



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ
ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ & ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΗΣ ΒΕΛΤΙΣΤΟΠΟΙΗΣΗΣ ΣΜΗΝΟΥΣ ΣΩΜΑΤΙΔΙΩΝ

ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΔΑΧΗΣ

ΑΜ 1474

Επιβλέπων: Ιωάννης Τσούλος

Καθηγητής

Άρτα, Μάιος, 2024

APPLICATION OF PARTICLE SWARM OPTIMIZATION

Εγκρίθηκε από τριμελή εξεταστική επιτροπή

Άρτα, 17/5/2024

ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗΣ

1. Επιβλέπων καθηγητής

Ιωάννης Τσουλός,

2. Μέλος επιτροπής

Βασίλης Χαριλόγης,

3. Μέλος επιτροπής

Αλέξανδρος Τζάλας,

©Δαχής, Αναστάσιος, 2024.

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος. All rights reserved.

Δήλωση μη λογοκλοπής

Δηλώνω υπεύθυνα και γνωρίζοντας τις κυρώσεις του Ν. 2121/1993 περί πνευματικής Ιδιοκτησίας, ότι η παρούσα πτυχιακή εργασία είναι εξ ολοκλήρου αποτέλεσμα δίκης μου ερευνητικής εργασίας, δεν αποτελεί προϊόν αντιγραφής ούτε προέρχεται από ανάθεση σε τρίτους. Όλες οι πηγές που χρησιμοποιήθηκαν (κάθε είδους, μορφής και προέλευσης) για τη συγγραφή της περιλαμβάνονται στην βιβλιογραφία.

Δαχής, Αναστάσιος



Υπογραφή

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους όσους με βοήθησαν κατά την διάρκεια των σπουδών μου . Τους γονείς , τις γιαγιάδες μου και τους φίλους μου που με στήριζαν . Τον επιβλέποντα καθηγητή μου, τον κύριο Τσούλο Ιωάννη και τον κύριο Χαριλόγη Βασίλειο, για τη καθοδήγηση που μου προσφέραν , ώστε να φέρω σε πέρας την πτυχιακή μου εργασία. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω και την κοπέλα και φίλη μου η οποία με βοήθησε σε μαθήματα όπως τα μαθηματικά και ο ηλεκτρομαγνητισμός.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (PSO) είναι μια μέθοδος για ολική βελτιστοποίηση. Βασίζεται στην εξέλιξη ενός πληθυσμού που αποτελείται από σωματίδια. Αυτά τα σωματίδια προοδεύουν σταδιακά, καθοδηγούμενα τόσο από την καλύτερη θέση κάθε σωματιδίου, όσο και από την καλύτερη θέση που υπάρχει ολικά. Λόγω της απλότητάς της, αυτή η μέθοδος χρησιμοποιείται σε πολλά επιστημονικά πεδία. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα να προταθούν πολλές παραλλαγές του αρχικού αλγορίθμου PSO, ώστε με αυτόν τον τρόπο να βρούμε μια πιο γρήγορη και αποτελεσματική έκδοση του αρχικού. Σε αυτό το άρθρο θα συγκρίνουμε την αρχική μέθοδο με μια βελτιωμένη έκδοση της, ως προς την αποτελεσματικότητα, χρησιμοποιώντας δοκιμές σε προβλήματα.

Λέξεις κλειδιά: Ολική βελτιστοποίηση, Στοχαστικές μέθοδοι, Βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων, Εξελικτικές μεθοδολογίες

ABSTRACT

The Particle Swarm Optimization (PSO) is a method for global optimization. It is based on the evolution of a population which consists of particles. These particles progress gradually driven by both the best position of each particle and the best position that exists globally. Due to its simplicity this method is used in many scientific fields. This results in many variations of the original PSO to be proposed so in that way we can find a faster and a more efficient alternative for the original. In this paper we will compare the original method with one improved version in terms of efficiency using tests in problems.

Keywords: Global optimization, Stochastic methods, Particle swarm optimization, Evolutionary methodologies

ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ.....	6
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	7
ABSTRACT.....	8
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ.....	9
1.Εισαγωγή.....	11
1.1.Εισαγωγή	12
1.1.1.Εύρεση ολικού ελάχιστου.....	12
1.1.2.Βελτιστοποίηση	13
1.1.3.Μέθοδοι ελαχιστοποίησης.....	14
1.2.PSO (βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων).....	14
1.3.Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων.....	16
2.Τροποποιήσεις στην μέθοδο.....	17
2.1..Κανόνες παύσης	17
2.1.1. Κανόνες παύσης.....	17
2.1.2. Κανόνες παύσης του Αλί	17
2.1.3. Κανόνες παύσης διπλού κουτιού	18
2.1.4. Μέθοδος Παύσης Best-fitness	18
2.2. Αδράνεια	19
2.2.1. Υπολογισμός Ταχύτητας.....	19
2.2.2. Τυχαιότητα της Αδράνειας	19
2.2.3. Γραμμική Χρονικά Αδράνεια (ελάχιστη και μέγιστη)	19
2.2.4. Τεχνική Εύρεσης της Αδράνειας Χαριλόγη-Τσούλου	20
2.3. Διαδικασία Απόρριψης.....	17

2.4. Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (PSO) με τις προτεινόμενες μετατροπές.....	24
3. Εφαρμογή του αλγορίθμου PSO σε προβλήματα	25
4. Πειράματα.....	26
4.1. Συναρτήσεις των Πειραμάτων.....	26
4.2. Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με τον αλγόριθμο PSO.....	32
4.3. Αποτελέσματα επίλυσης του αλγορίθμου iPSO.....	33
4.3. Βέλτιστες λύσεις.....	41
5.Συμπεράσματα.....	44
BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	46

Εισαγωγή

Τα νευρωνικά δίκτυα είναι μια συνεχώς εξελισσόμενη τεχνολογία εφαρμογή σε προβλήματα μαθηματικών, φυσικής, χημείας και οικονομικών. Ένα από αυτά τα προβλήματα στο τομέα των μαθηματικών είναι και η εύρεση του ολικού ελαχίστου. Θέλοντας να βρουν λύση στο πρόβλημα της εύρεσης του ολικού ελαχίστου μιας συνεχούς και διαφορικής συνάρτησης το 1995, οι James Kennedy και Russell Eberhart, δημοσίευσαν ένα άρθρο με τίτλο particle swarm optimization (βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων). Η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων είναι μια στοχαστική μέθοδος, που εφαρμόζεται εύκολα και δεν χρειάζεται προηγούμενες πληροφορίες σχετικά με τη συνάρτηση. Είναι ένας εξελικτικός αλγόριθμος και βασίζεται στον πληθυσμό των υποψήφιων λύσεων, όπου αυτές είναι το σμήνος των σωματιδίων. Έχουν προταθεί πολλές εκδοχές ώστε, να αυξηθεί η ταχύτητα και η αποδοτικότητα της μεθόδου PSO. Στη συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία, θα γίνει σύγκριση του αρχικού αλγορίθμου με μια βελτιωμένη παραλλαγή του που προτάθηκε το 2022. Η σύγκριση αυτή θα είναι ως προς την απόδοση και την ταχύτητα επίλυσης κάποιων προβλημάτων εύρεσης ολικού ελαχίστου. Η βελτιωμένη παραλλαγή, του αλγορίθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων, έχει τρεις τροποποιήσεις σε σχέση με την αρχική μέθοδο. Η πρώτη τροποποίηση διευκολύνει την μέθοδο στην εξερεύνηση του χώρου, κάνοντας την πιο αποδοτικά, υπολογίζοντας την παράμετρο της αδράνειας, ώστε να βρεθεί το τοπικό ελάχιστο της δοθείσας συνάρτησης. Η δεύτερη τροποποίηση χρησιμοποιείται στην αποφυγή της εύρεσης του ίδιου τοπικού ελαχίστου, από τη μέθοδο. Με αυτό το τρόπο ο αλγόριθμος δεν θα παγιδεύεται σε ένα τοπικό ελάχιστο και η συνάρτηση δεν θα καλεστεί παραπάνω φορές από ότι χρειάζεται. Η τρίτη τροποποίηση εισάγει έναν κανόνα τερματισμού, όπου θα τερματίζει την μέθοδο, χωρίς να υπάρχει σπατάλη πολλών κλήσεων της συνάρτησης και την ίδια στιγμή αυτό, θα εγγυάται την δυνατότητα εύρεσης του ολικού ελαχίστου. Αυτές οι τροποποιήσεις μπορούν να εφαρμοστούν μόνες τους ή και σε συνδυασμό. Στην σύγκριση των μεθόδων, παρατηρούμε ότι, στην βελτιωμένη έκδοση η αποδοτικότητα αυξήθηκε και ο αριθμός των κλήσεων μειώθηκε σε μεγάλο βαθμό.

Κεφάλαιο 1

Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο αυτό γίνεται μια εισαγωγή για το πρόβλημα του ολικού ελαχίστου μιας διαφορικής και συνεχούς συνάρτησης, τα ιστορικά στοιχεία της μεθόδου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων και μια περιγραφή της μεθόδου, σχετικά με την αρχικοποίηση της και τους μηχανισμούς που χρησιμοποιεί στην επίλυση προβλημάτων.

1.1.1 Εύρεση ολικού ελάχιστου

Ολικό ελάχιστο μιας διαφορικής και συνεχούς συνάρτησης

Το πρόβλημα της εύρεσης του ολικού ελαχίστου μιας διαφορικής και συνεχούς συνάρτησης f μπορεί να διατυπωθεί ως:

$x^* = \arg \min_{x \in S} (x)$, όπου σε ένα υπέρ κύβο $S \subset R^n$ διατυπωμένο ως :

$$S = [a_1, b_1] \otimes [a_2, b_2] \otimes \cdots [a_n, b_n]$$

Η συνάρτηση f θεωρείται ως μία συνεχής και διαφορική συνάρτηση. Αυτό το πρόβλημα εφαρμόζεται σε πολλά προβλήματα ιατρικής (Marinakis et al., 2008), φυσικής (Sen and Stoffa, 2013; Yang et al., 2009), χημείας (Ali et al., 1997; Locatelli, 2002.; Maranas and Floudas, 1993), οικονομικών (Maranas et al., 1997; Po-Hung Chen and Hong-Chan Chang, 1995) κτλ..

Οι μέθοδοι ολικής βελτιστοποίησης έχουν σαν κύριο στόχο την εύρεση ολικού ελαχίστου ή μεγίστου και ανήκουν σε 2 μεγάλες κατηγορίες, των ντετερμινιστικών και των στοχαστικών μεθόδων. Οι ντετερμινιστικές μέθοδοι είναι πιο δύσκολες στην εφαρμογή και χρειάζονται προηγούμενες πληροφορίες σχετικά με την δοθείσα συνάρτηση (Reinking, 2016; Wolfe, 1996). Σε αντίθεση με τις ντετερμινιστικές μεθόδους, οι στοχαστικές μέθοδοι υλοποιούνται απρόσκοπτα, χωρίς να προϋποθέτουν προηγούμενες γνώσεις. Η κατεύθυνσή τους στηρίζεται σε τυχαίες διαδικασίες, χωρίς να υπάρχει εγγύηση για την εύρεση του απόλυτου ελαχίστου.

Πλήθος ερευνητών έχουν προτείνει διάφορες στοχαστικές μεθόδους, όπως: οι μέθοδοι τυχαίας ελεγχόμενης αναζήτησης: βασίζονται στην τυχαία δειγματοληψία του χώρου αναζήτησης, με ελεγχόμενη τροποποίηση των παραμέτρων (Charilogis et al., 2021; Price, 1983). Οι μέθοδοι

προσομοίωσης εκπαίδευσης ανόπτησης οι οποίοι μιμούνται τη φυσική διαδικασία της ψύξης μετάλλων, επιτρέποντας περιστασιακές "επιδεινώσεις" προς όφελος της εύρεσης βέλτιστων λύσεων (Geng et al., 2011; Tavares et al., 2011). Έπειτα υπάρχουν οι μέθοδοι διαφορικής εξέλιξης. Αυτές είναι εμπνευσμένες από τη βιολογική εξέλιξη, υλοποιούν μεταλλάξεις και διασταυρώσεις "χρωμοσωμάτων" για την εύρεση βέλτιστων συνδυασμών (Liu and Lampinen, 2005; Storn, 1997.). Η βελτιστοποίηση αποικιών μυρμηγκιών μιμείται τη συνεργατική συμπεριφορά των μυρμηγκιών, αξιοποιώντας "φερορμόνες" για την εύρεση βέλτιστων διαδρομών και λύσεων (Socha and Dorigo, 2008). Οι γενετικοί αλγόριθμοι βασίζονται στις αρχές της γενετικής κληρονομικότητας και της φυσικής επιλογής, υλοποιώντας μεταλλάξεις και διασταυρώσεις "γονιδίων" για την εξέλιξη προς βέλτιστες λύσεις (Goldberg and Goldberg, 1989; Grady et al., 2005; Hamblin, 2013). Μια στοχαστική μέθοδος που πρόσφατα έχει τραβήξει το ενδιαφέρον των ερευνητών είναι η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων (PSO). Η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων προτάθηκε το 1995, από τους James Kennedy και Russell Eberhart (Kennedy' and Eberhart, 1995).

1.1.2 Βελτιστοποίηση

Η βελτιστοποίηση είναι η επιστήμη που ασχολείται με τον εντοπισμό των βέλτιστων λύσεων σε διάφορα προβλήματα. Στο πλαίσιο της επιστήμης αυτής, χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι για να βρεθούν οι λύσεις αυτές. Η ακρίβεια των λύσεων που προκύπτουν με τις αριθμητικές μεθόδους εξαρτάται άμεσα από την ακρίβεια της μηχανής που χρησιμοποιείται για τους υπολογισμούς, καθώς και από τα τυχόν αριθμητικά σφάλματα που μπορεί να προκύψουν. Η βελτιστοποίηση γνώρισε ιδιαίτερα μεγάλη άνθηση με την ανάπτυξη υπολογιστών με αυξημένη υπολογιστική ισχύ. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η αυξημένη ισχύς επέτρεψε στα λογισμικά βελτιστοποίησης να "εκμεταλλευτούν" καλύτερα τις δυνατότητες του υλικού των υπολογιστών, οδηγώντας σε ταχύτερους και πιο ακριβείς υπολογισμούς. (Lagaris et al., 2008)

1.1.3 Μέθοδοι ελαχιστοποίησης

Οι μέθοδοι ελαχιστοποίησης μπορούν να χωριστούν σε τρεις κατηγορίες ανάλογα με τη φύση των δεδομένων που χρησιμοποιούν. Οι άμεσες μέθοδοι είναι προτιμητέες όταν οι παράγωγοι

της συνάρτησης είναι μη παραγωγίσσιμοι ή ασυνεχείς. Ωστόσο, όταν αντιμετωπίζουν συναρτήσεις με συνεχείς παραγώγους, υστερούν σε απόδοση. Οι μέθοδοι κλίσης εκμεταλλεύονται την κλίση και προσφέρουν εξαιρετική απόδοση, αποφεύγοντας τον χρονοβόρο υπολογισμό του πίνακα παραγώγων, γεγονός που τις καθιστά δημοφιλείς. Τέλος, οι μέθοδοι εσσιανού πίνακα προτιμώνται όταν ο πίνακας είναι διαθέσιμος ή ο υπολογισμός του είναι αποδοτικός. (Lagaris et al., 2008)

1.2 PSO (βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων)

Η βελτιστοποίηση σμήνους σωματιδίων είναι ένας εξελικτικός αλγόριθμος και βασίζεται στον πληθυσμό των υποψήφιων λύσεων (σμήνους σωματιδίων). Τα σωματίδια κινούνται σε έναν n -διάστατο χώρο και κάθε ένα από αυτά i ανατίθεται η στιγμιαία θέση του x_i και η ταχύτητα του u_i . Τα δύο διανύσματα συνεχώς ενημερώνονται μέχρι να βρεθεί το κριτήριο. Η μέθοδος αυτή έχει εφαρμογές σε πολλά προβλήματα φυσικής, χημείας, οικονομικών και για αυτό το λόγο πρόσφατα έχει τραβήξει το ενδιαφέρον πολλών ερευνητών. Πρόσφατα έχουν προταθεί πολλές παραλλαγές της αρχικής μεθόδου, ώστε να αυξηθεί η ταχύτητα και η αποδοτικότητα της μεθόδου. Κάποιες από αυτές στοχεύουν στο να αναπτύξουν ένα αυτόματο μηχανισμό, για να εκτιμήσουν τις παραμέτρους της μεθόδου, ενώ άλλοι συνδυάζουν την μέθοδο με κάποιες διαφορετικού τύπου στοχαστικές τεχνικές.

Η αρχικοποίηση του αλγορίθμου γίνεται με τα εξής βασικά βήματα. Αρχικά, ορίζετε ο αριθμός των σωματιδίων. Γίνεται αρχικοποίηση του μετρητή επαναλήψεων. Αναθέτονται οι αρχικές θέσεις των σωματιδίων (x_i) και οι ταχύτητες αυτών (u_i), με ομοιόμορφα κατανομημένους τυχαίους αριθμούς. Το διάνυσμα p_i κρατάει την καλύτερη θέση που έχει επισκεφθεί, αυτή με την μικρότερη αξία συνάρτησης, για το σωματίδιο i και το διάνυσμα p_{best} θα είναι καλύτερο μεταξύ $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$.

Στο βήμα ελέγχου τερματισμού, ο αλγόριθμος ελέγχει κάποια προκαθορισμένα κριτήρια, όπως το μέγιστο του αριθμού των επαναλήψεων ($k \geq k_{max}$) ή πόσο κοντά είναι η καλύτερη και η χειρότερη τιμή, της συνάρτησης των σωματιδίων ($|f_{max} - f_{min}| < e, e > 0$) ή κάποιου άλλου κανόνα τερματισμού.

Στην συνέχεια η κύρια επανάληψη του αλγορίθμου εκτελείται για κάθε σωματίδιο. Σε αυτή την επανάληψη σε κάθε σωματίδιο η ταχύτητα του ενημερώνεται και η τρέχουσα θέση του τροποποιείται, ως συνάρτηση σχετιζόμενη με την ταχύτητα. Επίσης υπολογίζεται η κατάσταση και ενημερώνεται η καλύτερη θέση p_i , στην περίπτωση που βρεθεί κάποια καλύτερη θέση. Μετά την κύρια επανάληψη η καλύτερη θέση μεταξύ p_i ανατίθεται στο p_{best} .

Ο πιο συνηθισμένος μηχανισμός ενημέρωσης δίνεται από : $x_i = x_i + u_i$, για την θέση του σωματιδίου.

Όπου, $u_{ij} = \omega u_{ij} + r_1 c_1 (p_{ij} - x_{ij}) + r_2 c_2 (p_{best,j} - x_{ij})$ η παράμετρος j δηλώνει το j -στοιχείο του διανύσματος, όπου $j \in [1, \dots, n]$. Οι παράμετροι r_1 και r_2 είναι τυχαίοι αριθμοί στο $[0,1]$ και οι σταθερές c_1 και c_2 αντιπροσωπεύουν τις γνωστικές και κοινωνικές παραμέτρους. Συνήθως οι τιμές για c_1 και c_2 είναι στο διάστημα $[1,2]$. Η παράμετρος ω καλείται αδράνεια, με $0 \leq \omega \leq 1$.

Ένας κανόνας ενημέρωσης που έχει προταθεί για την αδράνεια $\omega = \omega_{max} - (k/k_{max}) * (\omega_{max} - \omega_{min})$, όπου k_{max} είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που επιτρέπεται και ω_{min} , ω_{max} είναι καθορισμένα από τον χρήστη. Συνήθεις τιμές για τις παραμέτρους είναι $\omega_{min} = 0.4$ και $\omega_{max} = 0.9$.

1.3 Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων

Γενικός Αλγόριθμος PSO

1. Αρχικοποίηση
 - (α) Ορίζεται $k = 0$ (μεταβλητή επαναλήψεων).
 - (β) Ορίζεται συγκεκριμένος αριθμός σωματιδίων m (number of particles).
 - (γ) Γίνεται τυχαία αρχικοποίηση των θέσεων από m σωματίδια $x_1, x_2, \dots, x_m$, με $x_i \in S \subset R^n$.
 - (δ) Γίνεται τυχαία αρχικοποίηση των ταχυτήτων από m σωματίδια $u_1, u_2, \dots, u_m$ με $u_i \in S \subset R^n$.
 - (ε) Για $i = 1, \dots, m$ θα γίνει $p_i = x_i$.
 - (ζ) Ορίζεται $p_{best} = \arg \min_{i \in 1, \dots, m} f(x_i)$.
2. Έλεγχος Τερματισμού. Αν τα κριτήρια του τερματισμού βρεθούν τότε γίνεται παύση. Το τελικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου θα είναι το p_{best} .
3. Για $i = 1, \dots, m$ θα γίνει η επανάληψη
 - (α) Ενημερώνεται η ταχύτητα u_i .
 - (β) Ενημερώνεται η θέση του x_i , σαν συνάρτηση του u_i , p_i και p_{best} .
 - (γ) Αξιολογείται η κατάσταση του σωματιδίου i , $f(x_i)$.
 - (δ) Αν ισχύει $f(x_i) \leq f(p_i)$ τότε $p_i = x_i$.
4. Τέλος της Επανάληψης.
5. Ορίζεται $p_{best} = \arg \min_{i \in 1, \dots, m} f(x_i)$.
6. Ορίζεται $k = k + 1$.
7. Επιστρέφει στο δεύτερο (2°) βήμα.

2 Τροποποιήσεις στην μέθοδο

2.1 Κανόνας παύσης

2.1.1 Κανόνες παύσης

Η διακοπή μιας διαδικασίας βελτιστοποίησης είναι αναμφίβολα κρίσιμης σημασίας, καθώς όπως ένα αυτοκίνητο παύει να κινείται μόλις φτάσει στον προορισμό του, έτσι και οι αλγόριθμοι βελτιστοποίησης δεν πρέπει να συνεχίζουν όταν βρουν το ολικό ελάχιστο.

Μια συνήθης, αλλά μη αποτελεσματική προσέγγιση είναι ο απλοϊκός περιορισμός του αριθμού των επαναλήψεων ($iter_{max}$). Αν και αυτό εξασφαλίζει τον τερματισμό της διαδικασίας, μια χαμηλή τιμή μπορεί να οδηγήσει σε μη βέλτιστες λύσεις, ενώ μια υψηλή τιμή στην υπερβολική χρήση πόρων. Αυτό υπογραμμίζει την ανάγκη για πιο έξυπνα κριτήρια διακοπής. Η πρώτη πρόταση τροποποίησης της μεθόδου είναι η εφαρμογή ενός κανόνα παύσης, ο οποίος είναι βασισμένος στις ασύμπτωτες εκτιμήσεις. Μια απλή και κοινή τεχνική παύσης μιας μεθόδου εύρεσης του ολικού βέλτιστου είναι η χρήση του μέγιστου αριθμού των επιτρεπτών επαναλήψεων. Σταματά όταν ισχύει $iter \geq iter_{max}$.

Αυτή η τεχνική όμως δεν είναι αποδοτική, καθώς αν το $iter_{max}$ είναι πολύ μικρό, ο αλγόριθμος θα τερματίζει χωρίς να βρει το ολικό ελάχιστο. Επίσης, αν η τιμή του $iter_{max}$ είναι πολύ μεγάλη, ο αλγόριθμος θα σπαταλά υπερβολικό χρόνο στην προσπάθεια να βρει το ολικό ελάχιστο, κάτι που είναι περιττό. {(Charilogis and Tsoulos, 2022), (Tsoulos and Stavrakoudis, 2010)}

2.1.2 Κανόνας παύσης του Αλί

Μια από τις τεχνικές παύσης που χρησιμοποιούνται είναι ο κανόνας παύσης του Αλί. Η μέθοδος προτάθηκε από τους Αλί και Καελο (Ali and Kaelo, 2008), όπου σε κάθε γενιά γίνεται η μέτρηση $a = |f_{max} - f_{min}|$. Η f_{max} είναι η μέγιστη τιμή της συνάρτησης του πληθυσμού και η f_{min} είναι η ελάχιστη τιμή συνάρτησης του πληθυσμού. Η μέθοδος θα τερματίσει όταν $a \leq \epsilon$, όπου ϵ είναι μια προ επιλεγμένη μικρή θετική τιμή, για παράδειγμα $\epsilon = 10^{-3}$.

2.1.3 Κανόνας παύσης διπλού κουτιού

Μια ακόμα μέθοδος που χρησιμοποιείται είναι η μέθοδος του διπλού κουτιού (Tsoulos, 2008). Σε αυτή τη μέθοδο, δείχνουμε με σ , αριθμό επαναλήψεων, την διακύμανση του f_{min} , το οποίο υπολογίζεται σε επαναλήψεις.

Αν ο αλγόριθμος δεν μπορεί να βρει μια καινούργια χαμηλότερη τιμή της f_{min} , για έναν αριθμό επαναλήψεων, τότε το ολικό ελάχιστο έχει βρεθεί ήδη και ο αλγόριθμος τερματίζει όταν $\sigma^{(iter)} \leq \frac{\sigma^{(iter_{last})}}{2}$, το $iter_{last}$ θα είναι η τελευταία επανάληψη, όπου εκεί έχει βρεθεί η καινούργια μικρότερη τιμή της f_{min} .

2.1.4 Μέθοδος Παύσης Best-Fitness

Σύμφωνα με το άρθρο των Β. Χαριλόγη και Ι. Τσούλου (Charilogis and Tsoulos, 2022), όπου γίνεται σύγκριση των τεχνικών παύσης, η τεχνική που είναι πιο αποτελεσματική και αυτή που προτείνεται είναι η εξής.

Σε κάθε επανάληψη k , κάνει σύγκριση της καλύτερης τιμής που έχει βρεθεί με την προηγούμενη καλύτερη τιμή, $|f_{min}^{(k)} - f_{min}^{(k-1)}|$. Αν η διαφορά είναι μικρότερη από μηδέν (0) για έναν προκαθορισμένο αριθμό επαναλήψεων k_{max} , τότε η μέθοδος τερματίζει.

2.2 Αδράνεια

2.2.1 Υπολογισμός Ταχύτητας

Ο αλγόριθμος υπολογίζει κάθε επανάληψη την καινούργια θέση x_i , όπου υπολογίζεται χρησιμοποιώντας την παλιά θέση x_i και σχετίζεται με την ταχύτητα u_i ως:

$$x_i = x_i + u_i$$

Η ταχύτητα υπολογίζεται σαν ένας συνδυασμός της παλιάς ταχύτητας και των καλύτερων τιμών που βρέθηκαν p_i και p_{best} και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$u_i = \omega * u_i + r_1 * c_1 * (p_i - x_i) + r_2 * c_2 * (p_{best} - x_i)$$

Όπου, οι παράμετροι r_1, r_2 είναι τυχαίοι αριθμοί με $r_1, r_2 \in [0,1]$, οι σταθεροί αριθμοί c_1, c_2 είναι μέσα στο διάστημα $[1,2]$, η μεταβλητή ω λέγεται αδράνεια και ανήκει στο διάστημα $[0,1]$.

Η μεταβλητή αδράνεια προτάθηκε από τους Shi και Eberhart (Eberhart and Yuhui Shi, 2001), οι οποίοι πρότειναν ότι ψηλότερες τιμές της αδράνειας συνέβαλαν σε καλύτερη αναζήτηση μιας περιοχής, ενώ μικρότερες τιμές της μεταβλητής μπορούν να χρησιμοποιηθούν για μια καλύτερη τοπική αναζήτηση σε περιοχές ώστε να βρεθεί το ολικό ελάχιστο.

2.2.2 Τυχαιότητα της Αδράνειας

Ο υπολογισμός της αδράνειας που χρησιμοποιείται προτάθηκε από τους Eberhart και Yuhui shi (Eberhart and Yuhui Shi, 2001) και είναι καθορισμένος με τον τύπο

$$\omega_{iter} = 0.5 + \frac{r}{2}, \text{ όπου το } r \text{ είναι ένας τυχαίος αριθμός που ανήκει στο διάστημα } [0,1].$$

Στα πειράματα θα αναφέρεται ως iPSO (1).

2.2.3 Γραμμική Χρονικά Αδράνεια (ελάχιστη και μέγιστη)

Ένας ακόμα τρόπος υπολογισμού της αδράνειας που έχει προταθεί είναι ο εξής (Shi and Eberhart, 1999)

$$\text{Για ελάχιστη } \omega_{iter} = \frac{iter_{max} - iter}{iter_{max}} (\omega_{max} - \omega_{min}) + \omega_{min},$$

$$\text{Για μέγιστη } \omega_{iter} = \frac{iter_{max}-iter}{iter_{max}} (\omega_{min} - \omega_{max}) + \omega_{max} ,$$

όπου το ω_{min} είναι η ελάχιστη τιμή της αδράνειας και το ω_{max} είναι η μέγιστη τιμή της αδράνειας.

Στα πειράματα η παύση της ελάχιστης τιμής θα αναφέρεται ως iPSO (3) και η μέγιστη ως iPSO (4).

2.2.4 Τεχνική Εύρεσης της Αδράνειας Χαριλόγη-Τσούλου

Σύμφωνα με το άρθρο του Β. Χαριλόγη και Ι. Τσούλου (Charilogis and Tsoulos, 2022), ο υπολογισμός της αδράνειας σχετίζεται με τον αριθμό των επαναλήψεων, στο σημείο που η μέθοδος καταφέρνει να βρει ένα νέο ελάχιστο. Στις αρχικές επαναλήψεις και όταν η μέθοδος πρέπει να εξερευνήσει σε μεγάλο βαθμό μια περιοχή, η μεταβλητή της αδράνειας θα έχει μεγαλύτερη τιμή. Όταν η μέθοδος πρέπει να εστιάσει σε ένα ελάχιστο, πρέπει η αδράνεια να ελαττωθεί. Για αυτό τον λόγο σε κάθε επανάληψη, η ποσότητα θα πρέπει να υπολογίζεται και αυτό επιτυγχάνεται με τον τύπο

$$\delta^{(iter)} = \left| \sum_{i=1}^m |f_i^{(iter)}| - \sum_{i=1}^m |f_i^{(iter-1)}| \right|$$

Στην αρχή η ποσότητα, μεταβλητή δ , θα έχει πολλές αλλαγές σε γρήγορο ρυθμό. Σε κάποιο σημείο αυτή δεν θα αλλάζει με τον ίδιο ρυθμό ή δεν θα αλλάζει καθόλου και θα είναι μηδέν. Υπάρχει ένα μοντέλο των αλλαγών στο δ , όπου $\zeta^{(iter)} = 1, \delta^{(i)} = 0$ αλλιώς $\zeta^{(iter)} = 0$. Επίσης υπάρχουν και άλλες δυο μετρήσεις που δημιουργούνται S και C ,

$$S_{\delta}^{(iter)} = \sum_{i=1}^{iter} \zeta^{(i)}$$

$$C_{\delta}^{(iter)} = \frac{S_{\delta}^{(iter)}}{iter}$$

Ο τύπος υπολογισμού της αδράνειας που προτείνεται είναι

$$\omega_{iter} = \omega_{max} - \frac{iter}{C_{\delta}} (\omega_{max} - \omega_{min})$$

Στα πειράματα θα αναφέρεται ως iPSO (2).

2.3 Διαδικασία Απόρριψης

Σε αυτή την μέθοδο, σε κάθε επανάληψη, εκτελείται μια σειρά τοπικών αναζητήσεων. Αυτές οι τοπικές αναζητήσεις έχουν ως αποτέλεσμα, την εύρεση του τοπικού ελαχίστου, το οποίο ήδη θα έχει βρεθεί ή να βρίσκει τιμές πολύ μικρότερες από το ολικό ελάχιστο. Λόγω αυτών υπάρχει μεγάλη σπάταλη υπολογιστικού χρόνου. Για την επίλυση αυτών των προβλημάτων, προτείνεται η ιδέα της στοιβάδας. Η στοιβάδα θα είναι ένα σύμπλεγμα από σημεία που πιστεύεται ότι ανήκουν στην ίδια περιοχή ενδιαφέροντος της συνάρτησης. (Charillogis and Tsoulos, 2022)

Στόχος αυτής είναι η ομαδοποίηση των σημείων που θα μας οδηγούν, μέσω της τοπικής αναζήτησης, στο ίδιο τοπικό ελάχιστο.

Η περιοχή ενδιαφέροντος του τοπικού ελαχίστου x^* ορίζεται ως

$$A(x^*) = \{x: x \in S \subset R^n, LS(x) = x^*\}$$

Το $LS(x)$ είναι η τοπική αναζήτηση που ξεκινά από ένα σημείο x και τερματίζει όταν βρεθεί ένα τοπικό ελάχιστο. Αυτή η διαδικασία αποθαρρύνει την μέθοδο από την τοπική αναζήτηση ενός σημείου x , αν αυτό το σημείο ανήκει στην ίδια περιοχή ενδιαφέροντος με άλλα σημεία.

Αυτή η διαδικασία αποτελείται από δυο σκέλη. Το πρώτο σκέλος ονομάζεται τυπική απόσταση και είναι μια μέτρηση. Υπολογίζεται μετά την κάθε τοπική αναζήτηση και δίνεται από τον τύπο

$$r_c = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \|x_i - x_{iL}\|$$

Όπου η τοπική αναζήτηση $LS(x)$ αρχίζει από ένα σημείο x_i και x_{iL} είναι το αποτέλεσμα του $LS(x_i)$. Αν ένα σημείο x είναι αρκετά κοντά σε ένα τοπικό ελάχιστο, που έχει ήδη ανακαλυφθεί, τότε η πιθανότητα αυτό το σημείο να ανήκει στην περιοχή ενδιαφέροντος του ελαχίστου, είναι υψηλή. Το δεύτερο σκέλος είναι ένας έλεγχος, ο οποίος επιτυγχάνεται χρησιμοποιώντας τιμές μεταξύ ενός πιθανού σημείου και ενός τοπικού ελαχίστου το οποίο έχει ήδη ανακαλυφθεί.

Η τιμή της συνάρτησης $f(x)$ κοντά σε ένα τοπικό ελάχιστο z υπολογίζεται από τον τύπο:

$f(x) \approx f(z) + \frac{1}{2}(x - z)^T B(x - z)$,όπου B είναι ο πίνακας του Hesse στο ελάχιστο z.

Υπολογίζοντας την κλίση των δυο μεριών της εξίσωσης έχουμε:

$$\nabla f(x) \approx B(x - z)$$

Καθώς η εξίσωση έχει για κάθε σημείο y κοντά στο z:

$$\nabla f(y) \approx B(y - z)$$

Διαιρώντας την εξίσωση από την εξίσωση και πολλαπλασιάζοντας με $(x - y)^T$, θα έχουμε την ακόλουθη εξίσωση:

$$(x - y)^T (\nabla f(x) - \nabla f(y)) \approx (x - y)^T B(x - y)^T > 0$$

Οπότε θα έχουμε ένα υποψήφιο αρχικό σημείο x το οποίο μπορεί να απορριφθεί αν ισχύει η εξίσωση. Αυτή θα μας δείξει αν έχει βρεθεί ήδη το τοπικό ελάχιστο z:

$$||X - z|| \leq rC \text{ AND } (x - y)^T (\nabla f(x) - \nabla f(z))$$

2.4 Ο Αλγόριθμος Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (PSO) με τις προτεινόμενες μετατροπές

Αλγόριθμος PSO με μετατροπές

1. Αρχικοποίηση

- (α) Ορίζεται $iter = 0$ (μεταβλητή επαναλήψεων).
- (β) Ορίζεται συγκεκριμένος αριθμός σωματιδίων m (number of particles).
- (γ) Ορίζεται ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων που επιτρέπεται $itermax$.
- (δ) Ορίζεται ο ρυθμός της τοπικής αναζήτησης $pl \in [0, 1]$.
- (ε) Τυχαία αρχικοποίηση των θέσεων από m σωματίδια $x_1, x_2, \dots, x_m$, με $x_i \in S \subset R^n$.
- (ζ) Τυχαία αρχικοποίηση των ταχυτήτων από m σωματίδια $u_1, u_2, \dots, u_m$ με $u_i \in S \subset R^n$.
- (η) Για $i = 1, \dots, m$ θα γίνει $p_i = x_i$.
- (στ) Ορίζεται $p_{best} = \arg \min_{i \in 1, \dots, m} f(x_i)$.

2. Έλεγχος Τερματισμού. Αν τα κριτήρια του τερματισμού βρεθούν τότε γίνεται παύση. Το τελικό αποτέλεσμα του αλγόριθμου θα είναι το p_{best} .

8. Για $i = 1, \dots, m$ γίνεται η επανάληψη

- (α) Ενημερώνεται η ταχύτητα ui .
- (β) Ενημερώνεται η θέση του $xi = xi + ui$.
- (γ) Ορίζεται το $r \in [0, 1]$ ως ένας τυχαίος αριθμός. Αν $r \leq pm$ τότε $xi = LS(xi)$, όπου η $LS(xi)$ είναι μια μέθοδος τοπικής αναζήτησης.
- (δ) Αξιολογείται η κατάσταση του σωματιδίου i , $f(x_i)$.
- (ε) Αν $f(x_i) \leq f(pi)$ τότε $pi = x_i$.

9. Τέλος της Επανάληψης.

10. Ορίζεται $pbest = \arg \min_{i \in 1, \dots, m} f(x_i)$.

11. Ορίζεται $iter = iter + 1$.

12. Επιστρέφει στο δεύτερο (2°) βήμα. (Charilogis and Tsoulos, 2022)

3 Εφαρμογή του αλγορίθμου PSO σε προβλήματα

Το τεστ Παπανικολάου, που αναπτύχθηκε από τον καθηγητή Γεώργιο Παπανικολάου, αποτελεί μία από τις πιο επιτυχημένες μεθόδους για την έγκαιρη διάγνωση του καρκίνου του τραχήλου της μήτρας. Η εξέταση βασίζεται στην ταξινόμηση κυττάρων από τον τράχηλο, με σκοπό τον εντοπισμό εκείνων που φέρουν προ καρκινικές αλλοιώσεις. Αυτά τα κύτταρα, γνωστά και ως Pap-smear, "σημαδεύονται" από τη μέθοδο Παπανικολάου, επισημαίνοντας την ύπαρξη πιθανών κινδύνων.

Με στόχο την περαιτέρω βελτίωση της διαγνωστικής ακρίβειας, επιστήμονες συνδύασαν τον αλγόριθμο βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO) με άλλες μεθόδους, δημιουργώντας ένα υβριδικό μοντέλο. Η έρευνα αξιοποίησε δύο σύνολα δεδομένων με φωτογραφίες Pap-smear από το πανεπιστημιακό νοσοκομείο του Harlev, κατηγοριοποιημένα τυχαία σε επτά διακριτές κλάσεις. Κάθε κύτταρο περιγράφονταν από 20 χαρακτηριστικά, εξαγόμενα από τις ψηφιακές απεικονίσεις. (Marinakis et al., 2008)

Το μεγάλο πρόβλημα ήταν αυτό της επιλογής των «βέλτιστων» χαρακτηριστικών. Η επιλογή των κατάλληλων χαρακτηριστικών αποτελεί κρίσιμο παράγοντα στην αντιμετώπιση μεγάλων συνόλων δεδομένων. Η διαδικασία αυτή συμβάλλει στην μείωση της πολυπλοκότητας του προβλήματος, στην απομόνωση θορύβου από τα δεδομένα και στην επιτάχυνση της εξάλειψης περιττών χαρακτηριστικών. Η αναγκαιότητα για ανάλυση και εξόρυξη δεδομένων με βέλτιστα χαρακτηριστικά γίνεται ολοένα και πιο επιτακτική, καθώς τα σύνολα δεδομένων αυξάνονται σε μέγεθος και πολυπλοκότητα. Η εύρεση του ιδανικού υποσυνόλου χαρακτηριστικών, βασίζεται στην αξιολόγηση της απόδοσής τους.

Ο αλγόριθμος που προτάθηκε στο άρθρο συνδύαζε τον αλγόριθμο των κοντινών γειτόνων και την αρχή της βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι, η προτεινομένη μέθοδος είχε υψηλή απόδοση και εξαιρετική κατηγοριοποίηση για «σημαδεμένα» κύτταρα.

Αυτό μας έδειξε ότι οι εναλλακτικοί αλγόριθμοι βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων έχουν υψηλή απόδοση και μπορούν να δώσουν σωστά αποτελέσματα.

4 Πειράματα

Για την μέτρηση της επίδρασης, που έχουν οι προτεινόμενες μετατροπές στην αρχική μέθοδο της βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO), έγινε μια σειρά πειραμάτων {(Ali et al., 2005),(Floudas et al., 1999)}, τα οποία χρησιμοποιούνται για την μέτρηση της απόδοσης αλγορίθμων από διάφορους ερευνητές. {(Tsoulos and Lagaris, 2008),(Siarry et al., 1997),(Koyuncu and Ceylan, 2019)}

Σε μια σειρά πειραμάτων που εστίαζαν στη βελτιστοποίηση αλγορίθμων, η αρχική μέθοδος PSO τέθηκε αντιμέτωπη με την τροποποιημένη iPSO. Σκοπός ήταν να συγκριθεί η αποτελεσματικότητα και ο μέσος αριθμός κλήσεων λειτουργιών κάθε μεθόδου. Επιπλέον, διερευνήθηκε η επίδραση διαφορετικών μεθόδων παύσης και τύπων αδράνειας στην μέθοδο iPSO.

4.1 Συναρτήσεις των Πειραμάτων

Bf1(Bohachevsky1):

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - \frac{3}{10}\cos(3\pi x_1) - \frac{4}{10}\cos(4\pi x_2) + \frac{7}{10}$$

με $x \in [-100, 100]^2$.

Bf2(Bohachevsky2):

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - \frac{3}{10}\cos(3\pi x_1)\cos(4\pi x_2) + \frac{3}{10}$$

με $x \in [-50, 50]^2$.

Branin:

$$f(x) = \left(x_2 - \frac{5.1}{4\pi^2} x_1^2 + \frac{5}{\pi} x_1 - 6\right)^2 + 10 \left(1 - \frac{1}{8\pi}\right) \cos(x_1) + 10$$

με $-5 \leq x_1 \leq 10, 0 \leq x_2 \leq 15$, με $x \in [-10, 10]^2$.

CM:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{1}{10} \sum_{i=1}^n \cos(5\pi x_i)$$

με $x \in [-1, 1]^n$. Στα πειράματα χρησιμοποιήθηκε το $n = 4$.

Camel:

$$f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{1}{3}x_1^6 + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$$

με $x \in [-5, 5]^2$

Easom:

$$f(x) = -\cos(x_1) \cos(x_2) \exp((x_2 - \pi)^2 - (x_2 - \pi)^2)$$

με $x \in [-100, 100]^2$.

Exponential:

$$f(x) = -\exp(-0.5 \sum_{i=1}^n (x_i^2)), -1 \leq x_i \leq 1$$

Στα πειράματα που έγιναν το n είχε τιμές $n = 2, 4, 8, 16, 32$

Goldstein and Price:

$$f(x) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2 (19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \\ \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2 (18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)]$$

με $x \in [-2, 2]^2$.

Griewank 2:

$$f(x) = 1 + \frac{1}{200} \sum_{i=1}^2 x_i^2 - \prod_{i=1}^2 \frac{\cos(x_i)}{\sqrt{i}}$$

με $x \in [-100, 100]^2$.

Gkls:

$$f(x) = Gkls(x, n, w)$$

είναι μια συνάρτηση όπου το w είναι το τοπικό ελάχιστο[], με $x \in [-1, 1]^n$. Το n είναι ένας θετικός ακέραιος αριθμός $n \in [2, 100]$. Η τιμή του ολικού ελαχίστου είναι -1 και στα πειράματα το n είχε τις τιμές $n = 2, 3$ και το w είχε τιμές $w = 50, 100$.

Hansen:

$$f(x) = \sum_{i=1}^2 i \cos[(i-1)x_1 + i] \sum_{j=1}^5 j \cos[(j+1)x_2 + j]$$

με $x \in [-10, 10]^2$

Hartman3: $f(x) = -\sum_{i=1}^4 c_i \exp(-\sum_{j=1}^3 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2)$

$$\text{με } x \in [0, 1]^3 \text{ με } a = \begin{pmatrix} 3 & 10 & 30 \\ 0.1 & 10 & 35 \\ 3 & 10 & 30 \\ 0.1 & 10 & 35 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 3 \\ 3.2 \end{pmatrix} \text{ και}$$

$$p = \begin{pmatrix} 0.3689 & 0.117 & 0.2673 \\ 0.4699 & 0.4387 & 0.747 \\ 0.1091 & 0.8732 & 0.5547 \\ 0.03815 & 0.5743 & 0.8828 \end{pmatrix}$$

Hartman 6: $f(x) = -\sum_{i=1}^4 c_i \exp(-\sum_{j=1}^6 a_{ij}(x_j - p_{ij})^2)$

με $x \in [0, 1]^6$ και

$$a = \begin{pmatrix} 10 & 3 & 17 & 3.5 & 1.7 & 8 \\ 0.05 & 10 & 17 & 0.1 & 8 & 14 \\ 3 & 3.5 & 1.7 & 10 & 17 & 8 \\ 17 & 8 & 0.05 & 10 & 0.1 & 14 \end{pmatrix}$$

$$p = \begin{pmatrix} 0.1312 & 0.1696 & 0.5569 & 0.0124 & 0.8283 & 0.5886 \\ 0.2329 & 0.4135 & 0.8307 & 0.3736 & 0.1004 & 0.9991 \\ 0.2348 & 0.1451 & 0.3522 & 0.2883 & 0.3047 & 0.6650 \\ 0.4047 & 0.8828 & 0.8732 & 0.5743 & 0.1091 & 0.0381 \end{pmatrix}$$

$$c = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.2 \\ 3 \\ 3.2 \end{pmatrix}$$

Rastrigin:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - \cos(18x_1) - \cos(18x_2)$$

με $x \in [-1, 1]^2$

Rosenbrock:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{n-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$$

με $-30 \leq x_i \leq 30$. *Στα πειράματα το n πήρε τις εξής τιμές $n = 4, 8, 16$.

Shekel5:

$$f(x) = \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(x - ai)(x - ai)^T + ci}$$

με $x \in [0, 10]^4$.

$$a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \end{pmatrix}$$

Shekel7:

$$f(x) = - \sum_{i=1}^7 \frac{1}{(x - ai)(x - ai)^T + ci}$$

$\mu \varepsilon x \in [0, 10]^4$.

$$a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 2 & 9 \\ 5 & 3 & 5 & 3 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.3 \end{pmatrix}$$

Shekel10:

$$f(x) = - \sum_{i=1}^{10} \frac{1}{(x - ai)(x - ai)^T + ci}$$

$\mu \varepsilon x \in [0, 10]^4$.

$$a = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 8 & 8 & 8 \\ 6 & 6 & 6 & 6 \\ 3 & 7 & 3 & 7 \\ 2 & 9 & 2 & 9 \\ 5 & 5 & 3 & 3 \\ 8 & 1 & 8 & 1 \\ 6 & 2 & 6 & 2 \\ 7 & 3.6 & 7 & 3.6 \end{pmatrix}, \quad c = \begin{pmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.4 \\ 0.4 \\ 0.6 \\ 0.3 \\ 0.7 \\ 0.5 \\ 0.6 \end{pmatrix}$$

Sinusoidal:

$$f(x) = -\left(2.5 \prod_{i=1}^n \sin(x_i - z) + \prod_{i=1}^n \sin(5(x_i - z))\right), \quad 0 \leq x_i \leq \pi.$$

*Στα πειράματα το n πήρε τις εξής τιμές $n = 4, 8, 16, 32$ και $z = \frac{\pi}{6}$.

Test2N:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n x_i^4 - 16x_i^2 + 5x_i, \quad x_i \in [-5, 5].$$

Potential: Η μοριακή διαμόρφωση που αντιστοιχεί στο παγκόσμιο ελάχιστο της ενέργειας, των ατόμων N , που αλληλοεπιδρούν μεταξύ τους. Από τους Lennard-Jones

$$V_{LJ}(r) = 4 \epsilon \left[\left(\frac{\sigma}{r} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{r} \right)^6 \right]$$

Στα πειράματα το N πήρε τις τιμές $N = 3, 4, 5$

4.2 Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με τον αλγόριθμο PSO

Στον πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα εύρεσης του ολικού ελαχίστου στα προβλήματα, καθώς και ο μέσος αριθμός κλήσεων του αλγόριθμου βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (PSO) για να βρει το ολικό ελάχιστο.

Προβλήματα	Ποσοστό επίλυσης	Μέσος όρος κλήσεων
Camel	96.67%	7824.4
Rastrigin	40.00%	4836.7
Branin	93.33%	1944.5
Bf1	86.67%	9173.9
Bf2	86.67%	9802.27
Easom	96.67%	1067.4
Hansen	93.33%	8323.03
Griewank2	23.33%	2819.03
Gkls250	40.00%	5688.83
Gkls350	33.33%	5332.47
Rosenbrock4	56.67%	1596.33
Rosenbrock8	66.67%	1466.13
Rosenbrock16	56.67%	1249.2
Shekel5	36.67%	11096.47
Shekel7	26.67%	11226.73
Shekel10	16.67%	9601.33
g15	70.00%	1874.93
goldstein	70.00%	8374.4
hartman3	80.00%	3287.73
hartman6	76.67%	9155.47
Exp	100.00%	11
Cm	100.00%	11
Sinu	100.00%	11
Test2n	100.00%	11
Potential	100.00%	11

πίνακας 1 : Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με τον αλγόριθμο PSO

4.3 Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με τον αλγόριθμο iPSO

Οι πίνακες παρακάτω είναι τα ποσοστά επίλυσης της βελτιωμένης βελτιστοποίησης σμήνους σωματιδίων (iPSO), σε διάφορα προβλήματα βελτιστοποίησης. Ο αλγόριθμος χρησιμοποιεί στην συνέχεια διαφορετικές τεχνικές παύσης, όπως αυτή που προτάθηκε από τους Τσούλο και Χαριλόγη (Charilogis and Tsoulos, 2022), την μέθοδο του διπλού κουτιού (Tsoulos, 2008) και την παύση του Αλί (Ali and Kaelo, 2008). Επίσης διαφορετικές μεθόδους αδράνειας όπως την τυχαία (Eberhart and Yuhui Shi, 2001), Χαριλόγη-Τσούλου (Charilogis and Tsoulos, 2022), την γραμμική χρονικά αδράνεια για ελάχιστο και μέγιστο (Eberhart and Yuhui Shi, 2001).

πίνακας 2 : Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με την μέθοδο παύσης best-fitness

Προβλήματα				
Προβλήματα (Mean-Fitness)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rastrigin	96.67%	96.67%	100.00%	100.00%
Branin	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Bf1	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Bf2	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Easom	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Hansen	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Griewank2	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Gkls250	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Gkls350	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock4	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock8	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock16	100.00%	100.00%	96.67%	100.00%
Shekel5	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Shekel7	100.00%	100.00%	100.00%	96.67%
Shekel10	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
g15	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

goldstein	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
hartman3	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
hartman6	100.00%	100.00%	93.33%	100.00%
Exp	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Cm	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Sinu	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Test2n	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Potential	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

πίνακας 3 : Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με την μέθοδο παύσης mean-fitness

Προβλήματα (Double-Box)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	100.00%	100.00%	96.67%	100.00%
Rastrigin	93.33%	100.00%	100.00%	100.00%
Branin	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Bf1	100.00%	100.00%	93.33%	100.00%
Bf2	96.67%	100.00%	100.00%	100.00%
Easom	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Hansen	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Griewank2	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Gkls250	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Gkls350	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock4	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock8	100.00%	96.67%	100.00%	96.67%
Rosenbrock16	96.67%	96.67%	100.00%	93.33%
Shekel5	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Shekel7	100.00%	93.33%	100.00%	100.00%
Shekel10	96.67%	96.67%	100.00%	96.67%
g15	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
goldstein	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
hartman3	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
hartman6	100.00%	100.00%	100.00%	96.67%
Exp	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Cm	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Sinu	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Test2n	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Potential	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

πίνακας 4 : Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με την μέθοδο παύσης διπλού κουτιού

Προβλήματα (Ali)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rastrigin	93.33%	100.00%	100.00%	100.00%
Branin	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Bf1	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Bf2	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Easom	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Hansen	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Griewank2	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Gkls250	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Gkls350	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock4	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock8	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Rosenbrock16	100.00%	100.00%	93.33%	100.00%
Shekel5	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Shekel7	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Shekel10	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
g15	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
goldstein	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
hartman3	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
hartman6	96.67%	100.00%	96.67%	100.00%
Exp	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Cm	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Sinu	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Test2n	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%
Potential	100.00%	100.00%	100.00%	100.00%

πίνακας 5 : Αποτελέσματα επίλυσης των προβλημάτων με την μέθοδο παύσης του Αλί

Αποτελέσματα μέσου ορού κλήσεων για την επίλυση των πειραμάτων με την χρήση του αλγορίθμου iPSO με διαφορετικές τεχνικές παύσης

Μέσος όρος κλήσεων AC (Average Calls) είναι μια μέτρηση που χρησιμοποιείται για την αξιολόγηση της απόδοσης των αλγορίθμων βελτιστοποίησης. Αυτή η μέτρηση αναφέρεται στον μέσο αριθμό των φορών, που καλείται η συνάρτηση, κατά τη διαδικασία βελτιστοποίησης. Μια χαμηλότερη τιμή AC υποδηλώνει καλύτερη απόδοση, καθώς σημαίνει ότι ο αλγόριθμος είναι σε θέση να συγκλίνει σε μια βέλτιστη λύση με λιγότερες χρήσεις της συνάρτησης.

Προβλήματα (Best-Fitness)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	1799.93	2066.13	2335.8	1970.53
Rastrigin	2402.53	2732.17	2648.3	2473.77
Branin	2175.5	2170.1	2178.37	2050.6
Bf1	2156	2247.77	2380.93	2263.33
Bf2	2070.7	2183.8	2272.33	2097.63
Easom	1694.1	2126.9	2152.77	2097.33
Hansen	2786.43	2804.17	2881.9	2729.97
Griewank2	2888.23	2674.5	2883.2	2787.77
Gkls250	1369.87	1898.4	2078.2	1850.07
Gkls350	1290.17	1828.83	1946.67	1793.53
Rosenbrock4	10820.8	4739.73	11121.03	4446.03
Rosenbrock8	5065.6	3227.4	6052.97	2893.9
Rosenbrock16	3261.07	2553.43	5046.73	2699.37
Shekel5	2399.9	2388.47	3295.47	2270.63
Shekel7	2327.3	2290.4	3315.03	2264.07
Shekel10	2366.7	2358.33	3249.77	2238.27
g15	12495.47	7410.67	16155.53	6960.93
goldstein	2284.8	2215.7	2701.03	2123.77
hartman3	2038.97	2015.1	2093.33	1948.13
hartman6	2901.73	3087.9	3904.27	2794.37
Exp	101	101	101	101
Cm	101	101	101	101
Sinu	101	101	101	101
Test2n	101	101	101	101
Potential	101	101	101	101

πίνακας 6 : Αποτελέσματα μέσου ορού κλήσεων με την μέθοδο παύσης Best-Fitness

Προβλήματα (Mean-Fitness)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	2961.57	2218.57	7799.47	6682.83
Rastrigin	10867.07	2378.47	7864.77	6579.73
Branin	4755.27	2764.67	7477.47	5700.03
Bf1	9029.83	3645.3	7642.07	8388.93
Bf2	6681.7	3176.3	7381.33	7317.73
Easom	8012.8	853.6	12099.4	5177.9
Hansen	14591.7	7036.87	13544.13	6562.8
Griewank2	6738.6	3347.47	7506.23	5622.77
Gkls250	1432.9	1358.77	4842.5	5247.2
Gkls350	1406.2	1102.4	3928.63	4731.23
Rosenbrock4	25374.27	18914.33	21297.03	64465.67
Rosenbrock8	21184.1	11746.27	12595.37	44182.87
Rosenbrock16	18071.23	14809.1	12820.6	44731.83
Shekel5	9031.23	4303.43	10172.8	11940.03
Shekel7	7245.53	4304.5	9826.3	11755.53
Shekel10	7714.7	4432.23	9546.57	11708.53
g15	24066.1	16905.3	39301.23	50634.37
goldstein	7131.23	3355.2	8778.17	7633.63
hartman3	3882.47	1669.4	6336.63	2974.77
hartman6	5531.97	5338.57	11970.93	9881.63
Exp	101	101	101	101
Cm	101	101	101	101
Sinu	101	101	101	101
Test2n	101	101	101	101
Potential	101	101	101	101

πίνακας 7 : Αποτελέσματα μέσου ορού κλήσεων με την μέθοδο παύσης mean-fitness

Προβλήματα (Double-Box)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	2106.23	2588.07	3243.4	2475.33
Rastrigin	3037.97	3146.57	2871.67	3030.73
Branin	2657.1	2563.57	2640.6	2538.2
Bf1	2681.67	3002.03	3039.2	3058.97
Bf2	2434.17	2844.3	2764.6	2956.47
Easom	2062.53	2623.57	2621	2593.6
Hansen	4474.73	4053.3	4262.5	4259.03
Griewank2	3766.1	3633.87	4518.73	3541.23
Gkls250	1631.23	2320.5	2533.03	2273.63
Gkls350	1360.7	2341.8	2409.2	2211.57
Rosenbrock4	13670.97	9589.6	14444.8	14275.83
Rosenbrock8	6051.37	4483.17	7442.93	3491.9
Rosenbrock16	4305.3	4481	6161.33	5953.5
Shekel5	2965.17	3616.8	4444.07	2855.37
Shekel7	2897.53	3558.8	3898.27	2722.6
Shekel10	3566.07	3796.17	4114.23	4249.33
g15	14651.57	11770.93	20411.37	20405.6
goldstein	2637.1	2835.43	3602.27	3195.7
hartman3	2492.2	2426.7	2518.93	2376.07
hartman6	3686.2	3487.23	4132.27	4081.9
Exp	101	101	101	101
Cm	101	101	101	101
Sinu	101	101	101	101
Test2n	101	101	101	101
Potential	101	101	101	101

πίνακας 8 : Αποτελέσματα μέσου ορού κλήσεων με την μέθοδο παύσης διπλού κουτιού

Προβλήματα (Ali)	IPSO (1)	IPSO (2)	IPSO (3)	IPSO (4)
Camel	4673.6	9623.13	9365.33	6809.63
Rastrigin	12836.67	9975.97	10100.77	6619.13
Branin	9887.07	9500.9	9596.77	6060.67
Bf1	11531.27	11148.4	8910.63	8411.53
Bf2	10910.97	10757.67	9520.67	7577.23
Easom	8186.3	8865.7	12218.33	5089.87
Hansen	14591.7	10727.47	13544.13	6663.83
Griewank2	12607.2	12174.73	12218.67	8473.2
Gkls250	5632.2	5271.73	7077.73	5545.27
Gkls350	4044.67	6578.5	8078.83	5587.7
Rosenbrock4	25374.27	42343.57	23940.53	67051.07
Rosenbrock8	21184.1	20608.87	14048.97	44066.53
Rosenbrock16	18071.23	19844.87	12934.53	44938.97
Shekel5	11150	10588.87	11483.93	11995.67
Shekel7	10682.7	10367.83	10521.27	11939.27
Shekel10	10961.1	12616.03	10921.63	11765.13
g15	24066.1	42242.23	39301.23	49038.97
goldstein	8826.5	4379.9	9085.77	7609.83
hartman3	9599.73	4115.37	9551.23	6326.2
hartman6	11792.03	8844.93	12490.7	16968.83
Exp	101	101	101	101
Cm	101	101	101	101
Sinu	101	101	101	101
Test2n	101	101	101	101
Potential	101	101	101	101

πίνακας 9 : Αποτελέσματα μέσου ορού κλήσεων με την μέθοδο παύσης του Αλί

4.3 Βέλτιστες λύσεις

Με βάση τα αποτελέσματα των συγκρίσεων μεταξύ διαφορετικών συνδυασμών μεθόδων παύσης και τύπων αδράνειας, καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι ορισμένες λύσεις είναι πιο αποτελεσματικές από άλλες. Η αξιολόγηση βασίστηκε σε δύο κύρια κριτήρια: τον εντοπισμό της μέγιστης δυνατής λύσης ενός προβλήματος και τον ελάχιστο δυνατό αριθμό κλήσεων που απαιτούνται για να επιτευχθεί αυτό το αποτέλεσμα.

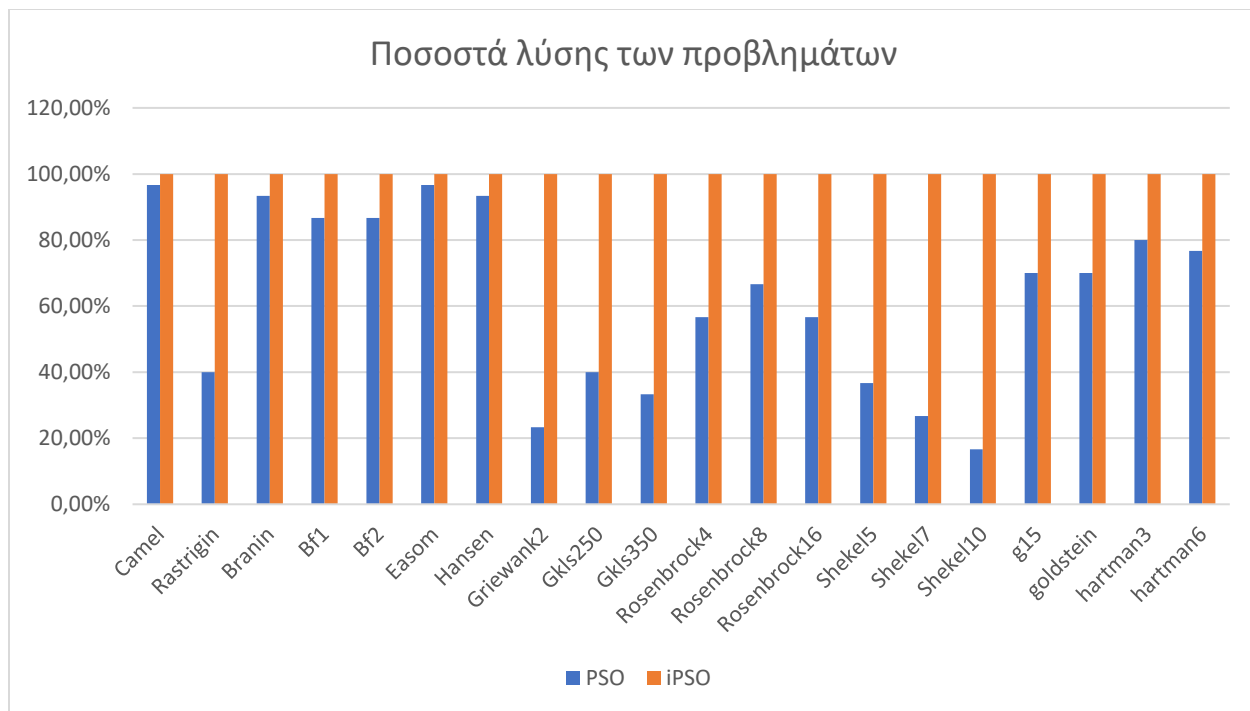
Στον πίνακα 10 παρατηρούμε ότι στα προβλήματα Exponential, CM, Sinusoidal, Test2N και Potential, οι ίδιες τιμές λύσης παρατηρούνται σε όλους τους συνδυασμούς του iPSO. Αυτό ίσως οφείλεται στην ευκολία που παρουσιάζουν αυτά τα προβλήματα στο να λυθούν, με τη χρήση ακόμα και ενός απλού αλγορίθμου βελτιστοποίησης σωματιδίων (PSO). Στη συνέχεια, παρατηρούμε ότι σε πολλά προβλήματα, όπως τα Camel, Rastrigin, Branin, Bf1, Bf2, Hansen, Griewank 2, Rosenbrock, Shekel, G15, Goldstein και Hartman 6, η μέθοδος παύσης που καλεί τη συνάρτηση λιγότερες φορές και παράλληλα παρέχει τα καλύτερα αποτελέσματα είναι η μέθοδος Χαριλόγη-Τσούλου. Επιπλέον, σε συνεργασία με τη μέθοδο παύσης max (4), παρέχει σε πολλές περιπτώσεις τα βέλτιστα αποτελέσματα.

Ενδιαφέρον παρουσιάζει επίσης στους πίνακες 3 και 7 η επιτυχία επίλυσης των προβλημάτων Easom, Gkls250 και Gkls350 που έχει η μέθοδος παύσης mean-fitness σε συνεργασία με τον τύπο εύρεσης αδράνειας B.Χαριλόγη και I.Τσούλου.

Στην σύγκριση του αρχικού αλγορίθμου PSO με τον βελτιωμένο αλγόριθμο iPSO δείχνει ότι το ποσοστό λύσης των προβλημάτων έχει αυξηθεί. Επίσης ο αριθμός των κλήσεων έχει μειωθεί σημαντικά από την αρχική μέθοδο με εξαίρεση τα προβλήματα Rosenbrock και το g15, όπου ο εξελιγμένος αλγόριθμος iPSO, πετυχαίνει εξαιρετικό αποτέλεσμα 100% σε σχέση με τον αρχικό αλγόριθμο PSO. Σε αυτές τις περιπτώσεις έχει αυξηθεί ο αριθμός κλήσεων αλλά το ποσοστό επίλυσης είναι εξαιρετικό.

Προβλήματα	Ποσοστό επίλυσης PSO %	Ποσοστό επίλυσης iPSO %	PSO Μέσος όρος κλήσεων	iPSO Μέσος όρος κλήσεων
Camel	96.67%	100.00%	7824.4	1799.93
Rastrigin	40.00%	100.00%	4836.7	2473.77
Branin	93.33%	100.00%	1944.5	2050.6
Bf1	86.67%	100.00%	9173.9	2247.77
Bf2	86.67%	100.00%	9802.27	2070.7
Easom	96.67%	100.00%	1067.4	853.6
Hansen	93.33%	100.00%	8323.03	2729.97
Griewank2	23.33%	100.00%	2819.03	2674.5
Gkls250	40.00%	100.00%	5688.83	1358.77
Gkls350	33.33%	100.00%	5332.47	1102.4
Rosenbrock4	56.67%	100.00%	1596.33	4739.73
Rosenbrock8	66.67%	100.00%	1466.13	2893.9
Rosenbrock16	56.67%	100.00%	1249.2	5046
Shekel5	36.67%	100.00%	11096.47	2270.63
Shekel7	26.67%	100.00%	11226.73	2264.07
Shekel10	16.67%	100.00%	9601.33	2238.27
g15	70.00%	100.00%	1874.93	6960.93
goldstein	70.00%	100.00%	8374.4	2123.77
hartman3	80.00%	100.00%	3287.73	1669.4
hartman6	76.67%	100.00%	9155.47	2901.73
Exp	100.00%	100.00%	11	101
Cm	100.00%	100.00%	11	101
Sinu	100.00%	100.00%	11	101
Test2n	100.00%	100.00%	11	101
Potential	100.00%	100.00%	11	101

πίνακας 10 : Σύγκριση αλγορίθμου PSO με τα καλύτερα αποτελέσματα που προκύπτουν από τις παραλλαγές του αλγορίθμου iPSO



Σχήμα 1: Σύγκριση των αλγορίθμων PSO και iPSO ως προς το ποσοστό επίλυσης των προβλημάτων



Σχήμα 2: Σύγκριση των αλγορίθμων PSO και iPSO ως προς τον μέσο όρο κλήσεων

5 Συμπεράσματα

Στα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν, έγινε η σύγκριση των αλγορίθμων Βελτιστοποίησης Σμήνους Σωματιδίων (PSO) και της βελτιωμένης έκδοσης του, την Βελτιωμένη Βελτιστοποίηση Σμήνους Σωματιδίων (iPSO), σε ένα σύνολο δοκιμαστικών προβλημάτων. Τα αποτελέσματα, που φαίνονται στον πίνακα 10 και στα σχήματα 1 και 2, έδειξαν ότι ο iPSO υπερέχει του PSO σε πολλά προβλήματα, επιτυγχάνοντας υψηλότερα ποσοστά επιτυχίας. Αυτή η διαπίστωση υποδηλώνει ότι ο iPSO είναι πιο κατάλληλος για την αντιμετώπιση πολύπλοκων προβλημάτων που απαιτούν πλοήγηση μέσα από πολλαπλά τοπικά ελάχιστα για την εύρεση του ολικού ελαχίστου.

Επιπλέον, για την αξιολόγηση της απόδοσης των αλγορίθμων χρησιμοποιήθηκε η μέτρηση του μέσου αριθμού κλήσεων, η "Average Calls". Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο iPSO έχει χαμηλότερη τιμή σε σύγκριση με τον PSO, υποδηλώνοντας καλύτερη απόδοση σε πολλά προβλήματα. Τα πειράματα αποκάλυψαν ότι ο iPSO αποτελεί έναν ισχυρότερο αλγόριθμο βελτιστοποίησης σε σύγκριση με τον PSO. Ο iPSO απαιτεί λιγότερες κλήσεις συνάρτησης για να συγκλίνει σε μια βέλτιστη λύση και να εντοπίσει το ολικό ελάχιστο.

Η σύγκριση των διαφόρων μεθόδων παύσης έδειξε ότι, η μέθοδος παύσης που προτείνεται από τους I. Τσούλου και B. Χαριλόγη είναι πιο αποδοτική σε σύγκριση με τον κανόνα παύσης του Αλί και την μέθοδο παύσης του διπλού κουτιού. Επίσης και ο τύπος αδράνειας που προτείνεται από τους B. Χαριλόγη και I. Τσούλου είχε επιτυχία ελαχιστοποιώντας τις κλήσεις των συναρτήσεων σε πολύ μεγάλο βαθμό σε συγκεκριμένα προβλήματα. Κατά τη χρήση του κανόνα παύσης του Αλί και της μεθόδου του διπλού κουτιού, παρατηρήθηκε ότι ο αριθμός των κλήσεων που απαιτήθηκαν για να επιτευχθούν παρόμοια ποσοστά επιτυχίας ήταν σημαντικά υψηλότερος. Τα αποτελέσματα αυτά, παρέχουν μια εικόνα των δυνατών και αδύνατων σημείων αυτών των αλγορίθμων και τονίζοντας τη σημασία της επιλογής του κατάλληλου αλγορίθμου για συγκεκριμένα προβλήματα βελτιστοποίησης.

Συνοψίζοντας, ο αλγόριθμος PSO είναι ένας πολύ ενδιαφέρον αλγόριθμος βελτιστοποίησης που μπορεί να βοηθήσει τους ερευνητές να φτάσουν σε καινούργια επίπεδα, σε πολλούς διαφορετικούς τομείς της επιστήμης.

Βιβλιογραφία

- 1) Ali, M.M., Kaelo, P., 2008. Improved particle swarm algorithms for global optimization. *Applied Mathematics and Computation* 196, 578–593. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2007.06.020>
- 2) Ali, M.M., Khompatraporn, C., Zabinsky, Z.B., 2005. A Numerical Evaluation of Several Stochastic Algorithms on Selected Continuous Global Optimization Test Problems. *J Glob Optim* 31, 635–672. <https://doi.org/10.1007/s10898-004-9972-2>
- 3) Ali, M.M., Storey, C., Törn, A., 1997. Application of Stochastic Global Optimization Algorithms to Practical Problems. *Journal of Optimization Theory and Applications* 95, 545–563. <https://doi.org/10.1023/A:1022617804737>
- 4) Charilogis, V., Tsoulos, I., Tzallas, A., Anastasopoulos, N., 2021. An Improved Controlled Random Search Method. *Symmetry* 13, 1981. <https://doi.org/10.3390/sym13111981>
- 5) Charilogis, V., Tsoulos, I.G., 2022. Toward an Ideal Particle Swarm Optimizer for Multidimensional Functions. *Information* 13, 217. <https://doi.org/10.3390/info13050217>
- 6) Eberhart, R.C., Yuhui Shi, 2001. Tracking and optimizing dynamic systems with particle swarms, in: *Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation (IEEE Cat. No.01TH8546)*. Presented at the 2001 Congress on Evolutionary Computation, IEEE, Seoul, South Korea, pp. 94–100. <https://doi.org/10.1109/CEC.2001.934376>
- 7) Floudas, C.A., Pardalos, P.M., Adjiman, C.S., Esposito, W.R., Gümüş, Z.H., Harding, S.T., Klepeis, J.L., Meyer, C.A., Schweiger, C.A., 1999. *Handbook of Test Problems in Local and Global Optimization, Nonconvex Optimization and Its Applications*. Springer US, Boston, MA. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-3040-1>
- 8) Geng, X., Chen, Z., Yang, W., Shi, D., Zhao, K., 2011. Solving the traveling salesman problem based on an adaptive simulated annealing algorithm with greedy search. *Applied Soft Computing* 11, 3680–3689. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2011.01.039>
- 9) Goldberg, David Elliott, Goldberg, David E., 1989. *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*, 30. print. ed. Addison-Wesley, Boston.
- 10) Grady, S.A., Hussaini, M.Y., Abdullah, M.M., 2005. Placement of wind turbines using genetic algorithms. *Renewable Energy* 30, 259–270. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2004.05.007>

- 11) Hamblin, S., 2013. On the practical usage of genetic algorithms in ecology and evolution. *Methods Ecol Evol* 4, 184–194.
<https://doi.org/10.1111/2041-210X.12000>
- 12) Kennedy', J., Eberhart, R., 1995. Particle Swarm Optimization.
- 13) Koyuncu, H., Ceylan, R., 2019. A PSO based approach: Scout particle swarm algorithm for continuous global optimization problems. *Journal of Computational Design and Engineering* 6, 129–142.
<https://doi.org/10.1016/j.jcde.2018.08.003>
- 14) Lagaris, I., Papageorgiou, D., Voglis, K., 2008. Αριθμητικές μέθοδοι βελτιστοποίησης.
- 15) Liu, J., Lampinen, J., 2005. A Fuzzy Adaptive Differential Evolution Algorithm. *Soft Comput* 9, 448–462.
<https://doi.org/10.1007/s00500-004-0363-x>
- 16) Locatelli, M., 2002. Fast Global Optimization of Difficult Lennard-Jones Clusters.
- 17) Maranas, C.D., Androulakis, I.P., Floudas, C.A., Berger, A.J., Mulvey, J.M., 1997. Solving long-term financial planning problems via global optimization. *Journal of Economic Dynamics and Control* 21, 1405–1425. [https://doi.org/10.1016/S0165-1889\(97\)00032-8](https://doi.org/10.1016/S0165-1889(97)00032-8)
- 18) Maranas, C.D., Floudas, C.A., 1993. Global optimization for molecular conformation problems. *Ann Oper Res* 42, 85–117.
<https://doi.org/10.1007/BF02023173>
- 19) Marinakis, Y., Marinaki, M., Dounias, G., 2008. Particle swarm optimization for pap-smear diagnosis. *Expert Systems with Applications* 35, 1645–1656. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2007.08.089>
- 20) Po-Hung Chen, Hong-Chan Chang, 1995. Large-scale economic dispatch by genetic algorithm. *IEEE Trans. Power Syst.* 10, 1919–1926.
<https://doi.org/10.1109/59.476058>
- 21) Price, W.L., 1983. Global optimization by controlled random search. *J Optim Theory Appl* 40, 333–348.
<https://doi.org/10.1007/BF00933504>
- 22) Reinking, J., 2016. GNSS-SNR water level estimation using global optimization based on interval analysis. *Journal of Geodetic Science* 6. <https://doi.org/10.1515/jogs-2016-0006>
- 23) Sen, M.K., Stoffa, P.L., 2013. *Global Optimization Methods in Geophysical Inversion*, 2nd ed. Cambridge University Press.
<https://doi.org/10.1017/CBO9780511997570>
- 24) Shi, Y., Eberhart, R.C., 1999. Empirical study of particle swarm optimization, in: *Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99* (Cat. No. 99TH8406). Presented at the 1999.

- Congress on Evolutionary Computation-CEC99, IEEE, Washington, DC, USA, pp. 1945–1950. <https://doi.org/10.1109/CEC.1999.785511>
- 25) Siarry, P., Berthiau, G., Durdin, F., Haussy, J., 1997. Enhanced simulated annealing for globally minimizing functions of many-continuous variables. *ACM Trans. Math. Softw.* 23, 209–228. <https://doi.org/10.1145/264029.264043>
 - 26) Socha, K., Dorigo, M., 2008. Ant colony optimization for continuous domains. *European Journal of Operational Research* 185, 1155–1173. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.046>
 - 27) Storn, R., 1997. Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces. *DIFFERENTIAL EVOLUTION*.
 - 28) Tavares, R.S., Martins, T.C., Tsuzuki, M.S.G., 2011. Simulated annealing with adaptive neighborhood: A case study in off-line robot path planning. *Expert Systems with Applications* 38, 2951–2965. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2010.08.084>
 - 29) Tsoulos, I.G., 2008. Modifications of real code genetic algorithm for global optimization. *Applied Mathematics and Computation* 203, 598–607. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2008.05.005>
 - 30) Tsoulos, I.G., Lagaris, I.E., 2008. GenMin: An enhanced genetic algorithm for global optimization. *Computer Physics Communications* 178, 843–851. <https://doi.org/10.1016/j.cpc.2008.01.040>
 - 31) Tsoulos, I.G., Stavrakoudis, A., 2010. Enhancing PSO methods for global optimization. *Applied Mathematics and Computation* 216, 2988–3001. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2010.04.011>
 - 32) Wolfe, M.A., 1996. *Interval Methods for Global Optimization*. Global Optimization.
 - 33) Yang, L., Robin, D., Sannibale, F., Steier, C., Wan, W., 2009. Global optimization of an accelerator lattice using multiobjective genetic algorithms. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 609, 50–57. <https://doi.org/10.1016/j.nima.2009.08.027>

