάτων και εφαρμογών σε πολλούς τομείς όπως: η τεχνητή νοημοσύνη [12], η μηχανική μάθηση [13], οι τηλεπικοινωνίες [14], η ενέργεια [15], η βιοπληροφορική [16] και η ρομποτική [17].

Τα περισσότερα προβλήματα πραγματικού κόσμου χαρακτηρίζονται από υψηλή πολυπλοκότητα, μη γραμμικότητα και μεγάλο αριθμό μεταβλητών γεγονός που καθιστά ιδιαίτερα δύσκολη την εύρεση της καθολικά βέλτιστης λύσης. Επιπλέον, πολλές αντικειμενικές συναρτήσεις παρουσιάζουν πολυτροπική συμπεριφορά, δηλαδή περιέχουν μεγάλο αριθμό τοπικών ελαχίστων ή μεγίστων αντίστοιχα. Ως αποτέλεσμα, οι κλασικές ντετερμινιστικές μέθοδοι συχνά αδυνατούν να εντοπίσουν το καθολικό βέλτιστο.

Για την αντιμετώπιση αυτών των δυσκολιών έχουν αναπτυχθεί στοχαστικές, εξελικτικές και μεταερευτικές μέθοδοι βελτιστοποίησης, οι οποίες αξιοποιούν μηχανισμούς τυχαιότητας, συνεργασίας και πληθυσμιακής αναζήτησης. Οι μέθοδοι αυτές έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικές σε προβλήματα καθολικής βελτιστοποίησης υψηλής πολυπλοκότητας.

1.1 Καθολική Βελτιστοποίηση

Η καθολική βελτιστοποίηση (Global Optimization) ασχολείται με την εύρεση του καθολικού βέλτιστου μίας αντικειμενικής συνάρτησης. Για μία συνάρτηση:

$$f: S \rightarrow R$$

το πρόβλημα καθολικής βελτιστοποίησης ορίζεται ως:

$$x^* = \operatorname{argmin}_{x \in S} f(x)$$

δηλαδή η εύρεση ενός σημείου $x^* \in S$ τέτοιου ώστε :

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \forall x \in S$$

Η ανάγκη ανάπτυξης τεχνικών καθολικής βελτιστοποίησης προκύπτει από το γεγονός ότι πολλά προβλήματα εμφανίζουν πολύπλοκο χώρο αναζήτησης και μεγάλο αριθμό τοπικών ακροτάτων.

Οι μέθοδοι καθολικής βελτιστοποίησης επιδιώκουν ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης ώστε να αποφεύγεται η πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά ελάχιστα.

1.2 Η Σημασία της Καθολικής Βελτιστοποίησης

Η καθολική βελτιστοποίηση (Global Optimization) στοχεύει στην εύρεση της βέλτιστης λύσης σε ολόκληρο τον χώρο αναζήτησης και όχι μόνο σε μία τοπικά βέλτιστη περιοχή. Σε πολλά προβλήματα πραγματικού κόσμου όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, οι αντικειμενικές συναρτήσεις είναι μη γραμμικές και παρουσιάζουν μεγάλο αριθμό τοπικών ακροτάτων, γεγονός που καθιστά ιδιαίτερα δύσκολη την εύρεση του καθολικού ελαχίστου ή μεγίστου.

Η σημασία της καθολικής βελτιστοποίησης είναι ιδιαίτερα εμφανής σε εφαρμογές υψηλών απαιτήσεων, όπως:

- Ο σχεδιασμός μηχανικών συστημάτων [18]
- Η εκπαίδευση νευρωνικών δικτύων [19]
- Η βελτιστοποίηση τηλεπικοινωνιακών δικτύων [20]
- Τα ενεργειακά συστήματα [21]
- Τα οικονομικά μοντέλα [22]
- Η βιοϊατρική ανάλυση [23]
- Τα αυτόνομα συστήματα και η ρομποτική [24].

Η αποτελεσματικότητα ενός αλγορίθμου καθολικής βελτιστοποίησης εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης (exploration) και εκμετάλλευσης (exploitation). Η εξερεύνηση επιτρέπει την αναζήτηση νέων περιοχών του χώρου λύσεων ενώ η εκμετάλλευση επικεντρώνεται στη βελτίωση ήδη υποσχόμενων λύσεων.

1.3 Κίνητρο και Στόχοι της Διατριβής

Παρά τη σημαντική πρόοδο στον τομέα της καθολικής βελτιστοποίησης, εξακολουθούν να υπάρχουν σημαντικές προκλήσεις μερικές εκ των οποίων είναι:

- Την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης
- Τη διατήρηση της ποικιλομορφίας του πληθυσμού

- Την επιτάχυνση της σύγκλισης
- Την αντιμετώπιση προβλημάτων υψηλών διαστάσεων
- Τη μείωση του υπολογιστικού κόστους.

Στόχος της παρούσας διατριβής είναι η ανάπτυξη νέων και βελτιωμένων μεταευσρετικών αλγορίθμων καθολικής βελτιστοποίησης, οι οποίοι θα παρουσιάζουν αυξημένη αποδοτικότητα, καλύτερη ισορροπία εξερεύνησης - εκμετάλλευσης και βελτιωμένη συμπεριφορά σύγκλισης.

1.4 Δομή της Διατριβής

Η παρούσα διδακτορική διατριβή οργανώνεται σε έντεκα βασικά κεφάλαια, τα οποία καλύπτουν τόσο το θεωρητικό υπόβαθρο της βελτιστοποίησης όσο και την ανάπτυξη και αξιολόγηση νέων μεταευσρετικών αλγορίθμων καθολικής βελτιστοποίησης.

Στο **Κεφάλαιο 1** παρουσιάζεται η εισαγωγή της διατριβής. Αναλύεται η σημασία της βελτιστοποίησης και ειδικότερα της καθολικής βελτιστοποίησης σε σύγχρονες επιστημονικές και τεχνολογικές εφαρμογές. Επιπλέον, περιγράφονται οι στόχοι και η ερευνητική συνεισφορά της διατριβής.

Στο **Κεφάλαιο 2** παρουσιάζονται οι θεμελιώδεις έννοιες της βελτιστοποίησης. Συγκεκριμένα, αναλύονται οι έννοιες της μεγιστοποίησης και της ελαχιστοποίησης, τα τοπικά και ολικά ακρότατα, η βελτιστοποίηση με περιορισμούς, καθώς και ο γραμμικός και μη γραμμικός προγραμματισμός.

Στο **Κεφάλαιο 3** αναλύονται οι βασικές κατηγορίες αλγορίθμων βελτιστοποίησης και οι κυριότερες μεταευσρετικές μέθοδοι. Παρουσιάζονται οι βασικές προκλήσεις που εμφανίζονται σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Πραγματοποιείται κατηγοριοποίηση των προβλημάτων βελτιστοποίησης και παρουσιάζονται οι ντετερμινιστικοί και στοχαστικοί αλγόριθμοι, οι τοπικές και παγκόσμιες μέθοδοι, καθώς και οι population-based και single-solution προσεγγίσεις. Επιπλέον, αναλύονται οι έννοιες εξερεύνηση και εκμετάλλευση, η σύγκλιση των αλγορίθμων και τα βασικά κριτήρια τερματισμού.

Στο **Κεφάλαιο 4** παρουσιάζεται η βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου Giant-Armadillo Optimization. Αναλύονται οι προτεινόμενες τροποποιήσεις της μεθόδου, τα βασικά βήματα του αλγορίθμου και οι μηχανισμοί που ενισχύουν την ικανότητα εξερεύνησης και εκμετάλλευσης του χώρου αναζήτησης. Επιπλέον, παρουσιάζονται τα πειραματικά αποτελέσματα και η συγκριτική αξιολόγηση της μεθόδου σε προβλήματα καθολικής βελτιστοποίησης.

Στο **Κεφάλαιο 5** παρουσιάζεται ο αλγόριθμος EOFA (Extended Optimal Foraging Algorithm), ο οποίος αποτελεί μία επεκταμένη εκδοχή του Optimal Foraging Algorithm για προβλήματα καθολικής βελτιστοποίησης. Αναλύονται οι προτεινόμενες τροποποιήσεις της μεθόδου, τα βασικά στάδια λειτουργίας του αλγορίθμου και η επίδρασή τους στη συμπεριφορά σύγκλισης και στην ποιότητα των παραγόμενων λύσεων. Παρουσιάζονται επίσης τα πειραματικά αποτελέσματα και οι συγκρίσεις με άλλες σύγχρονες μεταερευνητικές τεχνικές.

Στο **Κεφάλαιο 6** παρουσιάζεται μία βελτιωμένη εκδοχή του αλγορίθμου Eel and Grouper Optimizer με έξυπνες τροποποιήσεις για προβλήματα καθολικής βελτιστοποίησης. Περιγράφονται οι νέοι μηχανισμοί ενημέρωσης και αναζήτησης, καθώς και οι τεχνικές ενίσχυσης της ισορροπίας μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης. Επιπλέον, αναλύονται τα πειραματικά αποτελέσματα και αξιολογείται η αποδοτικότητα της προτεινόμενης προσέγγισης.

Στο **Κεφάλαιο 7** παρουσιάζεται η πρώτη προτεινόμενη μέθοδος βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται σε τροποποιημένη εκδοχή του αλγορίθμου Differential Evolution για προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Αναλύεται η αρχιτεκτονική του αλγορίθμου, οι μηχανισμοί εξερεύνησης και εκμετάλλευσης καθώς και οι στρατηγικές ενημέρωσης του πληθυσμού. Παρουσιάζονται επίσης τα πειραματικά αποτελέσματα και η συγκριτική αξιολόγηση της μεθόδου.

Στο **Κεφάλαιο 8** παρουσιάζεται ένας βελτιωμένος αλγόριθμος Differential Evolution με στρατηγικές διπλής μετάλλαξης και μηχανισμό πλειοψηφίας ψηφοφορίας. Αναλύονται τα νέα δοκιμαστικά σημεία, τα κριτήρια επιλογής και οι τεχνικές διατήρησης πληθυσμιακής ποικιλομορφίας. Επιπλέον, πραγματοποιείται αξιολόγηση του αλγορίθμου σε benchmark συναρτήσεις καθολικής βελτιστοποίησης.

Στο **Κεφάλαιο 9** παρουσιάζεται ένας τροποποιημένος αλγόριθμος Magnificent Frigatebird Optimization. Περιγράφονται οι μηχανισμοί πτήσης και αναζήτησης που εμπνέονται από τη συμπεριφορά των φρεγατοπουλιών, καθώς και οι νέες τεχνικές ενίσχυσης εξερεύνησης και εκμετάλλευσης. Παρουσιάζονται επίσης τα αποτελέσματα συγκριτικών πειραμάτων με σύγχρονες μεταερευνητικές μεθόδους.

Στο **Κεφάλαιο 10** παρουσιάζεται μία υβριδική μέθοδος παραγωγής δοκιμαστικών διανυσμάτων, η οποία συνδυάζει διαφορετικές στρατηγικές αναζήτησης με στόχο τη βελτίωση της εξερευνητικής ικανότητας και της ταχύτητας σύγκλισης. Αναλύονται οι μηχανισμοί επιλογής στρατηγικών και αξιολογείται η αποτελεσματικότητα της

προτεινόμενης προσέγγισης σε προβλήματα συνεχούς και μεγάλης κλίμακας βελτιστοποίησης.

Στο **Κεφάλαιο 11** παρουσιάζονται οι προτεινόμενες παράλληλες εκδόσεις των αλγορίθμων Smell Agent Optimization (SAO) και Balanced Grey Wolf Optimizer (BGWO). Οι αλγόριθμοι Parallel SAO και Parallel BGWO βασίζονται στη συνεργασία πολλαπλών υποπληθυσμών και σε μηχανισμούς ανταλλαγής πληροφορίας μεταξύ παράλληλων agents, με στόχο τη βελτίωση της εξερεύνησης του χώρου αναζήτησης, τη διατήρηση της πληθυσμιακής ποικιλότητας και την επιτάχυνση της σύγκλισης προς βέλτιστες λύσεις. Αρχικά παρουσιάζονται οι βασικές εκδόσεις των αλγορίθμων SAO και BGWO και αναλύονται οι κύριοι μηχανισμοί λειτουργίας τους. Στη συνέχεια περιγράφονται οι αντίστοιχες παράλληλες υλοποιήσεις, στις οποίες ο συνολικός πληθυσμός διαχωρίζεται σε πολλαπλούς υποπληθυσμούς που εξελίσσονται ταυτόχρονα σε διαφορετικές μονάδες επεξεργασίας. Παρουσιάζονται αναλυτικά οι αλγόριθμοι Parallel SAO και ParallelBGWO, συνοδευόμενοι από τον αντίστοιχο ψευδοκώδικα και τα διαγράμματα ροής τους και τα πειραματικά τους αποτελέσματα.

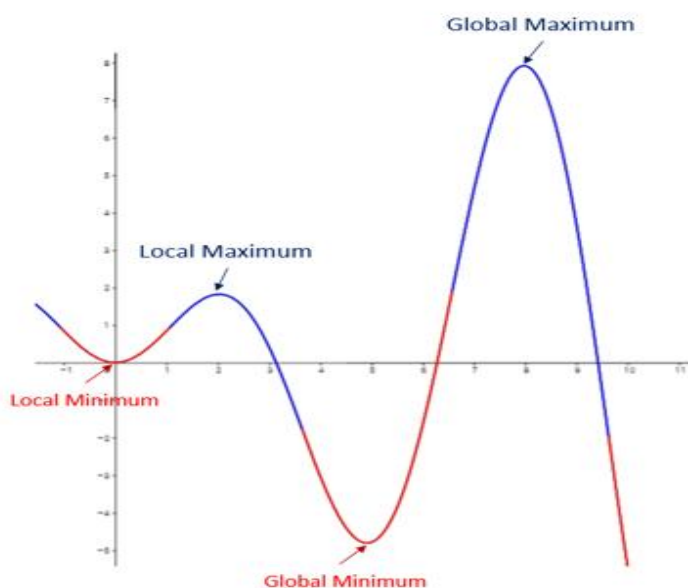
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 : Θεμελιώδεις έννοιες βελτιστοποίησης

2.1 Η έννοια της βελτιστοποίησης

Η βελτιστοποίηση αποτελεί μία από τις θεμελιώδεις έννοιες των θετικών επιστημών και συνδέεται άρρηκτα με τη διαδικασία εύρεσης της βέλτιστης λύσης σε ένα πρόβλημα. Ουσιαστικά, πρόκειται για την επιλογή της καταλληλότερης λύσης από ένα σύνολο εφικτών λύσεων, σύμφωνα με προκαθορισμένα κριτήρια αξιολόγησης [25]. Από τα μέσα της δεκαετίας του 1980, η καθολική βελτιστοποίηση γνώρισε σημαντική ανάπτυξη ως διακριτό ερευνητικό πεδίο, με την εμφάνιση νέων στοχαστικών και μεταερευνητικών μεθόδων που σχεδιάστηκαν για την αποτελεσματική αναζήτηση του καθολικού βέλτιστου σε πολύπλοκους και πολυτροπικούς χώρους αναζήτησης. Η συνεχής αύξηση της πολυπλοκότητας των προβλημάτων βελτιστοποίησης έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη ολοένα και πιο αποδοτικών αλγορίθμων, οι οποίοι εφαρμόζονται σε ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών, μηχανικών και βιομηχανικών εφαρμογών. Η ανάγκη για αποτελεσματική βελτιστοποίηση εμφανίζεται πλέον σε πληθώρα επιστημονικών και τεχνολογικών πεδίων, όπως η επιστήμη των υπολογιστών, η μηχανική, τα οικονομικά, η βιοπληροφορική και η τεχνητή νοημοσύνη, όπου απαιτείται η λήψη αποδοτικών και τεκμηριωμένων αποφάσεων [26]. Για τον λόγο αυτό, η βελτιστοποίηση έχει αποτελέσει αντικείμενο εντατικής ερευνητικής δραστηριότητας τις τελευταίες δεκαετίες [27]. Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης συνίσταται στη μεγιστοποίηση ή την ελαχιστοποίηση μιας αντικειμενικής συνάρτησης, μέσω της επιλογής κατάλληλων τιμών των μεταβλητών από ένα προκαθορισμένο πεδίο αναζήτησης. Στόχος είναι ο εντοπισμός της λύσης που βελτιστοποιεί την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, ικανοποιώντας παράλληλα τους περιορισμούς του προβλήματος. Ωστόσο, σε πολλές πραγματικές εφαρμογές η αντικειμενική συνάρτηση είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη και μπορεί να παρουσιάζει μεγάλο αριθμό τοπικών μεγίστων ή ελαχίστων, γεγονός που δυσχεραίνει τον εντοπισμό της πραγματικά βέλτιστης λύσης [28]. Για την αντιμετώπιση τέτοιων προβλημάτων έχουν αναπτυχθεί πληθώρα ευρετικών και μεταερευνητικών μεθόδων βελτιστοποίησης, όπως οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms), η Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (Particle Swarm Optimization) και η Διαφορική Εξέλιξη (Differential Evolution). Οι μέθοδοι αυτές έχουν αποδειχθεί ιδιαίτερα αποτελεσματικές στην επίλυση πολύπλοκων, μη γραμμικών και πολυτροπικών προβλημάτων, όπου οι κλασικές τεχνικές βελτιστοποίησης συχνά αδυνατούν να εντοπίσουν το καθολικό βέλτιστο [29], [30], [31].

2.2 Μεγιστοποίηση και Ελαχιστοποίηση

Στα προβλήματα βελτιστοποίησης, βασικός στόχος είναι ο προσδιορισμός των τιμών των μεταβλητών που οδηγούν είτε στη μέγιστη είτε στην ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης. Συγκεκριμένα, για μια βαθμωτή συνάρτηση πολλών μεταβλητών $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, το πρόβλημα διατυπώνεται ως η εύρεση των τιμών x_i που βελτιστοποιούν τη συνάρτηση, είτε μέσω ελαχιστοποίησης είτε μέσω μεγιστοποίησης [32]. Οι συναρτήσεις αυτές προκύπτουν από διανυσματικά μοντέλα, όπου κάθε τιμή της μεταβλητής αντιστοιχίζεται σε ένα διάνυσμα στον χώρο. Παρόλο που η μαθηματική αναπαράσταση διαφέρει, η βασική ιδέα της βελτιστοποίησης παραμένει ίδια: *η εύρεση του σημείου που προσφέρει την βέλτιστη δυνατή λύση σύμφωνα με ένα καθορισμένο κριτήριο* [33]. Ανάλογα με τη φύση του προβλήματος καθορίζεται η επιλογή της μεγιστοποίησης ή της ελαχιστοποίησης. Τα δύο προβλήματα είναι ισοδύναμα, καθώς ένα πρόβλημα μεγιστοποίησης μπορεί να μετατραπεί σε πρόβλημα ελαχιστοποίησης μέσω αλλαγής πρόσημου [34].



Εικόνα 1: Παράδειγμα local minimum και global minimum στον χώρο αναζήτησης αντικειμενικής συνάρτησης.

<https://www.onlinemathlearning.com/maxima-minima.html>

2.3 Τοπικό και Ολικό Ελάχιστο

Στα περισσότερα προβλήματα καθολικής βελτιστοποίησης, οι συναρτήσεις είναι έντονα μη γραμμικές και χαρακτηρίζονται από πολύπλοκο τοπίο λύσεων, στο οποίο εμφανίζονται πολλά ακρότατα σημεία [34]. Ένα τοπικό ελάχιστο είναι ένα σημείο στο οποίο η συνάρτηση λαμβάνει μικρότερη τιμή σε σχέση με τα γειτονικά σημεία του. Αντίθετα, το ολικό ελάχιστο είναι το σημείο στο οποίο η συνάρτηση αποκτά τη μικρότερη δυνατή τιμή σε ολόκληρο το πεδίο ορισμού της [32]. Ο διαχωρισμός είναι πολύ σημαντικός, διότι πολλοί αλγόριθμοι μπορεί να συγκλίνουν σε τοπικά ελάχιστα. Για τον λόγο αυτό, χρησιμοποιούνται στοχαστικές και εξελικτικές μέθοδοι που επιτρέπουν καλύτερη εξερεύνηση του χώρου λύσεων [35].

2.4 Βελτιστοποίηση με Περιορισμούς

Σε πολλά προβλήματα βελτιστοποίησης, η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης δεν πραγματοποιείται σε ολόκληρο τον χώρο τιμών των μεταβλητών, αλλά σε ένα υποσύνολό του που καθορίζεται από συγκεκριμένους περιορισμούς. Οι περιορισμοί αυτοί εκφράζουν φυσικούς, τεχνικούς ή λειτουργικούς περιορισμούς του προβλήματος και περιορίζουν το σύνολο των αποδεκτών λύσεων. Σε ένα τέτοιο πλαίσιο, η αντικειμενική συνάρτηση $f(x)$ δεν εξετάζεται για όλες τις δυνατές τιμές των μεταβλητών, αλλά μόνο για εκείνες που ικανοποιούν τις συνθήκες του προβλήματος. Για παράδειγμα, μια συνάρτηση μπορεί να ορίζεται υπό έναν περιορισμό λόγου χάρη $x + y \leq 1$, γεγονός που σημαίνει ότι μόνο τα σημεία που ανήκουν σε αυτή την περιοχή θεωρούνται εφικτές λύσεις. Είναι σημαντικό να τονιστεί σε αυτό το σημείο ότι σε προβλήματα χωρίς περιορισμούς, ο χώρος λύσεων ταυτίζεται με ολόκληρο το πεδίο ορισμού της συνάρτησης. Αντίθετα, στην περίπτωση ύπαρξης περιορισμών, ο χώρος λύσεων περιορίζεται στο εφικτό σύνολο, δηλαδή στο σύνολο των σημείων που ικανοποιούν όλους τους περιορισμούς [34]. Οι περιορισμοί αυτοί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε δύο βασικές μορφές:

- Περιορισμοί ισότητας, όπου απαιτείται μια συνθήκη να ισχύει ακριβώς δηλαδή $g(x) = 0$.
- Περιορισμοί ανισότητας, όπου επιτρέπεται ένα εύρος τιμών δηλαδή $g(x) \leq 0$ ή $g(x) \geq 0$ ανάλογα με τη διατύπωση του προβλήματος.

Η ύπαρξη περιορισμών καθιστά το πρόβλημα πιο σύνθετο, καθώς η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης πρέπει να γίνεται εντός συγκεκριμένων ορίων [32],[36],[37].

2.5 Γραμμικός και Μη Γραμμικός Προγραμματισμός

Ανάλογα με τη μορφή της αντικειμενικής συνάρτησης και των περιορισμών, τα προβλήματα βελτιστοποίησης διακρίνονται σε δύο βασικές κατηγορίες. Όταν τόσο η αντικειμενική συνάρτηση όσο και όλοι οι περιορισμοί μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικές σχέσεις των μεταβλητών, τότε το πρόβλημα ανήκει στον **γραμμικό προγραμματισμό**. Τα προβλήματα αυτά είναι ιδιαίτερα σημαντικά, καθώς διαθέτουν καλά μελετημένες μεθόδους επίλυσης και μπορούν να επιλυθούν αποδοτικά ακόμη και για μεγάλο αριθμό μεταβλητών [38]. Αντίθετα, σε περίπτωση που η αντικειμενική συνάρτηση ή κάποιος από τους περιορισμούς περιλαμβάνει μη γραμμικούς όρους, τότε το πρόβλημα χαρακτηρίζεται ως **μη γραμμικός προγραμματισμός**. Τα προβλήματα αυτής της κατηγορίας είναι πιο δύσκολα, καθώς μπορεί να εμφανίζουν πολλαπλά τοπικά ακρότατα και περίπλοκη συμπεριφορά [39]. Η διάκριση αυτή είναι σημαντική, καθώς επηρεάζει άμεσα τις μεθόδους που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την επίλυση του προβλήματος αλλά και τη δυσκολία εύρεσης της βέλτιστης λύσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 : Κατηγορίες και μέθοδοι βελτιστοποίησης

3.1 Κατηγοριοποίηση Προβλημάτων Βελτιστοποίησης

Τα προβλήματα βελτιστοποίησης μπορούν να κατηγοριοποιηθούν με βάση διάφορα χαρακτηριστικά.

Αρχικά, διακρίνονται σε:

- Συνεχή προβλήματα
- Διακριτά προβλήματα.

Στα συνεχή προβλήματα οι μεταβλητές λαμβάνουν πραγματικές τιμές, ενώ στα διακριτά προβλήματα λαμβάνουν ακέραιες ή διακριτές τιμές.

Μία ακόμη σημαντική κατηγοριοποίηση αφορά τα:

- Γραμμικά προβλήματα
- Μη γραμμικά προβλήματα.

Επιπλέον, τα προβλήματα μπορεί να είναι:

- Με περιορισμούς
- Χωρίς περιορισμούς.

Τέλος, ιδιαίτερη σημασία παρουσιάζουν τα πολυκριτηριακά προβλήματα βελτιστοποίησης, στα οποία υπάρχουν πολλαπλές αντικειμενικές συναρτήσεις.

3.2 Προβλήματα Μεγάλης Κλίμακας

Τα προβλήματα μεγάλης κλίμακας (Large-Scale Optimization Problems) [40][41][42][43] αποτελούν μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις της σύγχρονης βελτιστοποίησης. Τα εν λόγω προβλήματα χαρακτηρίζονται από πολύ μεγάλο αριθμό μεταβλητών απόφασης, αυξημένο υπολογιστικό κόστος και σύνθετο χώρο αναζήτησης. Καθώς αυξάνεται η διάσταση ενός προβλήματος, ο χώρος λύσεων μεγαλώνει εκθετικά δημιουργώντας το φαινόμενο της «κατάρας της διαστατικότητας» (curse of dimensionality). Ως αποτέλεσμα, πολλοί αλγόριθμοι παρουσιάζουν:

- Αργή σύγκλιση
- Πρόωρη σύγκλιση
- Μειωμένη ποικιλομορφία πληθυσμού
- Αυξημένο υπολογιστικό κόστος.

Η ανάπτυξη νέων αλγορίθμων με βελτιωμένη εξερευνητική ικανότητα,

προσαρμοστικότητα και δυνατότητα παράλληλης επεξεργασίας αποτελεί κρίσιμο ερευνητικό πεδίο.

3.3 Ντετερμινιστικοί vs Στοχαστικοί Αλγόριθμοι

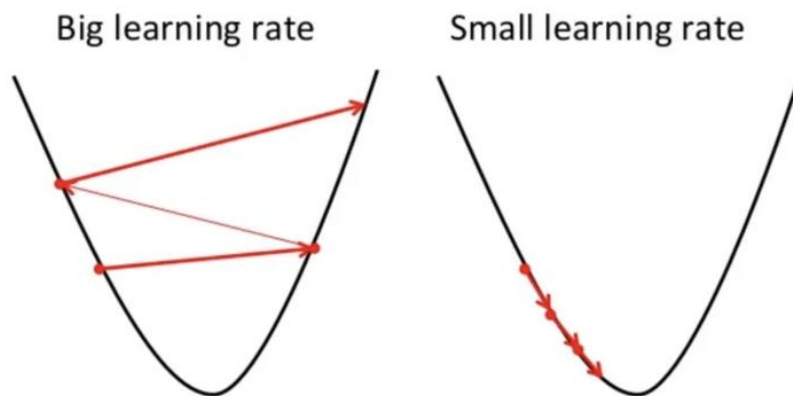
Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης μπορούν να ταξινομηθούν σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με τον τρόπο λειτουργίας τους και τα χαρακτηριστικά της διαδικασίας αναζήτησης που ακολουθούν. Μία από τις βασικότερες διακρίσεις αφορά τον διαχωρισμό μεταξύ ντετερμινιστικών και στοχαστικών αλγορίθμων. Οι ντετερμινιστικοί αλγόριθμοι λειτουργούν με προκαθορισμένο τρόπο, δηλαδή χωρίς τη χρήση τυχειότητας. Για δεδομένη είσοδο, παράγουν πάντα το ίδιο αποτέλεσμα, γεγονός που τους καθιστά προβλέψιμους και συχνά πιο εύκολους στην ανάλυση. Χαρακτηριστικά παραδείγματα περιλαμβάνουν μεθόδους βασισμένες σε παραγώγους, όπως η μέθοδος κλίσης (Gradient Descent) [44][45] και οι μέθοδοι Newton [46]. Οι μέθοδοι αυτές είναι ιδιαίτερα αποδοτικές σε προβλήματα όπου η αντικειμενική συνάρτηση είναι ομαλή και διαφορίσιμη. Ωστόσο, σε πολύπλοκα, μη γραμμικά και πολυτροπικά προβλήματα, οι κλασικές ντετερμινιστικές προσεγγίσεις συχνά αποτυγχάνουν να παρέχουν αξιόπιστες λύσεις, καθώς είναι πιθανό να παγιδευτούν σε τοπικά βέλτιστα. Αντίθετα, οι στοχαστικοί αλγόριθμοι ενσωματώνουν στοιχεία τυχειότητας κατά τη διαδικασία αναζήτησης. Αυτό τους επιτρέπει να εξερευνούν μεγαλύτερο μέρος του χώρου λύσεων και να αποφεύγουν την πρόωρη σύγκλιση (premature convergence) σε τοπικά ακρότατα. Οι περισσότερες μεταερευνητικές μέθοδοι ανήκουν σε αυτή την κατηγορία, όπως οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms) [47][48], η Differential Evolution (DE) [49][50] και η Particle Swarm Optimization (PSO) [51][52][53]. Οι αλγόριθμοι αυτοί βασίζονται σε μηχανισμούς εξερεύνησης και εκμετάλλευσης (exploration–exploitation), επιδιώκοντας ισορροπία μεταξύ της αναζήτησης νέων περιοχών του χώρου λύσεων και της βελτίωσης ήδη υποσχόμενων λύσεων. Ιδιαίτερα σημαντική κατηγορία στοχαστικών μεθόδων αποτελούν οι Swarm intelligence αλγόριθμοι, οι οποίοι προσομοιώνουν συλλογικές συμπεριφορές που παρατηρούνται στη φύση, όπως η συνεργασία σμηνών πτηνών, εντόμων ή λύκων. Αντιπροσωπευτικά παραδείγματα αποτελούν οι Particle Swarm Optimization (PSO) [51][52][53], Ant Colony Optimization (ACO) [54][55] και Whale optimization algorithm (WOA) [56][57]. Οι μέθοδοι αυτές έχουν παρουσιάσει υψηλή απόδοση σε προβλήματα συνεχούς και μεγάλης κλίμακας βελτιστοποίησης [40][41][42][43]. Μια δεύτερη σημαντική κατηγοριοποίηση αφορά τη δομή των λύσεων που χρησιμοποιεί ο αλγόριθμος.

Οι αλγόριθμοι βασισμένοι σε πληθυσμό (population-based methods) διαχειρίζονται ένα σύνολο υποψήφιων λύσεων που εξελίσσονται ταυτόχρονα, επιτρέποντας καλύτερη εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και διατήρηση της ποικιλομορφίας του πληθυσμού. Αντίθετα, οι αλγόριθμοι μίας λύσης (single-solution methods) βασίζονται στη διαδοχική βελτίωση μιας μόνο λύσης, όπως συμβαίνει στη Simulated Annealing [58]. Τέλος, οι αλγόριθμοι μπορούν να διακριθούν σε τοπικούς και καθολικούς (global) αλγορίθμους. Οι τοπικοί επικεντρώνονται στην εύρεση βελτιώσεων σε μια συγκεκριμένη περιοχή του χώρου λύσεων, ενώ οι καθολικοί στοχεύουν στη συνολική εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης, αυξάνοντας την πιθανότητα εύρεσης του καθολικού βέλτιστου. Παρόλα αυτά, πολλοί σύγχρονοι μεταερευνητικοί αλγόριθμοι εξακολουθούν να παρουσιάζουν περιορισμούς, όπως ανισορροπία μεταξύ exploration και exploitation, μειωμένη ποικιλομορφία πληθυσμού και περιορισμένη επεκτασιμότητα σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Η κατηγοριοποίηση αυτή δεν είναι απόλυτη, καθώς πολλοί σύγχρονοι αλγόριθμοι συνδυάζουν χαρακτηριστικά από περισσότερες από μία κατηγορίες, με στόχο τη βελτίωση της αποδοτικότητας, της ανθεκτικότητας και της ικανότητας εύρεσης ποιοτικότερων λύσεων.

3.4 Τοπικές vs Καθολικές Μέθοδοι

Οι μέθοδοι βελτιστοποίησης διακρίνονται σε τοπικές και καθολικές, ανάλογα με τον τρόπο με τον οποίο πραγματοποιείται η αναζήτηση της βέλτιστης λύσης στον χώρο αναζήτησης. Η βασική διαφορά τους είναι ότι οι τοπικές μέθοδοι επικεντρώνονται στη βελτίωση μιας συγκεκριμένης λύσης σε κοντινή περιοχή, ενώ οι καθολικές επιδιώκουν την εξερεύνηση ολόκληρου του χώρου αναζήτησης ώστε να εντοπίσουν το καθολικό βέλτιστο. Οι τοπικές μέθοδοι βελτιστοποίησης χρησιμοποιούν πληροφορίες της αντικειμενικής συνάρτησης, όπως η κλίση ή οι παράγωγοι, για να κατευθύνουν τη διαδικασία αναζήτησης προς ένα σημείο ελαχίστου. Χαρακτηριστικά παραδείγματα αποτελούν οι μέθοδοι Gradient Descent[44][45], Newton-Raphson[59] και BFGS [60]. Οι μέθοδοι αυτές λειτουργούν επαναληπτικά, ενημερώνοντας σταδιακά τη λύση με βάση την κατεύθυνση που μειώνει περισσότερο την τιμή της συνάρτησης κόστους. Στη μέθοδο Gradient Descent, η ενημέρωση της λύσης πραγματοποιείται σύμφωνα με τη σχέση: $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \eta \nabla f(\mathbf{x}_k)$ όπου η είναι ο ρυθμός μάθησης (learning rate) και $\nabla f(\mathbf{x}_k)$ η κλίση της αντικειμενικής συνάρτησης στο σημείο $\mathbf{x}_k$. Η μέθοδος μετακινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση της κλίσης, καθώς

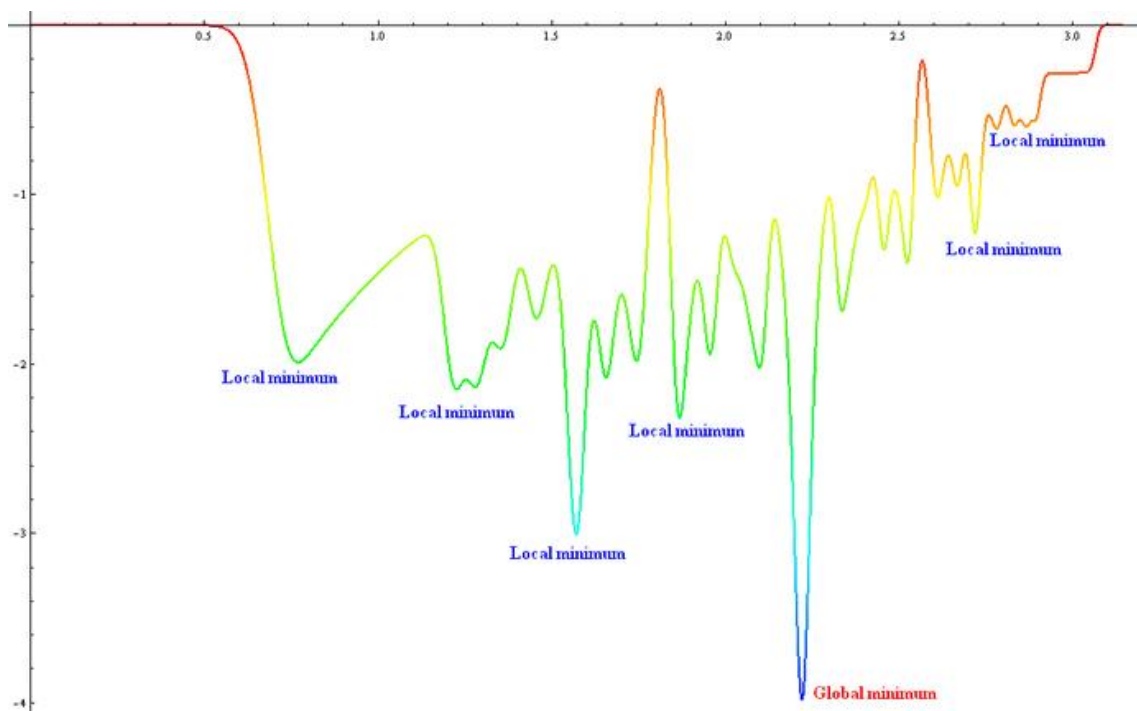
εκεί παρατηρείται η μεγαλύτερη μείωση της συνάρτησης κόστους. Αν ο ρυθμός μάθησης είναι πολύ μεγάλος, η διαδικασία μπορεί να γίνει ασταθής, ενώ αν είναι πολύ μικρός, η σύγκλιση γίνεται αργή.



Εικόνα 2: Επίδραση του ρυθμού μάθησης στη διαδικασία σύγκλισης της Gradient Descent.

<https://builtin.com/data-science/gradient-descent>

Πέρα από την κλασική Gradient Descent, έχουν αναπτυχθεί προσαρμοστικές μέθοδοι βελτιστοποίησης που βασίζονται στην Gradient Descent, όπως οι Adam [61] και RMSProp [62,63]. Οι αλγόριθμοι αυτοί προσαρμόζουν δυναμικά τον ρυθμό μάθησης για κάθε παράμετρο, επιτυγχάνοντας ταχύτερη και πιο σταθερή σύγκλιση, ιδιαίτερα σε προβλήματα μηχανικής μάθησης και νευρωνικών δικτύων. Η μέθοδος Adam συνδυάζει πληροφορία από τη μέση τιμή της κλίσης και τη διακύμανσή της, ενώ η RMSProp χρησιμοποιεί κινητό μέσο όρο των τετραγώνων των κλίσεων ώστε να αποφεύγονται μεγάλες ταλαντώσεις κατά τη βελτιστοποίηση. Η μέθοδος Newton-Raphson αξιοποιεί τόσο την πρώτη όσο και τη δεύτερη παράγωγο της συνάρτησης, επιτυγχάνοντας πολύ γρήγορη σύγκλιση όταν η αρχική εκτίμηση βρίσκεται κοντά στη λύση. Ωστόσο, απαιτεί περισσότερο υπολογιστικό κόστος λόγω του υπολογισμού της δεύτερης παραγώγου. Αντίστοιχα, η μέθοδος BFGS αποτελεί μια πιο αποδοτική προσέγγιση δεύτερης τάξης, καθώς προσεγγίζει τον Hessian πίνακα χωρίς να απαιτεί τον άμεσο υπολογισμό του. Γενικότερα, οι τοπικές μέθοδοι παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα, όπως γρήγορη σύγκλιση, υψηλή ακρίβεια και μικρότερο υπολογιστικό κόστος σε απλά προβλήματα. Παρ' όλα αυτά, επηρεάζονται έντονα από την αρχική λύση και συχνά παγιδεύονται σε τοπικά ελάχιστα, ιδιαίτερα όταν η αντικειμενική συνάρτηση είναι πολυτροπική ή μη γραμμική [64].



Εικόνα 3: Αναπαράσταση τοπικού και καθολικού ελαχίστου σε πρόβλημα βελτιστοποίησης.

<https://glopt.weebly.com/what-is-global-optimization.html>

Αντίθετα, οι καθολικές μέθοδοι βελτιστοποίησης επιδιώκουν την εξερεύνηση μεγαλύτερου μέρους του χώρου αναζήτησης, ώστε να εντοπίσουν το καθολικό βέλτιστο και όχι μόνο μια τοπικά καλή λύση. Σε αυτήν την κατηγορία ανήκουν οι Genetic Algorithms (GA) [47][48], Differential Evolution (DE) [49][50] και Particle Swarm Optimization (PSO) [51][52][53]. Οι καθολικές μέθοδοι βασίζονται συνήθως σε πληθυσμούς πιθανών λύσεων. Στους Genetic Algorithms, οι λύσεις αναπαρίστανται ως χρωμοσώματα και εξελίσσονται μέσω διαδικασιών όπως η επιλογή, η διασταύρωση και η μετάλλαξη, προσομοιώνοντας τη φυσική εξέλιξη. Στην Particle Swarm Optimization, τα σωματίδια κινούνται στον χώρο αναζήτησης ακολουθώντας τόσο τη δική τους καλύτερη θέση όσο και τη συνολικά καλύτερη λύση του πληθυσμού. Αντίστοιχα, το Differential Evolution δημιουργεί νέες λύσεις μέσω διαφορών μεταξύ υπαρχόντων διανυσμάτων λύσεων. Οι μέθοδοι αυτές είναι ιδιαίτερα κατάλληλες για πολύπλοκα προβλήματα με πολλά τοπικά άκρα, καθώς διαθέτουν ισχυρή ικανότητα εξερεύνησης και μειωμένη πιθανότητα παγίδευσης σε τοπικά

ελάχιστα. Επιπλέον, δεν απαιτούν πληροφορίες παραγώγων, γεγονός που τις καθιστά κατάλληλες για μη διαφορίσιμες ή θορυβώδεις συναρτήσεις. Ωστόσο, οι καθολικές μέθοδοι παρουσιάζουν αυξημένο υπολογιστικό κόστος και συνήθως απαιτούν μεγάλο αριθμό αξιολογήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης μέχρι να συγκλίνουν. Για τον λόγο αυτό, σε πολλές εφαρμογές χρησιμοποιούνται υβριδικές προσεγγίσεις, όπου οι καθολικές μέθοδοι χρησιμοποιούνται αρχικά για ευρεία εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης και στη συνέχεια εφαρμόζονται τοπικές μέθοδοι για λεπτομερή βελτιστοποίηση της τελικής λύσης.

3.5 Population-based vs Single-solution

Οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης μπορούν επίσης να κατηγοριοποιηθούν ανάλογα με τον αριθμό λύσεων που διαχειρίζονται κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αναζήτησης.

Οι single-solution μέθοδοι διατηρούν μία μόνο υποψήφια λύση, η οποία βελτιώνεται επαναληπτικά. Τυπικά παραδείγματα είναι οι Hill Climbing και Simulated Annealing [58]. Οι μέθοδοι αυτές χαρακτηρίζονται από χαμηλό υπολογιστικό κόστος αλλά περιορισμένη ικανότητα εξερεύνησης.

Αντίθετα, οι population-based μέθοδοι χρησιμοποιούν πληθυσμό λύσεων που εξελίσσεται ταυτόχρονα. Παραδείγματα αποτελούν οι Genetic Algorithms [47][48], Differential Evolution [49][50] και Particle Swarm Optimization [51][52][53].

Ο πληθυσμός σε έναν εξελικτικό αλγόριθμο μπορεί να αναπαρασταθεί ως:

$$\mathbf{P}^{(t)} = \{\mathbf{x}_1^{(t)}, \mathbf{x}_2^{(t)}, \dots, \mathbf{x}_N^{(t)}\}$$

Η χρήση πολλαπλών λύσεων επιτρέπει μεγαλύτερη ποικιλία και καλύτερη εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης, μειώνοντας την πιθανότητα παγίδευσης σε τοπικά ελάχιστα.

3.6 Ευρετικές και Μεταευρετικές Μέθοδοι

Η ανάγκη επίλυσης σύνθετων προβλημάτων βελτιστοποίησης οδήγησε στην ανάπτυξη μεθόδων που δεν βασίζονται αποκλειστικά σε αυστηρές μαθηματικές διαδικασίες, αλλά αξιοποιούν πιο ευέλικτες στρατηγικές αναζήτησης. Οι μέθοδοι αυτές διακρίνονται σε ευρετικές και μεταευρετικές, και χρησιμοποιούνται ευρέως όταν η εύρεση της ακριβούς βέλτιστης λύσης είναι υπολογιστικά δύσκολη ή πρακτικά ανέφικτη. Οι ευρετικές μέθοδοι αποτελούν κανόνες ή τεχνικές που έχουν σχεδιαστεί για να δίνουν γρήγορες και ικανοποιητικές λύσεις σε συγκεκριμένα προβλήματα. Συνήθως αξιοποιούν εμπειρική γνώση ή δομικά χαρακτηριστικά του προβλήματος και είναι ιδιαίτερα αποδοτικές σε

περιπτώσεις όπου απαιτείται ταχύτητα, χωρίς να είναι απαραίτητη η απόλυτη βελτιστοποίηση. Ωστόσο, οι ευρετικές είναι συνήθως εξειδικευμένες και δεν γενικεύονται εύκολα σε διαφορετικά προβλήματα. Αντίθετα, οι μεταευρετικές μέθοδοι [65] αποτελούν πιο γενικά πλαίσια αλγορίθμων, τα οποία μπορούν να εφαρμοστούν σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων. Αναπτύχθηκαν κυρίως τις τελευταίες δεκαετίες και συνεχίζουν να εξελίσσονται, καθώς προσαρμόζονται σε νέες ανάγκες και εφαρμογές. Ο όρος «μεταευρετική» αναφέρεται σε στρατηγικές ανώτερου επιπέδου που καθοδηγούν ή συνδυάζουν απλούστερες ευρετικές διαδικασίες, με στόχο τη βελτίωση της αποδοτικότητας της αναζήτησης. Ένα βασικό χαρακτηριστικό των μεταευρετικών αλγορίθμων είναι η χρήση στοχαστικών μηχανισμών. Η ενσωμάτωση τυχαιότητας επιτρέπει την εξερεύνηση διαφορετικών περιοχών του χώρου λύσεων και μειώνει την πιθανότητα παγίδευσης σε τοπικά ακρότατα. Για τον λόγο αυτό, οι μεταευρετικές είναι ιδιαίτερα κατάλληλες για προβλήματα μη γραμμικής και ολικής βελτιστοποίησης. Η λειτουργία των μεταευρετικών βασίζεται σε δύο θεμελιώδεις έννοιες: την εξερεύνηση (exploration) και την εκμετάλλευση (exploitation). Η εξερεύνηση αφορά τη διερεύνηση νέων περιοχών του χώρου λύσεων, συμβάλλοντας στην αύξηση της ποικιλομορφίας των πιθανών λύσεων. Αντίθετα, η εκμετάλλευση επικεντρώνεται στην εντατική αναζήτηση γύρω από ήδη καλές λύσεις, με στόχο τη βελτίωσή τους. Η ισορροπία μεταξύ αυτών των δύο διαδικασιών είναι κρίσιμη για την αποτελεσματικότητα ενός αλγορίθμου. Παρά το γεγονός ότι οι μεταευρετικές μέθοδοι δεν εγγυώνται την εύρεση της απόλυτα βέλτιστης λύσης, αποτελούν πρακτικά εργαλεία που μπορούν να παράγουν υψηλής ποιότητας αποτελέσματα σε αποδεκτό χρόνο. Αυτό τις καθιστά ιδιαίτερα χρήσιμες σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας, όπου η εξαντλητική αναζήτηση όλων των πιθανών λύσεων είναι αδύνατη. Οι μεταευρετικοί αλγόριθμοι μπορούν επίσης να ταξινομηθούν με βάση τη δομή τους. Για παράδειγμα, υπάρχουν μέθοδοι που βασίζονται σε πληθυσμούς λύσεων, όπως οι Γενετικοί Αλγόριθμοι (Genetic Algorithms) [47][48] και το Particle Swarm Optimization (PSO) [51][52][53], οι οποίες εξελίσσουν ένα σύνολο υποψήφιων λύσεων. Από την άλλη πλευρά, υπάρχουν μέθοδοι που βασίζονται σε μία μόνο λύση, όπως η Simulated Annealing, η οποία μεταβάλλει σταδιακά μια λύση μέσα στον χώρο αναζήτησης [58]. Συνολικά, οι μεταευρετικές προσεγγίσεις αποτελούν έναν αποτελεσματικό συμβιβασμό μεταξύ υπολογιστικής αποδοτικότητας και ποιότητας λύσης, και για τον λόγο αυτό χρησιμοποιούνται εκτενώς τόσο στην έρευνα όσο και σε βιομηχανικές εφαρμογές.

3.7 Εξερεύνηση και Εκμετάλλευση

Ένα από τα βασικότερα ζητήματα στον σχεδιασμό αλγορίθμων βελτιστοποίησης είναι η ισορροπία μεταξύ των εννοιών της εξερεύνησης (exploration) και της εκμετάλλευσης (exploitation). Οι δύο αυτές διαδικασίες αποτελούν θεμελιώδη στοιχεία για την αποτελεσματική αναζήτηση στο χώρο λύσεων. Η εξερεύνηση αναφέρεται στην ικανότητα του αλγορίθμου να εξετάζει νέες και άγνωστες περιοχές του χώρου λύσεων. Μέσω αυτής της διαδικασίας, αυξάνεται η ποικιλομορφία των λύσεων και μειώνεται η πιθανότητα σύγκλισης σε τοπικά ακρότατα. Η εξερεύνηση επιτυγχάνεται συνήθως με τη χρήση τυχαιότητας ή μηχανισμών που ενθαρρύνουν τη διαφοροποίηση των λύσεων. Από την άλλη πλευρά, η εκμετάλλευση αφορά τη συγκέντρωση της αναζήτησης γύρω από περιοχές που έχουν ήδη δώσει καλές λύσεις. Ο αλγόριθμος αξιοποιεί την υπάρχουσα πληροφορία για να βελτιώσει περαιτέρω τις υποψήφιες λύσεις, οδηγώντας σε ταχύτερη σύγκλιση. Η υπερβολική έμφαση στην εκμετάλλευση μπορεί να οδηγήσει σε πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά βέλτιστα, ενώ η υπερβολική εξερεύνηση μπορεί να καθυστερήσει τη σύγκλιση ή να αποτρέψει τη σταθεροποίηση της λύσης. Για τον λόγο αυτό, η αποτελεσματικότητα ενός μεταερευτικού αλγορίθμου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ισορροπία μεταξύ αυτών των δύο μηχανισμών. Σύγχρονες προσεγγίσεις επιχειρούν να προσαρμόζουν δυναμικά αυτή την ισορροπία κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης του αλγορίθμου. Για παράδειγμα, στην αρχή δίνεται μεγαλύτερη έμφαση στην εξερεύνηση, ενώ σε μεταγενέστερα στάδια ενισχύεται η εκμετάλλευση, ώστε να επιτευχθεί σύγκλιση σε ποιοτικές λύσεις.

3.8 Σύγκλιση και Κριτήρια Τερματισμού

Η σύγκλιση περιγράφει τη διαδικασία κατά την οποία ένας αλγόριθμος προσεγγίζει μία βέλτιστη λύση. Η ανάλυση σύγκλισης είναι ιδιαίτερα σημαντική για την αξιολόγηση της αξιοπιστίας και της αποδοτικότητας ενός αλγορίθμου. Στην πράξη, οι αλγόριθμοι τερματίζονται όταν ικανοποιηθεί κάποιο προκαθορισμένο κριτήριο. Ένα συνηθισμένο κριτήριο είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ή αξιολογήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης. Επιπλέον, χρησιμοποιούνται κριτήρια βασισμένα στη μεταβολή της αντικειμενικής συνάρτησης:

$$|f(\mathbf{x}_{(k+1)}) - f(\mathbf{x}_k)| < \epsilon$$

ή στη μεταβολή των λύσεων:

$$\|\mathbf{x}_{(k+1)} - \mathbf{x}_k\| < \epsilon$$

Σε gradient-based μεθόδους, ο τερματισμός μπορεί να βασίζεται και στο μέτρο της κλίσης:

$$\|\nabla f(\mathbf{x}_k)\| < \varepsilon$$

Στους population-based αλγορίθμους χρησιμοποιούνται συχνά κριτήρια στασιμότητας πληθυσμού, όταν δηλαδή οι λύσεις γίνουν υπερβολικά παρόμοιες μεταξύ τους [65].

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 : Improving the Giant-Armadillo Optimization Method

Εισαγωγή

Οι Alsayyed et al. [66] εισήγαγαν έναν νέο αλγόριθμο εμπνευσμένο από τη βιολογία, ο οποίος ανήκει στην ομάδα των μεταερευτικών αλγορίθμων. Αυτός ο νέος αλγόριθμος ονομάζεται Βελτιστοποιητής Γιγάντιου Αρμαδίλου (GAO) και στοχεύει στην αναπαραγωγή της συμπεριφοράς των γιγάντιων αρμαδίων στον πραγματικό κόσμο [67]. Ο νέος αλγόριθμος βασίζεται στη στρατηγική κυνηγιού του γιγάντιου αρμαδίου, η οποία κατευθύνεται προς το θήραμα και σκάβει αναχώματα τερμιτών.

Οι Owaid et al. παρουσίασαν μια μέθοδο [68] σχετικά με τη διαδικασία λήψης αποφάσεων σε προβλήματα διαχείρισης οργανωτικών και τεχνικών συστημάτων, η οποία χρησιμοποιεί επίσης πράκτορες γιγάντιου αρμαδίου. Πιο συγκεκριμένα παρουσίασαν μια μέθοδο για τη μεγιστοποίηση της ικανότητας λήψης αποφάσεων σε οργανωτικά και τεχνικά συστήματα που χρησιμοποιούν τεχνητή νοημοσύνη. Η έρευνα βασίζεται σε πράκτορες γιγάντιου αρμαδίου που εκπαιδεύονται με τη βοήθεια τεχνητών νευρωνικών δικτύων [69] , [70] και επιπλέον, χρησιμοποιείται ένας γενετικός αλγόριθμος για την επιλογή του καλύτερου.

4.1 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι τροποποιήσεις που υλοποιήθηκαν:

- **1^η τροποποίηση: Η εφαρμογή κανόνων τερματισμού.** Η προτεινόμενη προσθήκη θα επιτύχει τον πρόωρο τερματισμό της μεθόδου και δεν θα σπαταλήσει υπολογιστικό χρόνο σε επαναλήψεις.
- **2^η τροποποίηση: Μια περιοδική εφαρμογή μιας διαδικασίας τοπικής αναζήτησης.** Χρησιμοποιώντας τοπική βελτιστοποίηση, τα τοπικά ελάχιστα της αντικειμενικής συνάρτησης θα βρεθούν πιο αποτελεσματικά, γεγονός που θα οδηγήσει επίσης σε ταχύτερη ανακάλυψη του καθολικού ελαχίστου.

4.2 Τα βήματα του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος GAO βασίζεται σε διαδικασίες εμπνευσμένες από τη φύση και αρχικά δημιουργεί έναν πληθυσμό υποψήφιων λύσεων που είναι πιθανές λύσεις στο αντικειμενικό πρόβλημα. Ο αλγόριθμος GAO στοχεύει στην εξέλιξη του πληθυσμού των λύσεων μέσω

επαναληπτικών βημάτων. Ο αλγόριθμος έχει δύο κύριες φάσεις: **τη φάση εξερεύνησης**, όπου οι υποψήφιες λύσεις ενημερώνονται με μια διαδικασία που μιμείται την επίθεση αρμαδίων σε σωρούς τερμιτών και **την φάση εκμετάλλευσης**, όπου οι λύσεις ενημερώνονται παρόμοια με το σκάψιμο σε σωρούς τερμιτών. Τα βασικά βήματα του αλγορίθμου GAO παρουσιάζονται παρακάτω.

Βήμα 1: Αρχικοποίηση

Ορισμός N_c : αριθμός αρμαδίων στον πληθυσμό

Ορισμός N_g : μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

Τυχαία αρχικοποίηση των θέσεων $g_i, i=1, \dots, N_c$

iter = 0

p_i : ποσοστό πιθανότητας τοπικής αναζήτησης

Βήμα 2: Αξιολόγηση πληθυσμού

Για κάθε $i = 1$ έως N_c :

Υπολογισμός τιμής αντικειμενικής συνάρτησης: $f_i = f(g_i)$

Τελός Για

Βήμα 3: Υπολογισμός

- Για κάθε $i = 1$ έως N_c Κάνε

Φάση 1: Επίθεση σε λόφους τερμιτών

Δημιουργία τερμιτών $TM_i = \{g_{ki} : f_{ki} < f_i \text{ και } k_i \neq i\}$

Επιλογή καλύτερου λόφου τερμιτών STM_i για το αρμαντίλλο i

Δημιουργία νέας θέσης

$$g_{i,j}^{P1} = g_{i,j} + r_{i,j}(STM_{i,j} - l_{i,j} * g_{i,j})$$

Ενημέρωσε τη θέση του αρμαντίλλο

$$f(g_i^{P1}) \leq f_i \text{ τότε } g_i = g_i^{P1}$$

Φάση 2: Σκάψιμο σε λόφους τερμιτών

Δημιουργία νέας θέσης αναζήτησης

$$g_{i,j}^{P2} = g_{i,j} + (1 - 2r_{i,j})(b_j - a_j)/iter$$

Αν η νέα θέση είναι καλύτερη

$$-f(g_i^{P_2}) \leq f_i \text{ τότε } g_i = g_i^{P_2}$$

Τοπική Αναζήτηση:

Επιλογή $r \in [0,1]$

Αν $r \leq p_i$, εφαρμογή τοπικού αλγόριθμου (π.χ. BFGS, L-BFGS)

Τέλος Για

Βήμα 4: Έλεγχος Τερματισμού

Θέσε $\text{iter} = \text{iter} + 1$

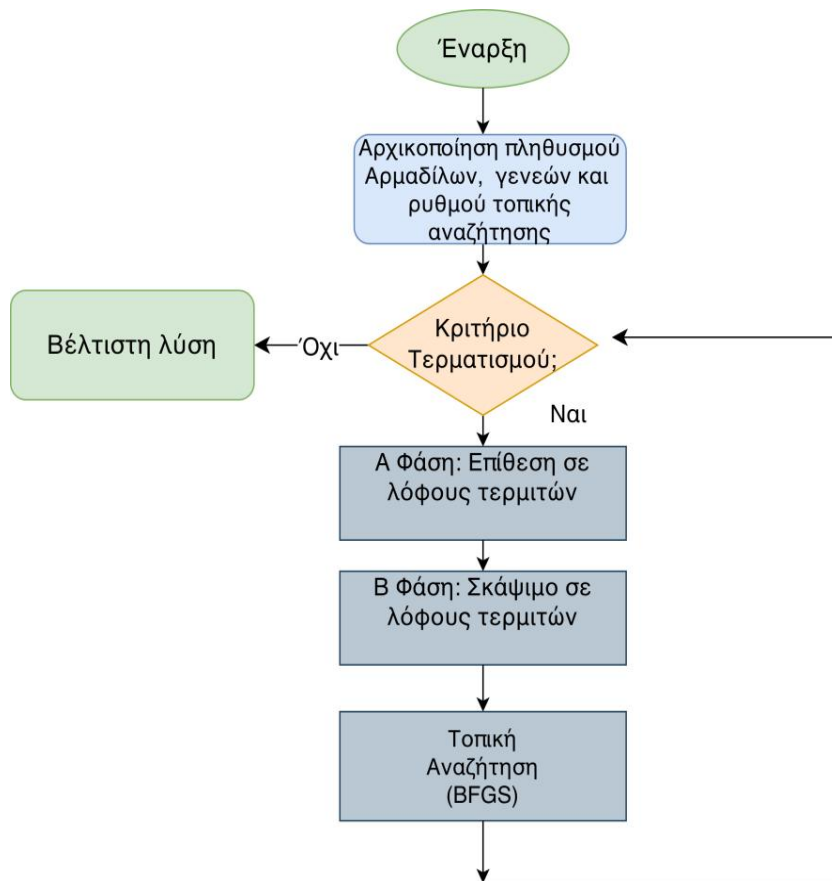
Έλεγχος κριτηρίων τερματισμού (επιλέγω ένα από τα δύο)

-Doublebox [71]

ή

-Similarity [72]

Ακολουθεί η σχηματική αναπαράσταση της τρέχουσας μεθόδου:



Εικόνα 4: Σχηματική αναπαράσταση της τρέχουσας μεθόδου.

4.3 Πειραματικά Αποτελέσματα

Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα κωδικοποιήθηκε σε ANSI-C++ και ενσωματώθηκε στο ελεύθερα διαθέσιμο περιβάλλον βελτιστοποίησης Optimus [73]. Το λογισμικό μπορεί να ληφθεί από τη διεύθυνση <https://github.com/itsoulos/GlobalOptimus/>. Το Optimus είναι εξ ολοκλήρου γραμμένο σε ANSI-C++ και δημιουργήθηκε χρησιμοποιώντας την ελεύθερα διαθέσιμη βιβλιοθήκη QT. Όλα τα πειράματα εκτελέστηκαν σε έναν AMD Ryzen 5950X με 128 GB RAM. Το λειτουργικό σύστημα που χρησιμοποιήθηκε ήταν το Debian Linux. Σε όλους τους πειραματικούς πίνακες, οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν μέσες κλήσεις συναρτήσεων για 30 εκτελέσεις. Σε κάθε εκτέλεση, χρησιμοποιήθηκε ένας διαφορετικός σπόρος για τη γεννήτρια τυχαίων αριθμών. Οι δεκαδικοί αριθμοί που περικλείονται σε παρενθέσεις αντιπροσωπεύουν το ποσοστό επιτυχίας της μεθόδου στην εύρεση του καθολικού ελαχίστου της αντίστοιχης συνάρτησης. Εάν αυτός ο αριθμός δεν εμφανίζεται, τότε η μέθοδος κατάφερε να ανακαλύψει το καθολικό ελάχιστο σε κάθε εκτέλεση. Οι παράμετροι προσομοίωσης για τις χρησιμοποιούμενες τεχνικές βελτιστοποίησης παρατίθενται στον Πίνακα 1. Οι τιμές για αυτές τις παραμέτρους επιλέχθηκαν για να επιτευχθεί ισορροπία μεταξύ της αναμενόμενης απόδοσης των μεθόδων βελτιστοποίησης και της ταχύτητάς τους. Όλες οι τεχνικές χρησιμοποίησαν ομοιόμορφη κατανομή για την αρχικοποίηση του αντίστοιχου πληθυσμού.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΣΗΜΑΣΙΑ	ΤΙΜΗ
N_c	Αριθμός των αρμαδίων	100
N_g	Μεγιστος αριθμός επαναλήψεων	200
pl	ρυθμός τοπικής αναζήτησης	0.05
ps	Ρυθμός επιλογής σε Γενετικό αλγόριθμο	0.10
pm	Ρυθμός μετάλλαξης σε Γενετικό αλγόριθμο	0.05

Πίνακας 1: Οι πειραματικές τιμές για κάθε παράμετρο που χρησιμοποιήθηκαν στα διεξαγόμενα πειράματα.

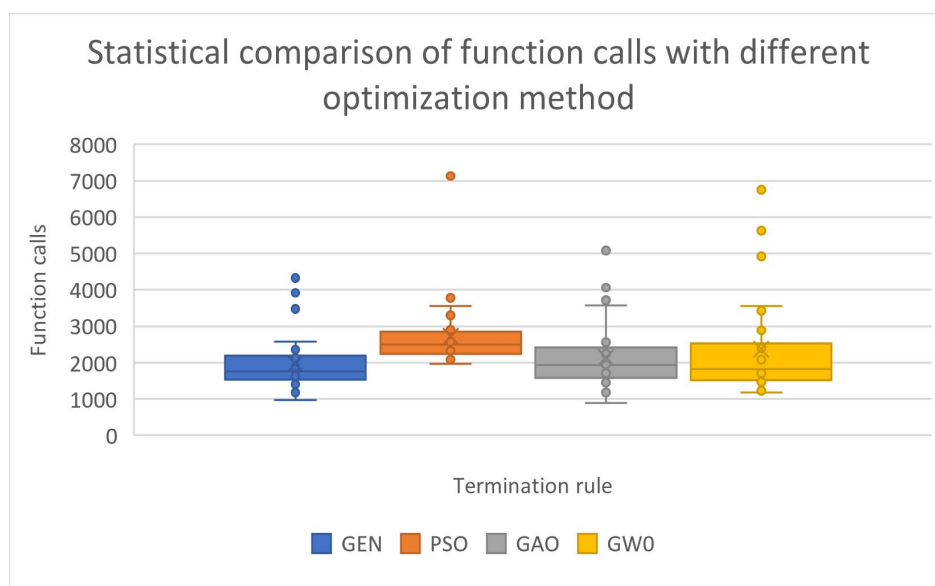
PROBLEM	Genetic	PSO	GWO	PROPOSED
BF1	2179	2364 (0.97)	2927	2239
BF2	1944	2269 (0.90)	2893	1864
BRANIN	1177	2088	2430	1179
CAMEL	1401	2278	1533	1450
EASOM	979	2172	2074 (0.93)	886
EXP4	1474	2231	1640	1499
EXP8	1551	2256	2392	1539
EXP16	1638	2165	3564	1581
EXP32	1704	2106	5631	1567
GKLS250	1195	2113	1407	1292
GKLS350	1396 (0.87)	1968	1889	1510
GOLDSTEIN	1878	2497	1820	1953
GRIEWANK2	2360 (0.87)	3027 (0.97)	1914	2657
GRIEWANK10	3474 (0.87)	3117 (0.87)	3427 (0.13)	4064 (0.97)
HANSEN	1761 (0.97)	2780	2290 (0.60)	1885
HARTMAN3	1404	2086	1497	1448
HARTMAN6	1632	2213 (0.87)	1616 (0.53)	1815
POTENTIAL3	2127	3557	1520	1942
POTENTIAL5	3919	7132	2544	3722
RASTRIGIN	2438 (0.97)	2754	1858	2411
ROSENBROCK4	1841	2909	4925	2690
ROSENBROCK8	2570	3382	5662	3573
ROSENBROCK16	4331	3780	6752	5085

SHEKEL5	1669 (0.97)	2700	1297 (0.53)	1911
SHEKEL7	1696	2612	1472 (0.60)	1930
SHEKEL10	1758	2594	1224 (0.57)	1952
TEST2N4	1787 (0.97)	2285	1680 (0.80)	1840 (0.83)
TEST2N5	2052 (0.93)	2368 (0.97)	1791 (0.73)	2029 (0.63)
TEST2N6	2216 (0.73)	2330 (0.73)	1710 (0.53)	2438 (0.80)
TEST2N7	2520 (0.73)	2378 (0.63)	1631 (0.47)	2567 (0.60)
SINU4	1514	2577	1241 (0.70)	1712
SINU8	1697	2527	1184 (0.83)	1992
SINU16	2279 (0.97)	2657	1296 (0.67)	2557
TEST30N3	1495	3302	1527	1749
TEST30N4	1897	3817	2520	2344
SUM	68,953 (0.97)	95,391 (0.97)	82,778 (0.85)	74,982 (0.97)

Πίνακας 2: Πειραματικά αποτελέσματα και σύγκριση με άλλες μεθόδους. Ο κανόνας τερματισμού που χρησιμοποιείται είναι ο κανόνας τερματισμού Similarity.

Ο πίνακας 2 παρουσιάζει πειραματικά αποτελέσματα και συγκριτική αξιολόγηση διαφορετικών μεταερευνητικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε ένα σύνολο προβλημάτων. Οι μέθοδοι που συγκρίνονται περιλαμβάνουν έναν γενετικό αλγόριθμο, έναν αλγόριθμο σμήνους σωματιδίων, έναν αλγόριθμο βασισμένο σε ιεραρχία λύκων και την προτεινόμενη μέθοδο. Τα αριθμητικά αποτελέσματα αντιστοιχούν στον αριθμό αξιολογήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης που απαιτήθηκαν μέχρι την επίτευξη του κριτηρίου τερματισμού. Σε παρενθέσεις εμφανίζεται το ποσοστό επιτυχίας, το οποίο εκφράζει τη συχνότητα με την οποία ο αλγόριθμος πέτυχε αποδεκτή λύση μέσα στα προκαθορισμένα όρια. Από τη συνολική σύγκριση προκύπτουν τα εξής γενικά συμπεράσματα: Η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει σταθερά χαμηλό αριθμό αξιολογήσεων, γεγονός που υποδηλώνει ταχύτερη σύγκλιση σε σχέση με τις περισσότερες συγκρινόμενες μεθόδους. Σε αρκετές περιπτώσεις, η προτεινόμενη προσέγγιση υπερέρχει τόσο σε αποδοτικότητα όσο και σε αξιοπιστία, διατηρώντας υψηλό ποσοστό επιτυχίας. Οι κλασικές μέθοδοι παρουσιάζουν μεγαλύτερη διακύμανση στην απόδοσή τους, με ορισμένες να απαιτούν σημαντικά περισσότερες αξιολογήσεις, ιδιαίτερα σε πιο απαιτητικά προβλήματα. Το άθροισμα των αποτελεσμάτων επιβεβαιώνει τη συνολική ανωτερότητα της προτεινόμενης

μεθόδου, καθώς επιτυγχάνει καλύτερη ισορροπία μεταξύ ταχύτητας και σταθερότητας. Τέλος, σημειώνεται ότι ο κανόνας τερματισμού που χρησιμοποιείται στα πειράματα (Similarity), είναι ο ίδιος σε όλους τους αλγορίθμους εξασφαλίζοντας δίκαιη σύγκριση μεταξύ όλων των αλγορίθμων. Αυτό καθιστά τα αποτελέσματα αξιόπιστα και αντιπροσωπευτικά της πραγματικής συμπεριφοράς των μεθόδων.



Διάγραμμα 1: Στατιστική σύγκριση χρησιμοποιώντας τον αριθμό των κλήσεων συναρτήσεων. Η δοκιμή πραγματοποιήθηκε για τρεις διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης.

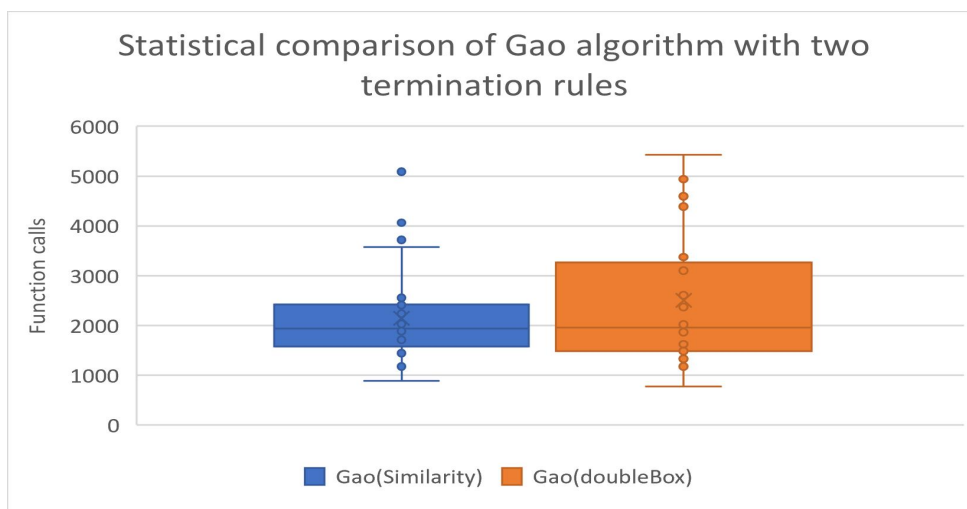
Το διάγραμμα 1 απεικονίζει τη σύγκριση των μεθόδων βελτιστοποίησης με βάση τον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης που απαιτούνται μέχρι τον τερματισμό, προσφέροντας μια πιο σφαιρική εικόνα της συμπεριφοράς τους. Μέσα από τα boxplots γίνεται φανερό όχι μόνο πόσο γρήγορα συγκλίνει συνήθως κάθε μέθοδος, αλλά και πόσο σταθερή είναι. Ορισμένες μέθοδοι παρουσιάζουν πιο συνεπή απόδοση, με μικρότερη διασπορά και χαμηλότερες τυπικές τιμές, ενώ άλλες εμφανίζουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα, γεγονός που υποδηλώνει ότι η απόδοσή τους εξαρτάται περισσότερο από τις συνθήκες του προβλήματος. Συνολικά, το διάγραμμα συμπληρώνει την ποσοτική ανάλυση και βοηθά στην καλύτερη κατανόηση των διαφορών τόσο στην αποδοτικότητα όσο και στη σταθερότητα των εξεταζόμενων μεθόδων.

PROBLEM	Similarity	Doublebox
BF1	2239	2604
BF2	1974	1864
BRANIN	1179	1179
CAMEL	1450	1245
EASOM	886	775
EXP4	1499	1332
EXP8	1539	1371
EXP16	1581	1388
EXP32	1567	1384
GKLS250	1292	1483
GKLS350	1510	2429
GOLDSTEIN	1953	2019
GRIEWANK2	2657	5426
GRIEWANK10	4064 (0.97)	4940 (0.97)
HANSEN	1885	4482
HARTMAN3	1448	1458
HARTMAN6	1815	1625
POTENTIAL3	1942	1700
POTENTIAL5	3722	3395
RASTRIGIN	2411	4591
ROSENBROCK4	2690	2371
ROSENBROCK8	3573	3166
ROSENBROCK16	5085	4386
SHEKEL5	1911	1712
SHEKEL7	1930	1722
SHEKEL10	1952	1956
TEST2N4	1840 (0.83)	3103 (0.83)
TEST2N5	2029 (0.63)	3375 (0.67)

TEST2N6	2438 (0.80)	4458 (0.83)
TEST2N7	2567 (0.60)	4425 (0.63)
SINU4	1712	1657
SINU8	1992	1874
SINU16	2557	2612
TEST30N3	1749	1483
TEST30N4	2344	2737
SUM	74,982 (0.97)	87,727 (0.97)

Πίνακας 3: Μέσος αριθμός κλήσεων συναρτήσεων για την προτεινόμενη μέθοδο χρησιμοποιώντας τους δύο προτεινόμενους κανόνες τερματισμού.

Ο πίνακας 3 παρουσιάζει τη σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου ως προς τον μέσο αριθμό κλήσεων της συνάρτησης, χρησιμοποιώντας δύο διαφορετικούς κανόνες τερματισμού. Από τα αποτελέσματα φαίνεται ότι στις περισσότερες περιπτώσεις, ο κανόνας τερματισμού Similarity [72] οδηγεί σε μικρότερο αριθμό κλήσεων, υποδηλώνοντας ταχύτερη σύγκλιση, ενώ ο κανόνας Doublebox [71] απαιτεί συνήθως περισσότερες αξιολογήσεις, ιδιαίτερα σε πιο απαιτητικά προβλήματα. Παρότι και οι δύο κανόνες παρουσιάζουν παρόμοια ποσοστά επιτυχίας, η συνολική σύγκριση, όπως αποτυπώνεται και στη γραμμή του αθροίσματος, δείχνει ότι ο κανόνας τερματισμού Similarity είναι γενικά πιο αποδοτικός, καθώς επιτυγχάνει καλύτερη ισορροπία μεταξύ υπολογιστικού κόστους και αξιοπιστίας της λύσης.



Διάγραμμα 2: Σύγκριση του αλγορίθμου Gao με δύο κανόνες τερματισμού.

Το διάγραμμα 2 παρουσιάζει μια σύγκριση της συμπεριφοράς του αλγορίθμου ως προς τον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης, όταν εφαρμόζονται δύο διαφορετικοί κανόνες τερματισμού. Από την απεικόνιση γίνεται φανερό ότι ο κανόνας τερματισμού Similarity οδηγεί σε μικρότερο και πιο συγκεντρωμένο εύρος τιμών, γεγονός που υποδηλώνει ταχύτερη και πιο σταθερή σύγκλιση. Αντίθετα, ο κανόνας doublebox εμφανίζει μεγαλύτερη διασπορά και υψηλότερες ακραίες τιμές, κάτι που δείχνει ότι σε ορισμένες περιπτώσεις απαιτείται σημαντικά μεγαλύτερος αριθμός κλήσεων. Συνολικά, η γραφική σύγκριση επιβεβαιώνει ότι ο κανόνας τερματισμού Similarity προσφέρει πιο συνεπή απόδοση, ενώ ο κανόνας doublebox χαρακτηρίζεται από αυξημένη μεταβλητότητα, παρά το γεγονός ότι και οι δύο προσεγγίσεις οδηγούν σε επιτυχή τερματισμό.

PROBLEM	$pl = 0.005$	$pl = 0.01$	$pl = 0.05$
BF1	1531 (0.97)	1559	2239
BF2	1457 (0.97)	1319	1864
BRANIN	921	913	1179
CAMEL	1037	1022	1450
EASOM	871	850	886
EXP4	942	926	1499
EXP8	930	936	1539
EXP16	1020	961	1581
EXP32	1005	982	1567
GKLS250	1197	1106	1292
GKLS350	1256	1221	1510
GOLDSTEIN	1124	1146	1953
GRIEWANK2	1900 (0.93)	1976 (0.97)	2657
GRIEWANK10	1444 (0.40)	1963 (0.70)	4064 (0.97)
HANSEN	1872	1726 (0.93)	1885
HARTMAN3	1005	967	1448
HARTMAN6	976 (0.87)	1052 (0.97)	1815
POTENTIAL3	1018	1081	1942
POTENTIAL5	1313	1439	3722
RASTRIGIN	1614 (0.97)	1687 (0.97)	2411
ROSENBRO CK4	1097	1203	2690
ROSENBRO CK8	1179	1403	3573
ROSENBRO CK16	1437	1801	5085
SHEKEL5	1070 (0.97)	1073	1911
SHEKEL7	1076 (0.93)	1124	1930

SHEKEL10	1152 (0.97)	1170 (0.97)	1952
TEST2N4	1409 (0.80)	1285 (0.87)	1840 (0.83)
TEST2N5	1451 (0.53)	1350 (0.63)	2029 (0.63)
TEST2N6	1417 (0.60)	1529 (0.67)	2438 (0.80)
TEST2N7	1500 (0.47)	1451 (0.33)	2567 (0.60)
SINU4	1210	1199	1712
SINU8	1163	1145	1992
SINU16	1377	1296	2557
TEST30N3	1057	1189	1749
TEST30N4	1897	3817	2344
SUM	43,213 (0.92)	44,331 (0.94)	74,982 (0.97)

Πίνακας 4: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές τιμές για τον τοπικό ρυθμό αναζήτησης και την προτεινόμενη μέθοδο.

Ο πίνακας 4 παρουσιάζει τα πειραματικά αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου του τοπικού ρυθμού αναζήτησης, αναδεικνύοντας την επίδρασή της στον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης και στο ποσοστό επιτυχίας. Παρατηρείται ότι μικρότερες τιμές της παραμέτρου οδηγούν γενικά σε σημαντικά μειωμένο υπολογιστικό κόστος, καθώς απαιτούνται λιγότερες κλήσεις για τη σύγκλιση, ωστόσο συνοδεύονται από ελαφρώς χαμηλότερα ποσοστά επιτυχίας. Αντίθετα, μεγαλύτερες τιμές εμφανίζουν αυξημένο αριθμό κλήσεων, αλλά προσφέρουν πιο αξιόπιστη σύγκλιση, όπως φαίνεται και από το υψηλότερο συνολικό ποσοστό επιτυχίας. Η συνολική σύγκριση υποδεικνύει ότι υπάρχει ένας σαφής συμβιβασμός μεταξύ αποδοτικότητας και αξιοπιστίας, γεγονός που καθιστά την κατάλληλη επιλογή της παραμέτρου κρίσιμη για την επίτευξη ισορροπημένης και αποτελεσματικής απόδοσης της μεθόδου.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 :EOFA An Extended Version of the Optimal Foraging Algorithm for Global Optimization Problems

Εισαγωγή

Οι Zhu και Zhang πρότειναν μια νέα μεθοδολογία στον τομέα της βελτιστοποίησης, η οποία βασίζεται στη στρατηγική αναζήτησης τροφής των ζώων [74]. Ο Βέλτιστος Αλγόριθμος Αναζήτησης Τροφής (Optimal Foraging Algorithm) αποτελεί έναν αλγόριθμο σημανούς νοημοσύνης, εμπνευσμένο από την οικολογική και κοινωνική συμπεριφορά των ζώων. Στη συνέχεια, οι Fu et al. παρουσίασαν μια παραλλαγή του OFA, ενσωματώνοντας την τεχνική της Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution) [75]. Επιπλέον, οι Jian και Zhu εισήγαγαν μια τροποποίηση του αλγορίθμου με μηχανισμό πρόβλεψης κατεύθυνσης [76], με στόχο τη βελτίωση της αποδοτικότητας και της συγκλίνουσας συμπεριφοράς του αρχικού μοντέλου. Πιο πρόσφατα, οι Chen Ding και Guang Yu Zhu ανέπτυξαν έναν βελτιωμένο ανταγωνιστικό κοινωνικό βέλτιστο αλγόριθμο αναζήτησης (QOS-OFA), προκειμένου να αντιμετωπιστούν αποτελεσματικότερα σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης [77].

5.1 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι τροποποιήσεις που υλοποιήθηκαν:

- **1η τροποποίηση :** η χρήση μιας εξελιγμένης τεχνικής δειγματοληψίας σημείων από την αντικειμενική συνάρτηση. Σε αυτή την τροποποίηση η δειγματοληψία βασίζεται στην τεχνική K-means με τον τρόπο αυτό επιτυγχάνεται καλύτερη κατανομή των λύσεων στον χώρο αναζήτησης και αποφεύγεται η πρόωρη σύγκλιση σε τοπικά ακρότατα.
- **2η τροποποίηση :** η εφαρμογή μερικών βημάτων μιας τοπικής διαδικασίας αναζήτησης στη δημιουργία απογόνων εάν ένας απόγονος δεν είναι συνεπής με τα όρια $[a, b]$ της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x)$. Με αυτήν την τροποποίηση, διασφαλίζεται ότι θα δημιουργηθεί ένα νέο σημείο εντός του ορισμού πεδίου της συνάρτησης αφενός, και αφετέρου, θα έχει ελαφρώς χαμηλότερη τιμή από τον προκάτοχό της.
- **3η τροποποίηση :** η χρήση ενός αποτελεσματικού κανόνα τερματισμού για τον αποτελεσματικό τερματισμό της καθολικής μεθόδου βελτιστοποίησης. Με αυτή

την τροποποίηση αποφεύγονται περιττοί υπολογισμοί όταν ο αλγόριθμος έχει ουσιαστικά συγκλίνει.

5.2 Τα κύρια βήματα του αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος OFA χρησιμοποιεί τη φύση ως πηγή έμπνευσης. Ο αλγόριθμος OFA έχει ως κύριο σκοπό την εξέλιξη του πληθυσμού χρησιμοποιώντας ορισμένα επαναληπτικά βήματα τα οποία θα παρουσιαστούν λεπτομερέστερα παρακάτω. Η ποιότητα του αρχικού πληθυσμού μπορεί να βελτιωθεί, επιτρέποντας την πιο αποτελεσματική εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης.

1. Βήμα Αρχικοποίησης

- (α) Όρισε το N_c : αριθμό ατόμων στον πληθυσμό.
- (β) Όρισε το N_g : μέγιστο αριθμός επιτρεπόμενων επαναλήψεων.
- (γ) Τυχαία αρχικοποίηση P των μελών του πληθυσμού στο σύνολο S (με βάση τη δειγματοληψία k-means).
- (δ) Δημιουργία πληθυσμού QOP (αντι-θέση του P).
- (ε) Θέσε $t = 0$ (αριθμός επανάληψης).
- (στ) Επιλογή των καταλληλότερων N_c λύσεων από $\{P, QOP\}$ με τη μέθοδο QOBL.

2. Βήμα Υπολογισμού

- (α) Δημιουργία απογόνων x^{t+1} βάσει της εξίσωσης:

$$x_j^{t+1} = \{(x_j^t + K(t) * (r_1 - r_2) * (x_j^t - x_b^t) + (1 - K(t)) * (x_1^t - x_r^t)), \text{ για } j = 2, \dots, N_c$$

$$x_1^t + K(t) * (r_1 - r_2) * (x_1^t - x_{N_c}^t)) \text{ , για } j=1 \text{ όπου } K(t) = \cos((\pi t)/2N_g)$$

- (β) Για κάθε $j = 1$ έως N_c :

i. Αν $x^{t+1} \notin S$, τότε εφάρμοσε τοπική αναζήτηση $LS(x^t, B_i)$.

ii. Αν $\lambda_j^{t+1} * f(x^{t+1})/1 + (t + 1) * \lambda_j^{t+1} < f(x^t)/t$,

τότε κράτησε το x^{t+1} , αλλιώς κράτησε το x^t .

- (γ) Τέλος Για

- (δ) Ταξινόμηση όλων των λύσεων από την καλύτερη στη χειρότερη

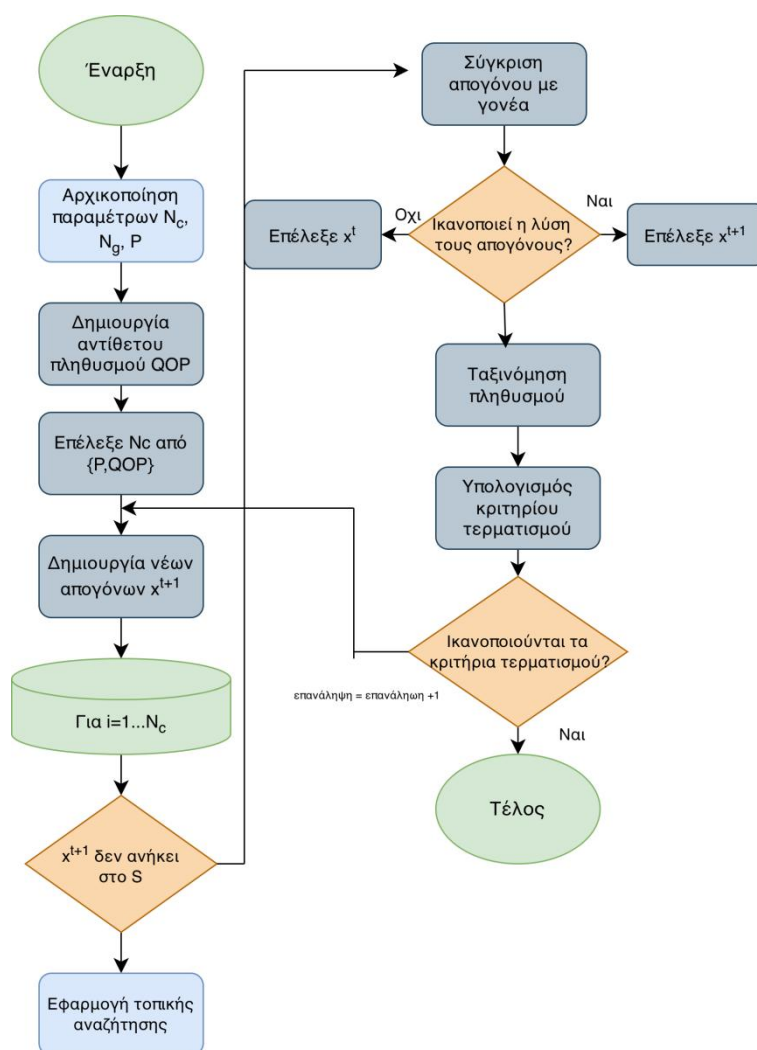
3. Βήμα Ελέγχου Τερματισμού

(α) Θέσε $t = t + 1$.

(β) Υπολογισμός βάσει του κανόνα Charilogis.

(γ) Αν δεν πληρούνται ο όρος τερματισμού, επιστροφή στο Βήμα 2. Αλλιώς, τερματισμός.

Ακολουθεί η σχηματική αναπαράσταση της τρέχουσας μεθόδου:



Εικόνα 5: Τα βήματα της προτεινόμενης μεθόδου.

5.3 Πειραματικά Αποτελέσματα

Πραγματοποιήθηκε μια σειρά πειραμάτων χρησιμοποιώντας τις συναρτήσεις δοκιμής, κάθε πείραμα διεξήχθη 30 φορές χρησιμοποιώντας διαφορετικούς σπόρους για τη γεννήτρια τυχαίων τιμών κάθε φορά. Οι μέσοι όροι των κλήσεων συναρτήσεων μετρήθηκαν και παρουσιάζονται στους ακόλουθους πίνακες. Το λογισμικό κωδικοποιήθηκε σε ANSI C++ με τη βοήθεια του πακέτου βελτιστοποίησης OPTIMUS [73], το οποίο είναι ελεύθερα διαθέσιμο από τη διεύθυνση <https://github.com/itsoulos/OPTIMUS>. Οι τιμές για τις πειραματικές παραμέτρους φαίνονται στον Πίνακα 5 που ακολουθεί

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΣΗΜΑΣΙΑ	ΤΙΜΗ
N_c	Αριθμός των σωματιδίων	500
N_g	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων	200
N_m	Αριθμός αρχικών δειγμάτων για τον αλγόριθμο k-means	$10 \times N_c$
N_k	Αριθμός επαναλήψεων για τον κανόνα 5 τερματισμού	5
p_s	Ρυθμός επιλογής για τον Γενετικό αλγόριθμο	0.1
p_m	Ρυθμός μετάλλαξης για τον Γενετικό αλγόριθμο	0.05
B_i	Αριθμός επαναλήψεων για BFGS	3

Πίνακας 5: Πειραματικές ρυθμίσεις. Οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για όλες τις παραμέτρους.

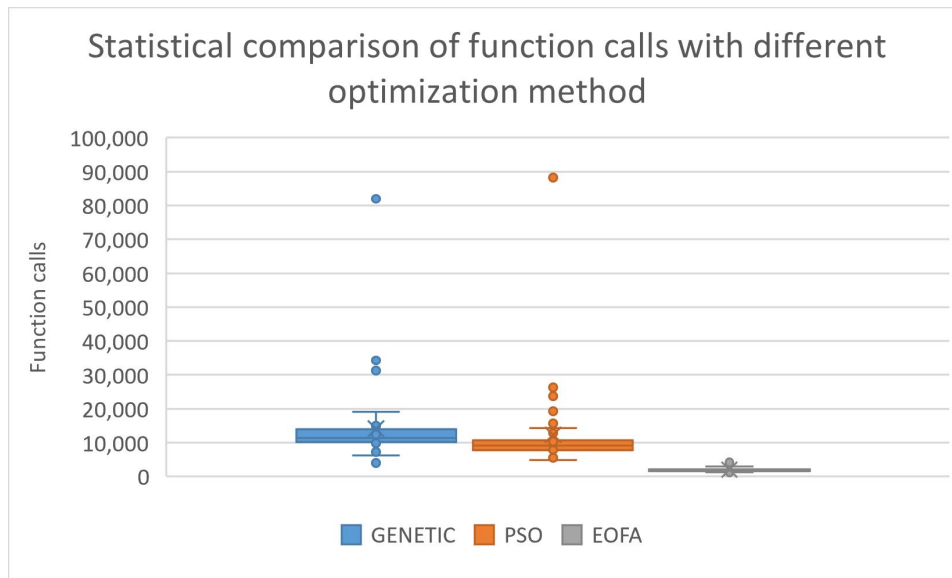
FUNCTION	GENETIC	PSO	EOFA
ACKLEY	16,754	24,518	1346
BF1	10,466	9912	1856
BF2	10,059	9364	1738
BF3	7290	9847	1408
BRANIN	10,032	5940	1479

CAMEL	11,069	7132	1540
EASOM	10,587	4922	1304
EXP4	10,231	7382	1651
EXP8	10,622	7644	1891
EXP16	10,458	8050	2145
EXP32	10,202	8800	2165
EXTENDEDf10	10,739	14,363	1361
F12	31,277	23,705	4340
F14	14,598	26,296	1617
F15	8215	13,599	1620
F17	9202	11,851	1438
GKLS250	10,198	5488	1404
GKLS350	9861	6029	1325
GOLDSTEIN	11,901	9244	1751
GRIEWANK2	13,612	10,315	1602
GRIEWANK10	14,750	15,721	3092
HANSEN	13,053	7636	1559
HARTMAN3	10,066	6897	1664
HARTMAN6	11,119	8061	1873
POTENTIAL3	16,325	10,728	2093
POTENTIAL5	34,284	19,307	3397
RASTRIGIN	13,354	9783	1528
ROSENBROCK4	12,618	9266	2134
ROSENBROCK8	15,019	12,854	2985
ROSENBROCK16	17,150	21,074	4151
SHEKEL5	13,927	8383	2021
SHEKEL7	13,688	8491	2029
SHEKEL10	13,722	8746	2120
TEST2N4	10,522	7815	1608
TEST2N5	10,847	8393	1658
TEST2N6	11,180	9385	1782

TEST2N7	11,485	10,561	1876
SPHERE	3942	8330	1199
SCHWEFEL	4688	9037	1242
SCHWEFEL2.21	6233	7872	1286
SCHWEFEL2.22	81,980	88,227	5309
SINU4	12,920	7250	1700
SINU8	12,703	8202	2202
SINU16	12,404	10,640	2188
TEST30N3	16,692	7750	1912
TEST30N4	19,159	10,036	1820
SUM	651,203	564,846	91,409

Πίνακας 6: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί στα κελιά αντιπροσωπεύουν τις μέσες κλήσεις συναρτήσεων.

Ο πίνακας 6 παρουσιάζει συγκριτικά πειραματικά αποτελέσματα για διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης, όπου τα αριθμητικά μεγέθη αντιστοιχούν στον μέσο αριθμό κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης μέχρι την επίτευξη του κριτηρίου τερματισμού. Από τα αποτελέσματα προκύπτει σαφής διαφοροποίηση στην αποδοτικότητα των μεθόδων, καθώς οι κλασικές προσεγγίσεις απαιτούν σημαντικά μεγαλύτερο υπολογιστικό κόστος, με αυξημένο αριθμό κλήσεων σε σχεδόν όλα τα προβλήματα. Αντίθετα, η τρίτη μέθοδος εμφανίζει σταθερά χαμηλότερες τιμές, γεγονός που υποδηλώνει ταχύτερη σύγκλιση και πιο αποδοτική εκμετάλλευση του χώρου αναζήτησης. Η συνολική σύγκριση, όπως αποτυπώνεται και στη γραμμή του αθροίσματος, ενισχύει το συμπέρασμα ότι η προτεινόμενη προσέγγιση υπερέχει συνολικά, συνδυάζοντας μειωμένο υπολογιστικό φόρτο με πιο συνεπή συμπεριφορά σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων.



Διάγραμμα 3: Στατιστική αναπαράσταση των κλήσεων συνάρτησης για διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης.

Το διάγραμμα 3 παρουσιάζει τη στατιστική σύγκριση διαφορετικών μεθόδων βελτιστοποίησης με βάση τον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης που απαιτούνται έως τον τερματισμό. Από τα boxplots διακρίνεται ότι οι κλασικές προσεγγίσεις εμφανίζουν υψηλότερες διάμεσες τιμές και μεγαλύτερη διασπορά, γεγονός που υποδηλώνει αυξημένο υπολογιστικό κόστος και λιγότερο σταθερή συμπεριφορά. Αντίθετα, η τρίτη μέθοδος συγκεντρώνει τις χαμηλότερες τιμές με μικρότερη μεταβλητότητα, δείχνοντας πιο γρήγορη σύγκλιση. Η παρουσία αυξημένων τιμών στις πρώτες δύο μεθόδους φανερώνει ότι σε ορισμένες περιπτώσεις απαιτείται σημαντικά μεγαλύτερος αριθμός κλήσεων, ενώ η τελευταία προσέγγιση διατηρεί πιο προβλέψιμη απόδοση. Συνολικά, το διάγραμμα αναδεικνύει ξεκάθαρα τη διαφοροποίηση στην αποδοτικότητα και τη σταθερότητα των συγκρινόμενων μεθόδων.

Επιπλέον, διεξήχθη ένα πείραμα το οποίο αφορά τη δειγματοληψία της προτεινόμενης μεθόδου. Σε αυτή τη δοκιμή, χρησιμοποιήθηκαν τρεις διαφορετικές μέθοδοι δειγματοληψίας:

1. Η στήλη **UNIFORM** αντιπροσωπεύει την εφαρμογή της ομοιόμορφης δειγματοληψίας στην προτεινόμενη μέθοδο.
2. Η στήλη **TRIANGULAR** [78] αντιπροσωπεύει την εφαρμογή της τριγωνικής κατανομής για τη δειγματοληψία των αρχικών σημείων της προτεινόμενης μεθόδου.

3. Η στήλη **KMEANS** [79][80] αντιπροσωπεύει τη μέθοδο δειγματοληψίας που παρουσιάζεται στην τρέχουσα εργασία.

Τα πειραματικά αποτελέσματα για αυτήν τη δοκιμή παρουσιάζονται στον Πίνακα 7 που ακολουθεί.

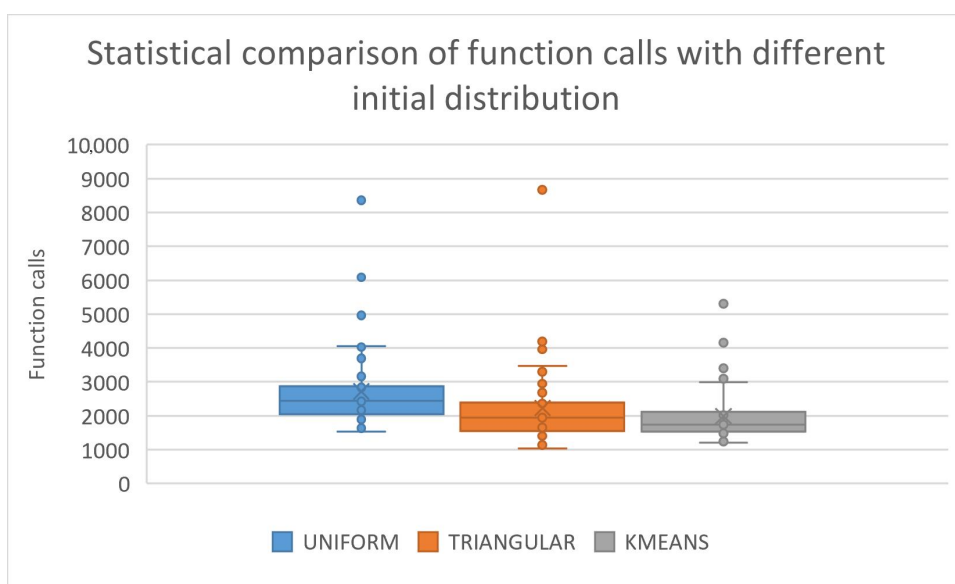
FUNCTION	UNIFORM	TRIANGULAR	KMEANS
ACKLEY	1803	1330	1346
BF1	2637	2146	1856
BF2	2470	2011	1738
BF3	1863	1366	1408
BRANIN	2023	1518	1479
CAMEL	2174	1671	1540
EASOM	1755	1264	1304
EXP4	2428	1844	1651
EXP8	2500	1939	1891
EXP16	2568	2026	2145
EXP32	2534	1976	2165
EXTENDEDFF10	1812	1360	1361
F12	6085	4196	4340
F14	2225	1691	1617
F15	1950	1512	1620
F17	1932	1424	1438
GKLS250	1895	1403	1404
GKLS350	1789	1249	1325
GOLDSTEIN	2516	2013	1751
GRIEWANK2	2242	1711	1602
GRIEWANK10	3776	3416	3092
HANSEN	2163	1678	1559
HARTMAN3	2289	1757	1664
HARTMAN6	2541	2065	1873
POTENTIAL3	2841	2366	2093

POTENTIAL5	4029	3960	3397
RASTRIGIN	2105	1779	1528
ROSENBROCK4	3255	2949	2134
ROSENBROCK8	4059	3468	2985
ROSENBROCK16	4963	4391	4151
SPHERE	1533	1033	1199
SCHWEFEL	1635	1139	1242
SCHWEFEL2.21	1724	1230	1286
SCHWEFEL2.22	8363	8663	5309
SHEKEL5	2945	2515	2021
SHEKEL7	3008	2567	2029
SHEKEL10	3160	2683	2120
TEST2N4	2339	1804	1608
TEST2N5	2388	1847	1658
TEST2N6	2478	1962	1782
TEST2N7	2552	2044	1876
SINU4	2444	1954	1700
SINU8	2881	2388	2202
SINU16	3694	3300	2188
TEST30N3	2189	1654	1912
TEST30N4	2282	2374	1820
SUM	124,837	102,636	91,309

Πίνακας 7: Πειράματα που χρησιμοποιούν διαφορετικές τεχνικές δειγματοληψίας για την προτεινόμενη μέθοδο.

Ο πίνακας 7 παρουσιάζει τα αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου όταν εφαρμόζονται διαφορετικές τεχνικές δειγματοληψίας, με κριτήριο τον συνολικό αριθμό κλήσεων της συνάρτησης. Από τη σύγκριση προκύπτει ότι η επιλογή της τεχνικής δειγματοληψίας επηρεάζει σημαντικά την αποδοτικότητα της μεθόδου, καθώς παρατηρούνται αισθητές διαφορές στον απαιτούμενο υπολογιστικό φόρτο. Συγκεκριμένα,

οι τεχνικές δειγματοληψίας *triangular* και *kmeans* οδηγούν γενικά σε μειωμένο αριθμό κλήσεων σε σχέση με την ομοιόμορφη δειγματοληψία, γεγονός που υποδηλώνει ταχύτερη και πιο στοχευμένη αναζήτηση του χώρου λύσεων. Το συνολικό άθροισμα των αποτελεσμάτων επιβεβαιώνει ότι η κατάλληλη επιλογή τεχνικής δειγματοληψίας μπορεί να βελτιώσει τη συνολική απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου, χωρίς να θυσιάζεται η ποιότητα των λύσεων.

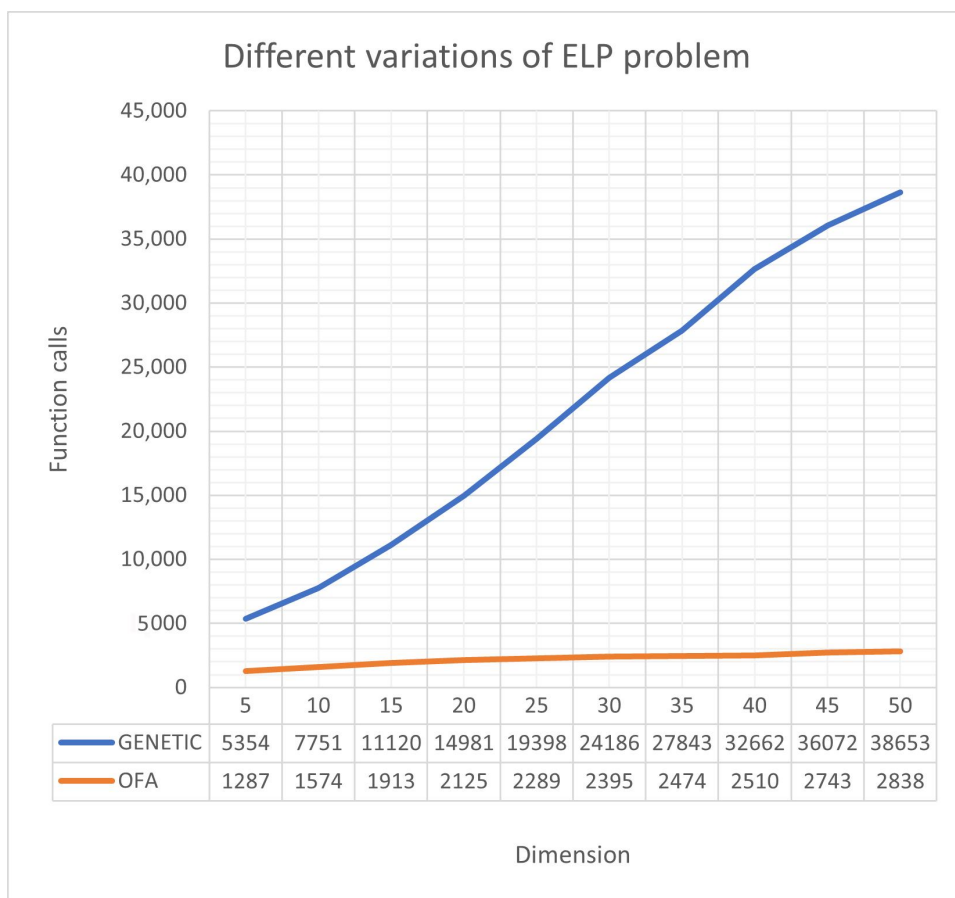


Διάγραμμα 4: Στατιστική σύγκριση του αριθμού κλήσεων της συνάρτησης για διαφορετικές αρχικές κατανομές

Το διάγραμμα 4 παρουσιάζει τη στατιστική σύγκριση του αριθμού κλήσεων της συνάρτησης για διαφορετικές κατανομές, προσφέροντας μια σαφή εικόνα της επίδρασής τους στη συμπεριφορά της μεθόδου. Από τα boxplots παρατηρείται ότι η ομοιόμορφη κατανομή οδηγεί γενικά σε μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων και αυξημένη διασπορά, γεγονός που υποδηλώνει λιγότερο αποδοτική και πιο ασταθή σύγκλιση. Αντίθετα, οι κατανομές *triangular* και *kmeans* παρουσιάζουν χαμηλότερες τυπικές τιμές και μικρότερη μεταβλητότητα, με αποτέλεσμα ταχύτερη πορεία προς τον τερματισμό. Ιδιαίτερα, η προσέγγιση που βασίζεται σε ομαδοποίηση εμφανίζει τη μικρότερη διασπορά, υποδεικνύοντας πιο σταθερή συμπεριφορά σε σχέση με τις υπόλοιπες επιλογές. Συνολικά,

το διάγραμμα επιβεβαιώνει ότι η κατανομή των λύσεων παίζει καθοριστικό ρόλο στην αποδοτικότητα και στη σταθερότητα της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Επιπλέον, πραγματοποιήθηκε ένα ακόμη πείραμα, όπου η συνάρτηση ELP χρησιμοποιήθηκε για τη μέτρηση της αποτελεσματικότητας της προτεινόμενης μεθόδου καθώς αυξανόταν η διάσταση. Αυτή η συνάρτηση ορίζεται ως $f(x) = \sum_{i=1}^n (10^6)^{i-1/n-1} x_i^2$ όπου η παράμετρος n ορίζει τη διάσταση της συνάρτησης. Μια σύγκριση μεταξύ του γενετικού αλγορίθμου και της προτεινόμενης μεθόδου καθώς αυξάνεται το n φαίνεται στο Σχήμα 8 που ακολουθεί.



Διάγραμμα 5: Διαφορετικές παραλλαγές του προβλήματος ELP.

Το διάγραμμα 5 απεικονίζει τη συμπεριφορά δύο μεθόδων βελτιστοποίησης του Γενετικού αλγορίθμου και του προτεινόμενου αλγορίθμου. Παρατηρείται ότι ο Γενετικός αλγόριθμος εμφανίζει έντονη αύξηση του υπολογιστικού κόστους όσο μεγαλώνει η διάσταση, γεγονός που υποδηλώνει περιορισμένη κλιμάκωση και μειωμένη αποδοτικότητα σε πιο απαιτητικές περιπτώσεις. Αντίθετα, ο προτεινόμενος αλγόριθμος διατηρεί σημαντικά χαμηλότερο αριθμό κλήσεων και παρουσιάζει πιο ήπια αύξηση, γεγονός που δείχνει μεγαλύτερη σταθερότητα και καλύτερη προσαρμογή στην αύξηση της πολυπλοκότητας. Συνολικά, το διάγραμμα αναδεικνύει ξεκάθαρα τη διαφορά στη συμπεριφορά των δύο προσεγγίσεων και υπογραμμίζει τη σημασία της επιλογής μεθόδου όταν το πρόβλημα κλιμακώνεται σε υψηλότερες διαστάσεις.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6: Refining the Eel and Grouper Optimizer with Intelligent Modifications for Global Optimization

Εισαγωγή

Μεταξύ των αλγορίθμων νοημοσύνης σμήνους, μπορεί κανείς να βρει τον αλγόριθμο Eel and Grouper (EGO), ο οποίος είναι εμπνευσμένος από τη συμβιωτική αλληλεπίδραση και τη στρατηγική αναζήτησης τροφής των χελιών και των ροφών στα θαλάσσια οικοσυστήματα. Οι Bshary et al. [81] θεωρούν ότι η κατάποση στόχου, κάτι που παρατηρείται στα χέλια και τις ροφές, είναι απαραίτητη προϋπόθεση για να συμβεί συνεργατικό κυνήγι. Η θήρευση θα μπορούσε να αυξήσει την αποτελεσματικότητα του κυνηγιού των θηρευτών από τα θηλαστικά. Σύμφωνα με τους Ali Mohammadzadeh και Seyedali Mirjalili, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης EGO [82] δημιουργεί ένα σύνολο τυχαίων απαντήσεων, στη συνέχεια αποθηκεύει τις καλύτερες απαντήσεις που έχουν βρεθεί μέχρι στιγμής, τις κατανέμει στο σημείο-στόχο και αλλάζει τις απαντήσεις μαζί τους. Καθώς ο αριθμός των επαναλήψεων αυξάνεται, τα όρια της ημιτονοειδούς συνάρτησης αλλάζουν για να ενισχυθεί η φάση εύρεσης της καλύτερης λύσης. Αυτή η μέθοδος σταματά τη διαδικασία όταν η επανάληψη υπερβαίνει τον μέγιστο αριθμό.

Επειδή ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης EGO δημιουργεί και ενισχύει μια συλλογή τυχαίων αποκρίσεων, έχει το πλεονέκτημα της αυξημένης τοπικής βέλτιστης ανακάλυψης και αποφυγής σε σύγκριση με μεμονωμένες μεθόδους. Σύμφωνα με τους Ali Mohammadzadeh και Seyedali Mirjalili, οι δυνατότητες του αλγορίθμου επεκτείνονται σε προβλήματα NP-hard σε ασύρματα δίκτυα αισθητήρων [83], IoT [84], logistics [85], έξυπνη γεωργία [86], βιοπληροφορική [87] και μηχανική μάθηση [88] σε διάφορους τομείς όπως ο προγραμματισμός, η τμηματοποίηση εικόνας [89], ο σχεδιασμός ηλεκτρικών κυκλωμάτων [90], η επιλογή χαρακτηριστικών και ο τρισδιάστατος σχεδιασμός διαδρομής στη ρομποτική [91].

6.1 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος

Οι κύριες τροποποιήσεις που εισάγονται από τον προτεινόμενο αλγόριθμο είναι οι εξής:

- **Η πρώτη προτεινόμενη τροποποίηση: τα μέλη του πληθυσμού αρχικοποιούνται χρησιμοποιώντας μια διαδικασία που ενσωματώνει τον αλγόριθμο K-means.** Ο σκοπός αυτής της τεχνικής δειγματοληψίας είναι η παραγωγή σημείων που βρίσκονται κοντά στα τοπικά ελάχιστα του αντικειμενικού προβλήματος μέσω συστηματικής

ομαδοποίησης. Αυτό μειώνει σημαντικά τον χρόνο που απαιτείται για την ολοκλήρωση της τεχνικής. Τα δείγματα που χρησιμοποιούνται στον προτεινόμενο αλγόριθμο είναι τα υπολογισμένα κέντρα του αλγορίθμου K-means.

- **Η δεύτερη προτεινόμενη τροποποίηση: είναι ο κανόνας τερματισμού που καλείται σε κάθε βήμα του αλγορίθμου.** Αυτός ο κανόνας (Similarity) [72] μετρά την ομοιότητα μεταξύ των βέλτιστων τιμών καταλληλότητας που λαμβάνονται μεταξύ διαδοχικών επαναλήψεων του αλγορίθμου. Εάν αυτή η διαφορά λάβει χαμηλές τιμές για έναν διαδοχικό αριθμό επαναλήψεων, τότε ο αλγόριθμος ενδέχεται να μην είναι σε θέση να βρει μια χαμηλότερη τιμή για το καθολικό ελάχιστο και θα πρέπει να σταματήσει.
- **Η τρίτη τροποποίηση: είναι η σημαία m, η οποία ελέγχει την τυχειότητα στο εύρος των υποψήφιων λύσεων.** Όταν αυτή η τιμή οριστεί σε 2, τότε οι κρίσιμες παράμετροι f1, f2 υπολογίζονται χρησιμοποιώντας τυχαίους αριθμούς.

6.2. Τα Κύρια Βήματα του Αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης EGO ξεκινά με την αρχικοποίηση ενός πληθυσμού που αποτελείται από "πράκτορες αναζήτησης" που αναζητούν τη βέλτιστη λύση. Σε κάθε επανάληψη, υπολογίζεται η θέση του "θηράματος" (βέλτιστη λύση). Οι θέσεις των πρακτόρων προσαρμόζονται με βάση τυχαίες μεταβλητές και η απόστασή τους με βάση τη βέλτιστη θέση. Στο τέλος κάθε επανάληψης, συγκρίνονται οι τρέχουσες λύσεις και αποφασίζεται εάν ο αλγόριθμος πρέπει να συνεχιστεί ή να τερματιστεί.

1 Βήμα αρχικοποίησης

Όρισε ως N_c τον αριθμό των πρακτόρων αναζήτησης(με δειγματοληψία kmeans)

Όρισε ως N_g τον μέγιστο αριθμό επιτρεπόμενων επαναλήψεων

Αρχικοποίησε τυχαία τους πράκτορες αναζήτησης x_i , $i = 1, \dots, N_c$ στο S .

Όρισε $t = 0$, τον μετρητή επανάληψης

Όρισε $s_r = 0$, το ρυθμό "πείνας"

Ορισμός παραμέτρων $m1$, $m2$

2. Βήμα υπολογισμού

1. Όσο δεν πληρούνται τα κριτήρια τερματισμού Κάνε

(α) Ενημέρωση μεταβλητών a και s_r :

$$\bullet a = 2 - 2 t/N_g$$

- $s_r = 100 \text{ t}/N_g$

Ενημέρωση τυχαίων μεταβλητών $r_1, r_2, r_3, r_4, C_1, C_2, b$:

- r_1 και r_2 είναι τυχαίοι αριθμοί σε $[0, 1]$

- $r_3 = (a - 2)r_1 + 2$

- $r_4 = 100r_2$

- $C_1 = 2 * a * r_1 - a$

- $C_2 = 2 * r_2$

- $b = a * r_2$

Επέλεξε μια τυχαία θέση $n \in \{1, \dots, N_c\}$

εάν $(r_4 \leq s_r)$ τότε όρισε $XE = C_2 \cdot XP$

αλλιώς $XE = \text{position}$

ii. Δημιούργησε το διάνυσμα $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]$ με την ακόλουθη διαδικασία

iii. Για $j = 1, \dots, n$ κάνε

A. θέσε $X1 = e^{br_3} \sin(2\pi r_3) C_1 |XE - XP| + XE$, όπου $XE = C_2 x_{i,j}$

B. θέσε $X2 = x_{i,j} + C_1 |x_{i,j} - XP|$

Γ. αν $m = 1$ τότε ορίστε $f1 = 0,8, f2 = 0,2$ αλλιώς όρισε το $f1$ σε τυχαίο αριθμός στο $[0, 2]$ και $f2$ σε έναν τυχαίο αριθμό στο $[-2, 2]$

Δ. Όρισε $p \in [0, 1]$ έναν τυχαίο αριθμό.

E. εάν $(p \leq 0,5)$ τότε όρισε $x_{i,j} = f1X1 + f2X2 / 2$

αλλιώς σύνολο $x_{i,j} = f2X1 + f1X2 / 2$

iv. Τέλος Για

(στ) Τέλος Για

3. Βήμα ελέγχου τερματισμού

(α) Θέσε $t = t + 1$

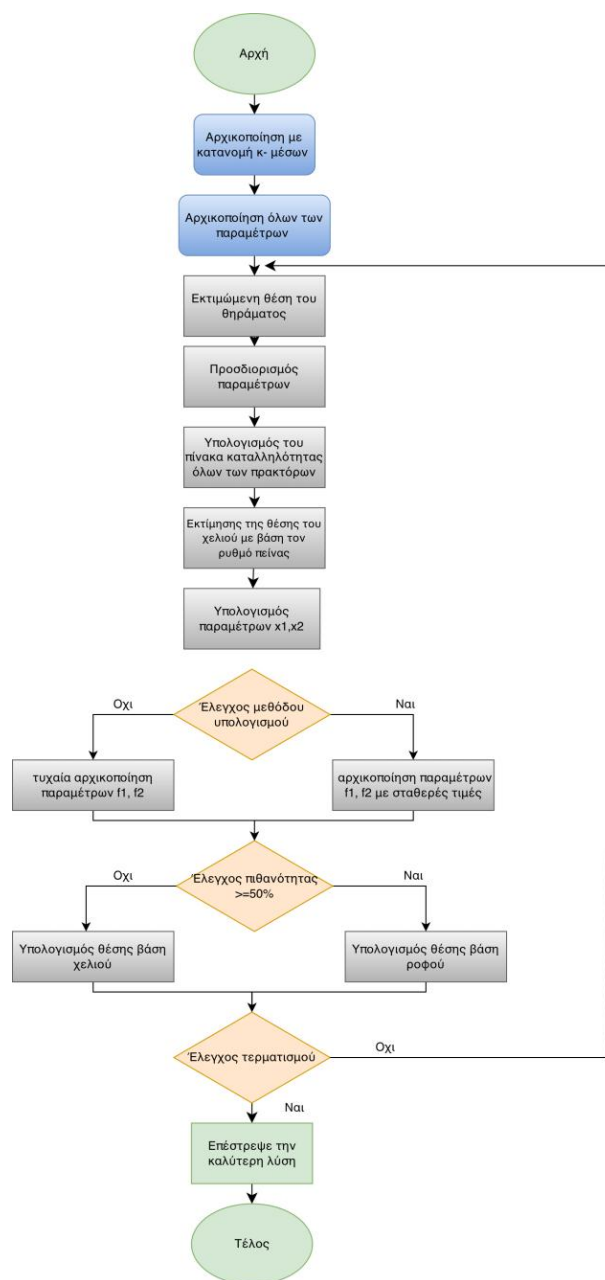
(β) Αν $t \geq N_g$ τερμάτισε

(γ) Αλλιώς

(δ) Υπολόγισε το κριτήριο τερματισμού που προτείνεται σε εργασία του Χαρίλογη.

2. Τέλος Όσο

Ακολουθεί η σχηματική αναπαράσταση της τρέχουσας μεθόδου:



Εικόνα 6: Διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας καθολικής βελτιστοποίησης.

6.3 Πειραματικά Αποτελέσματα

Όλα τα πειράματα πραγματοποιήθηκαν 30 φορές χρησιμοποιώντας διαφορετικούς σπόρους για τη γεννήτρια τυχαίων δεδομένων και μετρήθηκε η μέση τιμή των κλήσεων συναρτήσεων. Το χρησιμοποιούμενο λογισμικό κωδικοποιήθηκε σε ANSI C++ χρησιμοποιώντας το ελεύθερα διαθέσιμο περιβάλλον βελτιστοποίησης OPTIMUS v1.0, διαθέσιμο από <https://github.com/itsoulos/OPTIMUS> [73]. Τα πειράματα εκτελέστηκαν σε ένα σύστημα Debian Linux με επεξεργαστή AMD Ryzen 5950X και 128 GB RAM. Σε

όλες τις περιπτώσεις, η τοπική μέθοδος βελτιστοποίησης BFGS [93] χρησιμοποιήθηκε στο τέλος κάθε τεχνικής καθολικής βελτιστοποίησης για να διασφαλιστεί ότι ανακαλύφθηκε ένα πραγματικό ελάχιστο από τη μέθοδο καθολικής βελτιστοποίησης. Οι τιμές για όλες τις πειραματικές παραμέτρους φαίνονται στον Πίνακα 8.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΣΗΜΑΣΙΑ	ΤΙΜΗ
N_c	Αριθμός των πρακτόρων	200
N_g	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων	200
N_m	Αριθμός αρχικοποίησης των δειγμάτων για K-means	$10 \times N_c$
N_k	Αριθμός των επαναλήψεων για το κριτήριο τερματισμού	5
p_s	Ρυθμός επιλογής για τον Γενετικό αλγόριθμο	0.1
p_m	Ρυθμός μετάλλαξης για τον Γενετικό αλγόριθμο	0.05

Πίνακας 8: Οι τιμές που χρησιμοποιήθηκαν για κάθε παράμετρο των χρησιμοποιούμενων αλγορίθμων.

Τα πειραματικά αποτελέσματα για τις συναρτήσεις δοκιμής και μια σειρά μεθόδων βελτιστοποίησης παρουσιάζονται στον Πίνακα 9, όπου τα ακόλουθα ισχύουν για αυτόν τον πίνακα:

Function	Genetic	PSO	DE	EGO	EEGO
ACKLEY	6749 (869)	6885 (1108)	10,220 (1342)	8714 (1009)	4199 (768)
BF1	4007 (308)	4142 (397)	8268 (299)	4762 (379)	3228 (356)
BF2	3794 (350)	3752 (302)	7913 (320)	4299 (325)	2815 (310)
BF3	3480 (266)	3306 (261)	10,270 (294)	3747 (303)	2501 (218)
BRANIN	2376 (136)	2548 (142)	4101 (559)	2659 (150)	1684 (180)
CAMEL	2869 (195)	2933 (180)	5609 (530)	3317 (229)	2262 (295)

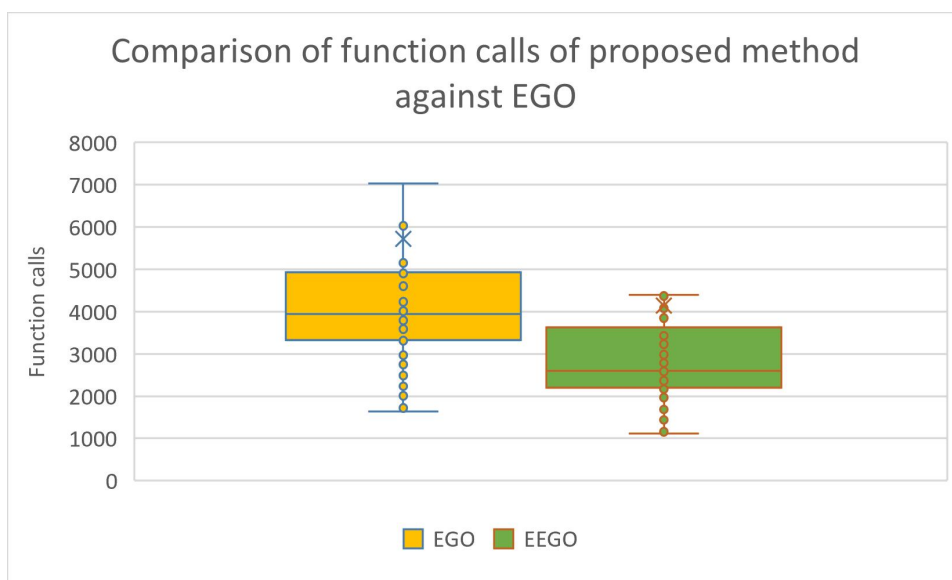
EASOM	1958 (67)	1982 (92)	2978 (344)	2235 (196)	1334 (133)
EQUAL_MAXIM A	2651 (131)	1499 (176)	2374 (117)	2013 (157)	1286 (121)
EXP4	2946 (196)	3404 (201)	5166 (430)	3392 (313)	2166 (243)
EXP8	3120 (187)	3585 (212)	5895 (615)	3347 (288)	2802 (304)
EXP16	3250 (234)	3735 (206)	6498 (784)	3345 (233)	3279 (416)
EXP32	3561 (233)	3902 (233)	7606 (475)	3332 (250)	3430 (401)
EXTENDED F10	4862 (959)	3653 (329)	5728 (976) (0.87)	4737 (428)	2609 (321)
FIVE_UNEVEN	3412 (422) (0.67)	3913 (378)(0.87)	4042 (391) (0.14)	5006 (519) (0.97)	3849 (388)(0.90)
F9	2604 (197)	1888 (306)	2271 (364)	2748 (333)	1439 (229)
F14	6686 (1503)	5498 (550)	5279 (1988)(0.63)	9228 (3725) (0.94)	6063 (1835)
F15	4373 (624)	6696 (856)	5874 (1880) (0.80)	7342 (1441)	4397 (1031)
F17	3667 (267)	3805 (333)	10,441 (1435)	4057 (339)	2766 (368)
HIMMELBLAU	2481 (27)	1013 (34)	6636 (282)	1718 (84)	1119 (81)
GKLS250	2280 (184)	2411 (158)	3834 (416)	3332 (203)	1603 (150)
GKLS350	2613 (269)	2234 (225)	3919 (469)	2493 (233)	1298 (178)
GOLDSTEIN	3687 (278)	3865 (356)	6781 (483)	4015 (323)	2784 (290)
GRIEWANK2	4501 (918)	3076 (218) (0.73)	7429 (1472)	4682 (586)	2589 (532) (0.96)
GRIEWANK10	6410 (1264) (0.97)	8006 (732)	18,490 (1716)	8772 (1138)	7435 (900)
HANSEN	3210 (458)	2856 (208)	4185 (627)	3789 (864)	2484 (417)
HARTMAN3	2752 (188)	3140 (215)	5190 (294)	3078 (267)	1793 (231)
HARTMAN6	3219 (217)	3710 (235)	5968 (548)	3583 (309)	2478 (282)
POTENTIAL3	4352 (461)	4865 (468)	6118 (1047)	6027 (793)	4081 (391)
POTENTIAL5	7705 (892)	9183 (1180)	9119 (570)	9968 (1171)	8886 (1146)
RASTRIGIN	4107 (729)	3477 (348)	6216 (428)	4201 (401)	2304 (302)
ROSENBROCK4	3679 (393)	6372 (549)	8452 (643)	6137 (720)	4019 (324)
ROSENBROCK8	5270 (514)	8284 (849)	11,530 (1632)	8569 (872)	6801 (633)
ROSENBROCK16	8509 (1026)	11,872 (1018)	17,432 (1738)	11,777 (1268)	11,996 (1331)
SHEKEL5	3325 (227)	4259 (305)	6662 (974)	3948 (340)	2495 (310)
SHEKEL7	3360 (283)	4241 (300)	6967 (1035)	4043 (379)	2432 (240)
SHEKEL10	3488 (240)	4237 (268)	6757 (897)	3932 (355)	2516 (326)
SHUBERT2	3567 (413)	2123 (188)	3526 (885)	3622 (446)	2300 (527)

SHUBERT4	3358 (380)	1823 (166)	3067 (699)	3593 (674)	1967 (323) (0.97)
SHUBERT8	3569 (357)	2348 (203)	3120 (452) (0.94)	2862 (383)	2267 (296)
SCHAFFER	18,787 (3105)	15,176 (2401)	6315 (1548)	28,679 (6267)	23,53
SCHWEFEL221	2667 (416)	2529 (163)	5415 (1161)	3426 (787)	2203 (478)
SCHWEFEL222	33,725 (4809)	42,898 (6978)	12,200 (1737)	51,654 (7150)	38,876 (5659)
SPHERE	1588 (23)	1521 (12)	3503 (199)	1642 (38)	1162 (84)
TEST2N4	3331 (392)	3437 (223)	6396 (999)	3695 (411)	2277 (464)
TEST2N5	4000 (815)	3683 (287)	6271 (1017)	4234 (636)	2734 (479) (0.96)
TEST2N6	4312 (901) (0.93)	3781 (241)	5410 (822) (0.93)	4599 (589)	2905 (832) (0.86)
TEST2N7	4775 (905) (0.90)	4060 (312)	7074 (1523) (0.97)	5146 (767)	3559 (763) (0.73)
SINU4	2991 (298)	3504 (231)	5953 (1509)	3478 (463)	2005 (332)
SINU8	3442 (293)	4213 (309)	6973 (1637)	4420 (560)	3158 (467)
SINU16	4320 (458)	5019 (312)	6979 (634)	7033 (1017)	5891 (553)
TEST30N3	3211 (1207)	4610 (1615)	6168 (1297)	3971 (1348)	2362 (884)
TEST30N4	3679 (1435)	4629 (1708)	7006 (2745)	4908 (1333)	2978 (1719)
UNEVEN_MAXIM A	2969 (283)	2729 (292)	2393 (319)	2972 (288)	1560 (208)
VINCENT2	12,779 (563)	1797 (140) (0.87)	6216 (1152)	2094 (148)	1834 (388) (0.90)
VINCENT4	19,385 (1179)	1830 (190) (0.67)	4691 (1019) (0.83)	2674 (244)	2697 (1443) (0.64)
VINCENT8	19,882 (2548)	2717 (256)	4417 (1118) (0.77)	3423 (358)	4368 (2253) (0.77)
SUM	297,650	268,654	288,413	320,469	231,856

Πίνακας 9: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας τις ενσωματωμένες μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί σε παρενθέσεις υποδηλώνουν την τυπική απόκλιση για τον αριθμό των κλήσεων συναρτήσεων

Τα πειραματικά αποτελέσματα που συνοψίζονται στον πίνακα 9 παρουσιάζουν μια εκτενή σύγκριση διαφορετικών ενσωματωμένων μεθόδων βελτιστοποίησης, με κριτήριο τον μέσο

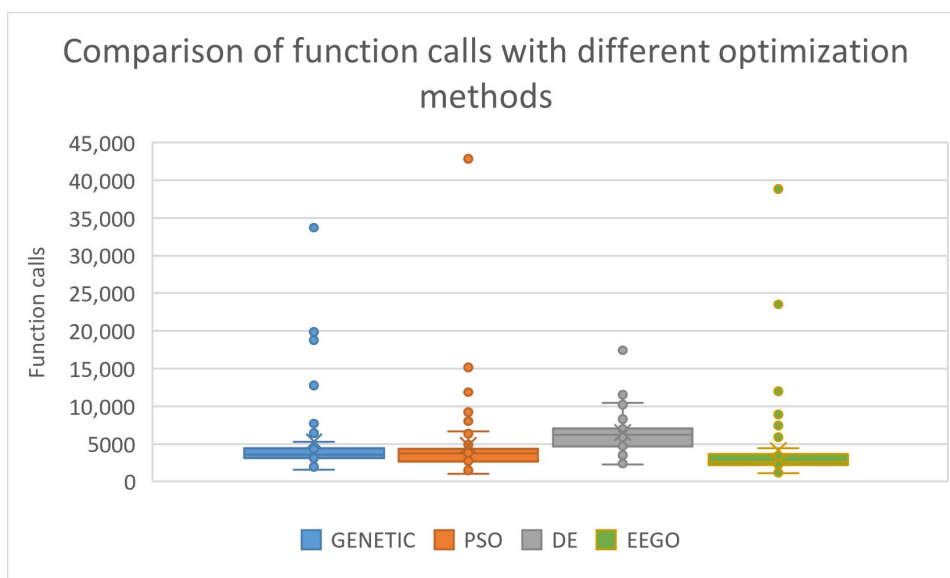
αριθμό κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης, ενώ οι τιμές σε παρενθέσεις αποτυπώνουν τη μεταβλητότητα των αποτελεσμάτων και, όπου αναφέρεται, το ποσοστό επιτυχίας. Από τη σύγκριση προκύπτει ότι οι κλασικές προσεγγίσεις εμφανίζουν γενικά υψηλότερο υπολογιστικό κόστος και μεγαλύτερη διασπορά, γεγονός που υποδηλώνει λιγότερο σταθερή σύγκλιση σε απαιτητικά προβλήματα. Αντίθετα, η προτεινόμενη μέθοδος επιτυγχάνει συστηματικά χαμηλότερο αριθμό κλήσεων, διατηρώντας παράλληλα συγκρίσιμα ή και υψηλότερα ποσοστά επιτυχίας, στοιχείο που φανερώνει καλύτερη εκμετάλλευση του χώρου αναζήτησης και αυξημένη αξιοπιστία. Η συνολική εικόνα, όπως επιβεβαιώνεται και από το άθροισμα των αποτελεσμάτων, αναδεικνύει την ανωτερότητα της προτεινόμενης προσέγγισης, η οποία συνδυάζει αποδοτικότητα και σταθερότητα σε ένα ευρύ σύνολο δοκιμαστικών περιπτώσεων.



Διάγραμμα 6: Διάγραμμα boxplots που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση της μεθόδου EGO και της τροποποιημένης έκδοσης, όπως προτείνεται στην τρέχουσα εργασία.

Το διάγραμμα 6 παρουσιάζει τη σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου με τη βασική προσέγγιση ως προς τον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης, προσφέροντας μια καθαρή εικόνα της αποδοτικότητάς τους. Από τα boxplots παρατηρείται ότι η προτεινόμενη μέθοδος απαιτεί γενικά μικρότερο αριθμό κλήσεων, ενώ παράλληλα εμφανίζει μικρότερη διασπορά τιμών, γεγονός που υποδηλώνει πιο σταθερή και προβλέψιμη συμπεριφορά. Αντίθετα, η συγκρινόμενη μέθοδος παρουσιάζει υψηλότερες τυπικές τιμές και μεγαλύτερη μεταβλητότητα, που αυξάνουν το συνολικό υπολογιστικό κόστος. Συνολικά,

επιβεβαιώνεται ότι η προτεινόμενη προσέγγιση υπερέχει τόσο σε αποδοτικότητα όσο και σε σταθερότητα, επιτυγχάνοντας ταχύτερη σύγκλιση με λιγότερες απαιτήσεις σε υπολογιστικούς πόρους.



Διάγραμμα 7: Διάγραμμα boxplots που χρησιμοποιήθηκε για τη σύγκριση της μεθόδου EEGO με τους αλγορίθμους Genetic, PSO, DE

Το διάγραμμα 7 παρουσιάζει μια συγκριτική αξιολόγηση διαφορετικών μεθόδων βελτιστοποίησης με βάση τον αριθμό των κλήσεων της συνάρτησης. Από την κατανομή των αποτελεσμάτων προκύπτει ότι οι μέθοδοι διαφέρουν αισθητά τόσο ως προς την αποδοτικότητα όσο και ως προς τη σταθερότητά τους. Οι κλασικές προσεγγίσεις εμφανίζουν μεγαλύτερη διασπορά και υψηλότερες τιμές, γεγονός που υποδηλώνει αυξημένο υπολογιστικό κόστος. Αντίθετα, η προτεινόμενη μέθοδος συγκεντρώνει χαμηλότερες τυπικές τιμές και μικρότερη μεταβλητότητα, δείχνοντας πιο σταθερή και αποδοτική σύγκλιση στο σύνολο των δοκιμών. Συνολικά, το διάγραμμα ενισχύει το συμπέρασμα ότι η προτεινόμενη προσέγγιση υπερέχει σε όρους υπολογιστικής αποδοτικότητας, διατηρώντας παράλληλα πιο συνεπή συμπεριφορά σε σύγκριση με τις υπόλοιπες μεθόδους.

Ένα ακόμη πείραμα πραγματοποιήθηκε με απώτερο στόχο τη μέτρηση της σημασίας της δειγματοληψίας K-means στην προτεινόμενη μέθοδο. Τα αποτελέσματα για αυτό το

πείραμα περιγράφονται στον Πίνακα 10 και χρησιμοποιήθηκαν οι ακόλουθες μέθοδοι δειγματοληψίας:

1. Η ομοιόμορφη στήλη αντιπροσωπεύει τη χρήση ομοιόμορφης δειγματοληψίας στην τρέχουσα μέθοδο.
2. Η τριγωνική στήλη αντιπροσωπεύει τη χρήση της τριγωνικής κατανομής [78] για δειγματοληψία.
3. Η στήλη Maxwell αντιπροσωπεύει την εφαρμογή της κατανομής Maxwell [92] για την παραγωγή αρχικών δειγμάτων για τη χρησιμοποιούμενη μέθοδο.
4. Η στήλη K-means αντιπροσωπεύει τη χρήση της μεθόδου για την παραγωγή αρχικών δειγμάτων για τη χρησιμοποιούμενη μέθοδο [79][80].

Function	Uniform	Triangular	Maxwell	K-means
ACKLEY	6118 (736)	5912 (741)	5986 (845)	4199 (768)
BF1	4513 (423)	4318 (368)	4055 (346)	3228 (356)
BF2	3959 (333)	3879 (363)	3587 (339)	2815 (310)
BF3	3506 (286)	3344 (254)	3129 (298)	2501 (218)
BRANIN	2282 (162)	2131 (174)	2066 (167)	1684 (180)
CAMEL	3156 (251)	2919 (244)	2848 (261)	2262 (295)
EASOM	1756 (138)	1650 (140)	1321 (106)	1334 (133)
EQUAL_MAXIMA	1445 (130)	1293 (115)	1165 (139)	1286 (121)
EXP4	3438 (335)	3273 (232)	3194 (330)	2166 (243)
EXP8	3432 (284)	3387 (332)	3152 (266)	2802 (304)
EXP16	3369 (349)	3326 (329)	3291 (224)	3279 (416)
EXP32	3216 (274)	3225 (207)	3344 (374)	3430 (401)
EXTENDED_F10	4304 (683)	3913 (596)	3718 (673)	2609 (321)
FIVE_UNEVEN	4685 (427)	4330 (474)	4358 (544)	3849 (388)
F9	1958 (168)	1681 (188)	1878 (186)	1439 (229)
F14	7552 (1377)	7573 (2049)	6148 (724)	6063 (1835)
F15	6806 (1065)	6466 (722)	6543 (974)	4397 (1031)
F17	3805 (326)	3700 (404)	3543 (236)	2766 (368)
HIMMELBLAU	1333 (91)	1173 (72)	1114 (102)	1119 (81)
GKLS250	2268 (177)	2023 (170)	1778 (208)	1603 (150)
GKLS350	2151 (291)	1841 (190)	2069 (893)	1298 (178)

GOLDSTEIN	3855 (291)	3731 (335)	3530 (309)	2784 (290)
GRIEWANK2	4310 (1205)	4510 (1310)	4035 (995)	2589 (532)
GRIEWANK10	8640 (1106)	8773 (1265)	8232 (911)	7435 (900)
HANSEN	3329 (653)	3071 (466)	2734 (521)	2484 (417)
HARTMAN3	2849 (240)	2673 (246)	2678 (317)	1793 (231)
HARTMAN6	3456 (344)	3249 (330)	3119 (299)	2478 (282)
POTENTIAL3	4554 (511)	5095 (469)	3928 (509)	4081 (391)
POTENTIAL5	8356 (702)	10032 (1078)	7504 (996)	8886 (1146)
RASTRIGIN	3310 (414)	3187 (336)	2751 (600)	2304 (302)
ROSENBROCK4	6566 (719)	6353 (742)	5588 (599)	4019 (324)
ROSENBROCK8	8379 (864)	8717 (882)	7783 (782)	6801 (633)
ROSENBROCK16	11,921 (1389)	12,471 (1025)	11,677 (1212)	11,996 (1331)
SHEKEL5	3946 (333)	3731 (398)	3859 (460)	2495 (310)
SHEKEL7	3990 (361)	3646 (442)	3944 (326)	2432 (240)
SHEKEL10	3836 (316)	3630 (385)	3694 (379)	2516 (326)
SHUBERT2	3288 (562)	3212 (728)	2631 (373)	2300 (527)
SHUBERT4	3116 (548)	2919 (514)	2499 (422)	1967 (323)
SHUBERT8	2815 (500)	2810 (513)	2337 (296)	2267 (296)
SCHAFER	55,131 (10062)	40,715 (9866)	60,717 (9950)	23,531 (5904)
SCHWEFEL221	2724 (406)	2901 (547)	2799 (505)	2203 (478)
SCHWEFEL222	53,118 (7011)	54,593 (8763)	55,354 (7330)	38,876 (5659)
SPHERE	1346 (68)	1188 (72)	1084 (82)	1162 (84)
TEST2N4	3345 (416)	3233 (401)	2867 (253)	2277 (464)
TEST2N5	3937 (757)	3742 (584)	3094 (278)	2734 (479)
TEST2N6	4008 (718)	4473 (1060)	3266 (297)	2905 (832)
TEST2N7	4545 (1169)	4612 (1046)	3549 (421)	3559 (763)
SINU4	3128 (410)	2879 (240)	3559 (750)	2005 (332)
SINU8	4126 (339)	3767 (410)	5637 (964)	3158 (467)
SINU16	6774 (1166)	5977 (601)	7739 (1791)	5891 (553)
TEST30N3	3704 (1289)	3384 (1083)	3175 (1012)	2362 (884)
TEST30N4	4262 (1805)	4327 (1838)	3491 (920)	2978 (1719)

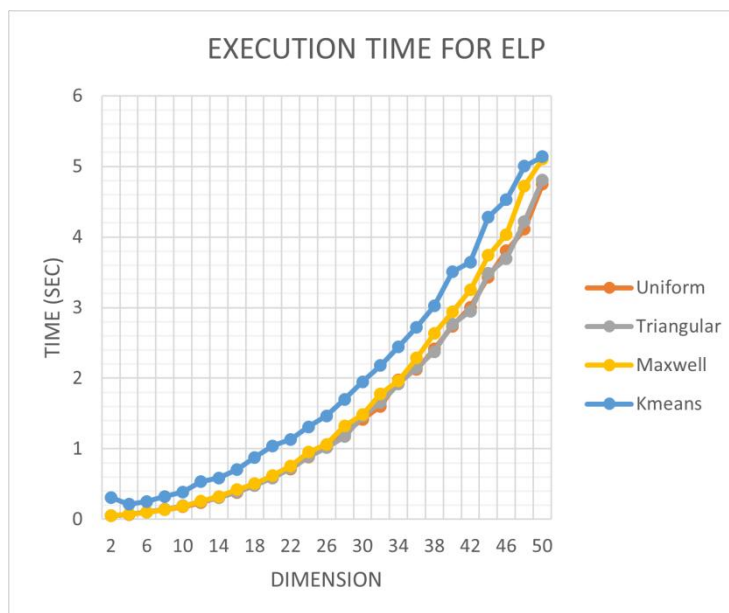
UNEVEN_MAXIMA	1877 (236)	1810 (239)	1666 (189)	1560 (208)
VINCENT2	1598 (119)	1482 (133)	1849 (121)	1834 (388)
VINCENT4	2471 (229)	2282 (167)	2296 (206)	2697 (1443)
VINCENT8	3074 (524)	2797 (201)	2883 (423)	4368 (2253)
SUM	324,736	307,329	315,835	231,856

Πίνακας 10: Μια σειρά τεχνικών δειγματοληψίας χρησιμοποιήθηκε στην προτεινόμενη μέθοδο. Ο αριθμός σε παρένθεση υποδηλώνει την τυπική απόκλιση για τον αριθμό των κλήσεων συνάρτησης.

Οι αρχικές κατανομές παίζουν σημαντικό ρόλο σε ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, συμπεριλαμβανομένης της βελτιστοποίησης, της στατιστικής ανάλυσης και της μηχανικής μάθησης. Ο Πίνακας 10 παρουσιάζει την προτεινόμενη κατανομή μαζί με άλλες καθιερωμένες κατανομές. Η ομοιόμορφη κατανομή χρησιμοποιείται ευρέως λόγω της ικανότητάς της να καλύπτει ομοιόμορφα τον χώρο αναζήτησης, καθιστώντας την κατάλληλη για την αρχικοποίηση αλγορίθμων βελτιστοποίησης [94]. Η τριγωνική κατανομή εφαρμόζεται σε σενάρια όπου υπάρχει γνώση των ορίων και της πιο πιθανής τιμής ενός φαινομένου, καθιστώντας την χρήσιμη σε μοντέλα διαχείρισης κινδύνου [95]. Η κατανομή Maxwell, αν και προέρχεται από τη φυσική, βρίσκει εφαρμογές στην προσομοίωση δικτύων επικοινωνίας, όπου οι ταχύτητες μεταφοράς δεδομένων μπορούν να μοντελοποιηθούν ως τυχαίες μεταβλητές [96]. Τέλος, η μέθοδος K-means χρησιμοποιείται για την ομαδοποίηση δεδομένων, με την αρχικοποίηση K-means να προσφέρει βελτιωμένη απόδοση σε σύγκριση με τις τυχαίες κατανομές, ιδιαίτερα σε προβλήματα υψηλής διάστασης [97]. Όπως παρατηρείται στον Πίνακα 10, η επιλογή μιας κατάλληλης αρχικής κατανομής μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την απόδοση των αλγορίθμων που τις χρησιμοποιούν. Ο πίνακας 10 παρουσιάζει τα πειραματικά αποτελέσματα της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορετικές αρχικές κατανομές, όπου οι τιμές αντιστοιχούν στον μέσο αριθμό κλήσεων της συνάρτησης και οι τιμές σε παρενθέσεις εκφράζουν την τυπική απόκλιση. Από τη σύγκριση προκύπτει ότι η επιλογή της αρχικής κατανομής επηρεάζει ουσιαστικά τόσο την αποδοτικότητα όσο και τη σταθερότητα της μεθόδου. Συγκεκριμένα, οι πιο δομημένες προσεγγίσεις εμφανίζουν συστηματικά χαμηλότερο αριθμό κλήσεων σε σχέση με την ομοιόμορφη κατανομή, υποδηλώνοντας ταχύτερη σύγκλιση και πιο αποτελεσματική εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης. Παράλληλα, οι μειωμένες τιμές διασποράς σε αρκετές περιπτώσεις καταδεικνύουν πιο συνεπή

συμπεριφορά. Το συνολικό άθροισμα των αποτελεσμάτων επιβεβαιώνει ότι η κατάλληλη επιλογή αρχικής κατανομής μπορεί να βελτιώσει σημαντικά τη συνολική απόδοση της μεθόδου, χωρίς να επηρεάζεται αρνητικά η αξιοπιστία της.

Επιπλέον, προκειμένου να διερευνηθεί η επίδραση που είχε η επιλογή της μεθόδου δειγματοληψίας στη μέθοδο βελτιστοποίησης, πραγματοποιήθηκε ένα επιπλέον πείραμα, στο οποίο καταγράφηκε ο χρόνος εκτέλεσης της προτεινόμενης μεθόδου με διαφορετικές τεχνικές δειγματοληψίας για τη συνάρτηση ELP, της οποίας η διάσταση κυμαινόταν μεταξύ 5 και 50. Αυτή η συνάρτηση ορίζεται ως: $f(x) = \sum_{i=1}^n (10^6)^{i-1/n-1} x_i^2$ όπου η παράμετρος n ορίζει τη διάσταση της συνάρτησης. Τα αποτελέσματα από αυτό το πείραμα απεικονίζονται γραφικά στο Διάγραμμα 8.



Διάγραμμα 8: Σύγκριση χρόνου για τη συνάρτηση ELP και την προτεινόμενη μέθοδο βελτιστοποίησης χρησιμοποιώντας τις τέσσερις τεχνικές δειγματοληψίας

Το διάγραμμα 8 απεικονίζει τον χρόνο εκτέλεσης της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορετικές αρχικές κατανομές, σε συνάρτηση με τη διάσταση του προβλήματος. Παρατηρείται ότι, όπως είναι αναμενόμενο, ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται προοδευτικά καθώς μεγαλώνει η διάσταση, γεγονός που αντανακλά την αυξανόμενη υπολογιστική πολυπλοκότητα. Παράλληλα, διαφαίνονται σαφείς διαφορές μεταξύ των κατανομών, με ορισμένες να οδηγούν σε ελαφρώς χαμηλότερους χρόνους εκτέλεσης σε όλο το εύρος

διαστάσεων, υποδηλώνοντας πιο αποδοτική αξιοποίηση των υπολογιστικών πόρων. Αν και οι καμπύλες ακολουθούν παρόμοια αυξητική τάση, οι μικρές αλλά συστηματικές αποκλίσεις δείχνουν ότι η επιλογή της αρχικής κατανομής επηρεάζει όχι μόνο τον αριθμό κλήσεων της συνάρτησης αλλά και τον συνολικό χρόνο εκτέλεσης. Συνολικά, το διάγραμμα επιβεβαιώνει ότι η προτεινόμενη μέθοδος κλιμακώνεται ομαλά με τη διάσταση του προβλήματος, διατηρώντας παράλληλα συγκρίσιμη και προβλέψιμη χρονική συμπεριφορά για όλες τις εξεταζόμενες κατανομές.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 :A Novel Method that is Based on Differential Evolution Suitable for Large-Scale Optimization Problems

Εισαγωγή

Ο αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης (Differential Evolution – DE) αποτελεί έναν από τους πιο γνωστούς εξελικτικούς αλγορίθμους βελτιστοποίησης για την επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης. Αναπτύχθηκε το 1995 από τους Rainer Storn και Kenneth V. Price [98], με στόχο τη δημιουργία μιας μεθόδου καθολικής βελτιστοποίησης. Ο Kenneth V. Price υπήρξε καθηγητής στο Τμήμα Electrical and Computer Engineering του Montana State University και είναι διεθνώς αναγνωρισμένος για τη συμβολή του στην εξελικτική υπολογιστική και τη στοχαστική βελτιστοποίηση. Σε συνεργασία με τον Rainer Storn, έναν σημαντικό ερευνητή στον χώρο των αλγορίθμων βελτιστοποίησης, ανέπτυξαν τον αλγόριθμο DE και συνέβαλαν καθοριστικά στην εξέλιξη και διάδοσή του σε επιστημονικές εφαρμογές. Ο Differential Evolution ανήκει στην κατηγορία των εξελικτικών ή πληθυσμιακών αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Σε αντίθεση με τις κλασικές μεθόδους βελτιστοποίησης ο DE χρησιμοποιεί έναν πληθυσμό υποψήφιων λύσεων και εφαρμόζει στοχαστικούς μηχανισμούς εξέλιξης ώστε να προσεγγίσει τη βέλτιστη λύση. Βασικός στόχος του αλγορίθμου είναι η εύρεση των τιμών μεταβλητών που ελαχιστοποιούν ή μεγιστοποιούν μία αντικειμενική συνάρτηση. Ένα από τα σημαντικότερα χαρακτηριστικά του DE είναι ότι χρησιμοποιεί διανυσματικές διαφορές μεταξύ λύσεων για την εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης, γεγονός που του προσδίδει υψηλή ικανότητα αποφυγής τοπικών ελαχίστων και καλή ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης (exploration) και εκμετάλλευσης (exploitation). Η Differential Evolution έχει εφαρμοστεί ευρέως σε πεδία όπως: η μηχανική βελτιστοποίηση, η μηχανική μάθηση, τα νευρωνικά δίκτυα, η επεξεργασία σήματος, τα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, τα ενεργειακά και τα βιομηχανικά προβλήματα, καθώς και σε υβριδικούς αλγορίθμους σύγχρονης εξελικτικής υπολογιστικής.

7.1 Ο Πρωτότυπος Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης

Ο DE είναι ένας εξελικτικός αλγόριθμος βασισμένος σε πληθυσμό που έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως για προβλήματα συνεχούς βελτιστοποίησης. Η μέθοδος διατηρεί έναν πληθυσμό υποψήφιων λύσεων, οι οποίες εξελίσσονται επαναληπτικά μέσω της εφαρμογής τελεστών μετάλλαξης, διασταύρωσης και επιλογής. Σε κάθε επανάληψη, νέες υποψήφιες λύσεις δημιουργούνται συνδυάζοντας πληροφορίες από πολλαπλά μέλη του πληθυσμού, ενώ η επιλογή πραγματοποιείται με βάση συγκρίσεις αντικειμενικών συναρτήσεων. Η διαδικασία DE ξεκινά με τον ορισμό του μεγέθους του πληθυσμού NP. Προκειμένου να διασφαλιστεί η εφικτότητα του κλασικού τελεστή μετάλλαξης DE, ο οποίος απαιτεί τρία διακριτά μέλη του πληθυσμού εκτός από το διάνυσμα-στόχο, απαιτείται ένα ελάχιστο μέγεθος πληθυσμού $NP \geq 4$.

Το μέγεθος του πληθυσμού συχνά σχετίζεται με τη διαστατικότητα του προβλήματος βελτιστοποίησης. Συνήθως στη βιβλιογραφία της DE είναι $NP = 10n$, όπου n υποδηλώνει τη διάσταση του προβλήματος. Αυτή η επιλογή έχει αποδειχθεί ότι παρέχει ισχυρή απόδοση σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων χωρίς εκτεταμένη ρύθμιση παραμέτρων. Σημειώνουμε ότι στη βιβλιογραφία έχουν επίσης προταθεί εναλλακτικές διατυπώσεις που συσχετίζουν το μέγεθος του πληθυσμού με τη διάσταση του προβλήματος. Ωστόσο, τέτοιες επιλογές εξαρτώνται από το πρόβλημα και δεν επηρεάζουν τη γενική εφαρμογή του πλαισίου DE. Ο αρχικός πληθυσμός δημιουργείται τυχαία εντός του χώρου αναζήτησης και αξιολογείται χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση στόχου. Κατά τη διάρκεια κάθε επανάληψης, για κάθε διάνυσμα-στόχο, x_i , τρία διακριτά μέλη του πληθυσμού επιλέγονται τυχαία για να κατασκευαστεί ένα μεταλλαγμένο διάνυσμα μέσω μιας διαφορικής μεταλλαγής. Αυτό το μεταλλαγμένο διάνυσμα συνδυάζεται στη συνέχεια με το διάνυσμα-στόχο χρησιμοποιώντας έναν μηχανισμό διασταύρωσης, παράγοντας ένα δοκιμαστικό διάνυσμα. Εάν το δοκιμαστικό διάνυσμα επιτύχει μια τιμή αντικειμενικής συνάρτησης που δεν είναι χειρότερη από αυτήν του διανύσματος-στόχου, αντικαθιστά το διάνυσμα-στόχο στον πληθυσμό. Η εξελικτική διαδικασία συνεχίζεται μέχρι να ικανοποιηθεί ένα κριτήριο τερματισμού, όπως η επίτευξη ενός μέγιστου αριθμού επαναλήψεων. Ο αλγόριθμος επιστρέφει την καλύτερη λύση που βρέθηκε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας αναζήτησης. Όσον αφορά τις ρυθμίσεις παραμέτρων, η πιθανότητα διασταύρωσης ορίζεται σε $CR = 0,9$ και το διαφορικό βάρος σε $F = 0,8$, ακολουθώντας τιμές που υιοθετούνται συνήθως στη βιβλιογραφία DE [99], [100]. Αυτές

οι τιμές παραμέτρων έχουν εμπειρικά αποδειχθεί ότι παρέχουν σταθερή απόδοση σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων βελτιστοποίησης χωρίς να απαιτείται ρύθμιση που να εξαρτάται από το πρόβλημα. Σε αυτήν τη μελέτη, όλες οι παράμετροι του αρχικού αλγορίθμου DE διατηρούνται σταθερές καθ' όλη τη διάρκεια της πειραματικής αξιολόγησης, προκειμένου να διασφαλιστεί μια δίκαιη και αμερόληπτη σύγκριση με την προτεινόμενη μέθοδο. Για λόγους σαφήνειας, τα πλήρη βήματα του αρχικού αλγορίθμου DE συνοψίζονται στον Αλγόριθμο που ακολουθεί:

ΕΙΣΟΔΟΣ

- f: αντικειμενική συνάρτηση
- NP: μέγεθος πληθυσμού
- CR: Ρυθμός διασταύρωσης
- F: Διαφορικό βάρος
- n: Διάσταση προβλήματος

ΕΞΟΔΟΣ

- x_{best}

ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Δημιουργία ενός αρχικού πληθυσμού NP υποψήφιων λύσεων x_i , $i = 1, \dots, NP$, ομοιόμορφα τυχαία εντός των ορίων αναζήτησης.
- Υπολογισμός της αντικειμενικής συνάρτησης $f(x_i)$ για όλα τα άτομα.
- Ορισμός x_{best} ως το άτομο με την καλύτερη αντικειμενική τιμή.

Κύριος ψευδοκώδικας

- 01 Ενώ το κριτήριο διακοπής δεν πληρούται
- 02 Για κάθε άτομο i , $i \in \{1..NP\}$ Κάνε
- 03 Επιλέξτε τυχαία τρεις παράγοντες $a, b, c \in \{1..NP\}$
- 04 Δημιουργήστε μεταλλαγμένο διάνυσμα $u = a_j + F \times (b_j - c_j)$
- 05 Επιλέξτε έναν τυχαίο δείκτη $R \in \{1..n\}$
- 06 Για κάθε διάσταση $j = 1$ έως n Κάνε
- 07 Δημιουργήστε έναν τυχαίο αριθμό $r_i \in [0, 1]$
- 08 Αν $r_j < CR$ ή $j = R$ τότε
- 09 Ορίστε $y_j = u_j$.

10 Αλλιώς
 11 Ορίστε $y_j = x_{ij}$.
 12 Τέλος Εάν
 13 Τέλος Για
 14 Αν $f(y) \leq f(x_i)$ τότε
 15 Αντικαταστήστε το x_i με y
 16 Τέλος Εάν
 17 Τέλος Για
 18 Τέλος Ενώ
 Επιστρέψτε x_{best}

7.2 Οι προτεινόμενες τροποποιήσεις του Αλγορίθμου

Η κύρια συμβολή της προτεινόμενης προσέγγισης είναι η διαμόρφωση ενός ενιαίου και αρθρωτού πλαισίου DE που ενσωματώνει συστηματικά πολλαπλούς μηχανισμούς ελέγχου μέσα σε ένα ενιαίο σχήμα βελτιστοποίησης. Σε αντίθεση με τις περισσότερες υπάρχουσες παραλλαγές DE, οι οποίες συνήθως τροποποιούν ένα μόνο αλγοριθμικό στοιχείο (π.χ., στρατηγική μετάλλαξης ή προσαρμογή παραμέτρων), η προτεινόμενη μέθοδος επιτρέπει την ανεξάρτητη διαμόρφωση και τη συνδυασμένη χρήση πολλών αλγοριθμικών μηχανισμών, διατηρώντας παράλληλα τη θεμελιώδη εξελικτική δομή του αρχικού αλγορίθμου DE. Η προτεινόμενη μέθοδος επεκτείνει το κλασικό πλαίσιο DE εισάγοντας έναν αρθρωτό σχεδιασμό που ενσωματώνει πρόσθετα στοιχεία ελέγχου που σχετίζονται με τον υπολογισμό διαφορικού βάρους, την επιλογή γονέα, την τοπική βελτίωση και τα κριτήρια τερματισμού. Αυτός ο σχεδιασμός επιτρέπει τόσο την ανεξάρτητη ανάλυση κάθε στοιχείου όσο και την κοινή αξιοποίησή τους μέσα σε μια ενιαία, συνεκτική διαδικασία βελτιστοποίησης, διευκολύνοντας μια συστηματική διερεύνηση της ευρωστίας και της ευαισθησίας των παραμέτρων. Οι κύριες μεθοδολογικές συνεισφορές του προτεινόμενου πλαισίου μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- *Εναλλακτικοί μηχανισμοί για τον υπολογισμό του διαφορικού βάρους.*
- *Ενσωματώνεται μια στρατηγική δειγματοληψίας πληθυσμού βασισμένη σε k -μέσες τιμές για τη διατήρηση της δομής του πληθυσμού και τη βελτίωση της αποτελεσματικότητας της δειγματοληψίας σε χώρους αναζήτησης υψηλής διάστασης.*
- *Προαιρετικές στρατηγικές επιλογής γονέων βασισμένες σε τουρνουά.*

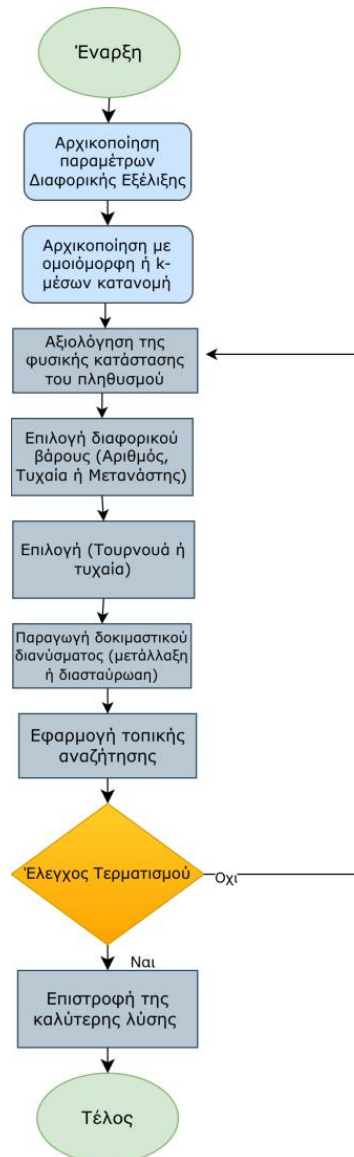
•Περιοδική τοπική βελτίωση χρησιμοποιώντας έναν ντετερμινιστικό τοπικό βελτιστοποιητή.

•Κριτήριο τερματισμού βασισμένο στον πληθυσμό.

7.3 Ο Προτεινόμενος Αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης

Ο αλγόριθμος ξεκινά με μια φάση αρχικοποίησης στην οποία ένας πληθυσμός πρακτόρων NP δημιουργείται τυχαία και αξιολογείται χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση στόχου. Σε αυτό το στάδιο αρχικοποιούνται επίσης πρόσθετες παράμετροι ελέγχου, συμπεριλαμβανομένου του τοπικού ρυθμού αναζήτησης p_i , ο οποίος καθορίζει τη συχνότητα της τοπικής βελτίωσης, το μέγεθος του τουρνουά N_t , το οποίο ελέγχει την πίεση επιλογής, τον μέγιστο αριθμό γενεών N_g , τα κριτήρια τερματισμού N_I και τον μετρητή επανάληψης k . Κατά τη διάρκεια της εξελικτικής διαδικασίας, μπορούν να χρησιμοποιηθούν διαφορετικές στρατηγικές για τον υπολογισμό του διαφορικού βάρους F . Αυτές περιλαμβάνουν μια σταθερή τιμή και έναν τυχαίο μηχανισμό που ορίζεται ως $F = -0,5 + 2r$, όπου $r \in [0, 1]$, καθώς και μια στρατηγική βασισμένη σε μετανάστες [101]. Για κάθε παράγοντα, οι υποψήφιες λύσεις παράγονται μέσω μεταλλάξεων και διασταυρώσεων. λειτουργίες, ακολουθούμενες από ένα βήμα επιλογής που βασίζεται σε συγκρίσεις αντικειμενικών συναρτήσεων. Εκτός από τους εξελικτικούς τελεστές, μια ντετερμινιστική διαδικασία τοπικής αναζήτησης που βασίζεται στη μέθοδο BFGS [93] μπορεί να εφαρμοστεί περιοδικά για τη βελτίωση υποσχόμενων λύσεων. Η διαδικασία βελτιστοποίησης προχωρά επαναληπτικά μέχρι να ικανοποιηθεί μια συνθήκη τερματισμού, η οποία μπορεί να οριστεί είτε από έναν μέγιστο αριθμό γενεών είτε από ένα κριτήριο σύγκλισης που βασίζεται στον πληθυσμό. Ενσωματώνοντας από κοινού στοχαστική διακύμανση, προσαρμοστικούς μηχανισμούς διαφορικού βάρους και ντετερμινιστική τοπική βελτίωση σε ένα ενοποιημένο πλαίσιο, η προτεινόμενη μέθοδος στοχεύει στη βελτίωση της αποτελεσματικότητας της αναζήτησης και στην επίτευξη μιας πιο αποτελεσματικής ισορροπίας μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης.

Τα κύρια βήματα του προτεινόμενου αλγορίθμου DE απεικονίζονται στο διάγραμμα ροής που παρουσιάζεται στο Εικόνα 7



Εικόνα 7: Τα βήματα του προτεινόμενου αλγορίθμου DE.

ΕΙΣΟΔΟΣ

-f : αντικειμενική συνάρτηση

-NP: μέγεθος πληθυσμού

-Nt: μέγεθος τουρνουά

-Ng: μέγιστος αριθμός επαναλήψεων

-N_I : κριτήρια τερματισμού

-CR: Ρυθμός διασταύρωσης

-F: Διαφορικό βάρος

- n: Διάσταση προβλήματος
- k: μετρητής επαναλήψεων

ΕΞΟΛΟΣ

-X_{best}

ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Ορισμός ως NP του μεγέθους πληθυσμού (αριθμός πρακτόρων)
- Δημιουργία τυχαίων NP πρακτόρων x_i , $i = 1, \dots, NP$
- Υπολογισμός της τιμής καταλληλότητας $f_i = f(x_i)$ για κάθε πράκτορα
- Ορισμός ως p_i του τοπικού ρυθμού αναζήτησης
- Ορισμός ως N_g του μέγιστου αριθμού επαναλήψεων
- Ορισμός ως N_t κριτηρίων τερματισμού
- Ορισμός ως N_t τουρνουά μέγεθος
- Ορισμός $k \leftarrow 0$ ως μετρητή επαναλήψεων
- Ορισμός της παραμέτρου CR, με $CR \leq 1$
- Επιλογή της μεθόδου διαφορικού βάρους F:
 - (α)Αριθμός : Το F είναι σταθερή τιμή.
 - (β)Τυχαίο: $F = -0,5 + 2r$, $r \in [0, 1]$.
 - (γ)Μετανάστης: μηχανισμός που βασίζεται σε μετανάστες.

ΚΥΡΙΟΣ ΨΕΥΔΟΚΩΔΙΚΑΣ

- 01 Ενώ το κριτήριο διακοπής δεν πληρούται κάντε
- 02 Για κάθε άτομο i , $i \in \{1..NP\}$ κάντε
- 03 Επιλέξτε τον παράγοντα x_i
- 04 Επιλέξτε τυχαία τρεις διακριτούς παράγοντες x_a, x_b, x_c
- 05 Επιλέξτε έναν τυχαίο ακέραιο $R \in [1, n]$
- 06 Δημιουργήστε ένα σημείο δοκιμής x_t
- 07 Για $j \in \{1..n\}$ κάντε
- 08 Επιλέξτε έναν τυχαίο αριθμό $r \in [0, 1]$
- 09 Εάν $r < CR$ ή $j = R$ τότε
- 10 Ορίστε $x_{t,j} = x_{a,j} + F (x_{b,j} - x_{c,j})$
- 11Αλλιώς

12 Ορίστε $x_{t,j} = x_{ij}$
 13 Τέλος Εαν
 14 Τέλος Για
 15 Ορίστε $y_t = f(x_t)$
 16 Εαν $(y_t) \leq f(x_i)$ τότε
 17 Αντικαταστήστε το x_i με x_t
 18 Τέλος Εαν
 19 Επιλέξτε έναν τυχαίο αριθμό $r \in [0, 1]$
 20 Εαν $r \leq p_1$ τότε
 21 Εφαρμογή τοπικής αναζήτησης $x_i = LS(x_i)$
 22 Τέλος Εαν
 23 Τέλος Για
 24 Θέσε $k \leftarrow k + 1$
 25 Εαν $k \geq N_g$ τότε τερματισμός
 26 $\delta_k^{(iter)} = |f_{k,min}^{(iter)} - f_{k,min}^{(iter-1)}|$
 27 Εαν $\delta^{(k)} \leq \epsilon$ για επαναλήψεις N_I τότε τερματισμός.
 28 Τέλος Ενώ
 Επέστρεψε x_{best}

7.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

Πραγματοποιήθηκε μια σειρά πειραμάτων για τις προαναφερθείσες συναρτήσεις και αυτά τα πειράματα εκτελέστηκαν σε έναν επεξεργαστή AMD RYZEN 5950X με 128 GB RAM. Το λειτουργικό σύστημα του μηχανήματος που λειτουργούσε ήταν το Debian Linux. Κάθε πείραμα διεξήχθη 30 φορές, με διαφορετικούς τυχαίους αριθμούς κάθε φορά, και οι μέσοι όροι καταγράφηκαν. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα κωδικοποιήθηκε σε C++ χρησιμοποιώντας το ελεύθερα διαθέσιμο περιβάλλον βελτιστοποίησης OPTIMUS [73], το οποίο μπορεί να ληφθεί από τη διεύθυνση <https://github.com/itsoulos/OPTIMUS>. Εκτός από το προτεινόμενο πλαίσιο DE, χρησιμοποιήθηκε ένας Γενετικός Αλγόριθμος ως βασική εξελικτική μέθοδος για

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ	ΣΗΜΑΣΙΑ	ΤΙΜΗ
NP	Αριθμός των πρακτόρων	200

n	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων	200
p _i	Ρυθμός τοπικής βελτιστοποίησης	0.05
F	Διαφορικό βάρος για τον κλασικό αλγόριθμο	$F \in [0, 1.0]$
F	Διαφορικό βάρος για τον προτεινόμενο αλγόριθμο	0.8
CR	Πιθανότητα διασταύρωσης	0.9
N _i	Αριθμός επαναλήψεων που χρησιμοποιούν τον κανόνα τερματισμού	8
-	Ρυθμός μεταλλάξης	0.05 (5%)
-	Ρυθμός επιλογής	0.05 (5%)
-	Μέθοδο επιλογής	Roulette

Πίνακας 11: Ρυθμίσεις παραμέτρων των μεθόδων

Ο Πίνακας 12 παρουσιάζει τα αποτελέσματα των πειραμάτων για την προτεινόμενη μέθοδο με διαφορετικές στρατηγικές επιλογής βάρους (MIGRANT, NUMBER και RANDOM). Από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα προκύπτει ότι η στρατηγική MIGRANT επιτυγχάνει τον μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων (387.335), υπερέχοντας σημαντικά έναντι των NUMBER (527.444) και RANDOM (543.201). Η υπεροχή της MIGRANT είναι εμφανής σε ένα πλήθος συναρτήσεων και διαστάσεων. Η συνολική εικόνα δείχνει ότι η επιλογή βάρους με βάση τη στρατηγική MIGRANT οδηγεί σε ταχύτερη σύγκλιση και μειωμένο υπολογιστικό κόστος. Συνεπώς, η συγκεκριμένη στρατηγική αναδεικνύεται ως η πιο αποδοτική επιλογή για την προτεινόμενη μέθοδο.

FUNCTION	MIGRANT(T)	NUMBER(T)	RANDOM(T)
ATTRACTIVE SECTOR_25	1697	1743	1756
ATTRACTIVE SECTOR_50	1761	1823	1828
ATTRACTIVE SECTOR_100	1832	1879	1880
ATTRACTIVE SECTOR_150	1867	1900	1920
BUCHE RASTRIGIN_25	5893 (0.90)	12,243 (0.90)	12,035 (0.90)

BUCHE RASTRIGIN_50	12,585 (0.50)	19,529 (0.50)	20,457 (0.50)
BUCHE RASTRIGIN_100	16,490 (0.53)	30,055 (0.53)	31,465 (0.53)
BUCHE RASTRIGIN_150	23,466 (0.27)	40,240 (0.27)	39,263 (0.27)
DISCUS_25	1992	1857	1896
DISCUS_50	2060	1926	1971
DISCUS_100	2104	1978	1989
DISCUS_150	2144	2006	2040
DIFFERENTPOWERS_25	6478	11,422	11,629
DIFFERENTPOWERS_50	11,183	15,258	15,179
DIFFERENTPOWERS_100	16,225	21,451	20,659
DIFFERENTPOWERS_150	21,495	24,429	24,670
ELLIPSOIDAL_25	3590	3751	3958
ELLIPSOIDAL_50	6424	6864	7184
ELLIPSOIDAL_100	11,549	13,756	13,890
ELLIPSOIDAL_150	16,930	19,311	19,940
GALLAGHER21_25	2261 (0.90)	3815 (0.90)	6364 (0.90)
GALLAGHER21_50	4503 (0.50)	5277 (0.50)	9643 (0.50)
GALLAGHER21_100	1756 (0.53)	1523 (0.53)	1521 (0.53)
GALLAGHER21_150	1662 (0.27)	1521 (0.27)	1526 (0.27)
GALLAGHER101_25	2769 (0.90)	3472 (0.90)	5657 (0.90)
GALLAGHER101_50	4890 (0.50)	6950 (0.50)	7454 (0.50)
GALLAGHER101_100	5886 (0.53)	6846 (0.53)	9505 (0.53)
GALLAGHER101_150	8646 (0.27)	7701 (0.27)	12,352 (0.27)
GRIEWANK_25	4084	5276	5145
GRIEWANK_50	5039	5138	5729
GRIEWANK_100	6460	5726	6002
GRIEWANK_150	6542	5870	6164
GRIEWANK_ROSENBROCK_25	4466	7458	6939
GRIEWANK_ROSENBROCK_50	5325	9766	9255

GRIEWANK_ROSENBROCK_100	6465	11,776	11,001
GRIEWANK_ROSENBROCK_150	7272	13,482	12,543
ROSENBROCK_25	5950	7824	7955
ROSENBROCK_50	8963	13,970	13,057
ROSENBROCK_100	15,930	23,402	22,348
ROSENBROCK_150	22,135	32,850	31,562
RARSTIGIN_25	4577 (0.90)	9691 (0.90)	10,242 (0.90)
RARSTIGIN_50	7746 (0.50)	13,134 (0.50)	12,740 (0.50)
RARSTIGIN_100	9147 (0.53)	13,128 (0.53)	13,184 (0.53)
RARSTIGIN_150	11,620 (0.27)	15,105 (0.27)	15,602 (0.27)
SPHERE_25	1481	1507	1512
SPHERE_50	1509	1534	1539
SPHERE_100	1524	1555	1556
SPHERE_150	1535	1568	1567
STEP ELLIPSOIDAL_25	1625 (0.90)	1642 (0.90)	2090 (0.90)
STEP ELLIPSOIDAL_50	2300 (0.50)	2774 (0.50)	4021 (0.50)
STEP ELLIPSOIDAL_100	2465 (0.53)	1598 (0.53)	1571 (0.53)
STEP ELLIPSOIDAL_150	3143 (0.27)	1531 (0.27)	1521 (0.27)
SHARP RIDGE_25	5104	6215	6026
SHARP RIDGE_50	5226	6850	7123
SHARP RIDGE_100	5995	7782	7649
SHARP RIDGE_150	6481	8112	8237
ZAKHAROV_25	2185	2752	2639
ZAKHAROV_50	3027	4063	3864
ZAKHAROV_100	5572	6265	5634
ZAKHAROV_150	6304	7574	7553
	387,335 (0.85)	527,444 (0.85)	543,201 (0.85)

Πίνακας 12: Πειράματα που χρησιμοποιούν διαφορετική επιλογή βάρους για την προτεινόμενη μέθοδο.

Ο Πίνακας 13 εξετάζει την επίδραση των στρατηγικών επιλογής (τουρνουά – T και τυχαίας επιλογής – R) σε συνδυασμό με τις μεθόδους MIGRANT και RANDOM στην απόδοση βελτιστοποίησης. Από τα συνολικά αποτελέσματα προκύπτει ότι ο συνδυασμός MIGRANT(T) επιτυγχάνει τον μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων (387.335), παρουσιάζοντας σαφή υπεροχή έναντι των MIGRANT(R) (962.599), RANDOM(T) (543.201) και RANDOM(R) (767.225). Συνολικά, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η επιλογή μέσω τουρνουά συμβάλλει ουσιαστικά στη βελτίωση της σύγκλισης, ενώ ο συνδυασμός της με τη στρατηγική MIGRANT αποτελεί την πιο αποδοτική προσέγγιση για την προτεινόμενη μέθοδο.

FUNCTION	MIGRANT(T)	MIGRANT(R)	RANDOM(T)	RANDOM(R)
ATTRACTIVE SECTOR_25	1697	2174	1756	2162
ATTRACTIVE SECTOR_50	1761	2212	1828	2162
ATTRACTIVE SECTOR_100	1832	2177	1880	2192
ATTRACTIVE SECTOR_150	1867	2206	1920	2174
BUCHE RASTRIGIN_25	5893 (0.90)	15,894 (0.90)	12,035 (0.90)	11,921 (0.90)
BUCHE RASTRIGIN_50	12,585 (0.50)	50,438 (0.50)	20,457 (0.50)	20,542 (0.50)
BUCHE RASTRIGIN_100	16,490 (0.53)	59,214 (0.53)	31,465 (0.53)	34,570 (0.53)
BUCHE RASTRIGIN_150	23,466 (0.27)	77,590 (0.27)	39,263 (0.27)	54,663 (0.27)
DISCUS_25	1992	2588	1896	2542
DISCUS_50	2060	2601	1971	2552
DISCUS_100	2104	2553	1989	2617
DISCUS_150	2144	2608	2040	2591
DIFFERENTPOWERS_25	6478	13,918	11,629	14,477
DIFFERENTPOWERS_50	11,183	20,100	15,179	20,064
DIFFERENTPOWERS_100	16,225	27,396	20,659	29,408
DIFFERENTPOWERS_150	21,495	35,710	24,670	35,070
ELLIPSOIDAL_25	3590	6424	3958	5932
ELLIPSOIDAL_50	6424	11,704	7184	10,585
ELLIPSOIDAL_100	11,549	20,736	13,890	20,887

ELLIPSOIDAL_150	16,930	29,835	19,940	28,265
GALLAGHER_25	2261 (0.90)	5412 (0.90)	6364 (0.90)	2891 (0.90)
GALLAGHER21_50	4503 (0.50)	11,988 (0.50)	9643 (0.50)	3311 (0.50)
GALLAGHER21_100	1756 (0.53)	1565 (0.53)	1521 (0.53)	1524 (0.53)
GALLAGHER21_150	1662 (0.27)	1490 (0.27)	1526 (0.27)	1520 (0.27)
GALLAGHER101_25	2769 (0.90)	5180 (0.90)	5657 (0.90)	3016 (0.90)
GALLAGHER101_50	4890 (0.50)	21,179 (0.50)	7454 (0.50)	4878 (0.50)
GALLAGHER101_100	5886 (0.53)	26,739 (0.53)	9505 (0.53)	4507 (0.53)
GALLAGHER101_150	8646 (0.27)	46,866 (0.27)	12,352 (0.27)	3400 (0.27)
GRIEWANK_25	4084	8148	5145	9902
GRIEWANK_50	5039	7894	5729	5203
GRIEWANK_100	6460	9083	6002	4145
GRIEWANK_150	6542	9154	6164	4075
GRIEWANK_ROSENBROCK_25	4466	11,510	6939	17,429
GRIEWANK_ROSENBROCK_50	5325	14,658	9255	24,666
GRIEWANK_ROSENBROCK_100	6465	15,890	11,001	34,019
GRIEWANK_ROSENBROCK_150	7272	17,910	12,543	39,208
ROSENBROCK_25	5950	13,718	7955	15,591
ROSENBROCK_50	8963	21,827	13,057	23,980
ROSENBROCK_100	15,930	34,948	22,348	40,245
ROSENBROCK_150	22,135	49,061	31,562	53,073
RARSTIGIN_25	4577 (0.90)	11,276 (0.90)	10,242 (0.90)	9910 (0.90)
RARSTIGIN_50	7746 (0.50)	26,967 (0.50)	12,740 (0.50)	14,234 (0.50)
RARSTIGIN_100	9147 (0.53)	27,639 (0.53)	13,184 (0.53)	16,666 (0.53)
RARSTIGIN_150	11,620 (0.27)	34,865 (0.27)	15,602 (0.27)	19,135 (0.27)
SPHERE_25	1481	1620	1512	1627
SPHERE_50	1509	1641	1539	1634
SPHERE_100	1524	1635	1556	1644
SPHERE_150	1535	1644	1567	1639
STEP ELLIPSOIDAL_25	1625 (0.90)	2073 (0.90)	2090 (0.90)	1750 (0.90)
STEP ELLIPSOIDAL_50	2300 (0.50)	5937 (0.50)	4021 (0.50)	1664 (0.50)
STEP ELLIPSOIDAL_100	2465 (0.53)	6546 (0.53)	1571 (0.53)	1523 (0.53)
STEP ELLIPSOIDAL_150	3143 (0.27)	11487 (0.27)	1521 (0.27)	1520 (0.27)

SHARP RIDGE_25	5104	10,153	6026	11,776
SHARP RIDGE_50	5226	11,108	7123	12,123
SHARP RIDGE_100	5995	11,592	7649	12,704
SHARP RIDGE_150	6481	12,053	8237	12,395
ZAKHAROV_25	2185	3941	2639	4605
ZAKHAROV_50	3027	8972	3864	7963
ZAKHAROV_100	5572	23,782	5634	14,514
ZAKHAROV_150	6304	25,370	7553	16,240
	387,335 (0.85)	962,599 (0.85)	543,201 (0.85)	767,225 (0.85)

Πίνακας 13: Επίδραση στρατηγικών τυχαίας επιλογής και επιλογής τουρνουά στην απόδοση βελτιστοποίησης.

Ο Πίνακας 14 παρουσιάζει την επίδραση διαφορετικών μεθόδων δειγματοληψίας σε συνδυασμό με τις στρατηγικές MIGRANT και RANDOM. Από τα συνολικά αποτελέσματα προκύπτει ότι ο συνδυασμός MIGRANT(K) επιτυγχάνει το μικρότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος, παρουσιάζοντας σημαντικά καλύτερη απόδοση σε σχέση με τις υπόλοιπες προσεγγίσεις. Η χρήση τουρνουά οδηγεί γενικά σε χαμηλότερο αριθμό κλήσεων σε σύγκριση με την απλή τυχαία επιλογή, ενώ η στρατηγική MIGRANT υπερέρχει συστηματικά της RANDOM. Αντίθετα, οι συνδυασμοί που βασίζονται αποκλειστικά σε τυχαία επιλογή εμφανίζουν αυξημένο υπολογιστικό κόστος και μεγαλύτερη διακύμανση. Συνολικά, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η συνδυαστική αξιοποίηση στρατηγικής MIGRANT με επιλογή μέσω τουρνουά αποτελεί την πιο αποδοτική προσέγγιση για τη βελτιστοποίηση.

FUNCTION	MIGRANT(K)	MIGRANT(U)	RANDOM(K)	RANDOM(U)
ATTRACTIVE SECTOR_25	1697	1738	1756	1792
ATTRACTIVE SECTOR_50	1761	1792	1828	1832
ATTRACTIVE SECTOR_100	1832	1866	1880	1891
ATTRACTIVE SECTOR_150	1867	1890	1920	1920
BUCHE RASTRIGIN_25	5893 (0.90)	12,818 (0.03)	12,035 (0.90)	28,865

				(0.03)
BUCHE RASTRIGIN_50	12,585 (0.50)	23,622 (0.03)	20,457 (0.50)	34,379 (0.03)
BUCHE RASTRIGIN_100	16,490 (0.53)	41,526 (0.03)	31,465 (0.53)	70,319 (0.03)
BUCHE RASTRIGIN_150	23,466 (0.27)	55,612 (0.03)	39,263 (0.27)	90,211 (0.03)
DIFFERENT POWERS_25	1992	2016	1896	1936
DIFFERENT POWERS_50	2060	2077	1971	1989
DIFFERENT POWERS_100	2104	2114	1989	2026
DIFFERENT POWERS_150	2144	2150	2040	2058
DISCUS_25	6478	7368	11,629	11,484
DISCUS_50	11,183	11,666	15,179	15,789
DISCUS_100	16,225	17,566	20,659	21,459
DISCUS_150	21,495	22,526	24,670	24,485
ELLIPSOIDAL_25	3590	3640	3958	3873
ELLIPSOIDAL_50	6424	6399	7184	7022
ELLIPSOIDAL_100	11,549	12,161	13,890	13,610
ELLIPSOIDAL_150	16,930	17,905	19,940	19,576
GALLAGHER21_25	2261 (0.90)	6920 (0.03)	6364 (0.90)	34,112 (0.03)
GALLAGHER21_50	4503 (0.50)	7904 (0.03)	9643 (0.50)	17,404 (0.03)
GALLAGHER21_100	1756 (0.53)	1463	1521 (0.53)	1524 (0.53)
GALLAGHER21_150	1662 (0.27)	1463	1526 (0.27)	1522 (0.27)
GALLAGHER101_25	2769 (0.90)	6395 (0.03)	5657 (0.90)	27,324 (0.03)
GALLAGHER101_50	4890 (0.50)	8204 (0.03)	7454 (0.50)	17,075 (0.03)
GALLAGHER101_100	5886 (0.53)	10,816 (0.03)	9505 (0.53)	18,232 (0.03)
GALLAGHER101_150	8646 (0.27)	12,129 (0.03)	12,352 (0.27)	17,231 (0.03)
GRIEWANK ROSENBROCK_25	4084	4353	5145	5434
GRIEWANK ROSENBROCK_50	5039	5290	5729	5631
GRIEWANK ROSENBROCK_100	6460	6211	6002	5916
GRIEWANK ROSENBROCK_150	6542	6895	6164	6113
GRIEWANK_25	4466	4818	6939	7697
GRIEWANK_50	5325	7163	9255	11,056
GRIEWANK_100	6465	9992	11,001	15,311
GRIEWANK_150	7272	12,350	12,543	19,125

RARSTIGIN_25	5950	5909 (0.03)	7955	8447 (0.03)
RARSTIGIN_50	8963	10,112 (0.03)	13,057	13,669 (0.03)
RARSTIGIN_100	15,930	16,541 (0.03)	22,348	23,760 (0.03)
RARSTIGIN_150	22,135	23,181 (0.03)	31562	33,005 (0.03)
ROSENBROCK_25	4577 (0.90)	9432	10,242 (0.90)	18,663
ROSENBROCK_50	7746 (0.50)	11,863	12,740 (0.50)	27,806
ROSENBROCK_100	9147 (0.53)	15,307	13,184 (0.53)	28,064
ROSENBROCK_150	11,620 (0.27)	18,904	15,602 (0.27)	43,292
SHARP RIDGE_25	1481	1498	1512	1528
SHARP RIDGE_50	1509	1516	1539	1548
SHARP RIDGE_100	1524	1531	1556	1559
SHARP RIDGE_150	1535	1548	1567	1565
SPHERE_25	1625 (0.90)	2733	2090 (0.90)	7103
SPHERE_50	2300 (0.50)	3173	4021 (0.50)	6384
SPHERE_100	2465 (0.53)	3654	1571 (0.53)	5873
SPHERE_150	3143 (0.27)	4073	1521 (0.27)	5149
STEP ELLIPSOIDAL_25	5104	5014 (0.03)	6026	6699 (0.03)
STEP ELLIPSOIDAL_50	5226	5581 (0.03)	7123	7205 (0.03)
STEP ELLIPSOIDAL_100	5995	6091 (0.03)	7649	7893 (0.03)
STEP ELLIPSOIDAL_150	6481	5996 (0.03)	8237	8037 (0.03)
ZAKHAROV_25	2185	2283	2639	2797
ZAKHAROV_50	3027	2901	3864	3743
ZAKHAROV_100	5572	4122	5634	5936
ZAKHAROV_150	6304	5282	7553	7460
	387,335 (0.85)	529,063 (0.71)	543,201 (0.85)	844,408 (0.69)

Πίνακας 14: Πειράματα σχετικά με την απόδοση της DE χρησιμοποιώντας μεθόδους δειγματοληψίας.

Ο Πίνακας 15 παρουσιάζει την επίδραση του ποσοστού τοπικής αναζήτησης στη συνολική απόδοση της μεθόδου, εξετάζοντας διαφορετικές τιμές της παραμέτρου (0.005, 0.01, 0.03 και 0.05). Από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα προκύπτει ότι οι μικρότερες τιμές του ποσοστού τοπικής αναζήτησης οδηγούν σε σημαντικά μειωμένο αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, με την τιμή 0.005 να εμφανίζει τη βέλτιστη συνολική απόδοση. Καθώς το ποσοστό αυξάνεται, παρατηρείται σταδιακή αύξηση του υπολογιστικού κόστους, γεγονός που υποδηλώνει ότι η υπερβολικά συχνή εφαρμογή τοπικής αναζήτησης επιβαρύνει τη

διαδικασία χωρίς αντίστοιχο όφελος στη σύγκλιση. Συνεπώς, μια περιορισμένη αλλά στοχευμένη εφαρμογή τοπικής αναζήτησης φαίνεται να επιτυγχάνει την καλύτερη ισορροπία μεταξύ εκμετάλλευσης και υπολογιστικής αποδοτικότητας.

FUNCTION	MIGRANT (0.005)	MIGRANT (0.01)	MIGRANT (0.03)	MIGRANT (0.05)
ATTRACTIVE	1441	1472	1603	1697
ATTRACTIVE	1582	1522	1674	1761
ATTRACTIVE	1516	1552	1699	1832
ATTRACTIVE SECTOR_150	1536	1560	1726	1867
BUCHE RASTRIGIN_25	2035 (0.90)	2502 (0.90)	4323 (0.90)	5893 (0.90)
BUCHE RASTRIGIN_50	3468 (0.50)	4319 (0.50)	8496 (0.50)	12,585 (0.50)
BUCHE RASTRIGIN_100	4179 (0.53)	5700 (0.53)	10,756 (0.53)	16,490 (0.53)
BUCHE RASTRIGIN_150	5900 (0.27)	7794 (0.27)	14,818 (0.27)	23,466 (0.27)
DISCUS_25	1525	1616	1841	1992
DISCUS_50	1615	1658	1919	2060
DISCUS_100	1578	1655	1979	2104
DISCUS_150	1590	1663	1987	2144
DIFFERENTPOWERS_25	2296	2855	4661	6478
DIFFERENTPOWERS_50	3011	3807	7580	11,183
DIFFERENTPOWERS_100	3827	5693	11,214	16,225
DIFFERENTPOWERS_150	4736	7158	15,238	21,495

ELLIPSOIDAL_25	1765	2011	2940	3590
ELLIPSOIDAL_50	2235	2844	4854	6424
ELLIPSOIDAL_100	3234	4557	9215	11,549
ELLIPSOIDAL_150	4581	6620	12,510	16,930
GALLAGHER21_25	1751 (0.90)	1804 (0.90)	2049 (0.90)	2261 (0.90)
GALLAGHER21_50	2842 (0.50)	3012 (0.50)	3765 (0.50)	4503 (0.50)
GALLAGHER21_100	1432 (0.53)	1470 (0.53)	1609 (0.53)	1756 (0.53)
GALLAGHER21_150	1434 (0.27)	1455 (0.27)	1554 (0.27)	1662 (0.27)
GALLAGHER101_25	1778 (0.90)	1896 (0.90)	2359 (0.90)	2769 (0.90)
GALLAGHER101_50	3287 (0.50)	3470 (0.50)	4186 (0.50)	4890 (0.50)
GALLAGHER101_100	3550 (0.53)	3804 (0.53)	4851 (0.53)	5886 (0.53)
GALLAGHER101_150	4726 (0.27)	5208 (0.27)	6959 (0.27)	8646 (0.27)
GRIEWANK_25	1858	2102	3137	4084
GRIEWANK_50	2154	2407	3859	5039
GRIEWANK_100	2135	2688	4542	6460
GRIEWANK_150	2298	2937	4919	6542
GRIEWANK_ROSENBROCK_25	1840	2116	3292	4466
GRIEWANK_ROSENBROCK_50	2091	2661	4199	5325
GRIEWANK_ROSENBROCK_100	2343	2969	4868	6465
GRIEWANK_ROSENBROCK_150	2512	3295	5496	7272
ROSENBROCK_25	1964	2450	4091	5950
ROSENBROCK_50	2675	3619	6578	8963
ROSENBROCK_100	3616	5278	10,570	15,930
ROSENBROCK_150	5326	7819	15,572	22,135
RARSTIGIN_25	1831 (0.90)	2135 (0.90)	3346 (0.90)	4577 (0.90)
RARSTIGIN_50	2858 (0.50)	3334 (0.50)	5664 (0.50)	7746 (0.50)
RARSTIGIN_100	2941 (0.53)	3697 (0.53)	6336 (0.53)	9147 (0.53)
RARSTIGIN_150	3997 (0.27)	4826 (0.27)	8275 (0.27)	11,620 (0.27)
SPHERE_25	1402	1411	1455	1481
SPHERE_50	1537	1444	1475	1509
SPHERE_100	1463	1454	1489	1524
SPHERE_150	1481	1469	1494	1535
STEP ELLIPSOIDAL_25	1513 (0.90)	1526 (0.90)	1576 (0.90)	1625 (0.90)
STEP ELLIPSOIDAL_50	2136 (0.50)	2155 (0.50)	2229 (0.50)	2300 (0.50)

STEP ELLIPSOIDAL_100	2286 (0.53)	2308 (0.53)	2389 (0.53)	2465 (0.53)
STEP ELLIPSOIDAL_150	2914 (0.27)	2938 (0.27)	3040 (0.27)	3143 (0.27)
SHARP RIDGE_25	1934	2269	3453	5104
SHARP RIDGE_50	2130	2680	4042	5226
SHARP RIDGE_100	2190	2718	4489	5995
SHARP RIDGE_150	2350	3107	5131	6481
ZAKHAROV_25	1570	1635	1912	2185
ZAKHAROV_50	1714	1884	2505	3027
ZAKHAROV_100	2428	2677	4597	5572
ZAKHAROV_150	2090	2314	4721	6304
	148,027 (0.85)	178,999 (0.85)	289,106 (0.85)	387,335 (0.85)

Πίνακας 15: Πειράματα σχετικά με την επίδραση του ποσοστού τοπικής αναζήτησης στην απόδοση βελτιστοποίησης στο DE.

Ο Πίνακας 16 παρουσιάζει τα συγκριτικά αποτελέσματα μεταξύ διαφορετικών μεθόδων βελτιστοποίησης, με βάση τον συνολικό αριθμό κλήσεων συνάρτησης. Από τα συγκεντρωτικά στοιχεία προκύπτει ότι η προτεινόμενη μέθοδος επιτυγχάνει σαφώς μικρότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος (387.335) σε σύγκριση με τις υπόλοιπες προσεγγίσεις, οι οποίες εμφανίζουν σημαντικά υψηλότερες τιμές. Αν και ορισμένες σύγχρονες παραλλαγές εξελικτικών αλγορίθμων παρουσιάζουν ανταγωνιστική απόδοση σε επιμέρους περιπτώσεις, η προτεινόμενη μέθοδος διατηρεί σταθερά χαμηλές τιμές στο σύνολο των δοκιμών. Η συνολική εικόνα καταδεικνύει ότι η μέθοδος προσφέρει καλύτερη ισορροπία μεταξύ αποτελεσματικότητας σύγκλισης και υπολογιστικού κόστους, επιβεβαιώνοντας την ανταγωνιστικότητά της έναντι καθιερωμένων τεχνικών βελτιστοποίησης.

FUNCTION	BICCA	MLSHADESPA	SHADE_ILS	DE	GA	WOA	IPSO	PROPOSED
ATTRACTIVE SECTOR_25	5130	950	452	4439	2208	2641	2120	1697
ATTRACTIVE SECTOR_50	10,097	994	558	18,104	2230	5700	2167	1761
ATTRACTIVE	20,178	989	748	15,246	2231	5785	2179	1832

SECTOR_100								
ATTRACTIVE SECTOR_150	30,259	1047	959	6646	2232	9248	2196	1867
BUCHE RASTRIGIN_25	5144 (0.33)	9420 (0.90)	2093 (0.90)	1466 (0.90)	12,979 (0.90)	15,048 (0.93)	12,115 (0.90)	5893 (0.90)
BUCHE RASTRIGIN_50	10,345 (0.03)	18,003 (0.50)	3440 (0.50)	1894 (0.50)	20,711 (0.50)	58,557 (0.77)	30,866 (0.50)	12,585 (0.50)
BUCHE RASTRIGIN_100	20,676 (0.03)	30,652 (0.53)	5428 (0.53)	2020 (0.53)	29,121 (0.53)	43,001 (0.97)	39,680 (0.53)	16,490 (0.53)
BUCHE RASTRIGIN_150	30,894 (0.03)	47,160 (0.27)	7663 (0.27)	2511 (0.27)	37,696 (0.27)	54,641	53,060 (0.27)	23,466 (0.27)
DISCUS_25	5125	1365	536	4255	2656	3006	2452	1992
DISCUS_50	10,101	1425	642	10,297	2663	6310	2498	2060
DISCUS_100	20,189	1402	826	8284	2631	5835	2523	2104
DISCUS_150	30,265	1487	1042	8548	2620	8227	2548	2144
DIFFERENTPOWERS_ 25	5144	13,007	2644	4786	14,495	14,921	13,313	6478
DIFFERENTPOWERS_ 50	10,389	20,029	3860	14,391	20,539	35,828	19,839	11,183
DIFFERENTPOWERS_ 100	20,644	27,859	5450	7355	28,413	52,081	28,379	16,225
DIFFERENTPOWERS_ 150	30,877	36,894	7059	6266	33,569	93,074	36,287	21,495
ELLIPSOIDAL_25	5139 (0.87)	4227	1117	4161	5955	7299	6375	3590
ELLIPSOIDAL_50	10,247	9146	2178	16,624	10,892	19,281	11,641	6424
ELLIPSOIDAL_100	20,492	18,062	3966	12,708	20,202	38,501	20,736	11,549
ELLIPSOIDAL_150	30,708	26,835	5993	21,936	36,236	63,093	29,414	16,930
GALLAGHER21_25	5122 (0.46)	1304 (0.90)	503 (0.90)	4180 (0.90)	3346 (0.90)	9210 (0.90)	3605 (0.90)	2261 (0.90)
GALLAGHER21_50	10,119 (0.03)	1757 (0.50)	701 (0.50)	7938 (0.50)	3192 (0.50)	35,580 (0.50)	8866 (0.50)	4503 (0.50)
GALLAGHER21_100	20,167	392 (0.53)	637 (0.53)	1323 (0.53)	1593 (0.53)	1950 (0.53)	5363 (0.53)	1756 (0.53)

GALLAGHER21_150	30,248	385 (0.27)	825 (0.27)	1313 (0.27)	1582 (0.27)	1738 (0.27)	2050 (0.27)	1662 (0.27)
GALLAGHER101_25	5117 (0.07)	1270	501 (0.90)	3625 (0.90)	3340 (0.90)	7664 (0.90)	3473 (0.90)	2769 (0.90)
GALLAGHER101_50	10,114 (0.03)	1396	634 (0.50)	18,470 (0.50)	7134 (0.50)	38,817 (0.50)	8796 (0.50)	4890 (0.50)
GALLAGHER101_100	20,193 (0.03)	1868	901 (0.53)	14,700 (0.53)	5794 (0.53)	39,700 (0.53)	9257 (0.53)	5886 (0.53)
GALLAGHER101_150	30,269 (0.03)	1922	1127 (0.27)	24,214 (0.27)	7210 (0.27)	36,525 (0.27)	14076 (0.27)	8646 (0.27)
GRIEWANK_25	5173 (0.70)	7828	1811	4123 (0.97)	9733	10,166	9454	4084
GRIEWANK_50	10,138	3434	1061	17,524 (0.93)	5410	18,966	9827	5039
GRIEWANK_100	20,208	2825	1124	14,809	4982	19,318	10,369	6460
GRIEWANK_150	30,290	3035	1391	6335 (0.97)	5221	28,823	10,741	6542
GRIEWANK_ROSENB ROCK_25	5180	14,086	3132	3238	17,038	10,630	9698	4466
GRIEWANK_ROSENB ROCK_50	10,362	20,021	4319	16,379	23,217	22,912	11,610	5325
GRIEWANK_ROSENB ROCK_100	20,462	23,913	4925	11,375	31,195	24,543	13,409	6465
GRIEWANK_ROSENB ROCK_150	30,604	29,813	6080	4446	37,364	33,948	15,075	7272
ROSENBROCK_25	5163	12,518	2793	3543	15,493	13,642	13,642	5950
ROSENBROCK_50	10,451	21,195	4555	12,085	24,602	33,038	22,317	8963
ROSENBROCK_100	20,785	35,136	7151	6038	39,496	48,451	36,400	15,930
ROSENBROCK_150	31,103	50,850	10,669	4203	53,211	75,425	50,281	22,135
RARSTIGIN_25	5139 (0.36)	7826 (0.90)	1767 (0.90)	1574 (0.90)	9581 (0.90)	15,530 (0.90)	9826 (0.90)	4577 (0.90)
RARSTIGIN_50	10,208 (0.03)	10,741 (0.50)	2091 (0.50)	1895 (0.50)	12,272 (0.50)	41,187 (0.73)	17,354 (0.50)	7746 (0.50)
RARSTIGIN_100	20,358	11,464 (0.53)	2338 (0.53)	1869	2134	27,383	19,347	9147 (0.53)

	(0.03)			(0.53)	(0.53)	(0.90)	(0.53)	
RARSTIGIN_150	30,561 (0.03)	14,002 (0.27)	2942 (0.27)	2122 (0.27)	13,990 (0.27)	32,297 (0.93)	27,682 (0.27)	11,620 (0.27)
SPHERE_25	5134	482	358	4131	1689	2206	1611	1481
SPHERE_50	10,088	500	459	18,098	1700	5111	1633	1509
SPHERE_100	20,169	498	655	15,241	1699	5107	1639	1524
SPHERE_150	30,250	523	858	6639	1700	7347	1645	1535
STEP ELLIPSOIDAL_25	5114 (0.70)	375 (0.90)	313 (0.90)	1857 (0.93)	2069 (0.90)	1812 (0.97)	1846 (0.90)	1625 (0.90)
STEP ELLIPSOIDAL_50	10,086 (0.03)	375 (0.50)	391 (0.50)	6493 (0.67)	2469 (0.50)	2541 (0.50)	3993 (0.50)	2300 (0.50)
STEP ELLIPSOIDAL_100	20,167 (0.03)	377 (0.53)	541 (0.53)	5658 (0.53)	1681 (0.53)	2405 (0.53)	3946 (0.53)	2465 (0.53)
STEP ELLIPSOIDAL_150	30,248 (0.03)	383 (0.27)	695 (0.27)	5588 (0.27)	1673 (0.27)	2854 (0.27)	5065 (0.27)	3143 (0.27)
SHARP RIDGE_25	5125	9281	2193	5153	11,536	11,398	11,371	5104
SHARP RIDGE_50	10,261	9843	2284	18,677	11,818	19,405	12,550	5226
SHARP RIDGE_100	20,366	10,190	2403	15,159	11,659	20,507	13,017	5995
SHARP RIDGE_150	30,458	11,205	2885	7476 (0.97)	11,866	25,983	13,776	6481
ZAKHAROV_25	5120	4383	1177	1735	5756	9556	3449	2185
ZAKHAROV_50	10,118	18,043	3584	2371	15,522	23,884	6469	3027
ZAKHAROV_100	20,211	45,770	8470	2216	38,359	29,581	16,562	5572
ZAKHAROV_150	30,293	46,497	9315	2503	36,399	32,379	21,273	6304

Πίνακας 16: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης.
Οι αριθμοί στα κελιά αντιπροσωπεύουν κλήσεις συνάρτησης αθροίσματος.

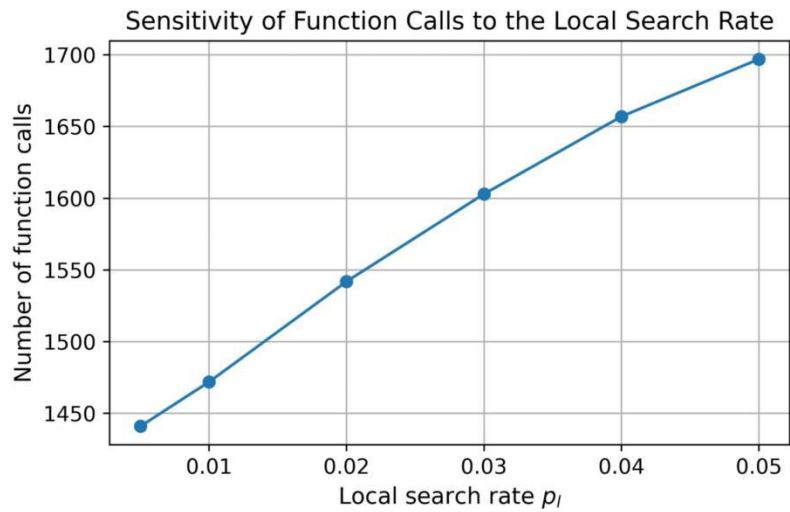
7.5 Ανάλυση Ευαισθησίας Παραμέτρων

Για να αξιολογηθεί η ευρωστία της προτεινόμενης μεθόδου σε σχέση με τις κύριες παραμέτρους ελέγχου της, διεξήχθη ανάλυση ευαισθησίας, εστιάζοντας στον τοπικό ρυθμό αναζήτησης p_i , το μέγεθος πληθυσμού NP και το μέγεθος του τουρνουά N_t . Κάθε παράμετρος μεταβλήθηκε ανεξάρτητα, ενώ όλες οι υπόλοιπες παράμετροι διατηρήθηκαν σταθερές.

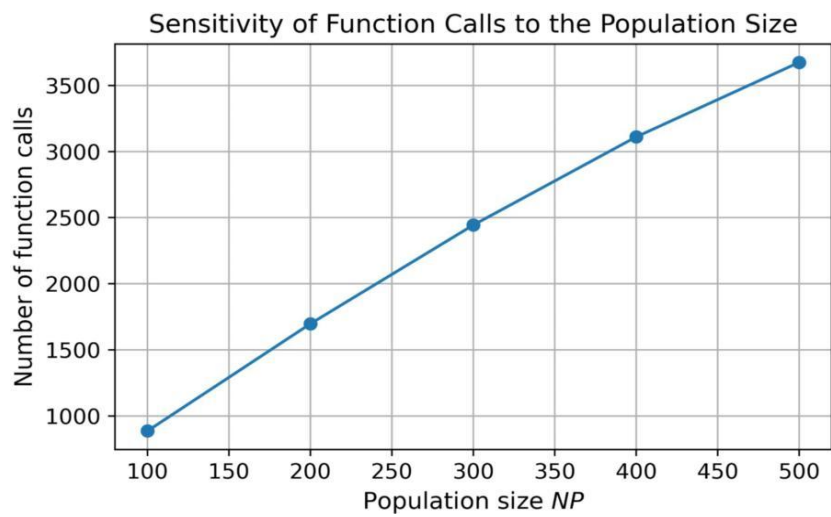
Η Εικόνα 9 απεικονίζει την ευαισθησία του αριθμού των κλήσεων συναρτήσεων σε σχέση με τον ρυθμό τοπικής αναζήτησης p_i . Τα αποτελέσματα δείχνουν μια σταδιακή αύξηση του υπολογιστικού κόστους καθώς αυξάνεται το p_i , η οποία μπορεί να αποδοθεί στην πιο συχνή ενεργοποίηση της διαδικασίας τοπικής βελτίωσης. Παρ' όλα αυτά, η παρατηρούμενη μεταβολή είναι ομαλή και δεν παρατηρείται απότομη υποβάθμιση της απόδοσης για μέτριες αλλαγές στον τοπικό ρυθμό αναζήτησης.

Η Εικόνα 10 παρουσιάζει την επίδραση του μεγέθους πληθυσμού NP στον αριθμό των κλήσεων συναρτήσεων. Όπως αναμενόταν, η αύξηση του μεγέθους του πληθυσμού οδηγεί σε υψηλότερο υπολογιστικό κόστος λόγω του μεγαλύτερου αριθμού ατόμων που αξιολογούνται σε κάθε επανάληψη. Ωστόσο, η τάση παραμένει μονότονη και προβλέψιμη, υποδεικνύοντας σταθερή συμπεριφορά κλιμάκωσης παρά ευαισθησία σε ένα συγκεκριμένο μέγεθος πληθυσμού.

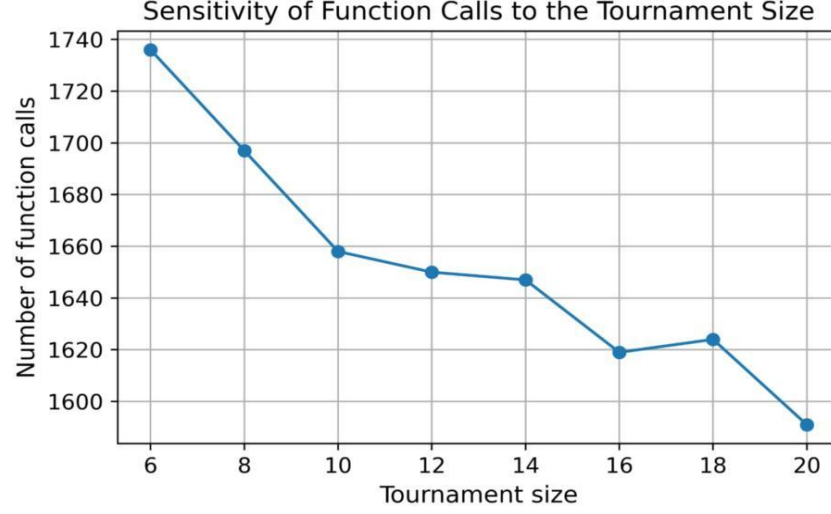
Η Εικόνα 11 δείχνει την ευαισθησία του αλγορίθμου στο μέγεθος του τουρνουά N_t όταν χρησιμοποιείται η επιλογή γονέα βάσει τουρνουά. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι οι μέτριες τιμές του N_t αποδίδουν συγκρίσιμη απόδοση, ενώ τα μεγαλύτερα μεγέθη τουρνουά μειώνουν ελαφρώς τον αριθμό των κλήσεων συναρτήσεων αυξάνοντας την πίεση επιλογής. Είναι σημαντικό ότι οι διαφορές απόδοσης στο εύρος δοκιμής παραμένουν περιορισμένες, υποδηλώνοντας ότι ο αλγόριθμος δεν είναι ιδιαίτερα ευαίσθητος στην ακριβή επιλογή του N_t .



Διάγραμμα 9: Ευαισθησία των κλήσεων συναρτήσεων στην τοπική αναζήτηση.



Διάγραμμα 10: Ευαισθησία των κλήσεων συναρτήσεων στο μέγεθος του πληθυσμού.



Διάγραμμα 11: Ευαισθησία των κλήσεων συναρτήσεων στο μέγεθος του τουρνουά.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 8: Enhancing Differential Evolution: A Dual Mutation Strategy with Majority Dimension Voting and New Stopping Criteria

Εισαγωγή

Ο αλγόριθμος Differential Evolution (DE), ο οποίος παρουσιάστηκε αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο, αποτελεί μία ιδιαίτερα αποδοτική μέθοδο καθολικής βελτιστοποίησης. Παρά την απλότητα και την υψηλή απόδοσή του, η αποτελεσματικότητά του αλγορίθμου μπορεί να επηρεαστεί από ζητήματα όπως η ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης του χώρου αναζήτησης, η επιλογή στρατηγικής μετάλλαξης καθώς και τα κριτήρια τερματισμού της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Στο παρόν κεφάλαιο προτείνεται μία ενισχυμένη εκδοχή του αλγορίθμου Differential Evolution, με στόχο τη βελτίωση της ταχύτητας σύγκλισης και της ποιότητας των παραγόμενων λύσεων. Συγκεκριμένα, εισάγεται μια στρατηγική διπλής μετάλλαξης (Dual Mutation Strategy), η οποία συνδυάζεται με μηχανισμό Majority Dimension Voting για αποτελεσματικότερη καθοδήγηση της αναζήτησης, καθώς και νέα κριτήρια τερματισμού που επιτρέπουν δυναμική προσαρμογή της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

8.1 Ο τροποποιημένος αλγόριθμος διαφορικής εξέλιξης (NEWDE)

Ο τροποποιημένος αλγόριθμος διαφορικής εξέλιξης (NEWDE) αντιπροσωπεύει μια βελτιωμένη έκδοση του κλασικού αλγορίθμου DE, ενσωματώνοντας καινοτόμες στρατηγικές για τη βελτίωση της απόδοσης. Ο αλγόριθμος ξεκινά με μια φάση αρχικοποίησης όπου προσδιορίζεται το μέγεθος του πληθυσμού και αρχικοποιούνται παράμετροι όπως η πιθανότητα διασταύρωσης (CR), η πιθανότητα τοπικής αναζήτησης (LS) και τα όρια του προβλήματος. Ο αρχικός πληθυσμός δημιουργείται τυχαία, αξιολογείται η καταλληλότητα κάθε ατόμου και η συνολική βέλτιστη λύση μαζί με τις προσδιορίζεται η αντίστοιχη τιμή καταλληλότητας. Στον κύριο βρόχο βελτιστοποίησης, ο αλγόριθμος εφαρμόζει μια νέα προσέγγιση επιλογής στρατηγικής. Για κάθε άτομο στον πληθυσμό, δημιουργείται ένας τυχαίος αριθμός (randStrategy) για να προσδιοριστεί ποια στρατηγική θα ακολουθηθεί. Συγκεκριμένα με πιθανότητα 20% επιλέγεται η Στρατηγική 1 και με πιθανότητα 80% επιλέγεται η Στρατηγική 2. Η Στρατηγική 1 εστιάζει στην εξερεύνηση του χώρου λύσεων. Για κάθε διάσταση, υπολογίζεται η απόσταση από την τρέχουσα βέλτιστη λύση και δημιουργείται ένα νέο δοκιμαστικό διάνυσμα που τείνει να απομακρύνεται από την βέλτιστη λύση, χρησιμοποιώντας έναν τυχαίο συντελεστή. Αυτό εξασφαλίζει ευρεία κάλυψη του χώρου αναζήτησης. Η Στρατηγική 2 επικεντρώνεται στην

αξιοποίηση υποσχόμενων περιοχών. Τυχαία άτομα επιλέγονται από τον πληθυσμό για να δημιουργηθεί ένα δοκιμαστικό διάνυσμα με δυναμικά προσαρμοσμένο διαφορικό βάρος, το οποίο συνδυάζει πληροφορίες από πολλά άτομα. Αυτός ο συντελεστής κυμαίνεται μεταξύ 0,5 και 2,5, παρέχοντας μεγαλύτερη ευελιξία στη διαδικασία αναζήτησης. Μετά τη δημιουργία του δοκιμαστικού διανύσματος, αξιολογείται η καταλληλότητά του και συγκρίνεται με αυτήν του αρχικού ατόμου. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση, ο πληθυσμός και η συνολική βέλτιστη λύση ενημερώνονται. Προαιρετικά, μπορεί να εφαρμοστεί μια φάση τοπικής αναζήτησης σε επιλεγμένα άτομα για περαιτέρω βελτίωση των λύσεων. Ο αλγόριθμος τερματίζεται είτε όταν επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων είτε όταν ικανοποιηθούν συγκεκριμένα κριτήρια τερματισμού. Η τελική έξοδος είναι η βέλτιστη λύση που βρέθηκε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Αυτός ο τροποποιημένος αλγόριθμος συνδυάζει αποτελεσματικά την εξερεύνηση και την αξιοποίηση του χώρου αναζήτησης, παρέχοντας βελτιωμένη απόδοση για σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης.

Η μελέτη αναγνωρίζει ορισμένους περιορισμούς του προτεινόμενου αλγορίθμου, ιδιαίτερα όσον αφορά την απόδοσή του σε πολυδιάστατους χώρους αναζήτησης και τον χειρισμό δυναμικά μεταβαλλόμενων προβλημάτων. Συγκεκριμένα, σε περιπτώσεις υψηλής διαστατικότητας, παρατηρείται σημαντική υποβάθμιση της αποδοτικότητας λόγω της αυξημένης υπολογιστικής πολυπλοκότητας και της δυσκολίας διατήρησης της ποικιλομορφίας του πληθυσμού. Εάν βρεθεί καλύτερη λύση, ο πληθυσμός και η συνολική βέλτιστη λύση ενημερώνονται. Προαιρετικά, μπορεί να εφαρμοστεί μια φάση τοπικής αναζήτησης σε επιλεγμένα άτομα για περαιτέρω βελτίωση των λύσεων. Ο αλγόριθμος τερματίζεται είτε όταν επιτευχθεί ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων είτε όταν ικανοποιηθούν συγκεκριμένα κριτήρια τερματισμού. Η τελική έξοδος είναι η καλύτερη λύση που βρέθηκε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας βελτιστοποίησης. Αυτός ο τροποποιημένος αλγόριθμος συνδυάζει αποτελεσματικά την εξερεύνηση και την αξιοποίηση του χώρου αναζήτησης, παρέχοντας βελτιωμένη απόδοση για σύνθετα προβλήματα βελτιστοποίησης.

Ένας κεντρικός παράγοντας που συμβάλλει σε αυτήν την υποβάθμιση είναι η σχέση μεταξύ της διαστατικότητας του προβλήματος και του μεγέθους του πληθυσμού. Όταν η διαστατικότητα υπερβαίνει ένα κρίσιμο ποσοστό του μεγέθους του πληθυσμού, η ικανότητα του αλγορίθμου να δημιουργεί αποτελεσματικά διαφορικούς όρους μειώνεται

καθώς ο αριθμός των πιθανών συνδυασμών καθίσταται ανεπαρκής για διεξοδική εξερεύνηση του διαστήματος. Για να αντιμετωπίσουμε αυτό το ζήτημα, προτείνουμε μια προσαρμοστική στρατηγική που προσαρμόζει δυναμικά τον αριθμό των πρακτόρων που συμμετέχουν στη δημιουργία δοκιμαστικών διανυσμάτων. Η βασική αρχή αυτής της στρατηγικής περιλαμβάνει τον περιορισμό του αριθμού των πρακτόρων σε ένα ποσοστό του συνολικού πληθυσμού όταν η διαστατικότητα υπερβαίνει ένα καθορισμένο όριο. Αυτό το όριο ορίζεται στο 30% του μεγέθους του πληθυσμού, μια τιμή που εξισορροπεί την ανάγκη για επαρκή ποικιλομορφία με τη διαχείριση του υπολογιστικού φορτίου. Η εφαρμογή αυτής της στρατηγικής αποφέρει δύο κύρια αποτελέσματα. Πρώτον, μειώνει το υπολογιστικό φόρτο σε προβλήματα υψηλής διάστασης χωρίς να θέτει σε κίνδυνο την ποιότητα της λύσης. Δεύτερον, διατηρεί την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου σε προβλήματα χαμηλότερης διάστασης, όπου μπορεί να χρησιμοποιηθεί ολόκληρος ο αριθμός των διαστάσεων χωρίς περιορισμούς. Συνολικά, αυτή η προσέγγιση ενισχύει την επεκτασιμότητα του αλγορίθμου και παρέχει μια εφικτή λύση στις προκλήσεις που αντιμετωπίζονται σε πολυδιάστατα προβλήματα. Ωστόσο, η αποτελεσματικότητά της εξαρτάται σε κάποιο βαθμό από την κατάλληλη διαμόρφωση άλλων παραμέτρων, όπως το περιοριστικό ποσοστό και το μέγεθος του πληθυσμού, υπογραμμίζοντας την ανάγκη για περαιτέρω έρευνα σε αυτόν τον τομέα.

8.2 Τα κύρια βήματα του αλγορίθμου

1. Αρχικοποίηση:

- (α) Ορισμός μεγέθους πληθυσμού NP
- (β) Αρχικοποίηση παραμέτρων:
 - i. Πιθανότητα διασταύρωσης $CR \in [0, 1]$
 - ii. Πιθανότητα τοπικής αναζήτησης localSearchRate
 - iii. Όρια προβλήματος lmargin, rmargin
- (γ) Τυχαία αρχικοποίηση πληθυσμού $samples_i$, $i = 1..NP$
- (δ) Αξιολόγηση αρχικής καταλληλότητας $f fitnessArray_i$ για όλα τα άτομα
- (ε) Προσδιορισμός της καθολικής βέλτιστης λύσης $bsample$ και $f fitness bF2x$

2. Κύριος βρόχος βελτιστοποίησης (μέχρι να επιτευχθούν οι μέγιστες επαναλήψεις):

Για κάθε μεμονωμένο $samples_i$ στον πληθυσμό ($i = 1$ έως NP):

- (α) Επιλογή στρατηγικής:

- i. Δημιουργία τυχαίου αριθμού $\text{randStrategy} \in [0, 1]$
- ii. Εάν $\text{randStrategy} < 0.2$: Χρήση στρατηγικής 1
- iii. Αλλιώς: Χρήση στρατηγικής 2

(β) Φάση μετάλλαξης:

Στρατηγική 1 (Εξερεύνηση):

Για κάθε διάσταση d :

Δημιουργήστε τυχαίο αριθμό $r \in [0, 1]$

$\text{distance} = |\text{samples}_{i,d} - \text{bestSample}_d|$

$\text{trialSample}_d = \text{bestSample}_d - r \times \text{distance}$

Εφαρμόστε επιδιόρθωση ορίων εάν χρειάζεται

Στρατηγική 2 (Εκμετάλλευση):

- i. Επιλέξτε διάσταση $+ 1$ διακριτό τυχαίο δείκτη από τον πληθυσμό ($\neq i$)
- ii. Επιλέξτε τυχαία διάσταση R
- iii. Για κάθε διάσταση d :

A. $r_2 = \text{random}[0, 1]$

B. Εάν $r_2 > CR$ ή $d = R$:

Δημιουργήστε τυχαίο αριθμό $r_3 \in [0.0, 1.0]$

$F = 1/2 + 2 \times r_3$

$\text{trialSample}_d = \text{samples}_{\text{index1},d} + F \times (\text{samples}_{\text{index2},d} - \text{samples}_{\text{otherindices},d})$

Εφαρμόστε επιδιόρθωση ορίων

C. Αλλιώς:

$\text{trialSample}_d = \text{samples}_{i,d}$

(γ) Επιλογή:

- i. Αξιολογήστε το διάνυσμα δοκιμής: $\text{minValue} = f(\text{trialSample})$
- ii. Εάν $\text{minValue} < \text{fitnessArray}_i$:
 $\text{samples}_i = \text{trial sample}$
 $\text{fitnessArray}_i = \text{minValue}$
 Εάν $\text{minValue} < \text{bestFitness}$:
 Ενημέρωση καθολικού βέλτιστου $\text{bestSample} = \text{trial sample}$
 $\text{bestFitness} = \text{minValue}$

3. Τοπική Αναζήτηση LS (προαιρετικό):

Για κάθε άτομο i :

(α) $r = \text{τυχαίος αριθμός} \in [0, 1]$

(β) Εάν $r < \text{localSearchRate}$:

re $\text{finedFitness} = \text{localSearch}(\text{samples}_i)$

Εάν re $\text{finedFitness} < \text{fitnessArray}_i$:

Ενημέρωση samples_i και fitnessArray_i

Ενημέρωση καθολικής βέλτιστης τιμής εάν βελτιωθεί

4. Τερματισμός:

(α) Όταν επιτευχθούν οι μέγιστες επαναλήψεις ή επαληθευτεί οποιοσδήποτε από τους κανόνες τερματισμού

(β) Επιστροφή καθολικής βέλτιστης λύσης $bSample$

8.3 Μηχανισμός Διάστασης Πλειοψηφίας

Ο μηχανισμός διάστασης πλειοψηφίας παίζει σημαντικό ρόλο στους αλγόριθμους βελτιστοποίησης, όπου χρησιμεύει ως εργαλείο καθοδήγησης για τη διαδικασία αναζήτησης. Λειτουργεί συγκρίνοντας ένα τρέχον δείγμα με δύο κρίσιμα σημεία αναφοράς: ένα βέλτιστο δείγμα b που αντιπροσωπεύει μια γνωστή καλή λύση ή ελάχιστο και ένα χειρότερο δείγμα w που αντιπροσωπεύει λιγότερο επιθυμητές λύσεις. Η λειτουργία του μηχανισμού ξεκινά με μια ανάλυση διάσταση προς διάσταση του δείγματος. Για κάθε στοιχείο διανύσματος, υπολογίζει τις απόλυτες διαφορές μεταξύ του δείγματος και των αντίστοιχων στοιχείων και των δύο διανυσμάτων αναφοράς. Ο μηχανισμός στη συνέχεια καθορίζει με ποιο διάνυσμα αναφοράς ευθυγραμμίζεται το τρέχον δείγμα πιο στενά σε κάθε μεμονωμένη διάσταση. Όταν η συνάρτηση επιστρέφει αληθές, υποδεικνύοντας ότι το δείγμα είναι πιο κοντά στο βέλτιστο δείγμα στις περισσότερες διαστάσεις, αυτό σημαίνει ότι η τρέχουσα θέση είναι κοντά σε ένα προηγουμένως ανακαλυφθέν ελάχιστο. Σε αυτήν την περίπτωση, ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης μπορεί να λάβει αποφάσεις όπως αλλαγή κατεύθυνσης, αύξηση του μεγέθους του βήματος αναζήτησης ή εφαρμογή τυχαιοποιημένων παραλλαγών, με στόχο την αποφυγή τοπικών παγίδων ελαχίστων και την εξερεύνηση νέων περιοχών του χώρου λύσεων. Αντίθετα, όταν η συνάρτηση επιστρέφει ψευδές, υποδεικνύοντας ότι το δείγμα είναι πιο κοντά στο χειρότερο δείγμα, αυτό υποδηλώνει ότι η τρέχουσα θέση δικαιολογεί περαιτέρω εξερεύνηση. Εδώ, ο αλγόριθμος μπορεί να εστιάσει την αναζήτησή του στην τρέχουσα περιοχή, ελπίζοντας σε περαιτέρω

βελτίωση της λύσης. Σε έναν ευκλείδειο χώρο παραμέτρων, αυτός ο μηχανισμός επιτρέπει τη δυναμική προσαρμογή της αναζήτησης. Όταν οδηγεί σε αληθές, ενθαρρύνει τον αλγόριθμο να κάνει μεγαλύτερα άλματα προς νέες κατευθύνσεις ή να χρησιμοποιήσει μεθόδους διαφυγής τοπικών ελάχιστων. Όταν οδηγεί σε ψευδές, επικεντρώνει την αναζήτηση γύρω από την τρέχουσα περιοχή για πιο λεπτομερή εξερεύνηση. Τα βασικά πλεονεκτήματα αυτού του μηχανισμού περιλαμβάνουν την ικανότητά του να αποτρέπει τη στασιμότητα σε μη βέλτιστες λύσεις, την λειτουργική του ευελιξία εστιάζοντας σε μεμονωμένες διαστάσεις αντί για συγκεντρωτικά μέτρα και την ευρεία εφαρμογή του σε διάφορους αλγόριθμους βελτιστοποίησης, από προσεγγίσεις που βασίζονται σε κλίση έως εξελικτικές προσεγγίσεις. Συνοπτικά, ο μηχανισμός της πλειοψηφικής διάστασης λειτουργεί ως ένας έξυπνος οδηγός στις βέλτιστες αναζητήσεις λύσεων. Προσφέρει μια ισορροπημένη προσέγγιση μεταξύ της εξερεύνησης νέων περιοχών και της αξιοποίησης γνωστών καλών λύσεων, ενισχύοντας τόσο την αποτελεσματικότητα όσο και την αξιοπιστία της διαδικασίας βελτιστοποίησης χωρίς να περιορίζεται από τοπικά βέλτιστα.

Ο τύπος του μηχανισμού διάστασης πλειοψηφίας:

$$\text{checkSample}(s, b, w) = \begin{cases} \text{true, if } \sum_{d=1}^{\text{dimension}} (|s_d - b_d| < |s_d - w_d|) > \sum_{d=1}^{\text{dimension}} (|s_d - w_d| < |s_d - b_d|) \\ \text{false, else} \end{cases}$$

όπου $s = [s_1, s_2, \dots, s_d]$: Το δείγμα που αξιολογείται

$b = [b_1, b_2, \dots, b_d]$: Το καλύτερο δείγμα

$w = [w_1, w_2, \dots, w_d]$: Το χειρότερο δείγμα

Υπάρχουν αρκετές παρόμοιες προσεγγίσεις με το MDM που χρησιμοποιούν διαστατικές πληροφορίες για τη βελτίωση της απόδοσης του αλγορίθμου. Για παράδειγμα, αλγόριθμοι όπως ο SaDE [102] και ο jDE [103] εφαρμόζουν προσαρμογή παραμέτρων ανά διάσταση, αλλά χωρίς να συγκρίνουν ρητά τις διαστάσεις με καλύτερα ή χειρότερα δείγματα. Ομοίως, μέθοδοι όπως το CMA-ES [104] αναλύουν τις σχέσεις μεταξύ διαστάσεων μέσω μητρών συνδιακύμανσης, ωστόσο δεν ενσωματώνουν σύστημα ψηφοφορίας. Άλλες τεχνικές, όπως η μάθηση βασισμένη στην αντίθεση [105], δημιουργούν αντίθετες λύσεις για σκοπούς εξερεύνησης, αλλά δεν αξιολογούν κάθε διάσταση ξεχωριστά. Η καινοτομία του MDM έγκειται στο σύστημα πλειοψηφίας που συγκρίνει τις διαστάσεις με βάση την απόστασή τους από ανώτερες και κατώτερες λύσεις. Αυτή η προσέγγιση δεν έχει αναφερθεί σε προηγούμενες μελέτες, καθώς οι υπάρχουσες μέθοδοι είτε χρησιμοποιούν διαστατική

προσαρμογή χωρίς μηχανισμούς ψηφοφορίας είτε χρησιμοποιούν συλλογικά κριτήρια χωρίς να λαμβάνουν υπόψη την απόδοση ανά διάσταση. Έτσι, το MDM εισάγει μια νέα στρατηγική για τη δυναμική εξισορρόπηση της εξερεύνησης και της εκμετάλλευσης που δεν έχει διερευνηθεί σε παρόμοιες μορφές σε άλλους αλγόριθμους βελτιστοποίησης.

8.4. Πειραματικά Αποτελέσματα

Για τις πειραματικές συγκρίσεις, επιλέξαμε τις μεθόδους βελτιστοποίησης GA, WOA, PSO, ACO και SaDE επειδή αντιπροσωπεύουν διαφορετικές κατηγορίες μεταερευτικών αλγορίθμων και είναι ευρέως καθιερωμένες στη βιβλιογραφία. Συμπεριλάβαμε συγκεκριμένα το SaDE ως προσαρμοστική παραλλαγή DE για να δείξουμε ότι η προτεινόμενη NEWDE + MDM ξεπερνά ακόμη και τις προηγμένες εκδόσεις μέσω της απλότητάς της. Επιπλέον, οι κανόνες τερματισμού που προτείνουμε ασχολούνται ειδικά με τη σύγκλιση στη βελτιστοποίηση ενός στόχου και δεν είναι άμεσα συμβατοί με τις απαιτήσεις βελτιστοποίησης πολλαπλών στόχων. Οι νέοι κανόνες τερματισμού (BSS, WSS, TSS, BOSS, SRS, IRS και doublebox) επιλέχθηκαν προσεκτικά, καθώς καλύπτουν συλλογικά διαφορετικές πτυχές της διαδικασίας σύγκλισης: Το BSS παρακολουθεί τη σταθερότητα της βέλτιστης λύσης, το WSS παρακολουθεί την εξέλιξη της χειρότερης λύσης, το TSS και το BOSS αξιολογούν τη συμπεριφορά σε ολόκληρο τον πληθυσμό, το SRS μετρά τη συστολή του εύρους τιμών, το IRS αξιολογεί τον ρυθμό βελτίωσης και το doublebox αναλύει την κατανομή λύσεων. Αυτό το ολοκληρωμένο σύνολο κανόνων επιτρέπει την ολιστική αξιολόγηση της σύγκλισης πέρα από την απλή παρακολούθηση της βέλτιστης λύσης. Πιθανοί πρόσθετοι κανόνες τερματισμού για μελλοντική έρευνα θα μπορούσαν να περιλαμβάνουν μετρήσεις όπως η διαφορά ποικιλομορφίας, η αλλαγή κλίσης και το επίπεδο εντροπίας. Ωστόσο, αυτοί θα συνεπάγονταν πρόσθετο υπολογιστικό κόστος και ενδέχεται να μην είναι καθολικά εφαρμόσιμοι σε όλους τους τύπους προβλημάτων βελτιστοποίησης. Επομένως, η τρέχουσα μελέτη μας επικεντρώνεται στους προαναφερθέντες επτά κανόνες, οι οποίοι μαζί παρέχουν ισορροπημένη κάλυψη διαφόρων πτυχών της διαδικασίας σύγκλισης, διατηρώντας παράλληλα την υπολογιστική αποτελεσματικότητα.

Ο παρακάτω είναι ο Πίνακας 17 περιέχει τις σχετικές ρυθμίσεις παραμέτρων των μεθόδων.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΤΙΜΗ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ
NP	500	Πληθυσμός
$iter_{max}$	200	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων
CR	0.9 for classic DE and NEWDE 0.1 for SaDE	Πιθανότητα διασταύρωσης
F	0.8 for DE Random $F \in [-0.5, 1.5]$ for NEWDE 0.1 for SaDE	Διαφορικό βάρος
SR	BSS	Κανόνας τερματισμού
N_s	8	Μέγιστος αριθός για όλους τους κανόνες τερματισμού
LS	0.02 (2%) etc.	Ρυθμός τοπικής αναζήτησης
T_s	Tournament size 8	Επιλογή για GA
$Crate$	double, 0.1 (10%)	Διασταύρωση για GA
$Mrate$	double, 0.05 (5%)	Μετάλλαξη για GA
C_T	Double, for every pair (z,w) of parents $zchild_i = aizi + (1 - ai)wi$ $wchild_i = aiwi + (1 - ai)zi$	Τύπος διασταύρωσης για GA
$c1$	0.5	Γνωστικός συντελεστής για r PSO
$c2$	0.5	Κοινωνικός συντελεστής για PSO
w	$w \in [0.4 - 0.9]$ (decreasing)	Αδράνεια για PSO
p	$p \in [0.1 - 0.5]$ (increasing)	Ρυθμός εξάτμισης για ACO
μ_F	0.5, Initially	Μέσος όρος διαφορικού βάρους για SaDE
μ_{CR}	0.5, Initially	Μέσος όρος της πιθανότητας διασταύρωσης για SaDE
T_L	50	Περίοδος εκμάθησης για SaDE
T_U	50	Περίοδος ενημέρωσης παραμέτρων για SaDE

Πίνακας 17: Ρυθμίσεις παραμέτρων των μεθόδων

Ο πίνακας 18 παρουσιάζει μια συγκριτική αξιολόγηση τριών αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε ένα σύνολο δοκιμαστικών προβλημάτων. Συγκεκριμένα, συγκρίνεται ο κλασικός αλγόριθμος διαφορικής εξέλιξης με μία νεότερη παραλλαγή του, καθώς και με μια περαιτέρω ενισχυμένη εκδοχή που ενσωματώνει έναν επιπλέον μηχανισμό βασισμένο στη «διάσταση πλειοψηφίας». Από τα αριθμητικά αποτελέσματα φαίνεται ότι η ενισχυμένη

εκδοχή υπερτερεί συστηματικά των άλλων δύο προσεγγίσεων, επιτυγχάνοντας μικρότερες τιμές σε σχεδόν όλα τα προβλήματα. Η βελτίωση αυτή υποδηλώνει ότι ο πρόσθετος μηχανισμός συμβάλλει ουσιαστικά στην αποδοτικότερη εξερεύνηση και εκμετάλλευση του χώρου αναζήτησης. Σε αρκετές περιπτώσεις η διαφορά είναι σημαντική, γεγονός που δείχνει μεγαλύτερη ικανότητα αποφυγής τοπικών ακροτάτων και ταχύτερη σύγκλιση προς καλύτερες λύσεις. Η απλή νεότερη παραλλαγή παρουσιάζει επίσης βελτιωμένη απόδοση σε σχέση με τον αρχικό αλγόριθμο, όμως η συνολική εικόνα δείχνει ότι ο συνδυασμός με τον πρόσθετο μηχανισμό προσφέρει τα καλύτερα συγκεντρωτικά αποτελέσματα. Συνολικά, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η προτεινόμενη τροποποίηση ενισχύει τη σταθερότητα και την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου, καθιστώντας τον πιο ανταγωνιστικό σε ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων βελτιστοποίησης.

Function	DE	NEWDE	NEWDE + MDM
ACKLEY	19,688	15,089	7249
BF1	10,683	8537	5204
BF2	10,419	8416	4775
BF3	10,013	7572	4285
BRANIN	5670	5852	2762
CAMEL	8116	9206	5358
DIFFPOWER2	14,547	11,793	10,734
DIFFPOWER5	31,332	33,168	25,736
DIFFPOWER10	39,317	38,228	40,297
EASOM	4662	4589	3664
ELP10	7834	7471	6053
ELP20	10,648	10,180	8809
ELP30	13,003	12,573	10,957
EXP4	6986	7134	3824
EXP8	7326	7141	4329
GKLS250	7238	9351	3181
GKLS350	8107	8314	1811 (0.96)
GOLDSTEIN	9013	7751	5026
GRIEWANK2	12,785	10,309	4397 (0.66)
GRIEWANK10	16,527	16,607	9553

HANSEN	7748	7768	6432
HARTMAN3	6434	6450	3179
HARTMAN6	7181	6827	4790
POTENTIAL3	7871	7677	5994
POTENTIAL5	11,961	11,698	10,653
POTENTIAL6	15,460 (0.56)	15,449 (0.7)	12,775 (0.86)
POTENTIAL10	22,602	21,695	20,237
RASTRIGIN	10,597	9556	4639 (0.93)
ROSENBROCK4	10,336	10,513	8729
ROSENBROCK8	12,909	12,799	11,259
ROSENBROCK16	16,527	16,920	15,377
SHEKEL5	7772	7533	5306
SHEKEL7	8013	7586	5052
SHEKEL10	8306	7527	5120
SINU4	8904	7515	6723
SINU8	8968	7411	6795
SINU16	12,241	10,472	8577
TEST2N4	7874	8107	4292
TEST2N5	9347	9109	3907 (0.96)
TEST2N7	12,006	11,153 (0.9)	4565 (0.7)
TEST30N3	7296	7572	4558
TEST30N4	9103	8804	5958
Total	483,370 (0.98)	459,422 (0.99)	332,921 (0.97)

Πίνακας 18: Σύγκριση κλασικής DE με newDE και newDE + MDM.

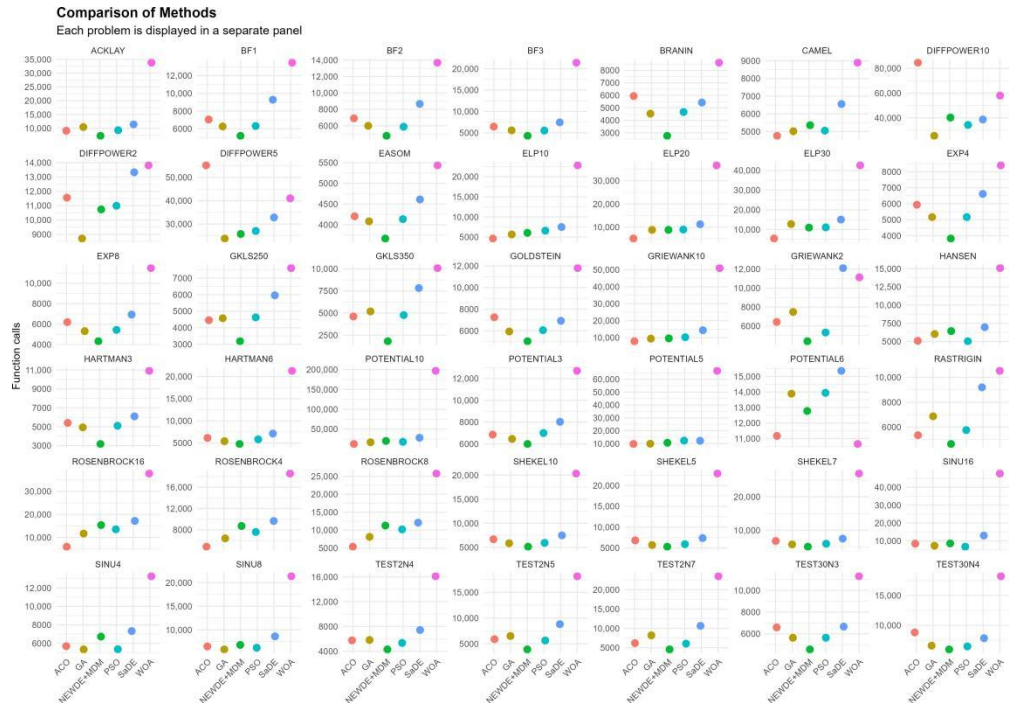
Ο πίνακας 19 παρουσιάζει μια εκτενή συγκριτική ανάλυση διαφορετικών εξελικτικών και πληθυσμιακών αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε ένα κοινό σύνολο δοκιμαστικών προβλημάτων. Από τη σύγκριση των αριθμητικών τιμών διαπιστώνεται ότι η απόδοση διαφέρει σημαντικά μεταξύ των μεθόδων. Ορισμένοι αλγόριθμοι εμφανίζουν σταθερά χαμηλότερες τιμές σε μεγάλο αριθμό περιπτώσεων, γεγονός που υποδηλώνει καλύτερη ικανότητα προσέγγισης του ολικού βέλτιστου. Άλλοι παρουσιάζουν μεγαλύτερες αποκλίσεις ή υψηλότερες τιμές, ένδειξη είτε πιο αργής σύγκλισης είτε εγκλωβισμού σε τοπικά άκρα. Η συνολική γραμμή στο τέλος του πίνακα επιτρέπει μια συγκεντρωτική αξιολόγηση. Εκεί φαίνεται ότι η προτεινόμενη υβριδική προσέγγιση επιτυγχάνει το

μικρότερο συνολικό άθροισμα, γεγονός που καταδεικνύει ανώτερη συνολική απόδοση σε σχέση με τους υπόλοιπους αλγορίθμους. Οι τιμές σε παρενθέσεις παρέχουν επιπλέον πληροφορία σχετικά με το ποσοστό επιτυχίας, ενισχύοντας την αξιοπιστία της σύγκρισης. Συνολικά, ο πίνακας αναδεικνύει ότι η ενσωμάτωση πρόσθετων μηχανισμών σε έναν αλγόριθμο μπορεί να οδηγήσει σε ουσιαστική βελτίωση της απόδοσης, καθιστώντας τον πιο ανταγωνιστικό έναντι καθιερωμένων μεθόδων της εξελικτικής και πληθυσμιακής βελτιστοποίησης.

Function	GA	WOA	PSO	ACO	SaDE	NEWDE+MDM
ACKLEY	10,436	33,824	9279	9091	11,396	7249
BF1	6265	13,475	6311	7047 (0.66)	9280	5204
BF2	5995	13693	5884	6908 (0.76)	8668	4775
BF3	5559	21,432	5509	6450 (0.83)	7436	4285
BRANIN	4536	8619	4667	5944	5424	2762
CAMEL	5017	8902	5050	4757	6558	5358
DIFFPOWE R2	8704	13,806	10,988	11,556	13,321	10,734
DIFFPOWE R5	23,774	41,028	27,029	55,183	32,831	25,736
DIFFPOWER 10	25,511	58,060	34,319	84,710	38,694	40,297
EASOM	4080	5437	4134	4203	4611	3664
ELP10	5663	22,804	6588	4637	7493	6053
ELP20	8800	36,649	8953	5065	11,227	8809
ELP30	12,757	42,506	11,075	5416	15,027	10,957
EXP4	5163	8397	5163	5935	6612	3824
EXP8	5318	11,478	5440	6197	6935	4329
GKLS250	4575	7612	4628	4459	5963	3181
GKLS350	5184	10,088	4769	4614	7826	1811 (0.96)
GOLDSTEIN	5932	11,804	6051	7248	6918	5026
GRIEWANK2	7485	11,135 (0.83)	5317	6430 (0.43)	12,110	4397 (0.63)
GRIEWANK10	9393	51,041	10,239	7848	14,334	9553
HANSEN	6025	15,091	5033	5091 (0.66)	6967	6432
HARTMAN3	4936	10,911	5102	5408	6098	3179
HARTMAN6	5419	21,302	5825	6154 (0.7)	7141	4790
POTENTIAL3	6455	12,705	6998	6854	8026	5994
POTENTIAL5	9878	66,605	12,339	9702	12,204	10,653

POTENTIAL6	13,891 (0.76)	10,648 (0.93)	13,945 (0.46)	11,166 (0.06)	15,368 (0.76)	12,775 (0.86)
POTENTIAL10	16,834	197,044	17,948	12,540 (0.3)	28,241	20,237
RASTRIGIN	6868	10,530	5756	5346 (0.4)	9198	4639 (0.93)
ROSENBROCK 4	6414	18,576	7611	4848	9668	8729
ROSENBROCK 8	8128	25,777	10,198	5374	12,075	11,259
ROSENBROCK 16	11,678	37,759	13,529	5987	17,178	15,377
SHEKEL5	5705	22,886	5915	6815 (0.56)	7374	5306
SHEKEL7	5741	26,964	5938	6777 (0.63)	7469	5052
SHEKEL10	5829	20,334	5915	6670 (0.46)	7471	5120
SINU4	5334	13,266	5355	5687 (0.73)	7324	6723
SINU8	5839	21,358	6188	6472 (0.9)	8606	6795
SINU16	7278	47,713	6745	8465 (0.73)	12,963	8577
TEST2N4	5813	16,104	5339	5752 (0.56)	7425	4292
TEST2N5	6516	18,131	5644	5893 (0.36)	8810	3907 (0.76)
TEST2N7	8205 (0.96)	23,489 (0.63)	6057 (0.93)	6199 (0.03)	10,655 (0.9)	4565 (0.7)
TEST30N3	5635	11,307	5634	6591	6663	4558
TEST30N4	6594	18,229	6464	8813	7837	5958
Total	335,162 (0.99)	1,098,519 (0.98)	350,871 (0.98)	406,302 (0.8)	457,425 (0.99)	332,921 (0.97)

Πίνακας 19: Σύγκριση newDE με μέθοδο μηχανισμού πλειοψηφικής διάστασης έναντι άλλων.



Διάγραμμα 12: Λεπτομερής σύγκριση μεθόδων για κάθε πρόβλημα βελτιστοποίησης.

Ο πίνακας 20 παρουσιάζει συγκριτική αξιολόγηση διαφορετικών κανόνων τερματισμού που εφαρμόζονται σε έναν αλγόριθμο βελτιστοποίησης. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο τρόπος τερματισμού επηρεάζει σημαντικά την τελική απόδοση του αλγορίθμου. Ορισμένοι κανόνες οδηγούν σε μικρότερες τελικές τιμές, υποδηλώνοντας ότι επιτρέπουν πιο αποδοτική και ουσιαστική εξερεύνηση του χώρου αναζήτησης πριν τη διακοπή. Άλλοι κανόνες φαίνεται να τερματίζουν τη διαδικασία είτε πρόωρα είτε λιγότερο αποδοτικά, με αποτέλεσμα υψηλότερες τελικές τιμές. Η συνολική γραμμή στο τέλος του πίνακα επιτρέπει μια γενική σύγκριση της συνολικής συμπεριφοράς κάθε κανόνα. Από αυτήν προκύπτει ότι κάποιοι κανόνες εμφανίζουν καλύτερη ισορροπία μεταξύ ποιότητας λύσης και σταθερότητας, ενώ άλλοι παρουσιάζουν μεγαλύτερη μεταβλητότητα. Συμπερασματικά, ο πίνακας 20 αναδεικνύει ότι η επιλογή κατάλληλου κανόνα τερματισμού αποτελεί κρίσιμο παράγοντα για την αποτελεσματικότητα ενός αλγορίθμου βελτιστοποίησης, καθώς μπορεί

να επηρεάσει καθοριστικά τόσο την ποιότητα των λύσεων όσο και τη συνολική αποδοτικότητα της διαδικασίας.

Function	BSS	WSS	TSS	BOSS	SRS	IRS	Doublebox	All
ACKLEY	7249	8063	21,423	45,754	8664	6187	8601	6187
BF1	5204	5770	6559	41,602	6002	4539	5564	4539
BF2	4775	5297	5701	34,369	5522	4077	5647	4077
BF3	4285	4482	5261	28,391	4694	3728	4999	3728
BRANIN	2762	3639	3324	15776	3696	2603	2772	2603
CAMEL	5358	4386	5811	22,948	5843	3497	10,667	3497
DIFFPOWER 2	10,734	12,276	9767	28,349	12,398	9767	11,172	9767
DIFFPOWER 5	25,736	32,486	24,771	92,201	34,880	24,771	26,377	24,771
DIFFPOWER 10	40,297	52,420	31,056	91,219	58,127	31,056	55,305	31,056
EASOM	3664	4894	4714	2789	4944	3242	3800	2789
ELP10	6053	5133	5930	21,980	6459	4307	12,313	4307
ELP20	8809	8781	9387	29,239	10,094	6587	18,033	6587
ELP30	10,957	10,871	12,290	23,745	12,533	8672	22,989	8672
EXP4	3824	4408	4948	3092	4593	3575	4270	3092
EXP8	4329	4878	4944	3052	5457	3522	7516	3052
GKLS250	3181	3245	9199	7690	3245	2919	3977	2919
GKLS350	1811 (0.96)	2142 (0.96)	3268 (0.96)	10,756 (0.96)	2142 (0.96)	1811 (0.96)	1811 (0.96)	1811 (0.96)
GOLDSTEIN	5026	5576	7682	38,776	5867	4364	5169	4364
GRIEWAN K2	4397 (0.63)	4761 (0.63)	8722 (0.80)	29,118 (0.96)	5212 (0.66)	3559 (0.53)	4898 (0.63)	3599 (0.53)
GRIEWANK 10	9553	10698	11061	62990	12085	7866	16496	7866
HANSEN	6432	8143	14,493	88,770	9146	4238	13,116	4238

HARTMAN3	3179	3898	3073	2651	4121	3042	3643	2651
HARTMAN6	4790	4903	5811	3400	5521	3981	7438	3400
POTENTIAL3	5994	7416	6592	20,224	7691	4683	11,358	4683
POTENTIAL5	10,653	12,221	11,679	58,988	13,108	8224	30,085	8224
POTENTIAL6	12,775(0.86)	13,968(0.86)	13,720(0.90)	74,701	15,690(0.93)	9616 (0.7)	35,090(0.96)	9616 (0.7)
POTENTIAL10	20,237	17,453	46,851(0.93)	101111	23,157	12,650	56,930	12,650
RASTRIGIN	4639(0.93)	5063(0.96)	6900	15,210	5545(0.96)	3548(0.93)	6473(0.93)	3548(0.93)
ROSENBROCK4	8729	8284	9075	34,803	9794	6583	13,961	6583
ROSENBROCK8	11,259	10,337	11,512	51,878	12,605	8104	22,692	8104
ROSENBROCK16	15,377	17,661	16,644	64,581	20,007	11,826	25,043	11,826
SHEKEL5	5306	6204	6925	3672	6452	4262	15,952	3672
SHEKEL7	5052	6224	6907	3528	6463	4081	16,879	3528
SHEKEL10	5120	5813	8051	3516	6232	4055	14,980	3516
SINU4	6723	6508	11,594	6730	8163	4310	20,602	4310
SINU8	6795	8776	13952	4309	9631	4971	46245	4293
SINU16	8577	13879	30,354	5761	14,369	6785	11,051	5761
TEST2N4	4292	4992	12,290	26,112	5427	3290	5930	3290
TEST2N5	3907(0.96)	5199(0.96)	10,493	21,617	5406(0.96)	3226(0.93)	479	3226(0.93)
TEST2N7	4565(0.7)	5020 (0.7)	12,859(0.86)	19,407(0.86)	5709(0.76)	3510(0.56)	6396(0.76)	3510(0.56)
TEST30N3	4558	5402	3806	25,347	6063	3384	8178	3384
TEST30N4	5958	6551	5880	48,097	7383	4564	14,847	4564
Total	332,921(0.97)	378,121(0.97)	465,279(0.98)	1,318,249(0.99)	420,140(0.98)	263,582(0.96)	624,056	257,860

Πίνακας 20: Η προτεινόμενη μέθοδος με διαφορετικούς κανόνες τερματισμού.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 9: A Novel Magnificent Frigatebird Optimization Algorithm with Proposed Movement Strategies for Enhanced Global Search

Εισαγωγή

Κατά την τελευταία δεκαετία, οι βιο-εμπνευσμένες μεταερευνητικές μέθοδοι έχουν αναδειχθεί ως ισχυρές εναλλακτικές λύσεις στους κλασικούς αλγόριθμους βελτιστοποίησης, προσφέροντας ευέλικτους μηχανισμούς για την εξισορρόπηση της εξερεύνησης και της εκμετάλλευσης. Μεταξύ αυτών των προσεγγίσεων, ο αλγόριθμος Magnificent Frigatebird Optimization (MFO) [106] είναι αξιοσημείωτος για τη μοντελοποίηση της κλεπτοπαρασιτικής συμπεριφοράς αναζήτησης τροφής των φρεγατών, οι οποίες εναλλάσσονται μεταξύ ευρέων εξερευνητικών κινήσεων και στοχευμένων καταδύσεων προς πολλά υποσχόμενα θηράματα. Αυτή η έμπνευση συμπεριφοράς παρέχει ένα υπολογιστικό πλαίσιο ικανό να πλοηγηθεί σε δύσκολα τοπία αναζήτησης μέσω προσαρμοστικών και δυναμικών μοτίβων κίνησης. Η παρούσα εργασία εισάγει μια βελτιωμένη έκδοση του αλγορίθμου MFO με στόχο την αύξηση της αποτελεσματικότητας, την επιτάχυνση της σύγκλισης και την ενίσχυση της σταθερότητας.

9.1 Οι προτεινόμενες τροποποιήσεις του αλγορίθμου

Οι προτεινόμενες βελτιώσεις περιλαμβάνουν:

1η τροποποίηση: τρεις νέες στρατηγικές κίνησης επιθετική, συντηρητική και μικτή σχεδιασμένες να ενισχύσουν την εξερεύνηση και την εκμετάλλευση με ελεγχόμενο τρόπο.

2η τροποποίηση: ένας μηχανισμός τοπικής αναζήτησης που βασίζεται στο BFGS [93] για τη βελτίωση των υποψήφιων λύσεων και τη βελτίωση της ακρίβειας σύγκλισης.

3η τροποποίηση: μια στοχαστική στρατηγική πρόωρου τερματισμού [72] για την ανίχνευση στασιμότητας παρακολουθώντας την καλύτερη αντικειμενική τιμή σε όλες τις επαναλήψεις. Εάν δεν παρατηρηθεί βελτίωση για έναν προκαθορισμένο αριθμό γενεών, ο αλγόριθμος τερματίζεται πρόωρα για να αποφευχθούν περιττές αξιολογήσεις.

9.2. Τα Κύρια Βήματα του Αλγορίθμου

Ο αλγόριθμος βελτιστοποίησης Magnificent Frigatebird (MFO) είναι ένας μεταερευνητικός αλγόριθμος εμπνευσμένος από τη βιολογία που μοντελοποιεί τη συνεργατική συμπεριφορά αναζήτησης τροφής μεγαλοπρεπών φρεγατών σε θαλάσσια περιβάλλοντα. Κάθε υπολογιστικός παράγοντας αντιπροσωπεύει μια φρεγάτα που εξερευνά τον χώρο αναζήτησης αναζητώντας πηγές τροφής υψηλής ποιότητας, δηλαδή βέλτιστες λύσεις στο δεδομένο πρόβλημα. Ο αλγόριθμος ξεκινά με την k-means αρχικοποίηση ενός πληθυσμού. Μετά την αξιολόγηση της αντικειμενικής συνάρτησης, το καλύτερο άτομο καταγράφεται ως το αρχικό καθολικό βέλτιστο και χρησιμεύει ως αναφορά σε όλη την αναζήτηση. Στην αρχή κάθε γενιάς, ο πληθυσμός επαναξιολογείται και ένα στοχαστικά επιλεγμένο υποσύνολο ατόμων υφίσταται τοπική βελτίωση μέσω της μεθόδου BFGS. Αυτή η υβριδοποίηση προσδίδει στον αλγόριθμο έναν διπλό χαρακτήρα, συνδυάζοντας στοχαστική καθολική εξερεύνηση με αποτελεσματική αξιοποίηση με βάση την κλίση σε ομαλές περιοχές του τοπίου. Ο ενημερωμένος πληθυσμός στη συνέχεια ταξινομείται ανάλογα με την καταλληλότητα, επιτρέποντας τη δομημένη διάδοση πληροφοριών από λύσεις υψηλής ποιότητας σε λύσεις χαμηλότερης ποιότητας. Η δυναμική βελτιστοποίησης εκτελείται στη Φάση Α (Φάση Κίνησης). Κατά τη διάρκεια αυτού του σταδίου, κάθε άτομο επιλέγει έναν ανώτερο ομότιμο ως οδηγό και ενημερώνει τη θέση του χρησιμοποιώντας μία από τις τρεις στρατηγικές κίνησης: επιθετική, συντηρητική ή μικτή. Αυτές οι στρατηγικές αντιστοιχούν σε διακριτούς μηχανισμούς ενημέρωσης, καθεμία από τις οποίες επιβάλλει διαφορετικά χαρακτηριστικά αναζήτησης. Η επιθετική στρατηγική εισάγει ισχυρές στοχαστικές διαταραχές και μεγάλες μετατοπίσεις, προωθώντας την παγκόσμια εξερεύνηση και επιτρέποντας στον αλγόριθμο να ξεφύγει από παραπλανητικές ή εξαιρετικά πολυτροπικές περιοχές. Αντίθετα, η συντηρητική στρατηγική δημιουργεί μικρά, κατευθυνόμενα βήματα προς υποσχόμενες λύσεις, ενισχύοντας έτσι την τοπική εκμετάλλευση και επιτρέποντας τη λεπτομερή βελτίωση. Η μικτή στρατηγική πιθανοτικά εναλλάσσεται μεταξύ των δύο τρόπων, παρέχοντας έναν προσαρμοστικό μηχανισμό που εξισορροπεί δυναμικά την εξερεύνηση και την εκμετάλλευση με βάση τη δομή του τοπίου. Σε όλες τις στρατηγικές, μια νεοδημιουργημένη θέση γίνεται αποδεκτή μόνο εάν βελτιώνει την τρέχουσα λύση. Η Φάση Β (Φάση Κατάδυσης) εισάγει μια πρόσθετη ενημέρωση προσανατολισμένη στην εκμετάλλευση, όπου κάθε πράκτορας εκτελεί μια κίνηση μεροληπτική προς το τρέχον καθολικό βέλτιστο. Αυτός ο μηχανισμός ενισχύει τη

διαδικασία εντατικοποίησης και επιταχύνει τη σύγκλιση μόλις ο πληθυσμός εισέλθει σε μια πολλά υποσχόμενη λεκάνη. Η αλληλεπίδραση μεταξύ των Φάσεων A και B αποδίδει μια δυναμική αναζήτησης ικανή να πραγματοποιήσει ευρεία εξερεύνηση στις πρώτες γενιές και εξαιρετικά στοχευμένη εκμετάλλευση στα μεταγενέστερα στάδια. Στο τέλος κάθε γενιάς, το MFO σχηματίζει ένα προσαρμοστικό πλαίσιο βελτιστοποίησης στο οποίο οι επιθετικές και οι μικτές στρατηγικές διατηρούν επαρκή εξερεύνηση, ενώ οι συντηρητικές ενημερώσεις, η Φάση Κατάδυσης και η επιλεκτικά εφαρμοζόμενη βελτίωση BFGS ενισχύουν την αξιοποίηση και διασφαλίζουν την ακριβή τελική σύγκλιση. Η συνέργεια μεταξύ αυτών των μηχανισμών καθιστά το βελτιωμένο MFO ιδιαίτερα αποτελεσματικό σε σύνθετα τοπία που χαρακτηρίζονται από τραχύτητα, υψηλή πολυτροπικότητα και ισχυρή μη γραμμικότητα. Τα βήματα του αλγορίθμου Magnificent Frigatebird Optimization (MFO) παρουσιάζονται στον ακόλουθο Αλγόριθμο.

ΕΙΣΟΔΟΣ

- N: μέγεθος πληθυσμού.
- Gmax: μέγιστες γενιές.
- T: εσωτερικές επαναλήψεις ανά γενιά.
- strategyMode $\in \{aggressive, conservative, mixed\}$
- $p_i [0, 1]$ ως τοπικός ρυθμός αναζήτησης.

ΕΞΟΔΟΣ

- x_{best}, f_{best}

ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Δείγμα αρχικού πληθυσμού P μεγέθους N ομοιόμορφα στο S και αξιολόγηση f
- Λήψη του τρέχοντος καλύτερου x_{best}, f_{best} από το P
- Ορισμός $k = 0$, ο μετρητής γενιάς.

Κύριος ψευδοκώδικας MFO

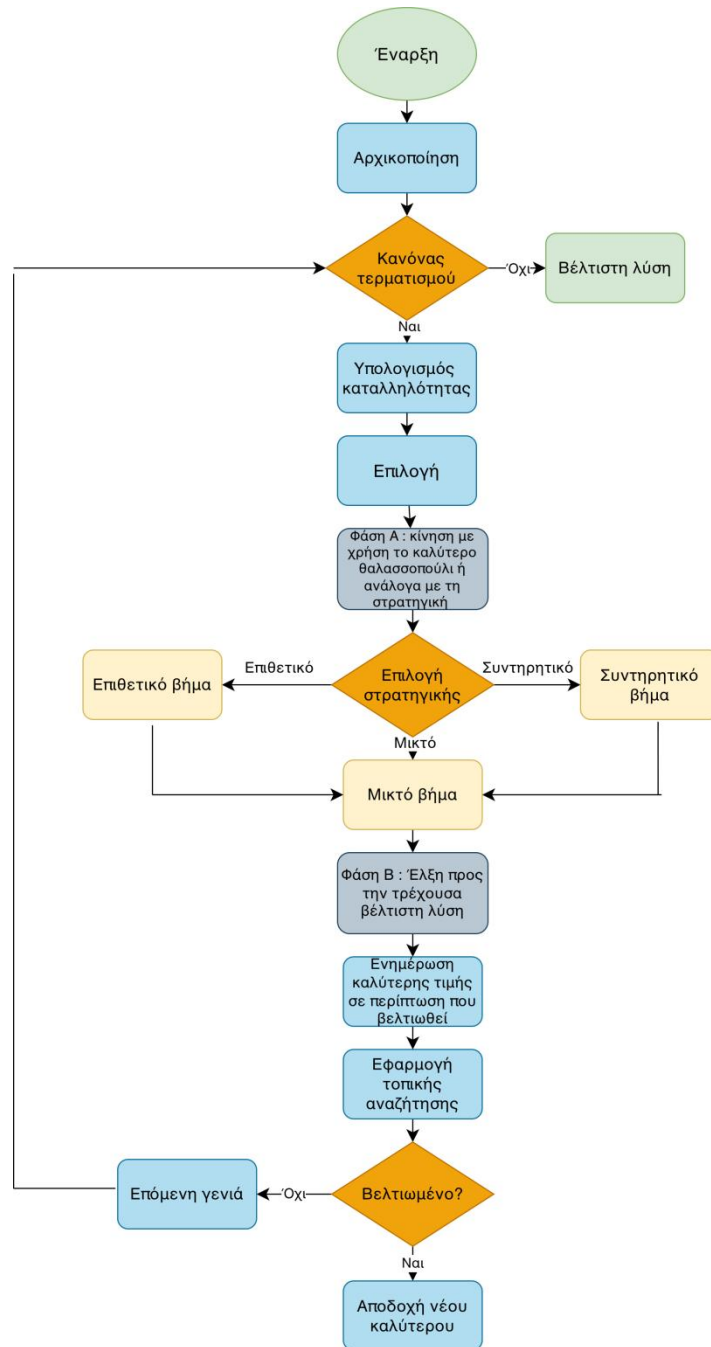
- 01 Όσο $k < G_{\max}$ και ο κανόνας τερματισμού δεν ισχύει
- 02 Ορισμός $k = k + 1$
- 03 Για $i = 1, \dots, N$
- 04 $f_i = f(P_i)$
- 05 Επιλογή τυχαίου αριθμού $r \in [0, 1]$.
- 06 Αν $r \leq p_i$ τότε $f_i = LS(P_i)$, όπου $LS(x)$ είναι μια τοπική διαδικασία βελτιστοποίησης.
- 07 ΤέλοςΓια
- 08 Υπολογίστε το τρέχον καλύτερο x_{best} , f_{best} από το P 09 ταξινομήστε το P σύμφωνα με τις τιμές καταλληλότητας.
- 10 Για $t = 1, \dots, T$ Κάνε
- 11 Για $i = 1, \dots, N$ Κάνε
- 12 // Φάση A: κίνηση χρησιμοποιώντας καλύτερα "θαλάσσιο πουλί" ή καλύτερα, ανάλογα με τη στρατηγική Mode
- 13 Ορίστε $C = P_k : k \neq i$ και $f(P_k) < f(P_i)$
- 14 Επιλέξτε SS ένα τυχαίο στοιχείο του C
- 15 Αν η στρατηγική Mode = aggressive τότε
- 16 Για $j = 1, \dots, n$ Κάνε
- 17 Επιλέξτε έναν τυχαίο αριθμό $r \in [0, 1]$.
- 18 Ορίστε $I \in \{1, 2\}$ μια τυχαία ακέραια τιμή.
- 19 Ορίστε $y_j = P_{i,j} + 2(r - 0.5)(SS_j - IP_{i,j})$
- 20 ΤέλοςΓια
- 21 Αλλιώς αν η στρατηγική Mode = conservative τότε
- 22 Για $j = 1, \dots, n$ Κάνε
- 23 Ορίστε $r \in [0, 1]$ έναν τυχαία επιλεγμένο αριθμό.

```

24           $\text{Σύνολο } y_j = P_{i,j} + 0.3(r \cdot 0.5) \cdot x_{\text{best},j} - P_{i,j}$ 
25      ΤέλοςΓια
26      Αλλιώς // μικτή στρατηγική
27          Επιλέξτε με πιθανότητα 50% την aggressive ή τη conservative στρατηγική.
28      ΤέλοςΕαν
29      Αν  $y \in S$  και  $f(y) < f(P_i)$  τότε
30          Θέσε  $P_i = y$ 
31      ΤέλοςΕαν
32  ΤέλοςΕαν
33  // Φάση B (κατάδυση): έλξη προς την τρέχουσα βέλτιστη λύση
34   $\text{Σύνολο } b = \arg\min_k f(P_k)$  // βέλτιστη Λύση στον πληθυσμό μετά τη Φάση A
35  Για  $j = 1, \dots, n$  Κάνε
36      Ορίστε  $r \in [0, 1]$  έναν τυχαία επιλεγμένο αριθμό
37      Ορίστε  $z_j = P_{i,j} + (1 - 2r)(b_j - P_{i,j})$ 
38      Αν  $z \in S$  και  $f(z) < f_i$  τότε  $use P_i = z$ 
39  ΤέλοςΓια
40  ΤέλοςΓια
41  Ορίστε  $f_{\text{best}} = LS(x_{\text{best}})$ 
42  ΤέλοςΌσο
43  Επιστρέψτε  $(x_{\text{best}}, f_{\text{best}})$ 

```

Επιπλέον, τα βήματα της προτεινόμενης μεθόδου παρουσιάζονται στην Εικόνα 8.



Εικόνα 8: Τα βήματα της προτεινόμενης μεθόδου.

9.3. Πειραματικά Αποτελέσματα

Πραγματοποιήθηκε μια σειρά πειραμάτων για τις προαναφερθείσες συναρτήσεις, οι οποίες εκτελέστηκαν σε έναν επεξεργαστή AMD RYZEN 5950X με 128GB RAM. Το λειτουργικό σύστημα του μηχανήματος που λειτουργούσε ήταν το Debian Linux. Κάθε πείραμα διεξήχθη 30 φορές, με διαφορετικούς τυχαίους αριθμούς κάθε φορά, και καταγράφηκαν οι μέσοι όροι. Το λογισμικό που χρησιμοποιήθηκε στα πειράματα κωδικοποιήθηκε σε ANSI C++ χρησιμοποιώντας το ελεύθερα διαθέσιμο περιβάλλον βελτιστοποίησης του OPTIMUS [73], το οποίο μπορεί να ληφθεί από τη διεύθυνση <https://github.com/itsoulos/OPTIMUS>. Οι τιμές για τις πειραματικές παραμέτρους που χρησιμοποιήθηκαν στην προτεινόμενη μέθοδο περιγράφονται στον Πίνακα 21.

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΣΗΜΑΣΙΑ	ΤΙΜΗ
N	Αριθμός πρακτόρων	200
Gmax	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων	200
pl	Ρυθμός τοπικής αναζήτησης	0.05
T	Αριθμός επαναλήψεων mfo	2
F	Διαφορικό βάρος για DE	0.8
CR	Πιθανότητα διασταύρωσης	0.9
NI	Αριθμός επαναλήψεων που χρησιμοποιούνται στον κανόνα τερματισμού	8
pm	Ρυθμός μετάλλαξης για GA	0.05 (5%)
ps	Ρυθμός επιλογής για GA	0.05 (5%)
-	Μέθοδος επιλογής για GA	Roulette

Πίνακας 21: Οι τιμές των παραμέτρων της προτεινόμενης μεθόδου

Ο Πίνακας 22 παρουσιάζει συγκριτικά πειραματικά αποτελέσματα μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και διαφόρων καθιερωμένων αλγορίθμων βελτιστοποίησης, με κριτήριο τον συνολικό αριθμό κλήσεων συνάρτησης. Από τα αθροιστικά αποτελέσματα προκύπτει ότι η προτεινόμενη προσέγγιση επιτυγχάνει σαφώς μικρότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος σε σχέση με τις υπόλοιπες μεθόδους, παρουσιάζοντας την καλύτερη συνολική επίδοση. Παρότι ορισμένοι αλγόριθμοι εμφανίζουν ανταγωνιστικές επιδόσεις σε επιμέρους περιπτώσεις, η προτεινόμενη μέθοδος διατηρεί σταθερά χαμηλές τιμές στο σύνολο των δοκιμών, γεγονός που υποδηλώνει μεγαλύτερη αποδοτικότητα και

σταθερότητα σύγκλισης. Συνεπώς, τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν ότι η μέθοδος προσφέρει βελτιωμένη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης, οδηγώντας σε σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους σε σύγκριση με τις εναλλακτικές τεχνικές.

FUNCTION	PROPOSED	GENETIC	WOA	ME WOA	DE	IPSO	AOA	SAO	ACO	MYI GWO
ACKLEY	4971	5811	24766	15257	6425	7355	9590	5904	6112	926 (0.60)
BF1	3449	4279	9924	8423	4272	4121	8356	4694	4120 (0.57)	846 (0.30)
BF2	3255	3903	9597	7982	3863	3767	6987	4166	3613 (0.70)	837 (0.23)
BF3	3028	3494	20117	7087	3475	3305	7029	3706	3563 (0.77)	832 (0.30)
BRANIN	2397	2648	5939	4170	2543	2522	4777	2583	2814	818 (0.97)
CAMEL	2757	3104	5917	5854	3054	2942	5050	3089	2421	825
DIFFERENT POWERS10	6651	10,954	23,650	16,588	10,542	9807	27,533	11,234	10,471	924
DIFF POWER2	5614	9053	13,476	14,248	8510	8121	14,367	9139	10,540	881
DIFF POWER5	13,836	24,466	51,816	40,313	25,515	27,348	58,890	27,918	32,583	1228
DIFF POWER10	19,486	37,664	73,782	56,980	40,402	34,923	74,297	39,429	16,664	1342
DISCUS10	2185	2711	6476	4084	2663	2540	6302	2716	2010	821
EASOM	2033	2062	3153	3194	1953	1998	2691	2167	1995	808
ELL IPSOIDAL10	2479	3309	8979	5057	3339	3540	6308	2507	2146	831
EQUAL MAXIMA10	8968	16,399	63,542	26,257	17,891	17,231	20,536	17,014	18,343	1061
EXP ONENTIAL10	2768	3854	8408	6224	3928	3298	6216	3052	3941	839
GKLS250	2701	2579	4978	4481	2412	2580	3220	1789	2238	822
GKLS350	3054	3076	7226 (0.96)	4117	2860	3016	3314	1634 (0.86)	2110 (0.90)	824 (0.70)
GOLDSTEIN	3195	3802	9016	6598	3736	3856	6508	3522	4239	843 (0.97)
GRIEWANK2	4289 (0.80)	4313 (0.73)	7948 (0.87)	6613 (0.96)	4689 (0.80)	4516	6339 (0.73)	4881 (0.73)	3624 (0.43)	827 (0.17)
GRIEWANK10	5374	8381	51,143	14,380	8888	8087	16,979	8788	5679	912 (0.17)
GRIEWANK ROSENBROCK 10	5505	9576	16,592	13,856	9923	7675	17,936	9157	3694	927 (0.97)
HANSEN	3531	3345	10,498	5072	3189	3546	4166	3245	3042 (0.70)	824 (0.63)

HARTMAN3	2633	3142	8440	5095	3177	3103	4034	2539	3297	826
HARTMAN6	2874	3941	22615	6214	3870	3688	5468	3019	3949 (0.77)	840 (0.37)
KATSUURA10	8648 (0.03)	19,539 (0.03)	61,156 (0.33)	25,791 (0.03)	22,199 (0.03)	16,452 (0.03)	24,172 (0.03)	18,650 (0.03)	24,341 (0.03)	1010 (0.03)
MIC HALEWICZ4	3757 (0.63)	5906 (0.90)	14,045 (0.87)	7419 (0.97)	5186 (0.97)	4583 (0.93)	5746 (0.93)	4176 (0.80)	4213 (0.17)	836 (0.17)
POTENTIAL5	4944	8166	39,455	12,218	8525	10,128	10,883	7879	7456	905
POTENTIAL6	5887 (0.37)	12,034 (0.80)	46,466 (0.77)	13,728 (0.77)	12,073 (0.73)	13,873 (0.47)	11,948 (0.67)	9564 (0.70)	8212 (0.13)	919
POTENTIAL10	8599 (0.93)	15417	59,487	23,210	16,382	21,690 (0.97)	18,199 (0.96)	14,463	9235 (0.27)	980 (0.03)
RASTRIGIN	3639	3840 (0.93)	8116	6127	4287	3956	5052	2813 (0.93)	2676 (0.33)	802
ROSENBROCK 8	4964	8085	14,094	12,282	8245	7843	16,423	8448	2893	925
ROSENBROCK 16	6467	11,469	23,544	17,851	11,999	11,450	25,092	12,016	3604	970
SHARP RIDGE10	6006	10,297	18,391	15,280	10,924	10,481	22,452	10,013	3594	947
SHEKEL5	3230	4540	17,010	6551	4361	3986	7615	4271	4492 (0.63)	834 (0.23)
SHEKEL7	3212	4517	17,873	6985	4310	4009	7491	4245	4719 (0.67)	836 (0.26)
SHEKEL10	3168	4266	15,524	6750	4217	4010	7074	4111	4442 (0.47)	832 (0.13)
SPHERE10	1660	1706	6389	2927	1653	1636	5128	906	1843	805
STEPE LLIPSOIDAL4	3018	2842 (0.83)	2129	2237 (0.93)	2385 (0.73)	1879	2701 (0.43)	1262 (0.07)	1583 (0.10)	803 (0.30)
SIN USOIDAL8	3272	4572	20,782	7032	4519	3995	7249	3901	4023 (0.83)	845 (0.83)
SIN USOIDAL16	4454 (0.93)	6588	34,409	9368	7349	4697	10405	6491	4669 (0.63)	863 (0.60)
TEST2N4	3236	3878	12,279	6019	3699	3611	5765	3251	3504 (0.56)	831 (0.43)
TEST2N5	3639 (0.97)	4109 (0.86)	15,351 (0.83)	6178	4248 (0.96)	3977 (0.93)	6647 (0.93)	3569 (0.97)	3718 (0.30)	834 (0.17)
TEST30N10	3134	5238	16,970	8809	5206	6055	7915	4915	6203	956 (0.90)

ZAK HAROV10	2521	3314	11645	4785	3197	2864	5289	2669	2125	821
SUM	204,488	316,189	923,113	489,691	326,083	314,060	540,139	305,505	260,753	39,018 (0.69)
(0.95)		(0.96)	(0.97)	(0.97)	(0.96)	(0.96)	(0.95)	(0.93)	(0.77)	

Πίνακας 22: Πειραματικά αποτελέσματα χρησιμοποιώντας διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Οι αριθμοί στα κελιά αντιπροσωπεύουν κλήσεις συναρτήσεων αθροίσματος.

Ο Πίνακας 23 παρουσιάζει τη σύγκριση τριών στρατηγικών ρύθμισης της προτεινόμενης μεθόδου (Aggressive, Conservative και Mixed) ως προς τον αριθμό κλήσεων συνάρτησης. Από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα προκύπτει ότι η επιθετική στρατηγική (Aggressive) επιτυγχάνει το μικρότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος (204,488), παρουσιάζοντας καλύτερη συνολική απόδοση σε σχέση με τις Conservative (212,680) και Mixed (209,767). Αν και σε ορισμένες επιμέρους περιπτώσεις οι διαφορές μεταξύ των στρατηγικών είναι μικρές, η Aggressive διατηρεί σταθερά χαμηλότερες τιμές στο σύνολο των δοκιμών. Τα αποτελέσματα υποδηλώνουν ότι η πιο δυναμική αξιοποίηση των μηχανισμών αναζήτησης ενισχύει την ταχύτητα σύγκλισης χωρίς να επιβαρύνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος, καθιστώντας τη συγκεκριμένη στρατηγική την πιο αποδοτική συνολικά.

FUNCTION	AGGRESSIVE	CONSERVATIVE	MIXED
ACKLEY	4971	4749	4881
BF1	3449	3541	3520
BF2	3255	3355	3291
BF3	3028	3090	3076
BRANIN	2397	2548	2460
CAMEL	2757	2854	2815
DIFFERENTPOWERS10	6651	6978	6803
DIFFPOWER2	5614	5451	5792
DIFFPOWER5	13,836	13,301	14,807
DIFFPOWER10	19,486	19,332	19,118
DISCUS10	2185	2424	2274
EASOM	2033	2178	2100

ELLIPSOIDAL10	2479	2717	2566
EQUALMAXIMA10	8968	9069	8717
EXPONENTIAL10	2768	3065	2930
GKLS250	2701	2833	2769
GKLS350	3054	3583	3260
GOLDSTEIN	3195	3243	3244
GRIEWANK2	4289 (0.80)	4319 (0.67)	4407 (0.73)
GRIEWANK10	5374	5546	5249 (0.97)
GRIEWANKROSENBROCK10	5505	5957	5806
HANSEN	3531	3557 (0.80)	3288 (0.93)
HARTMAN3	2633	2850	2755
HARTMAN6	2874	3182	2971
KATSUURA10	8648 (0.03)	9366 (0.03)	9109 (0.03)
MICHALEWICZ4	3757 (0.63)	4099 (0.60)	4404 (0.60)
POTENTIAL5	4944	5108	4914
POTENTIAL6	5887 (0.37)	6215 (0.50)	6451 (0.56)
POTENTIAL10	8599 (0.93)	8745 (0.93)	8305 (0.93)
RASTRIGIN	3639	3660 (0.93)	3848
ROSENBROCK8	4964	5256	5137
ROSENBROCK16	6467	6929	6837
SHARPRIDGE10	6006	6287	6024
SHEKEL5	3230	3436	3317
SHEKEL7	3212	3405	3288
SHEKEL10	3168	3360	3270
SPHERE10	1660	1927	1791
STPELLIPSOIDAL4	3018	3435 (0.93)	3245
SINUSOIDAL8	3272	3665	3499
SINUSOIDAL16	4454 (0.93)	4561 (0.93)	4576 (0.93)
TEST2N4	3236	3434 (0.93)	3371 (0.97)
TEST2N5	3639 (0.97)	3731 (0.80)	3511 (0.77)

TEST30N10	3134	3590	3380
ZAKHAROV10	2521	2749	2591
SUM	204,488 (0.95)	212,680 (0.93)	209,767 (0.94)

Πίνακας 23: Πειράματα που χρησιμοποιούν διαφορετική στρατηγική για την προτεινόμενη μέθοδο.

Ο Πίνακας 24 παρουσιάζει τα αποτελέσματα του πειράματος μεταβολής του μεγέθους πληθυσμού ($N = 50, 100, 200, 500$) για την προτεινόμενη μέθοδο σε σύγκριση με τον Γενετικό Αλγόριθμο. Από τα συγκεντρωτικά αποτελέσματα (SUM) προκύπτει ότι η προτεινόμενη μέθοδος επιτυγχάνει σημαντικά μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων συναρτήσεων για όλες τις τιμές του πληθυσμού. Επιπλέον, παρατηρείται ότι η αύξηση του μεγέθους του πληθυσμού οδηγεί σε σταδιακή αύξηση του υπολογιστικού κόστους και για τις δύο προσεγγίσεις. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η προτεινόμενη μέθοδος διατηρεί καλύτερη αποδοτικότητα και κλιμακώνεται πιο αποτελεσματικά σε σχέση με τον Γενετικό Αλγόριθμο, επιτυγχάνοντας ταχύτερη σύγκλιση με μικρότερο αριθμό αξιολογήσεων.

FUNCTION	N = 50	GA (N = 50)	N = 100	GA (N = 100)	N = 200	GA (N = 200)	N = 500	GA (N = 500)
ACKLEY	1983	2148 (0.97)	3053	3331	4971	5811	10,690	13,664
BF1	1075 (0.97)	1258	1862	2287	3449	4279	8346	10866
BF2	983 (0.90)	1105	1734	2037	3255	3903	7825	9791
BF3	885 (0.90)	1015	1612	1827	3028	3494	7280	8797
BRANIN	627	689	1211	1353	2397	2648	5953	6716
CAMEL	813	863	1445	1638	2757	3104	6820	7910
DIFFERENT POWERS10	2108	2711	3534	5334	6651	10,954	15,520	25,428
DIFFPOWER2	1519	2427	2888	4700	5614	9053	13,599	22,630
DIFFPOWER5	3679	6279	6454	12,695	13,836	24,466	39,269	66,396
DIFFPOWER10	4908	9505	9758	19182	19,486	37,664	47,689	91,211
DISCUS10	562	675	1089	1364	2185	2711	5435	6632
EASOM	533	528	1029	1041	2033	2062	5084	5188
ELLIPSOIDAL10	641	820	1239	1662	2479	3309	6170	8099
EQUALMAXIMA10	2272	4025	4373	8329	8968	16,399	22,053	39,624

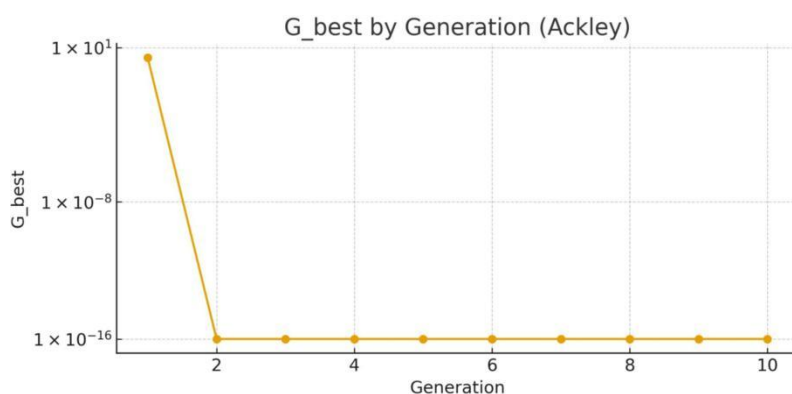
EXPONENTIAL10	768	958	1399	1939	2768	3854	6832	9420
GKLS250	861	751	1410	1328	2701	2579	5999	5995
GKLS350	1068 (0.97)	888 (0.97)	1836	1663	3054	3076	6478	5938
GOLDSTEIN	932	1086	1623	1979	3195	3802	7762	9688
GRIEWANK2	1509 (0.67)	1378 (0.30)	3092 (0.73)	2557 (0.57)	4289 (0.80)	4313 (0.73)	10,040 (0.90)	10,882 (0.93)
GRIEWANK10	1806 (0.83)	2610	3139 (0.97)	4729	5374	8381	12,575	19,950
GRIEWANK ROSENBROCK10	1467	2334	2730	4745	5505	9576	13,676	23,160
HANSEN	1048 (0.87)	1156 (0.83)	1876 (0.93)	2007 (0.90)	3531	3345	7224	8015
HARTMAN3	753	838	1327	1652	2633	3142	6598	8008
HARTMAN6	790	1012	1512	2025	2874	3941	7010	9779
KATSUURA10	2591 (0.03)	5212 (0.03)	4882 (0.03)	10,239 (0.03)	8648 (0.03)	19,539 (0.03)	26,799 (0.03)	51,916 (0.03)
MICHALEWICZ4	1230 (0.37)	1482 (0.40)	2142 (0.53)	3154 (0.80)	3757 (0.63)	5906 (0.90)	9094 (0.93)	12,347 (0.90)
POTENTIAL5	1205	1984	2523	4283	4944	8166	11,784	20,239
POTENTIAL6	1514 (0.13)	2732 (0.27)	2881 (0.23)	5617 (0.50)	5887 (0.37)	12,034 (0.80)	15,758 (0.83)	27,537 (0.97)
FUNCTION	N = 50	GA (N = 50)	N = 100	GA (N = 100)	N = 200	GA (N = 200)	N = 500	GA (N = 500)
POTENTIAL10	2527 (0.47)	4956 (0.57)	4958 (0.77)	8409 (0.93)	8599 (0.93)	15,417	19,233	34,576
RASTRIGIN	1390 (0.73)	1260 (0.90)	2499 (0.93)	2323 (0.87)	3639	3840 (0.93)	7904	8761 (0.93)
ROSENBROCK8	1396	2122	2484	4164	4964	8085	12,581	20,176
ROSENBROCK16	1861	3236	3316	6133	6467	11,469	16,465	29,665
SHARPRIDGE10	1601	2580	2940	5194	6006	10,297	15,017	25,314
SHEKEL5	884	1100	1611	2261	3230	4540	8010	10,847
SHEKEL7	902	1110	1688	2279	3212	4517	8052	10,817
SHEKEL10	953	1115	1607	2217	3168	4266	7895	10506

SPHERE10	434	430	831	855	1660	1706	4132	4238
STEP ELLIPSOIDAL4	922 (0.97)	629 (0.13)	1700	1392 (0.50)	3018	2842 (0.83)	6528	6095 (0.80)
SINUSOIDAL8	1002 (0.93)	1300	1877	2443	3272	4572	7623	10,946
SINUSOIDAL16	1432 (0.63)	2225 (0.83)	2498 (0.80)	4038 (0.97)	4454 (0.93)	6588	10,649	16,327
TEST2N4	959 (0.73)	1033 (0.63)	1557 (0.87)	1969 (0.93)	3236	3878	6856	8420
TEST2N5	932 (0.40)	1105 (0.53)	1651 (0.63)	2196 (0.77)	3639 (0.97)	4109 (0.86)	7659	9566 (0.86)
TEST30N10	935	1214	1552	2818	3134	5238	8436	13,206
ZAKHAROV10	645	811	1250	1670	2521	3314	6234	8102
SUM	58,905 (0.88)	84,695 (0.87)	107,672 (0.92)	165,058 (0.93)	204,488 (0.95)	316,189 (0.96)	502,636 (0.97)	773,388 (0.96)

Πίνακας 24: Πείραμα διαφορετικού αριθμού πληθυσμού (προτεινόμενη μέθοδος και Γενετικός Αλγόριθμος).

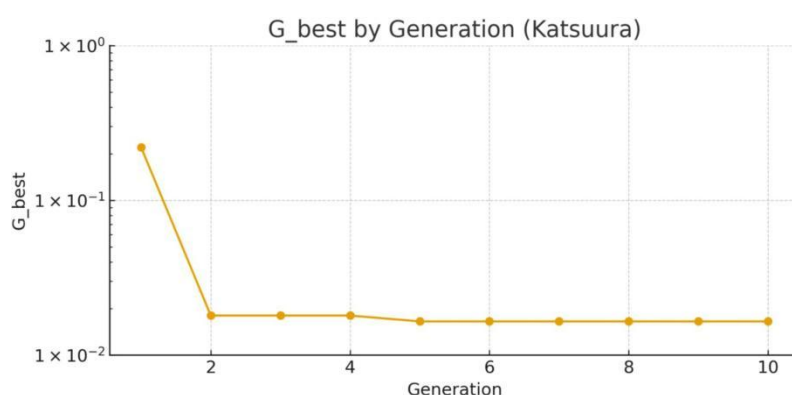
9.4 Ανάλυση Σύγκλισης

Η ανάλυση σύγκλισης του αλγορίθμου MFO στις συναρτήσεις Ackley και Katsuura δείχνει πόσο διαφορετικά συμπεριφέρεται η μέθοδος σε δύο ξεχωριστά τοπία βελτιστοποίησης. Για τη συνάρτηση Ackley, όπως φαίνεται στο Διάγραμμα 13, ο αλγόριθμος ξεκινά με G_best 2,650 στην πρώτη γενιά. Από τη δεύτερη γενιά και μετά, η τιμή πέφτει κατευθείαν στο μηδέν και παραμένει εκεί. Αυτό σημαίνει ότι το MFO βρίσκει γρήγορα μια εξαιρετική λύση και παραμένει σταθερό χωρίς διακυμάνσεις στη συνέχεια, δείχνοντας γρήγορη σύγκλιση και συνεπή απόδοση.



Διάγραμμα 13: Σύγκριση G_best ανά γενιά (Ackley).

Αντίθετα, η συνάρτηση Katsuura παρουσιάζει ένα πιο σκληρό, εξαιρετικά ακανόνιστο τοπίο. Τα πειράματα για αυτήν τη συνάρτηση φαίνονται στο Διάγραμμα 14. Η πρώτη γενιά δείχνει υψηλή τιμή G_best , η οποία είναι λογική δεδομένης της πολυπλοκότητας. Μεταξύ της πρώτης και της δεύτερης γενιάς, ο αλγόριθμος σημειώνει μια απότομη βελτίωση, αποφεύγοντας τις κακές αρχικές περιοχές. Από την τρίτη γενιά και μετά, η σύγκλιση σταθεροποιείται γύρω στο 0,016451 χωρίς αισθητές ταλαντώσεις.



Διάγραμμα 14: Σύγκριση G_best ανά γενιά (Katsuura).

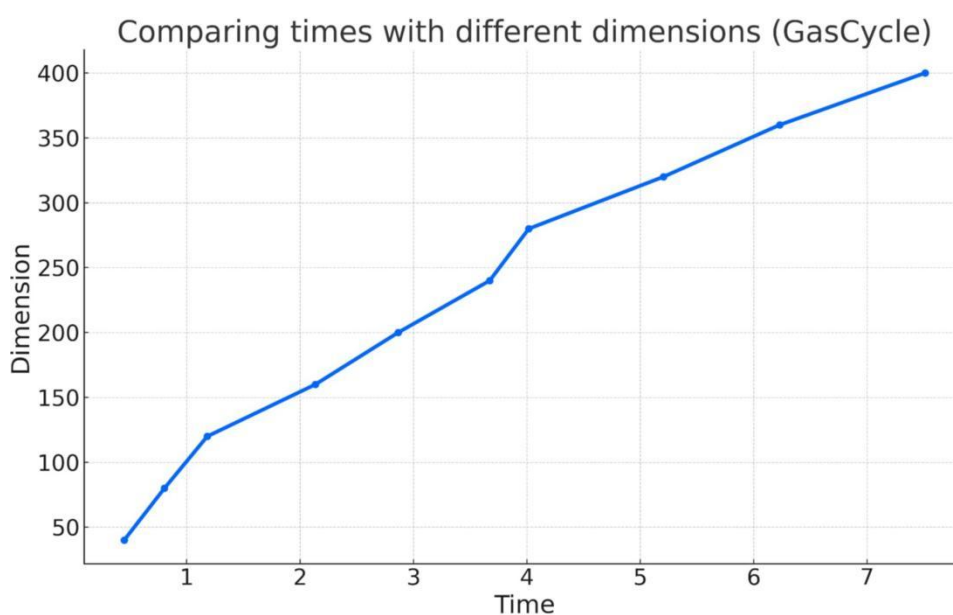
9.5 Αξιολόγηση Απόδοσης σε Πρακτικά Προβλήματα

Για να εξεταστεί περαιτέρω η πρακτική αποτελεσματικότητα και η επεκτασιμότητα του προτεινόμενου αλγορίθμου βελτιστοποίησης, διερευνήθηκαν δύο προβλήματα πραγματικού κόσμου μηχανικού σχεδιασμού: το GasCycle [107] και το Tandem Queueing System [108]. Αυτά τα προβλήματα επιλέχθηκαν επειδή διαφέρουν σημαντικά στη μαθηματική διατύπωση και την υπολογιστική πολυπλοκότητα, παρέχοντας ένα ολοκληρωμένο πλαίσιο για την αξιολόγηση της απόδοσης του αλγορίθμου υπό ποικίλες και ρεαλιστικές συνθήκες.

Κάθε πρόβλημα δοκιμάστηκε σε πολλαπλές διαστατικές διαμορφώσεις, που κυμαίνονταν από 40 έως 400 μεταβλητές, προκειμένου να αξιολογηθεί ο τρόπος συμπεριφοράς του

αλγορίθμου καθώς ο χώρος αναζήτησης γίνεται πιο περίπλοκος. Για κάθε διαμόρφωση, ο χρόνος εκτέλεσης σε δευτερόλεπτα καταγράφηκε ως ο κύριος δείκτης απόδοσης. Αυτή η πειραματική διάταξη επιτρέπει μια άμεση σύγκριση του τρόπου με τον οποίο αλλάζει η υπολογιστική απόδοση με την αυξανόμενη διαστασιμότητα.

Το πρόβλημα GasCycle αντιπροσωπεύει μια θερμοδυναμική εργασία βελτιστοποίησης που περιλαμβάνει μη γραμμικές σχέσεις και αλληλεξαρτώμενες παραμέτρους σχεδιασμού. Τα πειράματα για αυτήν τη συνάρτηση φαίνονται στο Διάγραμμα 15. Καθώς η διαστατικότητα του προβλήματος αυξάνεται, ο αλγόριθμος παρουσιάζει μια ομαλή και προβλέψιμη αύξηση της υπολογιστικής προσπάθειας. Συγκεκριμένα, ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται από 0,449 s (διάσταση 40) σε 7,511 s (διάσταση 400).

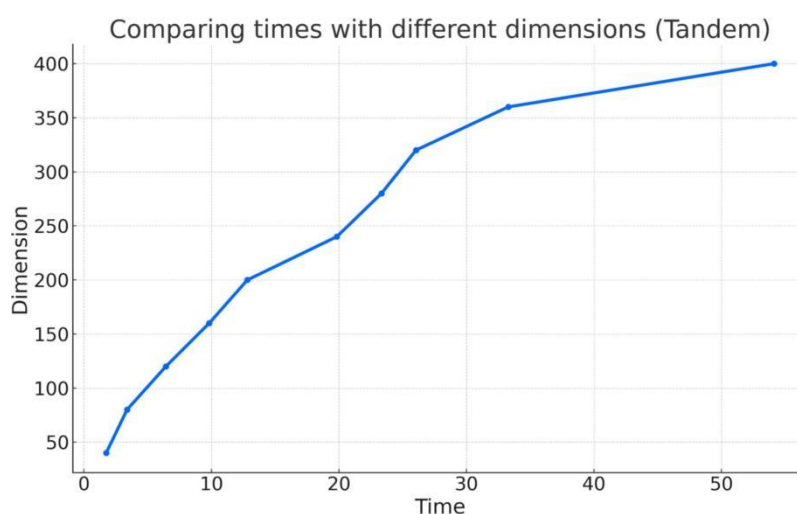


Διάγραμμα 15: Σύγκριση χρόνων με διαφορετικές διαστάσεις (Κύκλος Αερίου).

Το διάγραμμα 15 απεικονίζει μια σαφή, σχεδόν γραμμική αύξηση του χρόνου εκτέλεσης καθώς η διαστασιμότητα του προβλήματος αυξάνεται από 40 σε 400 μεταβλητές. Αυτή η τάση υποδεικνύει ότι ο αλγόριθμος κλιμακώνεται ομαλά, διατηρώντας την υπολογιστική σταθερότητα ενώ χειρίζεται μεγαλύτερους χώρους αναζήτησης. Η συνεπής αύξηση του χρόνου αντανακλά την αποτελεσματικότητα του προσαρμοστικού μηχανισμού, ο οποίος

εξισορροπεί την υπολογιστική προσπάθεια μεταξύ των διαστάσεων χωρίς απότομες διακυμάνσεις.

Το Σύστημα Tandem Queueing είναι μια πιο απαιτητική περίπτωση, που χαρακτηρίζεται από ισχυρές αλληλεξαρτήσεις μεταξύ των μεταβλητών και ένα πυκνότερο σύνολο περιορισμών. Τα πειράματα για αυτήν τη συνάρτηση περιγράφονται στο Διάγραμμα 16. Καθώς η διαστατικότητα του προβλήματος αυξάνεται, ο αλγόριθμος παρουσιάζει μια ομαλή και προβλέψιμη αύξηση της υπολογιστικής προσπάθειας. Συγκεκριμένα, ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται από 1,746 s (διάσταση 40) σε 54,123 s (διάσταση 400).



Διάγραμμα 16: Σύγκριση χρόνων με διαφορετικές διαστάσεις (Tandem).

Το Διάγραμμα 16 παρουσιάζει μια πιο απότομη αύξηση στον χρόνο εκτέλεσης σε σύγκριση με την περίπτωση GasCycle, αντανakλώντας την υψηλότερη πολυπλοκότητα του προβλήματος Tandem. Παρά ταύτα, ο αλγόριθμος διατηρεί σταθερή και αποτελεσματική απόδοση.

Τα αποτελέσματα και από τα δύο προβλήματα δοκιμών δείχνουν ότι ο προτεινόμενος αλγόριθμος διατηρεί μια καλή ισορροπία μεταξύ ακρίβειας και υπολογιστικού κόστους. Ο χρόνος εκτέλεσης παραμένει εντός εύλογων ορίων ακόμη και καθώς το μέγεθος του προβλήματος αυξάνεται. Συνολικά, ο αλγόριθμος αποδεικνύεται προσαρμόσιμος και κλιμακωτός, επιδεικνύοντας συνεπή απόδοση σε διαφορετικά προβλήματα.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 10: Υβριδικές Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Εισαγωγή

Η υβριδική βελτιστοποίηση αποτελεί μία από τις σημαντικότερες σύγχρονες προσεγγίσεις στον τομέα της καθολικής βελτιστοποίησης, καθώς συνδυάζει διαφορετικές στρατηγικές αναζήτησης με στόχο τη βελτίωση της αποδοτικότητας και της ποιότητας των παραγόμενων λύσεων. Η βασική ιδέα των υβριδικών μεθόδων είναι η αξιοποίηση των πλεονεκτημάτων δύο ή περισσότερων αλγορίθμων, ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης (exploration) και εκμετάλλευσης (exploitation) του χώρου αναζήτησης. Οι κλασικοί μεταερευνητικοί αλγόριθμοι, λόγω χάρη οι εξελικτικοί αλγόριθμοι και οι swarm intelligence μέθοδοι, παρουσιάζουν υψηλή ικανότητα εξερεύνησης, αλλά συχνά εμφανίζουν αργή σύγκλιση ή παγιδεύονται σε τοπικά ακρότατα. Από την άλλη πλευρά, οι τοπικές μέθοδοι βελτιστοποίησης επιτυγχάνουν γρήγορη σύγκλιση, παρόλα ταύτα εξαρτώνται έντονα από το αρχικό σημείο εκκίνησης. Οι υβριδικές τεχνικές επιδιώκουν να συνδυάσουν τα πλεονεκτήματα αυτών των προσεγγίσεων, χρησιμοποιώντας έναν καθολικό αλγόριθμο για την εξερεύνηση του χώρου λύσεων και έναν τοπικό αλγόριθμο για τη βελτίωση των καλύτερων υποψήφιων λύσεων [109]. Τα τελευταία χρόνια, η ανάπτυξη υβριδικών αλγορίθμων έχει ενισχυθεί σημαντικά λόγω της αυξημένης υπολογιστικής ισχύος και της ανάγκης επίλυσης προβλημάτων υψηλής πολυπλοκότητας. Σύγχρονες έρευνες δείχνουν ότι οι υβριδικές μέθοδοι παρουσιάζουν ταχύτερη σύγκλιση και υψηλότερη ποιότητα λύσεων. Στο πλαίσιο αυτό, έχουν προταθεί καινοτόμες υβριδικές προσεγγίσεις που στοχεύουν στην παραγωγή αποδοτικότερων δοκιμαστικών σημείων για προβλήματα καθολικής βελτιστοποίησης. Οι μέθοδοι αυτές συνδυάζουν διαφορετικούς μηχανισμούς αναζήτησης και στρατηγικές δημιουργίας νέων λύσεων, επιδιώκοντας τη βελτίωση της εξερευνητικής ικανότητας και την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης [110] , [111].

10.1 An Innovative Hybrid Approach Producing Trial Solutions for Global Optimization

Η επίλυση προβλημάτων παγκόσμιας βελτιστοποίησης αποτελεί μία από τις σημαντικότερες προκλήσεις στη σύγχρονη εποχή. Το γεγονός ότι καμία μεμονωμένη μέθοδος βελτιστοποίησης δεν μπορεί να αποδώσει εξίσου αποτελεσματικά σε όλα τα

προβλήματα, οδήγησε στην ανάπτυξη υβριδικών μεθόδων. Οι εξελικτικοί αλγόριθμοι προσφέρουν ισχυρή ικανότητα εξερεύνησης του χώρου λύσεων, βοηθώντας στην αποφυγή παγίδευσης σε τοπικά ελάχιστα, ενώ οι μέθοδοι τοπικής αναζήτησης επιταχύνουν τη σύγκλιση όταν εντοπιστεί μια υποσχόμενη περιοχή. Η υβριδική μέθοδος που παρουσιάζεται στο κεφάλαιο αυτό ακολουθεί ακριβώς αυτή τη λογική. Συνδυάζει μηχανισμούς δημιουργίας νέων λύσεων από εξελικτικές τεχνικές με διαδικασίες βελτίωσης βασισμένες σε αναζήτηση κατά κατεύθυνση, επιδιώκοντας μια ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης. Με τον τρόπο αυτό, ο αλγόριθμος δεν αναζητά απλώς τυχαία λύσεις, αλλά μαθαίνει σταδιακά από την πορεία της αναζήτησης και προσαρμόζει τη συμπεριφορά του. Στόχος της προτεινόμενης προσέγγισης είναι η παραγωγή ποιοτικότερων δοκιμαστικών λύσεων και η ταχύτερη σύγκλιση προς τη βέλτιστη λύση, ακόμη και σε δύσκολα προβλήματα βελτιστοποίησης.

10.2 Οι Προτεινόμενες Τροποποιήσεις της Μέθοδος

Ο προτεινόμενος αλγόριθμος ενσωματώνει χαρακτηριστικά από διαφορετικές μεθόδους βελτιστοποίησης για την ενίσχυση της αποτελεσματικότητας. Ξεκινά με την αρχικοποίηση του πληθυσμού, ο οποίος παράγεται είτε μέσω ομοιόμορφης κατανομής είτε μέσω της μεθόδου k-means. Στη συνέχεια, υπολογίζονται δείγματα με βάση τη γραμμική αναζήτηση Armijo, ενσωματώνοντας στοιχεία από γενετικούς αλγόριθμους, εφαρμόζοντας ταυτόχρονα τον τύπο DE. Συγκεκριμένα, το πλησιέστερο δείγμα c_i προσδιορίζεται από το αρχικό σύνολο x_i , όπως φαίνεται στο βήμα 2 του αλγορίθμου. Στη συνέχεια, δημιουργείται ένα δεύτερο δείγμα χρησιμοποιώντας τη γραμμική αναζήτηση Armijo, ακολουθώντας το κριτήριο τερματισμού της μεθόδου, λαμβάνοντας υπόψη τόσο το αρχικό όσο και το πλησιέστερο δείγμα. Έπειτα, δημιουργείται ένα τρίτο δείγμα το οποίο υπολογίζεται μέσω του μηχανισμού «διασταύρωσης» των γενετικών αλγορίθμων, συνδυάζοντας το αρχικό δείγμα με το καλύτερο που λαμβάνεται από ολόκληρο τον χώρο αναζήτησης. Αυτά τα δείγματα χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία ενός νέου δοκιμαστικού δείγματος, αξιοποιώντας τόσο τις τοπικές πληροφορίες όσο και τη θέση του καλύτερου δείγματος. Η περιοδική εφαρμογή μιας τοπικής μεθόδου βελτιστοποίησης βελτιώνει περαιτέρω την απόδοση του αλγορίθμου διασφαλίζοντας τη βελτίωση της λύσης. Το κριτήριο τερματισμού ελέγχεται μέσω μιας προσαρμοστικής διαδικασίας, καθορίζοντας εάν η αναζήτηση πρέπει να συνεχιστεί ή να σταματήσει με βάση την επιτευχθείσα πρόοδο.

10.3. Τα Κύρια Βήματα του Αλγορίθμου

Τα βήματα του προτεινόμενου αλγορίθμου παρουσιάζονται παρακάτω:

1. Βήμα αρχικοποίησης

- (α) Όρισε το μέγεθος πληθυσμού $N \geq 4$.
- (β) Όρισε n τη διάσταση της συνάρτησης αναφοράς.
- (γ) Αρχικοποίησε τα δείγματα $x_i, i = 1, \dots, N$ χρησιμοποιώντας ομοιόμορφη ή kmeans κατανομή [79] [80].

2. Βήμα υπολογισμού

- (α) Για $i = 1 \dots N$ Κάνε
 - i. Λήψη δείγματος x_i .
 - ii. Βρες το πλησιέστερο δείγμα c_i από x_i :
$$d(x_i, c_i) = \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_{i,j} - c_{i,j})^2}$$
 - iii. Όρισε διανύσματα κατεύθυνσης: $p_1 = -\nabla f s(x_i)$ τέλος $p_2 = -\nabla f s(c_i)$
 - iv. Όρισε το αρχικό μέγεθος βήματος για Armijo $a = a_0$
 - v. Εύρεση νέων σημείων χρησιμοποιώντας αναζήτηση γραμμών Armijo $\min LS(x_i, c_i)$:
$$x_i^{new} = x_i + a p_1 \text{ και } c_i^{new} = c_i + a p_2$$
 - vi. Ορισμός της σταθεράς αναγωγής $c_1 = 10^{-4}$
 - vii. Προσαρμογή του μεγέθους του βήματος a μέχρι να ικανοποιηθεί η συνθήκη Armijo:

$$f s(x_i^{new}, c_i^{new}) \leq f s(x_i, c_i) + c_1 a \nabla f s(x_i, c_i)^T (p_1 + p_2)$$

- viii. Διασταύρωση με τυχαίο αριθμό $g_k \in [0, 1]$: $child(x_i, x^{best}) = g_k x_{i,k} + (1 - g_k) x_k^{best}$

- ix. Για $j = 1, \dots, n$ Κάνε

- Ορίστε το δοκιμαστικό διάνυσμα:

$$y_j = x_{i,j} + F \times \min LS(x_i, c_i)_j - child(x_i, c_i)_j$$

όπου F είναι ο λεγόμενος αλγόριθμος Διαφορικής Εξέλιξης Βαρών Διαφορών.

- Αν $y_j \notin [a_j, b_j]$, τότε $y_j = x_{i,j}$

- x. Τέλος Για

- Όρισε $r \in [0, 1]$ έναν τυχαίο αριθμό. Αν $r \leq p_m$ τότε $x_i = LS(x_i)$, όπου

$LS(x)$ είναι μια τοπική διαδικασία αναζήτησης, όπως η διαδικασία BFGS [28].

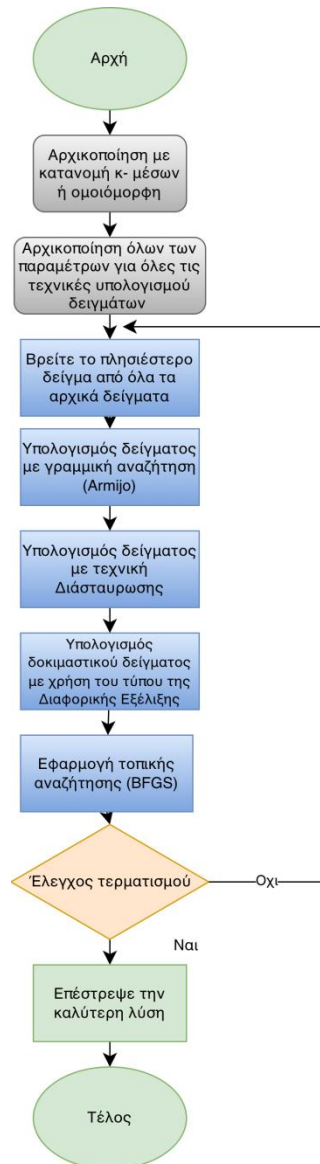
- Αν $f(y) \leq f(x)$ τότε $x = y$, $x^{\text{best}} = y$.

(β) Τέλος Για

3. Έλεγε τον κανόνα τερματισμού Similarity [70]

4. Επέστρεψε το δείγμα x_{best} στον πληθυσμό με τη χαμηλότερη τιμή συνάρτησης f (x^{best}).

Στην Εικόνα 9 ακολουθεί το διάγραμμα ροής της προτεινόμενης μεθόδου:



Εικόνα 9: Το διάγραμμα ροής της προτεινόμενης διαδικασίας βελτιστοποίησης.

10.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

Η ενότητα 10.4 παρουσιάζει τα πειραματικά αποτελέσματα μιας εκτενούς συγκριτικής μελέτης μεταξύ διαφορετικών αλγορίθμων βελτιστοποίησης, συμπεριλαμβανομένης της προτεινόμενης μεθόδου. Ο πίνακας 25 περιλαμβάνει τις επιδόσεις κάθε αλγορίθμου σε ένα σύνολο δοκιμαστικών προβλημάτων, καθώς και συγκεντρωτικά στατιστικά μέτρα που επιτρέπουν συνολική αξιολόγηση. Από τις επιμέρους τιμές παρατηρείται ότι η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει σταθερά ανταγωνιστική συμπεριφορά, επιτυγχάνοντας χαμηλότερο αριθμό κλήσεων συναρτήσεων σε πολλές περιπτώσεις. Η σύγκριση δεν περιορίζεται μόνο σε μεμονωμένα προβλήματα, αλλά επεκτείνεται και σε συνολικά μεγέθη,

όπως το άθροισμα των κλήσεων, η μέγιστη και ελάχιστη τιμή, η τυπική απόκλιση, ο μέσος όρος και η διάμεσος. Ιδιαίτερα σημαντικά είναι τα συγκεντρωτικά στατιστικά στο τέλος του πίνακα 25. Το συνολικό άθροισμα και ο μέσος όρος καταδεικνύουν ότι η προτεινόμενη μέθοδος απαιτεί λιγότερες κλήσεις συναρτήσεων σε σχέση με αρκετούς ανταγωνιστικούς αλγορίθμους, γεγονός που υποδηλώνει ταχύτερη σύγκλιση. Παράλληλα, η σχετικά χαμηλή τυπική απόκλιση φανερώνει μεγαλύτερη σταθερότητα και μικρότερη διασπορά στις επιδόσεις. Η διάμεσος επιβεβαιώνει ότι η καλή συμπεριφορά δεν οφείλεται σε μεμονωμένες περιπτώσεις, αλλά αποτελεί γενικό χαρακτηριστικό. Επιπλέον, οι δείκτες ασυμμετρίας (skewness) και κύρτωσης (kurtosis) παρέχουν πληροφορίες για την κατανομή των αποτελεσμάτων, δείχνοντας ότι η προτεινόμενη μέθοδος παρουσιάζει πιο ομαλή και ελεγχόμενη συμπεριφορά σε σύγκριση με άλλες προσεγγίσεις. Συνολικά, τα πειραματικά αποτελέσματα επιβεβαιώνουν ότι η προτεινόμενη τεχνική είναι αποδοτική και σταθερή, προσφέροντας βελτιωμένη απόδοση ως προς τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων και τη συνολική υπολογιστική αποτελεσματικότητα.

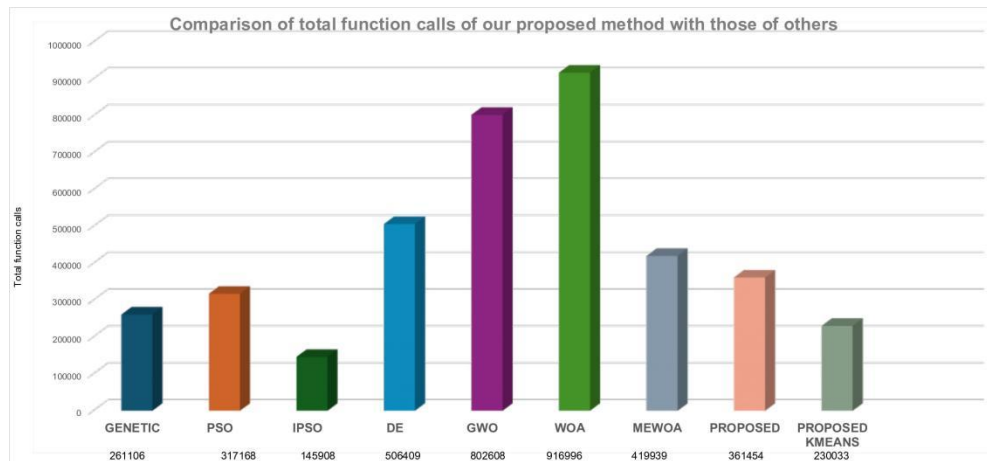
FUNCTION	GEN	PSO	IPSO	DE	GWO	WOA	MEWOA	PROPOSED	KMEANS
ACKLEY	6749	6885	3418	16,183	20,182	24,766	13,879	5818	3490
BF1	4007	4113	1814	8268	9120	9924	7987	5585	3023
BF2	3793	3747	1759	7913	8731	9597	6262	5008	2693
BF3	3479	3305	1689	6327	7791	20,117	5893	4282	2442
BRANIN	2376	2522	1730	4101	6055	5939	3367	3026	2087
CAMEL	2869	2908	1754	5609	6688	5917	4756	3327	2607
DIFFPOWER2	5443	8657	2462	14,669	22,059	11,436	11,536	8864	5617
DIFFPOWER5	18,552	24,894	4446	39,018	49,769	42,095	31,372	26,065	17,221
DIFFPOWER10	18,801	32,534	4690	46,914	54,442	56,381	38,559	29,549	26,615
EASOM	1958	1998	1753	2978	4615	3153	2455	2755	1402
ELP10	3131	4397	1720	6288	9415	10,317	5255	4020	3593
ELP20	6160	6883	1988	10,794	14,173	17,040	7722	6537	6194
ELP30	9576	9438	2100	14,172	18,245	23,532	9776	8270	3593
EXP4	2946	3177	1677	5166	6648	5567	4392	3570	2238
EXP16	3250	3477	1660	6498	6978	9968	4624	3854	3588
EXP32	3561	3728	1647	7606	7419	11,925	4508	3852	3691

F3	4074	3420	1979	7323	10,816	11,717	5821	6444	5434
F5	1630	2055	1376	2814	48,377	7393	2117	2697	2199
F9	2494	2707	1879	4535	5502	4479	3534	4406	1968
GKLS250	2280	2495	1623	3834	6127	4978	3665	2315	1657
GKLS350	2612	2658	1570	3919	6919	7226	3692	2265	1335
GOLDSTEIN	3687	3856	1886	6781	9312	9016	5287	3930	2727
GRIEWANK2	4500	3168	2299	7429	9253	7948	7285	3850	2223
GRIEWANK10	6409	7942	2142	18,490	14,708	51,143	12,341	7551	6593
HANSEN	3209	2892	2204	4185	7253	10,498	4116	4565	3092
HARTMAN3	2751	3103	1801	5190	7293	8440	3982	3145	2100
HARTMAN6	3219	3688	1862	5968	8814	22,615	4416	4105	2921
POTENTIAL3	4351	5154	3096	6218	11,256	9232	5071	4790	4034
POTENTIAL5	7704	10,128	6353	9119	22,136	39,455	8807	7995	7991
POTENTIAL6	10,177	11,780	7593	10,509	32,630	46,466	11,341	8906	9333
POTENTIAL10	13,357	16,550	10,413	12,721	38,337	59,487	18,573	12,757	13,611
RASTRIGIN	4106	3539	2211	6216	9043	8116	5523	3672	2364
ROSENBROCK4	3679	5858	2025	8452	8078	10,759	7750	5642	3641
ROSENBROCK8	5269	7843	2085	11,530	11,167	14,094	9469	7926	6119
ROSENBROCK16	8509	11,450	2432	17,432	15,590	23,544	13,554	11,285	7490
SCHWEFEL	1880	2178	1504	3437	4564	4158	3005	2208	1572
SCHWEFEL221	2666	2529	1875	3909	71,847	8519	3815	2867	2256
SCHWEFEL222	33,724	42,897	28,965	86,861	101,960	11,4161	65,835	78,734	18,058
SHEKEL5	3325	3886	2018	6662	10,043	17,010	5359	5322	2657
SHEKEL7	3360	4009	1994	6967	10,079	17,873	5344	5503	2648
SHEKEL10	2488	3985	1914	6757	10,055	15,524	5321	4784	2901
SINU4	2990	3409	1961	5953	8132	10,150	4874	3446	2254
SINU8	3441	3995	1853	6973	10,481	20,782	5586	4371	3359
SINU16	4320	4680	2251	6979	15,356	34,409	7274	6450	5992
TEST2N4	3330	3390	1930	6396	8093	11,876	4930	3569	2204
TEST2N5	4000	3604	1982	6271	8812	16,256	5045	3877	2575
TEST2N7	4775	4020	2157	7074	10,124	25,005	6363	4285	2831
TEST30N3	3210	4018	2432	6178	7647	8163	5311	4215	4389

TEST30N4	3678	4504	3354	7006	10,656	13,596	7069	5013	2901
TOTAL	261,106	317,168	145,908	506,409	802,608	916,996	419,939	361,454	230,033
MAX	33,724	42,897	28,965	86,861	101,960	11,4161	65,835	78,734	26,615
MIN	1630	1998	1376	2814	4564	3153	2117	2208	1335
STDEV	5517.7	7735.58	4121.63	13,674.61	18,893.71	19,622.90	10,608.07	11,562.76	5885.97
AVERAGE	5466.43	6613.33	3047.47	10,665.14	16,791.63	19,219.63	8853.43	7495.35	5316.8
MEDIAN	3678	3886	1982	6781	9415	11,717	5359	4406	2921
SKEW	3.54	3.35	5.55	4.32	2.89	2.9	4.02	5.3	2.53
KURT	14.75	12.05	34.01	21.19	9.12	10.87	18.43	31.3	5.77

Πίνακας 25: Σύγκριση των μέσων κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου μας με εκείνες άλλων.

Το διάγραμμα 17 απεικονίζει τη σύγκριση του συνολικού αριθμού κλήσεων συναρτήσεων μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και άλλων αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Στον οριζόντιο άξονα παρουσιάζονται οι διαφορετικές μέθοδοι, ενώ στον κατακόρυφο αποτυπώνεται το συνολικό πλήθος κλήσεων που απαιτήθηκαν. Από το ύψος των στηλών γίνεται εμφανές ότι ορισμένοι αλγόριθμοι απαιτούν σημαντικά μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων, γεγονός που υποδηλώνει αυξημένο υπολογιστικό κόστος και πιθανώς βραδύτερη σύγκλιση. Αντίθετα, η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει αισθητά μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων σε σχέση με τις περισσότερες από τις υπόλοιπες προσεγγίσεις, γεγονός που υποδεικνύει μεγαλύτερη αποδοτικότητα. Η γραφική αναπαράσταση ενισχύει τα συμπεράσματα του πίνακα, καθώς επιτρέπει άμεση οπτική σύγκριση της υπολογιστικής επιβάρυνσης κάθε μεθόδου. Συνολικά, το διάγραμμα 17 καταδεικνύει ότι η προτεινόμενη τεχνική επιτυγχάνει καλύτερη ισορροπία μεταξύ ποιότητας λύσης και αριθμού απαιτούμενων κλήσεων συναρτήσεων, καθιστώντας την πιο αποτελεσματική από πλευράς υπολογιστικών πόρων.



Διάγραμμα 17: Σύγκριση συνολικών κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου με άλλες μεθόδους.

Ο πίνακας 26 παρουσιάζει σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου για διαφορετικές τιμές του διαφορικού βάρους (F), εξετάζοντας πώς η επιλογή της παραμέτρου επηρεάζει τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων. Συγκεκριμένα, συγκρίνονται τρεις περιπτώσεις: τυχαία επιλογή του (F), σταθερή τιμή ($F=0.5$) και σταθερή τιμή ($F=0.9$). Από τα επιμέρους αποτελέσματα παρατηρείται ότι η απόδοση διαφοροποιείται ανάλογα με την τιμή του (F). Σε αρκετά προβλήματα, η επιλογή ($F=0.9$) οδηγεί σε ελαφρώς μικρότερο αριθμό κλήσεων, ενώ σε άλλες περιπτώσεις η τιμή ($F=0.5$) παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά. Η τυχαία επιλογή του (F) εμφανίζεται συχνά ανταγωνιστική, χωρίς όμως να υπερέχει συστηματικά σε όλες τις περιπτώσεις. Η συνολική γραμμή αθροίσματος (SUM) στο τέλος του πίνακα παρέχει μια πιο καθαρή εικόνα της γενικής τάσης. Από αυτήν προκύπτει ότι η επιλογή ($F=0.9$) επιτυγχάνει το μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων, γεγονός που υποδηλώνει ελαφρώς καλύτερη συνολική αποδοτικότητα. Η διαφορά, ωστόσο, δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλη, στοιχείο που δείχνει ότι η μέθοδος διατηρεί σχετικά σταθερή συμπεριφορά για διαφορετικές τιμές της παραμέτρου. Συνολικά, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η παράμετρος (F) επηρεάζει την ταχύτητα σύγκλισης και την υπολογιστική απόδοση, αλλά η προτεινόμενη μέθοδος παραμένει σταθερή και αποτελεσματική σε ένα εύρος τιμών, παρουσιάζοντας μικρές μόνο διακυμάνσεις στη συνολική της επίδοση.

FUNCTION	Proposed (F:random)	Proposed (F:0.5)	Proposed (F:0.9)
ACKLEY	5818	5206	5379

BF1	5585	5797	5575
BF2	5008	4666	4734
BF3	4282	4309	4077
BRANIN	3026	3078	2858
CAMEL	3327	3253	3203
DIFFPOWER2	8864	8833	8834
DIFFPOWER5	26,065	26,067	26,059
DIFFPOWER10	29,549	29,548	29,537
EASOM	2755	2668	2637
ELP10	4020	4020	4020
ELP20	6537	6537	6537
ELP30	8270	8270	8270
EXP4	3570	3570	3570
EXP16	3854	3854	3854
EXP32	3852	3852	3852
F1	6444	5649	5617
F5	2697	2551	2328
F9	4406	4063	3500
GKLS250	2315	2321	2316
GKLS350	2265 (96)	2244 (90)	2204 (90)
GOLDSTEIN	3930	3848	3917
GRIEWANK2	3850 (50)	3963 (50)	4052 (50)
GRIEWANK10	7551	7551	7551
HANSEN	4565	4187	3548
HARTMAN3	3145	3142	3139
HARTMAN6	4105	4070	4001
POTENTIAL3	4790	4653	4699
POTENTIAL5	7995	7987	7690
POTENTIAL6	8906 (76)	8926 (70)	8936 (70)
POTENTIAL10	12,757	12,457	12,452
RASTRIGIN	3672 (86)	3358 (80)	3206 (86)
ROSENBROC K4	5642	5641	5641
ROSENBROC K8	7926	7926	7926
ROSENBROC K16	11,285	11,285	11,285
SCHWEFEL	2208	2208	2208
SCHWEFEL221	2867	2858	2742
SCHWEFEL222	78,734	89,919	90,250
SHEKEL5	5322	4721	4492
SHEKEL7	5503	4723	4666

SHEKEL10	4784	4385	4541
SINU4	3446	3634	3488
SINU8	4371	4373	4387
SINU16	6450	6543	6538
TEST2N4	3569	3487	3490
TEST2N5	3877 (93)	3704 (96)	3712 (96)
TEST2N7	4285 (50)	4043 (50)	4190 (53)
TEST30N3	4215	3412	3685
TEST30N4	5013	4812	4515
SUM	361,454	366,966	342,529

Πίνακας 26: Κλήσεις συναρτήσεων με διαφορετικά διαφορικά βάρη F.

Ο πίνακας 27 παρουσιάζει την επίδραση του μεγέθους του πληθυσμού στην απόδοση της προτεινόμενης μεθόδου, εξετάζοντας τρεις διαφορετικές τιμές πληθυσμού (π.χ. 200, 150 και 100 άτομα). Κριτήριο σύγκρισης αποτελεί ο αριθμός κλήσεων συναρτήσεων που απαιτούνται μέχρι τη σύγκλιση. Από τα αποτελέσματα παρατηρείται σαφής τάση: όσο μειώνεται το μέγεθος του πληθυσμού, μειώνεται σημαντικά και ο συνολικός αριθμός κλήσεων συναρτήσεων. Η διαφορά είναι εμφανής τόσο σε επιμέρους προβλήματα όσο και στο συνολικό άθροισμα, όπου η μικρότερη τιμή πληθυσμού παρουσιάζει το χαμηλότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος. Η μείωση του πληθυσμού οδηγεί σε ταχύτερη ολοκλήρωση της διαδικασίας, καθώς σε κάθε γενιά αξιολογούνται λιγότερα άτομα. Παράλληλα, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η ποιότητα σύγκλισης δεν φαίνεται να υποβαθμίζεται σημαντικά, γεγονός που υποδηλώνει ότι η μέθοδος διατηρεί ικανοποιητική ικανότητα εξερεύνησης ακόμη και με μικρότερο πληθυσμό. Συνολικά, ο πίνακας 27 αναδεικνύει ότι το μέγεθος του πληθυσμού αποτελεί κρίσιμη παράμετρο που επηρεάζει άμεσα το υπολογιστικό κόστος. Η επιλογή μικρότερου πληθυσμού φαίνεται να προσφέρει καλύτερη αποδοτικότητα ως προς τις κλήσεις συναρτήσεων, διατηρώντας παράλληλα σταθερή και αξιόπιστη συμπεριφορά της προτεινόμενης μεθόδου.

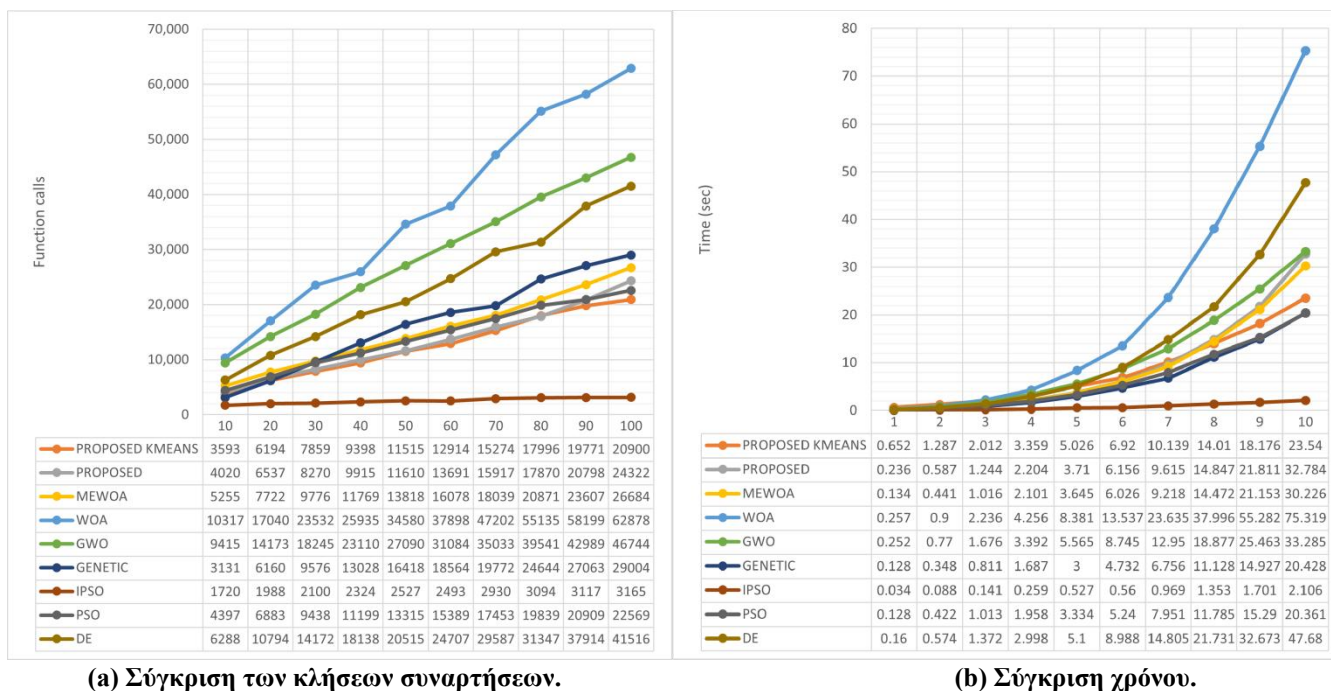
FUNCTION	Proposed (Population = 200)	Proposed (Population = 150)	Proposed (Population = 100)
ACKLEY	5818	4647	2829
BF1	5585	4303	2847
BF2	5008	3502	2334

BF3	4282	3034	2045
BRANIN	3026	2300	1506
CAMEL	3327	2526	1795
DIFFPOWER2	8864	6326	4094
DIFFPOWER5	26,065	19,239	14,008
DIFFPOWER10	29,549	22,112	15,325
EASOM	2755	1976	1306
ELP10	4020	3080	2111
ELP20	6537	5080	3234
ELP30	8270	6300	4307
EXP4	3570	2718	1906
EXP16	3854	2938	1990
EXP32	3852	2700	1904
F1	6444	5232	3404
F5	2697	2100	1822
F9	4406	2999	2111
GKLS250	2315	1767	1191
GKLS350	2265 (96)	1699 (90)	1050 (60)
GOLDSTEIN	3930	2826	1949
GRIEWANK2	3850 (50)	2803 (56)	1883 (30)
GRIEWANK10	7551	5821	3933
HANSEN	4565	2965	2024
HARTMAN3	3145	2440	1613
HARTMAN6	4105	3036	2004
POTENTIAL3	4790	3655	2416
POTENTIAL5	7995	6710	4215
POTENTIAL6	8906 (76)	8246 (70)	4890 (33)
POTENTIAL10	12,757	10,417	6598 (86)
RASTRIGIN	3672 (86)	2525 (73)	1728 (56)
ROSENBROCK4	5642	4343	2995
ROSENBROCK8	7926	5953	4083
ROSENBROCK16	11,285	8694	5922
SCHWEFEL	2208	1728	1125
SCHWEFEL221	2867	2192	1516
SCHWEFEL222	78,734	645,40	30,545
SHEKEL5	5322	3863	2407
SHEKEL7	5503	3568	2556
SHEKEL10	4784	3277	2374
SINU4	3446	2561	1858
SINU8	4371	3292	2258
SINU16	6450	5162	3386

TEST2N4	3569	2597	1988 (86)
TEST2N5	3877 (93)	3130 (96)	1915 (80)
TEST2N7	4285 (50)	3325 (36)	2089 (33)
TEST30N3	4215	2756	1870
TEST30N4	5013	3768	2115
SUM	361,454	278,124	174,545

Πίνακας 27: Κλήσεις συναρτήσεων με διαφορετικά μεγέθη πληθυσμού.

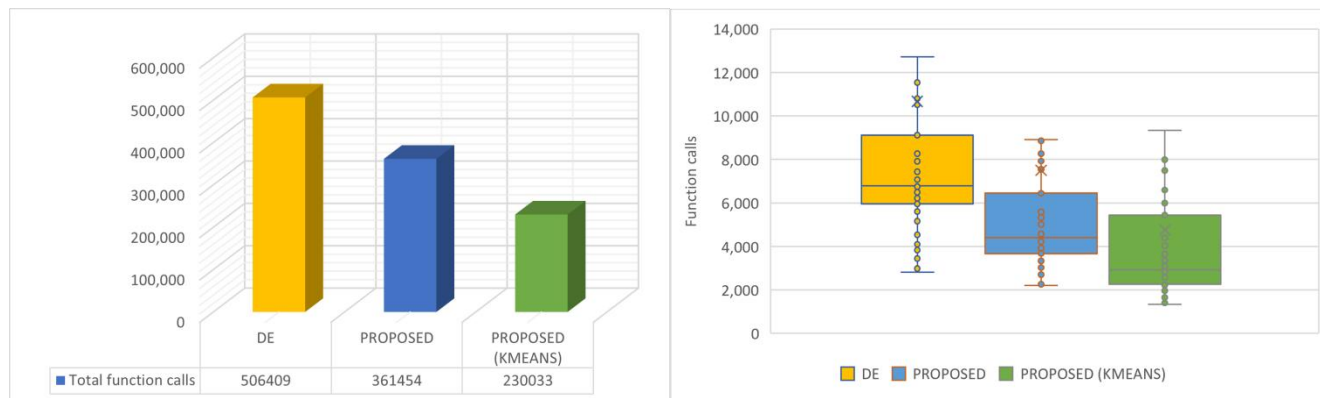
Το διάγραμμα 18 παρουσιάζει τη γραφική σύγκριση της απόδοσης διαφορετικών μεθόδων, εξετάζοντας δύο βασικά κριτήρια: (α) τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων και (β) τον υπολογιστικό χρόνο. Στο πρώτο διάγραμμα 18 (α), απεικονίζεται η εξέλιξη των κλήσεων συναρτήσεων καθώς αυξάνεται η διάσταση ή το μέγεθος του προβλήματος. Παρατηρείται ότι όλες οι μέθοδοι εμφανίζουν αυξητική τάση, ωστόσο με διαφορετικό ρυθμό. Η προτεινόμενη προσέγγιση ιδιαίτερα στην εκδοχή που συνδυάζεται με επιπλέον μηχανισμό ομαδοποίησης διατηρεί σταθερά χαμηλότερο αριθμό κλήσεων σε σύγκριση με τις περισσότερες άλλες μεθόδους. Αυτό υποδηλώνει πιο αποδοτική αναζήτηση και καλύτερη προσαρμογή στην αύξηση της πολυπλοκότητας. Στο δεύτερο διάγραμμα 18 (β), παρουσιάζεται ο απαιτούμενος χρόνος εκτέλεσης. Και εδώ διακρίνεται ανοδική πορεία για όλες τις μεθόδους όσο αυξάνεται η δυσκολία του προβλήματος. Ωστόσο, η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει πιο ήπια αύξηση, γεγονός που δείχνει καλύτερη κλιμάκωση και χαμηλότερο υπολογιστικό κόστος σε μεγαλύτερες διαστάσεις. Συνολικά, τα δύο διαγράμματα επιβεβαιώνουν ότι η προτεινόμενη τεχνική δεν υπερέχει μόνο ως προς τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, αλλά και ως προς τον χρόνο εκτέλεσης. Η συμπεριφορά της παραμένει πιο σταθερή και ελεγχόμενη καθώς αυξάνεται η πολυπλοκότητα, γεγονός που αναδεικνύει την αποτελεσματικότητά και την κλιμακωσιμότητά της.



Διάγραμμα 18: Διαφορετικές παραλλαγές της συνάρτησης ELP της προτεινόμενης μεθόδου και άλλων μεθόδων.

Το διάγραμμα 19 παρουσιάζει σύγκριση της απόδοσης μεταξύ της κλασικής διαφορικής εξέλιξης και των δύο εκδοχών της προτεινόμενης μεθόδου, εστιάζοντας στον συνολικό αριθμό κλήσεων συναρτήσεων και στη στατιστική κατανομή τους. Στο αριστερό διάγραμμα 19 (α) αποτυπώνεται το συνολικό άθροισμα κλήσεων συναρτήσεων για κάθε μέθοδο. Είναι εμφανές ότι η βασική διαφορική εξέλιξη απαιτεί τον μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων, ενώ η προτεινόμενη μέθοδος μειώνει αισθητά το υπολογιστικό κόστος. Η εκδοχή που ενσωματώνει τον αλγόριθμο k-means εμφανίζει τη χαμηλότερη συνολική τιμή, γεγονός που υποδηλώνει ότι η χρήση ομαδοποίησης συμβάλλει σημαντικά στην επιτάχυνση της σύγκλισης. Στο δεξί διάγραμμα 19 (β), μέσω boxplot, παρουσιάζεται η στατιστική κατανομή των κλήσεων συναρτήσεων. Παρατηρείται ότι η κλασική μέθοδος εμφανίζει μεγαλύτερη διασπορά και υψηλότερες ακραίες τιμές. Αντίθετα, η προτεινόμενη προσέγγιση ιδιαίτερα με την ενσωμάτωση k-means παρουσιάζει χαμηλότερη διάμεσο και μικρότερη διακύμανση, ένδειξη πιο σταθερής και προβλέψιμης συμπεριφοράς. Συνολικά, τα διαγράμματα επιβεβαιώνουν ότι η προτεινόμενη μέθοδος όχι μόνο μειώνει τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, αλλά και βελτιώνει τη σταθερότητα της σύγκλισης. Η ενσωμάτωση του k-means φαίνεται να ενισχύει περαιτέρω την αποδοτικότητα,

καθιστώντας τη μέθοδο πιο αποτελεσματική σε σύγκριση με την κλασική διαφορική εξέλιξη.



(α) Σύγκριση συνολικών κλήσεων συναρτήσεων.

(β) Στατιστική σύγκριση συνολικών κλήσεων συναρτήσεων.

Διάγραμμα 19: Σύγκριση απόδοσης προτεινόμενων μεθόδων έναντι διαφορικής εξέλιξης όσον αφορά την επίδραση του αλγορίθμου k-means στη σύγκλιση.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 11: Παράλληλες Τεχνικές Βελτιστοποίησης

Εισαγωγή

Η συνεχής αύξηση της πολυπλοκότητας των προβλημάτων καθολικής βελτιστοποίησης έχει οδηγήσει στην ανάπτυξη παράλληλων τεχνικών, οι οποίες αξιοποιούν τις δυνατότητες των σύγχρονων υπολογιστικών συστημάτων. Πολλά προβλήματα πραγματικού κόσμου χαρακτηρίζονται από μεγάλους χώρους αναζήτησης, υψηλή διαστατικότητα και ιδιαίτερα απαιτητικές αντικειμενικές συναρτήσεις, γεγονός που καθιστά απαραίτητη τη χρήση παράλληλων αλγορίθμων για τη μείωση του χρόνου εκτέλεσης και τη βελτίωση της ποιότητας των λύσεων. Οι παράλληλες τεχνικές καθολικής βελτιστοποίησης βασίζονται στην ταυτόχρονη εκτέλεση πολλών διαδικασιών αναζήτησης. Η παραλληλοποίηση εφαρμόζεται ευρέως σε μεταερευνητικούς και εξελικτικούς αλγορίθμους, καθώς οι περισσότερες λειτουργίες τους μπορούν να εκτελεστούν ανεξάρτητα. Η αξιολόγηση των ατόμων ενός πληθυσμού, η κατανομή του χώρου αναζήτησης σε υποπεριοχές και η ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ πολλών διεργασιών αποτελούν βασικές στρατηγικές παραλληλοποίησης [112]. Ιδιαίτερα σημαντικό είναι το *“island model”*, στο οποίο ο πληθυσμός διαχωρίζεται σε υποπληθυσμούς οι οποίοι εξελίσσονται παράλληλα και επικοινωνούν περιοδικά. Η προσέγγιση αυτή βελτιώνει τόσο την εξερεύνηση όσο και την εκμετάλλευση του χώρου αναζήτησης, μειώνοντας παράλληλα την πιθανότητα πρόωρης σύγκλισης σε τοπικά ακρότατα. Σύγχρονες έρευνες δείχνουν ότι οι island-parallel metaheuristics παρουσιάζουν σχεδόν γραμμική επιτάχυνση σε περιβάλλοντα πολλαπλών επεξεργαστών και ιδιαίτερα καλή απόδοση σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Η χρήση GPUs, clusters και συστημάτων υψηλών επιδόσεων (HPC) έχει καταστήσει δυνατή την εφαρμογή πολύπλοκων αλγορίθμων βελτιστοποίησης σε πραγματικό χρόνο. Οι εξελίξεις αυτές έχουν οδηγήσει στην ανάπτυξη νέων παράλληλων εκδόσεων σύγχρονων αλγορίθμων, οι οποίοι αξιοποιούν την ταυτόχρονη εκτέλεση πολλών διαδικασιών για αποτελεσματικότερη εξερεύνηση του χώρου λύσεων και ταχύτερη σύγκλιση [113], [114], [115].

11.1 Parallel Smell Agent Optimization (SAO): Collaborative Subpopulations for Accelerated Convergence

Η αυξανόμενη πολυπλοκότητα των σύγχρονων προβλημάτων βελτιστοποίησης έχει καταστήσει απαραίτητη την ανάπτυξη αλγορίθμων οι οποίοι να αξιοποιούν αποτελεσματικά τη διαθέσιμη υπολογιστική ισχύ. Οι παράλληλες προσεγγίσεις βελτιστοποίησης αποτελούν μια φυσική εξέλιξη των κλασικών μεθόδων, επιτρέποντας την ταυτόχρονη εξερεύνηση πολλαπλών περιοχών του χώρου αναζήτησης και μειώνοντας σημαντικά τον χρόνο σύγκλισης. Η βασική ιδέα των παράλληλων αλγορίθμων είναι ο διαχωρισμός του συνολικού πληθυσμού λύσεων σε μικρότερους υποπληθυσμούς, οι οποίοι εξελίσσονται ταυτόχρονα και ανεξάρτητα. Κάθε υποπληθυσμός εξερευνά διαφορετικές περιοχές του χώρου λύσεων, ενώ παράλληλα πραγματοποιείται ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ τους, ώστε οι καλύτερες λύσεις να διαδίδονται και να ενισχύουν τη συνολική διαδικασία αναζήτησης. Σε αυτό το κεφάλαιο, ο Parallel Smell Agent Optimization (SAO) αξιοποιεί τη συνεργατική λειτουργία πολλαπλών πρακτόρων που εκτελούνται παράλληλα σε διαφορετικές υπομονάδες επεξεργασίας. Η συνεργασία μεταξύ των υποπληθυσμών επιτρέπει καλύτερη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης, αποφεύγοντας την πρόωρη σύγκλιση και αυξάνοντας την πιθανότητα εντοπισμού βέλτιστων λύσεων σε πολύπλοκα προβλήματα. Η παράλληλη υλοποίηση δεν στοχεύει μόνο στη μείωση του υπολογιστικού χρόνου, αλλά και στη βελτίωση της ποιότητας των αποτελεσμάτων, καθώς διαφορετικές στρατηγικές αναζήτησης μπορούν να εξελίσσονται ταυτόχρονα και να αλληλεπιδρούν δυναμικά.

11.1.1 Ο Παράλληλος Αλγόριθμος του SAO

Ο παράλληλος αλγόριθμος SAO περιγράφει την κατανομή του αλγορίθμου σε N υποπληθυσμούς που λειτουργούν παράλληλα. Αρχικά, όλοι οι πράκτορες αρχικοποιούνται εντός του χώρου αναζήτησης S , με παραμέτρους όπως ο αριθμός των υποπληθυσμών (N), η μέθοδος διάδοσης (NM), ο ρυθμός διάδοσης (NR), ο αριθμός των πρακτόρων που εμπλέκονται στη διάδοση (NP) και το κριτήριο τερματισμού (NT). Το διάγραμμα ροής στην Εικόνα 8.7 που ακολουθεί αναλύει τη λειτουργία μιας παράλληλης υλοποίησης του αλγορίθμου SAO, ο οποίος χρησιμοποιεί πολλαπλές μονάδες επεξεργασίας (PU) για να επιταχύνει την ανακάλυψη βέλτιστων λύσεων για σύνθετα προβλήματα. Η διαδικασία ξεκινά με τη συστηματική αρχικοποίηση ελεγχόμενων παραμέτρων,

συμπεριλαμβανομένου του μεγέθους του πληθυσμού, του αριθμού των υποπληθυσμών, των συντελεστών σύγκλισης κ.λπ. Στη συνέχεια, ο κύριος πληθυσμός διαχωρίζεται σε N διακριτούς υποπληθυσμούς, οι οποίοι αντιστοιχίζονται σε ανεξάρτητες PU. Αυτή η αποκεντρωμένη αρχιτεκτονική επιτρέπει την ταυτόχρονη εξερεύνηση πολλαπλών υποχώρων αναζήτησης, με στόχο τη μεγιστοποίηση της ποικιλομορφίας λύσεων και την ελαχιστοποίηση του κινδύνου παγίδευσης σε τοπικά βέλτιστα. Κάθε PU εκτελεί ανεξάρτητα μια ακολουθία υπολογιστικών βημάτων σε κάθε επανάληψη. Πρώτον, υπολογίζεται ένας πίνακας καταλληλότητας, ποσοτικοποιώντας την απόδοση κάθε υποψήφιας λύσης με βάση τη συνάρτηση στόχου του προβλήματος. Στη συνέχεια, οι θέσεις των λύσεων ενημερώνονται μέσω τριών διακριτών λειτουργικών τρόπων:

1. Λειτουργία Εισρόφησης: Προσομοιώνει μια διαδικασία «συλλογής πληροφοριών» από γειτονικές λύσεις, εντείνοντας την εκμετάλλευση γύρω από περιοχές υψηλής καταλληλότητας.

2. Λειτουργία Παρακολούθησης: Εφαρμόζει στοχαστικές παραλλαγές στις λύσεις, διασφαλίζοντας την εξερεύνηση νέων περιοχών στον χώρο αναζήτησης.

3. Λειτουργία Τυχαίας Αναγνώρισης: Εισάγει τυχαίες διαταραχές στις θέσεις των λύσεων, αποτρέποντας τη στασιμότητα και ενισχύοντας την ποικιλομορφία του πληθυσμού.

Επιπλέον, εντός της παράλληλης αρχιτεκτονικής, εφαρμόζεται ένας μηχανισμός περιοδικής διάδοσης για βέλτιστες λύσεις μεταξύ υποπληθυσμών. Αυτή η στρατηγική, βασίζεται σε κανόνες συνεργασίας που ρυθμίζουν τη συχνότητα και την έκταση της ανταλλαγής πληροφοριών. Για παράδειγμα, σε τακτά χρονικά διαστήματα, οι PU μπορούν να ανταλλάσσουν τις τοπικά βέλτιστες λύσεις τους, σχηματίζοντας ένα δυναμικό δίκτυο επικοινωνίας που ενισχύει την παγκόσμια σύγκλιση. Η επιλογή της βέλτιστης στρατηγικής διάδοσης εξαρτάται από τη φύση του προβλήματος και το εξισορρόπηση απαιτήσεων μεταξύ υπολογιστικού κόστους και ακρίβειας. Η επαναληπτική διαδικασία ολοκληρώνεται με την αξιολόγηση προκαθορισμένων κριτηρίων τερματισμού, όπως ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων ή η ομοιογένεια της βέλτιστης λύσης. Εάν δεν πληρούνται κανένα από αυτά τα κριτήρια, ο αλγόριθμος επαναλαμβάνει τη διαδικασία. Διαφορετικά, επιστρέφει την καθολικά βέλτιστη λύση.

Κάθε υποπληθυσμός εκτελεί ανεξάρτητα τα βασικά βήματα του βασικού αλγορίθμου (Sniffing, Trailing και Random Modes). Σε τακτά χρονικά διαστήματα (κάθε επαναλήψεις

N_R), εφαρμόζεται η στρατηγική διάδοσης NM, όπου οι πράκτορες NP ανταλλάσσουν βέλτιστες λύσεις μεταξύ τυχαία επιλεγμένων υποπληθυσμών. Αυτό ενισχύει την ποικιλομορφία λύσεων και αποτρέπει τη σύγκλιση σε τοπικά βέλτιστα.

Η διαδικασία επαναλαμβάνεται μέχρι να ικανοποιηθεί το κριτήριο τερματισμού N_T (π.χ., όταν ένας συγκεκριμένος αριθμός υποπληθυσμών έχει συγκλίνει). Τέλος, μια τοπική διαδικασία αναζήτησης (π.χ., BFGS) [91] εφαρμόζεται στην καθολικά βέλτιστη λύση (x_{best}) για περαιτέρω βελτίωση.

11.1.2 Τα κύρια βήματα του Αλγορίθμου

Τα κύρια βήματα του προτεινόμενου αλγορίθμου:

1 Αρχικοποίηση

- (α) Όρισε $iter = 0$ (μετρητή επανάληψης).
- (β) Όρισε τον αριθμό των μορίων m (υποψήφιος λύσεις).
- (γ) Όρισε τον μέγιστο αριθμό επιτρεπόμενων επαναλήψεων max_{iter}
- (δ) Όρισε το ποσοστό τοπικής αναζήτησης $PL \in [0, 1]$.
- (ε) Ορισμός παραμέτρων, μεθόδου τερματισμού (SR) = similarity [72].
- (στ) Όρισε τον ακέραιο αριθμό παραμέτρων N_T , ο οποίος αντιπροσωπεύει το μέγιστο πλήθος similarity για
SR.
- (ζ) Αρχικοποίησε με ομοιόμορφη κατανομή όλες τις θέσεις των μορίων x_i , με $x_i \in S \subseteq R_n$
- (η) Προσδιόρισε την καλύτερη θέση, $p_{best} = \operatorname{argmin}_{i \in 1..m} f(x_i)$ και τη χειρότερη θέση,
 $p_{worst} = \operatorname{argmax}_{i \in 1..m} f(x_i)$
μορίων
- (θ) Αξιολόγησε την καταλληλότητα των μορίων i , $f(x_i)$

Όσο ($iter < iter_{max}$ ή SR)

Για $i = 1..m$ Κάνε

Για $i = 1..θέση$ Κάνε

Ενημέρωσε το u_i της ταχύτητας και τη θέση x_i (Λειτουργία μυρίσματος)

Τέλος για

Αξιολόγησε την καταλληλότητα των μορίων i , $f(x_i)$

Αν (η νέα φυσική κατάσταση είναι καλύτερη) τότε

Ενημέρωσε τη φυσική κατάσταση και τα χειρότερα μόρια

Τέλος Αν

Τέλος για

Για $i = 1..m$ Κάνε

Για $i = 1..θέση$ Κάνε

Ενημέρωση θέσης x_i (Τρόπος διαδρομής)

Τέλος για

Αξιολόγησε την καταλληλότητα των μορίων i , $f(x_i)$

Τέλος για

Αν (η νέα φυσική κατάσταση είναι καλύτερη) τότε

Ενημέρωση φυσικής κατάστασης και θέσης x_i

Αλλιώς

Για $i = 1..m$ Κάνε

Για $i = 1..θέση$ Κάνε

Ενημέρωση φυσικής κατάστασης και θέσης x_i (Τυχαία λειτουργία)

Τέλος για

Τέλος για

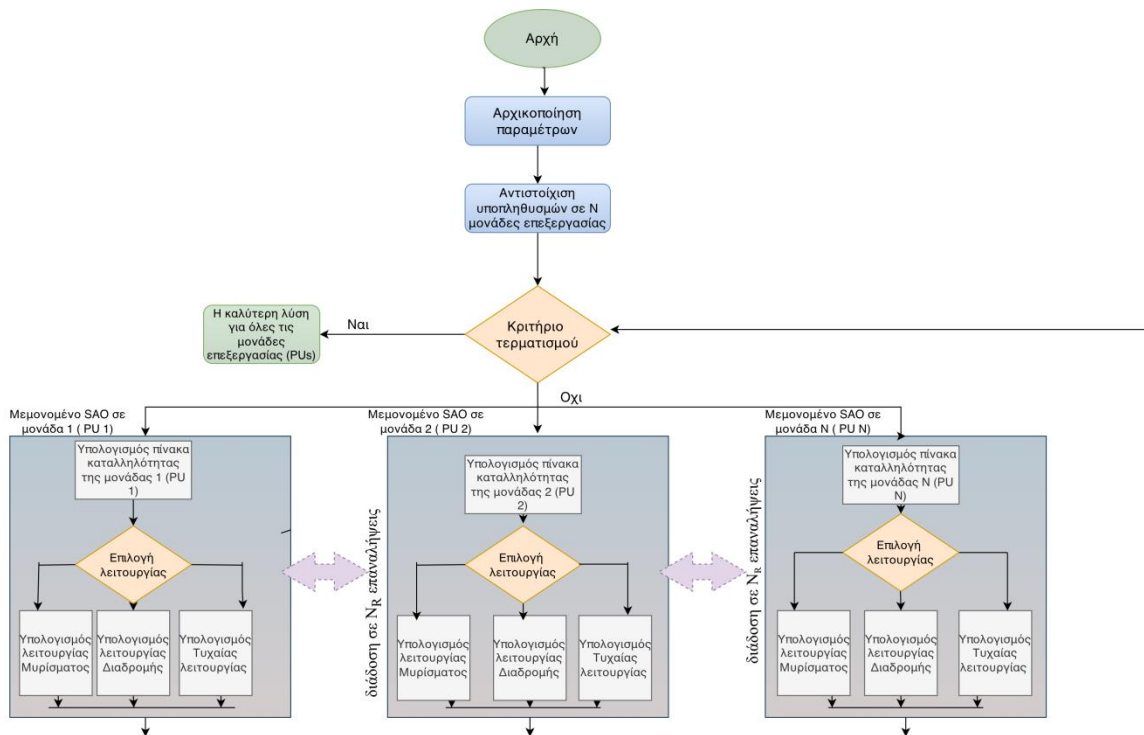
Ορίστε $r \in [0, 1]$ έναν τυχαίο αριθμό. Αν $r \leq P_L$ τότε $x_i = LS(x_i)$, όπου το $LS(x)$ είναι τοπική

διαδικασία αναζήτησης. Η διαδικασία τοπικής αναζήτησης που χρησιμοποιείται στην προτεινόμενη μέθοδο είναι η BFGS [91].

Τέλος Όσο

Υπολόγισε τη βέλτιστη λύση

Στην Εικόνα 10 ακολουθεί το διάγραμμα ροής της προτεινόμενης μεθόδου:

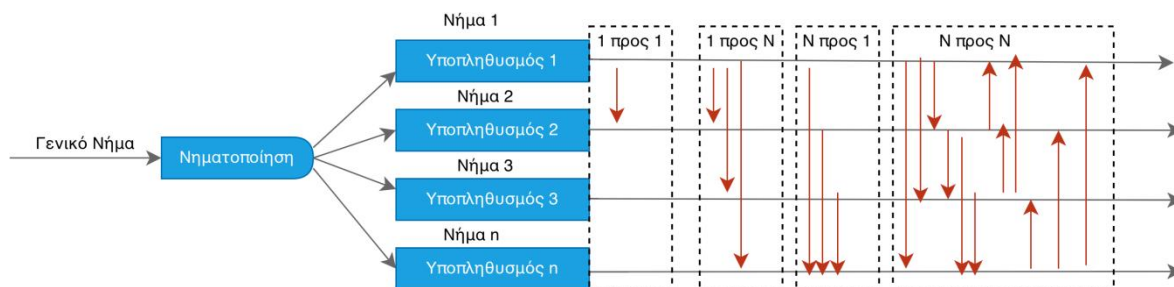


Εικόνα 10: Διάγραμμα ροής παράλληλου SAO.

Η Εικόνα 11 απεικονίζει την παραλληλοποίηση της μεθόδου SAO και των στρατηγικών διάδοσης πληροφοριών μεταξύ υποπληθυσμών. Κάθε νήμα (Νήμα 1, 2,..., N) αντιστοιχεί σε μια ανεξάρτητη PU που διαχειρίζεται έναν υποπληθυσμό (Υποσύμπλεγμα 1, 2, ...,N). Κάθε υποπληθυσμός λειτουργεί παράλληλα, εξερευνώντας διακριτές περιοχές του χώρου αναζήτησης, ενώ ταυτόχρονα ανταλλάσσει πληροφορίες με άλλους υποπληθυσμούς μέσω προκαθορισμένων στρατηγικών. Μια βασική στρατηγική διάδοσης είναι 1προς1 (ένα προς ένα), λύσεις (π.χ., τοπικά βέλτιστες θέσεις) σε έναν άλλο τυχαία επιλεγμένο υποπληθυσμό. Αυτή η ανταλλαγή πραγματοποιείται περιοδικά ή υπό προκαθορισμένες συνθήκες για την ενίσχυση της ποικιλομορφίας λύσεων και την αποφυγή σύγκλισης σε τοπικά βέλτιστα. Για παράδειγμα, εάν το Υποσύστημα 1 ανακαλύψει μια λύση υψηλής ποιότητας, η μετάδοσή της στο Υποσύστημα 3 θα μπορούσε να επιταχύνει την παγκόσμια σύγκλιση. Πέρα από το 1προς1, μπορούν να εφαρμοστούν και άλλες στρατηγικές, όπως το NtoN (όλα προς όλα), όπου όλοι οι υποπληθυσμοί ανταλλάσσουν πληροφορίες ταυτόχρονα. Σε όλες τις περιπτώσεις, η διάδοση των βέλτιστων λύσεων χρησιμεύει ως μηχανισμός συνεργατικής βελτιστοποίησης. Ακόμα κι αν ένας υποπληθυσμός παγιδευτεί σε ένα τοπικό βέλτιστο, η εισαγωγή εξωτερικών λύσεων μέσω της διάδοσης μπορεί να τον «απελευθερώσει». Επιπλέον, η τυχαιοποίηση στην επιλογή υποπληθυσμού (όπως στο 1 προς 1) διασφαλίζει ότι η διαδικασία παραμένει δυναμική και προσαρμόσιμη. Αυτός ο συνδυασμός

παράλληλης εκτέλεσης και στρατηγικής ανταλλαγής πληροφοριών βελτιώνει την αποτελεσματικότητα της μεθόδου SAO, ιδιαίτερα σε προβλήματα βελτιστοποίησης μεγάλης κλίμακας ή μη γραμμικά, εξισορροπώντας την εξερεύνηση και την εκμετάλλευση, ενώ παράλληλα μετριάξει την υπολογιστική στασιμότητα.

...



Εικόνα 11: Διάγραμμα δημιουργίας νημάτων και μέθοδοι διάδοσης.

Ο αλγόριθμος SAO [116], [117], [118] βασίζεται στην ιδέα ενός πληθυσμού πρακτόρων που κινούνται στον χώρο αναζήτησης σύμφωνα με συγκεκριμένους κανόνες και προσαρμόζουν τη συμπεριφορά τους με βάση την εμπειρία τους και τις πληροφορίες που λαμβάνουν από το περιβάλλον ή άλλους πράκτορες. Η λειτουργία του SAO περιλαμβάνει δύο κύριες φάσεις: την εξερεύνηση και την εκμετάλλευση. Στη φάση εξερεύνησης, οι πράκτορες κινούνται με στόχο να καλύψουν όσο το δυνατόν μεγαλύτερο μέρος του χώρου αναζήτησης, δοκιμάζοντας διαφορετικές περιοχές και αυξάνοντας την ποικιλομορφία των λύσεων. Η κίνηση σε αυτή τη φάση βασίζεται σε μεγάλα βήματα και υψηλό βαθμό στοχαστικότητας, με στόχο την αποφυγή πρόωρης σύγκλισης. Στη φάση εκμετάλλευσης, η κίνηση των πρακτόρων εστιάζει σε πολλά υποσχόμενες περιοχές, με μικρότερα και πιο στοχευμένα βήματα, για τον ακριβή εντοπισμό τοπικών ή παγκόσμιων βέλτιστων. Η μετάβαση από τη φάση εξερεύνησης στη φάση εκμετάλλευσης υλοποιείται μέσω ενός μηχανισμού ελέγχου που παρακολουθεί τη στασιμότητα των λύσεων ή τον ρυθμό βελτίωσης της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης. Για παράδειγμα, εάν δεν παρατηρηθεί βελτίωση πέρα από ένα προκαθορισμένο όριο για έναν αριθμό διαδοχικών βημάτων, ενεργοποιείται η φάση εκμετάλλευσης. Εναλλακτικά, η μετάβαση μπορεί να βασιστεί σε μια σταδιακή αλλαγή στις παραμέτρους, όπως η μείωση της διακύμανσης ενός στοχαστικού όρου κίνησης.

Η κίνηση των πρακτόρων εντός του χώρου αναζήτησης καθορίζεται από έναν συνδυασμό στοχαστικών και κατευθυνόμενων συνιστωσών. Συγκεκριμένα, κάθε πράκτορας τείνει να

κινείται προς την πιο γνωστή λύση μέχρι εκείνο το σημείο, διατηρώντας παράλληλα ένα βαθμό τυχαιότητας στην πορεία του. Αυτή η τυχαιότητα του επιτρέπει να συνεχίσει να εξερευνά νέες περιοχές του χώρου και να αποφεύγει την πρόωρη παγίδευση σε τοπικά βέλτιστα. Η ένταση με την οποία ακολουθεί την πιο γνωστή λύση, καθώς και η ποσότητα τυχαιότητας που ενσωματώνεται στην κίνησή του, προσαρμόζονται αυτόματα κατά τη διάρκεια της διαδικασίας. Έτσι, όταν ένας πράκτορας αποδίδει καλά, η τάση του να κινείται προς βελτιωμένες λύσεις ενισχύεται, ενώ σε περιπτώσεις χαμηλής απόδοσης, ο βαθμός εξερεύνησης αυξάνεται για τον εντοπισμό εναλλακτικών περιοχών που μπορεί να περιέχουν καλύτερες λύσεις. Με αυτόν τον τρόπο, η κίνηση είναι δυναμική και αυτορυθμιζόμενη με βάση την εμπειρία κάθε πράκτορα, συμβάλλοντας στη συνολική αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου. Η διάδοση πληροφοριών μεταξύ των πρακτόρων γίνεται μέσω ενός μηχανισμού που ανταλλάσσει την καλύτερη λύση που βρίσκεται είτε από τον ίδιο τον πράκτορα είτε από τους γείτονές του, ανάλογα με την τοπολογία επικοινωνίας που χρησιμοποιείται. Σε ένα πλήρως συνδεδεμένο δίκτυο, όλοι οι πράκτορες ενημερώνονται άμεσα με την καλύτερη λύση του πληθυσμού, γεγονός που επιταχύνει τη σύγκλιση αλλά μπορεί περιορίζουν την ποικιλομορφία. Η συχνότητα διάδοσης μπορεί να είναι ανά βήμα ή περιοδική, ανάλογα με το σχεδιασμό, ενώ οι προηγμένες υλοποιήσεις μπορούν να εφαρμόσουν φίλτρα για να αξιολογήσουν τη χρησιμότητα των πληροφοριών πριν από την εκπομπή τους. Όσον αφορά την παράλληλη εκτέλεση του αλγορίθμου, κάθε πράκτορας ή ομάδα πρακτόρων μπορεί να εκτελεστεί σε ξεχωριστό νήμα ή επεξεργαστή. Οι υπολογισμοί για την αξιολόγηση της αντικειμενικής συνάρτησης είναι εντελώς ανεξάρτητοι και μπορούν να παραλληλιστούν χωρίς συγχρονισμό. Ο συγχρονισμός απαιτείται μόνο κατά τη διάδοση των πληροφοριών, είτε για την ενημέρωση της κοινής βέλτιστης λύσης είτε για την ανταλλαγή παραμέτρων μεταξύ των πρακτόρων. Σε συγχρονισμένες υλοποιήσεις, όλα τα νήματα περιμένουν το πιο αργό πριν προχωρήσουν στο επόμενο βήμα. Ωστόσο, αυτό μπορεί να προκαλέσει καθυστερήσεις, ειδικά όταν οι χρόνοι εκτέλεσης ποικίλλουν σημαντικά. Για την αντιμετώπιση αυτού του ζητήματος, μπορούν να χρησιμοποιηθούν ασύγχρονα σχήματα, όπου κάθε πράκτορας ενημερώνεται με βάση τις πιο πρόσφατα διαθέσιμες πληροφορίες χωρίς να απαιτείται καθολικός συγχρονισμός. Ένα τέτοιο σχήμα επιτρέπει ταχύτερη εκτέλεση και καλύτερη αξιοποίηση των πόρων σε ετερογενή περιβάλλοντα.

11.1.3. Ο Μηχανισμός Διάδοσης

Κατά τη διάρκεια του μηχανισμού διάδοσης, οι καλύτερες τιμές που προσδιορίζονται από κάθε υποπληθυσμό κοινοποιούνται στους άλλους, αντικαθιστώντας τις χειρότερες τιμές τους. Ο στόχος αυτής της διαδικασίας είναι να διασφαλιστεί ότι οι υποπληθυσμοί ανταλλάσσουν τα βέλτιστα ευρήματά τους, ενισχύοντας έτσι τη συνολική εξελικτική διαδικασία. Τα ακόλουθα τέσσερα σενάρια περιγράφουν πώς μπορεί να λάβει χώρα η διάδοση:

1.1-προς-1: Σε αυτήν την περίπτωση, ένας τυχαία επιλεγμένος υποπληθυσμός στέλνει τις καλύτερες τιμές του σε έναν άλλο υποπληθυσμό, ο οποίος επιλέγεται επίσης τυχαία.

2.1-προς-N: Εδώ, ένας τυχαίος υποπληθυσμός μοιράζεται τις καλύτερες τιμές του με όλους τους άλλους υποπληθυσμούς.

3.N-προς-1: Όλοι οι υποπληθυσμοί στέλνουν τις καλύτερες τιμές τους σε έναν μόνο υποπληθυσμό, ο οποίος επιλέγεται τυχαία.

4.N-προς-N: Κάθε υποπληθυσμός κοινοποιεί τις καλύτερες τιμές του σε κάθε άλλο υποπληθυσμό.

Αυτός ο μηχανισμός διευκολύνει την ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ υποπληθυσμών, αυξάνοντας την πιθανότητα ανακάλυψης βέλτιστων λύσεων μέσω της συνεργασίας και της επικοινωνίας. Η επιλογή των στρατηγικών διάδοσης καθοδηγείται από εμπειρικά κίνητρα και την ανάγκη επίτευξης ισορροπίας μεταξύ εξερεύνησης και αξιοποίησης εντός του παράλληλου πλαισίου SAO. Αυτές οι απλές στρατηγικές προσφέρουν έναν ελεγχόμενο και κλιμακωτό τρόπο ανταλλαγής πληροφοριών μεταξύ υποπληθυσμών χωρίς να επιβάλλουν σημαντική υπολογιστική επιβάρυνση ή να απαιτούν πολύπλοκες αρχιτεκτονικές επικοινωνίας. Αν και δεν ενσωματώνουν προσαρμοστικές τοπολογίες όπως αυτές που βρίσκονται σε ορισμένες παραλλαγές PSO, παρέχουν ένα σταθερό πλαίσιο για την αξιολόγηση του αντίκτυπου της συνεργασίας στη συμπεριφορά του αλγορίθμου. Στο πλαίσιο αυτής της εργασίας, η χρήση τέτοιων στρατηγικών επιτρέπει μια εστιασμένη μελέτη του ρόλου της διάδοσης πληροφοριών, χωρίς την εισαγωγή εξωτερικών πηγών πολυπλοκότητας.

11.1.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΤΙΜΗ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ
m	500	Αριθμός μορίων
iter _{max}	200	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων
N	1,2,5,10,20	Αριθμός υποπληθυσμών
SR	$\delta_k^{(iter)} = f_{k,min}^{(iter)} - f_{k,min}^{(iter-1)} $	Κανόνας τερματισμού: Similarity
N _T	8	Μέγιστος αριθμών για τον κανόνα τερματισμού Similarity
P _L	0.02 2%	Ρυθμός τοπικής αναζήτησης
N _M	1to1, 1toN, Nto1, NtoN	Μέθοδος διάδοσης
N _R	1,2,3,4....≤ iter _{max}	Αριθμός επαναλήψεων για διάδοση
N _P	1,2,3,4....≤ m	Αριθμός πρακτόρων διάδοσης
N _T	1,2,3,4....≤ N	Αριθμός υποπληθυσμών που απαιτούνται για τερματισμό

Πίνακας 28: Πειραματικές ρυθμίσεις. Οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για όλες τις παραμέτρους.

Ο πίνακας 29 παρουσιάζει τη διερεύνηση της επίδρασης του αριθμού συστάδων (clusters) και υποπληθυσμών στην απόδοση της μεθόδου, με κριτήριο τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων. Στον πίνακα 29 εξετάζεται η απόδοση για διαφορετικό αριθμό συστάδων (1, 2, 5, 10 και 20). Παρατηρείται ότι η αύξηση του αριθμού συστάδων οδηγεί γενικά σε μείωση των κλήσεων συναρτήσεων σε αρκετά προβλήματα. Ιδιαίτερα για μεγαλύτερο αριθμό συστάδων (π.χ. 10 ή 20), οι τιμές εμφανίζονται συχνά χαμηλότερες σε σύγκριση με την περίπτωση μίας μόνο συστάδας. Αυτό υποδηλώνει ότι η διαίρεση του πληθυσμού σε

περισσότερες ομάδες ενισχύει την εξερεύνηση και συμβάλλει σε ταχύτερη σύγκλιση. Συνολικά, τα αποτελέσματα αναδεικνύουν ότι η αξιοποίηση πολλαπλών συστάδων ή υποπληθυσμών βελτιώνει την αποδοτικότητα της μεθόδου, μειώνοντας τις απαιτούμενες κλήσεις συναρτήσεων και διατηρώντας υψηλά ποσοστά επιτυχίας. Αυτό επιβεβαιώνει τη σημασία της παράλληλης και καταναεμημένης δομής στην ενίσχυση της σύγκλισης και της κλιμακωσιμότητας του αλγορίθμου.

Function	1Cluster	2Clusters	5Clusters	10Clusters	20Clusters
ACKLEY	9080	9315	9082	8307	7863
BF1	7936	7899	7944	7888	7779
BF2	7411	7273	7330	7357	7237
CAMEL	5554	5531	5483	5519	5276
CM	4141	3970	4074	4061	4061
DIFFPOWER2	11,928	11,849	11,326	11,673	11,239
DIFFPOWER5	31,604	32,413	32,982	32,195	31,814
DIFFPOWER10	40,094	40,592	39,888	40,624	38,284
BRANIN	5077	5034	5033	5051	5003
DISCUS	5175	5122	5145	5148	5059
EASOM	4965	4902	4950	4910	4873
ELP10	5880	5820	5830	5936	5785
ELP20	8651	9075	9026	8676	8377
ELP30	11,466	11,165	11,491	11,524	11,212
EXP4	4462	4444	4492	4584	4455
EXP16	3958	4013	3923	4021	3849
EXP32	3948	4009	4054	3969	3837
F5	2513	2486	2492	2489	2446
F9	5127	4980	4938	5193	4654
F12	2630	2595	2562	2585	2492
F13	4674 (3)	4428 (3)	3604 (3)	3371 (3)	3365 (3)
F14	6796	6717	6709	6795	6697

F15	4889	4850	4854	4817	4688
F18	2445	2419	2417	2431	2435
F19	2443	2433	2399	2415	2431
GKLS250	3231	3290	3137	2936	2804
GKLS350	2910 (83)	2576 (93)	2289 (84)	2174 (77)	2158 (67)
GRIEWANK2	8511 (77)	7559 (70)	6930 (57)	6736 (57)	6394 (93)
GRIEWANK10	12,671	12,982	12,396	12,419	12,168
HANSEN	6295 (97)	6338	5705 (97)	5374	5119 (97)
HARTMAN3	3567	3609	3641	3665	3474
HARTAMN6	4305	4329	4348	4293	4212
POTENTIAL5	9554	9669	9742	9705	9006
POTENTIAL6	13,611 (74)	11,497 (77)	11,336 (93)	11,112 (77)	10,338 (80)
POTENTIAL10	17,628	16,705	17,368	15,654	15,463
RASTRIGIN	4505 (93)	4349 (97)	4078 (97)	3638 (87)	3653 (97)
ROSENBRO CK8	11,986	11,730	12,011	15,172	11,665
ROSENBRO CK16	15,673	16,109	15,668	15,856	15,336
SCHWEFEL	5214	5167	5211	5209	5147
SCHWEFEL221	4142	3970	4076	4067	4059
SCHWEFEL222	4142	3965	4082	4070	4067
SHEKEL5	6452	6421	6504	6414	6180
SHEKEL7	6364	6375	6384	6358	6367
SHEKEL10	6230	6197	6229	6273	6203
SINUSOIDAL8	5257	5389	5237	5104	5036
SINUSOIDAL6	8529	8500	7995	7574	7235
TEST2N4	5081	5082	5023	4883	4675
TEST2N5	5147 (97)	5131 (93)	4935 (97)	4901 (97)	4591
TEST2N6	5505 (83)	5401 (97)	5066 (93)	4983 (73)	4752 (80)
TEST2N7	5705 (50)	5547 (60)	5153 (47)	5094 (77)	4832 (60)
TEST30N3	6138	6470	6030	6180	5807

TEST30N4	6804	6710	6562	6544	5958
TOTAL	398,004 (95.7)	394,401 (95.9)	389,164 (95.3)	387,927 (95.5)	371,910 (95.7)

Πίνακας 29: Σύγκριση των κλήσεων συναρτήσεων παράλληλων SAO με διαφορετικούς αριθμούς υποπληθυσμών.

Ο πίνακας 30 παρουσιάζει σύγκριση διαφορετικών στρατηγικών επικοινωνίας μεταξύ υποπληθυσμών, με τέσσερα σχήματα διάδοσης: 1-προς-1, 1-προς-N, N-προς-1 και N-προς-N. Κάθε στήλη αντιστοιχεί σε διαφορετικό τρόπο ανταλλαγής πληροφορίας μεταξύ των υποπληθυσμών, ενώ οι τιμές εκφράζουν τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων. Από τα αποτελέσματα παρατηρείται ότι ο τρόπος διάδοσης επηρεάζει σημαντικά την αποδοτικότητα. Οι πιο περιορισμένες μορφές επικοινωνίας (1-προς-1 και N-προς-1) παρουσιάζουν γενικά σταθερή συμπεριφορά, με σχετικά μέτριες τιμές κλήσεων. Αντίθετα, η πλήρως κατανομημένη στρατηγική (N-προς-N) οδηγεί σε αισθητά χαμηλότερες τιμές σε αρκετά προβλήματα, ιδιαίτερα σε πιο απαιτητικές περιπτώσεις, γεγονός που υποδηλώνει ότι η εκτεταμένη ανταλλαγή πληροφορίας ενισχύει τη σύγκλιση. Η συνολική γραμμή (TOTAL) επιβεβαιώνει τη γενική τάση: η στρατηγική N-προς-N εμφανίζει το μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων συναρτήσεων και ταυτόχρονα διατηρεί υψηλό ποσοστό επιτυχίας (σε παρενθέσεις). Αυτό δείχνει ότι η αυξημένη συνεργασία μεταξύ των υποπληθυσμών δεν μειώνει την αξιοπιστία, αλλά αντιθέτως βελτιώνει την αποδοτικότητα. Συνολικά, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η δομή επικοινωνίας αποτελεί κρίσιμο παράγοντα στη συμπεριφορά του παράλληλου σχήματος. Η πιο εντατική και αμφίδρομη διάδοση πληροφορίας φαίνεται να προσφέρει καλύτερη ισορροπία μεταξύ ταχύτητας σύγκλισης και σταθερότητας, οδηγώντας σε μειωμένο υπολογιστικό κόστος.

Function	1-προς-1	1-προς-N	N-προς-1	N-προς-N
ACKLEY	8517	9106	8495	11,242
BF1	7882	7948	7852	7361
BF2	7368	7326	5477	6733
CAMEL	5480	5441	5538	5261
CM	4050	4053	4070	4059

DIFFPOWER2	11,794	11,669	11,600	7633
DIFFPOWER5	32,846	31,853	31,576	20,690
DIFFPOWER10	42,553	38,554	38,273	19,706
BRANIN	5080	5084	5050	4651
DISCUS	5148	5161	5155	4889
EASOM	4920	4913	4908	4814
ELP10	5862	5813	5791	5080
ELP20	8926	8573	8790	6365
ELP30	11482	11559	11281	7198
EXP4	4477	4452	4542	3906
EXP16	3998	3924	3892	3418
EXP32	3953	3895	3974	3500
F5	2481	2427	2457	2177
F9	4933	5033	4965	3776
F12	2558	2559	2515	2265
F13	3499 (3)	3662 (3)	3479 (3)	4564 (3)
F14	6737	6687	6638	5312
F15	4878	4828	4751	4192
F18	2440	2411	2426	2429
F19	2423	2444	2410	2454
GKLS250	2913	2958	2929	3112
GKLS350	2200 (80)	2303 (87)	2181 (90)	2669 (80)
GRIEWANK2	6689 (67)	6798 (63)	6817 (77)	7244 (53)
GRIEWANK10	12,628	12,313	12,010	9307 (97)
HANSEN	5310	5489 (97)	5302	6023 (90)
HARTMAN3	3643	3593	3609	2907
HARTAMN6	4342	4315	4208	3144
POTENTIAL5	9619	9506	9507	5932
POTENTIAL6	10,735 (93)	11,010 (87)	10,884 (63)	6511 (43)
POTENTIAL10	15,831	15,744	16,041	8843 (97)
RARSTIGIN	3794	3875 (97)	3737 (97)	5224 (83)

ROSENBROCK8	11,889	11,854	11,741	7922
ROSENBROCK1 6	15,898	15,501	15,190	9300
SCHWEFEL	5216	5228	5208	4934
SCHWEFEL221	4060	4058	4058	4062
SCHWEFEL222	4054	4055	4066	4055
SHEKEL5	6482	6334	6279	4907
SHEKEL7	6466	6413	6251	5049
SHEKEL10	6251	6124	6186	5088
SINUSOIDAL8	5112	5039	4932	3848
SINUSOIDAL16	7762	7552 (97)	7349	4693 (93)
TEST2N4	4917	4976	4879	4313 (97)
TEST2N5	4757	4853 (97)	4768	4222 (97)
TEST2N6	4965 (83)	5106 (93)	5022	3998 (40)
TEST2N7	5006 (63)	4999 (53)	4970 (63)	3987 (50)
TEST30N3	6350	6025	5901	5220
TEST30N4	6291	6731	6703	5572
TOTAL	387,465 (96.1)	382,127 (95.6)	376,633 (96)	295,761 (92.48)

Πίνακας 30: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε 4 επαναλήψεις (NR = 4) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).

Ο πίνακας 31 παρουσιάζει σύγκριση του χρόνου εκτέλεσης (σε δευτερόλεπτα) για τις τέσσερις στρατηγικές επικοινωνίας μεταξύ 10 υποπληθυσμών: 1-προς-1, 1-προς-N, N-προς-1 και N-προς-N. Τα πειράματα πραγματοποιούνται με διάδοση κάθε 4 επαναλήψεις (NR = 4) και με 5 πράκτορες που μεταφέρονται σε κάθε γεγονός (NP = 5). Από τις επιμέρους τιμές παρατηρείται ότι οι διαφορές στον χρόνο εκτέλεσης δεν είναι μεγάλες για απλούστερα προβλήματα, όμως γίνονται πιο εμφανείς σε πιο απαιτητικές περιπτώσεις. Σε αρκετές συναρτήσεις, η στρατηγική N-προς-N παρουσιάζει μικρότερο χρόνο εκτέλεσης, γεγονός που υποδηλώνει ότι η πλήρης αμφίδρομη επικοινωνία επιταχύνει τη σύγκλιση και μειώνει τον συνολικό υπολογιστικό φόρτο. Η στρατηγική N-προς-N εμφανίζει το μικρότερο συνολικό χρόνο εκτέλεσης σε σύγκριση με τις υπόλοιπες μορφές διάδοσης. Οι στρατηγικές 1-προς-N και N-προς-1 κινούνται σε παρόμοια επίπεδα, ενώ η 1-προς-1

παρουσιάζει ελαφρώς υψηλότερο συνολικό χρόνο. Συνολικά, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η ενισχυμένη και πιο εκτεταμένη ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ υποπληθυσμών όχι μόνο μειώνει τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, αλλά συμβάλλει και στη μείωση του πραγματικού χρόνου εκτέλεσης. Αυτό υπογραμμίζει τη σημασία της κατάλληλης στρατηγικής επικοινωνίας στη βελτίωση της αποδοτικότητας ενός παράλληλου εξελικτικού αλγορίθμου.

Function	1-προς-1	1-προς-N	N-προς-1	N-προς-N
ACKLEY	0.20	0.22	0.20	0.26
BF1	0.18	0.19	0.18	0.20
BF2	0.19	0.18	0.17	0.19
CAMEL	0.17	0.17	0.17	0.17
CM	0.07	0.07	0.07	0.08
DIFFPOWER2	0.31	0.31	0.32	0.26
DIFFPOWER5	1.84	1.79	2.50	1.22
DIFFPOWER10	7.33	6.70	6.61	3.48
BRANIN	0.17	0.17	0.17	0.17
DISCUS	0.15	0.15	0.16	0.18
EASOM	0.16	0.17	0.17	0.18
ELP10	0.53	0.53	0.51	0.48
ELP20	1.33	1.28	1.33	1.03
ELP30	2.46	2.43	2.42	1.67
EXP4	0.24	0.23	0.23	0.24
EXP16	0.62	0.63	0.58	0.61
EXP32	1.32	1.31	1.35	1.24
F5	0.15	0.16	0.16	0.17
F9	0.18	0.18	0.18	0.19
F12	0.16	0.17	0.16	0.17
F13	0.15	0.16	0.15	0.21
F14	1.14	1.20	1.12	0.81
F15	0.20	0.19	0.19	0.20
F18	0.13	0.13	0.15	0.14
F19	0.14	0.14	0.13	0.14
GKLS250	0.19	0.19	0.19	0.21
GKLS350	0.21	0.22	0.21	0.28
GRIEWANK2	0.18	0.19	0.19	0.22
GRIEWANK10	1.04	1.01	0.99	0.74

HANSEN	0.21	0.21	0.20	0.26
HARTMAN3	0.22	0.23	0.23	0.22
HARTAMN6	0.38	0.37	0.37	0.34
POTENTIAL5	1.44	1.43	1.41	1.03
POTENTIAL6	1.98	2.01	2.00	1.39
POTENTIAL10	6.54	6.51	6.64	4.02
RARSTIGIN	0.16	0.16	0.16	0.22
ROSENBROCK 8	0.61	0.59	0.59	0.45
ROSENBROCK1 6	1.45	1.41	1.41	0.96
SCHWEFEL	0.16	0.16	0.16	0.17
SCHWEFEL221	0.07	0.08	0.08	0.08
SCHWEFEL222	0.07	0.07	0.07	0.08
SHEKEL5	0.34	0.34	0.34	0.30
SHEKEL7	0.39	0.37	0.37	0.32
SHEKEL10	0.41	0.40	0.41	0.34
SINUSOIDAL8	0.68	0.66	0.65	0.56
SINUSOIDAL1 6	2.26	2.20	2.17	1.50
TEST2N4	0.26	0.27	0.26	0.26
TEST2N5	0.30	0.31	0.30	0.31
TEST2N6	0.35	0.36	0.33	0.34
TEST2N7	0.41	0.40	0.41	0.40
TEST30N3	0.23	0.22	0.23	0.22
TEST30N4	0.28	0.31	0.28	0.29
TOTAL	40.29	39.51	39.99	29.13

Πίνακας 31: Σύγκριση χρόνων (δευτερόλεπτα) με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε 4 επαναλήψεις (NR = 4) και 5 παράγοντες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).

Ο πίνακας 32 παρουσιάζει σύγκριση των κλήσεων συναρτήσεων για 10 υποπληθυσμούς, όταν η διάδοση πραγματοποιείται σε κάθε επανάληψη ($NR = 1$) και μεταφέρονται 5 πράκτορες ανά γεγονός ($NP = 5$). Συγκρίνονται οι τέσσερις στρατηγικές επικοινωνίας: 1-προς-1, 1-προς-N, N-προς-1 και N-προς-N. Σε επίπεδο επιμέρους συναρτήσεων παρατηρείται ότι η στρατηγική N-προς-N εμφανίζει συχνά αισθητά χαμηλότερες τιμές, ιδιαίτερα σε πιο απαιτητικά προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Σε αρκετές περιπτώσεις η μείωση είναι σημαντική σε σχέση με τις άλλες τρεις στρατηγικές, γεγονός που δείχνει ότι η πλήρης και συνεχής ανταλλαγή πληροφορίας επιταχύνει τη σύγκλιση. Η στρατηγική N-προς-N επιτυγχάνει το μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, παρουσιάζοντας τη μεγαλύτερη μείωση στο υπολογιστικό κόστος. Ωστόσο, παρατηρείται ότι το ποσοστό επιτυχίας στην περίπτωση N-προς-N είναι χαμηλότερο σε σύγκριση με τις υπόλοιπες στρατηγικές. Αυτό υποδηλώνει ότι η πολύ συχνή και εκτεταμένη διάδοση μπορεί να επιταχύνει τη σύγκλιση, αλλά ενδέχεται να επηρεάζει ελαφρώς τη σταθερότητα ή τη συνέπεια της επίλυσης σε ορισμένα προβλήματα. Συνολικά, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η συχνή διάδοση ($NR = 1$) σε συνδυασμό με πλήρη επικοινωνία (N-προς-N) μειώνει σημαντικά τον αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, προσφέροντας υψηλή αποδοτικότητα, αλλά απαιτεί προσεκτική ρύθμιση ώστε να διατηρηθεί και το ποσοστό επιτυχίας σε υψηλά επίπεδα.

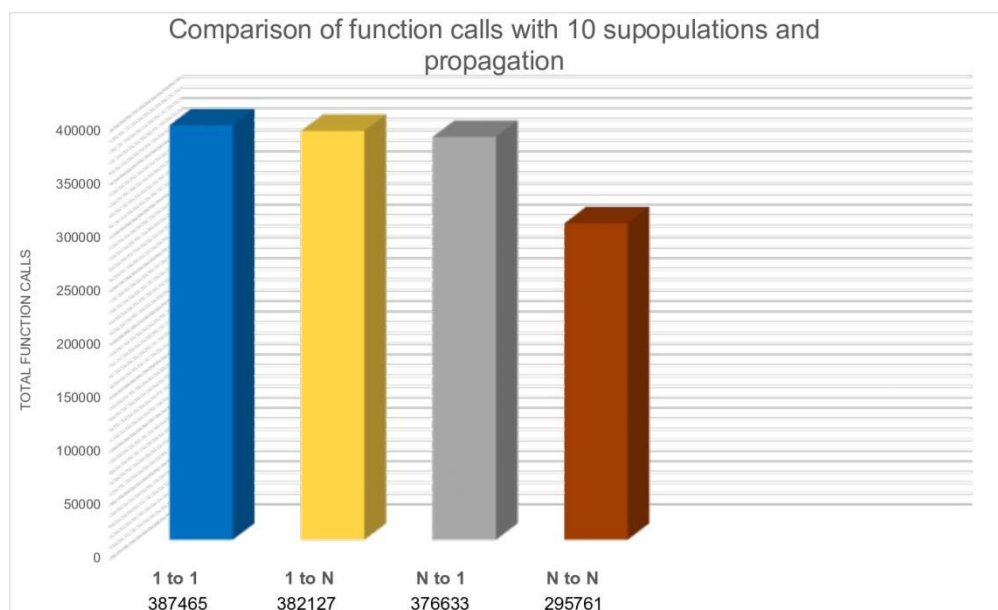
Function	1-προς-1	1-προς-N	N-προς-1	N-προς-N
ACKLEY	8667	10,615	9495	10,521 (97)
BF1	7898	7880	7950	7645 (90)
BF2	7394	7258	7188	7255 (87)
CAMEL	5562	5605	5533	5146
CM	4064	4064	4064	4068
DIFFPOWER2	11,720	11,620	11,672	6211
DIFFPOWER5	32,195	31,590	31,406	22,445
DIFFPOWER10	39,812	35,729	37,058	9662
BRANIN	5107	5014	4966	4500
DISCUS	5180	5142	5123	4793
EASOM	4923	4902	4914	4612
ELP10	5773	5815	5674	4658
ELP20	8831	8050	8304	5213
ELP30	11343	9872	10175	5623
EXP4	4520	4442	4398	3105
EXP16	3993	3808	3871	3330
EXP32	3997	3806	3904	3457
F5	2457	2181	2316	2128 (97)
F9	5028	5036	5093	3826
F12	2542	2256	2376	2300
F13	3456 (3)	4163 (3)	3564 (3)	5261 (3)
F14	6792	6458	6432	4023
F15	4886	4835	4713	3661
F18	2425	2419	2442	2423
F19	2489	2433	2429	2431
GKLS250	3039	3183	3118	2771 (97)
GKLS350	2200 (83)	2623 (87)	2297 (90)	2910 (80)

GRIEWANK2	6733 (57)	7057 (50)	6650 (63)	9109 (30)
GRIEWANK10	12,224	11,359	11,526	7843 (70)
HANSEN	5301 (97)	5432	5460	6460 (70)
HARTMAN3	3618	3315	3430	2722
HARTAMN6	4359	3765	3902	2840 (90)
POTENTIAL5	9625	8453	8588	2795 (97)
POTENTIAL6	11,110 (90)	9496 (67)	9806 (73)	3890 (33)
POTENTIAL10	15,959	13,541 (97)	13,883 (97)	4899
RARSTIGIN	3774	4386	4003 (93)	5317 (47)
ROSENBROCK8	11,857	10,474	10,757	6032
ROSENBROCK16	15,679	13,192	13,610	6406
SCHWEFEL	5228	5256	5180	4870
SCHWEFEL221	4052	4063	4062	4058
SCHWEFEL222	4055	4068	4060	4062
SHEKEL5	6438	5829	6062	4087 (87)
SHEKEL7	6405	5943	6058	4219 (90)
SHEKEL10	6264	5887	5983	4382 (80)
SINUSOIDAL8	4989	4597	4805	3300
SINUSOIDAL16	7534	6342	6401	3365 (90)
TEST2N4	4816	5037	4809	4183 (77)
TEST2N5	4844	4804 (87)	4764 (97)	3776 (43)
TEST2N6	5015 (83)	4872 (93)	4807 (90)	3711 (37)
TEST2N7	5021 (67)	5086 (70)	4824 (57)	3707 (13)
TEST30N3	6110	6356	5997	4586
TEST30N4	6535	6865	6446	4522
TOTAL	383,838 (95.7)	366,274 (95)	366,348 (95.4)	259,119 (86.5)

Πίνακας 32: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση

κάθε επανάληψη ($NR = 1$) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν ($NP = 5$).

Το διάγραμμα 20 παρουσιάζει γραφική σύγκριση του συνολικού αριθμού κλήσεων συναρτήσεων για 10 υποπληθυσμούς, όταν η διάδοση πραγματοποιείται σε κάθε επανάληψη ($NR = 1$) και μεταφέρονται 5 πράκτορες ανά γεγονός ($NP = 5$). Συγκρίνονται οι τέσσερις στρατηγικές επικοινωνίας: 1-προς-1, 1-προς-N, N-προς-1 και N-προς-N. Από το ύψος των στηλών διαπιστώνεται ότι οι στρατηγικές 1-προς-1, 1-προς-N και N-προς-1 παρουσιάζουν παρόμοιο συνολικό αριθμό κλήσεων, με μικρές μόνο διαφορές μεταξύ τους. Αντίθετα, η στρατηγική N-προς-N εμφανίζει αισθητά χαμηλότερη συνολική τιμή, γεγονός που υποδηλώνει σημαντική μείωση του υπολογιστικού κόστους. Η οπτική αναπαράσταση επιβεβαιώνει τα αριθμητικά αποτελέσματα του πίνακα: η πλήρης και συνεχής αμφίδρομη διάδοση πληροφορίας μεταξύ όλων των υποπληθυσμών επιταχύνει τη σύγκλιση και μειώνει τις απαιτούμενες κλήσεις συναρτήσεων. Έτσι, το σχήμα N-προς-N αποδεικνύεται το πιο αποδοτικό ως προς το συνολικό υπολογιστικό φορτίο, υπό τις συγκεκριμένες ρυθμίσεις διάδοσης. Συνολικά, το διάγραμμα 20 αναδεικνύει τη σημασία της στρατηγικής επικοινωνίας σε παράλληλες υλοποιήσεις, δείχνοντας ότι η ενισχυμένη συνεργασία μεταξύ υποπληθυσμών μπορεί να προσφέρει ουσιαστική βελτίωση στην απόδοση του αλγορίθμου.



Διάγραμμα 20: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με 10 υποπληθυσμούς, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε επανάληψη ($NR = 1$) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν ($NP = 5$).

Ο Πίνακας 33 παρουσιάζει τη σύγκριση των χρόνων εκτέλεσης (σε δευτερόλεπτα) για τις τέσσερις στρατηγικές διάδοσης (1-προς-1, 1-προς- ∞ N, N-προς-1 και N-προς-N), με 10 υποπληθυσμούς, συχνότητα διάδοσης κάθε μία επανάληψη ($NR = 1$) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν ($NP = 5$). Από τα συνολικά αποτελέσματα προκύπτει ότι η στρατηγική N-προς-N εμφανίζει τον μικρότερο συνολικό χρόνο (23.75 s), παρουσιάζοντας σαφή υπεροχή έναντι των υπολοίπων μεθόδων (1προς1: 39.61 s, 1προςN: 36.70 s, Nπρος1: 37.63 s). Η υπεροχή της NπροςN είναι εμφανής και σε αρκετές επιμέρους συναρτήσεις, ιδιαίτερα σε προβλήματα μεγαλύτερης διάστασης. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η αμφίδρομη και καθολική ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ υποπληθυσμών (N-προς-N) ενισχύει την ταχύτητα σύγκλισης και βελτιώνει τη συνολική υπολογιστική απόδοση του συστήματος.

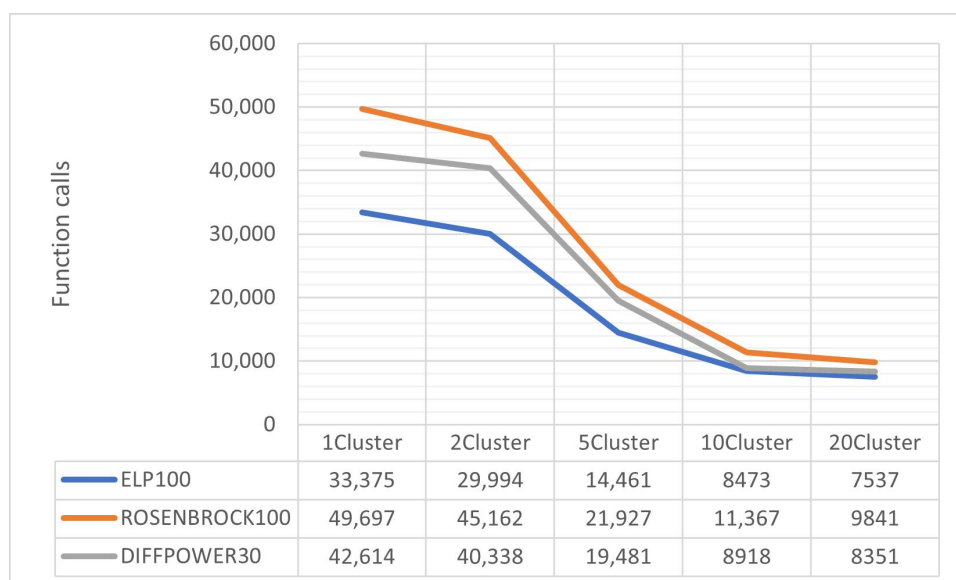
Function	1-προς-1	1-προς-N	N-προς-1	N-προς-N
ACKLEY	0.21	0.24	0.25	0.30
BF1	0.18	0.19	0.19	0.25
BF2	0.19	0.19	0.19	0.26
CAMEL	0.18	0.17	0.18	0.23
CM	0.07	0.07	0.08	0.10
DIFFPOWER2	0.30	0.30	0.32	0.26
DIFFPOWER5	1.79	1.74	1.80	1.22
DIFFPOWER1 0	6.85	6.15	6.37	1.76
BRANIN	0.16	0.18	0.18	0.22
DISCUS	0.16	0.16	0.17	0.21
EASOM	0.16	0.17	0.17	0.22
ELP10	0.54	0.54	0.53	0.47
ELP20	1.32	1.22	1.27	0.87
ELP30	2.41	2.14	2.21	1.34
EXP4	0.23	0.24	0.24	0.27
EXP16	0.65	0.59	0.64	0.60
EXP32	1.35	1.29	1.34	1.14
F5	0.15	0.16	0.16	0.21
F9	0.18	0.19	0.18	0.21
F12	0.16	0.16	0.17	0.20
F13	0.15	0.18	0.15	0.29
F14	1.12	1.04	1.08	0.53
F15	0.20	0.19	0.20	0.22
F18	0.14	0.14	0.14	0.18
F19	0.14	0.13	0.14	0.17
GKLS250	0.20	0.20	0.20	0.22
GKLS350	0.21	0.26	0.22	0.29
GRIEWANK2	0.18	0.20	0.20	0.38

GRIEWANK10	1.00	0.92	0.96	0.63
HANSEN	0.20	0.22	0.23	0.32
HARTMAN3	0.22	0.23	0.23	0.24
HARTAMN6	0.38	0.36	0.36	0.34
POTENTIAL5	1.40	1.31	1.31	0.35
POTENTIAL6	2.02	1.82	1.84	0.78
POTENTIAL10	6.56	5.67	5.81	2.28
RARSTIGIN	0.16	0.18	0.18	0.24
ROSENBROCK8	0.59	0.54	0.59	0.42
ROSENBROCK16	1.41	1.22	1.29	0.74
SCHWEFEL	0.16	0.17	0.17	0.22
SCHWEFEL221	0.07	0.08	0.07	0.10
SCHWEFEL222	0.07	0.08	0.08	0.10
SHEKEL5	0.34	0.31	0.33	0.32
SHEKEL7	0.37	0.35	0.36	0.33
SHEKEL10	0.41	0.40	0.42	0.33
SINUSOIDAL8	0.66	0.62	0.65	0.48
SINUSOIDAL16	2.21	1.90	1.94	1.00
TEST2N4	0.25	0.28	0.26	0.31
TEST2N5	0.31	0.30	0.32	0.31
TEST2N6	0.36	0.36	0.36	0.36
TEST2N7	0.39	0.43	0.41	0.38
TEST30N3	0.22	0.23	0.24	0.26
TEST30N4	0.28	0.30	0.29	0.30
TOTAL	39.61	36.70	37.63	23.75

Πίνακας 33: Σύγκριση χρόνων (δευτερόλεπτα) με 10 υποπληθυσμούς και διάδοση, χρησιμοποιώντας διάδοση κάθε 1 επαναλήψεις (NR = 1) και 5 πράκτορες που διαδίδονται ανά συμβάν (NP = 5).

Το Διάγραμμα 21 παρουσιάζει τη σύγκριση του αριθμού κλήσεων συναρτήσεων για τις συναρτήσεις ELP100, ROSENBROCK100 και DIFFPOWER30, καθώς μεταβάλλεται ο

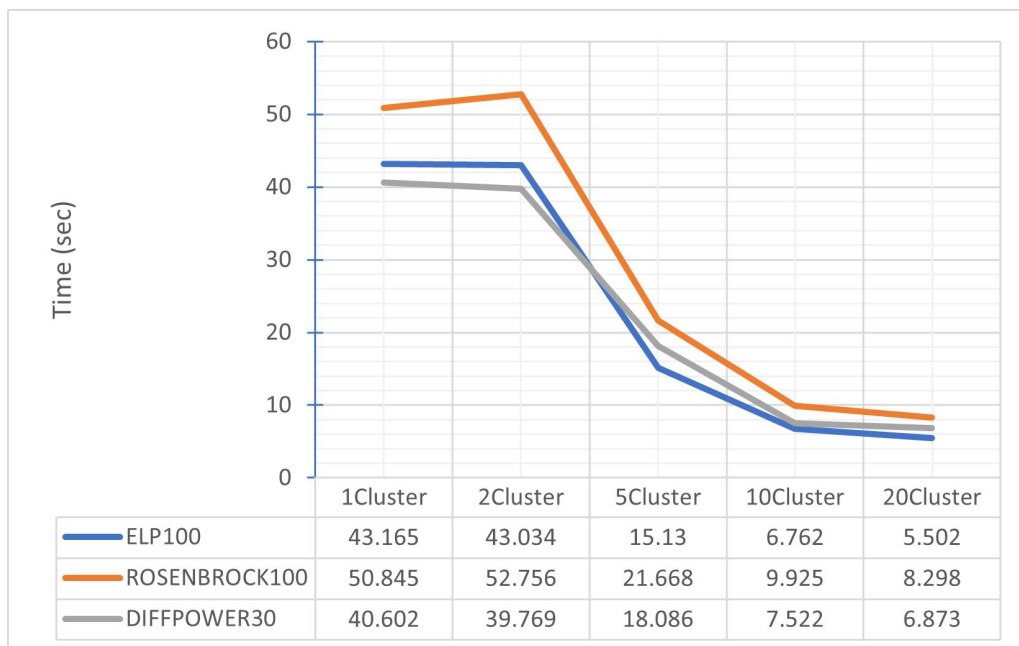
αριθμός συστάδων (clusters). Παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται ο αριθμός των συστάδων από 1 σε 20, ο συνολικός αριθμός κλήσεων μειώνεται σημαντικά και για τις τρεις συναρτήσεις. Η μείωση είναι ιδιαίτερα έντονη κατά τη μετάβαση από 2 σε 5 και από 5 σε 10 συστάδες, γεγονός που δείχνει ότι η παραλληλοποίηση και η κατανομή του πληθυσμού σε περισσότερες ομάδες επιταχύνει τη σύγκλιση. Η ELP100 εμφανίζει συνολικά τις λιγότερες κλήσεις σε όλες τις περιπτώσεις, ενώ η ROSENBROCK100 παρουσιάζει τις περισσότερες, διατηρώντας όμως την ίδια καθοδική τάση. Συνεπώς, η αύξηση του αριθμού συστάδων συμβάλλει καθοριστικά στη βελτίωση της αποδοτικότητας του αλγορίθμου, μειώνοντας το υπολογιστικό κόστος ανεξαρτήτως της συνάρτησης δοκιμής.



Διάγραμμα 21: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων των ELP, ROSENBROCK και DIFFPOWER με διαφορετικό αριθμό συστάδων.

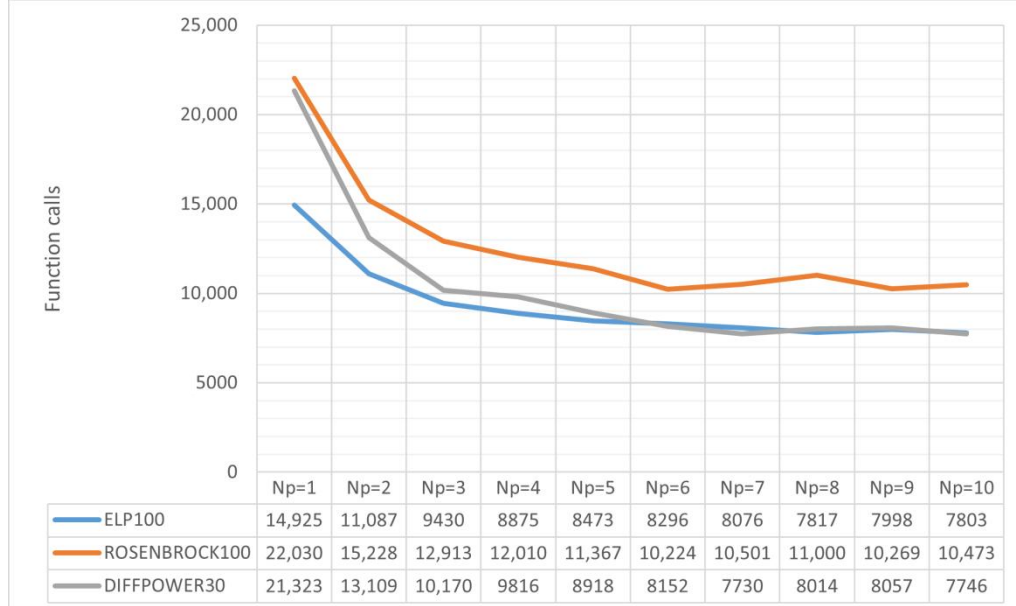
Το Διάγραμμα 22 παρουσιάζει τη σύγκριση των χρόνων εκτέλεσης των συναρτήσεων ELP100, ROSENBROCK100 και DIFFPOWER80 για διαφορετικό αριθμό clusters (1, 2, 5, 10 και 20). Παρατηρείται ότι η αύξηση του αριθμού των clusters οδηγεί σε σημαντική μείωση του χρόνου εκτέλεσης και για τις τρεις περιπτώσεις, γεγονός που επιβεβαιώνει την αποτελεσματικότητα της παραλληλοποίησης. Η μεγαλύτερη βελτίωση καταγράφεται κατά τη μετάβαση από 2 σε 5 clusters, όπου ο χρόνος μειώνεται δραστικά, ενώ από 10 σε 20 clusters το όφελος είναι σαφώς μικρότερο, υποδηλώνοντας φαινόμενο κορεσμού (diminishing returns). Επιπλέον, η συνάρτηση ROSENBROCK100 εμφανίζει σταθερά τους μεγαλύτερους χρόνους εκτέλεσης, ενώ η ELP100 παρουσιάζει την καλύτερη

συνολική απόδοση. Τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η αξιοποίηση πολλαπλών clusters βελτιώνει ουσιαστικά την υπολογιστική απόδοση, με βέλτιστο εύρος λειτουργίας μεταξύ 5 και 10 clusters.



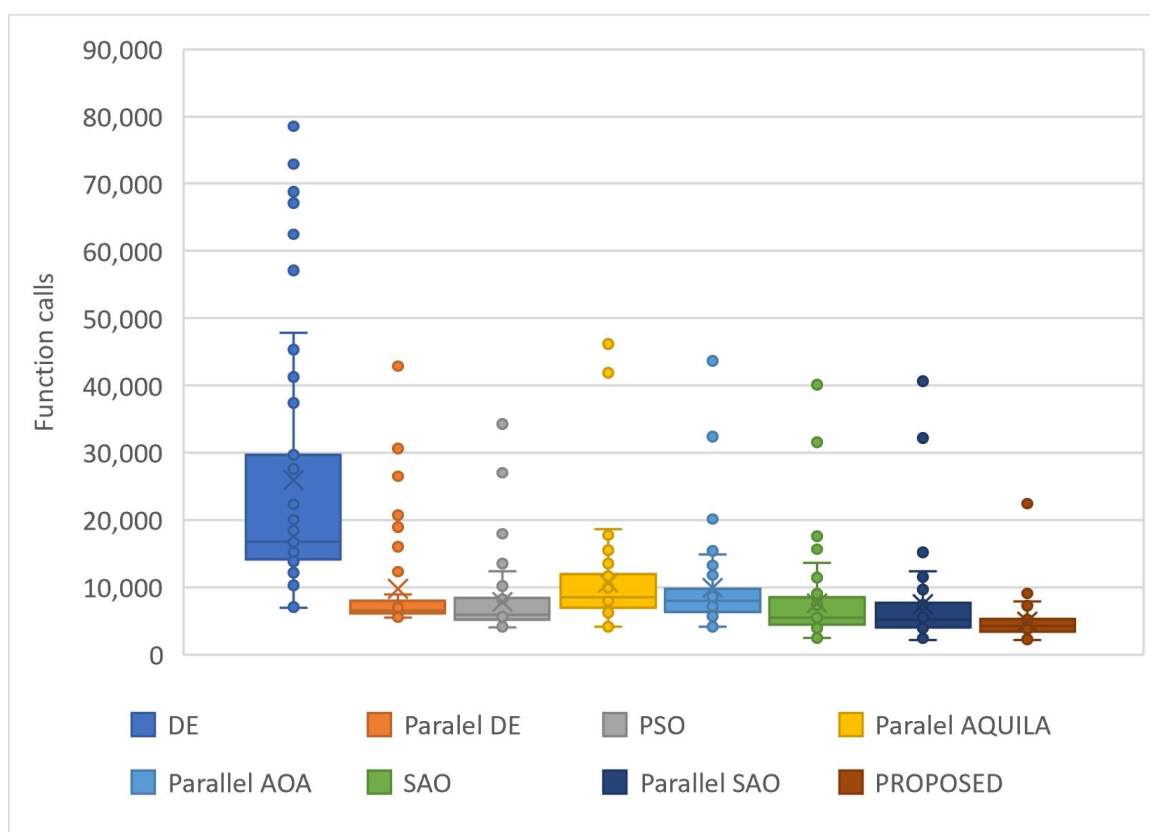
Διάγραμμα 22: Σύγκριση των χρόνων των ELP, ROSENBROCK και DIFFPOWER με διαφορετικούς αριθμούς συστάδων.

Το διάγραμμα 23 παρουσιάζει τη σύγκριση του αριθμού κλήσεων συναρτήσεων (function calls) για τις συναρτήσεις ELP100, ROSENBROCK100 και DIFFPOWER30 ως προς διαφορετικές τιμές της παραμέτρου (N_p) (αριθμός πρακτόρων διάδοσης). Παρατηρείται ότι η αύξηση του (N_p) από 1 έως περίπου 6 οδηγεί σε σημαντική μείωση του αριθμού κλήσεων και στις τρεις περιπτώσεις, γεγονός που υποδηλώνει βελτίωση της αποδοτικότητας της διαδικασίας αναζήτησης. Ωστόσο, για μεγαλύτερες τιμές του (N_p) (7–10) η μείωση σταθεροποιείται και σε ορισμένες περιπτώσεις εμφανίζονται μικρές αυξομειώσεις, γεγονός που υποδεικνύει ύπαρξη σημείου κορεσμού. Η ROSENBROCK100 απαιτεί σταθερά τον μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων, ενώ η ELP100 παρουσιάζει τη μικρότερη υπολογιστική επιβάρυνση. Συνεπώς, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι η επιλογή μέτριων τιμών του (N_p) επιτυγχάνει καλύτερη ισορροπία μεταξύ υπολογιστικού κόστους και αποδοτικότητας.



Διάγραμμα 23: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων με διαφορετικές τιμές Nr (πράκτορες για διάδοση).

Το Διάγραμμα 24 παρουσιάζει τη σύγκριση του αριθμού κλήσεων συναρτήσεων μεταξύ της προτεινόμενης μεθόδου και διαφόρων γνωστών αλγορίθμων (DE, Parallel DE, PSO, Parallel AOA, SAO, Parallel SAO και Parallel AQUILA) μέσω διαγραμμάτων boxplot. Παρατηρείται ότι η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει τον μικρότερο διάμεσο αριθμό κλήσεων και τη μικρότερη διασπορά, γεγονός που υποδηλώνει υψηλότερη αποδοτικότητα και σταθερότητα στη σύγκλιση. Αντίθετα, ο κλασικός DE παρουσιάζει σημαντικά μεγαλύτερη διακύμανση και υψηλότερες τιμές γεγονός που καταδεικνύει αυξημένο υπολογιστικό κόστος και μικρότερη σταθερότητα. Οι παραλληλοποιημένες εκδόσεις των αλγορίθμων γενικά βελτιώνουν την απόδοση σε σχέση με τις αρχικές υλοποιήσεις, ωστόσο η προτεινόμενη προσέγγιση επιτυγχάνει την καλύτερη συνολική ισορροπία μεταξύ χαμηλού αριθμού κλήσεων και περιορισμένης διακύμανσης, επιβεβαιώνοντας την αποτελεσματικότητά της.



Διάγραμμα 24: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου με άλλες.

Ο Πίνακας 34 παρουσιάζει συγκεντρωτικά τον συνολικό αριθμό κλήσεων συναρτήσεων για κάθε αλγόριθμο στο σύνολο των προβλημάτων δοκιμής. Από τα αποτελέσματα προκύπτει ότι η προτεινόμενη μέθοδος εμφανίζει το μικρότερο συνολικό υπολογιστικό κόστος (256,521 κλήσεις), υπερέχοντας σημαντικά έναντι των υπολοίπων προσεγγίσεων. Ακολουθούν οι Parallel SAO (387,927) και SAO (398,004), ενώ οι κλασικές εκδόσεις, όπως η DE (1,134,762), παρουσιάζουν αισθητά μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων. Γενικότερα, οι παραλληλοποιημένες εκδόσεις εμφανίζουν σαφή βελτίωση σε σχέση με τις αντίστοιχες σειριακές υλοποιήσεις, επιβεβαιώνοντας τη συμβολή της παραλληλοποίησης στη μείωση του υπολογιστικού κόστους. Ωστόσο, η προτεινόμενη μέθοδος επιτυγχάνει τη βέλτιστη συνολική απόδοση, παρουσιάζοντας τόσο χαμηλό αριθμό κλήσεων όσο και σταθερή συμπεριφορά στα επιμέρους προβλήματα, γεγονός που αναδεικνύει την αποτελεσματικότητά και την αποδοτικότητά της.

Function	DE	Paralel DE	PSO	Paralel AQUILA	Parallel AOA	SAO	Parallel SAO	Proposed
ACKLEY	14,554	6115	9279	16,831	9327	9080	8307	7923
BF1	11,550	6204	6311	13,558	10,073	7936	7888	7645
BF2	12,929	6457	5884	12,276	8824	7411	7357	7255
CAMEL	14,284	5788	5050	9052	6377	5554	5519	5146
CM	18,405	7929	8259	10,745	8381	4141	4061	4068
DIFFPOWER2	6912	6066	10,988	18,662	12,602	11,928	11,673	6211
DIFFPOWER5	12,179	7255	27,029	46,207	32,432	31,604	32,195	22,445
DIFFPOWER10	20,898	16,055	34,319	41,872	43,637	40,094	40,624	9662

BRANIN	11,565	5533	4667	7378	6069	5077	5051	4500
DISCUS	15,454	12,342	8923	15,509	6597	5175	5148	4793
EASOM	7090	5584	4134	4742	4933	4965	4910	4612
ELP10	62,481	18,958	6588	11,668	9669	5880	5936	4658
ELP20	69,203	19,388	8953	11,827	13,278	8651	8676	5213
ELP30	67,104	20,689	11,075	13,065	16,524	11,466	11,524	5623
EXP4	15,241	7008	5163	10,386	6646	4462	4584	3105
EXP16	72,912	42,893	5580	6800	7190	3958	4021	3330
EXP32	78,542	30,621	5784	6947	7288	3948	3969	3457
F5	15,923	7300	4000	4142	4929	2513	2489	2128
F9	17,276	7496	6801	7270	8939	5127	5193	3826
F12	17,834	8041	6835	7144	4861	2630	2585	2300
F13	14,200	6979	5402	6574	5696	4674	3371	5261
F14	16,907	7623	6904	8024	8247	6796	6795	4023
F15	16,802	7102	6333	6762	6279	4889	4817	3661
F18	13,803	6056	4345	4214	4213	2445	2431	2423
F19	13,824	6375	4231	4216	4214	2443	2415	2431
GKLS250	13,502	5669	4628	7560	5259	3231	2936	2771
GKLS350	16,710	5708	4769	6347	5160	2910	2174	2910
GRIEWANK2	13,170	6304	5317	6854	8040	8511	6736	9109
GRIEWANK10	45,363	26,744	10,239	12,815	16,325	12,671	12,419	7843
HANSEN	16,139	5556	5033	6231	5980	6295	5374	6460
HARTMAN3	11,026	5659	5102	10,895 175	6846	3567	3665	2722

HARTAMN6	20,056	6172	5825	9362	7876	4305	4293	2840
POTENTIAL5	16,944	7668	12,339	11,659	13,833	9554	9705	2795
POTENTIAL6	15,986	7752	13,945	12,781	14,866	13,611	11,112	3890
POTENTIAL10	21,166	8288	17,948	17,751	20,152	17,628	15,654	4899
RARSTIGIN	10,271	6319	5756	8485	6438	4505	3638	5317
ROSENBROC K8	41,245	17,073	10,198	14,512	15,424	11,986	15,172	6032
ROSENBROC K16	68,769	26,500	13,529	16,231	21,358	15,673	15,856	6406
SCHWEFEL	11,662	6495	4315	9993	6649	5214	5209	4870
SCHWEFEL221	15,386	7389	5239	4142	4140	4142	4067	4058
SCHWEFEL222	15,289	7106	5198	4142	4140	4142	4070	4062
SHEKEL5	28,622	6401	5915	8779	8990	6452	6414	4087
SHEKEL7	29,675	6218	5938	8467	9109	6364	6358	4219
SHEKEL10	27,613	5853	5915	7952	8646	6230	6273	4382
SINUSOIDAL8	57,101	6172	6188	8528	8356	5257	5104	3300
SINUSOIDAL1 6	47,819	8899	6745	10,612	11,805	8529	7574	3365
TEST2N4	22,338	5546	5339	6831	7491	5081	4883	4183
TEST2N5	29,886	5616	5644	7240	7926	5147	4901	3776
TEST2N6	37,384	5571	5855	7104	8761	5505	4983	3711
TEST2N7	46,233	6524	6057	7169	9304	5705	5094	3707
TEST30N3	14,198	6183	5634	8344	7319	6138	6180	4586
TEST30N4	16,198	6283	6464	7636	7693	6804	6544	4522
TOTAL	134,762 3	507,52 5	407,911	554,293	515,111	398,004	387,927	256,521

Πίνακας 34: Σύγκριση κλήσεων συναρτήσεων της προτεινόμενης μεθόδου με άλλες.

11.2 Parallel Balanced Grey Wolf Optimizer: A Cooperative Parallel Approach for Large-Scale Optimization Problems

Ο Balanced Grey Wolf Optimizer (BGWO) [119] [120] [121] αποτελεί βελτιωμένη έκδοση του κλασικού GWO με στόχο την καλύτερη ισορροπία μεταξύ εξερεύνησης και εκμετάλλευσης. Κάθε λύκος του πληθυσμού αντιπροσωπεύει μια υποψήφια λύση στο πρόβλημα βελτιστοποίησης. Αρχικά δημιουργείται τυχαία ένας πληθυσμός λύκων και

υπολογίζεται η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για κάθε άτομο. Οι τρεις καλύτερες λύσεις ορίζονται ως λύκοι α , β και γ και αποτελούν την ηγετική ομάδα του πληθυσμού.

Σε κάθε επανάληψη υπολογίζεται ένας μη γραμμικός συντελεστής σύγκλισης, ο οποίος μειώνεται εκθετικά αντί γραμμικά όπως στον κλασικό GWO. Η συγκεκριμένη επιλογή επιτρέπει εντονότερη εξερεύνηση κατά τα αρχικά στάδια της αναζήτησης και σταδιακή ενίσχυση της εκμετάλλευσης όσο ο αλγόριθμος πλησιάζει στη λύση.

Η ενημέρωση των θέσεων των λύκων πραγματοποιείται μέσω στοχαστικών συντελεστών και τυχαίων παραγόντων κλιμάκωσης. Με τον τρόπο αυτό ενισχύεται η ποικιλότητα του πληθυσμού και μειώνεται η πιθανότητα πρόωρης σύγκλισης. Για κάθε λύκο υπολογίζονται τρεις ενδιάμεσες θέσεις με βάση τις θέσεις των ηγετικών λύκων και η τελική θέση προκύπτει ως ο μέσος όρος τους. Επιπλέον, με μικρή πιθανότητα εφαρμόζεται τοπική αναζήτηση μέσω της μεθόδου Powell, βελτιώνοντας περαιτέρω την ακρίβεια της τελικής λύσης.

11.2.1 Ο παράλληλος αλγόριθμος ParallelBGWO

Η παράλληλη εκδοχή του BGWO βασίζεται στη διαίρεση του συνολικού πληθυσμού σε πολλούς υποπληθυσμούς. Κάθε υποπληθυσμός εκτελείται ανεξάρτητα σε διαφορετικό πυρήνα επεξεργαστή και εξελίσσεται παράλληλα με τους υπόλοιπους. Κατά τη διάρκεια της εκτέλεσης, οι υποπληθυσμοί ανταλλάσσουν πληροφορίες μέσω μηχανισμών διάδοσης, μεταφέροντας ποιοτικές λύσεις από τον έναν στον άλλο.

Ο αλγόριθμος υποστηρίζει τρεις στρατηγικές τερματισμού:

- **ANY**, όπου αρκεί να συγκλίνει ένας υποπληθυσμός.
- **MAJORITY**, όπου πρέπει να συγκλίνει η πλειοψηφία των υποπληθυσμών.
- **ALL**, όπου απαιτείται η σύγκλιση όλων των υποπληθυσμών.

Οι στρατηγικές αυτές προσφέρουν ευελιξία και μειώνουν τον χρόνο αναμονής μεταξύ των παράλληλων διεργασιών.

Η προτεινόμενη μέθοδος ενσωματώνει ταυτόχρονα παράλληλη συνεργασία, προσαρμοστική διάδοση πληροφορίας και έλεγχο τερματισμού μέσα σε ένα ενιαίο πλαίσιο.

Οι κύριες συνεισφορές της εργασίας συνοψίζονται ως εξής:

- Μια παράλληλη συνεργατική επέκταση του GWO, όπου ο πληθυσμός διαιρείται σε πολλαπλούς υποπληθυσμούς, ενισχύοντας την εξερεύνηση σε χώρους αναζήτησης μεγάλης κλίμακας.
- Ένας μηχανισμός διάδοσης (propagation) που επιτρέπει ελεγχόμενη ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ των υποπληθυσμών, βελτιώνοντας την ταχύτητα σύγκλισης ενώ παράλληλα διατηρεί την ποικιλομορφία του πληθυσμού.
- Η ενσωμάτωση τοπικής βελτίωσης μέσω του αλγορίθμου BFGS και προσαρμοστικών στρατηγικών τερματισμού, με στόχο τη βελτίωση της ακρίβειας σύγκλισης και τη μείωση της περιττής υπολογιστικής προσπάθειας.
- Μια εκτενής πειραματική αξιολόγηση σε προβλήματα αναφοράς μεγάλης κλίμακας, η οποία καταδεικνύει βελτιωμένη απόδοση ως προς την υπολογιστική αποδοτικότητα, και την ποιότητα των λύσεων της μεθόδου.

11.2.2 Τα κύρια βήματα του Αλγορίθμου

Τα κύρια βήματα του προτεινόμενου αλγορίθμου:

ΕΙΣΟΔΟΣ

- f : αντικειμενική συνάρτηση
 - n : μέγεθος πληθυσμού (αριθμός λύκων)
 - D : διάσταση προβλήματος
 - T : μέγιστος αριθμός επαναλήψεων
 - k : συντελεστής σύγκλισης //Παράμετρος BGWO
 - N_t : κριτήριο τερματισμού
- $p_i \in [0, 1]$ ως τοπικός ρυθμός αναζήτησης.

ΕΞΟΔΟΣ

- x_a : βέλτιστη λύση (α λύκος)

ΑΡΧΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

- Ορισμός $t \leftarrow 0$ ως μετρητή επανάληψης
- Αρχικοποίηση λύκων $x_i \in R^D, i \in \{1..n\}$
- Υπολογισμός της καταλληλότητας $F_i = f(x_i)$ για κάθε λύκο

- Προσδιορισμός των τριών βέλτιστων λύκων: x_a (καλύτερο), x_b , x_c

Κύριος ψευδοκώδικας

01 Όσο δεν πληρούται το κριτήριο διακοπής κάνε

02 Υπολογισμός του μη γραμμικού συντελεστή σύγκλισης: $a \leftarrow 2 \exp^{k/\ln(t-1/T)}$

03 Για κάθε λύκο i , $i \in \{1..n\}$ κάνε

04 Σχεδίαση $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6 \sim U(0, 1)$

05 Υπολογισμός διανυσμάτων συντελεστών: $C_a = 2 \cdot r_1$, $C_b = 2 \cdot r_2$, $C_c = 2 \cdot r_3$

06 Υπολογισμός διανυσμάτων A: $A_a = a \cdot (2 \cdot r_4 - 1)$, $A_b = a \cdot (2 \cdot r_5 - 1)$,
 $A_c = a \cdot (2 \cdot r_6 - 1)$

07 Υπολογισμός αποστάσεων από οδηγούς: $D_a = |C_a \cdot x_a - x_i|$, $D_b = |C_b \cdot x_b - x_i|$,
 $D_c = |C_c \cdot x_c - x_i|$

08 Σχεδίαση στοχαστικών συντελεστών κλιμάκωσης $R_1, R_2, R_3, \sim U(0.5, 1.5)$

09 Υπολογισμός στοχαστικών καθοδηγούμενων θέσεων (ενημέρωση BGWO):

10 $x_1 = R_1 \cdot (x_a - A_a \cdot D_a)$, $x_2 = R_2 \cdot (x_b - A_b \cdot D_b)$, $x_3 = R_3 \cdot (x_c - A_c \cdot D_c)$

11 Ενημέρωση θέσης λύκου: $x_i \leftarrow x_1 + x_2 + x_3 / 3$

12 Σχεδίαση $r \sim U(0, 1)$

13 Εαν $r \leq p_i$ τότε

14 Εφαρμογή τοπικής αναζήτησης $x_i \leftarrow LS(x_i)$. Σε αυτήν τη διαδικασία
 χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος τοπικής βελτιστοποίησης του Powell [12].

15 ΤέλοςΕαν

16 ΤέλοςΓια

17 Ορίστε $t = t + 1$

18 Εαν $t \geq T$ τότε τερματίστε

19 Υπολογίστε $F_i \leftarrow f(x_i)$ για όλους τους λύκους

20 Ενημερώστε τους x_a, x_b, x_c λύκους με βάση τις βέλτιστες τιμές καταλληλότητας

21 Υπολογίστε $\delta^{(t)} = |f^{(t)} \min - f^{(t-1)} \min|$. Αυτή η μέθοδος τερματισμού εισήχθη

στο [13].

22 Εάν $\delta^{(t)} \leq \epsilon$ για N_t επαναλήψεις και τερματίστε.

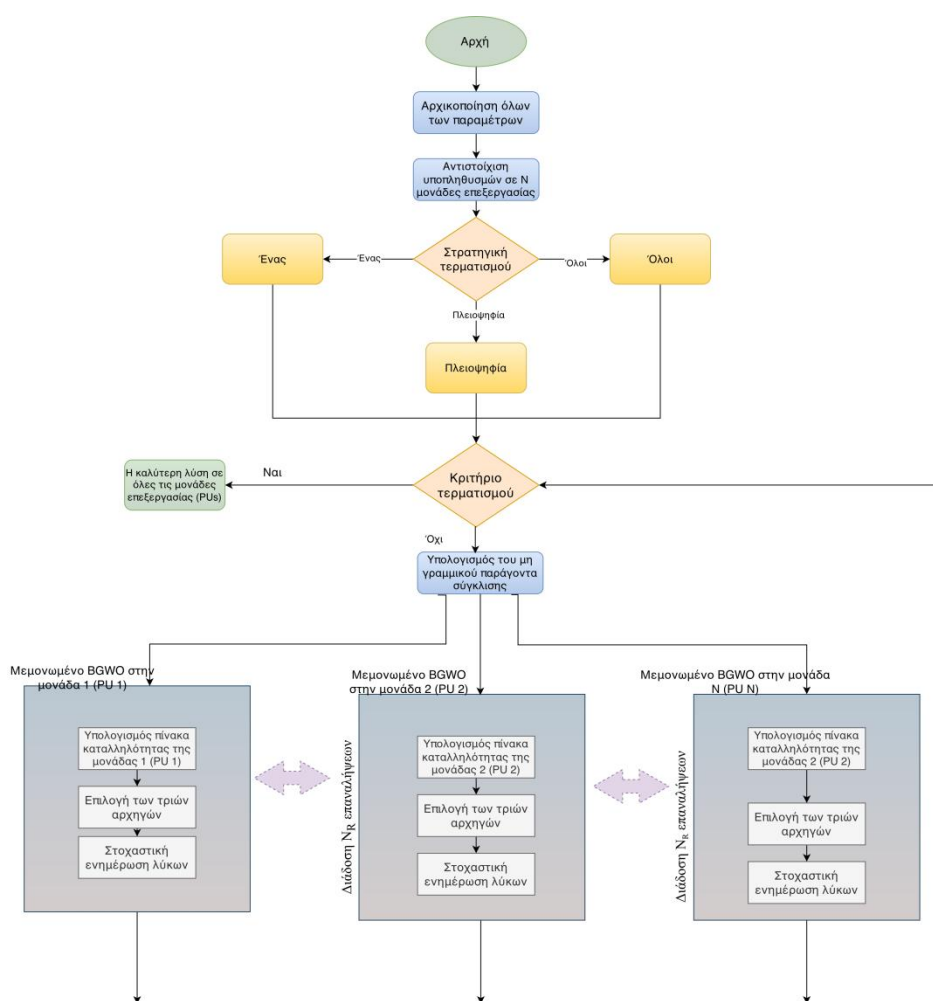
23 Ενημερώστε τους x_a, x_b, x_c λύκους με βάση τις βέλτιστες τιμές

καταλληλότητας

24 Τέλος Όσο // Μετάβαση σε έλεγχο τερματισμού

Επιστροφή x_a

Στην εικόνα 12 ακολουθεί η σχηματική αναπαράσταση της τρέχουσας μεθόδου:



Εικόνα 12: Διάγραμμα ροής παράλληλου BGWO.

11.2.3 Μηχανισμός Διάδοσης Πληροφορίας

Σημαντικό χαρακτηριστικό του ParallelBGWO αποτελεί ο μηχανισμός διάδοσης πληροφορίας. Κατά τη διαδικασία αυτή οι καλύτερες λύσεις που εντοπίζονται σε έναν υποπληθυσμό μεταφέρονται σε άλλους υποπληθυσμούς, αντικαθιστώντας τις χειρότερες

λύσεις τους. Με αυτόν τον τρόπο επιτυγχάνεται συνεργασία μεταξύ των παράλληλων διεργασιών και επιταχύνεται η διάδοση χρήσιμης γνώσης στον συνολικό πληθυσμό.

Υποστηρίζονται τέσσερις διαφορετικές στρατηγικές επικοινωνίας:

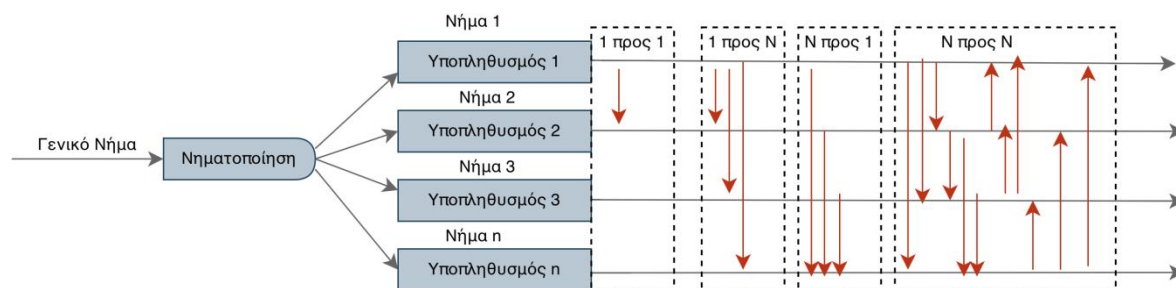
One-to-One (1-προς-1): ένας υποπληθυσμός επικοινωνεί με έναν άλλο.

One-to-All (1-προς-N): ένας υποπληθυσμός μεταδίδει πληροφορία σε όλους τους υπόλοιπους.

All-to-One (N-προς-1): όλοι οι υποπληθυσμοί αποστέλλουν πληροφορία σε έναν επιλεγμένο υποπληθυσμό.

All-to-All (N-προς-N): κάθε υποπληθυσμός ανταλλάσσει πληροφορίες με όλους τους υπόλοιπους.

Η συνεργατική αυτή διαδικασία αυξάνει σημαντικά την πιθανότητα εντοπισμού της καθολικά βέλτιστης λύσης και βελτιώνει τη συνολική απόδοση του αλγορίθμου.



Εικόνα 13: Διάγραμμα δημιουργίας νημάτων και μέθοδοι διάδοσης.

11.2.4 Πειραματικά Αποτελέσματα

ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΣ	ΤΙΜΗ	ΕΠΕΞΗΓΗΣΗ
m	200	Αριθμός των πρακτόρων
iter _{max}	200	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων
N	1,2,5,10,20	Αριθμός των

		υποπληθυσμών
SR	$\delta_k^{(iter)} = f_{k,min}^{(iter)} - f_{k,min}^{(iter-1)} $	Κανόνας τερματισμού: Similarity
N_T	1	Μέγιστος αριθμός για τον κανόνα τερματισμού Similarity
P_L	0.05 5%	Ρυθμός τοπικής αναζήτησης
N_M	1to1, 1toN, Nto1, NtoN	Μέθοδος διάδοσης
N_R	$1,2,3,4,... \leq iter_{max}$	Μέγιστος αριθμός επαναλήψεων για διάδοση
N_P	$1,2,3,4,... \leq m$	Μέγιστος αριθμός πρακτόρων για διάδοση
N_T	$1,2,3,4,... \leq N$	Αριθμός υποπληθυσμός που απαιτούνται να τερματίσουν

Πίνακας 35: Πειραματικές ρυθμίσεις. Οι αριθμοί στα κελιά υποδηλώνουν τις τιμές που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα για όλες τις παραμέτρους.

Ο Πίνακας 36 παρουσιάζει τη σύγκριση των τεσσάρων στρατηγικών διάδοσης πληροφορίας (1-προς-1, 1-προς-N, N-προς-1 και N-προς-N) για 10 υποπληθυσμούς, ως προς τον μέσο αριθμό κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης. Παρατηρείται ότι η στρατηγική N-προς-N εμφανίζει τις χαμηλότερες τιμές στη μεγάλη πλειονότητα των συναρτήσεων και διαστάσεων, γεγονός που υποδηλώνει την υψηλότερη υπολογιστική αποδοτικότητα. Ειδικότερα, σε απαιτητικά προβλήματα μεγάλης κλίμακας, όπως οι συναρτήσεις Büche Rastrigin, Different Powers, Ellipsoidal και Zakharov, η N-προς-N επιτυγχάνει σημαντική μείωση των απαιτούμενων κλήσεων σε σχέση με τις υπόλοιπες στρατηγικές. Η πλήρης ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ όλων των υποπληθυσμών επιταχύνει τη διάδοση των ποιοτικών λύσεων και συμβάλλει σε ταχύτερη σύγκλιση του αλγορίθμου.

Οι στρατηγικές 1-προς-N και N-προς-1 παρουσιάζουν επίσης σαφή βελτίωση σε σχέση με τη βασική προσέγγιση 1-προς-1, καθώς η αυξημένη ροή πληροφορίας μεταξύ των υποπληθυσμών οδηγεί σε αποτελεσματικότερη εκμετάλλευση των καλύτερων λύσεων. Ωστόσο, οι επιδόσεις τους παραμένουν γενικά χαμηλότερες από εκείνες της N-προς-N, η οποία διατηρεί σταθερά το πλεονέκτημα στις περισσότερες περιπτώσεις.

Σε συνολικό επίπεδο, η στρατηγική N-προς-N καταγράφει τον μικρότερο συνολικό αριθμό κλήσεων συναρτήσεων, με 173.392 κλήσεις, έναντι 254.443 για την 1-προς-N, 274.853 για την N-προς-1 και 432.256 για την 1-προς-1. Τα αποτελέσματα αυτά δείχνουν ότι η πλήρης αμφίδρομη επικοινωνία μεταξύ των υποπληθυσμών αποτελεί την αποτελεσματικότερη στρατηγική διάδοσης, καθώς μειώνει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος και επιταχύνει τη σύγκλιση χωρίς να επηρεάζει αρνητικά το ποσοστό επιτυχίας. Συνολικά, η στρατηγική N-προς-N αναδεικνύεται ως η καταλληλότερη επιλογή για το προτεινόμενο παράλληλο σχήμα βελτιστοποίησης, προσφέροντας τον καλύτερο συνδυασμό ταχύτητας σύγκλισης και υπολογιστικής αποδοτικότητας.

Function	1-προς-1	1-προς-N	N-προς-1	N-προς-N
ATTRACTIVESECTOR_25	1663	1317	1271	1170
ATTRACTIVESECTOR_50	2026	1582	1644	1534
ATTRACTIVESECTOR_100	2247	1826	1893	1809
ATTRACTIVESECTOR_150	2231	1797	1898	1754
BUCHERASTRIGIN_25	7185	2674	2768	1578
BUCHERASTRIGIN_50	11071(0.97)	5436(0.97)	5108(0.97)	4420(0.97)
BUCHERASTRIGIN_10	15630(0.97)	7698(0.97)	8794(0.83)	7006(0.97)

0	0.90)			)
BUCHERASTRIGIN_15	17743(0.97)	7296(0.90)	8690(0.87)	6837(0.97)
0	0.97)			)
DISCUS_25	1721	1222	1330	1153
DISCUS_50	1833	1413	1368	1549
DISCUS_100	1803	1642	1555	1636
DISCUS_150	1927	1601	1572	1694
DIFFERENTPOWERS_25	9370	3382	3277	2123
DIFFERENTPOWERS_50	14912	7296	7985	6567
DIFFERENTPOWERS_100	23185	12713	14072	12344
DIFFERENTPOWERS_150	27829	13781	15957	12858
ELLIPSOIDAL_25	4242	1600	1805	1216
ELLIPSOIDAL_50	7652	2879	3370	2173
ELLIPSOIDAL_100	14835	4172	5690	3843
ELLIPSOIDAL_150	20040	5562	6949	4518
GALLAGHER21_25	2347	1542	1582	1376
GALLAGHER21_50	2609(0.80)	2656(0.80)	2031(0.80)	2740(0.93)
GALLAGHER21_100	1250(0.40)	2255(0.40)	1725(0.50)	3157(0.80)
GALLAGHER21_150	654(0.40)	1343(0.50)	1019(0.47)	2087(0.63)
GALLAGHER101_25	2180	1383(0.97)	1630	1252(0.93)
GALLAGHER101_50	3554(0.90)	2894(0.87)	2899(0.90)	2612(0.77)
GALLAGHER101_100	4806(0.87)	3942(0.83)	3927(0.83)	3651(0.87)
GALLAGHER101_150	5034	4093(0.97)	3804(0.93)	3688(0.97)
GRIEWANK_25	5255	2219	2341	1345

GRIEWANK_50	5545	3050	3292	2612
GRIEWANK_100	6280	3760	3823	4239
GRIEWANK_150	6933	3596	3887	3704
GRIEWANK_ROSENB ROCK_25	5566	1851	2653	1434
GRIEWANK_ROSENB ROCK_50	7156	3145	3754	2446
GRIEWANK_ROSENB ROCK_100	8461	3983	4858	3641
GRIEWANK_ROSENBRO CK_150	8923	3773	4887	3394
ROSENBROCK_25	7197	1876	2995	1311
ROSENBROCK_50	10930	3825	5192	2944
ROSENBROCK_100	17190	6262	9295	5602
ROSENBROCK_150	23645	8431	11263	6356
RASTRIGIN_25	5727	1985	2346	1542
RASTRIGIN_50	6901(0. 93)	4141(0.97)	4157(0.93)	3461(0.93)
RASTRIGIN_100	8313(0. 93)	5491(0.90)	5433(0.87)	5318
RASTRIGIN_150	8674(0. 97)	5954(0.90)	5671(0.97)	4861(0.97)
STEPELLIPSOIDAL_25	1342	1238	1198	1160
STEPELLIPSOIDAL_50	1557	1516	1539	1500
STEPELLIPSOIDAL_100	1772	1733	1733	1745
STEPELLIPSOIDAL_150	1727	1705	1706	1691
SHARPRIDGE_25	6774	2150	2645	1329
SHARPRIDGE_50	7431	2899	3598	2184
SHARPRIDGE_100	8358	4010	4411	3345
SHARPRIDGE_150	8713	3680	4186	2880
ZAKHAROV_25	2338	1391	1557	1351

ZAKHAROV_50	4005	1845	2371	1830
ZAKHAROV_100	6815	1687	2836	1318
ZAKHAROV_150	9871	1787	3749	1513
TOTAL	414987(0.97)	195980(0.97)	222989(0.96)	174401(0.98)

Πίνακας 36: Σύγκριση στρατηγικών διάδοσης σε 10 υποπληθυσμούς με βάση τις μέσες αξιολογήσεις αντικειμενικής συνάρτησης.

Ο Πίνακας 37 παρουσιάζει τη σύγκριση του προτεινόμενου αλγορίθμου με και χωρίς τη χρήση του μηχανισμού διάδοσης πληροφορίας μεταξύ των υποπληθυσμών (PROP = 1 και PROP = 0 αντίστοιχα). Η σύγκριση πραγματοποιείται με βάση τον μέσο αριθμό κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης, όπου μικρότερες τιμές υποδηλώνουν υψηλότερη υπολογιστική αποδοτικότητα. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η ενεργοποίηση του μηχανισμού διάδοσης οδηγεί σχεδόν σε όλες τις συναρτήσεις και διαστάσεις σε σημαντική μείωση του αριθμού κλήσεων συναρτήσεων.

Η βελτίωση είναι ιδιαίτερα εμφανής σε προβλήματα μεγάλης κλίμακας. Για παράδειγμα, στη συνάρτηση Büche Rastrigin_150 οι κλήσεις μειώνονται από 22.453 σε 6.828, στη Sharp Ridge_150 από 10.708 σε 3.034, ενώ στη Zakharov_150 από 9.869 σε μόλις 1.539. Αντίστοιχη συμπεριφορά παρατηρείται και στις συναρτήσεις Different Powers, Ellipsoidal, Griewank και Griewank-Rosenbrock, όπου η διάδοση επιταχύνει σημαντικά τη σύγκλιση του αλγορίθμου. Τα αποτελέσματα αυτά υποδηλώνουν ότι η ανταλλαγή πληροφορίας μεταξύ των υποπληθυσμών διευκολύνει την ταχύτερη διάδοση ποιοτικών λύσεων στο σύνολο του πληθυσμού και συμβάλλει στον αποτελεσματικότερο εντοπισμό υποσχόμενων περιοχών του χώρου αναζήτησης.

Επιπλέον, σε ορισμένες ιδιαίτερα δύσκολες πολυτροπικές συναρτήσεις, όπως οι Gallagher21 και Gallagher101, η χρήση του μηχανισμού διάδοσης συνοδεύεται και από βελτίωση του ποσοστού επιτυχίας, γεγονός που δείχνει ότι η συνεργασία των υποπληθυσμών δεν βελτιώνει μόνο την ταχύτητα σύγκλισης αλλά και την αξιοπιστία της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Σε συνολικό επίπεδο, ο αριθμός κλήσεων συναρτήσεων μειώνεται από 493.939 στην περίπτωση χωρίς διάδοση (PROP = 0) σε 173.392 όταν η διάδοση είναι ενεργοποιημένη (PROP = 1), επιτυγχάνοντας μείωση μεγαλύτερη από 64% στο υπολογιστικό κόστος. Παράλληλα, το συνολικό ποσοστό επιτυχίας αυξάνεται από 97% σε 99%. Συνεπώς, τα αποτελέσματα καταδεικνύουν ότι ο μηχανισμός διάδοσης αποτελεί κρίσιμο στοιχείο του προτεινόμενου παράλληλου αλγορίθμου, καθώς βελτιώνει σημαντικά τόσο την αποδοτικότητα όσο και τη σταθερότητα της διαδικασίας βελτιστοποίησης.

Function	PROP =1	PROP=0
ATTRACTIVESECTOR_25	1171	1745
ATTRACTIVESECTOR_ 50	1549	2162
ATTRACTIVESECTOR_ 100	1818	2414
ATTRACTIVESECTOR_15 0	1754	2440
BUCHERASTRIGIN_25	1606	8599
BUCHERASTRIGIN_50	4514	14282
BUCHERASTRIGIN_10 0	7302	20788
BUCHERASTRIGIN_15 0	6828	22453(0.97)
DISCUS_25	1221	1809
DISCUS_50	1513	2022
DISCUS_100	1827	2392
DISCUS_150	1776	2349
DIFFERENTPOWERS_25	1623	9905
DIFFERENTPOWERS_50	6920	16094
DIFFERENTPOWERS_100	11816	26466

DIFFERENTPOWERS_150	12003	33123
ELLIPSOIDAL_25	1216	5003
ELLIPSOIDAL_50	2176	9973
ELLIPSOIDAL_100	3833	20082
ELLIPSOIDAL_150	4341	27981
GALLAGHER21_25	1397	2765
GALLAGHER21_50	3095	3679(0.97)
GALLAGHER21_100	3493(0.83)	2044(0.53)
GALLAGHER21_150	2472(0.73)	667(0.40)
GALLAGHER101_25	1209(0.93)	2288(0.92)
GALLAGHER101_50	2447(0.73)	3504(0.83)
GALLAGHER101_100	4235(0.93)	4991(0.90)
GALLAGHER101_150	3742(0.97)	5032
GRIEWANK_25	1399	5876
GRIEWANK_50	2675	6446
GRIEWANK_100	4111	7921
GRIEWANK_150	3897	8657
GRIEWANK_ROSENB ROCK_25	1387	6456
GRIEWANK_ROSENB ROCK_50	2696	8186
GRIEWANK_ROSENB ROCK_100	3686	9765
GRIEWANK_ROSENBRO CK_150	3463	10496
ROSENBROCK_25	1364	8468
ROSENBROCK_50	2842	12829
ROSENBROCK_100	2842	20141
ROSENBROCK_150	5628	25818
RASTRIGIN_25	1535	6901

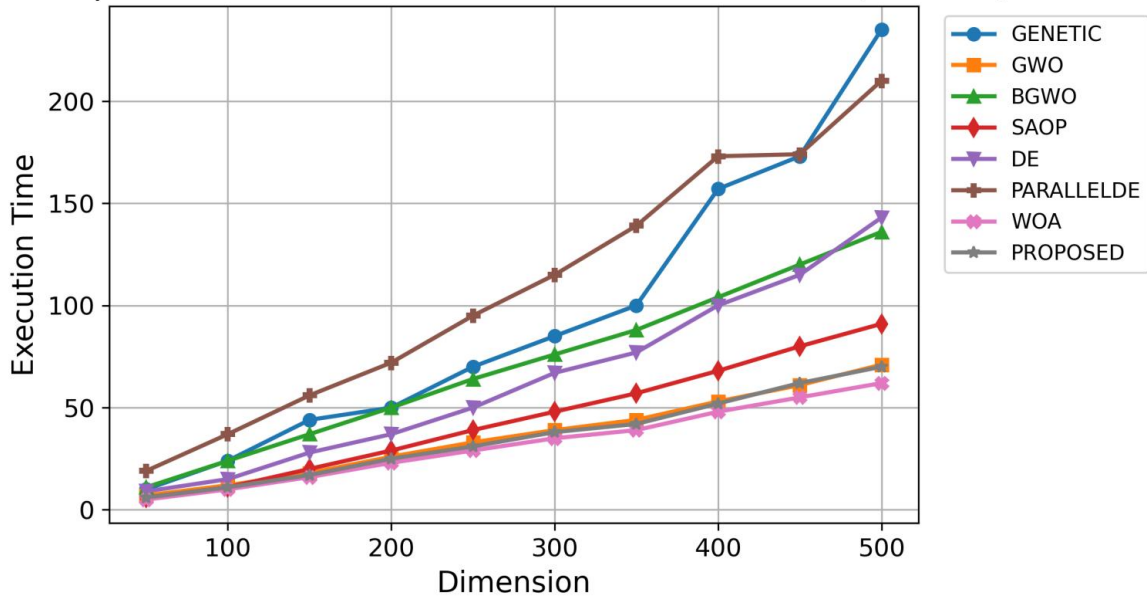
RASTRIGIN_50	3888	8901
RASTRIGIN_100	5608	10440
RASTRIGIN_150	4942	10149
STEPELLIPSOIDAL_25	1154	1351
STEPELLIPSOIDAL_50	1507	1623
STEPELLIPSOIDAL_100	1737	1769
STEPELLIPSOIDAL_150	1698	1720
SHARPRIDGE_25	1372	7434
SHARPRIDGE_50	2322	9092
SHARPRIDGE_100	3651	10380
SHARPRIDGE_150	3034	10708
ZAKHAROV_25	1355	2631
ZAKHAROV_50	1819	4674
ZAKHAROV_100	1344	8186
ZAKHAROV_150	1539	9869
TOTAL	173392(0.99)	493939(0.97)

Πίνακας 37: Σύγκριση της προτεινόμενης μεθόδου με και χωρίς μηχανισμό διάδοσης όσον αφορά τις αξιολογήσεις μέσης αντικειμενικής συνάρτησης

Το διάγραμμα 25 δείχνει τη σύγκριση του αριθμού των κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τη διάσταση για το πρόβλημα Tandem. Παρατηρείται ότι ο αριθμός των κλήσεων συνάρτησης παραμένει σχετικά σταθερός για τις περισσότερες μεθόδους καθώς η διάσταση αυξάνεται, με μικρές διακυμάνσεις ανά περίπτωση. Ο αλγόριθμος BGWO εμφανίζει τον μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων σε σχεδόν όλες τις διαστάσεις, διατηρώντας υψηλές τιμές με μικρές αλλαγές. Η GENETIC και η PARALLELDE παρουσιάζουν μεγαλύτερες διακυμάνσεις. Αντίθετα, οι GWO, SAOP, DE και WOA κινούνται σε χαμηλότερα επίπεδα κλήσεων με σχετικά ομαλή συμπεριφορά. Η προτεινόμενη μέθοδος (ParallelBGWO) εμφανίζει από τις χαμηλότερες τιμές στον αριθμό των κλήσεων και διατηρεί σταθερή συμπεριφορά καθώς η διάσταση αυξάνεται.

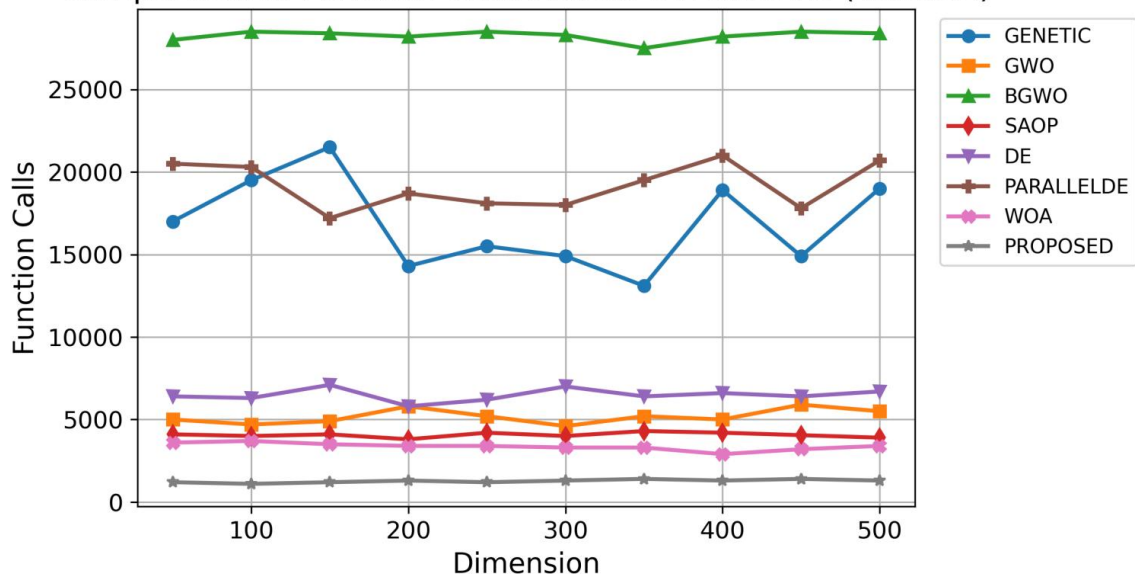
Το διάγραμμα 26 δείχνει τη σύγκριση του χρόνου εκτέλεσης διαφόρων αλγορίθμων ως προς τη διάσταση του προβλήματος. Παρατηρούμε ότι καθώς αυξάνεται η διάσταση, αυξάνεται και ο χρόνος εκτέλεσης για όλους τους αλγορίθμους. Η προτεινόμενη μέθοδος (ParallelBGWO) εμφανίζει σαφώς καλύτερη συμπεριφορά κλιμάκωσης σε σύγκριση με την κλασική BGWO και άλλους αλγορίθμους, διατηρώντας χαμηλότερους χρόνους εκτέλεσης σε όλες τις διαστάσεις, ειδικά σε μεγάλες διαστάσεις (400–500). Αντίθετα, αλγόριθμοι όπως ο Genetic και ο ParallelDE παρουσιάζουν απότομη αύξηση στον χρόνο εκτέλεσης σε υψηλές διαστάσεις, γεγονός που υποδηλώνει χαμηλότερη υπολογιστική απόδοση σε μεγάλα προβλήματα. Συνολικά, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο προτεινόμενος ParallelBGWO επιτυγχάνει καλύτερη ισορροπία μεταξύ απόδοσης και υπολογιστικού κόστους, καθιστώντας τον κατάλληλη επιλογή για προβλήματα μεγάλης κλίμακας.

Comparison of Execution Time Across Dimensions (Tandem)



Διάγραμμα 25: Σύγκριση Χρόνου Εκτέλεσης μεταξύ Διαστάσεων (Tandem).

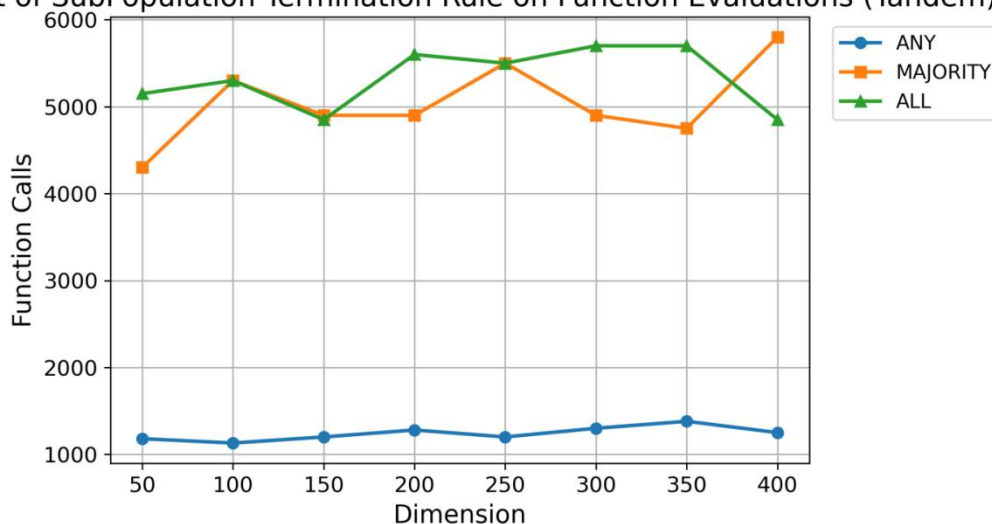
Comparison of Function Calls Across Dimensions (Tandem)



Διάγραμμα 26: Σύγκριση Κλήσεων συναρτήσεων μεταξύ διαστάσεων (Tandem).

Στο πρόβλημα Tandem που ακολουθεί, παρουσιάζει τη συμπεριφορά του αλγορίθμου όσον αφορά την επίδραση των κριτηρίων τερματισμού στον αριθμό των αξιολογήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης. Η στρατηγική ΕΝΑΣ (ANY) παρουσιάζει τις χαμηλότερες τιμές κλήσεων συναρτήσεων σε όλες τις διαστάσεις, επομένως είναι ένα πιο ευέλικτο κριτήριο τερματισμού που μπορεί να μειώσει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος. Η στρατηγική ΠΛΕΙΟΨΗΦΙΑΣ (MAJORITY) παρουσιάζει μεγαλύτερη μεταβλητότητα και γενικά απαιτεί περισσότερες αξιολογήσεις, ενώ η στρατηγική ΟΛΟΙ (ALL) οδηγεί στις μεγαλύτερες τιμές κλήσεων συναρτήσεων, καθώς η διαδικασία αναζήτησης συνεχίζεται μέχρι να ολοκληρωθούν όλοι οι υποπληθυσμοί. Επομένως, η αυστηρότητα του κριτηρίου τερματισμού επηρεάζει σημαντικά την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου, με τη στρατηγική ΕΝΑΣ (ANY) να προσφέρει την πιο υπολογιστικά αποδοτική προσέγγιση. Αυτή η βελτίωση στην υπολογιστική απόδοση επιτυγχάνεται χωρίς καμία αισθητή υποβάθμιση στην ποιότητα της λύσης. Τα πειραματικά αποτελέσματα για αυτήν την περίπτωση παρουσιάζονται στο Διάγραμμα 27.

Effect of SubPopulation Termination Rule on Function Evaluations (Tandem)

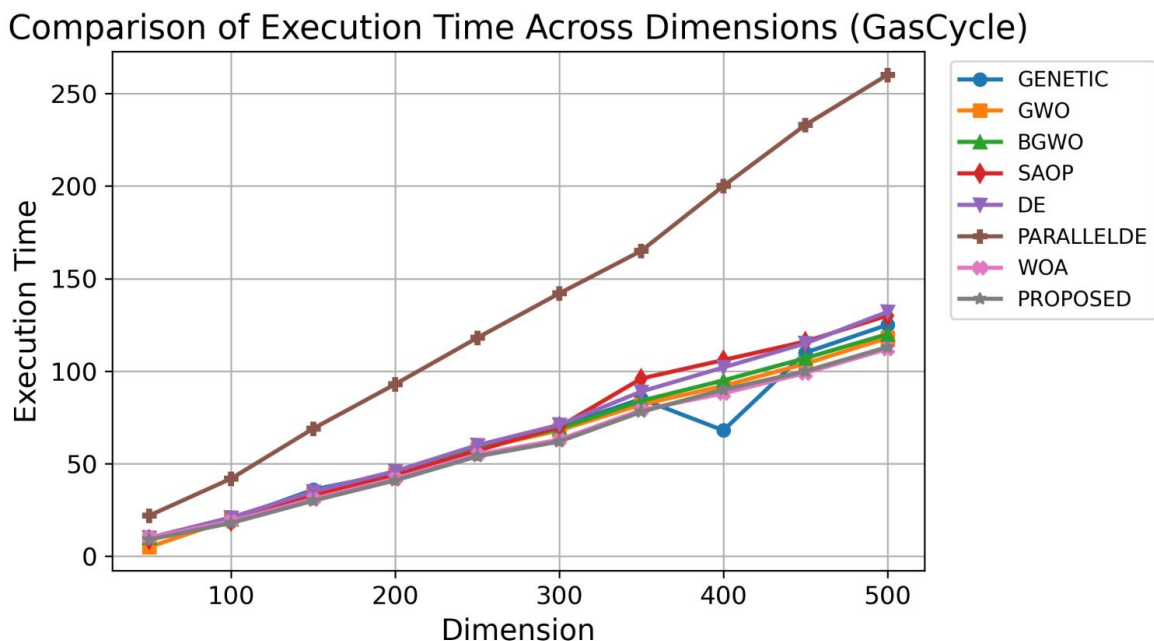


Διάγραμμα 27: Επίδραση του κανόνα τερματισμού υποπληθυσμού στις αξιολογήσεις συναρτήσεων (Tandem).

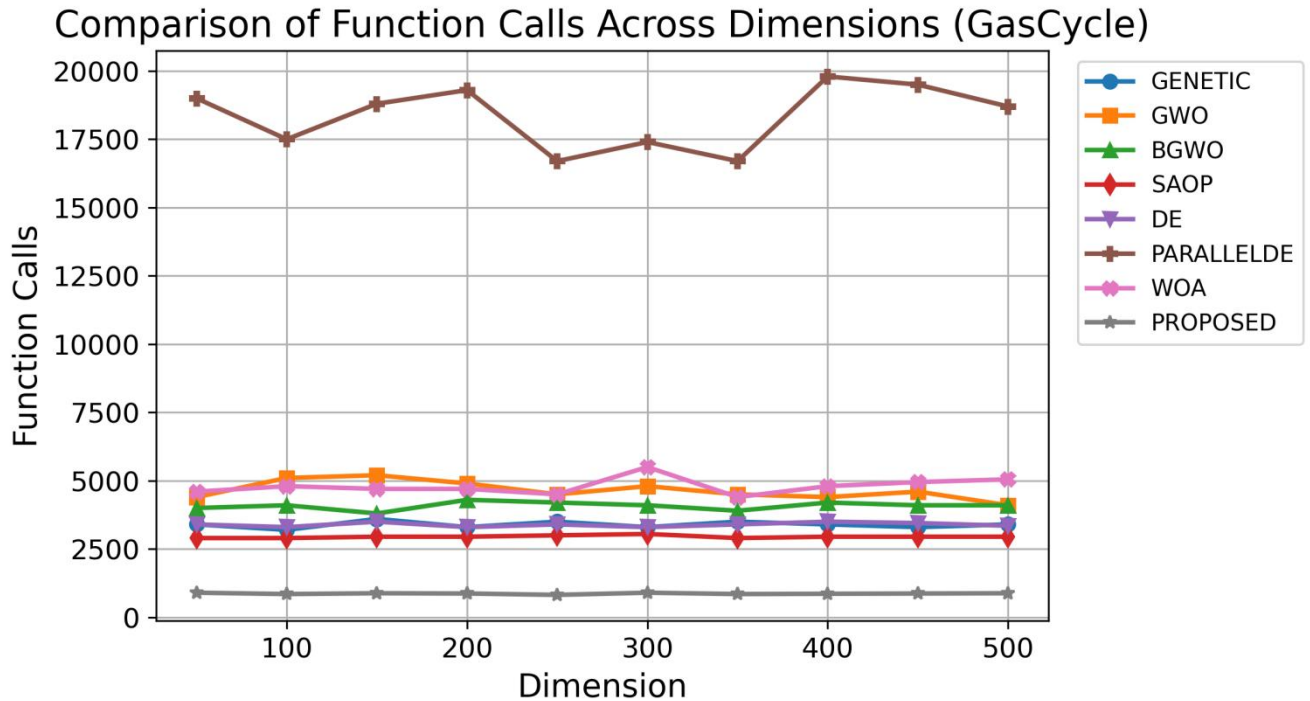
Το διάγραμμα 28 σκιαγραφεί τη σύγκριση του αριθμού των κλήσεων της αντικειμενικής συνάρτησης ως προς τη διάσταση για το πρόβλημα GasCycle. Παρατηρείται ότι οι

περισσότερες μέθοδοι γενικά παρουσιάζουν μια σταθερή ή ελαφρώς φθίνουσα τάση στον αριθμό των κλήσεων συνάρτησης καθώς η διάσταση αυξάνεται. Ο αλγόριθμος PARALLELDE διατηρεί σημαντικά μεγαλύτερο αριθμό κλήσεων σε όλες τις διαστάσεις. Οι GENETIC, GWO, BGWO και DE κινούνται σε μέσα επίπεδα τιμών, παρουσιάζοντας ήπιες διακυμάνσεις. Η προτεινόμενη μέθοδος (ParallelBGWO) εμφανίζει μία από τις χαμηλότερες τιμές στον αριθμό των κλήσεων και διατηρεί μια σχετικά σταθερή και ελεγχόμενη συμπεριφορά σε όλο το εύρος των διαστάσεων.

Το διάγραμμα 29 δείχνει τη σύγκριση του χρόνου εκτέλεσης των αλγορίθμων ως προς τη διάσταση του προβλήματος για το πρόβλημα GasCycle. Παρατηρείται ότι ο χρόνος εκτέλεσης αυξάνεται προοδευτικά με την αύξηση της διάστασης για όλες τις μεθόδους, κάτι που αναμένεται λόγω της αυξημένης υπολογιστικής πολυπλοκότητας. Η PARALLELDE δείχνει σημαντικά μεγαλύτερο χρόνο εκτέλεσης σε σύγκριση με τους άλλους αλγόριθμους. Οι GENETIC, GWO, BGWO, SAOP, DE και WOA παρουσιάζουν παρόμοια κλιμάκωση με σχετικά ομαλή και γραμμική αύξηση του χρόνου. Η προτεινόμενη μέθοδος (ParallelBGWO) ακολουθεί μια αντίστοιχη σταδιακή διαδρομή διατηρώντας χρόνους εκτέλεσης συγκρίσιμους με τους περισσότερους αλγόριθμους της ίδιας κατηγορίας και σαφώς χαμηλότερους από τον PARALLELDE.



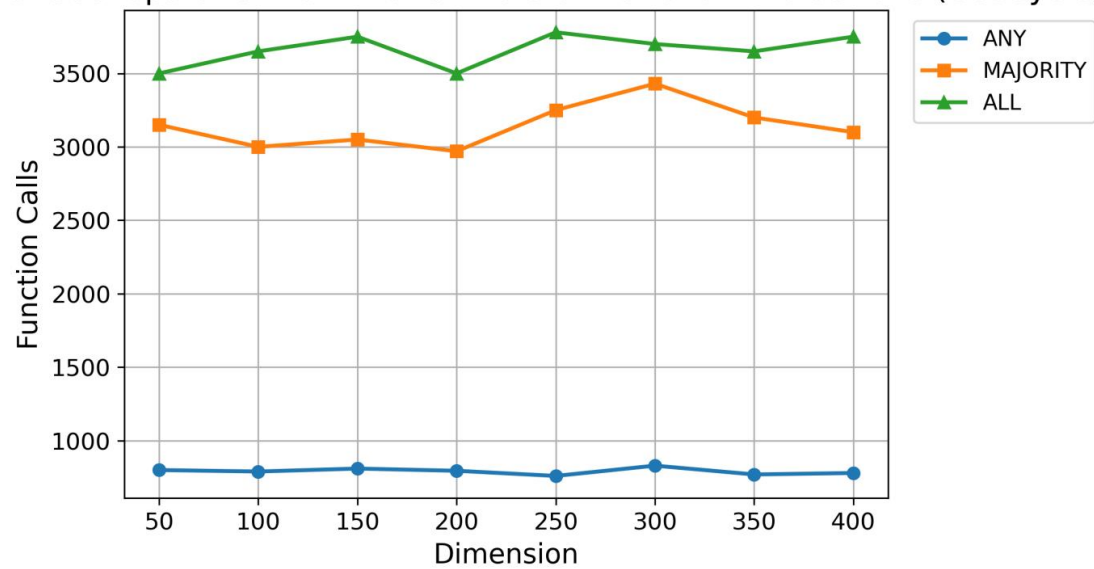
Διάγραμμα 28: Σύγκριση Χρόνου Εκτέλεσης μεταξύ Διαστάσεων (GasCycle).



Διάγραμμα 29: Σύγκριση Κλήσεων συναρτήσεων μεταξύ διαστάσεων (GasCycle).

Το διάγραμμα 30 δείχνει την επίδραση διαφορετικών κριτηρίων τερματισμού υποπληθυσμών (ANY, MAJORITY, ALL) στον αριθμό των αξιολογήσεων αντικειμενικής συνάρτησης για το πρόβλημα GasCycle σε διαφορετικές διαστάσεις. Από τα αποτελέσματα, παρατηρείται ότι η στρατηγική ΕΝΑΣ (ANY) παρουσιάζει τον μικρότερο αριθμό κλήσεων συνάρτησης σε όλες τις διαστάσεις. Αυτό δείχνει ότι ένα πιο ευέλικτο κριτήριο τερματισμού μπορεί να μειώσει σημαντικά το υπολογιστικό κόστος. Αντίθετα, η στρατηγική ΠΛΕΙΟΨΗΦΙΑΣ (MAJORITY) απαιτεί μεγαλύτερο αριθμό αξιολογήσεων καθώς ο τερματισμός ενεργοποιείται μόνο όταν ολοκληρωθεί η πλειονότητα των υποπληθυσμών. Η στρατηγική ΟΛΟΙ (ALL) εμφανίζει τις υψηλότερες τιμές, καθώς απαιτεί την ολοκλήρωση όλων των υποπληθυσμών πριν από τον τερματισμό. Επομένως, τα αποτελέσματα δείχνουν ότι όσο πιο αυστηρό είναι το κριτήριο τερματισμού τόσο υψηλότερο είναι το συνολικό υπολογιστικό κόστος.

Effect of SubPopulation Termination Rule on Function Evaluations (GasCycle)



Διάγραμμα 30: Επίδραση του κανόνα τερματισμού υποπληθυσμού στις αξιολογήσεις συναρτήσεων (GasCycle).

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- [1]. Carrizosa, E.; Molero-Río, C.; Romero, Morales, D. Mathematical optimization in classification and regression trees. *Top* **2021**, *29*, 5–33. [CrossRef] [PubMed]
- [2]. Legat, B.; Dowson, O.; Garcia, J.D.; Lubin, M. MathOptInterface: A data structure for mathematical optimization problems. *μINFORMS J. Comput.* **2022**, *34*, 672–689. [CrossRef]
- [3]. Su, H.; Zhao, D.; Heidari, A.A.; Liu, L.; Zhang, X.; Mafarja, M.; Chen, H. RIME: A physics-based optimization. *Neurocomputing* **2023**, *532*, 183–214. [CrossRef]
- [4]. Stilck França, D.; Garcia-Patron, R. Limitations of optimization algorithms on noisy quantum devices. *Nat. Phys.* **2021**, *17*, 1221–1227. [CrossRef]
- [5]. Zhang, J.; Glezakou, V.A. Global optimization of chemical cluster structures: Methods, applications, and challenges. *Int. J. Quantum Chem.* **2021**, *121*, e26553. [CrossRef]
- [6]. Hu, Y.; Zang, Z.; Chen, D.; Ma, X.; Liang, Y.; You, W.; Zhang, Z. Optimization and evaluation of SO₂ emissions based on WRF-Chem and 3DVAR data assimilation. *Remote Sens.* **2022**, *14*, 220.
- [7]. Kaur, P.; Singh, R.K. A review on optimization techniques for medical image analysis. *Concurr. Comput. Pract. Exp.* **2023**, *35*, e7443. [CrossRef]
- [7]. Houssein, E.H.; Hosney, M.E.; Mohamed, W.M.; Ali, A.A.; Younis, E.M. Fuzzy-based hunger games search algorithm for global optimization and feature selection using medical data. *Neural Comput. Appl.* **2023**, *35*, 5251–5275.

- [9]. Zhao, W., Wang, L., & Zhang, Z. (2019). Supply-demand-based optimization: a novel economics-inspired algorithm for global optimization. *Ieee Access*, 7, 73182-73206.
- [10]. Floudas, C. A., & Pardalos, P. M. (Eds.). (2013). State of the art in global optimization: computational methods and applications.
- [11]. Horst, R., Pardalos, P. M., & Van Thoai, N. (2000). *Introduction to global optimization*. Springer Science & Business Media.
- [12]. Amoiralis, E. I., Georgilakis, P. S., Kefalas, T. D., Tsili, M. A., & Kladas, A. G. (2007). Artificial intelligence combined with hybrid FEM-BE techniques for global transformer optimization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 43(4), 1633-1636.
- [13]. Carrillo, J. A., Jin, S., Li, L., & Zhu, Y. (2021). A consensus-based global optimization method for high dimensional machine learning problems. *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations*, 27, S5.
- [14]. Resende, M. G., & Pardalos, P. M. (Eds.). (2008). *Handbook of optimization in telecommunications*. Springer Science & Business Media.
- [15]. Hansmann, U. H., & Wille, L. T. (2002). Global optimization by energy landscape paving. *Physical review letters*, 88(6), 068105.
- [16]. Egea, J. A., Henriques, D., Cokelaer, T., Villaverde, A. F., MacNamara, A., Danciu, D. P., ... & Saez-Rodriguez, J. (2014). MEIGO: an open-source software suite based on metaheuristics for global optimization in systems biology and bioinformatics. *BMC bioinformatics*, 15(1), 136.
- [17]. Cursi, F., Bai, W., Yeatman, E. M., & Kormushev, P. (2022). GlobDesOpt: a global optimization framework for optimal robot manipulator design. *IEEE Access*, 10, 5012-5023.
- [18]. Zhang, J. *Mechanical Designer Inspired Optimization Algorithm*.

- [19] Tsoulos, I. G., & Tzallas, A. (2023). Training artificial neural networks using a global optimization method that utilizes neural networks. *AI*, 4(3), 491-508
- [20] Mayo, W., Ogbole, J. I., Okoruwa, P. O., & Babatope, O. M. (2023). A cloud-integrated telecommunications network optimization model for high-performance data transmission systems. *International Journal of Advanced Multidisciplinary Research and Studies*, 3.
- [21] Ukoba, K., Olatunji, K. O., Adeoye, E., Jen, T. C., & Madyira, D. M. (2024). Optimizing renewable energy systems through artificial intelligence: Review and future prospects. *Energy & environment*, 35(7), 3833-3879.
- [22] Hao, X., Li, Y., Ren, S., Wu, H., & Hao, Y. (2023). The role of digitalization on green economic growth: Does industrial structure optimization and green innovation matter?. *Journal of environmental management*, 325, 116504.
- [23] Pashaei, E., & Pashaei, E. (2022). An efficient binary chimp optimization algorithm for feature selection in biomedical data classification. *Neural Computing and Applications*, 34(8), 6427-6451.
- [24] Rayhan, A. (2023). Artificial intelligence in robotics: From automation to autonomous systems. *IEEE Transactions on Robotics*, 39(7), 2241-2253.
- [25] Engineering Optimization Theory and Practice S. S. Rao, Engineering Optimization: Theory and Practice, Wiley, 2009.
- [26] Optimization by Vector Space Methods D. G. Luenberger, Optimization by Vector Space Methods, Wiley, 1969.
- [27] Numerical Optimization J. Nocedal and S. Wright, Numerical Optimization, Springer, 2006.

- [28] Differential Evolution A Survey of the State of the Art S. Das and P. N. Suganthan, “Differential Evolution: A Survey of the State-of-the-Art,” IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2011.
- [29] LSHADE Success-History Based Adaptive Differential Evolution R. Tanabe and A. Fukunaga, “Improving the Search Performance of SHADE Using Linear Population Size Reduction,” IEEE CEC, 2014.
- [30] Algorithms for Optimization M. J. Kochenderfer and T. A. Wheeler, Algorithms for Optimization, MIT Press, 2019.
- [31] Τσούλος, Ι. (2005). Καθολική βελτιστοποίηση: μέθοδοι, λογισμικό και εφαρμογές.
- [31] Nocedal, J., & Wright, S. (2006). Numerical Optimization. Springer.
- [32] Kreyszig, E. (2011). Advanced Engineering Mathematics. Wiley.
- [33] Boyd, S., & Vandenberghe, L. (2004). Convex Optimization. Cambridge University Press.
- [35] Deb, K. (2001). Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms. Wiley.
- [36] Γιαννάκογλου, Κ. Χ. (2006). *Μέθοδοι Βελτιστοποίησης στην Αεροδυναμική*, Εκδόσεις Ε.Μ.Π.
- [37] Καρούζου, Μ. (2016). Επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης δύο στόχων με βάση τη θεωρία της συνέχισης του μετώπου Pareto.
- [38] Dantzig, G. B. (1963). Linear Programming and Extensions. Princeton University Press.

- [39] Bazaraa, M. S., Sherali, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Nonlinear Programming*. Wiley.
- [40] Kyrou, G., Charilogis, V., & Tsoulos, I. G. (2026). A Novel Method That Is Based on Differential Evolution Suitable for Large-Scale Optimization Problems. *Foundations*, 6(1), 2.
- [41] Tang, K., Li, X., Suganthan, P. N., Yang, Z., & Weise, T. (2007). Benchmark functions for the CEC'2010 special session and competition on large-scale global optimization. *Nature inspired computation and applications laboratory, USTC, China*, 24, 1-18.
- [42] Li, X., Tang, K., Omidvar, M. N., Yang, Z., Qin, K., & China, H. (2013). Benchmark functions for the CEC 2013 special session and competition on large-scale global optimization. *gene*, 7(33), 8.
- [43] Molina, D., & Herrera, F. (2015, May). Iterative hybridization of DE with local search for the CEC'2015 special session on large scale global optimization. In *2015 IEEE congress on evolutionary computation (CEC)* (pp. 1974-1978). IEEE.
- [44]: *Gradient Descent in Machine Learning* (2021). Java T point. Ανακτήθηκε από: Gradient Descent in Machine Learning στις 18/4/2023.
- [45]: *What is gradient descent?* (χ.χ). IBM. Ανακτήθηκε από: Gradient-descent στις 26/03/2023.
- [46] Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Numerical optimization*. New York, NY: Springer New York.
- [47]Wan, H. (2026). Applying the genetic algorithm to optimization problems. *WIT Transactions on Information and Communication Technologies*, 2.

- [48] Pereira, C. M. N. A., Schirru, R., & Martinez, A. S. (2026). Learning an optimized classification system from a data base of time series patterns using genetic algorithms. *WIT Transactions on Information and Communication Technologies*, 22.
- [49] Koyuncuoğlu, M. U. (2026). Sustainable configuration of production lines: Multi-objective energy-efficient optimization with adaptive differential evolution and golden ratio algorithms. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 165, 113469.
- [50] Horrillo-Quintero, P., Garcia-Trivino, P., Carrasco-Gonzalez, D., & Fernandez-Ramirez, L. M. (2026). Optimal control strategy based on differential evolution algorithm for seamless transition between islanded and grid-connected operation modes in microgrid clusters. *Expert Systems with Applications*, 297, 129461.
- [51] Talbi, E. G. (2009). *Metaheuristics: from design to implementation*. John Wiley & Sons.
- [52] Gupta, S., & Gautam, K. (2026). Enhanced cooperative learning and local search integrated particle swarm optimization for global optimization and coverage enhancement in wireless sensor network. *Swarm and Evolutionary Computation*, 100, 102262.
- [53] Li, Z., Wang, P., Feng, Y., Zhang, G., Guo, Z., Zhang, M., & Zhang, Y. (2026). Optimization of manipulator inverse kinematics using improved particle swarm algorithm for enhanced manufacturing efficiency. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 240(1-2), 188-202.
- [54] Chen, F., Wu, X., Wang, Z., Qi, W., & Li, P. (2026). A New Ant Colony Optimization-Based Dynamic Path Planning and Energy Optimization Model in Wireless Sensor Networks for Mobile Sink by Using Mixed-Integer Linear Programming. *Biomimetics*, 11(1), 44.

- [55] Yang, W., Huang, C., & Ji, P. (2026). Ant colony algorithm optimized by local search and adaptive strategy for drilling sequence path planning. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 1-11
- [56]Almufti, S. M., Hassan, N. S., Mercado, M. C., Felix, J. W. G., Barbosa, T. S., & Supan, F. E. (2026). Survey on whale optimization algorithm: from fundamental principles to modern adaptations and applications.
- [57] Su, Y., & Liu, Y. (2026). A novel marine predator whale optimization algorithm for global numerical optimization. *Engineering Optimization*, 58(1), 203-239.
- [58]Tsoulos, I. G., Charilogis, V., & Tsalikakis, D. (2024). Train neural networks with a hybrid method that incorporates a novel simulated annealing procedure. *AppliedMath*, 4(3), 1143-1161.
- [59] Kirkham, L. (2022). *Newton-Raphson*. Edexcel A Level Maths:Pure . Revision Notes. Ανακτήθηκε από: Newton-raphson στις 20/04/2023.
- [60]: Fletcher, Roger (1987). *Practical Methods of Optimization* (2nd ed.). New York: John Wiley & Sons, ISBN 978-0-471-91547-8
- [61]: Kingma, Diederik P., and Jimmy Lei Ba. 2015. *Adam: A Method for Stochastic Optimization*. 3rd International Conference on Learning Representations, ICLR 2015 - Conference Track Proceedings: 1–15.
- [62]: Vitaly, B. (2018). *Understanding RMSprop — faster neural network learning*.
- [63] RMSprop (2023). Deepchecks.
- [64] Χαριλόγης, Β. (2024). Τεχνικές καθολικής βελτιστοποίησης.

- [65] Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (Eds.). (2010). *Handbook of metaheuristics* (Vol. 2, p. 9). New York: Springer.
- [66] Alsayyed, O.; Hamadneh, T.; Al-Tarawneh, H.; Alqudah, M.; Gochhait, S.; Leonova, I.; Malik, O.P.; Dehghani, M. Giant Armadillo Optimization: A New Bio-Inspired Metaheuristic Algorithm for Solving Optimization Problems. *Biomimetics* **2023**, *8*, 619.
- [67] Desbiez, A.; Kluyber, D.; Massocato, G.; Attias, N. Methods for the characterization of activity patterns in elusive species: The giant armadillo in the Brazilian Pantanal. *J. Zool.* **2021**, *315*, 301–312.
- [68]. Owaid, S.R.; Zhuravskiy, Y.; Lytvynenko, O.; Veretnov, A.; Sokolovskiy, D.; Plekhova, G.; Hrinkov, V.; Pluhina, T.; Neronov, S.; Dovbenko, O. Development of a method of increasing the efficiency of decision-making in organizational and technical systems. *East.-Eur. J. Enterp. Technol.* **2024**, *1*, 127.
- [69]. Basheer, I.A.; Hajmeer, M. Artificial neural networks: Fundamentals, computing, design, and application. *J. Microbiol. Methods* **2000**, *43*, 3–31.
- [70] Zou, J.; Han, Y.; So, S.S. Overview of artificial neural networks. In *Artificial Neural Networks: Methods and Applications*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2009; pp. 14–22.
- [71] Tsoulos, I.G. Modifications of real code genetic algorithm for global optimization. *Appl. Math. Comput.* **2008**, *203*, 598–607.
- [72] Charilogis, V.; Tsoulos, I.G. Toward an Ideal Particle Swarm Optimizer for Multidimensional Functions. *Information* **2022**, *13*, 217.
- [73] Tsoulos, I.G.; Charilogis, V.; Kyrou, G.; Stavrou, V.N.; Tzallas, A. OPTIMUS: A Multidimensional Global Optimization Package. *J. Open Source Softw.* **2025**, *10*, 7584.

- [74]. Zhu, G.Y.; Zhang, W.B. Optimal foraging algorithm for global optimization. *Appl. Soft Comput.* **2017**, *51*, 294–313
- [75].Fu, Y.; Zhang, W.; Qu, C.; Huang, B. Optimal Foraging Algorithm Based on Differential Evolution. *IEEE Access* **2020**, *8*, 19657–19678.
- [76].Jian, Z.; Zhu, G. Optimal foraging algorithm with direction prediction. *Appl. Soft Comput.* **2021**, *111*, 107660.
- [77].Ding, C.; Zhu, G. Improved optimal foraging algorithm for global optimization. *Computing* **2024**, *106*, 2293–2319
- [78]. Stein, W.E.; Kebliis, M.F. A new method to simulate the triangular distribution. *Math. Comput. Model.* **2009**, *49*, 1143–1147.
- [79]. Li, Y.; Wu, H. A clustering method based on K-means algorithm. *Phys. Procedia* **2012**, *25*, 1104–1109. 46.
- [80].Arora, P.; Varshney, S. Analysis of k-means and k-medoids algorithm for big data. *Procedia Comput. Sci.* **2016**, *78*, 507–512.
- [81].Bshary, R.; Hohner, A.; Ait-el-Djoudi, K.; Fricke, H. Interspecific communicative and coordinated hunting between groupers and giant moray eels in the Red Sea. *Plos Biol.* **2006**, *4*, e431.
- [82].Mohammadzadeh, A.; Mirjalili, S. *Eel and Grouper Optimizer: A Nature-Inspired Optimization Algorithm*; Springer Science+Business Media, LLC.: Berlin/Heidelberg, Germany, 2024.

- [83].Gogu, A.; Nace, D.; Dilo, A.; Meratnia, N.; Ortiz, J.H. Review of optimization problems in wireless sensor networks. In *Telecommunications Networks—Current Status and Future Trends*; BoD: Norderstedt, Germany, 2012; pp. 153–180.
- [84].Goudos, S.K.; Boursianis, A.D.; Mohamed, A.W.; Wan, S.; Sarigiannidis, P.; Karagiannidis, G.K.; Suganthan, P.N. Large Scale Global Optimization Algorithms for IoT Networks: A Comparative Study. In Proceedings of the 2021 17th International Conference on Distributed Computing in Sensor Systems (DCOSS), Pafos, Cyprus, 14–16 July 2021; IEEE: Piscataway, NJ, USA, 2021; pp. 272–279.
- [85]. Arayapan, K.; Warunyuwong, P. Logistics Optimization: Application of Optimization Modeling in Inbound Logistics. Master’s Thesis, Malardalen University, Västerås, Sweeden, 2009.
- [86]. Singh, S.P.; Dhiman, G.; Juneja, S.; Viriyasitavat, W.; Singal, G.; Kumar, N.; Johri, P. A New QoS Optimization in IoT-Smart Agriculture Using Rapid Adaption Based Nature-Inspired Approach. *IEEE Internet Things J.* **2023**, *11*, 5417–5426.
- [87]. Wang, H.; Ersoy, O.K. A novel evolutionary global optimization algorithm and its application in bioinformatics. *ECE Tech. Rep.* **2005**, *65*. Available online: <https://docs.lib.purdue.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1065&context=ecetr> (accessed on 7 September 2024).
- [88].Cassioli, A.; Di Lorenzo, D.; Locatelli, M.; Schoen, F.; Sciandrone, M. Machine learning for global optimization. *Comput. Optim. Appl.* **2012**, *51*, 279–303.
- [89].Houssein, E.H.; Helmy, B.E.D.; Elngar, A.A.; Abdelminaam, D.S.; Shaban, H. An improved tunicate swarm algorithm for global optimization and image segmentation. *IEEE Access* **2021**, *9*, 56066–56092.
- [90].Torun, H.M.; Swaminathan, M. High-dimensional global optimization method for high-frequency electronic design. *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.* **2019**, *67*, 2128–2142.

- [91].Wang, L.; Kan, J.; Guo, J.; Wang, C. 3D path planning for the ground robot with improved ant colony optimization. *Sensors* **2019**, *19*, 815.
- [92]. Sharma, V.K.; Bakouch, H.S.; Suthar, K. An extended Maxwell distribution: Properties and applications. *Commun. Stat. Simul. Comput.* **2017**, *46*, 6982–7007.
- [93] Powell, M.J.D. A Tolerant Algorithm for Linearly Constrained Optimization Calculations. *Math. Program* **1989**, *45*, 547–566.
- [94].Sengupta, R.; Pal, M.; Saha, S.; Bandyopadhyay, S. Uniform distribution driven adaptive differential evolution. *Appl. Intell.* **2020**, *50*, 3638–3659.
- [95].Glickman, T.S.; Xu, F. Practical risk assessment with triangular distributions. *Int. J. Risk Assess. Manag.* **2009**, *13*, 313–327.
- [96]. Ishaq, A.I.; Abiodun, A.A. The Maxwell–Weibull distribution in modeling lifetime datasets. *Ann. Data Sci.* **2020**, *7*, 639–662.
- [97].Beretta, L.; Cohen-Addad, V.; Lattanzi, S.; Parotsidis, N. Multi-swap k-means++. *Adv. Neural Inf. Process. Syst.* **2023**, *36*, 26069–26091.
- [98] Storn, R.M. & Price, K. (1995). *Differential Evolution: A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization Over Continuous Spaces*. Journal of Global Optimization 23(1).
- [99] Storn, R.M. & Price, K. (1997). *Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces*. Journal of Global Optimization, Volume 11, pages341–359.

- [100]. Price, K.V.; Storn, R.M.; Lampinen, J.A. *Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2005.
- [101]. Cheng, J.; Zhang, G.; Neri, F. Enhancing distributed differential evolution with multicultural migration for global numerical optimization. *Inf. Sci.* **2013**, *247*, 72–93.
- [102]. Qin, A.K.; Suganthan, P.N. Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization. In Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, Edinburgh, UK, 2–5 September 2005.
- [103]. Brest, J.; Zamuda, A.; Boskovic, B.; Sepesy, M.S.; Zumer, V. Dynamic optimization using self-adaptive differential evolution. In Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation, Trondheim, Norway, 18–21 May 2009; pp. 415–422.
- [104]. Hansen, N.; Ostermeier, A. Adapting arbitrary normal mutation distributions in evolution strategies: The covariance matrix adaptation. In Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC '96), Nagoya, Japan, 20–22 May 1996; pp. 312–317.
- [105]. Tizhoosh, H.R. Opposition-Based Learning: A New Scheme for Machine Intelligence. In Proceedings of the International Conference on Computational Intelligence for Modelling, Control and Automation (CIMCA 2005), International Conference on Intelligent Agents, Web Technologies and Internet Commerce (IAWTIC 2005), Vienna, Austria, 28–30 November 2005; pp. 695–701..
- [106] Hamadneh, T.; Kaabneh, K.; AbuFalahah, I.; Bektemyssova, G.; Shaikemelev, G.; Umutkulov, D.; Omarov, S.; Monrazeri, Z.; Werner, F.; Dehghani, M. Magnificent frigatebird optimization: A new bio-inspired metaheuristic approach for solving optimization problems. *Comput. Mater. Contin* **2024**, *80*, 2721–2741.

- [107]. Luo, B.; Su, X.; Zhang, S.; Yan, P.; Liu, J.; Li, R. Analysis of a novel gas cycle cooler with large temperature glide for space cooling. *Energy* **2025**, 326, 136294.
- [108] Keerthika, R.; Niranjan, S.P.; Komala, Durga, B. A Survey on the tandem queueing models. *Scope* **2025**, 14, 134–148
- [109] Talbi, E. G. (2009). Metaheuristics: from design to implementation. John Wiley & Sons.
- [110] Blum, C., & Roli, A. (2003). Metaheuristics in combinatorial optimization: Overview and conceptual comparison. *ACM computing surveys (CSUR)*, 35(3), 268-308.
- [111] Yang, X. S. (2020). Nature-inspired optimization algorithms. Academic Press.
- [112] Boussaïd, I., Lepagnot, J., & Siarry, P. (2013). A survey on optimization metaheuristics. *Information sciences*, 237, 82-117.
- [113] Khalloof, H., Mohammad, M., Shahoud, S., Duepmeier, C., & Hagenmeyer, V. (2020, November). A generic flexible and scalable framework for hierarchical parallelization of population-based metaheuristics. In *Proceedings of the 12th International Conference on Management of Digital EcoSystems* (pp. 124-131).
- [114] Urbańczyk, P., Urbańczyk, A., Król, M., Rutkowski, L., & Kisiel-Dorohinicki, M. (2025, July). Sequential, Parallel and Consecutive Hybrid Evolutionary-Swarm Optimization Metaheuristics. In *International Conference on Computational Science* (pp. 203-218). Cham: Springer Nature Switzerland.
- [115] Dokeroglu, T., Kucukyilmaz, T., & Cosar, A. (2025). An island-parallel ensemble metaheuristic algorithm for large graph coloring problems. *arXiv preprint arXiv:2504.15082*.

- [116] Salawudeen, A. T., Mu'azu, M. B., Yusuf, A., & Adedokun, A. E. (2021). A Novel Smell Agent Optimization (SAO): An extensive CEC study and engineering application. *Knowledge-Based Systems*, 232, 107486.
- [117] Duankhan, P., Sunat, K., & Soomlek, C. (2024, November). An adaptive smell agent optimization with binomial crossover and Linnik flight for engineering optimization problems. In *2024 28th International Computer Science and Engineering Conference (ICSEC)* (pp. 1-6). IEEE.
- [118] Wang, S., Hussien, A. G., Kumar, S., AlShourbaji, I., & Hashim, F. A. (2023). A modified smell agent optimization for global optimization and industrial engineering design problems. *Journal of Computational Design and Engineering*, 10(6), 2147-2176.
- [119] Chen, J., Zhu, H., Shu, T., Cao, C., Deng, Y., & Cheng, Q. (2026). Balanced Grey Wolf Optimizer Algorithm for Backpropagation Neural Networks. *Mathematics*, 14(3), 554.
- [120] Adhikary, J., & Acharyya, S. (2022). Randomized Balanced Grey Wolf Optimizer (RBGWO) for solving real life optimization problems. *Applied Soft Computing*, 117, 108429.
- [121] Wang, J., Lin, D., Zhang, Y., & Huang, S. (2022). An adaptively balanced grey wolf optimization algorithm for feature selection on high-dimensional classification. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 114, 105088.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α' – ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ

Οι περιγραφές των συναρτήσεων δοκιμής που χρησιμοποιήθηκαν στα πειράματα είναι οι εξής:

- **Ackley συνάρτηση.**

Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$f(x) = -a \exp\left(-b\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos(cx_i)}\right) + a + \exp(1)$$

$a=20.0$, $b=0.2$. Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^*=(0,0,\dots,0)$ με $f(x^*)=4.440892099e-16$.

- **Attractive Sector συνάρτηση.**

Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$f(x) = \left(\sum_{i=1}^n s_i x_i\right)^{0.9}$$

- **Bf1 (Bohachevsky 1) συνάρτηση.**

Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - \frac{3}{10} \cos(3\pi x_1) - \frac{4}{10} \cos(4\pi x_2) + \frac{7}{10}, \text{ όπου } x \in [-100, 100]^2.$$

Η τιμή του καθολικού ελάχιστου είναι 0,0.

- **Bf2 (Bohachevsky 2) συνάρτηση.**

Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής:

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - \frac{3}{10} \cos(3\pi x_1) - \frac{4}{10} \cos(4\pi x_2) + \frac{3}{10}, \text{ όπου } x \in [-50, 50]^2.$$

Η τιμή του καθολικού ελάχιστου είναι 0,0.

- **Branin Συνάρτηση.**

$$f(x) = (x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2 + \frac{5}{\pi}x_1 - 6)^2 + 10(1 - \frac{1}{8\pi})\cos(x_1) + 10 \text{ με } -5 \leq x_1 \leq 10, 0 \leq x_2 \leq 15.$$

Το καθολικό ελάχιστο είναι 0.397887 όπου $x \in [-10, 10]^2$. Η ελάχιστη τιμή της καθολικής είναι -0.397386

- **Buche Rastrigin Συνάρτηση.**

$$f(x) = (\sum_{i=1}^n [z_i (1 + 0.1 \sin(10\pi z_i))])$$

Η τιμή του καθολικού ελάχιστου είναι 0,0.

- **Camel συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 - \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$$

όπου $x \in [-5, 5]^2$. Η τιμή του καθολικού ελάχιστου είναι -1.031628453

- **Easom συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = -\cos(x_1)\cos(x_2)\exp((x_2 - \pi)^2 - (x_1 - \pi)^2),$$

όπου $x \in [-100, 100]^2$. Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ με τιμή -1

- **Exponential συνάρτηση.**

Η συνάρτηση ορίζεται ως εξής

$$f(x) = -\exp(-0.5 \sum_{i=1}^n x_i^2) \text{ για } -1 \leq x_i \leq 1.$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ με τιμή -1. Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε η συνάρτηση με $n = 2, 4, 8, 16, 32$.

- **Ellipsoidal συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (10^6)^{\frac{i-1}{n-1}} x_i^2$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0.

- **Equal maxima συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \sin^6(5\pi x) e^{-2\log(2)} \left(\frac{x - 0.1}{0.8}\right)^2$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0.

- **Different Powers συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \sqrt{\sum_{i=1}^n |x_i|^{2+4\frac{i-1}{n-1}}}$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0.

- **DiffPower συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \quad n=2 \quad p=2,5,10$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0.

- **Discus συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = 10^6 x_1^2 + \sum_{i=2}^n x_i^2$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0.

- **Goldstein and Price συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

όπου $x \in [-2, 2]^2$. Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0, -1)$ με τιμή 3.0

$$f(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2 \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]]$$

- **Griewank2 συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από: $f(x) = [1 + \frac{1}{200} \sum_{i=1}^2 x_i^2 - \prod_{i=1}^2 \frac{\cos(x_i)}{\sqrt{i}}]$, όπου $x \in [-100, 100]^2$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ με τιμή 0.

- **Griewank Rosenbrock συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από: $f(x) = (\frac{\|x\|^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}}) + 1) (\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (1 - x_i)^2])$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ με τιμή 0.

- **Gallagher101 συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από: $f(x) = \max_{i=1}^{101} [h_i - w_i \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - c_{ij})^2}] \min: 100 + 1$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0, 0, \dots, 0)$ με τιμή 0.

• **Gallagher21 συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από: $f(x) = \max_{i=1}^{21} [h_i - w_i \sqrt{\sum_{j=1}^n (x_j - c_{ij})^2}] \min: 21+1$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0.

• **Gkls συνάρτηση.**

$f(x) = \text{Gkls}(x,n,w)$, είναι μια συνάρτηση με w τοπικά ελάχιστα, περιγράφεται με $x \in [-1,1]^n$ και το n είναι θετικός ακέραιος αριθμός ανάμεσα από το 2 και το 100. Το καθολικό ελάχιστο είναι -1 και στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε για $n=2, 3$ και $w=50, 100$.

• **Hansen συνάρτηση.**

$$f(x) = \sum_{i=1}^5 i \cos[(i-1)x_1 + i] \sum_{j=1}^5 j \cos[(j-1)x_2 + j],$$

με $x \in [-10,10]^2$.

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή -176.5417931

• **Hartman 3 Συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = \sum_{i=1}^4 c_i \exp \left(\sum_{j=1}^3 a_{ij} (x_j - p_{ij})^2 \right) \text{ με } x \in [0,1]^3$$

,

$$\alpha = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 30 \\ 0.1 & 10 & 35 \\ 3 & 10 & 30 \\ 0.1 & 10 & 35 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 3 \\ 3.2 \end{pmatrix} \text{ και } p = \begin{pmatrix} 0.3689 & 0.117 & 0.2673 \\ 0.4699 & 0.4387 & 0.747 \\ 0.1091 & 0.8732 & 0.5547 \\ 0.03815 & 0.5743 & 0.8828 \end{pmatrix}$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή -3.862782148.

• **Hartman 6 Συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = \sum_{i=1}^4 c_i \exp \left(\sum_{j=1}^6 a_{ij} (x_j - p_{ij})^2 \right) \text{ με } x \in [0,1]^6$$

$$a = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 17 & 3.5 & 1.7 & 8 \\ 0.05 & 10 & 17 & 0.1 & 8 & 14 \\ 3 & 3.5 & 1.7 & 10 & 17 & 8 \\ 17 & 8 & 0.05 & 10 & 0.1 & 14 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 3 \\ 3.2 \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} 0.1312 & 0.1696 & 0.5569 & 0.0124 & 0.8283 & 0.5886 \\ 0.2329 & 0.4135 & 0.8307 & 0.3736 & 0.1004 & 0.9991 \\ 0.2348 & 0.1451 & 0.3522 & 0.2883 & 0.3047 & 0.6650 \\ 0.4047 & 0.8828 & 0.8732 & 0.5743 & 0.1091 & 0.0381 \end{pmatrix}$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή -3.22368011

Katsuura Συνάρτηση.

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = \frac{10}{n^2} \prod_{i=1}^n \left(1 + \sum_{k=1}^{32} \frac{|2^k x_i - \lfloor 2^k x_i \rfloor|}{2^k} \right)^{\frac{10}{n^{1.2}}} - \frac{10}{n^2} + \frac{1}{Dn} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμή 0,0.

Michalewicz Συνάρτηση.

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = - \sum_{i=1}^n \sin(x_i) \sin^{2m}\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right)$$

Το καθολικό ελάχιστο εντοπίζεται στο $x^* = (0,0,\dots,0)$ με τιμές για $n=2$, -1.8013 για $n=5$, -4.6877 για $n=10$, -9.6602.

• Potential συνάρτηση.

Η μοριακή διαμόρφωση που αντιστοιχεί στο καθολικό ελάχιστο της ενέργειας των ατόμων N που αλληλοεπιδρούν μέσω του δυναμικού Lennard-Jones χρησιμοποιείται ως α δοκιμαστική περίπτωση εδώ. Η συνάρτηση που πρέπει να ελαχιστοποιηθεί δίνεται από:

$$V_{LJ}(r) = 4 \epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Στα τρέχοντα πειράματα μελετήθηκαν τρεις διαφορετικές περιπτώσεις: $N=3, 4, 5, 6, 10$.

• Rastrigin συνάρτηση.

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - \cos(18x_1) - \cos(18x_2), \text{ με } x \in [-1, 1]^2.$$

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (0,0)$ με τιμή -2.0.

• Rastrigin2 συνάρτηση.

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = An + \sum_{i=1}^n [x_i^2 - A \cos(2\pi x_i)], A=10$$

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (0,0)$ με τιμή 0.0.

• Rosenbrock συνάρτηση.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} 100(x_{i+1} - x_i^2)^2$$

και $-30 \leq x_i \leq 30$. Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^*=(0,0,...,0)$ με $f(x^*)=0$. Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε το $n=4, 8, 16$

• **Rotated Rosenbrock συνάρτηση.**

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(z_{i+1} - z_i^2)^2 + (z_i - 1)^2], z=Rx$$

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (0,0)$ με τιμή 0.0

Sharp Ridge συνάρτηση.

$$f(x) = x_1^2 + a \sum_{i=2}^n x_i^2, a>1$$

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (0,0)$ με τιμή 0.0

Schaffer συνάρτηση.

$$f(x) = 0.5 + \frac{\sin^2(x^2 - y^2) - 0.5}{(1 + 0.001 (x^2 + y^2))^2}$$

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (0,0)$ με τιμή 0.0

Schwefel συνάρτηση.

$$f(x) = 418.9829n - \sum_{i=1}^n x_i \sin \sqrt{|x_i|}$$

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (0,0)$ με τιμή 0.0

Shekel 7 συνάρτηση.

$$f(x) = \sum_{i=1}^7 \frac{1}{(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i}$$

με $x \in [0,10]^4$.

$$a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.3 \end{pmatrix}.$$

Shekel 5 συνάρτηση.

$$f(x) = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i}$$

με $x \in [0,10]^4$.

$$a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.3 \end{pmatrix}.$$

Η ελάχιστη τιμή της καθολικής είναι -10.107749.

Shekel 10 συνάρτηση.

$$f(x) = \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{(x - a_i)(x - a_i)^T + c_i}$$

με $x \in [0,10]^4$.

$$a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 2 & 9 \\ 5 & 5 & 3 & 3 \\ 8 & 1 & 8 & 1 \\ 6 & 2 & 6 & 2 \\ 7 & 3.6 & 7 & 3.6 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.3 \\ 0.7 \\ 0.5 \\ 0.6 \end{pmatrix}.$$

Το καθολικό ελάχιστο είναι -10.536410.

- **Sinusoidal συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από:

$$f(x) = -(2.5 \prod_{i=1}^n \sin(x_i - z) + \prod_{i=1}^n \sin(5(x_i - z)))$$

όπου $0 \leq x_i \leq \pi$.

Το καθολικό ελάχιστο βρίσκεται στο $x^* = (2.09435, 2.09435, \dots, 2.09435)$ με

$$f(x^*) = -3.5.$$

Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε για $n=4, 8, 16, 32$ και $z = \frac{\pi}{6}$

και εκφράζονται από τις παρακάτω συναρτήσεις SINU4, SINU8, SINU16 και SINU32

- **Sphere συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2$$

Το καθολικό ελάχιστο είναι 0,0.

- **Step Ellipsoidal συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n [x_i + 0.5]^2 + a \sum_{i=1}^n (10^6 \frac{i-1}{n-1}) x_i^2, \quad a=1$$

Το καθολικό ελάχιστο είναι 0,0.

- **Test2N συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την εξίσωση:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 - 16 x_i^2 + 5 x_i$$

όπου $x_i \in [-5, 5]$.

Η συνάρτηση έχει $2n$ στο καθορισμένο εύρος και στα πειράματα χρησιμοποιήθηκαν για

$n=4, 5, 6, 7$. Οι αντίστοιχες τιμές του καθολικού ελαχίστου είναι -156.664663 για $n=4$, -195.830829 για $n=5$, -234.996994 για $n=6$ και -274.163160 για $n=7$.

• **Test30N συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την σχέση:

$$f(x) = \frac{1}{10} \sin^2(3\pi x_i) \left(\sum_{i=2}^{n-1} ((x_i - 1)^2 (1 + \sin^2(3\pi x_{i+1}))) + (x_n - 1)^2 (1 + \sin^2(2\pi x_n)) \right)$$

όπου όπου $x_i \in [-10, 10]$, με τοπικά ελάχιστα 30n στον χώρο αναζήτησης. Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε για $n=3, 4$ [40, 41, 42, 43]. Το καθολικό ελάχιστο είναι 0,0.

• **Zakharov συνάρτηση.**

Η συνάρτηση δίνεται από την σχέση:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} x_i^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{i}{2} x_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{i}{2} x_i \right)^4$$

Το καθολικό ελάχιστο είναι 0,0.