

**Ανάλυση και Πρόβλεψη
Μεταβλητότητας στην Αγορά
Ενέργειας: Η Περίπτωση του
Πετρελαίου, του Χρυσού και του Δείκτη
S&P500**

**Τσαούσης Σοφοκλής
Επιβλέπων: Σίμος Θεόδωρος**

**Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
Ελλάδα
Ιανουάριος, 2026**

Περιεχόμενα

Περίληψη	1
1 Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας	3
1.1 Μεταβλητότητα στις Χρηματοοικονομικές Αγορές	3
1.2 Ιδιαιτερότητες της Αγοράς Πετρελαίου	4
1.3 Πολυμεταβλητά Υποδείγματα και Χρονικές Περίοδοι Ανάλυσης	4
1.4 Προηγούμενες Έρευνες στη Μεταβλητότητα του Πετρελαίου	6
2 Μεθοδολογία	8
2.1 Περιγραφικά Στατιστικά Στοιχεία Δεδομένων	8
2.2 Τεστ Στασιμότητας	9
2.3 Τεστ Ετεροσκεδαστικότητας	9
2.4 Στοχαστική Μοντελοποίηση της Μεταβλητότητας	10
3 Σύγκριση Υποδειγμάτων Μεταβλητότητας	22
3.1 Θεωρητική Ανάλυση των Υποδειγμάτων	22
3.2 Κριτήρια Αξιολόγησης Υποδειγμάτων	23
3.3 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα των Υποδειγμάτων	24
3.4 Συνολική Θεωρητική Αποτίμηση	24
4 Εμπειρική Ανάλυση και Αποτελέσματα	25
4.1 Περιγραφικά Στατιστικά των Αποδόσεων	25
4.2 Έλεγχος Κατανομής Αποδόσεων	25
4.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι	26
4.4 Εξερεύνηση Δεδομένων	26
4.5 Αποτελέσματα Εκτίμησης Υποδειγμάτων	30
5 Εμπειρική Ανάλυση και Αποτελέσματα: Χρυσός	33
5.1 Περιγραφικά Στατιστικά των Αποδόσεων	33
5.2 Έλεγχος Κατανομής Αποδόσεων	34
5.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι	34
5.4 Εξερεύνηση Δεδομένων	35
5.5 Αποτελέσματα Εκτίμησης Υποδειγμάτων	39
6 Εμπειρική Ανάλυση και Αποτελέσματα: Δείκτης S&P 500	42
6.1 Περιγραφικά Στατιστικά των Αποδόσεων	42
6.2 Έλεγχος Κατανομής Αποδόσεων	42
6.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι	43
6.4 Εξερεύνηση Δεδομένων	43
6.5 Αποτελέσματα Εκτίμησης Υποδειγμάτων	46
7 Αποτελέσματα Πολυμεταβλητού Υποδείγματος DCC-GARCH(1,1)	49
8 Συζήτηση Αποτελεσμάτων και Ερμηνεία	52
8.1 Κύρια Συμπεράσματα Μονομεταβλητών Υποδειγμάτων	52
8.2 Ευρήματα Πολυμεταβλητού Υποδείγματος DCC-GARCH	53
8.3 Συνολική Αποτίμηση	53
9 Συμπεράσματα	54

9.1	Συνολική Ερμηνεία των Αποτελεσμάτων	54
9.2	Πρακτικές Επιπτώσεις και Χρησιμότητα των Ευρημάτων	55
9.3	Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα	55
9.4	Τελική Εκτίμηση	56

Περίληψη

Η παγκόσμια αγορά πετρελαίου αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους πυλώνες της διεθνούς οικονομικής δραστηριότητας, καθώς διαδραματίζει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση των τιμών ενέργειας, του πληθωρισμού, των δημοσιονομικών πολιτικών και των επενδυτικών συμπεριφορών. Οι διακυμάνσεις και οι απότομες μεταβολές των τιμών του πετρελαίου, που οφείλονται σε γεωπολιτικές εντάσεις, φυσικές καταστροφές ή μακροοικονομικές διαταραχές, επηρεάζουν σημαντικά τόσο τη σταθερότητα των χρηματοπιστωτικών αγορών όσο και τις αποφάσεις των επενδυτών. Η ανάλυση και πρόβλεψη της μεταβλητότητας των τιμών του πετρελαίου αποκτούν, συνεπώς, κρίσιμη σημασία για τη διαχείριση κινδύνου και τη λήψη στρατηγικών αποφάσεων.

Τα τελευταία χρόνια, γεγονότα όπως η χρηματοπιστωτική κρίση του 2008, η πτώση των τιμών το 2014, η πανδημία COVID-19 και ο πόλεμος στην Ουκρανία το 2022 ανέδειξαν την έντονη και συχνά ασύμμετρη συμπεριφορά της μεταβλητότητας στις αγορές ενέργειας. Οι ακραίες αυτές διακυμάνσεις, που προκαλούνται κυρίως από εξωγενείς παράγοντες, καθιστούν αναγκαία τη χρήση εξελιγμένων υποδειγμάτων που να μπορούν να αποτυπώσουν τη δυναμική φύση και την ασυμμετρία της μεταβλητότητας.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι η μελέτη της ημερήσιας τιμής του πετρελαίου Brent και η ανάλυση των χαρακτηριστικών της μεταβλητότητάς του μέσω της οικογένειας υποδειγμάτων ARCH/GARCH. Ειδικότερα, εφαρμόζονται τα υποδείγματα GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και APARCH(1,1) με στόχο τη διερεύνηση της υπό συνθήκη διακύμανσης και την αξιολόγηση της ικανότητας των υποδειγμάτων να περιγράψουν την ετεροσκεδαστικότητα και την ασυμμετρία των αποδόσεων.

Παράλληλα, στο δεύτερο στάδιο της ανάλυσης, χρησιμοποιείται το πολυμεταβλητό υπόδειγμα DCC-GARCH(1,1) για τη μελέτη των δυναμικών συσχετίσεων μεταξύ του πετρελαίου, του δείκτη S&P500 και του χρυσού. Το υπόδειγμα DCC επιτρέπει την εξέταση του τρόπου με τον οποίο οι συσχετίσεις μεταξύ των αγορών εξελίσσονται διαχρονικά, προσφέροντας σημαντικές πληροφορίες σχετικά με τη μετάδοση κινδύνου και τον βαθμό συνδιακύμανσης.

Η ανάλυση βασίζεται σε ημερήσια δεδομένα τιμών του αργού πετρελαίου τύπου Brent για την περίοδο **Ιανουάριος 1990 – Ιούνιος 2023**, ενώ για το πολυμεταβλητό υπόδειγμα χρησιμοποιούνται δεδομένα πετρελαίου, χρυσού και S&P500 από το **2016 έως το 2023**. Τα μοντέλα εκτιμώνται με τη μέθοδο μέγιστης πιθανοφάνειας, με χρήση της κατανομής Student-t, ώστε να ληφθούν υπόψη οι βαριές ουρές των αποδόσεων.

Οι βασικοί στόχοι της έρευνας είναι οι εξής:

- Η διερεύνηση των στατιστικών ιδιοτήτων των αποδόσεων του πετρελαίου και η επιβεβαίωση της ύπαρξης volatility clustering.
- Η εκτίμηση και η συγκριτική ανάλυση των υποδειγμάτων μεταβλητότητας με βάση τα κριτήρια AIC, BIC και τη συνάρτηση απώλειας QLIKE.

- Η αξιολόγηση της προβλεπτικής ικανότητας των υποδειγμάτων μέσω του ελέγχου Diebold-Mariano.
- Η ανάλυση των δυναμικών συσχετίσεων μεταξύ πετρελαίου, χρυσού και μετοχικής αγοράς μέσω του υποδείγματος DCC-GARCH.
- Η εξαγωγή συμπερασμάτων σχετικά με τις επιπτώσεις των αποτελεσμάτων στη διαχείριση κινδύνου, τις επενδυτικές αποφάσεις και την αποτελεσματικότητα της διαφοροποίησης.

Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι τα ασύμμετρα υποδείγματα, όπως τα EGARCH και APARCH, αποδίδουν καλύτερα τη συμπεριφορά της μεταβλητότητας του πετρελαίου, ιδίως σε περιόδους κρίσεων. Επιπλέον, το υπόδειγμα DCC-GARCH αποκαλύπτει ότι οι συσχετίσεις μεταξύ πετρελαίου και S&P500 ενισχύονται σε περιόδους αναταραχής, ενώ η συσχέτιση μεταξύ πετρελαίου και χρυσού παραμένει χαμηλότερη, επιβεβαιώνοντας τον ρόλο του χρυσού ως μέσου αντιστάθμισης κινδύνου. Η μελέτη συμβάλλει ουσιαστικά στην κατανόηση της δυναμικής συμπεριφοράς τόσο της μεταβλητότητας όσο και των διασυνδέσεων μεταξύ των αγορών, προσφέροντας χρήσιμες ενδείξεις για πιο αποτελεσματικές στρατηγικές πρόβλεψης και διαχείρισης κινδύνου.

Λέξεις-κλειδιά: Μεταβλητότητα, GARCH, EGARCH, TGARCH, APARCH, πετρέλαιο Brent, πρόβλεψη, διαχείριση κινδύνου.

Κεφάλαιο 1

Ανασκόπηση Βιβλιογραφίας

1.1 Μεταβλητότητα στις Χρηματοοικονομικές Αγορές

Η μεταβλητότητα αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους δείκτες μέτρησης του κινδύνου στις χρηματοοικονομικές αγορές. Περιγράφει το μέγεθος και τη συχνότητα των διακυμάνσεων στις τιμές χρηματοοικονομικών στοιχείων, όπως μετοχές, νομίσματα, ομόλογα και ενεργειακά προϊόντα. Μια αγορά θεωρείται υψηλής μεταβλητότητας όταν οι τιμές παρουσιάζουν συχνές και μεγάλες διακυμάνσεις, ενώ χαμηλή μεταβλητότητα υποδηλώνει σχετική σταθερότητα.

Στη βιβλιογραφία, η μεταβλητότητα έχει διττό χαρακτήρα:

- **Ως μέτρο κινδύνου:** Υψηλή μεταβλητότητα υποδηλώνει αυξημένο κίνδυνο για τους επενδυτές.
- **Ως επενδυτική ευκαιρία:** Οι βραχυπρόθεσμοι επενδυτές εκμεταλλεύονται περιόδους έντονης μεταβλητότητας για κερδοφορία.

Η μεταβλητότητα μπορεί να οριστεί με διάφορους τρόπους:

1. **Ιστορική μεταβλητότητα:** Υπολογίζεται από παρελθοντικές τιμές ενός περιουσιακού στοιχείου και εκφράζεται ως η τυπική απόκλιση των αποδόσεων σε μια συγκεκριμένη περίοδο.
2. **Υπονοούμενη μεταβλητότητα:** Προκύπτει από τις τιμές των παραγώγων (κυρίως options) και αντικατοπτρίζει τις προσδοκίες της αγοράς για τη μελλοντική μεταβλητότητα.
3. **Πραγματοποιηθείσα μεταβλητότητα:** Υπολογίζεται από υψηλής συχνότητας δεδομένα και αποτυπώνει τις πραγματικές ημερήσιες διακυμάνσεις της αγοράς.

Η μεταβλητότητα στις χρηματοοικονομικές αγορές δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται διαχρονικά, επηρεαζόμενη από πλήθος παραγόντων. Μεταξύ αυτών περιλαμβάνονται μακροοικονομικές μεταβολές (ΑΕΠ, πληθωρισμός, επιτόκια), γεωπολιτικές εξελίξεις (πόλεμοι, πολιτική αστάθεια, ενεργειακές κρίσεις) και απρόβλεπτα εξωγενή σοκ, όπως φυσικές καταστροφές ή πανδημίες.

Συνεπώς, η ανάλυση και η πρόβλεψη της μεταβλητότητας είναι κρίσιμες για τη διαχείριση κινδύνου, την τιμολόγηση παραγώγων, τον σχεδιασμό επενδυτικών στρατηγικών και τη μακροοικονομική εποπτεία των αγορών.

1.2 Ιδιαιτερότητες της Αγοράς Πετρελαίου

Η αγορά πετρελαίου αποτελεί έναν από τους σημαντικότερους και πιο στρατηγικούς τομείς της παγκόσμιας οικονομίας. Το πετρέλαιο δεν είναι μόνο ενεργειακό αγαθό αλλά και χρηματοοικονομικό προϊόν που διαπραγματεύεται διεθνώς, επηρεάζοντας τις οικονομίες και τις κεφαλαιαγορές. Η μεταβλητότητα στην αγορά πετρελαίου συνδέεται με μεταβολές στη ζήτηση (οικονομικές υφέσεις, ενεργειακές μεταβάσεις), με γεωπολιτικές εξελίξεις (πόλεμοι, πολιτική αστάθεια σε χώρες παραγωγούς) και με απρόβλεπτα παγκόσμια σοκ, όπως η πανδημία COVID-19 ή οι ενεργειακές κρίσεις.

Χαρακτηριστικά ιστορικά παραδείγματα που προκάλεσαν έντονα σοκ στην αγορά πετρελαίου είναι: η πετρελαϊκή κρίση του 1973 (τετραπλασιασμός τιμών), η χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 (κατάρρευση της τιμής), η πανδημία του 2020 που οδήγησε σε πρωτοφανή πτώση της ζήτησης και αρνητικές τιμές στο WTI, καθώς και ο πόλεμος Ρωσίας–Ουκρανίας το 2022, ο οποίος οδήγησε σε σημαντική άνοδο των τιμών λόγω ανησυχιών για τη διακοπή της προσφοράς.

Τα υποδείγματα GARCH χρησιμοποιούνται εκτενώς για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας του αργού πετρελαίου. Το βασικό GARCH είναι συμμετρικό, ωστόσο η βιβλιογραφία έχει δείξει ότι οι χρηματοπιστωτικές αγορές παρουσιάζουν έντονες ασυμμετρίες. Για τον λόγο αυτό έχουν αναπτυχθεί ασύμμετρα υποδείγματα όπως τα EGARCH και APARCH. Ο Cheong (2009) διαπιστώνει ότι το απλό GARCH μπορεί να προσφέρει εξαιρετικές επιδόσεις πρόβλεψης στην αγορά πετρελαίου, ενώ οι Mohammadi & Su (2010) βρίσκουν ότι το APARCH αποδίδει ακόμη καλύτερα.

Άλλες μελέτες, όπως των Agnolucci (2009), Aloui & Mabrouk (2010) και Wang et al. (2019), εξετάζουν διαφορετικές παραλλαγές GARCH. Πολλοί ερευνητές έχουν επίσης τονίσει ότι τα κλασικά υποδείγματα GARCH δεν ενσωματώνουν διαρθρωτικές αλλαγές, κάτι που μπορεί να βελτιωθεί με την ενσωμάτωση υποδειγμάτων αλλαγής καθεστώτος (Teterin et al., 2016). Σε αυτό το πλαίσιο, ο Zhang et al. (2019) δείχνει ότι τα υποδείγματα GARCH δεν υστερούν σημαντικά σε σχέση με υποδείγματα Markov switching.

Πολλές έρευνες έχουν επίσης χρησιμοποιήσει πολυμεταβλητά υποδείγματα για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας του πετρελαίου (Ghang et al., 2010; Alizadeh et al.). Ο Sadorsky (2006) συγκρίνει μονομεταβλητά και πολυμεταβλητά υποδείγματα και υποστηρίζει ότι το απλό GARCH υπερέχει έναντι του BEKK. Οι Wang et al. (2012) βρίσκουν ότι τα πολυμεταβλητά υποδείγματα έχουν καλύτερη προβλεπτική ικανότητα σε σχέση με τα μονομεταβλητά.

1.3 Πολυμεταβλητά Υποδείγματα και Χρονικές Περίοδοι Ανάλυσης

Η διεθνής βιβλιογραφία αναδεικνύει τη σημασία των πολυμεταβλητών υποδειγμάτων για τη μελέτη της μεταβλητότητας, ιδίως όταν εξετάζονται οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ αγορών όπως το πετρέλαιο, ο χρυσός και οι μετοχικοί δείκτες. Μεταξύ των πιο διαδεδομένων μοντέλων συγκαταλέγονται τα CCC-GARCH [1], BEKK-GARCH [2] και τα δυναμικά υποδείγματα συσχέτισης DCC-GARCH [3]. Τα υποδείγματα αυτά επιτρέπουν τη διερεύνηση της μετάδοσης μεταβλητότητας (volatility spillovers), των δυναμικών συσχετίσεων και των στρατηγικών αντιστάθμισης κινδύνου (hedging) μεταξύ πολλαπλών περιουσιακών στοιχείων.

Η αξιόπιστη εκτίμηση πολυμεταβλητών μοντέλων απαιτεί πλήρως επικαλυπτόμενες χρονοσειρές. Οι Carpiello, Engle & Sheppard (2006) υπογραμμίζουν ότι τα υποδείγματα DCC προϋποθέτουν δεδομένα με κοινό χρονικό παράθυρο, ενώ ο Aielli (2013) επισημαίνει ότι ασυνέχειες ή ασυμμετρίες στη διαθεσιμότητα των δεδομένων μπορούν να οδηγήσουν σε μεροληπτικές ή ασταθείς εκτιμήσεις.

Στην πράξη, αν και τα δεδομένα για την τιμή του αργού πετρελαίου διατίθενται σε καθημερινή συχνότητα ήδη από τη δεκαετία του 1990, οι ημερήσιες, πλήρως συνεκτικές και συγκρίσιμες χρονοσειρές για τον χρυσό και τον δείκτη S&P 500 είναι αξιόπιστες κυρίως μετά το 2016. Το ζήτημα αυτό έχει αναδειχθεί και σε προηγούμενες μελέτες, οι οποίες περιορίζουν το πολυμεταβλητό δείγμα στην κοινή περίοδο των χρονοσειρών [6, 7, ;].

Για τον λόγο αυτό, η παρούσα εργασία υιοθετεί δύο διαφορετικά χρονικά παράθυρα: (α) την περίοδο 1990–2023 για την μονομεταβλητή ανάλυση της μεταβλητότητας του πετρελαίου, και (β) την περίοδο 2016–2023 για την εκτίμηση του πολυμεταβλητού υποδείγματος DCC-GARCH, ώστε να εξασφαλιστούν η συμβατότητα και η συγκρισιμότητα των χρονοσειρών. Η επιλογή αυτή είναι σύμφωνη με τις πρακτικές που ακολουθούνται στη διεθνή βιβλιογραφία και επιτρέπει την ορθή εκτίμηση των δυναμικών συσχετίσεων μεταξύ πετρελαίου, χρυσού και του δείκτη S&P 500.

1.4 Προηγούμενες Έρευνες στη Μεταβλητότητα του Πετρελαίου

Η διερεύνηση της μεταβλητότητας των τιμών του πετρελαίου έχει απασχολήσει ιδιαίτερα την ερευνητική κοινότητα, καθώς οι διακυμάνσεις στις τιμές του επηρεάζουν την παγκόσμια οικονομία, τις αγορές ενέργειας αλλά και τις χρηματοοικονομικές αγορές. Οι περισσότερες μελέτες εστιάζουν σε δύο βασικούς άξονες: την περιγραφή και κατανόηση των χαρακτηριστικών της μεταβλητότητας και την ανάπτυξη και αξιολόγηση υποδειγμάτων πρόβλεψης. Οι Kang, Kang & Yoon (2009) εφάρμοσαν υποδείγματα GARCH και EGARCH για να εντοπίσουν ασυμμετρίες στη μεταβλητότητα, δείχνοντας ότι οι αρνητικές μεταβολές στις τιμές του πετρελαίου προκαλούν μεγαλύτερη αύξηση της μεταβλητότητας σε σχέση με τις θετικές. Το 2009, επίσης, ο Hamilton υποστήριξε ότι οι αυξήσεις στις τιμές του πετρελαίου προηγούνται των οικονομικών υφέσεων στις ΗΠΑ.

Αντίστοιχα, κατά την περίοδο της πανδημίας του COVID-19, αρκετές μελέτες — όπως των Salisu & Adediran — έδειξαν ότι η αβεβαιότητα στην παγκόσμια οικονομία εκτόξευσε τη μεταβλητότητα του WTI. Αρκετές έρευνες έχουν επισημάνει ότι τα υποδείγματα τύπου GARCH δεν λαμβάνουν υπόψη πιθανές διαρθρωτικές αλλαγές, γεγονός που μπορεί να βελτιωθεί με την ενσωμάτωση τέτοιων αλλαγών (Teterin et al., 2016). Ως απόδειξη αυτού, έχουν χρησιμοποιηθεί υποδείγματα αλλαγής καθεστώτος, κυρίως τύπου Markov, για τη μελέτη της μεταβλητότητας του αργού πετρελαίου (Liu et al., 2022), αν και δεν αποδεικνύονται ιδιαίτερα αποτελεσματικά στην πρόβλεψή της. Συγκεκριμένα, ο Zhang et al. (2019) έδειξε ότι τα υποδείγματα GARCH δεν είναι σημαντικά χειρότερα από τα υποδείγματα που ενσωματώνουν εναλλαγή καθεστώτος.

Επιπλέον, πολλές μελέτες έχουν χρησιμοποιήσει πολυμεταβλητά υποδείγματα για την πρόβλεψη της μεταβλητότητας του αργού πετρελαίου (Ghang et al., 2010; Alizadeh et al.), αναδεικνύοντας τη σημασία της μελέτης των διασυνδέσεων μεταξύ αγορών. Στο πλαίσιο αυτό, η βιβλιογραφία έχει επεκτείνει το ενδιαφέρον της και σε άλλα βασικά χρηματοοικονομικά περιουσιακά στοιχεία, όπως ο χρυσός και οι μετοχικοί δείκτες. Ο χρυσός θεωρείται παραδοσιακά περιουσιακό στοιχείο αντιστάθμισης κινδύνου (safe haven), παρουσιάζοντας διαφορετική δυναμική μεταβλητότητας σε σχέση με το πετρέλαιο και τις μετοχές. Μελέτες όπως των Baur & McDermott (2010) και Sadorsky (2006) δείχνουν ότι η μεταβλητότητα του χρυσού αυξάνεται σε περιόδους έντονης χρηματοοικονομικής αβεβαιότητας, ενισχύοντας τον ρόλο του στη διαφοροποίηση χαρτοφυλακίων.

Αντίστοιχα, η μεταβλητότητα των μετοχικών αγορών, και ειδικότερα του δείκτη S&P500, έχει μελετηθεί εκτενώς σε συνδυασμό με την αγορά πετρελαίου. Οι Sadorsky (2006) και Wang et al. (2012) καταδεικνύουν ότι οι συσχετίσεις μεταξύ πετρελαίου και μετοχικών δεικτών ενισχύονται σημαντικά σε περιόδους κρίσεων, γεγονός που υποδηλώνει αυξημένη μετάδοση κινδύνου (volatility spillovers). Τα ευρήματα αυτά υποστηρίζουν τη χρήση πολυμεταβλητών υποδειγμάτων, όπως το DCC-GARCH, για την αποτύπωση των δυναμικών συσχετίσεων μεταξύ πετρελαίου, χρυσού και χρηματιστηριακής αγοράς.

Επομένως, η υπάρχουσα βιβλιογραφία δείχνει ότι η μεταβλητότητα του αργού πετρελαίου, του χρυσού και των μετοχικών αγορών δεν είναι σταθερή και παρουσιάζει έντονο φαινόμενο volatility clustering. Γεωπολιτικά γεγονότα, μακροοικονομικές διαταραχές και παγκόσμιες κρίσεις μπορούν να επηρεάσουν δραστικά τόσο το επίπεδο της μεταβλητότητας όσο και τις μεταξύ τους συσχετίσεις. Τα υποδείγματα

GARCH και οι παραλλαγές τους, καθώς και τα πολυμεταβλητά υποδείγματα δυναμικής συσχέτισης, αποτυπώνουν αποτελεσματικά αυτά τα χαρακτηριστικά, αν και η ακριβής πρόβλεψη της μεταβλητότητας παραμένει πρόκληση.

Κεφάλαιο 2

Μεθοδολογία

2.1 Περιγραφικά Στατιστικά Στοιχεία Δεδομένων

Οι στατιστικοί πίνακες και οι γραφικές παραστάσεις αποτελούν χρήσιμα εργαλεία προκειμένου να παρουσιάσουμε σημαντικά χαρακτηριστικά δεδομένων, σύντομα και με σαφήνεια. Ο πίνακας με τα περιγραφικά στοιχεία και το ιστόγραμμα συχνοτήτων μας επιτρέπουν να μελετήσουμε ποιοτικά την κατανομή της μεταβλητής που μελετάται. Παρακάτω δίνονται τα βασικά περιγραφικά μέτρα.

Αριθμητικός μέσος: είναι η μέση τιμή της σειράς, λαμβάνεται προσθέτοντας όλες τις τιμές και διαιρώντας με τον αριθμό των παρατηρήσεων.

Διάμεσος: είναι η μεσαία τιμή των παρατηρήσεων, ένα ισχυρό μέτρο θέσης της κατανομής το οποίο είναι λιγότερο ευαίσθητο σε ακραίες τιμές από ότι ο μέσος.

Ελάχιστη τιμή

Μέγιστη τιμή

Τυπική απόκλιση: είναι ένα μέτρο διασποράς των δεδομένων

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.1)$$

Ασυμμετρία: είναι ένα μέτρο ασυμμετρίας της κατανομής γύρω από το μέσο

$$skewness = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^3 \quad (2.2)$$

Κύρτωση: είναι μέτρο της αιχμηρότητας της καμπύλης της κατανομής

$$kurtosis = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \bar{y}}{\hat{\sigma}} \right)^4 \quad (2.3)$$

Jarque-Bera: είναι ένα στατιστικό τεστ για το εάν η σειρά κατανέμεται κανονικά. Το στατιστικό αποτέλεσμα μετράει τη διαφορά της ασυμμετρίας και της κύρτωσης της σειράς με αυτές από την κανονική κατανομή.

$$JB = \frac{n}{6} \left[Skewness^2 + \frac{1}{4} (kurtosis - 3)^2 \right] \quad (2.4)$$

Το ιστόγραμμα συχνοτήτων παρουσιάζει την κατανομή συχνότητας της σειράς. Το ιστόγραμμα χωρίζει το εύρος της σειράς σε έναν αριθμό διαστημάτων ίσου μήκους και εμφανίζει την καταμέτρηση του αριθμού των παρατηρήσεων που εμπίπτουν σε κάθε διάστημα.

2.2 Τεστ Στασιμότητας

Η θεωρία όσον αφορά ARMA υποδειγμάτων βασίζεται στη στασιμότητα της υπό εξέταση χρονοσειράς. Μία σειρά λέγεται στάσιμη όταν οι διακυμάνσεις των τιμών δε διαφοροποιούνται στο χρόνο. Αντίθετα, όταν μια σειρά δεν είναι στάσιμη λέγεται μη στάσιμη χρονοσειρά. Για να εξεταστεί αν μια χρονοσειρά είναι στάσιμη ή όχι η μεθοδολογία ορίζει τα τεστ ύπαρξης μοναδιαίας ρίζας. Ένα τέστο που το ελέγχει είναι Augmented Dickey-Fuller test. Ο έλεγχος στασιμότητας ADF εξετάζει τις εξής υποθέσεις:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Υπαρξη μοναδιαίας ρίζας} \\ H_1 : \text{Μη ύπαρξη μοναδιαίας ρίζας} \end{cases}$$

Στα αποτελέσματα του ελέγχου σημαντική τιμή είναι αυτή του t -statistics και η αντίστοιχη p -value τιμή. Αρχικά ελέγχουμε την t -statistics στο επίπεδο που μας ενδιαφέρει και μετά την τιμή p -value. Εάν αυτή είναι μικρότερη της τιμής του επιπέδου σημαντικότητας που έχει οριστεί τότε απορρίπτουμε τη μηδενική υπόθεση και δεχόμαστε την εναλλακτική στο ίδιο επίπεδο σημαντικότητας. Αντίθετα, εάν η τιμή p -value είναι μεγαλύτερη της τιμής του επιπέδου σημαντικότητας τότε δεχόμαστε τη μηδενική υπόθεση που σημαίνει ότι η υπό εξέταση χρονοσειρά έχει μοναδιαία ρίζα, άρα όχι στάσιμη. Έχοντας πραγματοποιήσει τους ελέγχους μοναδιαίας ρίζας και έχοντας εξασφαλίσει ότι η υπό εξέταση χρονοσειρά είναι στάσιμη, μπορούμε να προχωρήσουμε στη μοντελοποίηση της σειράς.

2.3 Τεστ Ετεροσκεδαστικότητας

Η μη σταθερή διακύμανση μεταφράζεται ετεροσκεδαστικότητα (ARCH effects). Όταν μία χρονοσειρά έχει ετεροσκεδαστικότητα τότε χρειάζεται να εφαρμόσουμε υποδείγματα της οικογένειας ARCH Αυτοπαλίνδρομο Υπόδειγμα Δεσμευμένης Ετεροσκεδαστικότητας. Παρακάτω ακολουθεί η ανάλυση του στατιστικού ελέγχου ετεροσκεδαστικότητας ARCH-LM test, ο οποίος και θα χρησιμοποιηθεί στην υπάρχουσα ανάλυση. Το συγκεκριμένο τέστο ελέγχου ετεροσκεδαστικότητας εξετάζει τις ακόλουθες υποθέσεις:

$$\begin{cases} H_0 : \text{Μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας} \\ H_1 : \text{Υπαρξη ετεροσκεδαστικότητας} \end{cases}$$

Στα αποτελέσματα του ελέγχου σημαντικές είναι οι τιμές των πιθανοτήτων τους στο επίπεδο σημαντικότητας που μας ενδιαφέρει. Στην περίπτωση όπου η p -value τιμή είναι μικρότερη της τιμής του

επιπέδου σημαντικότητας που ορίστηκε τότε απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και γίνεται αποδεκτή η εναλλακτική υπόθεση δηλαδή η ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας.

2.4 Στοχαστική Μοντελοποίηση της Μεταβλητότητας

2.4.1 Υπόδειγμα ARCH

Το υπόδειγμα ARCH παρουσιάστηκε από τον Engle και αποτέλεσε την πρώτη προσπάθεια να μοντελοποιηθεί η χρονικά μεταβαλλόμενη διακύμανση στις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές. Η βασική ιδέα είναι ότι η διακύμανση των αποδόσεων σε μια περίοδο δεν είναι σταθερή, αλλά εξαρτάται από τα τετραγωνικά σφάλματα των προηγούμενων περιόδων. Δηλαδή τα «σοκ» που εμφανίζονται σήμερα επηρεάζουν το επίπεδο μεταβλητότητας στο μέλλον. Αυτό επιτρέπει στο υπόδειγμα να αποτυπώνει το φαινόμενο του volatility clustering.

Το υπόδειγμα ARCH ορίζεται ως:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad (2.6)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad (2.7)$$

όπου h_t είναι η υπό συνθήκη διακύμανση, και οι συντελεστές $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$.

Η αντίστοιχη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση του υποδείγματος είναι:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_q = 0 & \text{(Μη ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας)} \\ H_1 : \exists i \in \{1, \dots, q\} : \alpha_i > 0 & \text{(Υπαρξη ετεροσκεδαστικότητας)} \end{cases}$$

Πλεονεκτήματα του ARCH υποδείγματος

- Είναι το πρώτο υπόδειγμα που εισήγαγε ο Engle (1982) για τη μοντελοποίηση ετεροσκεδαστικότητας σε χρονοσειρές.
- Απλό στη θεωρητική του διατύπωση και εύκολο να εξηγηθεί.
- Επιτρέπει να περιγραφεί το φαινόμενο της (volatility clustering), δηλαδή η τάση της μεταβλητότητας να εμφανίζεται σε συστάδες.
- Μπορεί να αποτελέσει τη βάση για πιο σύνθετα υποδείγματα, όπως το GARCH και τα παράγωγά του.

Μειονεκτήματα του ARCH υποδείγματος

- Συχνά απαιτεί υψηλή τάξη q για να αποδώσει ικανοποιητικά, κάτι που αυξάνει τον αριθμό των παραμέτρων.
- Η εκτίμηση γίνεται δύσκολη και λιγότερο αποδοτική όταν το q είναι μεγάλο.
- Υποθέτει ότι θετικά και αρνητικά shocks έχουν την ίδια επίδραση στη μεταβλητότητα (δεν συλλαμβάνει (leverage effects)).
- Σε πολλές εφαρμογές υπολείπεται σε απόδοση σε σχέση με πιο γενικευμένα υποδείγματα (π.χ. GARCH).

2.4.2 Υπόδειγμα GARCH

Το υπόδειγμα GARCH αναπτύχθηκε ως γενίκευση του ARCH. Ο βασικός σκοπός ήταν να ξεπεραστούν οι περιορισμοί του ARCH, προσφέροντας μια πιο ευέλικτη και υπολογιστικά αποδοτική μορφή μοντελοποίησης της υπό όρου διακύμανσης. Το GARCH εισάγει την έννοια ότι η σημερινή διακύμανση δεν εξαρτάται μόνο από τα παλαιότερα σφάλματα όπως αναφέραμε στο ARCH, αλλά και από τις ίδιες τις παλαιότερες διακυμάνσεις. Με αυτόν τον τρόπο, το GARCH καταφέρνει να περιγράψει καλύτερα τη μακροχρόνια μνήμη στη μεταβλητότητα χωρίς να απαιτεί υψηλές τάξεις όπως το ARCH υπόδειγμα.

Το υπόδειγμα GARCH ορίζεται ως:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (2.8)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad (2.9)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j}, \quad (2.10)$$

όπου h_t είναι η υπό συνθήκη διακύμανση, με περιορισμούς $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$.

Ο όρος

$$\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$$

εκφράζει τον **βραχυχρόνιο αντίκτυπο** προηγούμενων σοκ'.

Ο όρος

$$\beta_j h_{t-j}$$

εκφράζει τη **μακροχρόνια εμμονή** της μεταβλητότητας.

Για το υπόδειγμα GARCH(p, q), οι υποθέσεις σχετικά με τη στασιμότητα της διακύμανσης είναι:

$$\begin{cases} H_0 : \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1 & (\text{Στασιμότητα}) \\ H_1 : \sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j \geq 1 & (\text{Μη στασιμότητα / Εκρηκτικότητα}) \end{cases}$$

Πλεονεκτήματα του GARCH υποδείγματος

- Γενίκευση του υποδείγματος ARCH από τους Bollerslev (1986) με σημαντικά καλύτερη ευελιξία.
- Επιτρέπει να περιγραφεί το φαινόμενο της (volatility clustering) με λιγότερες παραμέτρους σε σχέση με το ARCH.
- Προσφέρει πιο ρεαλιστική και ακριβή εκτίμηση της υπό όρους διακύμανσης σε χρηματοοικονομικές χρονοσειρές.
- Έχει μεγάλη εφαρμογή σε ανάλυση κινδύνου, πρόβλεψη μεταβλητότητας και τιμολόγηση παραγώγων.
- Αποτελεί τη βάση για πιο εξελιγμένα υποδείγματα όπως EGARCH, TGARCH, APARCH κ.ά.

Μειονεκτήματα του GARCH υποδείγματος

- Υποθέτει συμμετρική αντίδραση της μεταβλητότητας σε θετικά και αρνητικά shocks, άρα δεν αποτυπώνει το (leverage effect).
- Σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να εμφανίζει πρόβλημα κακής εκτίμησης παραμέτρων (ιδιαίτερα όταν $\alpha + \beta$ είναι κοντά στη μονάδα).
- Δεν αποδίδει καλά όταν τα δεδομένα παρουσιάζουν έντονες ασυμμετρίες ή κατανομές με βαριές ουρές.
- Παρά την ευελιξία του, συχνά απαιτούνται πιο εξελιγμένες εκδοχές για να συλλάβουν πλήρως τη δυναμική της μεταβλητότητας.

2.4.3 Υπόδειγμα EGARCH

Το Exponential GARCH (EGARCH) υπόδειγμα προτάθηκε από τον Nelson (1991) ως εξέλιξη των υποδειγμάτων ARCH και GARCH, με στόχο να αντιμετωπίσει δύο βασικούς περιορισμούς τους:

Θετικότητα διακύμανσης

Στα κλασικά ARCH/GARCH υποδείγματα, για να εξασφαλιστεί ότι η υπό συνθήκη διακύμανση h_t είναι θετική, απαιτούνται περιορισμοί στις παραμέτρους $\alpha_i, \beta_j \geq 0$. Στο EGARCH, η διακύμανση μοντελοποιείται σε λογαριθμική μορφή $\ln(h_t)$, εξασφαλίζοντας αυτόματα θετικότητα χωρίς τους παραπάνω περιορισμούς.

Ασύμμετρη επίδραση των «σοκ»

Οι χρηματοοικονομικές χρονοσειρές εμφανίζουν το λεγόμενο leverage effect: τα αρνητικά σοκ (π.χ. πτώση τιμών πετρελαίου) αυξάνουν τη μεταβλητότητα περισσότερο από τα θετικά σοκ ίδιου μεγέθους. Το EGARCH συλλαμβάνει αυτή την ασυμμετρία μέσω ενός πρόσθετου όρου στη δυναμική της διακύμανσης.

Το υπόδειγμα EGARCH ορίζεται ως εξής:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad (2.12)$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \beta \ln(h_{t-1}) + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \theta \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| - \mathbb{E} \left[\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} \right| \right] \right). \quad (2.13)$$

Η αντίστοιχη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση του υποδείγματος είναι:

$$\begin{cases} H_0 : \gamma = 0 & \text{(Μη ύπαρξη ασυμμετρίας στη μεταβλητότητα)} \\ H_1 : \gamma \neq 0 & \text{(Υπαρξη ασυμμετρίας στη μεταβλητότητα)} \end{cases}$$

Πλεονεκτήματα του EGARCH υποδείγματος

- Εισήχθη από τον Nelson (1991) ως επέκταση του GARCH.
- Επιτρέπει την ασύμμετρη αντίδραση της μεταβλητότητας σε θετικά και αρνητικά shocks, αποτυπώνοντας έτσι το (leverage effect).
- Η λογαριθμική διατύπωση της διακύμανσης εξασφαλίζει ότι οι εκτιμημένες τιμές της υπό όρους διακύμανσης είναι πάντα θετικές, χωρίς να απαιτούνται περιορισμοί μη αρνητικότητας στις παραμέτρους.
- Είναι πιο ευέλικτο στην αποτύπωση χρονοσειρών με έντονες ασυμμετρίες ή κατανομές με βαριές ουρές.

Μειονεκτήματα του EGARCH υποδείγματος

- Η εκτίμηση των παραμέτρων είναι πιο περίπλοκη σε σχέση με το GARCH.
- Δεν είναι τόσο διαφανές στην ερμηνεία των συντελεστών όπως το κλασικό en GARCH.
- Η πολυπλοκότητά του μπορεί να οδηγήσει σε προβλήματα υπερ-προσαρμογής (overfitting) σε μικρά δείγματα.
- Σε ορισμένες περιπτώσεις μπορεί να δώσει λιγότερο σταθερές εκτιμήσεις σε σχέση με απλούστερα υποδείγματα.

2.4.4 Υπόδειγμα TGARCH / GJR-GARCH

Το TGARCH (Threshold GARCH) ή αλλιώς GJR-GARCH είναι ένα υπόδειγμα που επεκτείνει το GARCH για να περιγράψει την **ασυμμετρία** (leverage effect), δηλαδή το φαινόμενο όπου τα αρνητικά σοκ αυξάνουν τη μεταβλητότητα περισσότερο από τα θετικά.

Το υπόδειγμα TGARCH(1,1) ή GJR-GARCH(1,1) γράφεται ως:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sqrt{h_t}, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0,1), \quad (2.15)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1}, \quad (2.16)$$

όπου

$$d_{t-1} = \begin{cases} 1, & \varepsilon_{t-1} < 0 \\ 0, & \varepsilon_{t-1} \geq 0 \end{cases}$$

- Ο όρος $\alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2$ αποτυπώνει τον **κανονικό αντίκτυπο** των παρελθόντων σοκ στη μεταβλητότητα.
- Ο πρόσθετος όρος $\gamma d_{t-1} \varepsilon_{t-1}^2$ ενεργοποιείται μόνο όταν $\varepsilon_{t-1} < 0$, δηλαδή σε περίπτωση **αρνητικού σοκ**. Εάν $\gamma > 0$, αυτό σημαίνει ότι τα αρνητικά σοκ αυξάνουν περισσότερο τη μεταβλητότητα σε σχέση με τα θετικά.
- Ο όρος βh_{t-1} εκφράζει τη **μακροχρόνια εμμονή** της μεταβλητότητας.

Η αντίστοιχη μηδενική και εναλλακτική υπόθεση του υποδείγματος είναι:

$$\begin{cases} H_0 : \gamma = 0 & (\text{Μη ύπαρξη ασυμμετρίας στη μεταβλητότητα}) \\ H_1 : \gamma \neq 0 & (\text{Ύπαρξη ασυμμετρίας στη μεταβλητότητα}) \end{cases}$$

Πλεονεκτήματα του TGARCH / GJR-GARCH υποδείγματος

- Εισήχθη από τους Zakoian (1994) και Glosten, Jagannathan & Runkle (1993) ως επέκταση του GARCH.
- Συλλαμβάνει το (leverage effect), δηλαδή την ασύμμετρη επίδραση θετικών και αρνητικών shocks στη μεταβλητότητα.
- Απλή και κατανοητή διατύπωση, παρόμοια με το κλασικό GARCH, με μία μόνο επιπλέον παράμετρο.
- Σε σχέση με το GARCH, παρέχει καλύτερη προσαρμογή σε δεδομένα που εμφανίζουν έντονη ασυμμετρία.
- Χρησιμοποιείται ευρέως σε χρηματοοικονομικές εφαρμογές (εκτίμηση κινδύνου, πρόβλεψη μεταβλητότητας).

Μειονεκτήματα του TGARCH / GJR-GARCH υποδείγματος

- Απαιτεί περισσότερες παραμέτρους από το κλασικό GARCH, κάτι που αυξάνει την πολυπλοκότητα.
- Η εκτίμηση μπορεί να γίνει πιο δύσκολη, ειδικά σε μικρά δείγματα.
- Η ερμηνεία των παραμέτρων της ασυμμετρίας δεν είναι πάντα τόσο απλή όσο σε άλλα μοντέλα.
- Όπως και άλλα γραμμικά υποδείγματα, μπορεί να αποτυγχάνει να συλλάβει πλήρως μη γραμμικές δυναμικές της μεταβλητότητας.

2.4.5 Υπόδειγμα APARCH

Εισαγωγή

Το υπόδειγμα APARCH (Asymmetric Power ARCH) προτάθηκε από τους Ding, Granger & Engle (1993) ως μια γενίκευση των υποδειγμάτων ARCH/GARCH. Στόχος του είναι η μοντελοποίηση της υπό όρους διακύμανσης σε χρονοσειρές, κυρίως χρηματοοικονομικές, όπου η μεταβλητότητα (volatility) παρουσιάζει συσσωμάτωση (volatility clustering) και ασυμμετρίες.

Μαθηματική Διατύπωση

Η γενική μορφή του είναι:

Το υπόδειγμα APARCH(1,1) γράφεται ως:

$$y_t = \mu + \varepsilon_t, \quad (2.17)$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t, \quad z_t \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad (2.18)$$

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \alpha_1 (|\varepsilon_{t-1}| - \gamma \varepsilon_{t-1})^\delta + \beta \sigma_{t-1}^\delta, \quad (2.19)$$

όπου:

- σ_t : η υπό όρους τυπική απόκλιση,
- δ : ο εκθέτης ισχύος (power parameter), που καθορίζει εάν το υπόδειγμα δουλεύει με τετράγωνα ή απόλυτες τιμές,
- γ : η παράμετρος ασυμμετρίας, η οποία επιτρέπει την εμφάνιση του leverage effect (αρνητικά shocks) αυξάνουν περισσότερο τη μεταβλητότητα από τα θετικά),
- $\alpha_0, \alpha_1, \beta$: οι βασικές παράμετροι του υποδείγματος που πρέπει να είναι μη αρνητικές για λόγους σταθερότητας.

Το υπόδειγμα APARCH είναι γενίκευση των ARCH/GARCH και περιλαμβάνει ως ειδικές περιπτώσεις αρκετά γνωστά υποδείγματα (π.χ. GARCH όταν $\delta = 2$ και $\gamma = 0$). Χρησιμοποιείται ευρέως στη χρηματοοικονομική για τη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας, την εκτίμηση κινδύνου και την τιμολόγηση παραγώγων.

Πλεονεκτήματα

- Γενικό και ευέλικτο πλαίσιο.
- Ενσωματώνει τόσο την ασυμμετρία όσο και την επιλογή εκθέτη.
- Μπορεί να συλλάβει καλύτερα κατανομές με βαριές ουρές.

Μειονεκτήματα

- Πολυπλοκότητα εκτίμησης παραμέτρων.
- Απαιτεί μεγάλο όγκο δεδομένων.
- Κίνδυνος υπερ-παραμετροποίησης.

Για το υπόδειγμα APARCH(1, 1), οι υποθέσεις σχετικά με τη στασιμότητα της διακύμανσης είναι:

$$\begin{cases} H_0 : \alpha_1 \mathbb{E} \left[(|z_t| - \gamma z_t)^\delta \right] + \beta < 1 & \text{(Στασιμότητα)} \\ H_1 : \alpha_1 \mathbb{E} \left[(|z_t| - \gamma z_t)^\delta \right] + \beta \geq 1 & \text{(Μη στασιμότητα / Εκρηκτικότητα)} \end{cases}$$

2.4.6 Υπόδειγμα DCC-GARCH

Εισαγωγή

Το υπόδειγμα Dynamic Conditional Correlation GARCH (DCC-GARCH), που προτάθηκε από τον Engle (2002), αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα πολυμεταβλητά υποδείγματα για τη μελέτη της δυναμικής συσχέτισης μεταξύ χρηματοοικονομικών χρονοσειρών. Σε αντίθεση με τα μονομεταβλητά υποδείγματα ARCH/GARCH, το DCC-GARCH επιτρέπει τη μοντελοποίηση τόσο της υπό όρους διακύμανσης όσο και των χρονικά μεταβαλλόμενων συσχετίσεων.

Μαθηματική Διατύπωση

Οι N χρονοσειρές γράφονται ως:

$$\mathbf{y}_t = \boldsymbol{\mu}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad (2.20)$$

με

$$\boldsymbol{\varepsilon}_t = \mathbf{H}_t^{1/2} \mathbf{z}_t, \quad \mathbf{z}_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{I}), \quad (2.21)$$

όπου ο πίνακας συνδιακύμανσης ορίζεται ως:

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{D}_t \mathbf{R}_t \mathbf{D}_t. \quad (2.22)$$

Ο διαγώνιος πίνακας των τυπικών αποκλίσεων δίνεται από:

$$\mathbf{D}_t = \text{diag}(\sqrt{h_{1t}}, \sqrt{h_{2t}}, \dots, \sqrt{h_{Nt}}). \quad (2.23)$$

Οι τυποποιημένες διαταραχές υπολογίζονται ως:

$$\eta_{it} = \frac{\varepsilon_{it}}{\sqrt{h_{it}}}. \quad (2.24)$$

Το υπόδειγμα DCC ορίζει τη δυναμική του πίνακα:

$$\mathbf{Q}_t = (1 - a - b) \bar{\mathbf{Q}} + a(\eta_{t-1} \eta'_{t-1}) + b \mathbf{Q}_{t-1}, \quad (2.25)$$

όπου $\bar{\mathbf{Q}}$ είναι ο μη δεσμευμένος πίνακας συσχετίσεων.

Ο πίνακας δυναμικών συσχετίσεων προκύπτει ως:

$$\mathbf{R}_t = \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2}, \dots, q_{NN,t}^{-1/2}) \mathbf{Q}_t \text{diag}(q_{11,t}^{-1/2}, \dots, q_{NN,t}^{-1/2}). \quad (2.26)$$

Πλεονεκτήματα

- Επιτρέπει δυναμική συσχέτιση που μεταβάλλεται στο χρόνο.
- Υπολογιστικά πιο ελαφρύ από το BEKK-GARCH.
- Διαχωρίζει το πρόβλημα σε δύο στάδια (διακύμανση-συσχέτιση).
- Ιδανικό για αγορές με μετατοπίσεις καθεστώτων και κρίσεις.

Μειονεκτήματα

- Χρησιμοποιεί τις ίδιες παραμέτρους a και b για όλες τις συσχετίσεις.
- Λιγότερο γενικό από BEKK.

Συνθήκη Στασιμότητας

Για το υπόδειγμα DCC(1,1), η συνθήκη στασιμότητας είναι:

$$a + b < 1. \quad (2.27)$$

Σε διαφορετική περίπτωση:

$$a + b \geq 1 \quad (\text{Μη στασιμότητα / εκρηκτικότητα}). \quad (2.28)$$

Κεφάλαιο 3

Σύγκριση Υποδειγμάτων Μεταβλητότητας

Η χρηματοοικονομική βιβλιογραφία έχει αναπτύξει πλήθος υποδειγμάτων για την αποτύπωση της χρονικά μεταβαλλόμενης διακύμανσης. Παρότι το κλασικό υπόδειγμα GARCH(1,1) αποτελεί τη βάση της ανάλυσης, η ύπαρξη ασυμμετριών και φαινομένων όπως το leverage effect οδήγησε στην ανάπτυξη επεκτάσεων όπως τα EGARCH, TGARCH και APARCH. Κάθε ένα από αυτά τα υποδείγματα επιχειρεί να βελτιώσει συγκεκριμένες αδυναμίες των προηγούμενων, ώστε να αποδώσει πιο ρεαλιστικά τη συμπεριφορά της υπό συνθήκη διακύμανσης στις χρηματοοικονομικές αποδόσεις.

3.1 Θεωρητική Ανάλυση των Υποδειγμάτων

Η οικογένεια των υποδειγμάτων ARCH/GARCH, που εισήγαγε ο Engle (1982) και επέκτεινε ο Bollerslev (1986), βασίζεται στην υπόθεση ότι η διακύμανση εξελίσσεται δυναμικά με βάση προηγούμενες τιμές της ίδιας και των τετραγώνων των σφαλμάτων. Ωστόσο, οι πραγματικές αγορές παρουσιάζουν χαρακτηριστικά που δεν μπορούν να περιγραφούν πλήρως από το βασικό GARCH, όπως:

- **Ασυμμετρία (asymmetry):** Οι αρνητικές ειδήσεις αυξάνουν τη μεταβλητότητα περισσότερο από τις θετικές, φαινόμενο γνωστό ως leverage effect.
- **Βαριές ουρές (fat tails):** Οι αποδόσεις εμφανίζουν κατανομές με υπερβάλλουσα κύρτωση σε σχέση με την κανονική, καθιστώντας τα συμμετρικά υποδείγματα ανεπαρκή.
- **Μη γραμμικότητα:** Οι σχέσεις μεταξύ παλαιότερων σφαλμάτων και διακύμανσης μπορεί να μην είναι γραμμικές, απαιτώντας πιο ευέλικτες μορφές υποδειγμάτων.

Πίνακας 3.1: Θεωρητική σύγκριση υποδειγμάτων μεταβλητότητας

Υπόδειγμα	Συμμετρία	Leverage Effect	Πολυπλοκότητα	Σχόλια
GARCH(1,1)	Ναι	Όχι	Χαμηλή	Καταγράφει το volatility clustering, αλλά δεν συλλαμβάνει ασυμμετρίες.
EGARCH(1,1)	Όχι	Ναι	Μέτρια	Εξασφαλίζει θετικότητα μέσω λογαρίθμου, επιτρέπει διαφορετικές αντιδράσεις θετικών/αρνητικών σηοσκς.
TGARCH(1,1)	Όχι	Ναι	Μέτρια	Απλή και κατανοητή μορφή αποτυπώνει την ασυμμετρία με διακριτό τρόπο.
APARCH(1,1)	Όχι	Ναι	Υψηλή	Γενικεύει τα GARCH/ARCH, εισάγοντας εκθέτη ισχύος και ασυμμετρία. Κατάλληλο για βαριές ουρές.

Η σύγκριση των υποδειγμάτων βασίζεται τόσο στη θεωρητική τους ευελιξία όσο και στην εμπειρική τους επίδοση. Τα πιο σύνθετα μοντέλα, όπως το APARCH, επιτυγχάνουν καλύτερη προσαρμογή, αλλά εις βάρος της απλότητας και της ερμηνευσιμότητας. Η επιλογή του καλύτερου υποδείγματος, επομένως, εξαρτάται από το σκοπό της ανάλυσης: αν προτεραιότητα είναι η πρόβλεψη, η ερμηνεία ή η σταθερότητα των παραμέτρων.

3.2 Κριτήρια Αξιολόγησης Υποδειγμάτων

Για την αξιολόγηση και τη σύγκριση της αποτελεσματικότητας των υποδειγμάτων μεταβλητότητας χρησιμοποιούνται συνδυαστικά στατιστικά, προβλεπτικά και διαγνωστικά κριτήρια.

Log-Likelihood

Η συνάρτηση λογαριθμικής πιθανοφάνειας (Log-Likelihood) μετρά πόσο καλά το υπόδειγμα προσαρμόζεται στα δεδομένα. Μεγαλύτερη τιμή δηλώνει καλύτερη προσαρμογή, όμως τα πιο πολύπλοκα υποδείγματα τείνουν να έχουν υψηλότερη Log-Likelihood απλώς λόγω περισσότερων παραμέτρων.

Akaike Information Criterion (AIC)

Το κριτήριο AIC εισάγει ποινή για τον αριθμό των παραμέτρων ώστε να αποφεύγεται η υπερπροσαρμογή. Ορίζεται ως:

$$AIC = -2 \times \text{Log-Likelihood} + 2k$$

όπου k είναι ο αριθμός των παραμέτρων. Χαμηλότερες τιμές AIC υποδεικνύουν καλύτερη ισορροπία μεταξύ προσαρμογής και απλότητας.

Bayesian Information Criterion (BIC)

Το κριτήριο BIC είναι πιο αυστηρό από το AIC και ορίζεται ως:

$$BIC = -2 \times \text{Log-Likelihood} + k \ln(n)$$

όπου n το πλήθος των παρατηρήσεων. Το BIC τείνει να επιλέγει πιο απλά υποδείγματα, αποφεύγοντας την υπερπαραμετροποίηση.

Root Mean Squared Error (RMSE)

Η ρίζα του μέσου τετραγωνικού σφάλματος (RMSE) αξιολογεί την ακρίβεια των προβλέψεων:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{y}_t - y_t)^2}$$

Όσο μικρότερη η τιμή του RMSE, τόσο πιο αποτελεσματικές είναι οι προβλέψεις του υποδείγματος.

Diebold–Mariano Test (DM test)

Το Diebold–Mariano test (1995) συγκρίνει την προβλεπτική ακρίβεια δύο υποδειγμάτων. Η μηδενική υπόθεση είναι ότι και τα δύο έχουν ίση προβλεπτική δύναμη. Αν η στατιστική του ελέγχου είναι σημαντική, απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση και καθορίζεται ποιο υπόδειγμα προβλέπει καλύτερα.

QLIKE Loss Function

Η QLIKE (Quasi-Likelihood Loss) είναι συνάρτηση απώλειας ειδικά σχεδιασμένη για συγκρίσεις μεταβλητότητας. Υπολογίζεται ως:

$$QLIKE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left(\frac{y_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} - \log \left(\frac{y_t^2}{\hat{\sigma}_t^2} \right) - 1 \right)$$

Μικρότερη τιμή QLIKE δείχνει υψηλότερη ακρίβεια στην εκτίμηση της υπό συνθήκη διακύμανσης.

3.3 Πλεονεκτήματα και Μειονεκτήματα των Υποδειγμάτων

- **GARCH(1,1):** Απλό και σταθερό, ιδανικό για βασικές εκτιμήσεις. Μειονέκτημα: αγνοεί ασυμμετρίες και leverage effect.
- **EGARCH(1,1):** Αντιμετωπίζει την ασυμμετρία, επιτρέπει διαφορετικές αντιδράσεις θετικών και αρνητικών shocks. Μειονέκτημα: η ερμηνεία των παραμέτρων είναι λιγότερο άμεση.
- **TGARCH(1,1):** Πιο διαισθητικό στην αποτύπωση ασυμμετρίας, αλλά μπορεί να υποεκτιμήσει τη μακροχρόνια μεταβλητότητα.
- **APARCH(1,1):** Ευέλικτο και ισχυρό, αποτυπώνει βαριές ουρές και μη γραμμικές επιδράσεις. Μειονέκτημα: μεγαλύτερη υπολογιστική πολυπλοκότητα.

3.4 Συνολική Θεωρητική Αποτίμηση

Συνοψίζοντας, τα υποδείγματα μεταβλητότητας διαφοροποιούνται ως προς:

- την ικανότητά τους να περιγράφουν ασυμμετρίες και φαινόμενα κρίσεων,
- την πολυπλοκότητα των παραμέτρων,
- και τη σταθερότητα των εκτιμήσεων διακύμανσης στο χρόνο.

Η θεωρητική ανάλυση υποδεικνύει ότι ενώ το GARCH(1,1) παραμένει ένα αποτελεσματικό και στιβαρό σημείο εκκίνησης, τα ασύμμετρα υποδείγματα (EGARCH, TGARCH, APARCH) είναι πιο κατάλληλα για δεδομένα όπως του πετρελαίου, όπου οι διακυμάνσεις επηρεάζονται έντονα από αρνητικά shocks και γεωπολιτικές αναταράξεις. Στην πράξη, η επιλογή του υποδείγματος με τα καλύτερα κριτήρια AIC/BIC και τη μικρότερη απώλεια RMSE/QLIKE αποτελεί τη βέλτιστη στρατηγική.

Η εμπειρική εφαρμογή που ακολουθεί στο επόμενο κεφάλαιο εξετάζει τα παραπάνω υποδείγματα στην πράξη, αξιολογώντας ποιο περιγράφει αποτελεσματικότερα τη μεταβλητότητα των ημερήσιων αποδόσεων του αργού πετρελαίου.

Κεφάλαιο 4

Εμπειρική Ανάλυση και Αποτελέσματα

4.1 Περιγραφικά Στατιστικά των Αποδόσεων

Στην αρχή εξετάζουμε τα βασικά περιγραφικά μέτρα των ημερήσιων αποδόσεων.

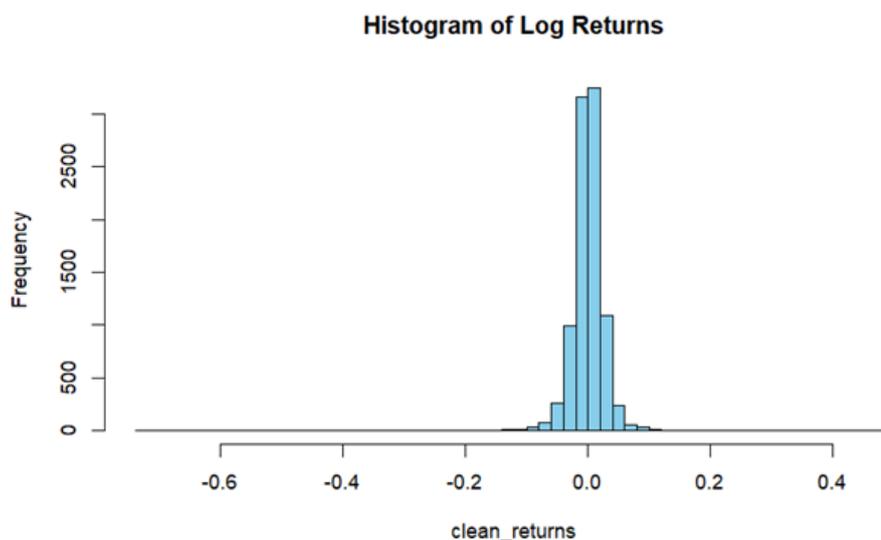
Πίνακας 4.1: Περιγραφικά μέτρα των αποδόσεων

	Min	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max	Skewness	Kurtosis
Τιμές	-0.7203	-0.0119	0.0004	0.0001	0.0128	0.4963	-1.6366	84.9209

Ερμηνεία: Η μέση τιμή είναι σχεδόν μηδενική, όπως αναμένεται για ημερήσιες αποδόσεις. Οι ακραίες τιμές (min = -0.72, max = 0.49) δείχνουν βαριές ουρές.

Το **Skewness** = -1.64 υποδεικνύει ασυμμετρία προς τα αριστερά, ενώ το **Kurtosis** = 84.9 δείχνει έντονη κύρτωση (leptokurtic).

4.2 Έλεγχος Κατανομής Αποδόσεων



Σχήμα 4.1: Ιστόγραμμα λογαριθμικών αποδόσεων.

Ερμηνεία: Το ιστόγραμμα παρουσιάζει έντονες ουρές σε σχέση με την κανονική κατανομή, γεγονός που σημαίνει ότι ακραίες μεταβολές συμβαίνουν συχνότερα από το αναμενόμενο. Αυτό δικαιολογεί τη χρήση κατανομών με βαριές ουρές, όπως η Student-t.

4.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι

- Ο έλεγχος Jarque–Bera απορρίπτει πλήρως την κανονικότητα ($p\text{-value} < 0.001$).
- Ο έλεγχος ARCH LM test δείχνει σημαντική ετεροσκεδαστικότητα ($p\text{-value} < 0.001$).

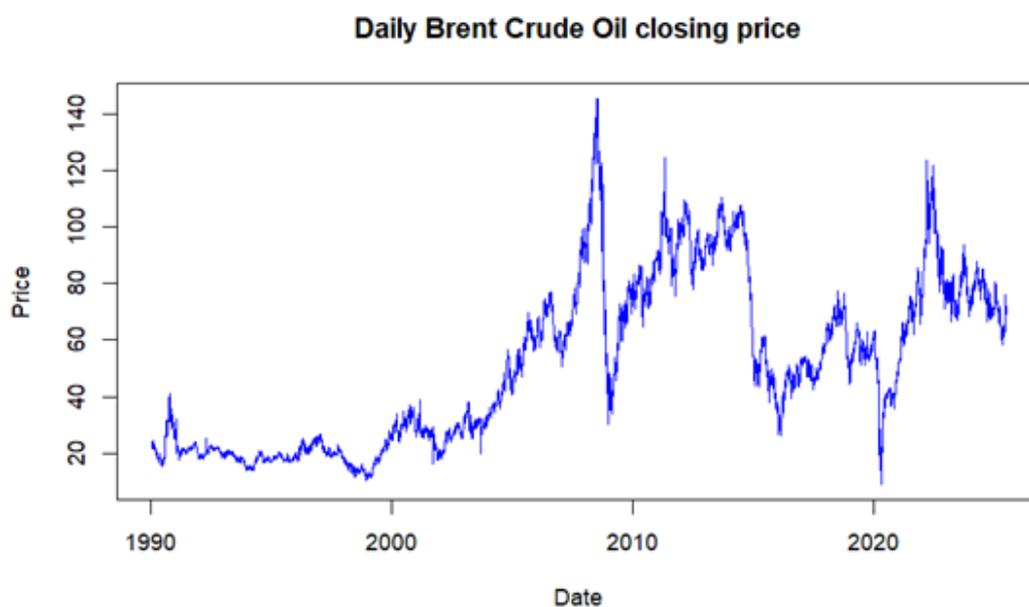
Συμπέρασμα: Οι αποδόσεις δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, παρουσιάζουν βαριές ουρές και έντονη ετεροσκεδαστικότητα. Αυτό επιβεβαιώνει την καταλληλότητα χρήσης υποδειγμάτων GARCH για την ανάλυση της μεταβλητότητας.

Το ARCH LM test είναι επίσης σημαντικό ($p\text{-value} < 0.001$), επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη ετεροσκεδαστικότητας και δικαιολογώντας την εφαρμογή υποδειγμάτων GARCH.

4.4 Εξερεύνηση Δεδομένων

Πριν περάσουμε στην εκτίμηση των υποδειγμάτων μεταβλητότητας, παρουσιάζουμε την περιγραφική ανάλυση των δεδομένων. Το δείγμα αποτελείται από ημερήσιες τιμές κλεισίματος του πετρελαίου Brent για την περίοδο 1990–2023.

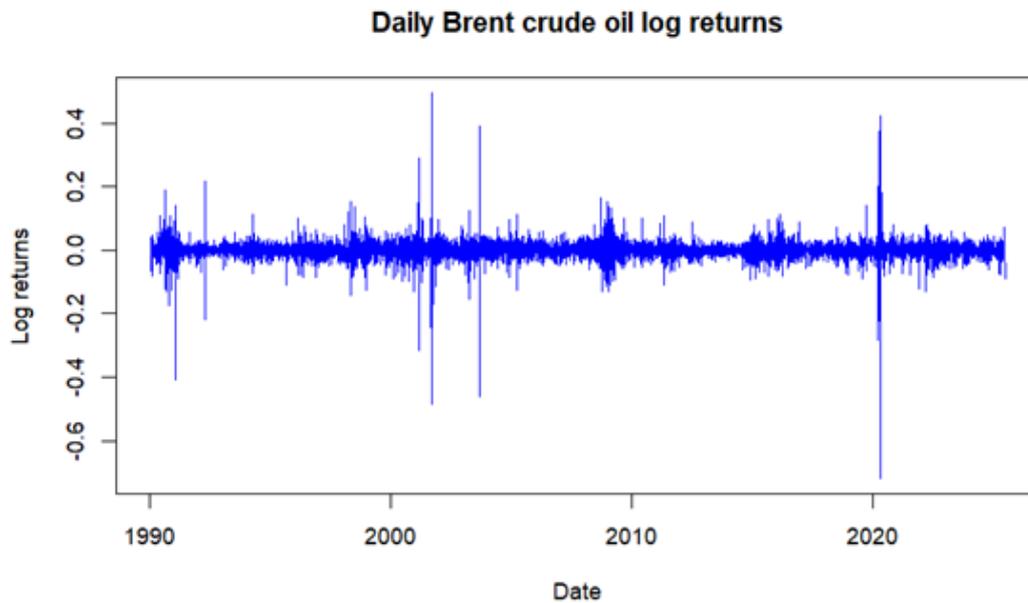
4.4.1 Τιμές Κλεισίματος



Σχήμα 4.2: Ημερήσια τιμή κλεισίματος του Brent Crude Oil (1990–2023).

Ερμηνεία: Παρατηρείται σαφής μακροχρόνια τάση ανόδου με έντονες διακυμάνσεις. Ιδιαίτερη αύξηση τιμών σημειώνεται την περίοδο 2003–2008, με κορύφωση το 2008, ενώ το 2020 παρατηρείται απότομη πτώση λόγω της πανδημίας COVID-19 και των αρνητικών τιμών στα συμβόλαια μελλοντικής εκπλήρωσης.

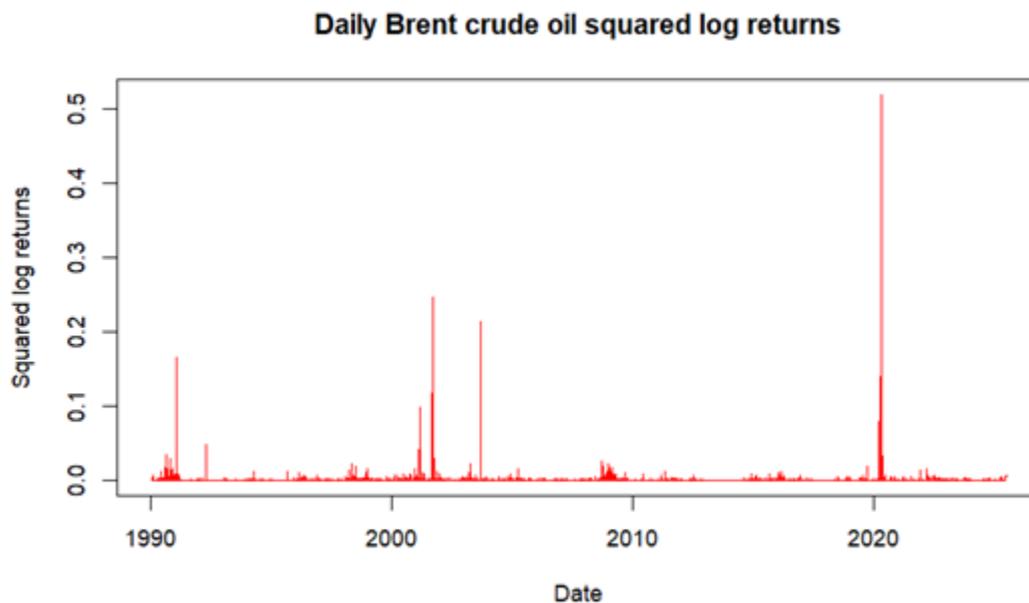
4.4.2 Λογαριθμικές Αποδόσεις



Σχήμα 4.3: Ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις του Brent Crude Oil.

Ερμηνεία: Οι αποδόσεις έχουν μέσο όρο κοντά στο μηδέν, αλλά εμφανίζουν αιχμές (spikes) σε συγκεκριμένες περιόδους, που συνδέονται με κρίσεις. Η συμπεριφορά αυτή δείχνει ότι οι αποδόσεις δεν είναι κανονικά κατανομημένες και υποδεικνύει την ύπαρξη volatility clustering, δηλαδή περιόδων με διαδοχικά υψηλή ή χαμηλή μεταβλητότητα.

4.4.3 Τετραγωνικές Αποδόσεις

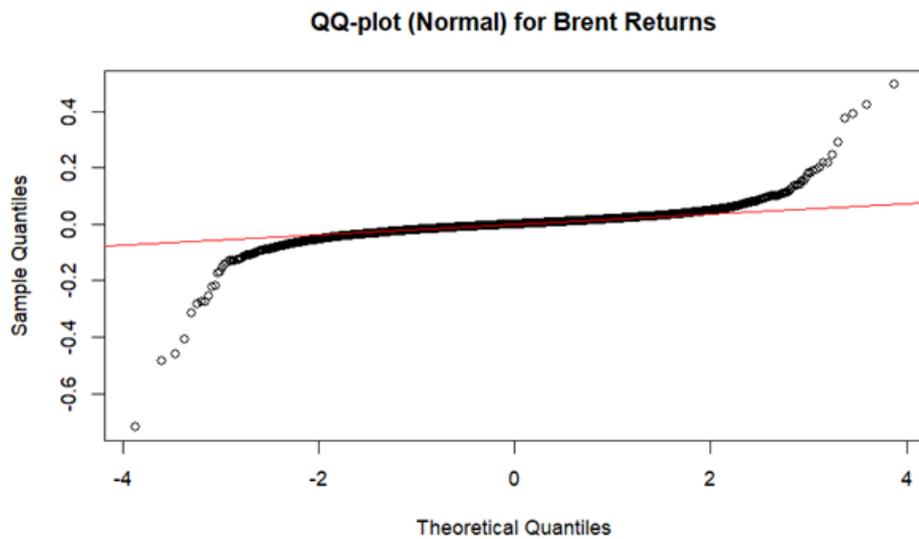


Σχήμα 4.4: Τετραγωνικές λογαριθμικές αποδόσεις του Brent Crude Oil.

Ερμηνεία: Το διάγραμμα ενισχύει την ένδειξη για volatility clustering. Οι έντονες κορυφώσεις αντιστοιχούν σε γεγονότα όπως:

- Ο Πόλεμος στον Κόλπο (1990–1991)
- Η παγκόσμια χρηματοπιστωτική κρίση (2008)
- Η πανδημία COVID-19 (2020)

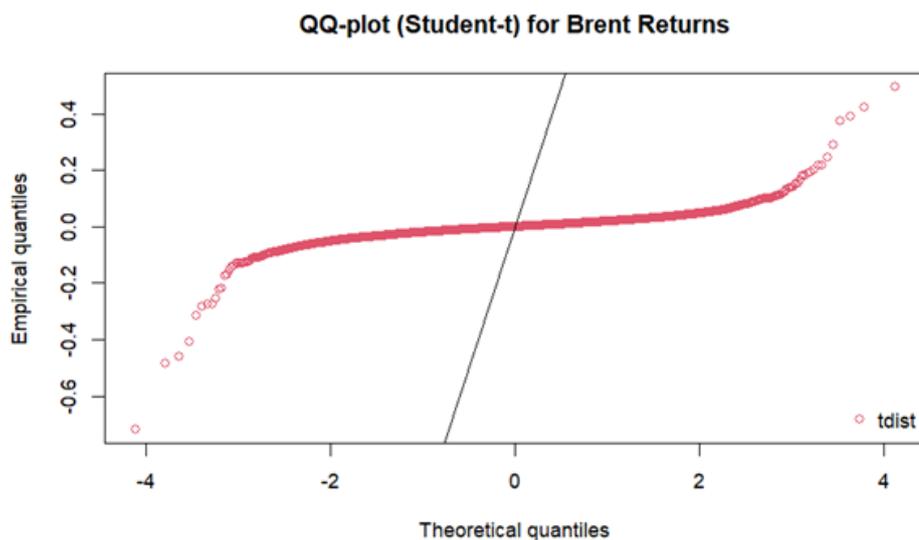
4.4.4 QQ-plot ως προς Κανονική Κατανομή



Σχήμα 4.5: QQ-plot σε σύγκριση με κανονική κατανομή.

Ερμηνεία: Παρατηρείται σημαντική απόκλιση στις άκρες (ουρές), που σημαίνει ότι η κανονική κατανομή υποτιμά την πιθανότητα ακραίων γεγονότων.

4.4.5 QQ-plot ως προς Student-t Κατανομή



Σχήμα 4.6: QQ-plot σε σύγκριση με Student-t κατανομή.

Ερμηνεία: Η Student-t προσεγγίζει καλύτερα τα δεδομένα, ιδίως στις ουρές. Αυτό επιβεβαιώνει ότι τα υποδείγματα GARCH με κατανομή Student-t είναι πιο κατάλληλα.

4.5 Αποτελέσματα Εκτίμησης Υποδειγμάτων

4.5.1 Επιλογή Βέλτιστου Υποδείγματος

Για την εκτίμηση της υπό συνθήκη διακύμανσης εξετάστηκαν τα υποδείγματα GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και APARCH(1,1), χρησιμοποιώντας κατανομή Student-t. Η επιλογή του καταλληλότερου υποδείγματος βασίστηκε στα κριτήρια Log-Likelihood, AIC, BIC, καθώς και στους διαγνωστικούς ελέγχους των υπολοίπων.

Ο Πίνακας 4.2 συνοψίζει τις τιμές αξιολόγησης:

Πίνακας 4.2: Σύγκριση υποδειγμάτων μεταβλητότητας (Student-t)

Υπόδειγμα	Log-Likelihood	AIC	BIC
GARCH(1,1)	21516.99	-4.6505	-4.6474
EGARCH(1,1)	22435.05	-4.8485	-4.8439
TGARCH(1,1)	22441.32	-4.8498	-4.8452
APARCH(1,1)	22442.84	-4.8499	-4.8445

Συμπέρασμα επιλογής: Το υπόδειγμα **APARCH(1,1)** παρουσιάζει:

- τη μέγιστη λογαριθμική πιθανοφάνεια,
- τις χαμηλότερες τιμές AIC και BIC,
- στατιστικά σημαντικούς συντελεστές,
- και καλύτερη προσαρμογή στις βαριές ουρές.

Για τον λόγο αυτό, μόνο το (1,1) παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια.

4.5.2 Εκτιμημένο Υπόδειγμα APARCH(1,1)

Πίνακας 4.3: Αποτελέσματα εκτίμησης APARCH(1,1)

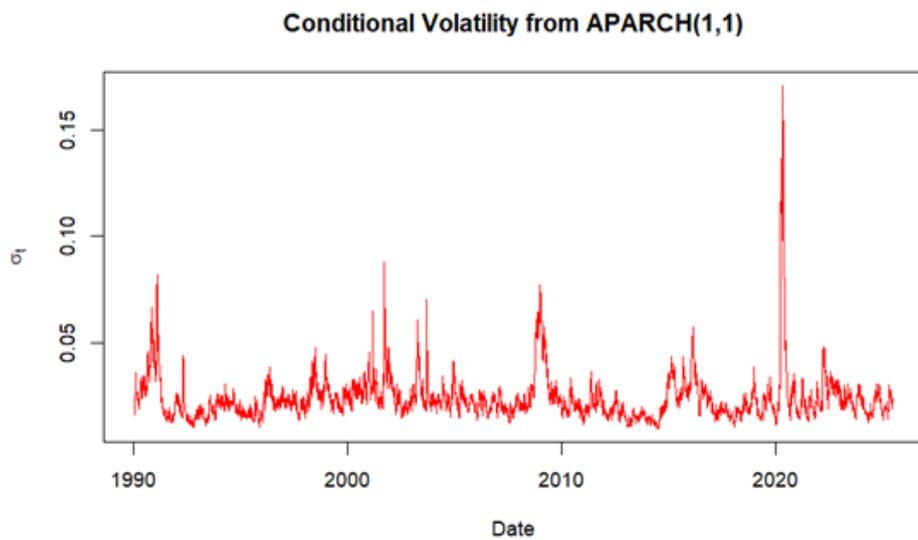
Παράμετρος	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
μ	0.000474	0.000185	2.566	0.0102
ω	0.000616	0.000161	3.817	0.0001
a_1	0.078646	0.003037	25.893	0.0000
b_1	0.927273	0.004362	212.58	0.0000
η_{11}	0.330927	0.047750	6.931	0.0000
λ	0.857392	0.035611	24.077	0.0000

Ερμηνεία:

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η ερμηνεία των εκτιμημένων παραμέτρων του υποδείγματος APARCH(1,1):

- **Μέσος όρος μ mean:** Η παράμετρος $\mu = 0.000474$ εκφράζει τη μέση απόδοση της χρονοσειράς. Αν και μικρή, είναι στατιστικά σημαντική, όπως συνηθίζεται στις χρηματοοικονομικές αποδόσεις.
- **Σταθερός όρος ω variance constant:** Η παράμετρος $\omega = 0.000616$ αντιπροσωπεύει το σταθερό τμήμα της υπό συνθήκη διακύμανσης. Η σχετικά μικρή τιμή δείχνει ότι το επίπεδο μεταβλητότητας καθορίζεται κυρίως από τους δυναμικούς όρους του μοντέλου.
- **ARCH παράμετρος a_1 ARCH effect:** Ο συντελεστής $a_1 = 0.078646$ μετρά την άμεση επίδραση των πρόσφατων σοκ στη μεταβλητότητα. Η θετική και στατιστικά σημαντική τιμή του δείχνει ότι τα νέα απρόβλεπτα σοκ αυξάνουν τη διακύμανση.
- **GARCH παράμετρος b_1 GARCH effect:** Η παράμετρος $b_1 = 0.927273$ εκφράζει τον βαθμό επίμονης μεταβλητότητας. Η υψηλή τιμή της δηλώνει ότι η μεταβλητότητα μειώνεται αργά μετά από ένα σοκ. Το άθροισμα $a_1 + b_1 = 1.0059$ υποδηλώνει εξαιρετικά υψηλή εμμένουσα συμπεριφορά.
- **Παράμετρος ασυμμετρίας η_{11} leverage effect:** Η παράμετρος $\eta_{11} = 0.330927$ είναι θετική και στατιστικά σημαντική. Αυτό δείχνει ότι τα αρνητικά σοκ αυξάνουν τη μεταβλητότητα εντονότερα από τα θετικά σοκ ίδιου μεγέθους. Το εύρημα συμφωνεί με το φαινόμενο leverage effect.
- **Δείκτης ισχύος λ power parameter:** Η παράμετρος $\lambda = 0.857392$ επιτρέπει στη μεταβλητότητα να ακολουθεί μη γραμμική μορφή. Η απόκλιση της τιμής από το 2 (τυπική τιμή στο GARCH) δείχνει ότι το υπόδειγμα APARCH αποτυπώνει καλύτερα φαινόμενα όπως βαριές ουρές και μη γραμμικότητες.

Συνολικά, το υπόδειγμα APARCH(1,1) περιγράφει ικανοποιητικά τη δυναμική της μεταβλητότητας, καθώς ενσωματώνει υψηλή εμμένουσα μεταβλητότητα, ασυμμετρία και μη γραμμικές ιδιότητες, στοιχεία που είναι ιδιαίτερα συχνά στις χρηματοοικονομικές χρονοσειρές.



Σχήμα 4.7: Εκτιμημένη υπό συνθήκη διακύμανση από το υπόδειγμα APARCH(1,1).

Σχολιασμός:

Το APARCH καταγράφει:

- έντονη κορύφωση το 2008 (χρηματοπιστωτική κρίση),
- απότομη αύξηση το 2020 (πανδημία COVID-19),
- υψηλή μεταβλητότητα το 2022 (ενεργειακή κρίση / Ουκρανία).

Η δυναμική ταιριάζει με τη βιβλιογραφία και αποτυπώνει σωστά την ασυμμετρία και τις βαριές ουρές.

Κεφάλαιο 5

Εμπειρική Ανάλυση και Αποτελέσματα: Χρυσός

5.1 Περιγραφικά Στατιστικά των Αποδόσεων

Στην αρχή εξετάζουμε τα βασικά περιγραφικά μέτρα των ημερήσιων αποδόσεων του χρυσού (GOLD).

Πίνακας 5.1: Περιγραφικά μέτρα των αποδόσεων του GOLD

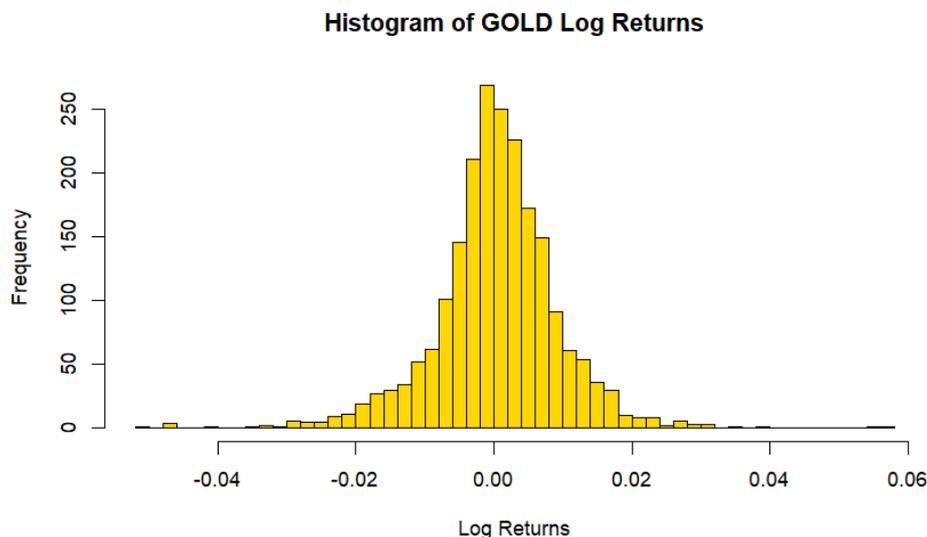
	Min	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max	Skewness	Kurtosis
GOLD	-0.0511	-0.0039	0.0004	0.0003	0.0052	0.0578	-0.2997	7.1860

Ερμηνεία: Η μέση τιμή των ημερήσιων αποδόσεων του χρυσού είναι σχεδόν μηδενική, γεγονός που είναι σύμφωνο με τη συμπεριφορά των χρηματοοικονομικών αποδόσεων υψηλής συχνότητας. Οι ακραίες τιμές (min = -0.0511, max = 0.0578) υποδηλώνουν την ύπαρξη βαριών ουρών στην κατανομή των αποδόσεων.

Ο συντελεστής **Skewness** = -0.30 δείχνει ελαφρά ασυμμετρία προς τα αριστερά, ενώ η τιμή της **Kurtosis** = 7.19 είναι σημαντικά υψηλότερη από αυτήν της κανονικής κατανομής, υποδεικνύοντας έντονη κύρτωση (leptokurtic κατανομή).

5.2 Έλεγχος Κατανομής Αποδόσεων

5.2.1 Ιστόγραμμα Αποδόσεων



Σχήμα 5.1: Ιστόγραμμα λογαριθμικών αποδόσεων του χρυσού (GOLD).

Ερμηνεία: Το ιστόγραμμα των λογαριθμικών αποδόσεων παρουσιάζει εμφανείς βαριές ουρές σε σύγκριση με την κανονική κατανομή. Αυτό υποδηλώνει ότι ακραίες μεταβολές στις αποδόσεις του χρυσού συμβαίνουν συχνότερα από ό,τι προβλέπει η κανονική κατανομή και δικαιολογεί τη χρήση κατανομών με βαριές ουρές, όπως η Student-t.

5.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι

- Ο έλεγχος Jarque–Bera απορρίπτει πλήρως την υπόθεση της κανονικής κατανομής για τις αποδόσεις του χρυσού ($p\text{-value} < 0.001$).
- Ο έλεγχος ARCH LM test δείχνει στατιστικά σημαντική ετεροσκεδαστικότητα ($p\text{-value} < 0.001$).

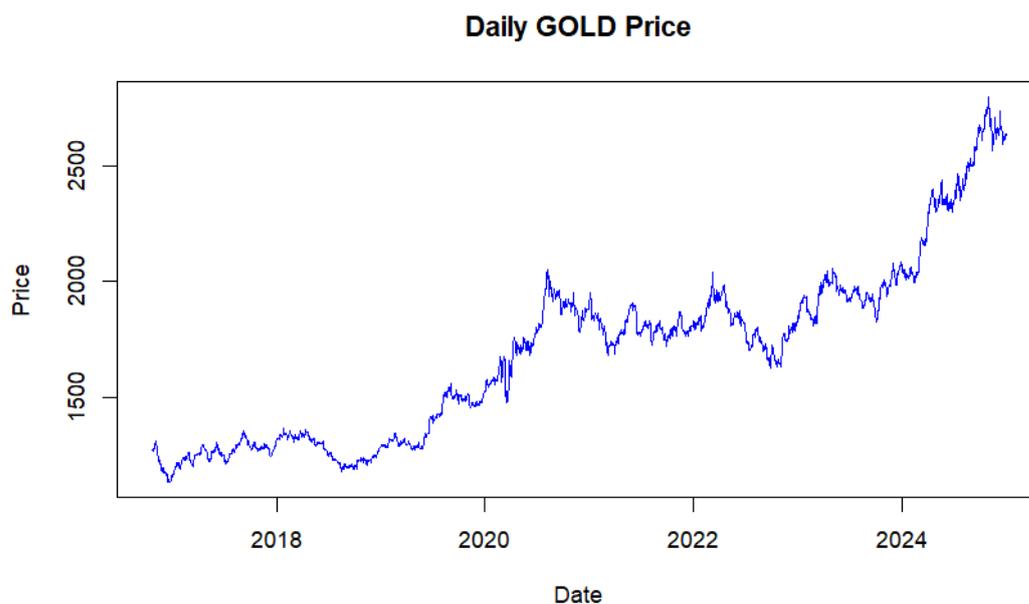
Συμπέρασμα: Οι ημερήσιες αποδόσεις του χρυσού δεν ακολουθούν κανονική κατανομή και παρουσιάζουν βαριές ουρές, καθώς και έντονη ετεροσκεδαστικότητα. Τα αποτελέσματα αυτά επιβεβαιώνουν την καταλληλότητα χρήσης υποδειγμάτων GARCH για την ανάλυση της μεταβλητότητας.

Ο έλεγχος ARCH LM test είναι επίσης στατιστικά σημαντικός ($p\text{-value} < 0.001$), επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη μεταβαλλόμενης υπό συνθήκη διακύμανσης και δικαιολογώντας την εφαρμογή υποδειγμάτων GARCH.

5.4 Εξερεύνηση Δεδομένων

Πριν την εκτίμηση των υποδειγμάτων μεταβλητότητας, παρουσιάζεται η περιγραφική ανάλυση των δεδομένων. Το δείγμα αποτελείται από ημερήσιες τιμές κλεισίματος του χρυσού (GOLD) για την εξεταζόμενη χρονική περίοδο.

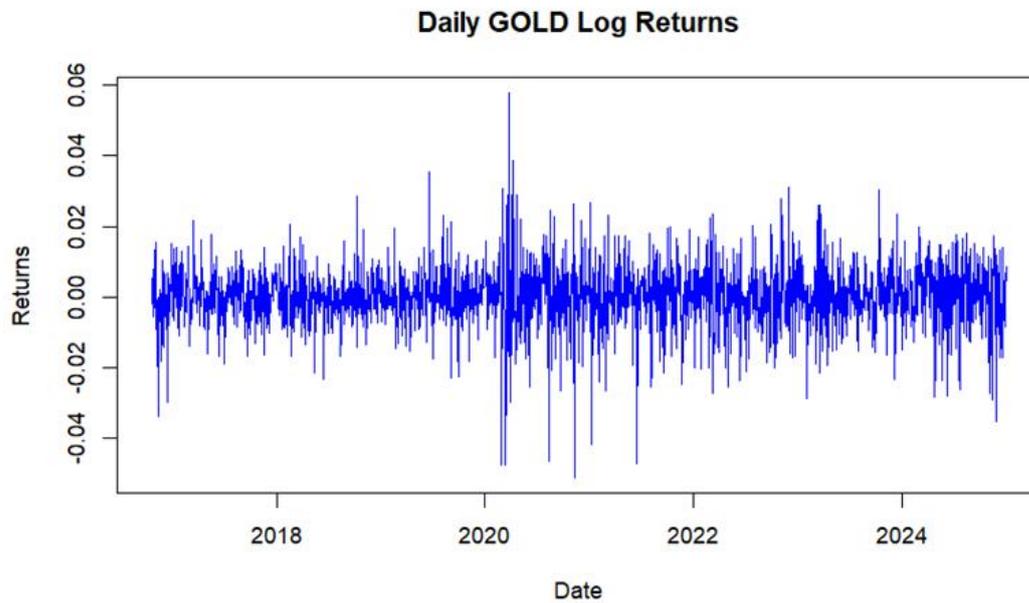
5.4.1 Τιμές Κλεισίματος



Σχήμα 5.2: Ημερήσια τιμή κλεισίματος του χρυσού (GOLD).

Ερμηνεία: Οι τιμές του χρυσού παρουσιάζουν μακροχρόνια ανοδική τάση με έντονες διακυμάνσεις κατά διαστήματα. Περίοδοι αυξημένης μεταβλητότητας παρατηρούνται σε επεισόδια αυξημένης αβεβαιότητας στις διεθνείς αγορές, όπως κατά τη διάρκεια της παγκόσμιας χρηματοπιστωτικής κρίσης και της πανδημίας COVID-19.

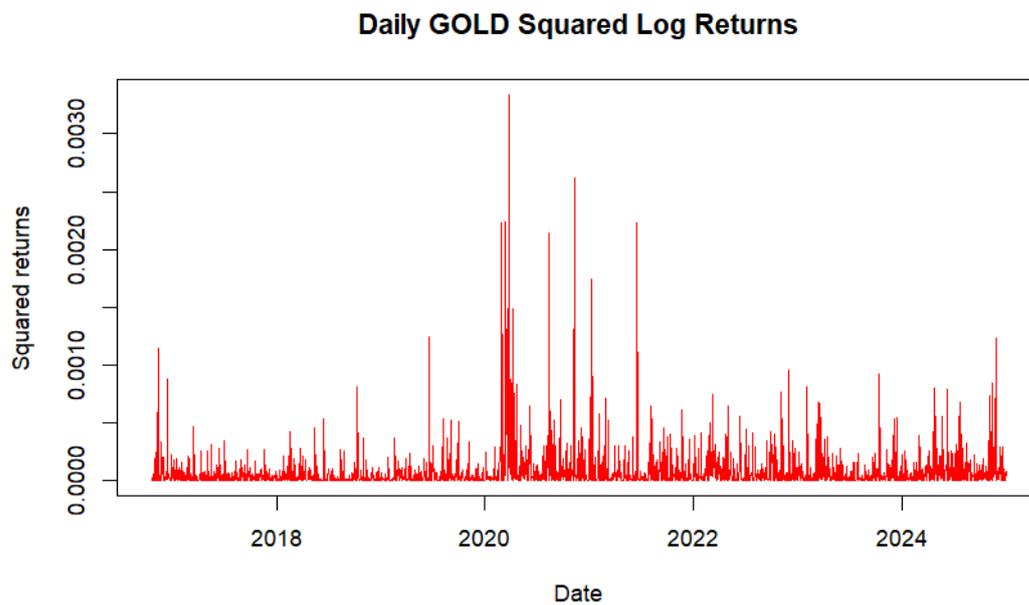
5.4.2 Λογαριθμικές Αποδόσεις



Σχήμα 5.3: Ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις του χρυσού (GOLD).

Ερμηνεία: Οι λογαριθμικές αποδόσεις του χρυσού έχουν μέσο όρο κοντά στο μηδέν, αλλά εμφανίζουν έντονες αιχμές σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, οι οποίες συνδέονται με επεισόδια αυξημένης αβεβαιότητας. Η συμπεριφορά αυτή υποδεικνύει ότι οι αποδόσεις δεν είναι κανονικά κατανομημένες και καταδεικνύει την ύπαρξη volatility clustering, δηλαδή περιόδων με διαδοχικά υψηλή ή χαμηλή μεταβλητότητα.

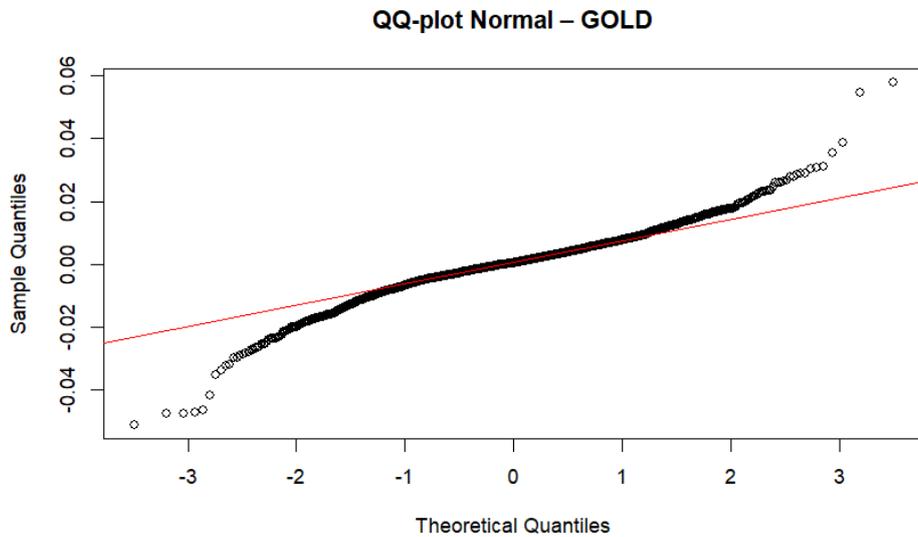
5.4.3 Τετραγωνικές Αποδόσεις



Σχήμα 5.4: Τετραγωνικές λογαριθμικές αποδόσεις του χρυσού (GOLD).

Ερμηνεία: Το διάγραμμα των τετραγωνικών αποδόσεων ενισχύει την ένδειξη ύπαρξης volatility clustering. Παρατηρούνται έντονες κορυφώσεις σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους, οι οποίες αντιστοιχούν σε επεισόδια αυξημένης αβεβαιότητας στις διεθνείς αγορές.

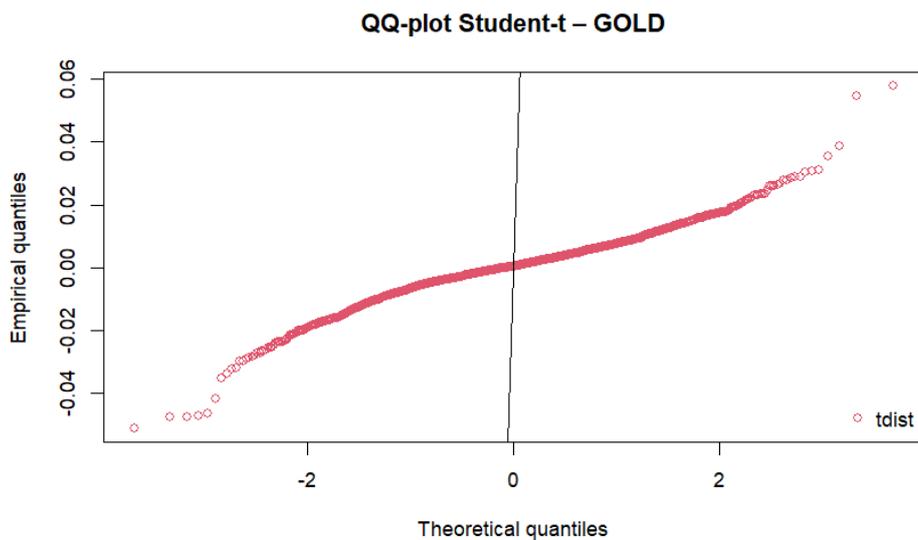
5.4.4 QQ-plot ως προς Κανονική Κατανομή



Σχήμα 5.5: QQ-plot των αποδόσεων του χρυσού σε σύγκριση με κανονική κατανομή.

Ερμηνεία: Το QQ-plot σε σύγκριση με την κανονική κατανομή δείχνει σημαντικές αποκλίσεις στις άκρες της κατανομής, γεγονός που υποδηλώνει ότι η κανονική κατανομή υποτιμά την πιθανότητα εμφάνισης ακραίων γεγονότων στις αποδόσεις του χρυσού.

5.4.5 QQ-plot ως προς Student-t Κατανομή



Σχήμα 5.6: QQ-plot των αποδόσεων του χρυσού σε σύγκριση με Student-t κατανομή.

Ερμηνεία: Η Student-t κατανομή προσεγγίζει καλύτερα τα δεδομένα, ιδίως στις ουρές της κατανομής. Το αποτέλεσμα αυτό επιβεβαιώνει ότι τα υποδείγματα GARCH με κατανομή Student-t είναι πιο κατάλληλα για την περιγραφή της κατανομής των αποδόσεων του χρυσού.

5.5 Αποτελέσματα Εκτίμησης Υποδειγμάτων

5.5.1 Επιλογή Βέλτιστου Υποδείγματος

Για τη μοντελοποίηση της υπό συνθήκη διακύμανσης των αποδόσεων του χρυσού εξετάστηκαν τα υποδείγματα GARCH(1,1), EGARCH(1,1), TGARCH(1,1) και APARCH(1,1), με υπόθεση κατανομής Student-t. Η επιλογή του καταλληλότερου υποδείγματος βασίστηκε στις τιμές της λογαριθμικής πιθανοφάνειας (Log-Likelihood), καθώς και στα κριτήρια πληροφορίας AIC και BIC, σε συνδυασμό με τους διαγνωστικούς ελέγχους των υπολοίπων.

Ο Πίνακας 5.2 παρουσιάζει τη σύγκριση των εξεταζόμενων υποδειγμάτων:

Πίνακας 5.2: Σύγκριση υποδειγμάτων μεταβλητότητας για το GOLD (Student-t)

Υπόδειγμα	Log-Likelihood	AIC	BIC
GARCH(1,1)	7133.25	-6.7534	-6.7400
EGARCH(1,1)	7137.93	-6.7569	-6.7408
TGARCH(1,1)	7136.89	-6.7559	-6.7399
APARCH(1,1)	7133.60	-6.7519	-6.7331

Συμπέρασμα επιλογής: Το υπόδειγμα **EGARCH(1,1)** εμφανίζει:

- τη μεγαλύτερη λογαριθμική πιθανοφάνεια,
- τη χαμηλότερη τιμή AIC,
- ικανοποιητική προσαρμογή σύμφωνα με τους διαγνωστικούς ελέγχους,
- και τη δυνατότητα αποτύπωσης ασύμμετρων επιδράσεων στη μεταβλητότητα.

Για τον λόγο αυτό, το υπόδειγμα EGARCH(1,1) παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια.

5.5.2 Εκτιμημένο Υπόδειγμα EGARCH(1,1)

Πίνακας 5.3: Αποτελέσματα εκτίμησης EGARCH(1,1) για το GOLD

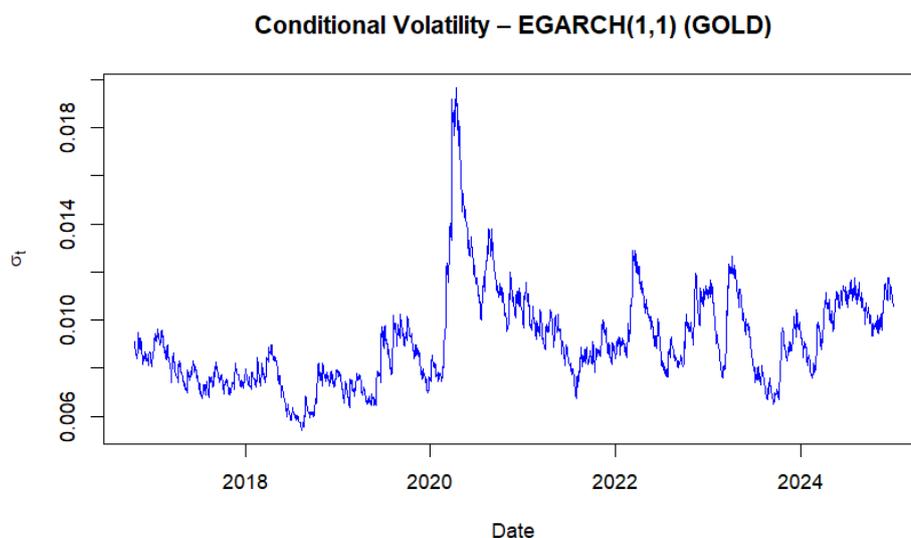
Παράμετρος	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
μ	0.000505	0.000155	3.264	0.0011
ω	-0.105171	0.001877	-56.017	0.0000
α_1	0.035713	0.011772	3.034	0.0024
β_1	0.988721	0.000032	30515.12	0.0000
γ_1	0.078079	0.001569	49.757	0.0000

Ερμηνεία:

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η ερμηνεία των εκτιμημένων παραμέτρων του υποδείγματος EGARCH(1,1):

- **Μέσος όρος μ mean:** Η παράμετρος μ είναι θετική και στατιστικά σημαντική, γεγονός που υποδηλώνει μικρή αλλά μη μηδενική μέση ημερήσια απόδοση.
- **Σταθερός όρος ω variance constant:** Η αρνητική τιμή της παραμέτρου ω είναι αναμενόμενη στο πλαίσιο του EGARCH και εξασφαλίζει τη θετικότητα της υπό συνθήκη διακύμανσης μέσω της λογαριθμικής μορφής του μοντέλου.
- **Παράμετρος a_1 ARCH effect:** Ο συντελεστής a_1 αποτυπώνει την άμεση επίδραση των νέων σοκ στη μεταβλητότητα και είναι στατιστικά σημαντικός.
- **Παράμετρος b_1 volatility persistence:** Η παράμετρος b_1 λαμβάνει τιμή πολύ κοντά στη μονάδα, γεγονός που υποδηλώνει εξαιρετικά υψηλή εμμένουσα μεταβλητότητα στις αποδόσεις του χρυσού.
- **Παράμετρος ασυμμετρίας γ_1 leverage effect:** Η παράμετρος γ_1 είναι θετική και στατιστικά σημαντική, δείχνοντας ότι αρνητικές διαταραχές επηρεάζουν τη μεταβλητότητα διαφορετικά από θετικές διαταραχές ίδιου μεγέθους, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη ασυμμετρίας.

Συνολικά, το υπόδειγμα EGARCH(1,1) αποτυπώνει ικανοποιητικά τη δυναμική της μεταβλητότητας των αποδόσεων του χρυσού, ενσωματώνοντας υψηλή εμμένουσα μεταβλητότητα και ασύμμετρη αντίδραση στα σοκ.



Σχήμα 5.7: Εκτιμημένη υπό συνθήκη μεταβλητότητα από το υπόδειγμα EGARCH(1,1) για το GOLD.

Σχολιασμός:

Η εκτιμημένη υπό συνθήκη μεταβλητότητα που προκύπτει από το υπόδειγμα EGARCH(1,1) για τον χρυσό (GOLD) παρουσιάζει:

- έντονη και απότομη κορύφωση κατά την περίοδο της πανδημίας COVID-19 το 2020, γεγονός που αντανακλά τη σημαντική αύξηση της αβεβαιότητας και τη στροφή των επενδυτών προς τον χρυσό ως περιουσιακό στοιχείο αντιστάθμισης κινδύνου,
- παρατεταμένα αυξημένα επίπεδα μεταβλητότητας κατά την περίοδο 2021–2022, τα οποία συνδέονται με τη γεωπολιτική αβεβαιότητα, την ενεργειακή κρίση και τις πληθωριστικές πιέσεις,
- ηπιότερες αλλά επαναλαμβανόμενες διακυμάνσεις της μεταβλητότητας μετά το 2023, υποδηλώνοντας διαρκή αβεβαιότητα στις διεθνείς αγορές.

Η παρατηρούμενη αυτή συμπεριφορά είναι συνεπής με τη διεθνή βιβλιογραφία για τη δυναμική του χρυσού, ο οποίος συχνά λειτουργεί ως safe haven σε περιόδους κρίσεων. Παράλληλα, επιβεβαιώνει την καταλληλότητα του υποδείγματος EGARCH για την αποτύπωση ασυμμετριών στη μεταβλητότητα και της ενισχυμένης επίδρασης αρνητικών σοκ.

Κεφάλαιο 6

Εμπειρική Ανάλυση και Αποτελέσματα: Δείκτης S&P 500

6.1 Περιγραφικά Στατιστικά των Αποδόσεων

Στην παρούσα ενότητα εξετάζονται τα βασικά περιγραφικά μέτρα των ημερήσιων λογαριθμικών αποδόσεων του δείκτη S&P500.

Πίνακας 6.1: Περιγραφικά μέτρα των αποδόσεων του Σ&Π500

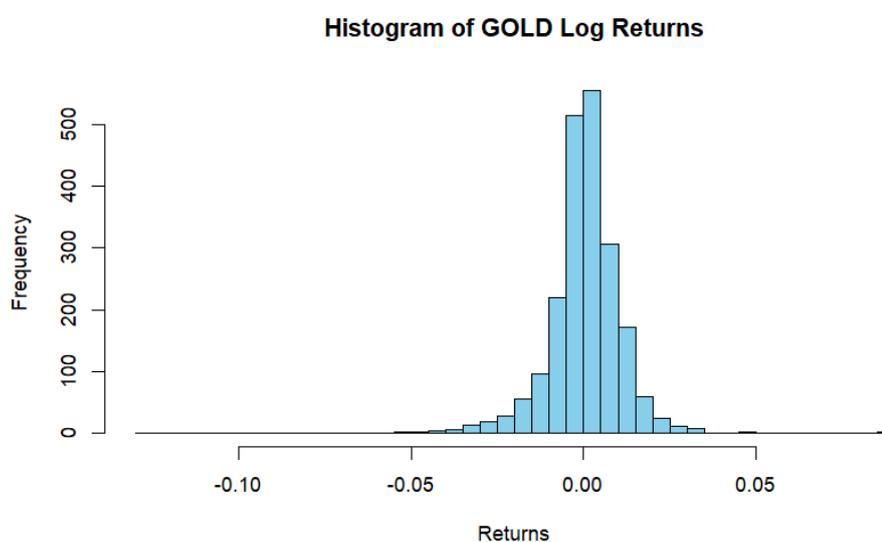
	Min	1st Qu.	Median	Mean	3rd Qu.	Max	Skewness	Kurtosis
S&P500	-0.1277	-0.0037	0.0007	0.0005	0.0059	0.0897	-0.8659	19.7507

Ερμηνεία: Η μέση ημερήσια απόδοση του δείκτη S&P500 είναι θετική αλλά πολύ μικρή, γεγονός σύμφωνο με τη φύση των χρηματοοικονομικών αποδόσεων. Οι ακραίες τιμές (min = -0.1277, max = 0.0897) υποδηλώνουν την ύπαρξη έντονων ακραίων διακυμάνσεων.

Ο συντελεστής **Skewness** = -0.87 υποδεικνύει έντονη αρνητική ασυμμετρία, ενώ η **Kurtosis** = 19.75 είναι εξαιρετικά υψηλή, υποδηλώνοντας κατανομή με πολύ βαριές ουρές (highly leptokurtic).

6.2 Έλεγχος Κατανομής Αποδόσεων

6.2.1 Ιστόγραμμα Αποδόσεων



Σχήμα 6.1: Ιστόγραμμα λογαριθμικών αποδόσεων του δείκτη S&P500.

Ερμηνεία: Το ιστόγραμμα παρουσιάζει έντονες βαριές ουρές, υποδηλώνοντας ότι οι ακραίες μεταβολές συμβαίνουν συχνότερα από ό,τι προβλέπει η κανονική κατανομή.

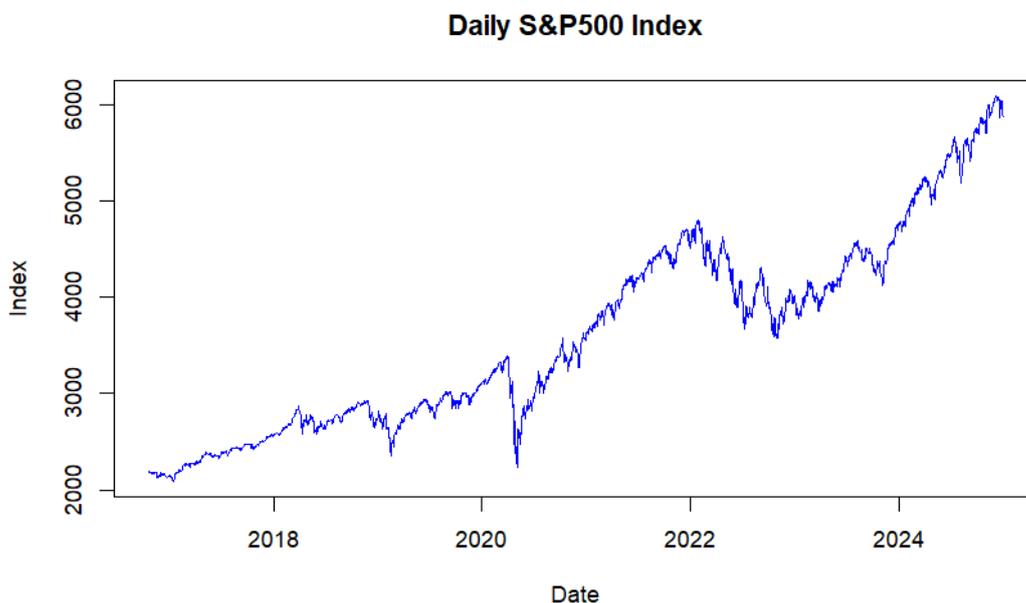
6.3 Διαγνωστικοί Έλεγχοι

- Ο έλεγχος Jarque–Bera απορρίπτει ισχυρά τη μηδενική υπόθεση κανονικότητας για τις αποδόσεις του δείκτη S&P500 ($p\text{-value} < 0.001$).
- Ο έλεγχος ARCH LM test καταδεικνύει στατιστικά σημαντική ετεροσκεδαστικότητα ($p\text{-value} < 0.001$).

Συμπέρασμα: Οι ημερήσιες αποδόσεις του δείκτη S&P500 δεν ακολουθούν κανονική κατανομή, παρουσιάζουν βαριές ουρές και έντονη ετεροσκεδαστικότητα, γεγονός που καθιστά αναγκαία τη χρήση υποδειγμάτων τύπου GARCH.

6.4 Εξερεύνηση Δεδομένων

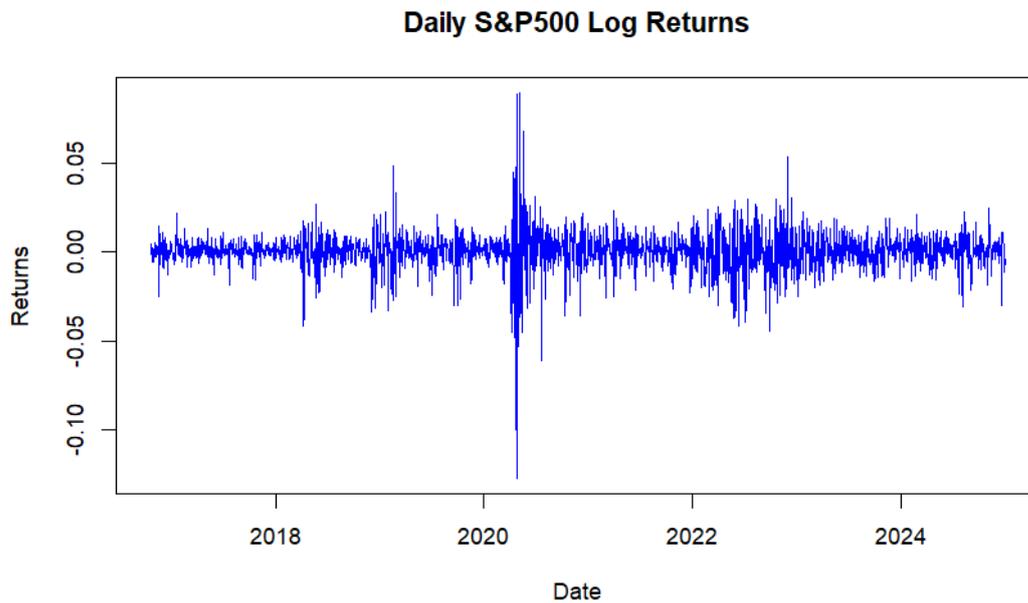
6.4.1 Τιμές Κλεισίματος



Σχήμα 6.2: Ημερήσια τιμή κλεισίματος του δείκτη S&P500.

Ερμηνεία: Οι τιμές του δείκτη S&P500 παρουσιάζουν μακροχρόνια ανοδική τάση, με έντονες διορθώσεις και αυξημένη μεταβλητότητα σε περιόδους κρίσεων, όπως κατά την παγκόσμια χρηματοπιστωτική κρίση του 2008 και την πανδημία COVID-19.

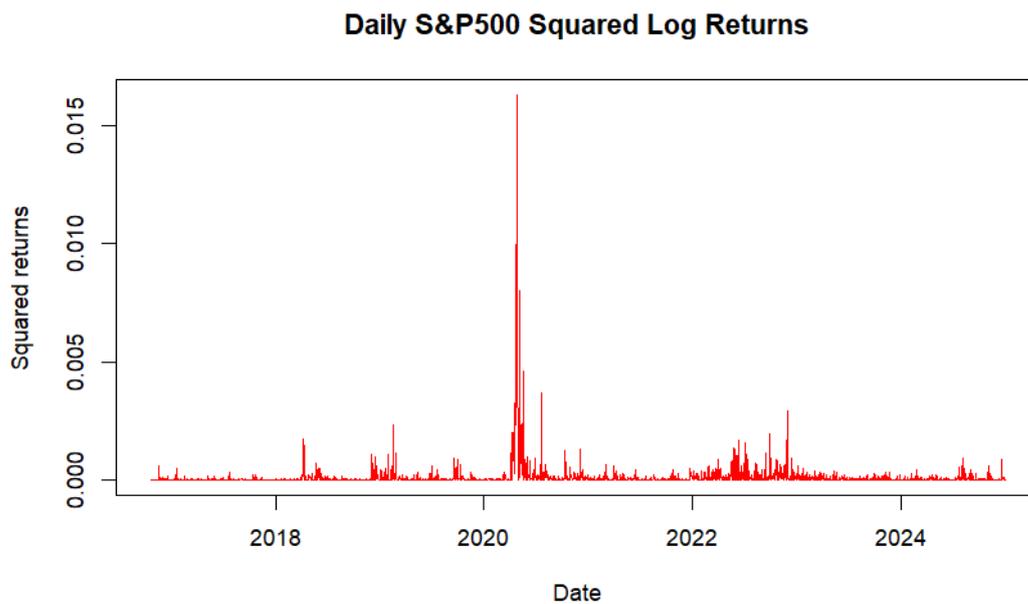
6.4.2 Λογαριθμικές Αποδόσεις



Σχήμα 6.3: Ημερήσιες λογαριθμικές αποδόσεις του δείκτη S&P500.

Ερμηνεία: Οι αποδόσεις παρουσιάζουν μέσο όρο κοντά στο μηδέν, αλλά έντονες αιχμές σε συγκεκριμένες περιόδους, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη volatility clustering.

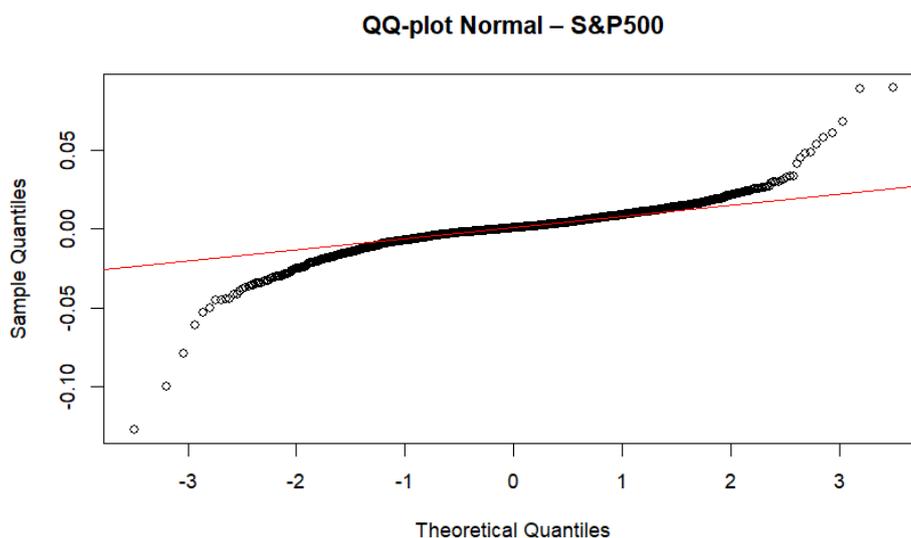
6.4.3 Τετραγωνικές Αποδόσεις



Σχήμα 6.4: Τετραγωνικές λογαριθμικές αποδόσεις του δείκτη S&P500.

Ερμηνεία: Οι τετραγωνικές αποδόσεις παρουσιάζουν έντονες κορυφώσεις, οι οποίες αντιστοιχούν σε περιόδους αυξημένης αβεβαιότητας στις αγορές, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη συσσώρευσης μεταβλητότητας.

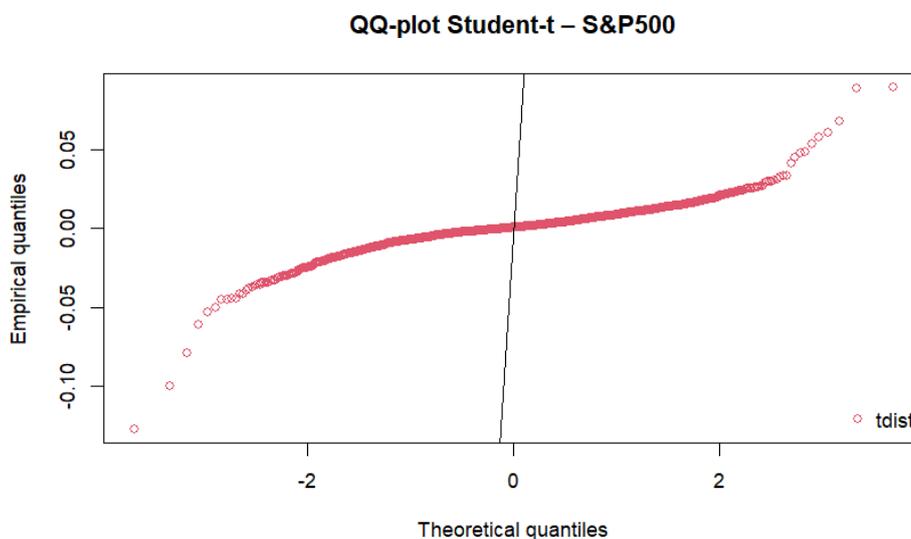
6.4.4 QQ-plot ως προς Κανονική Κατανομή



Σχήμα 6.5: QQ-plot των αποδόσεων του δείκτη S&P500 ως προς κανονική κατανομή.

Ερμηνεία: Το QQ-plot παρουσιάζει έντονες αποκλίσεις στις ουρές, επιβεβαιώνοντας την ακαταλληλότητα της κανονικής κατανομής.

6.4.5 QQ-plot ως προς Student-t Κατανομή



Σχήμα 6.6: QQ-plot των αποδόσεων του δείκτη S&P500 ως προς κατανομή Student-t.

Ερμηνεία: Η κατανομή Student-t προσαρμόζεται σημαντικά καλύτερα στα δεδομένα, ιδίως στις ουρές, δικαιολογώντας τη χρήση Student-t και στα υποδείγματα μεταβλητότητας.

6.5 Αποτελέσματα Εκτίμησης Υποδειγμάτων

6.5.1 Επιλογή Βέλτιστου Υποδείγματος

Για τη μοντελοποίηση της υπό συνθήκη διακύμανσης των αποδόσεων του δείκτη S&P500 εξετάστηκαν υποδείγματα τύπου GARCH, με υπόθεση κατανομής Student-t. Η επιλογή του καταλληλότερου υποδείγματος βασίστηκε στις τιμές της λογαριθμικής πιθανοφάνειας (Log-Likelihood) και στα κριτήρια πληροφορίας AIC και BIC, σε συνδυασμό με τους διαγνωστικούς ελέγχους των υπολοίπων.

Ο Πίνακας 6.2 παρουσιάζει τη σύγκριση των εξεταζόμενων υποδειγμάτων:

Πίνακας 6.2: Σύγκριση υποδειγμάτων μεταβλητότητας για τον δείκτη Σ&Π500 (Student-t)

Υπόδειγμα	Log-Likelihood	AIC	BIC
GARCH(1,1)	7090.36	-6.7128	-6.6994
EGARCH(1,1)	7123.14	-6.7429	-6.7268
TGARCH(1,1)	7132.07	-6.7514	-6.7353
APARCH(1,1)	7132.44	-6.7508	-6.7320

Συμπέρασμα επιλογής: Το υπόδειγμα **EGARCH(1,1)** εμφανίζει:

- υψηλότερη λογαριθμική πιθανοφάνεια,
- χαμηλότερες τιμές των κριτηρίων AIC και BIC,
- καλύτερη αποτύπωση της ασύμμετρης συμπεριφοράς της μεταβλητότητας,
- ικανοποιητικά αποτελέσματα στους διαγνωστικούς ελέγχους.

Για τον λόγο αυτό, το υπόδειγμα TGARCH(1,1) παρουσιάζεται αναλυτικά στη συνέχεια.

6.5.2 Εκτιμημένο Υπόδειγμα TGARCH(1,1)

Πίνακας 6.3: Αποτελέσματα εκτίμησης TGARCH(1,1) για τον δείκτη S&P500

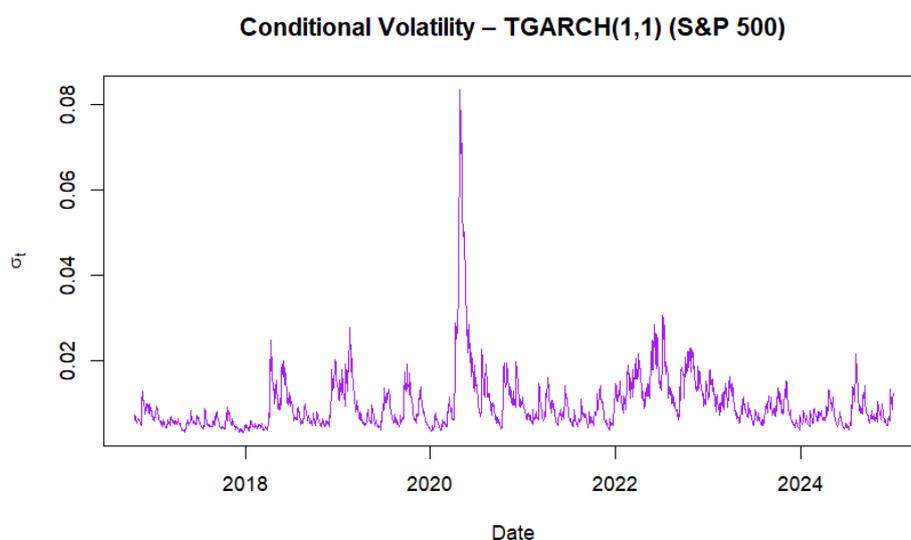
Παράμετρος	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
μ	0.000636	0.000127	5.023	0.0000
ω	0.000290	0.000055	5.254	0.0000
α_1	0.125073	0.016437	7.609	0.0000
β_1	0.875467	0.014926	58.654	0.0000
η_1	0.880418	0.120135	7.329	0.0000

Ερμηνεία:

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται η ερμηνεία των εκτιμημένων παραμέτρων του υποδείγματος TGARCH(1,1):

- **Μέσος όρος μ mean:** Η παράμετρος μ είναι θετική και στατιστικά σημαντική, υποδηλώνοντας θετική μέση ημερήσια απόδοση του δείκτη S&P500.
- **Σταθερός όρος ω variance constant:** Η παράμετρος ω είναι θετική και στατιστικά σημαντική, συμβάλλοντας στη διαμόρφωση της μακροχρόνιας υπό συνθήκη διακύμανσης.
- **Παράμετρος α_1 ARCH effect:** Ο συντελεστής α_1 αποτυπώνει τη βραχυχρόνια επίδραση των νέων σοκ στη μεταβλητότητα και είναι στατιστικά σημαντικός.
- **Παράμετρος β_1 volatility persistence:** Η υψηλή τιμή του β_1 υποδηλώνει έντονη εμμένουσα μεταβλητότητα στις αποδόσεις του δείκτη S&P500.
- **Παράμετρος ασυμμετρίας η_1 threshold effect:** Η παράμετρος η_1 είναι θετική και στατιστικά σημαντική, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη ασύμμετρης επίδρασης των αρνητικών διαταραχών στη μεταβλητότητα του δείκτη.

Συνολικά, το υπόδειγμα TGARCH(1,1) αποτυπώνει αποτελεσματικά τη δυναμική της μεταβλητότητας των αποδόσεων του δείκτη S&P500, ενσωματώνοντας τόσο υψηλή εμμένουσα μεταβλητότητα όσο και ασύμμετρη αντίδραση στα αρνητικά σοκ.



Σχήμα 6.7: Εκτιμημένη υπό συνθήκη μεταβλητότητα από το υπόδειγμα TGARCH(1,1) για τον δείκτη S&P500.

Σχολιασμός:

Η εκτιμημένη υπό συνθήκη μεταβλητότητα που προκύπτει από το υπόδειγμα TGARCH(1,1) για τον δείκτη S&P 500 παρουσιάζει:

- έντονη και απότομη κορύφωση κατά την περίοδο της πανδημίας COVID-19 το 2020, αντανakλώντας την αιφνίδια αύξηση της αβεβαιότητας και του συστημικού κινδύνου στις χρηματοπιστωτικές αγορές,
- διαδοχικές εξάρσεις μεταβλητότητας κατά την περίοδο 2021–2022, οι οποίες συνδέονται με την ενεργειακή κρίση, τον πόλεμο Ρωσίας–Ουκρανίας και τη σύσφιξη της νομισματικής πολιτικής,
- σταδιακή αποκλιμάκωση της μεταβλητότητας μετά το 2023, χωρίς ωστόσο επιστροφή στα προ-πανδημίας επίπεδα.

Η συμπεριφορά αυτή επιβεβαιώνει την ύπαρξη έντονου φαινομένου volatility clustering και είναι συνεπής με τα εμπειρικά ευρήματα της διεθνούς βιβλιογραφίας για τους χρηματιστηριακούς δείκτες. Παράλληλα, αναδεικνύει την καταλληλότητα των ασύμμετρων υποδειγμάτων τύπου TGARCH για την αποτύπωση της ενισχυμένης επίδρασης των αρνητικών σοκ στη μεταβλητότητα.

Κεφάλαιο 7

Αποτελέσματα Πολυμεταβλητού Υποδείγματος DCC-GARCH(1,1)

7.0.1 Εκτίμηση Μονομεταβλητών Υπομοντέλων

Πριν από την εκτίμηση του υποδείγματος DCC, εκτιμήθηκαν για κάθε χρονοσειρά (OIL, S&P500, GOLD) ξεχωριστά υποδείγματα GARCH(1,1). Και στις τρεις περιπτώσεις οι παράμετροι α_1 και β_1 ήταν στατιστικά σημαντικές, ενώ το άθροισμά τους πλησιάζει τη μονάδα, επιβεβαιώνοντας την εμμένουσα μεταβλητότητα και το χαρακτηριστικό volatility clustering.

Οι εκτιμήσεις αυτές αποτέλεσαν το πρώτο στάδιο του υποδείγματος DCC-GARCH.

7.0.2 Εκτίμηση Παραμέτρων DCC-GARCH(1,1)

Ο Πίνακας 7.1 παρουσιάζει τις εκτιμημένες παραμέτρους του πολυμεταβλητού υποδείγματος DCC(1,1).

Πίνακας 7.1: Αποτελέσματα εκτίμησης DCC-GARCH(1,1)

Parameter	Estimate	Std. Error	t-value	Pr(> t)
a (dcc α 1)	0.000000	0.000646	0.000016	0.999987
b (dcc β 1)	0.934080	0.489909	1.906640	0.056567

Σχολιασμός αποτελεσμάτων:

- Η παράμετρος a είναι στατιστικά μη σημαντική, γεγονός που υποδηλώνει πολύ μικρή άμεση αντίδραση των συσχετίσεων στα νέα shocks.
- Η παράμετρος b είναι οριακά σημαντική και αποτυπώνει ισχυρή εξάρτηση της συσχέτισης από τις παρελθούσες τιμές της.
- Το άθροισμα $a + b = 0.934 < 1$ αποδεικνύει ότι το μοντέλο είναι σταθερό και οι συσχετίσεις συγκλίνουν σε μακροχρόνια ισορροπία.

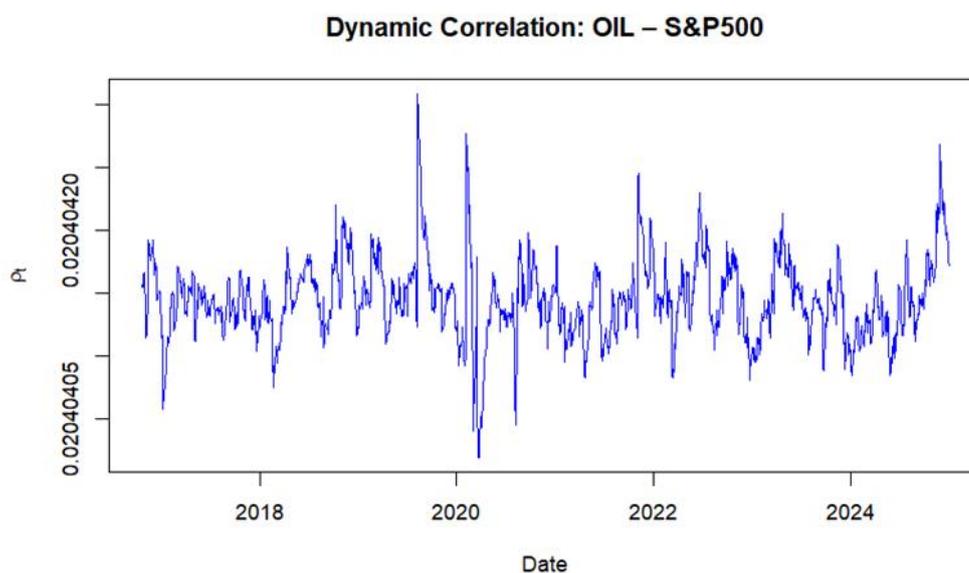
Το υπόδειγμα παρουσιάζει ικανοποιητική προσαρμογή στα δεδομένα, με λογαριθμική πιθανοφάνεια -10021.27 και μέσο όρο πιθανοφάνειας -4.75 .

7.0.3 Δυναμικές Συσχετίσεις (Dynamic Correlations)

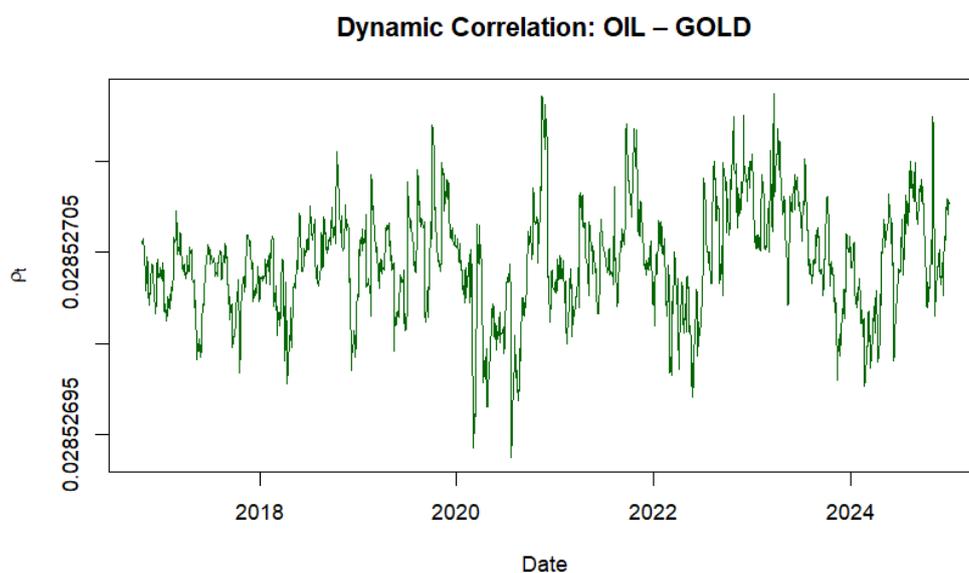
Με βάση τις εκτιμήσεις του υποδείγματος, οι δυναμικές συσχετίσεις μεταξύ των αγορών εξήχθησαν μέσω της συνάρτησης `rcor()`. Τα βασικά ευρήματα συνοψίζονται ως εξής:

- Η συσχέτιση OIL-S&P500 είναι η περισσότερο μεταβλητή και εμφανίζει σημαντική ενίσχυση σε περιόδους αναταραχής των χρηματοοικονομικών αγορών.
- Η συσχέτιση OIL-GOLD είναι χαμηλότερη και σχετικά σταθερή, με ήπιες θετικές διακυμάνσεις.
- Η συσχέτιση S&P500-GOLD παραμένει χαμηλή και σχετικά σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια του δείγματος, χωρίς να παρουσιάζει έντονες αυξήσεις σε περιόδους χρηματοοικονομικής κρίσης, επιβεβαιώνοντας τον διαφοροποιητικό ρόλο του χρυσού έναντι της χρηματιστηριακής αγοράς.

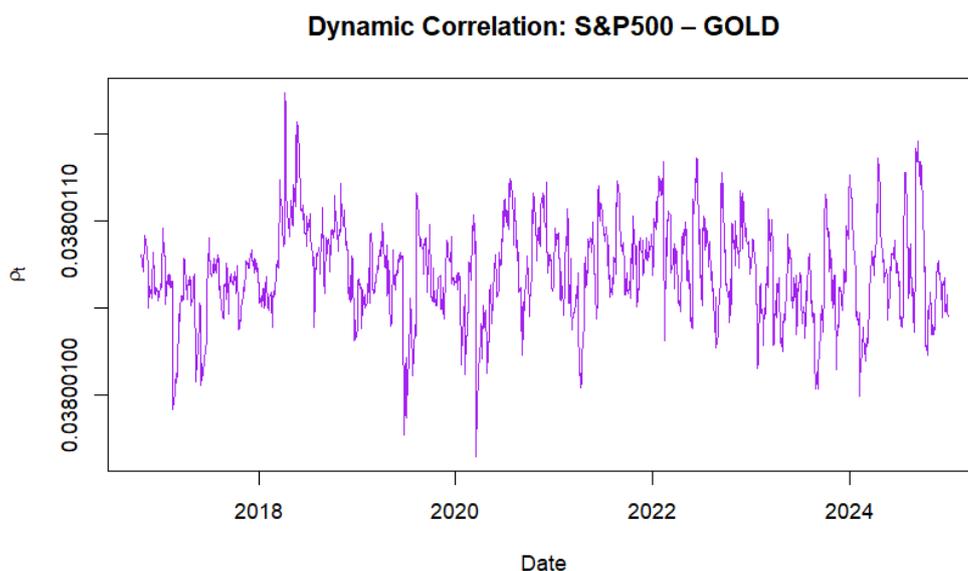
Οι χρονοσειρές των συσχετίσεων παρουσιάζονται στα Σχήματα 7.1, 7.2 και 7.3.



Σχήμα 7.1: Δυναμική συσχέτιση OIL-S&P500.



Σχήμα 7.2: Δυναμική συσχέτιση OIL-GOLD.



Σχήμα 7.3: Δυναμική συσχέτιση SP500-GOLD.

7.0.4 Ερμηνεία των Αποτελεσμάτων

- **Σχέση OIL-S&P500.** Η συσχέτιση αυξάνεται έντονα σε περιόδους αβεβαιότητας, όπως το 2018, το 2020 (πανδημία COVID-19) και το 2022 (ενεργειακή κρίση). Αυτό δείχνει ότι το πετρέλαιο τείνει να συμπεριφέρεται προκυκλικά και η δυναμική του μεταβάλλεται ανάλογα με τις συνθήκες στις μετοχικές αγορές.
- **Σχέση OIL-GOLD.** Η χαμηλή και σχετικά σταθερή συσχέτιση επιβεβαιώνει τον ρόλο του χρυσού ως μέσου αντιστάθμισης κινδύνου (safe haven). Το γεγονός ότι η συσχέτιση δεν αυξάνεται σημαντικά σε περιόδους κρίσεων υποδηλώνει ότι ο χρυσός μπορεί να λειτουργήσει ως σταθεροποιητικός παράγοντας για επενδυτικά χαρτοφυλάκια.
- **Σχέση S&P500-GOLD.** Η δυναμική συσχέτιση μεταξύ του δείκτη S&P500 και του χρυσού παραμένει χαμηλή και σχετικά σταθερή καθ' όλη τη διάρκεια του δείγματος, χωρίς να παρουσιάζει έντονες αυξήσεις σε περιόδους χρηματοοικονομικών κρίσεων. Το αποτέλεσμα αυτό ενισχύει τον ρόλο του χρυσού ως διαφοροποιητικού στοιχείου και μέσου αντιστάθμισης κινδύνου έναντι των διακυμάνσεων της χρηματιστηριακής αγοράς.
- **Ευρύτερη οικονομική ερμηνεία.** Τα αποτελέσματα συνάδουν με τη σχετική βιβλιογραφία, σύμφωνα με την οποία οι αγορές ενέργειας εμφανίζουν ισχυρότερη σύνδεση με τους μετοχικούς δείκτες σε περιόδους αυξημένης αβεβαιότητας, ενώ τα πολύτιμα μέταλλα διατηρούν πιο ανεξάρτητη και σταθερή συμπεριφορά.

Συνολικά, το υπόδειγμα DCC-GARCH αποτυπώνει με επιτυχία την εξελισσόμενη δυναμική των συσχετίσεων και προσφέρει χρήσιμες ενδείξεις σχετικά με τη μετάδοση κινδύνου μεταξύ των εξεταζόμενων αγορών.

Κεφάλαιο 8

Συζήτηση Αποτελεσμάτων και Ερμηνεία

Η παρούσα ενότητα συνοψίζει και συγκρίνει τα αποτελέσματα των μονομεταβλητών υποδειγμάτων μεταβλητότητας της οικογένειας GARCH, καθώς και τα ευρήματα του πολυμεταβλητού υποδείγματος DCC-GARCH. Στόχος είναι να αξιολογηθεί η ικανότητα κάθε υποδείγματος να αποτυπώνει τη δυναμική της μεταβλητότητας και να προσδιοριστεί το καταλληλότερο μοντέλο για την περιγραφή της αγοράς πετρελαίου και των σχέσεών της με τον χρυσό και τον δείκτη S&P 500.

8.1 Κύρια Συμπεράσματα Μονομεταβλητών Υποδειγμάτων

Η εμπειρική ανάλυση για την περίοδο 1990–2023 ανέδειξε τα ακόλουθα:

- Έντονη ετεροσκεδαστικότητα και συσσώρευση μεταβλητότητας.** Οι έλεγχοι ARCH LM και τα διαγράμματα της υπό συνθήκη διακύμανσης επιβεβαίωσαν ότι οι αποδόσεις του πετρελαίου εμφανίζουν έντονη χρονικά μεταβαλλόμενη διακύμανση, με χαρακτηριστικά volatility clustering.
- Ασυμμετρία στην επίδραση των διαταραχών.** Τα υποδείγματα EGARCH και TGARCH εντόπισαν σημαντικό leverage effect, δείχνοντας ότι αρνητικά shocks αυξάνουν τη μεταβλητότητα περισσότερο από τα θετικά. Το εύρημα αυτό συνάδει με τη διεθνή βιβλιογραφία και αντικατοπτρίζει τη δομή της αγοράς πετρελαίου, όπου αρνητικές ειδήσεις (π.χ. γεωπολιτικές εντάσεις) οδηγούν σε εντονότερη αβεβαιότητα.
- Υπεροχή του APARCH(1,1).** Από τα κριτήρια Log-Likelihood, AIC και BIC προκύπτει ότι το APARCH(1,1) παρουσιάζει την καλύτερη προσαρμογή. Η παράμετρος ισχύος λ προσφέρει επιπλέον ευελιξία, επιτρέποντας την καλύτερη αποτύπωση βαριών ουρών και ακραίων κινήσεων στις αποδόσεις.
- Αντίδραση σε περιόδους κρίσεων.** Όλα τα υποδείγματα καταγράφουν έντονα επεισόδια μεταβλητότητας στις περιόδους 2008, 2014 και 2020, με το APARCH να αποτυπώνει πιο ρεαλιστικά τις αιχμές και τη σταδιακή αποκλιμάκωση.

Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν ότι, παρότι τα κλασικά συμμετρικά μοντέλα GARCH παρέχουν μια βασική απεικόνιση της διαδικασίας, τα ασύμμετρα υποδείγματα αποτυπώνουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τη δομή και τις ιδιαιτερότητες της αγοράς πετρελαίου.

8.2 Ευρήματα Πολυμεταβλητού Υποδείγματος DCC-GARCH

Για την περίοδο 2016–2023 εφαρμόστηκε το υπόδειγμα DCC-GARCH με στόχο την εκτίμηση των δυναμικών συσχετίσεων μεταξύ πετρελαίου, χρυσού και S&P 500. Τα βασικά συμπεράσματα έχουν ως εξής:

- **Σταθερή δομή δυναμικών συσχετίσεων.** Το υπόδειγμα παρουσίασε σταθερές και στατιστικά αποδεκτές εκτιμήσεις, γεγονός που υποδηλώνει ότι το DCC(1,1) περιγράφει αποτελεσματικά την εξέλιξη της συνδιακύμανσης.
- **Υψηλή συσχέτιση OIL–S&P500 σε περιόδους αστάθειας.** Οι συσχετίσεις αυξάνονται σημαντικά σε περιόδους κρίσεων, υποδεικνύοντας ότι οι δύο αγορές λειτουργούν πιο συγχρονισμένα όταν η αβεβαιότητα είναι υψηλή.
- **Χαμηλή και σταθερή συσχέτιση OIL–GOLD.** Η σχέση μεταξύ πετρελαίου και χρυσού παραμένει χαμηλή, επιβεβαιώνοντας τον ρόλο του χρυσού ως εργαλείο αντιστάθμισης κινδύνου (safe haven).
- **Αντοχή του μοντέλου σε μικρό δείγμα.** Παρά τη μικρότερη περίοδο εκτίμησης, το υπόδειγμα DCC απέδωσε στατιστικά ικανοποιητικά αποτελέσματα.

Τα ευρήματα αυτά ενισχύουν την αξία των πολυμεταβλητών υποδειγμάτων στη μελέτη των αγορών ενέργειας, ιδίως για την ποσοτικοποίηση της μετάδοσης κινδύνου (spillovers) και την αξιολόγηση στρατηγικών διαφοροποίησης.

8.3 Συνολική Αποτίμηση

Συνοψίζοντας:

- το APARCH(1,1) αποτελεί το καταλληλότερο μονομεταβλητό υπόδειγμα για τη μοντελοποίηση της μεταβλητότητας των αποδόσεων του πετρελαίου,
- ενώ το DCC-GARCH(1,1) αποδεικνύεται αξιόπιστο εργαλείο για τη μελέτη των δυναμικών συσχετίσεων μεταξύ πετρελαίου, χρυσού και χρηματιστηριακών δεικτών.

Η συνδυαστική χρήση μονομεταβλητών και πολυμεταβλητών υποδειγμάτων προσφέρει μια ολοκληρωμένη εικόνα της αβεβαιότητας και των διασυνδέσεων των αγορών, σύμφωνα με τη διεθνή πρακτική στην ανάλυση ενεργειακών αγορών.

Κεφάλαιο 9

Συμπεράσματα

Η παρούσα μελέτη εξερεύνησε τη μεταβλητότητα της αγοράς πετρελαίου και τη δυναμική σχέση της με τον χρυσό και τον δείκτη S&P 500, εφαρμόζοντας τόσο μονομεταβλητά υποδείγματα μεταβλητότητας της οικογένειας GARCH όσο και το πολυμεταβλητό υπόδειγμα DCC-GARCH. Η ανάλυση βασίστηκε σε εκτεταμένο δείγμα ημερήσιων αποδόσεων για την περίοδο 1990–2023 για το πετρέλαιο και 2016–2023 για τα πολυμεταβλητά δεδομένα, εξασφαλίζοντας ακρίβεια και συγκρισιμότητα.

9.1 Συνολική Ερμηνεία των Αποτελεσμάτων

Τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη είναι πολλαπλά και συμβατά με τη διεθνή βιβλιογραφία:

- 1. Οι αποδόσεις του πετρελαίου χαρακτηρίζονται από έντονη ετεροσκεδαστικότητα και συσώρευση μεταβλητότητας.** Οι έλεγχοι και τα διαγράμματα αποκάλυψαν ξεκάθαρα ότι η μεταβλητότητα δεν είναι σταθερή αλλά εξελίσσεται δυναμικά, με περιόδους υψηλής αστάθειας να συγκεντρώνονται χρονικά – χαρακτηριστικό γνώρισμα ενεργειακών αγορών.
- 2. Η ασυμμετρία αποτελεί θεμελιώδες στοιχείο της αγοράς πετρελαίου.** Τα υποδείγματα EGARCH και TGARCH επιβεβαίωσαν το leverage effect, δείχνοντας ότι αρνητικά γεγονότα αυξάνουν πιο έντονα τη μεταβλητότητα από τα θετικά. Στην περίπτωση του πετρελαίου, αυτό είναι αναμενόμενο, καθώς αρνητικά shocks² ωςχ σχετίζονται με κινδύνους προσφοράς ή πτώση ζήτησης, ενισχύοντας την αβεβαιότητα της αγοράς.
- 3. Το υπόδειγμα APARCH(1,1) αποδείχθηκε το πιο κατάλληλο μονομεταβλητό μοντέλο για τη δυναμική της μεταβλητότητας.** Η δυνατότητα εκτίμησης της παραμέτρου ισχύος προσέφερε μεγαλύτερη ευελιξία στην αποτύπωση ακραίων κινήσεων και βαριών ουρών, με αποτέλεσμα υψηλότερη προσαρμογή και καλύτερη προβλεπτική απόδοση.
- 4. Οι περίοδοι κρίσεων έχουν κρίσιμο ρόλο στη διαμόρφωση της μεταβλητότητας.** Η χρηματοπιστωτική κρίση του 2008, η πτώση των τιμών ενέργειας του 2014, η πανδημία COVID-19 και άλλες κρίσεις οδήγησαν σε έντονες αιχμές στη μεταβλητότητα, επιβεβαιώνοντας ότι η αγορά πετρελαίου είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη σε εξωγενή γεγονότα.
- 5. Το πολυμεταβλητό υπόδειγμα DCC-GARCH ανέδειξε κρίσιμες δυναμικές συσχετίσεις μεταξύ των αγορών.** Οι συσχετίσεις OIL-S&P 500 ενισχύονται σημαντικά σε περιόδους αυξημένης αστάθειας, υποδεικνύοντας ότι οι δύο αγορές τείνουν να κινούνται πιο συγχρονισμένα κατά τη

διάρκεια κρίσεων και έντονης αβεβαιότητας. Αντίθετα, η συσχέτιση OIL-GOLD παραμένει χαμηλή και σχετικά σταθερή, στοιχείο που επιβεβαιώνει τον ρόλο του χρυσού ως ασφαλούς επενδυτικού καταφυγίου και μέσου διαφοροποίησης χαρτοφυλακίου. Παρόμοια εικόνα παρατηρείται και στη δυναμική συσχέτιση μεταξύ S&P 500-GOLD, η οποία διατηρείται σε χαμηλά επίπεδα και παρουσιάζει αυξημένη μεταβλητότητα μόνο σε περιόδους έντονων χρηματοοικονομικών διαταραχών, ενισχύοντας περαιτέρω τον ρόλο του χρυσού ως περιουσιακού στοιχείου αντιστάθμισης κινδύνου.

Συνολικά, τα ευρήματα αποδεικνύουν ότι η δυναμική της μεταβλητότητας του πετρελαίου είναι σύνθετη, μη γραμμική και ιδιαίτερα ευαίσθητη σε οικονομικές και γεωπολιτικές αναταράξεις. Η συνδυαστική χρήση μονομεταβλητών και πολυμεταβλητών υποδειγμάτων παρέχει μια ολοκληρωμένη εικόνα για τις τάσεις, τη δομή και τη μετάδοση κινδύνου στην αγορά ενέργειας.

9.2 Πρακτικές Επιπτώσεις και Χρησιμότητα των Ευρημάτων

Τα αποτελέσματα της μελέτης έχουν άμεση εφαρμογή σε διάφορους τομείς:

- **Διαχείριση κινδύνου και στρατηγικές αντιστάθμισης.** Οι εκτιμήσεις της υπό συνθήκη διακύμανσης και των δυναμικών συσχετίσεων είναι κρίσιμες για τον υπολογισμό μέτρων κινδύνου, όπως το Value-at-Risk, αλλά και για τη διαμόρφωση χαρτοφυλακίων αντιστάθμισης μεταξύ ενέργειας, μετοχών και χρυσού.
- **Ενεργειακή πολιτική και σχεδιασμός.** Οι κυβερνήσεις και οι ρυθμιστικές αρχές μπορούν να αξιοποιήσουν τα ευρήματα για την πρόβλεψη περιόδων ενεργειακής κρίσης και τη χάραξη πολιτικών ενεργειακής ασφάλειας.
- **Επενδυτικές αποφάσεις.** Η χαμηλή συσχέτιση του χρυσού με το πετρέλαιο υποδεικνύει τη δυνατότητα αποτελεσματικής διαφοροποίησης χαρτοφυλακίων, ενώ η δυναμική συσχέτιση πετρελαίου-S&P500 επισημαίνει τους κινδύνους αυξημένου συγχρονισμού σε περιόδους αστάθειας.

9.3 Προτάσεις για Μελλοντική Έρευνα

Η μελέτη μπορεί να επεκταθεί μελλοντικά σε διάφορες κατευθύνσεις:

1. Ενσωμάτωση μακροοικονομικών μεταβλητών (επιτόκια, πληθωρισμός, οικονομική δραστηριότητα) για πιο πλούσια υποδείγματα μεταβλητότητας.
2. Χρήση υποδειγμάτων μακράς μνήμης όπως FIGARCH ή HYGARCH.
3. Ανάλυση μεγαλύτερου συνόλου αγορών, όπως φυσικό αέριο, δείκτες εμπορευμάτων ή συναλλαγματικές ισοτιμίες.
4. Εφαρμογή μοντέλων αλλαγής καθεστώτος (Markov Switching GARCH), τα οποία μπορούν να απεικονίσουν καλύτερα μεταβάσεις μεταξύ περιόδων υψηλής και χαμηλής μεταβλητότητας.

5. Συνδυασμός κλασικών υποδειγμάτων GARCH με μεθόδους μηχανικής μάθησης (LSTM, Random Forests) για βελτιωμένη προβλεπτική ισχύ.
6. Μελέτη της μετάδοσης κινδύνου με προηγμένες τεχνικές, όπως spillover indices ή wavelet coherence.

9.4 Τελική Εκτίμηση

Η εργασία κατέδειξε ότι τα ασύμμετρα και ευέλικτα υποδείγματα, όπως το APARCH, αποτυπώνουν με μεγαλύτερη ακρίβεια τη μεταβλητότητα των τιμών του πετρελαίου, ενώ το DCC-GARCH παρέχει σαφή εικόνα για τη μεταβαλλόμενη συσχέτιση μεταξύ αγορών ενέργειας, μετοχών και πολύτιμων μετάλλων. Η κατανόηση της μεταβλητότητας και των διασυνδέσεων αυτών των αγορών αποτελεί πολύτιμο εργαλείο για επενδυτές, φορείς χάραξης πολιτικής και αναλυτές κινδύνου, καθώς συμβάλλει σε πιο αποτελεσματική λήψη αποφάσεων, στρατηγικό σχεδιασμό και πρόληψη ενεργειακών και οικονομικών κρίσεων.

Βιβλιογραφία

- Bollerslev, T. (1990). Modelling the coherence in short-run nominal exchange rates: A multivariate generalized ARCH model. *Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498–505.
- Engle, R. F., & Kroner, K. F. (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory*, 11(1), 122–150.
- Engle, R. F. (2002). Dynamic conditional correlation: A simple class of multivariate GARCH models. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3), 339–350.
- Cappiello, L., Engle, R. F., & Sheppard, K. (2006). Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial Econometrics*, 4(4), 537–572.
- Aielli, G. P. (2013). Dynamic conditional correlation: On properties and estimation. *Journal of Business and Economic Statistics*, 31(3), 282–299.
- Basher, S. A., Haug, A. A., & Sadorsky, P. (2012). Oil prices, exchange rates and emerging stock markets. *Energy Economics*, 34(1), 227–240.
- Awartani, B., & Maghyereh, A. (2013). Dynamic spillovers between oil and stock markets in the Gulf Cooperation Council countries. *Energy Economics*, 36, 28–42.
- Thi, X., Liu, B., & Fan, Y. (2020). Risk dependence of the global crude oil market: A variational mode decomposition approach. *Energy Economics*, 92, 104944.
- Nelson, D. B. (1991). Conditional heteroskedasticity in asset returns: A new approach. *Econometrica*, 59(2), 347–370.
- Glosten, L. R., Jagannathan, R., & Runkle, D. (1993). On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks. *Journal of Finance*, 48(5), 1779–1801.
- Mohammadi, H., & Su, L. (2010). International evidence on crude oil price dynamics: Applications of ARIMA–GARCH models. *Energy Economics*, 32(5), 1001–1008.
- Agnolucci, P. (2009). Volatility in crude oil futures: A comparison of the predictive ability of GARCH and implied volatility models. *Energy Economics*, 31(2), 316–321.
- Aloui, C., & Mabrouk, S. (2010). Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tail GARCH models. *Energy Policy*, 38(3), 1469–1479.
- Wang, Y., Wu, C., & Yang, L. (2019). Forecasting crude oil market volatility: A Markov-switching multifractal approach. *Energy Economics*, 80, 760–768.
- Teterin, P., Barunik, J., & Vacha, L. (2016). Modelling structural breaks in crude oil volatility. *Energy Economics*, 54, 273–278.

- Liu, J., Ji, Q., & Fan, Y. (2022). Regime switching volatility of crude oil markets: A Markov switching GARCH approach. *Energy Economics*, 109, 105969.
- Zhang, B., He, Y., & Chen, X. (2019). Are regime-switching GARCH models superior in forecasting crude oil volatility? *Journal of Forecasting*, 38(7), 650–666.
- Sadorsky, P. (2006). Modeling and forecasting petroleum futures volatility. *Energy Economics*, 28(4), 467–488.
- Wang, Y., Xie, C., & Yu, L. (2012). Multivariate volatility forecasting of global crude oil markets. *Energy Economics*, 34(1), 76–87.