ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ

ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΑΤΜΟΣΦΑΙΡΙΚΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ»

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΗ ΤΕΣΣΑΡΩΝ ΜΕΘΟΔΩΝ ΓΙΑ ΤΟΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΔΙΑΧΥΣΗΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ ΚΑΙ ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΕΞΑΡΤΗΣΗΣ ΤΟΥ ΑΠΟ ΤΟΝ ΥΕΤΟ

ΑΛΕΞΙΟΥ ΜΑΡΙΝΑ

ΦΥΣΙΚΟΣ

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ: **ΜΠΑΚΑΣ ΝΙΚΟΛΑΟΣ** (ΕΠΙΚΟΥΡΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ)

ΙΩΑΝΝΙΝΑ 2022

Περιεχόμενα

Ευχαριστίες

Η εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας πραγματοποιήθηκε στο πλαίσιο του Προγράμματος Μεταπτυχιακών Σπουδών «Ατμοσφαιρικές Επιστήμες και Περιβάλλον» του Τμήματος Φυσικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Επιθυμώ να εκφράσω τις ευχαριστίες μου σε όλους εκείνους που συνέβαλαν άμεσα ή έμμεσα στην περάτωση αυτής και κατά συνέπεια των μεταπτυχιακών σπουδών μου.

Αρχικά θα ήθελα να εκφράσω τις θερμές μου ευχαριστίες στον επιβλέποντα της διπλωματικής μου εργασίας Επίκουρο Καθηγητή κ. Μπάκα Νικόλαο, ο οποίος με τις γνώσεις του, την άρτια καθοδήγησή του, την υπομονή του και την άμεση ανταπόκρισή του στις δυσκολίες που αντιμετώπισα, συνέβαλε καθοριστικά στην διαμόρφωση και ολοκλήρωσή της.

Επιπλέον, θα ήθελα να ευχαριστήσω όλους τους καθηγητές του ΠΜΣ και τον καθένα χωριστά, για τις πολύτιμες γνώσεις και συμβουλές που μου προσέφεραν.

Τέλος, νιώθω την ανάγκη να ευχαριστήσω την οικογένειά μου για όλη τη στήριξη και την ενθάρρυνση που εισέπραξα καθ’ όλη τη διάρκεια των σπουδών μου μέχρι την ολοκλήρωση της παρούσας διπλωματικής μου εργασίας.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετάται η διάδοση της θερμότητας στο έδαφος και οι μηχανισμοί εκείνοι που διαμορφώνουν την κύμανση της θερμοκρασίας στο εσωτερικό του. Στόχος είναι η διερεύνηση πιθανής εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους από την υγρασία του εδάφους και ο εντοπισμός της ακριβέστερης μεθόδου υπολογισμού του. Για την υγρασία του εδάφους στην περιοχή μελέτης δεν υπάρχουν καταγραφές για αναζήτηση άμεσης εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης από αυτή. Γι' αυτό αναζητείται συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης με τον υετό. Ο υετός δεν είναι σταθερός στο χρόνο και από αυτόν εξαρτάται η υγρασία του εδάφους. Χρησιμοποιούνται δεδομένα βροχόπτωσης από το μετεωρολογικό σταθμό του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων και υπολογίζεται ο συντελεστής θερμικής διάχυσης. Ο υπολογισμός του επιτυγχάνεται με τη χρήση τεσσάρων μεθόδων που εξηγούν την κύμανση της θερμοκρασίας εδάφους, βάσει μετρήσεων θερμοκρασίας εδάφους από τον ίδιο μετεωρολογικό σταθμό. Στις δύο πρώτες μεθόδους λαμβάνεται υπόψη μόνο η διάδοση θερμότητας μέσω αγωγής, στην τρίτη μέθοδο λαμβάνεται υπόψη και η διάδοση θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς ύδατος. Ενώ, στην τέταρτη μέθοδο γίνεται η θεώρηση πως το έδαφος αποτελείται από τρία στρώματα και η ροή θερμότητας γίνεται με αγωγή και με ρεύματα μεταφοράς, μόνο μέσω της ροής ύδατος. Εφόσον, δεν υπάρχει γνώση για το πως μεταβάλλεται ο συντελεστής θερμικής διάχυσης, χρησιμοποιώντας τη συχνότητα που αντιστοιχεί στον ημερήσιο κύκλο, ακολουθείται μια τακτική διαιρώντας σε διάφορα χρονικά διαστήματα και θεωρώντας ότι σε αυτά ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι σχεδόν σταθερός. Από τον υπολογισμό του σφάλματος για κάθε μέθοδο αξιολογείται η κάθε μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης και εντοπίζεται η ακριβέστερη.

Βρέθηκε πως δεν παρατηρείται συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους με τον υετό ανεξάρτητα από το χρονικό διάστημα ή τη μέθοδο υπολογισμού του, καθώς ο υετός δε μεταβάλλει αισθητά τις θερμικές ιδιότητες του εδάφους στην περιοχή μελέτης τουλάχιστον. Διαπιστώθηκε επίσης πως η ακριβέστερη μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους είναι αυτή που λαμβάνει υπόψη τη διάδοση θερμότητας μέσω αγωγής και μέσω ρευμάτων μεταφοράς και προβλέπει πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης εξαρτάται από το βάθος και μεταβάλλεται από στρώμα σε στρώμα. Το σχετικό σφάλμα για τη μέθοδο αυτή είναι της τάξης του 1% και μικρότερο κατά μία τάξη μεγέθους σε σχέση με τις άλλες τρείς μεθόδους.

Abstract

In this thesis the heat propagation in the soil and the mechanisms that shape the temperature fluctuation inside the soil are studied. The aim is to investigate possible dependence of the soil heat diffusion coefficient on soil moisture content and to identify the most accurate method of its calculation. For soil moisture in the study area there are no records to search for a direct dependence of the thermal diffusion coefficient on soil moisture. Therefore, a correlation of the soil thermal diffusion coefficient with precipitation is sought. Precipitation is not constant in time and soil moisture depends on it. Precipitation data from the University of Ioannina weather station are used and the thermal diffusion coefficient is calculated. Its calculation is implemented using four methods that explain the variation of soil temperature, based on soil temperature measurements from the same meteorological station. In the first two methods heat propagation is only by conduction, in the third method heat propagation also takes place through convection currents, with the movement of water. In the fourth method, the soil is considered to consist of three layers and heat flow is assumed to be by conduction and convection. Since there is no knowledge of how the heat dissipation coefficient varies, using the frequency corresponding to the daily cycle, a tactic is followed by dividing it into several time intervals and assuming that the heat dissipation coefficient is almost constant at these intervals. While, by calculating the error for each method, each method of calculating the thermal diffusion coefficient is evaluated and the most accurate one is identified.

It was found that there is no correlation between the soil thermal diffusion coefficient and precipitation regardless of the time interval or the method of calculation, as precipitation does not significantly alter the thermal properties of the soil in the study area at least. It was also found that the most accurate method of calculating the soil thermal diffusion coefficient is one that involves heat conduction and convection and predicts that the thermal diffusion coefficient is depth-dependent and varies from layer to layer. The relative error for this method is in the order of 1% and is one order of magnitude smaller than the other three methods.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

1.1 Το έδαφος

Ανέκαθεν ο άνθρωπος συνδεόταν με το έδαφος, καθώς καλλιεργώντας το εξασφάλιζε την τροφή του. Η καλλιέργεια του εδάφους της Γης θεωρείται ότι ήταν το κλειδί για την αύξηση του ανθρώπινου πληθυσμού και την ανάπτυξη του πολιτισμού, καθώς δημιούργησε πλεόνασμα τροφίμων που επέτρεψαν και την αύξηση του πληθυσμού και την εξέλιξη του πολιτισμού. Η ιστορία της γεωργίας πάει πίσω αρκετές χιλιάδες χρόνια και η ανάπτυξή της οδηγήθηκε και καθορίστηκε σε μεγάλο βαθμό από τις κλιματικές διαφορές, τις διαφορές στη μορφολογία των εδαφών, τις κουλτούρες και την υφιστάμενη σε αυτές τεχνολογία.

Με τον όρο έδαφος νοείται το επιφανειακό τμήμα του στερεού φλοιού της Γης, πάνω στο οποίο εξελίσσονται σημαντικές βιολογικές λειτουργίες. Πρόκειται για ένα μείγμα από ορυκτά (π.χ. χαλαζίας, ασβεστίτης, κλπ.), οργανική ύλη (υπολείμματα ριζών, φύλλων, οργανισμών), υγρά (νερό), αέρια (O_2, CO_2, υδρατμοί, κλπ.) και μικροοργανισμούς (βακτήρια, μύκητες). Το έδαφος εκτείνεται σε βάθος λίγων μέτρων από την επιφάνεια της Γης και έχει δημιουργηθεί από την αποσάθρωση των πετρωμάτων του στερεού φλοιού της με τη βοήθεια του νερού και του ανέμου και από τη δράση των έμβιων οργανισμών. Το έδαφος και η σύστασή του διαφοροποιούνται από τόπο σε τόπο. Μερικές από τις φυσικές ιδιότητες των εδαφών που τα διαφοροποιούν είναι: η πυκνότητα του εδάφους, δηλαδή το μέτρο του πόσο συμπαγές είναι το έδαφος, το πορώδες, δηλαδή ο όγκος των κενών διαστημάτων που υπάρχουν ανάμεσα στα στερεά μόριά του και η συνοχή, που είναι η ικανότητα των εδαφικών μορίων να προσκολλώνται σε άλλα μόρια και να παραμένουν δίπλα σε αυτά (Κασσωμένος, 2017).

Το έδαφος είναι ένα δυναμικό σύστημα που επιτελεί πολλές λειτουργίες και προσφέρει υπηρεσίες ζωτικής σημασίας για τις δραστηριότητες του ανθρώπου και την επιβίωση των οικοσυστημάτων. Υπεισέρχεται στη διαμόρφωση του τοπίου, αποτελεί συνιστώσα του φυσικού πλούτου και φιλοξενεί τη βιοποικιλότητα του πλανήτη. Σε αυτό αναπτύσσονται τα φυτά και ζει πλήθος οργανισμών. Αποτελεί τη βάση για τις περισσότερες ανθρώπινες δραστηριότητες. Επιπλέον, στηρίζει την παραγωγή τροφίμων, ζωοτροφών, ινών, βιοκαύσιμων και παρέχει τις πρώτες ύλες για δραστηριότητες που εκτείνονται από τη φυτοκομία μέχρι τα δομικά έργα. Άλλες ζωτικής σημασίας λειτουργίες του εδάφους είναι οι ακόλουθες: Το έδαφος μέσω των πόρων του ρυθμίζει τη ροή του νερού, των αερίων, των θρεπτικών συστατικών και εξασφαλίζει την επιβίωση ποικίλων οργανισμών στο εσωτερικό και την επιφάνειά του και καθορίζει την ποιότητα των επιφανειακών και υπογείων υδάτων. Από την άλλη επιταχύνει τη διάσπαση ρυπογόνων ουσιών και το νερό που δεσμεύει συμβάλλει στην πρόληψη των πλημμυρών και της ξηρασίας. Τέλος, ρυθμίζει την ανταλλαγή αερίων (συμπεριλαμβανομένων των υδρατμών) μεταξύ του εδάφους και της ατμόσφαιρας, τις εκπομπές των αερίων του θερμοκηπίου, τη θερμοκρασία, το ενεργειακό ισοζύγιο στην επιφάνεια της Γης διαδραματίζοντας σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση του κλίματος.

Η κοινωνική, οικονομική και περιβαλλοντική αξία του εδάφους το κατέστησαν αντικείμενο μελέτης διαφόρων επιστημών. Οι επιστήμες της ατμόσφαιρας εξετάζουν το επιφανειακό στρώμα του εδάφους δίνοντας κυρίως έμφαση στις ιδιότητές του, που αφορούν την αλληλεπίδρασή του με την ατμόσφαιρα. Στην επιστήμη της μετεωρολογίας και της κλιματολογίας, το έδαφος νοείται ως το κάτω όριο της ατμόσφαιρας το οποίο βρίσκεται σε άμεση αλληλεπίδραση με το ατμοσφαιρικό οριακό στρώμα με το οποίο συμβαίνουν εκτεταμένες ανταλλαγές θερμότητας. Το έδαφος είναι το σημείο όπου υπάρχει μεγάλη εναπόθεση θερμότητας μέσω της ηλιακής και της γήινης ακτινοβολίας, ενώ το ίδιο το έδαφος είναι επιφάνεια εκπομπής, της μεγάλου μήκους κύματος, γήινης ακτινοβολίας (υπέρυθρης) η οποία εκπέμπεται προς την ατμόσφαιρα και το διάστημα. Επίσης, το έδαφος δέχεται το νερό των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων και αποδίδει πίσω στην ατμόσφαιρα υδρατμούς μέσω του μηχανισμού της εξατμισοδιαπνοής.

1.2 Η θερμοκρασία εδάφους

Κρίσιμο ρόλο στις παραπάνω διαδικασίες διαδραματίζει η θερμοκρασία εδάφους, δηλαδή εκείνο το φυσικό μέγεθος που διαμορφώνεται από τους μηχανισμούς μεταφοράς θερμότητας. Το ενδιαφέρον για τη θερμοκρασία του εδάφους έχει ενταθεί, καθώς διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στη διαμόρφωση του καιρού ενώ αποτελεί και κρίσιμο παράγοντα στη διαμόρφωση του κλίματος. Για το λόγο αυτό, η θερμοκρασία του εδάφους συνυπολογίζεται στα μοντέλα αριθμητικής πρόγνωσης του καιρού και στα μοντέλα πρόγνωσης του κλίματος και συνεπώς η έρευνα και η γνώση σε αυτό το πεδίο, αυξάνει την προγνωστική ικανότητα των εν λόγω προσομοιώσεων (Gao et.al, 2009). Πέρα όμως από τους κλάδους της μετεωρολογίας και της κλιματολογίας η γνώση της θερμοκρασίας του εδάφους απασχολεί και άλλους επιστημονικούς τομείς. Αποτελεί βασικό παράγοντα στη γεωργία και την επεξεργασία των οργανικών αποβλήτων προερχόμενων από τις γεωργικές δραστηριότητες, επειδή η ανάπτυξη των βιολογικών συστημάτων ελέγχεται στενά από τη θερμοκρασία του εδάφους. Επιπλέον, η θερμοκρασία του εδάφους επηρεάζει τις φυσικές, χημικές και βιολογικές διεργασίες που λαμβάνουν χώρα σε αυτό. Για παράδειγμα επηρεάζει την υγρασία του εδάφους, τη διαδικασία αερισμού του, την πρόσληψη νερού και θρεπτικών συστατικών από τους φυτικούς οργανισμούς, την ανάπτυξη του ριζικού συστήματος των φυτών, την ταχύτητα αποδόμησης των οργανικών ουσιών, τη μεταφορά ρύπων στο εδαφικό περιβάλλον. Δηλαδή ρυθμίζει διεργασίες απαραίτητες για τη διατήρηση της παραγωγικότητας και λειτουργικότητας των εδαφικών οικοσυστημάτων (Onwuka, 2018). Η θερμοκρασία του εδάφους αποτελεί και σημαντικό δείκτη στην αγρομετεωρολογία, στα πλαίσια δηλαδή της επιστήμης που μελετά την επίδραση των καιρικών συνθηκών στο έδαφος και την ανάπτυξη των καλλιεργειών. Ο αγρομετεωρολογικός δείκτης της θερμοκρασίας εδάφους είναι απαραίτητος για τα οικολογικά μοντέλα και για την ακρίβεια των γεωργικών δραστηριοτήτων (Chirkov, 1986). Στη γεωθερμία επίσης, δηλαδή στον κλάδο εκείνον που γίνεται εκμετάλλευση της θερμικής ενέργειας της Γης (γεωθερμική ενέργεια), είναι πολύτιμη η γνώση της θερμοκρασίας εδάφους, καθώς βάσει αυτής καθορίζονται τα γεωθερμικά πεδία. Ανάλογα με το θερμοκρασιακό προφίλ των γεωθερμικών πεδίων η γεωθερμική ενέργεια μπορεί να έχει διαφορετικές χρήσεις, από την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας ως τη χρήση της για θέρμανση χώρων (βιοκλιματικός σχεδιασμός), θερμοκηπίων, ιχθυοκαλλιεργειών, βιομηχανικές εφαρμογές, θέρμανση πισίνων και ιατρικές εφαρμογές (Ozgener et.al, 2013).

1.3 Νερό εδάφους

Η παρουσία ύδατος στο έδαφος οφείλεται στον υετό. Ο όρος υετός χαρακτηρίζεται από υδατικές αποθέσεις υγρής ή στερεής μορφής οι οποίες φτάνουν στην επιφάνεια του εδάφους διαμέσου της ατμόσφαιρας και αποτελούν μετρήσιμη ποσότητα νερού, όπως είναι η βροχή, το χιόνι, το χαλάζι κλπ. Ο υετός αλλιώς μπορεί να ονομαστεί ως το σύνολο των ατμοσφαιρικών κατακρημνισμάτων. Η μετρήσιμη αυτή ποσότητα νερού καταγράφεται στους μετεωρολογικούς σταθμούς από ειδικά όργανα. Μια από τις βασικές λειτουργίες του εδάφους όπως προαναφέρθηκε και στην Ενότητα 1.1 είναι ότι ρυθμίζει τη ροή του νερού. Όταν το νερό φτάσει στην επιφάνεια της Γης μπορεί να ακολουθήσει διάφορες οδούς. Μπορεί να ρεύσει επιφανειακά, δηλαδή μπορεί να υπάρξει επιφανειακή απορροή, μπορεί να εξατμιστεί και μπορεί να διαπεράσει την επιφάνεια του εδάφους, μια διεργασία που ονομάζεται κατείσδυση.

Εξετάζοντας τη διαδικασία της κατείσδυσης, το νερό υπό την επίδραση της βαρύτητας εισέρχεται εντός του εδάφους διαμέσου των πόρων του. Το νερό περνώντας από ένα στρώμα εδάφους καταρχάς συμπληρώνει το έλλειμμα υγρασίας του στρώματος, ενώ η υπόλοιπη ποσότητα θα διέλθει από το στρώμα. Η ποσότητα νερού που θα διέλθει, θα προστεθεί τελικά στο υπόγειο νερό των υδροφόρων στρωμάτων. Η ικανότητα του εδάφους να απορροφά νερό ή να επιτρέπει τη διέλευσή του ονομάζεται δυναμικό κατείσδυσης. Αν η ποσότητα του νερού των κατακρημνισμάτων υπερβεί το δυναμικό κατείσδυσης η επιπλέον ποσότητα θα προστεθεί στην επιφανειακή απορροή. Κατά τη διάρκεια μίας βροχόπτωσης το δυναμικό κατείσδυσης ξεκινά από μία συγκεκριμένη τιμή και μειώνεται λαμβάνοντας μία σταθερή τιμή.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, μία μικρής διάρκειας βροχόπτωση σε ξηρό έδαφος, όπως είναι οι θερινές καταιγίδες στην πόλη των Ιωαννίνων, θα συμβάλλει μόνο στη συμπλήρωση της υγρασίας των ανωτέρων στρωμάτων του εδάφους. Αντίθετα βροχοπτώσεις μεγάλης διάρκειας οι οποίες συμβαίνουν σε έδαφος κορεσμένο με υγρασία, θα προξενήσουν διέλευση του νερού προς ενδότερα στρώματα εδάφους.

Αυτές οι εναλλακτικές οδοί που μπορεί να ακολουθήσει το νερό από τον υετό κωδικοποιούνται μέσω της εξίσωσης του υδρολογικού ισοζυγίου:

$$P = I + R + E,$$

όπου P η ποσότητα του υετού, I η ποσότητα του καταδυόμενου ύδατος, R το νερό της επιφανειακής απορροής και E η ποσότητα ύδατος που επιστρέφει στην ατμόσφαιρα μέσω της εξατμισοδιαπνοής. Το ποσοστό εμφάνισης κάθε μίας από αυτές τις διαδικασίες εξαρτάται κυρίως από τις φυσικές ιδιότητες του εδάφους. Για παράδειγμα το πορώδες έδαφος όπως και η ύπαρξη βλάστησης, ευνοεί την κατείσδυση, ενώ το επικλινές έδαφος ευνοεί την επιφανειακή απορροή (Σούλιος, 1986).

1.4 Μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας στο έδαφος

Η διάδοση της θερμότητας στο έδαφος παρουσιάζει ενδιαφέρον, διότι είναι αυτή που διαμορφώνει τη θερμοκρασία του εδάφους, η γνώση της οποίας όπως αναφέρθηκε και στην Ενότητα 1.2 είναι σημαντική σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους. Είναι γνωστό από τη θερμοδυναμική ότι η θερμότητα μπορεί να διαδοθεί μέσω τριών μηχανισμών. Οι μηχανισμοί αυτοί είναι η διάδοση θερμότητας μέσω αγωγής (conduction) από το θερμό προς το ψυχρό σώμα, η διάδοση θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς (convection) κάποιου ρευστού και η μεταφορά θερμότητας μέσω ακτινοβολίας (radiation) (Young, 2012). Παρόλο που δεν αποτελεί μηχανισμό μεταφοράς θερμότητας, αξίζει να σημειωθεί το σύνθετο φαινόμενο της λανθάνουσας μεταφοράς θερμότητας (latent heat transfer) από υλικά τα οποία υπόκεινται αλλαγή φάσης, ως μία επιπλέον φυσική διεργασία η οποία συμμετέχει στους μηχανισμούς ανταλλαγής θερμότητας. Η δράση των παραπάνω μηχανισμών εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον τύπο του εδάφους, την πυκνότητά του, καθώς και αν οι πόροι του είναι κορεσμένοι σε νερό ή όχι (Κασσωμένος 2017).

1.4.1 Αγωγή θερμότητας

Από τη σκοπιά του μικρόκοσμου, η θερμοκρασία έχει σχέση με τη μέση κινητική ενέργεια των μορίων ενός υλικού. Στο μηχανισμό μεταφοράς θερμότητας μέσω αγωγής, η μεταφορά αναπαρίσταται ως ανταλλαγή κινητικής ενέργειας μεταξύ μορίων, κατά την οποία τα μόρια με τη λιγότερη ενέργεια κερδίζουν ενέργεια από τις συγκρούσεις με μόρια που έχουν περισσότερη ενέργεια. Στην περίπτωση επαφής δύο σωμάτων με διαφορετική θερμοκρασία ή στην περίπτωση ύπαρξης διαφοράς θερμοκρασίας μέσα σε ένα σώμα, τα μόρια των δύο σωμάτων στο σημείο επαφής συγκρούονται μεταβιβάζοντας κινητική ενέργεια από το θερμότερο σώμα προς το ψυχρότερο ή από τη θερμότερη περιοχή του σώματος προς τα γειτονικά μόρια της ψυχρότερης περιοχής. Με αυτόν τον μηχανισμό, η μέση κινητική ενέργεια των μορίων του θερμού σώματος ελαττώνεται ενώ αυτή του ψυχρού αυξάνει. Η μετάδοση αυτή της ενέργειας μέσω των τυχαίων συγκρούσεων των μορίων καλείται διάχυση. Η διαδικασία αυτή σταματά όταν οι μέσες κινητικές ενέργειες των μορίων των δύο σωμάτων εξισωθούν και αποκατασταθεί η κατάσταση θερμικής ισορροπίας.

Η ανταλλαγή θερμότητας μεταξύ δύο σωμάτων τα οποία έρχονται σε επαφή υπολογίζεται από το νόμο Fourier (Zemansky, 1997):

$$\vec{J} = -\alpha \nabla T. \tag{1.1}$$

Ο νόμος Fourier λέει ότι η ροή θερμότητας $\vec{J}$ είναι ανάλογη της θερμοβαθμίδας ∇T, με τη σταθερά αναλογίας α να ονομάζεται συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας. Η τιμή του συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας υποδεικνύει αν το υπό εξέταση υλικό είναι καλός ή κακός αγωγός της θερμότητας μέσω του μηχανισμού της αγωγής. Το αρνητικό πρόσημο στην παραπάνω σχέση οφείλεται στο γεγονός ότι η μετάδοση της θερμότητας πραγματοποιείται από υψηλότερες προς χαμηλότερες θερμοκρασίες.

1.4.2 Ρεύματα μεταφοράς

Η διάδοση της θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς σχετίζεται με την κίνηση της μάζας ρευστού από μια περιοχή του χώρου σε μια άλλη. Αυτή η διάδοση μπορεί να είναι ελεύθερη (natural convection) ή εξαναγκασμένη (forced convection). Στην ελεύθερη διάδοση θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς, η κίνηση του ρευστού προκαλείται αυθόρμητα από την ίδια τη διαφορά θερμοκρασίας λόγω διαφορών πυκνότητας. Η εικόνα της δράσης αυτού του μηχανισμού είναι η ακόλουθη. Γίνεται η υπόθεση ότι ορισμένος όγκος ρευστού θερμαίνεται, σε κάποιο σημείο του χώρου. Αρχικά το ρευστό απορροφά θερμότητα μέσω αγωγής, με αποτέλεσμα τη μείωση της πυκνότητάς του. Το θερμό πλέον τμήμα του ρευστού ανέρχεται μέσα στο μη θερμασμένο ρευστό, δηλαδή μετακινείται σε κάποιο άλλο σημείο του χώρου, όπου αναμειγνύεται με ψυχρότερο όγκο ρευστού μεταφέροντας με τον μηχανισμό αυτό θερμότητα. Στην εξαναγκασμένη διάδοση θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς, η κίνηση του ρευστού προκαλείται από κάποιον εξωτερικό παράγοντα όπως είναι ο άνεμος.

Στο έδαφος η διάδοση θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς πραγματοποιείται χάρη μιας φυσικής ιδιότητας, που είναι το πορώδες. Οι εδαφικοί πόροι είναι αυτοί που επιτρέπουν την κατακόρυφη κίνηση μάζας ρευστού (υδρατμών ή ύδατος) από μια περιοχή του χώρου σε μια άλλη (από ένα βάθος σε κάποιο άλλο). Μια σχετικά απλή μοντελοποίηση της μεταφοράς θερμότητας μέσω ρευμάτων που αγνοεί όμως τη συνεισφορά των υδρατμών έγινε από τους Gao et al. (2003) που μοντελοποίησαν τη ροή θερμότητας $\vec{J}$ λόγω ρεύματος μεταφοράς ως:

$$\vec{J} = -C_w \mathrm{w} \theta T, \tag{1.2}$$

όπου C_w η θερμοχωρητικότητα ανά μονάδα μάζας του νερού, w η ταχύτητα κατείσδυσης του ύδατος, θ η περιεκτικότητα κατ' όγκο του εδάφους σε νερό και T η θερμοκρασία. Θεωρείται επομένως ότι η κατείσδυση γίνεται με σταθερή ταχύτητα και ότι η ποσότητα του ύδατος είναι επίσης σταθερή.

1.4.3 Ακτινοβολία

Η μεταφορά θερμότητας μέσω ακτινοβολίας σχετίζεται με τη μεταφορά θερμότητας με τη μορφή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων, όπως είναι το ορατό φως, το υπέρυθρο και η υπεριώδης ακτινοβολία. Κάθε σώμα εκλύει ενέργεια με τη μορφή ακτινοβολίας, δηλαδή ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων. Το φάσμα εκπομπής της ακτινοβολίας εξαρτάται πλήρως από τη θερμοκρασία του σώματος και είναι ανεξάρτητο της σύστασής του.

Σύμφωνα με το νόμο των Stefan-Boltzmann, η συνολική ενέργεια J_T που εκπέμπεται από ένα σώμα για όλα τα μήκη κύματος, είναι ανάλογη με την τέταρτη δύναμη της απόλυτης θερμοκρασίας T της επιφάνειας του σώματος:

$$J_T = \varepsilon\sigma T^4,$$

όπου *σ=5,67×*10^{-8} *(*Wm^2/K^4*)* είναι η σταθερά Stefan-Boltzmann και ε ο συντελεστής εκπομπής, ο οποίος ισούται με τη μονάδα για ιδανική εκπομπή (μέλαν σώμα).

Η απόλυτη θερμοκρασία καθορίζει επίσης την κατανομή του μήκους κύματος της εκπεμπόμενης ενέργειας. Σύμφωνα με τον νόμο του Wien το μήκος κύματος λ_m της μέγιστης έντασης της ακτινοβολίας, είναι αντιστρόφως ανάλογο προς την απόλυτη θερμοκρασία:

$$\lambda_m = \frac{2900}{T},$$

όπου το λ_m εκφράζεται σε (μm) (Serway, 2015).

Στο έδαφος και συγκεκριμένα στην επιφάνεια του εδάφους, η μεταφορά θερμότητας με ακτινοβολία πραγματοποιείται μέσω της ηλιακής ακτινοβολίας που δέχεται το έδαφος από τον Ήλιο, ενώ το ίδιο εκπέμπει γήινη ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία προς το διάστημα. Λαμβάνοντας υπόψη τους παραπάνω νόμους του μέλανος σώματος και θεωρώντας τον Ήλιο προσεγγιστικά ως μέλαν σώμα με θερμοκρασία επιφανείας 5800 K και την επιφάνεια της Γης (έδαφος) επίσης ως μέλαν σώμα με θερμοκρασία 288 K. Έτσι, βγαίνει το συμπέρασμα πως τα φάσματα εκπομπής ηλιακής και γήινης ακτινοβολίας διαφέρουν, αυτό του Ήλιου παρουσιάζει μέγιστη τιμή έντασης σε μικρότερα μήκη κύματος απ' ότι η Γη που παρουσιάζει μέγιστη τιμή έντασης σε μεγαλύτερα μήκη κύματος (στα 10μm στην περιοχή της υπέρυθρης ακτινοβολίας), (Σαχσαμάνογλου, Μπλούτσος, 1998).

1.4.4 Λανθάνουσα θερμότητα

Κατά την αλλαγή φάσης κάποιου υλικού εκλύεται ή απορροφάται θερμότητα. Η θερμότητα αυτή ονομάζεται λανθάνουσα θερμότητα, γιατί δεν γίνεται αντιληπτή ως διαφορά θερμοκρασίας στη φάση αυτή. Δηλαδή κατά την αλλαγή φάσης ενός υλικού απαιτείται ενέργεια, ένα ποσό θερμότητας, το οποίο προσφέρεται ή αφαιρείται για μετατροπή από τη μια κατάσταση στην άλλη (π.χ. από στερεό σε υγρό, από υγρό σε αέριο). Η λανθάνουσα θερμότητα υπολογίζεται από τη σχέση (Young, 2012):

$$Q_L = \pm M\,L\,,$$

όπου Q_L η λανθάνουσα θερμότητα που απαιτείται για την ολοκλήρωση της αλλαγής φάσης (το θετικό πρόσημο σημαίνει προσφορά θερμότητας στο υλικό, ενώ το αρνητικό αφαίρεση θερμότητας από το υλικό), M η μάζα που υπόκειται σε αλλαγή φάσης και L η ενέργεια μετασχηματισμού, που στην ουσία είναι μια σταθερά ίση με το ποσό της λανθάνουσας θερμότητας ανά μονάδα μάζας του υλικού, η οποία είναι διαφορετική για κάθε υλικό.

Στο έδαφος, η έκλυση ή η απορρόφηση λανθάνουσας θερμότητας συμβαίνει σχεδόν αποκλειστικά λόγω των αλλαγών φάσης του νερού. Ανάμεσα στους πόρους παρατηρείται η συμπύκνωση των υδρατμών σε υδροσταγονίδια ή και αντίστροφα η εξάτμιση του καταδυόμενου ύδατος, ενώ σε χαμηλές θερμοκρασίες μπορεί να παρατηρηθεί πήξη του νερού ή αντίστροφα τήξη του πάγου.

1.5 Προσδιορισμός ροών θερμότητας

Για τον προσδιορισμό των ροών θερμότητας είναι απαραίτητο να οριστεί με σαφή τρόπο το σύστημα μελέτης που χρησιμοποιείται στην παρούσα διπλωματική εργασία. Το σύστημα μελέτης αποτελείται από το έδαφος το οποίο έχει ως άνω συνοριακή επιφάνεια την επιφάνεια του εδάφους, ενώ ως κάτω συνοριακή επιφάνεια το σημείο απείρου βάθους. Στη περίπτωση της συνοριακής επιφάνειας απείρου βάθους, θεωρείται ότι δεν υπάρχει ροή θερμότητας και ότι η θερμοκρασία παραμένει σταθερή. Αντίθετα, στην περίπτωση της επιφάνειας του εδάφους αλλά και οποιασδήποτε άλλης επιφάνειας παράλληλης προς αυτή η ροή θερμότητας δεν είναι μηδενική. Όπως έχει προαναφερθεί οι μηχανισμοί θερμότητας είναι αυτοί που διαμορφώνουν τη θερμοκρασία στο έδαφος και είναι τέσσερις. Θα γίνει διαχωρισμός για το ποιοι μηχανισμοί μεταφοράς θερμότητας είναι επικρατέστεροι στη διάδοση θερμότητας στην επιφάνεια του εδάφους και ποιοι στο εσωτερικό του εδάφους.

1.5.1 Θερμοκρασία της επιφάνειας του εδάφους

Η θερμοκρασία της επιφάνειας του εδάφους καθορίζεται από τις ροές θερμότητας που συμβαίνουν σε αυτή. Κύριοι παράγοντες διαμόρφωσης της θερμοκρασίας είναι: το ισοζύγιο ακτινοβολιών, η μεταφορά αισθητής θερμότητας μεταξύ της επιφάνειας και του υπερκείμενου αέρα, η έκλυση ή απορρόφηση λανθάνουσας θερμότητας και η θέρμανση από άλλες πηγές. Η εξίσωση που καθορίζει το θερμικό ισοζύγιο στην επιφάνεια του εδάφους είναι η (Gao et.al, 2012):

$$R_n - G_0 = H + LE ,$$

όπου R_n η μεταφερόμενη θερμότητα λόγω του ισοζυγίου ακτινοβολιών, G_0 η θερμότητα που απορροφάται από το έδαφος, LE η λανθάνουσα θερμότητα η οποία απορροφάται ή εκλύεται και H η μεταφερόμενη αισθητή θερμότητα μεταξύ επιφάνειας του εδάφους και του υπερκείμενου αέρα.

Αντικείμενο της παρούσας εργασίας δεν είναι οι παράγοντες διαμόρφωσης της επιφανειακής θερμοκρασίας αλλά η διάδοση της θερμότητας από την επιφάνεια του εδάφους προς το εσωτερικό του, η επιφανειακή θερμοκρασία θα θεωρηθεί δεδομένη και ίση με την παρατηρούμενη.

1.5.2 Θερμοκρασία στο εσωτερικό του εδάφους

Η θερμοκρασία στο εσωτερικό του εδάφους καθορίζεται από τις ροές θερμότητας που συμβαίνουν σε αυτό. Από τους τέσσερις μηχανισμούς μεταφοράς θερμότητας η ηλιακή ακτινοβολία διεισδύει ελάχιστα εντός του εδάφους, διεισδύει σε βάθος της τάξης των μερικών χιλιοστών (Σαχσαμάνογλου, Μπλούτσος, 1998), συνεπώς θεωρείται ότι η μεταφερόμενη από την ακτινοβολία θερμότητα, αλληλεπιδρά μόνο με την επιφάνεια του εδάφους και δε συνεισφέρει στη διάδοση θερμότητας εντός του εδάφους. Σχετικά με τη λανθάνουσα θερμότητα εντός του εδάφους, η συνεισφορά της περιορίζεται στις περιπτώσεις που συμβαίνουν αλλαγές φάσης του νερού. Αλλαγές φάσης μεταξύ νερού και πάγου συμβαίνουν όταν η θερμοκρασία του εδάφους ανέλθει ή κατέλθει από τους 0°C. Αυτό συμβαίνει μεν κάποιες μέρες του χειμώνα στην περιοχή των Ιωαννίνων, αλλά στην παρούσα εργασία θεωρούμε πως η συνεισφορά αυτού του μηχανισμού ακόμη και για αυτές τις περιπτώσεις είναι μικρή και αφορά κυρίως την επιφάνεια του εδάφους. Επίσης, οι αλλαγές φάσης μεταξύ νερού και υδρατμών αγνοούνται στα πλαίσια μιας πρώτης απλοποιημένης θεώρησης. Από την άλλη, στην περίπτωση της διάδοσης θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς περιλαμβάνονται αέριες κινήσεις στα κενά μεταξύ των πόρων του εδάφους, διάχυση υδρατμών και ροή μάζας νερού. Η παρούσα εργασία βασίζεται στην απλοποιημένη θεώρηση των Gao et al. (2003), οι οποίοι αγνοούν τη μεταφορά θερμότητας με υδρατμούς και θεωρούν σταθερή ταχύτητα κατείσδυσης και σταθερή υγρασία.

Η εξίσωση που εκφράζει τη μεταβολή της θερμοκρασίας του εδάφους $T(x, y, z, t)$, η οποία εξαρτάται από το χώρο και το χρόνο, και τη ροή θερμότητας είναι η ακόλουθη:

$$C\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0, \tag{1.3}$$

όπου C η θερμοχωρητικότητα του εδάφους. Λαμβάνοντας υπόψη πως η ροή θερμότητας γίνεται μέσω αγωγής και μέσω ρευμάτων μεταφοράς, γίνεται αντικατάσταση σε αυτήν την εξίσωση της ροής θερμότητας με το άθροισμα των ροών θερμότητας λόγω αγωγής και λόγω μεταφοράς (εξισώσεις 1.1, 1.2). Έπειτα, διαιρώντας με τη θερμοχωρητικότητα C ,προκύπτει η εξίσωση που διέπει τη χωροχρονική κύμανση της θερμοκρασίας στο έδαφος και είναι η εξής:

$$\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t} = \nabla \cdot [k(x,y,z,t)\nabla \mathrm{T}(x,y,z,t) + \lambda\,(x,y,z,t)T(x,y,z,t)]\,, \tag{1.4}$$

όπου $k = \alpha/C$ ο συντελεστής θερμικής διάχυσης και λ = $C_w w\,\theta/C$ ο συντελεστής μεταφοράς που εν γένει είναι συναρτήσεις του χώρου και του χρόνου.

Θεωρείται ομοιογένεια του εδάφους στο οριζόντιο, δηλαδή ότι η σύσταση του εδάφους σε σημεία γύρω από την περιοχή του σταθμού είναι παρόμοια και ότι η υγρασία δεν παρουσιάζει σημαντικές μεταβολές στο οριζόντιο επίπεδο. Σε αυτή την περίπτωση η διάδοση της θερμότητας είναι ομογενής στο οριζόντιο και έτσι η θερμοκρασία και οι συντελεστές k, λ δεν θα εξαρτώνται από τις συνιστώσες x, y αλλά μόνο από το βάθος και το χρόνο και η εξίσωση (1.4) απλοποιείται ως:

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left[k(z,t)\frac{\partial T(z,t)}{\partial z}\right] + \frac{\partial[\lambda(z,t)T(z,t)]}{\partial z}. \tag{1.5}$$

Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης και ο συντελεστής μεταφοράς εκφράζουν τον ρυθμό μεταβολής της θερμοκρασίας του εδάφους, με άλλα λόγια εκφράζουν τον ρυθμό θερμάνσεως ή ψύξεως του εδάφους. Ο συντελεστής *k* αντιπροσωπεύει τη ροή θερμότητας μέσω αγωγής και ο συντελεστής λ τη ροή θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς, ενώ οι τιμές και των δύο εξαρτώνται από το είδος του υλικού που αποτελείται το έδαφος και την περιεκτικότητά του σε νερό. Σε γενικές γραμμές, η παρουσία υγρασίας σε έναν τύπο εδάφους αυξάνει τον συντελεστή θερμικής διάχυσης (Hillel, 1998), ενώ είναι προφανές ότι μεταβάλει και το συντελεστή μεταφοράς.

1.5.3 Κύμανση της θερμοκρασίας εδάφους

Ως αποτέλεσμα της δράσης των μηχανισμών διάδοσης θερμότητας η θερμοκρασία του εδάφους παρουσιάζει συνεχή διακύμανση. Μεταβάλλεται συναρτήσει του βάθους ανάλογα με την εποχή και τη χρονική στιγμή της ημέρας. Η επιφανειακή θερμοκρασία του εδάφους παρουσιάζει διακύμανση όμοια με την κύμανση της θερμοκρασίας του υπερκείμενου αέρα. Όσον αφορά την ημερήσια κύμανση της επιφανειακής θερμοκρασίας, η ελάχιστη τιμή της παρουσιάζεται τις πρώτες πρωινές ώρες, χρονικά σχεδόν ταυτόχρονα με την ελάχιστη θερμοκρασία της ατμόσφαιρας. Το ολικό μέγιστο όμως παρουσιάζεται περίπου δύο ώρες προ της μέγιστης ατμοσφαιρικής θερμοκρασίας. Αυτό συμβαίνει διότι το έδαφος κατά τη διάρκεια της ημέρας θερμαίνεται ταχύτερα από τον υπερκείμενο αέρα, ενώ κατά τη διάρκεια της νύχτας ψύχεται επίσης γρηγορότερα. Η ταχεία θέρμανση ή ψύξη του εδάφους οφείλεται στη μικρή θερμοχωρητικότητά του (Σαχσαμάνογλου, Μπλούτσος, 1998). Η θερμοκρασία του εδάφους σε μεγαλύτερα βάθη παρουσιάζει και αυτή παρόμοιες κυμάνσεις με αυτή της επιφάνειας, δηλαδή ακολουθεί σχεδόν ημιτονοειδή κύμανση στη διάρκεια μιας μέρας. Όμως το θερμοκρασιακό εύρος είναι μικρότερο από αυτό της επιφάνειας και μηδενίζεται σε βάθος περίπου 70-80 εκατοστών όπως επίσης η εμφάνιση της μέγιστης και ελάχιστης τιμής παρουσιάζει χρονική υστέρηση. Δηλαδή κατά τις πρώτες πρωινές ώρες που το επιφανειακό στρώμα του εδάφους αρχίζει να θερμαίνεται, βαθύτερα στρώματα εξακολουθούν να ψύχονται. Αντίθετα κατά τη διάρκεια της νύχτας όποτε και η επιφάνεια του εδάφους ψύχεται, εσωτερικότερα στρώματα θερμαίνονται. Τόσο η μείωση του πλάτους όσο και η αύξηση της διαφοράς φάσης της κύμανσης και η εξάρτηση αυτών από το βάθος θα μελετηθούν στην παρούσα εργασία.

Η θερμοκρασία του εδάφους ακολουθεί επίσης σχεδόν ημιτονοειδή κύμανση στη διάρκεια ενός έτους, με τη διαφορά ότι το πλάτος της ετήσιας κύμανσης της θερμοκρασίας αποσβένεται σε μεγαλύτερα βάθη. Το βάθος για το οποίο η θερμοκρασία δεν παρουσιάζει μεταβολή εξαιτίας του ετήσιου κύκλου καλείται αμετάβλητο στρώμα (Φλόκας 1992). Το βάθος του αμετάβλητου στρώματος είναι διαφορετικό για κάθε τύπο εδάφους και μεταβάλλεται με το γεωγραφικό πλάτος.

1.6 Σκοπός εργασίας

Η διάδοση της θερμότητας στο έδαφος αποτέλεσε αντικείμενο μελέτης για μεγάλο μέρος της επιστημονικής κοινότητας. Η γνώση των μηχανισμών εκείνων που διαμορφώνουν την κύμανση της θερμοκρασίας του εδάφους παρουσιάζει έντονο ενδιαφέρον και βάση της βιβλιογραφίας έγιναν αρκετές προσπάθειες προς αυτή την κατεύθυνση. Ενδεικτικά παρατίθενται ορισμένα από αυτά τα θεωρητικά μοντέλα που εξηγούν την κύμανση της θερμοκρασίας εδάφους και τα οποία εφαρμόζονται κάνοντας χρήση δεδομένων του μετεωρολογικού σταθμού του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων για την επιτέλεση των σκοπών της παρούσας διπλωματικής εργασίας.

Οι van Wijk and de Vries (1963) πρότειναν να αγνοηθεί ο μηχανισμός της μεταφοράς θερμότητας μέσω ρευμάτων, να θεωρηθεί πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι ανεξάρτητος από το βάθος και το χρόνο και να θεωρηθεί ότι η θερμοκρασία της επιφάνειας του εδάφους είναι ημιτονοειδής. Στην περίπτωση αυτή με αναλυτική λύση της (1.5) κατέληξαν σε συμπεράσματα για τη μεταβολή της θερμοκρασίας με το χρόνο και το βάθος που συμφωνούν ποιοτικά με την παρατηρούμενη κύμανση που αναλύθηκε στην προηγούμενη Ενότητα. Με βάση τη λύση των van Wijk and de Vries αναπτύχθηκαν δύο μέθοδοι για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυση. Η πρώτη βασιζόταν στη μείωση του πλάτους της θερμικής διακύμανσης με το βάθος και η δεύτερη στη μείωση της διαφοράς φάσης της διακύμανσης της θερμοκρασίας ανάμεσα στην επιφάνεια και εσωτερικά του εδάφους, δύο μέθοδοι που εξετάζονται και στην παρούσα εργασία. Οι Πνευματικός (1996), Ιωάννου (1997) και Γεωργόπουλος (2017) βάσει αυτών των μεθόδων υπολόγισαν το συντελεστή θερμικής διάχυσης για το έδαφος στην περιοχή του μετεωρολογικού σταθμού του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Ο υπολογισμός έγινε για την ετήσια κύμανση της θερμοκρασίας και οι τιμές που υπολογίστηκαν έδειξαν πως το έδαφος του σταθμού είναι αργιλώδες. Το συμπέρασμα αυτό έρχεται σε συμφωνία με την εργασία του Τζίμα (1980) σχετικά με τη σύσταση του εδάφους στον σταθμό.

Οι Gao et.al. (2003) θεώρησαν σταθερούς συντελεστές θερμικής διάχυσης και μεταφοράς και βρήκαν ομοίως αναλυτική λύση για την κύμανση της θερμοκρασίας. Οι Gao et.al. (2008) αξιοποίησαν τη λύση αυτή και δεδομένα θερμοκρασίας εδάφους έως το βάθος των 40 cm από το υψίπεδο Loess της Κίνας με σκοπό να υπολογίσουν για τον ημερήσιο κύκλο τους συντελεστές θερμικής διάχυσης και μεταφοράς. Αυτό υλοποιήθηκε κάνοντας χρήση αλγορίθμου της μείωσης του πλάτους και της διαφοράς φάσης και συμπέραναν πως λαμβάνοντας υπόψη τη μεταφορά θερμότητας μέσω ρευμάτων υπήρχε καλύτερη συμφωνία με τις παρατηρούμενες κυμάνσεις. Αυτή αποτελεί την τρίτη μέθοδο που εξετάζεται και αξιολογείται στη συγκεκριμένη εργασία.

Έπειτα, ο Ιωαννίδης (2019) εξέτασε με βάση τις μετρήσεις της θερμοκρασίας του σταθμού τις υποθέσεις αυτές για τον συντελεστή θερμικής διάχυσης για την ετήσια και την ημερήσια κύμανση και ποσοτικοποίησε στην περίπτωση του εδάφους του σταθμού τη συμμετοχή των ρευμάτων μεταφοράς, λόγω της ύπαρξης υγρασίας, στη διάδοση της θερμότητας στο έδαφος. Παράλληλα, ανέπτυξε και μία μέθοδο στην οποία έγινε η θεώρηση ότι το έδαφος αποτελείται από τρία εν γένει στρώματα με σταθερούς συντελεστές θερμικής διάχυσης και μεταφοράς, οι οποίοι διαφέρουν από στρώμα σε στρώμα. Αυτή η μέθοδος εξελίσσεται στην παρούσα εργασία μέσω της ανάπτυξης συγκεκριμένου αλγορίθμου για τον προσδιορισμό των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς του εδάφους, ενώ αξιολογείται η ακρίβεια της μεθόδου συγκρινόμενη με τις άλλες τρείς που αναφέρθηκαν και παραπάνω.

Οι Nassar et.al. (1992) ανέπτυξαν ένα θεωρητικό μοντέλο με τρείς εξισώσεις που περιγράφουν την ταυτόχρονη μεταφορά θερμότητας, ύδατος και διαλυμένων ουσιών διαμέσου των πόρων στο έδαφος. Η μεταφορά θερμότητας θεώρησαν πως γίνεται μέσω αγωγής, ρευμάτων μεταφοράς και μέσω λανθάνουσας θερμότητας. Θεώρησαν πως η μεταφορά του νερού περιλαμβάνει εκφράσεις για τη φάση ατμού και για την υγρή φάση και η μεταφορά διαλυμένων ουσιών σχετίζεται με την κίνηση του νερού. Έτσι, κατέληξαν στο ότι η διάδοση θερμότητας επηρεάζεται από την κίνηση ατμών και υγρών και πως αυτή η κίνηση επηρεάζεται από τη θερμοκρασία, την περιεκτικότητα σε νερό και την κατανομή διαλυμένων ουσιών.

Στην παρούσα διπλωματική εργασία ένας από τους κύριους σκοπούς είναι η διερεύνηση συσχέτισης του συντελεστή θερμικής διάχυσης με την υγρασία του εδάφους με τη βοήθεια δεδομένων από το μετεωρολογικό σταθμό του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Για την υγρασία του εδάφους όμως δεν υπάρχουν καταγραφές για την αναζήτηση άμεσης εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης από αυτή. Γι' αυτό αναζητείται συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους με τη βροχόπτωση από την οποία η υγρασία επηρεάζεται άμεσα. Για τη μελέτη της συσχέτισης του συντελεστή θερμικής διάχυσης με τον υετό απαιτείται ο υπολογισμός των δύο αυτών μεγεθών. Όσον αφορά τον υετό υπάρχουν δεδομένα βροχόπτωσης από τις καταγραφές του μετεωρολογικού σταθμού του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων και υπάρχει γνώση του πώς μεταβάλλεται στο χρόνο. Από την άλλη όσον αφορά τον συντελεστή θερμικής διάχυσης απαιτείται ο υπολογισμός του. Ο υπολογισμός του γίνεται με τη χρήση των τεσσάρων μεθόδων, που αναφέρθηκαν παραπάνω, βάσει μετρήσεων θερμοκρασίας εδάφους από τον ίδιο μετεωρολογικό σταθμό. Από τον υπολογισμό του σφάλματος για κάθε μέθοδο διαπιστώνεται η ακρίβεια της κάθε μεθόδου και εντοπίζεται η ακριβέστερη. Τέλος, για κάθε μία από τις μεθόδους υπολογίζεται η συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης και μεταφοράς (στις μεθόδους που αυτός λαμβάνεται υπόψη) με τον υετό.

Η διάρθρωση της εργασίας έχει ως εξής: στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η ποιοτική ανάλυση των μετρήσεων της θερμοκρασίας εδάφους και της βροχόπτωσης. Στο τρίτο κεφάλαιο αναπτύσσονται οι τέσσερις μέθοδοι για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης. Αυτές αξιολογούνται με βάση την παρατηρούμενη κύμανση και διερευνάται η εξάρτηση της θερμικής αγωγιμότητας από τον υετό. Στο τέταρτο κεφάλαιο αναπτύσσονται τα κύρια ευρήματα και συμπεράσματα. Τέλος, στα δύο παραρτήματα παρατίθενται οι κώδικες που κατασκευάστηκαν στο πρόγραμμα Matlab για την επεξεργασία των μετρήσεων και την ανάλυσή τους με βάση αναλυτικές λύσεις για την κύμανση της θερμοκρασίας, καθώς και λεπτομέρειες για τις αναλυτικές λύσεις.

Κεφάλαιο 2

ΠΟΙΟΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ ΜΕΤΡΗΣΕΩΝ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΕΔΑΦΟΥΣ ΚΑΙ ΥΕΤΟΥ

2.1 Χαρακτηριστικά των μετρήσεων

Στην παρούσα διπλωματική εργασία η μελέτη της διάδοσης θερμότητας στο έδαφος και ο υπολογισμός του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους βασίστηκαν στη χρήση δεδομένων θερμοκρασίας εδάφους και υετού από τα όργανα του μετεωρολογικού σταθμού του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Ο μετεωρολογικός σταθμός ανήκει στο Εργαστήριο Μετεωρολογίας και Κλιματολογίας του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων και βρίσκεται στο χώρο της Πανεπιστημιούπολης νότια-νοτιοδυτικά της πόλης των Ιωαννίνων (περιοχή Δουρούτη). Οι γεωγραφικές συντεταγμένες του σταθμού είναι: γεωγραφικό μήκος 39° 37΄ 10΄΄N και γεωγραφικό πλάτος 20 ° 50΄ 50΄΄E. Από τον σταθμό αξιοποιήθηκαν οι μετρήσεις από τους αισθητήρες θερμοκρασίας εδάφους, οι οποίοι βρίσκονται τοποθετημένοι στην επιφάνεια του εδάφους (z=0) και σε βάθη 10,20,30 και 60 εκατοστών, καθώς και μετρήσεις από τον αισθητήρα καταγραφής υετού. Οι συγκεκριμένες μετρητικές διατάξεις πραγματοποιούν καταγραφή της θερμοκρασίας και του υετού σε χρονικά διαστήματα των 30 λεπτών. Οι διαθέσιμες μετρήσεις από το μετεωρολογικό σταθμό αφορούσαν μια χρονική περίοδο δεκατριών χρόνων από την 01/08/2008 έως 01/08/2021. Οι μετρήσεις όμως που αξιοποιήθηκαν εν τέλει στην παρούσα εργασία αφορούν μια περίοδο έξι ετών από 01/08/2008 έως 15/06/2015 για λόγους που θα αναλυθούν ακολούθως στην Ενότητα 2.2.

2.2 Συμπλήρωση μετρήσεων και περιορισμός χρονικής περιόδου

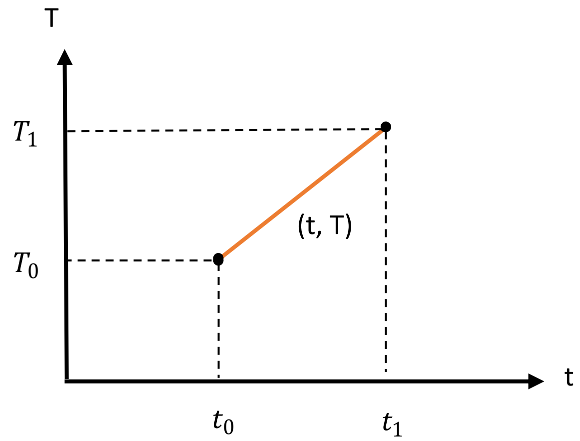
Οι διαθέσιμες μετρήσεις του μετεωρολογικού σταθμού ελέγχθηκαν ως προς την ποιότητά τους και εντοπίστηκαν διαφόρων ειδών σφάλματα. Η ποιοτική ανάλυση των μετρήσεων πραγματοποιήθηκε κάνοντας χρήση του προγράμματος Matlab, κατασκευάζοντας κατάλληλους κώδικες για την επεξεργασία των δεδομένων, την εκτέλεση αναλυτικών υπολογισμών και την παρουσίαση αυτών σε γραφήματα. Όλοι οι κώδικες που κατασκευάστηκαν για την εκπόνηση της παρούσας εργασίας παρατίθενται στο Παράρτημα Α.

Ως προς τις μετρήσεις της θερμοκρασίας εδάφους διαπιστώθηκε ότι σε κάποιες περιπτώσεις οι αισθητήρες είχαν αποτύχει να καταγράψουν την τιμή της θερμοκρασίας εδάφους και τα σφάλματα των τιμών αφορούσαν είτε τιμές της θερμοκρασίας που καλύπτουν μεγάλα χρονικά διαστήματα είτε μεμονωμένες ελλείπουσες μετρήσεις. Τα σφάλματα αυτά πιθανότατα οφείλονταν σε δυσλειτουργία των αισθητήρων του σταθμού.

Για τη συμπλήρωση των μεμονωμένων ελλειπουσών μετρήσεων χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος της γραμμικής παρεμβολής (linear interpolation). Στη συγκεκριμένη μέθοδο γίνεται η παραδοχή ότι η θερμοκρασία για περιορισμένο χρόνο μεταβάλλεται γραμμικά με το χρόνο. Για τη συμπλήρωση των τιμών που δεν είχαν καταγραφεί από τους αισθητήρες χρησιμοποιήθηκαν οι μετρήσεις πριν και μετά το διάστημα των κενών μετρήσεων, ώστε για κάθε διάστημα κενών μετρήσεων να προσδιοριστεί η εξίσωση της ευθείας που προσεγγιστικά προσομοιώνει τη μεταβολή της θερμοκρασίας και είναι η:

$$T = at + b, \tag{2.1}$$

όπου $a = \frac{T_1 - T_0}{t_1 - t_0}$, $b = \frac{T_0 t_1 - T_1 t_0}{t_1 - t_0}$, T_0 η γνωστή μέτρηση αμέσως πριν το κενό διάστημα μετρήσεων, T_1 η γνωστή μέτρηση αμέσως μετά το κενό διάστημα μετρήσεων, t_0 ο χρόνος της μέτρησης αμέσως πριν το κενό, t_1 ο χρόνος της μέτρησης αμέσως μετά το κενό, t ο χρόνος μεταξύ των γνωστών μετρήσεων και T η θερμοκρασία για το κενό διάστημα μετρήσεων. Σχηματικά η εξίσωση της ευθείας φαίνεται στο Σχήμα2.1.

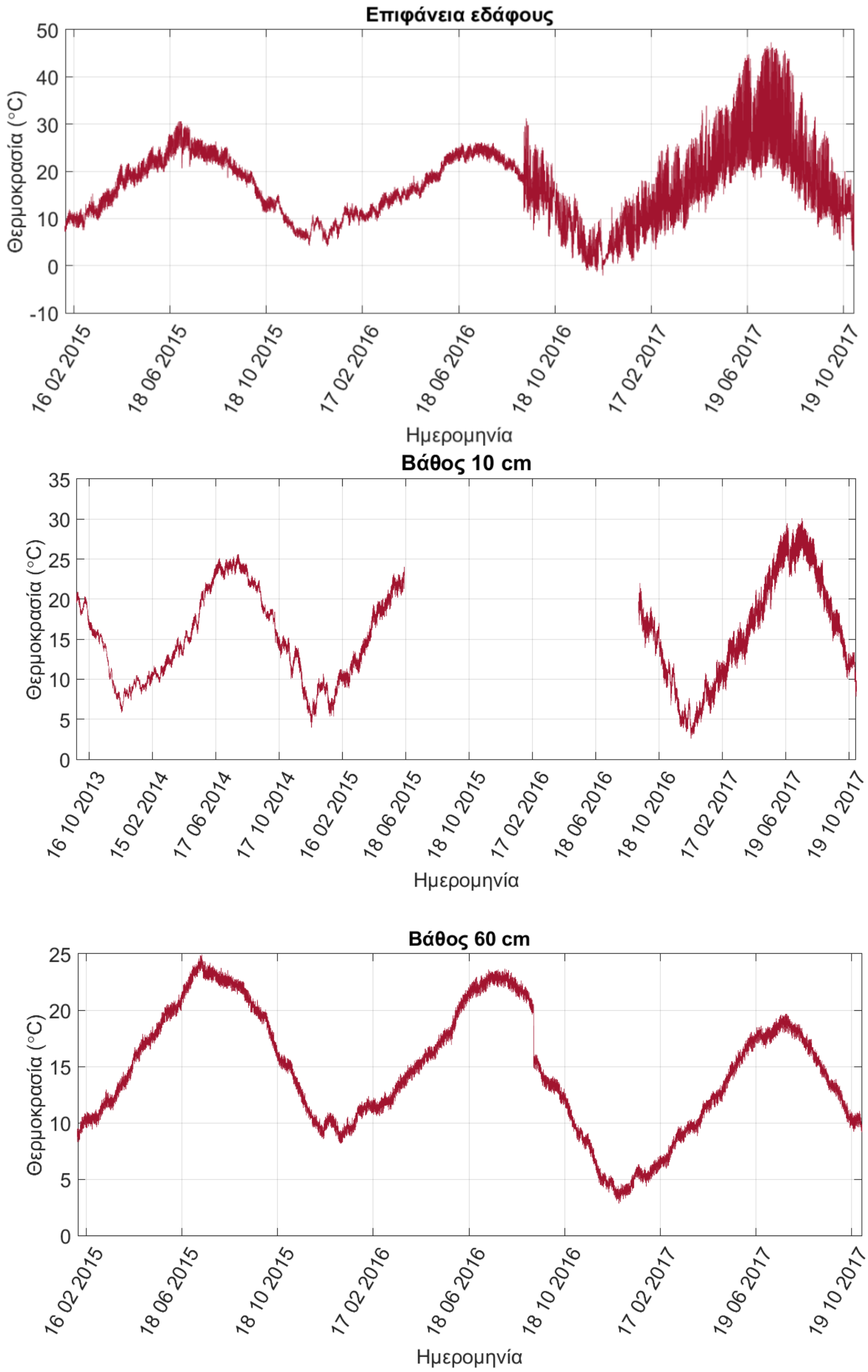


Σχήμα 2.1: *Σχηματική αναπαράσταση της εξίσωσης ευθείας στη γραμμική παρεμβολή.*

Οι ελλείπουσες μετρήσεις συμπληρώθηκαν μόνο σε περιπτώσεις που δεν υπήρχε εκτεταμένη απώλεια μετρήσεων και πιο ειδικά σε περιπτώσεις που οι ελλείπουσες μετρήσεις δεν ξεπέρασαν τις 17 διαδοχικές. Το μεγαλύτερο διάστημα στο οποίο εφαρμόστηκε η συμπλήρωση μετρήσεων ήταν 8 ώρες και 30 λεπτά, δεδομένου ότι οι μετρήσεις πραγματοποιούνται ανά μισή ώρα.

Τα υπόλοιπα σφάλματα που εντοπίστηκαν στις διαθέσιμες μετρήσεις αφορούσαν τις ασυνέχειες της χρονοσειράς της θερμοκρασίας εδάφους, δηλαδή τις εκτεταμένες χρονικές περιόδους απώλειας μετρήσεων που παρουσιάστηκαν στους περισσότερους αισθητήρες διαφορετικές βέβαια χρονικές στιγμές για τον καθένα. Για παράδειγμα, όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2, οι μετρήσεις της θερμοκρασίας της επιφάνειας του εδάφους εμφανίζουν από τις 08/09/2016 πολύ μεγαλύτερη διακύμανση που εν τέλει σταθεροποιείται στα επίπεδα αυτά. Το γεγονός αυτό πιθανώς να οφείλεται στη μετακίνηση των οργάνων καταμέτρησης, καθώς ο μετεωρολογικός σταθμός μετεγκαταστάθηκε σε πολύ κοντινή απόσταση από την αρχική τοποθεσία. Όπως επίσης φαίνεται στο Σχήμα 2.2, για τον αισθητήρα βάθους 10 εκατοστών στις 15/06/2015 ξεκινά μια μεγάλη περίοδος ελλειπουσών μετρήσεων.

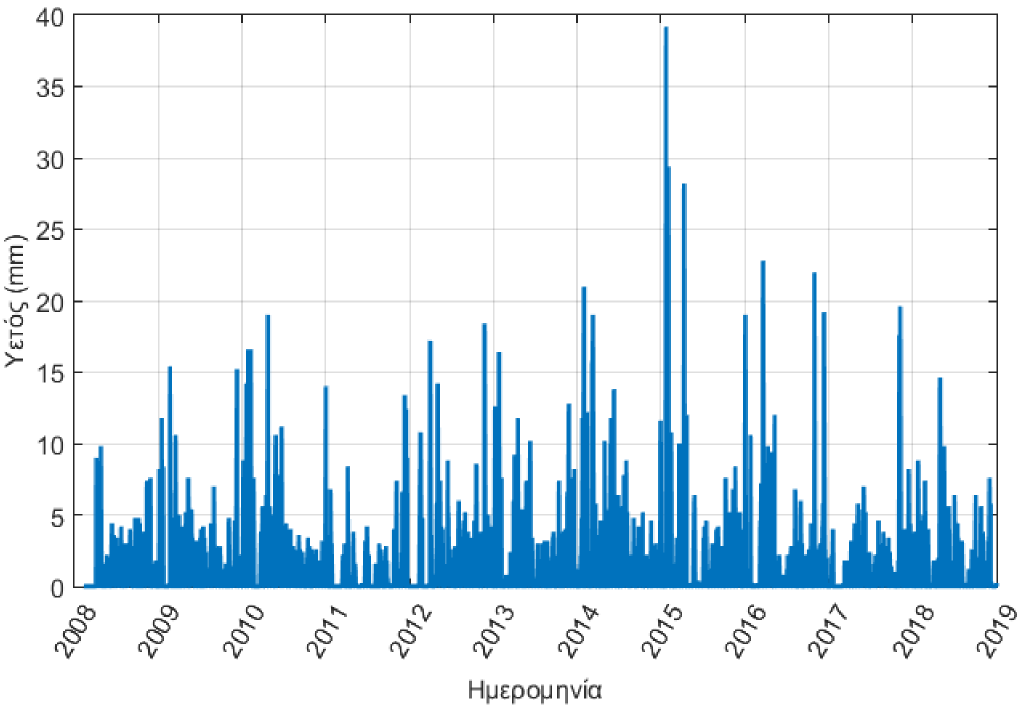
Ενώ, για τον αισθητήρα βάθους 60 εκατοστών παρουσιάστηκε ασυνέχεια μετρήσεων η οποία τοποθετείται στις 08/09/2016.



Σχήμα 2.2: *Τα εκτεταμένα σφάλματα στις χρονοσειρές της θερμοκρασίας για την επιφάνεια του εδάφους και για τα βάθη 10 και 60 cm.*

Για τη διόρθωση των παραπάνω εξετάστηκαν διάφορες βιβλιογραφικές λύσεις οι οποίες ήταν όμως αδύνατο να εφαρμοστούν. Έτσι, μοναδικός τρόπος επίλυσης του προβλήματος για να υπάρξει ορθή ανάλυση και ορθή εξαγωγή συμπερασμάτων αποτέλεσε η πρόωρη λήξη της χρονοσειράς της θερμοκρασίας εδάφους, ακριβώς στο πρώτο σημείο εμφάνισης του πρώτου εκτεταμένου σφάλματος που παρατηρήθηκε στις 15/06/2015.

Ως προς τις μετρήσεις του υετού δεν διαπιστώθηκε κάποιο σφάλμα στον αισθητήρα καταγραφής. Επομένως, η χρονοσειρά της βροχόπτωσης δεν παρουσιάζει ασυνέχειες, αλλά προκειμένου να γίνει σωστή ανάλυση και κατ' αναλογία με τη χρονοσειρά της θερμοκρασίας εδάφους έγινε επίσης πρόωρη λήξη της στο σημείο όπου είχε παρατηρηθεί το πρώτο εκτεταμένο σφάλμα στη θερμοκρασία εδάφους στις 15/06/2015. Η χρονική εξέλιξη για τη μεταβολή της βροχόπτωσης φαίνεται στο Σχήμα 2.3.



Σχήμα 2.3: *Ο υετός στο μετεωρολογικό σταθμό ως συνάρτηση του χρόνου.*

2.3 Μελέτη χρονικών κυμάνσεων της θερμοκρασίας εδάφους

Για τη μελέτη των χρονικών κυμάνσεων της θερμοκρασίας του εδάφους χρησιμοποιείται ο μετασχηματισμός Fourier. Στο συγκεκριμένο μετασχηματισμό αξιοποιείται το γεγονός ότι οι συναρτήσεις $\varphi_{\omega}(t) = (1/\sqrt{2\pi})e^{i\omega t}$ αποτελούν βάση στο χώρο των συναρτήσεων, δηλαδή κάθε συνάρτηση όπως στην προκειμένη η θερμοκρασία $T(t)$ μπορεί να γραφεί ως γραμμικός συνδυασμός των συναρτήσεων $\varphi_{\omega}(t)$:

$$T(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{T}(\omega)\, e^{i\omega t} d\omega\,, \tag{2.2}$$

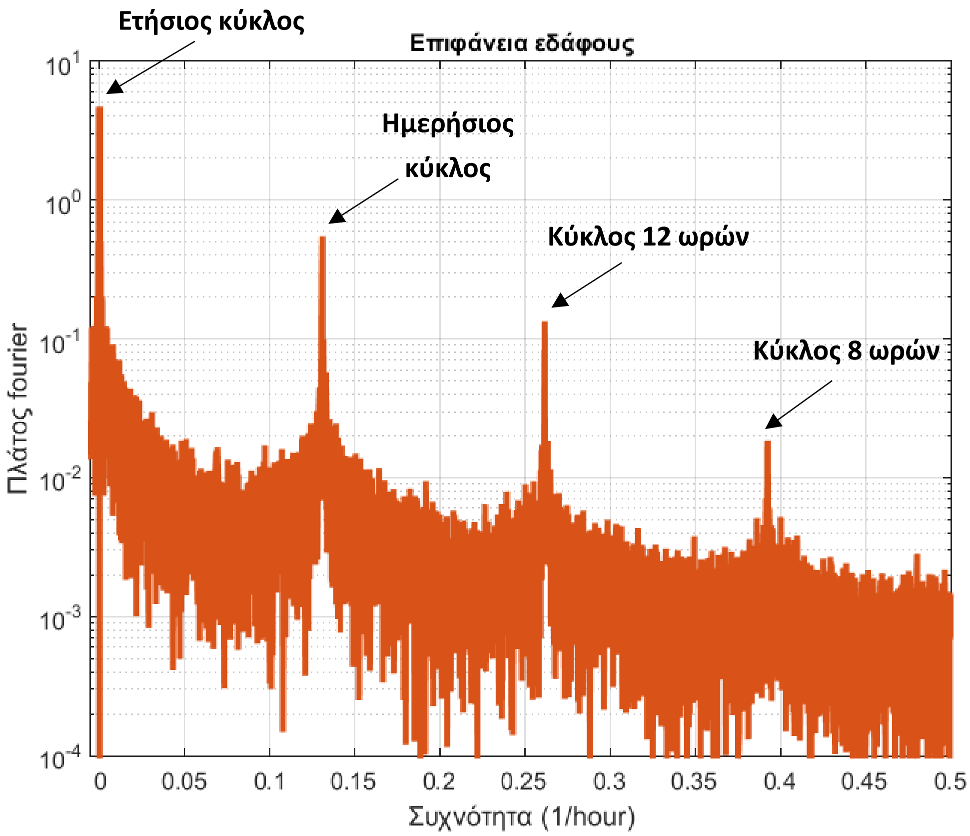
όπου $\tilde{T}(\omega)$ είναι το πλάτος Fourier που ερμηνεύεται ως πλάτος μίας ημιτονοειδούς κύμανσης η οποία έχει συχνότητα ω. Η εφαρμογή της συγκεκριμένης μεθόδου αποκαλύπτει τα πλάτη των ημιτονοειδών κυμάνσεων οι οποίες προστιθέμενες σχηματίζουν την εν λόγω σειρά των δεδομένων, δηλαδή την τελική συνισταμένη κύμανση της θερμοκρασίας.

Στην περίπτωση των συγκεκριμένων μετρήσεων, ο μετασχηματισμός Fourier δεν μπορεί να εφαρμοστεί αυτούσιος καθώς οι τιμές της θερμοκρασίας δεν αποτελούν συνεχή συνάρτηση, αλλά σειρά διακριτών τιμών. Αντί αυτού εφαρμόζεται η διακριτή εκδοχή του:

$$\tilde{T}_k = \sum_{j=1}^{n-1} T_j(t_j)\, e^{\frac{2\pi k j}{n}}, \tag{2.3}$$

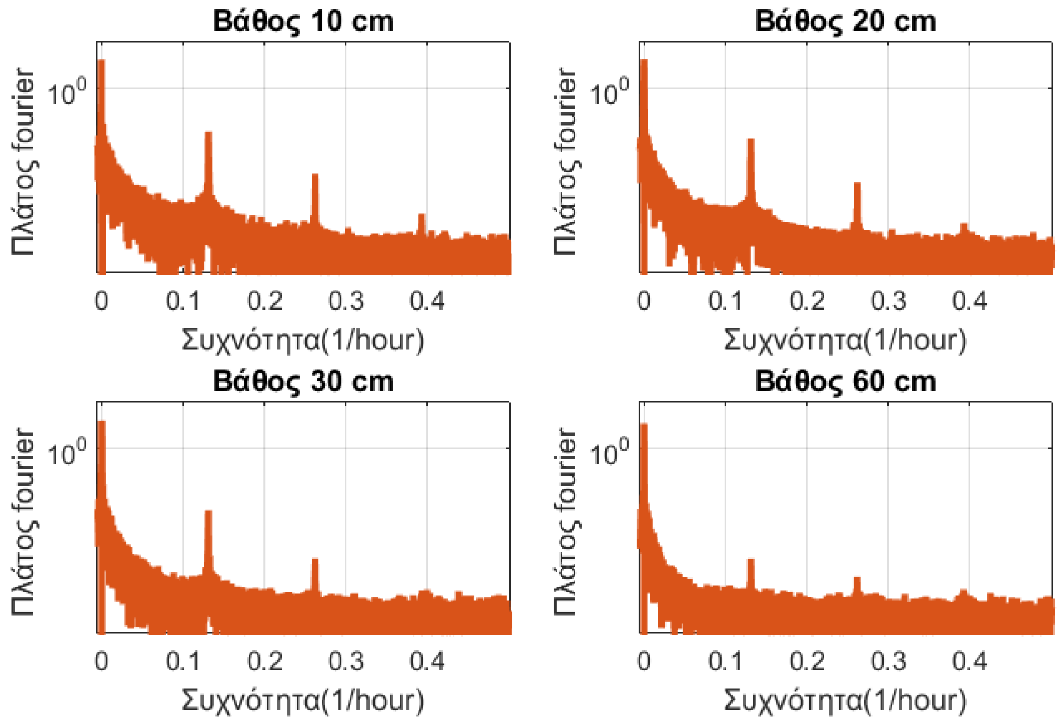
όπου n ο αριθμός των μετρήσεων, j ο αριθμός της μέτρησης και $2\pi kj/n$ η συχνότητα ω. Με τη βοήθεια της Matlab κατασκευάστηκε κώδικας που υπολογίζει τα πλάτη Fourier για κάθε συχνότητα βάση των μετρήσεων και τα σχεδιάζει συναρτήσει της συχνότητας για τα βάθη z=0, 10, 20, 30 και 60 εκατοστών. Ο κώδικας παρατίθεται στο Παράρτημα Α.

Στο Σχήμα 2.4 παρουσιάζονται τα πλάτη Fourier για τη θερμοκρασία της επιφάνειας του εδάφους συναρτήσει της συχνότητας ω. Βάση αυτού προκύπτει το συμπέρασμα ότι η κύμανση της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του εδάφους έχει δύο κύριες συνιστώσες. Οι συχνότητες που βρέθηκαν να καθορίζουν την κύμανση της θερμοκρασίας στην επιφάνεια του εδάφους είναι αυτές που αντιστοιχούν στο ετήσιο και ημερήσιο κύκλο, ενώ η πλειονότητα των υπολοίπων συχνοτήτων δε συνεισφέρει σημαντικά (αναμενόμενο και από την θεωρία). Ο κύριος κύκλος (ετήσιος) αντιστοιχεί σε περίοδο 8640 ωρών ή 360 ημερών και ο δευτερεύων κύκλος (ημερήσιος) αντιστοιχεί σε περίοδο 24 ωρών ή μίας ημέρας. Παράγωγα του ημερήσιου κύκλου με μικρότερη ένταση αποτελούν ο κύκλος των 12 ωρών και ο κύκλος των 8 ωρών.



Σχήμα 2.4: *Τα πλάτη Fourier* $\left|\widetilde{\boldsymbol{T}}(\mathbf{0},\boldsymbol{\omega})\right|$ *κατά απόλυτη τιμή συναρτήσει της συχνότητας ω για την επιφάνεια του εδάφους. Με τα βέλη υποδεικνύονται οι κυρίαρχοι κύκλοι.*

Στο Σχήμα 2.5 παρουσιάζονται τα πλάτη Fourier για τη θερμοκρασία στα βάθη των 10, 20, 30 και 60 εκατοστών. Βάση αυτού προκύπτει το συμπέρασμα ότι η κύμανση της θερμοκρασίας σε αυτά τα βάθη ακολουθεί την κύμανση της θερμοκρασίας της επιφάνειας του εδάφους με κυρίαρχες συχνότητες, τις συχνότητες που αντιστοιχούν στον ετήσιο κύκλο και τον ημερήσιο κύκλο. Η διαφορά όμως εδώ έγκειται στο γεγονός ότι τα πλάτη Fourier μειώνονται με τη μετακίνηση σε μεγαλύτερα βάθη, όπως φαίνεται ευδιάκριτα και στο Σχήμα 2.5. Η μείωση είναι μεγαλύτερη αν παρατηρηθεί το πλάτος Fourier για τον ημερήσιο κύκλο ανάμεσα στα τέσσερα βάθη. Όσο πιο μεγάλο είναι το ω τόσο μεγαλύτερη είναι η μείωση του πλάτους γι' αυτό και η ημερήσια κύμανση δεν είναι ευδιάκριτη στα 60 cm που εμφανώς κυριαρχεί η ετήσια κύμανση. Επειδή το πλάτος της ημερήσιας κύμανσης σε μεγάλα βάθη έχει μειωθεί πολύ, είναι στα όρια της ακρίβειας του αισθητήρα και οι τιμές τις κύμανσης που παίρνονται δεν είναι αξιόπιστες. Για τον λόγο αυτό στη συνέχεια της εργασίας που εστιάζει στον ημερήσιο κύκλο δεν θα χρησιμοποιηθούν οι μετρήσεις στο βάθος των 60 cm. Η χρήση της συχνότητας που αντιστοιχεί στον ημερήσιο κύκλο είναι πιο κατάλληλη από αυτή που αντιστοιχεί στον ετήσιο κύκλο για την παρούσα εργασία στην οποία μελετάται η εξάρτηση του συντελεστή θερμικής διάχυσης από τη βροχόπτωση. Οι αλλαγές στη βροχόπτωση από έτος σε έτος δεν είναι μεγάλες ούτε αντιπροσωπευτικές για τον συγκεκριμένο σκοπό της εργασίας, δεδομένου ότι η χρονοσειρά που αξιοποιείται τελικά αποτελείται από έξι έτη, λόγω της ύπαρξης των εκτεταμένων σφαλμάτων που αναφέρθηκαν.



Σχήμα 2.5: *Τα πλάτη Fourier* $\left|\widetilde{\boldsymbol{T}}(\boldsymbol{z},\boldsymbol{\omega})\right|$ *κατά απόλυτη τιμή συναρτήσει της συχνότητας ω για τα βάθη των 10, των 20, των 30 και των 60 cm αντίστοιχα.*

Κεφάλαιο 3

ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΤΟΥ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ΘΕΡΜΙΚΗΣ ΔΙΑΧΥΣΗΣ & ΣΥΣΧΕΤΙΣΗ ΜΕ ΤΟΝ ΥΕΤΟ

Στο παρόν κεφάλαιο γίνεται η εφαρμογή τεσσάρων μεθόδων, όπως αυτές χρησιμοποιήθηκαν και σε άλλες εργασίες στη βιβλιογραφία, για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* και του συντελεστή μεταφοράς *λ* στο έδαφος, ώστε να μελετηθεί η εξάρτησή τους από τον υετό. Οι μέθοδοι αυτοί αναλύονται και αξιολογούνται βάση των αποτελεσμάτων παρακάτω. Επιγραμματικά είναι οι εξής:

1η μέθοδος: Υπολογισμός του *k* από τη μείωση του πλάτους, με την υπόθεση πως ο *k* είναι σταθερός και η διάδοση θερμότητας γίνεται μόνο με αγωγή.

2η μέθοδος: Υπολογισμός του *k* από τη μείωση της διαφοράς φάσης, επίσης με την υπόθεση πως ο *k* είναι σταθερός και η διάδοση θερμότητας γίνεται μόνο με αγωγή.

3η μέθοδος: Υπολογισμός των *k* και *λ*, με την υπόθεση πως τα *k*, *λ* είναι σταθερά και η διάδοση θερμότητας γίνεται με αγωγή και με ρεύματα μεταφοράς, μέσω μόνο της ροής ύδατος.

4η μέθοδος: Υπολογισμός των *k* και *λ* για τρία ξεχωριστά στρώματα εδάφους, με τις υποθέσεις πως τα *k* είναι διαφορετικά για κάθε στρώμα αλλά σταθερά, το *λ* ίδιο και σταθερό για κάθε στρώμα και η διάδοση θερμότητας γίνεται με αγωγή και με ρεύματα μεταφοράς, μέσω μόνο της ροής ύδατος.

Ο υπολογισμός υλοποιείται βάσει αναλυτικών λύσεων και δεδομένων θερμοκρασίας εδάφους από το μετεωρολογικό σταθμό του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Επειδή δεν είναι γνωστή η μεταβολή του συντελεστή θερμικής διάχυσης, χρησιμοποιώντας τον ημερήσιο κύκλο η χρονοσειρά χωρίζεται σε διάφορα χρονικά διαστήματα για παράδειγμα σε εποχές, σε μήνες, σε δεκαήμερα, σε πενθήμερα και σε διήμερα, ώστε να θεωρείται ότι σε αυτά ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι σχεδόν σταθερός, γιατί προφανώς μέσα σε μια περίοδο ενός έτους θα μεταβάλλεται. Σε αντίστοιχα χρονικά διαστήματα διαιρείται και η δεδομένη χρονοσειρά της βροχόπτωσης, ώστε να υπάρχουν τα δεδομένα αθροιστικής βροχόπτωσης για καθένα από αυτά. Το χρονικό διάστημα των εποχών κρίνεται αδρό για τη μελέτη της διακύμανσης της βροχόπτωσης και ακολουθείται ίδια ανάλυση για τα μικρότερα χρονικά διαστήματα μηνών, δεκαήμερων, πενθήμερων και διήμερων.

3.1 Διάδοση θερμότητας μέσω διάχυσης, με σταθερό συντελεστή θερμικής διάχυσης

Ακολουθώντας τους van Wijk and de Vries (1963) και αγνοώντας τη μεταφορά θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς (*λ*=0) γίνεται η υπόθεση πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης k είναι ανεξάρτητος από το βάθος z και το χρόνο t. Στην περίπτωση αυτή η εξίσωση (1.5) απλοποιείται ως εξής:

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} - \frac{1}{k}\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = 0\,. \tag{3.1}$$

Αυτή η διαφορική εξίσωση αποτελεί την εξίσωση διάχυσης από τη λύση της οποίας προκύπτουν οι δύο πρώτες μέθοδοι υπολογισμού του συντελεστή διάχυσης *k.* Η διαφορική εξίσωση συνοδεύεται από συνθήκες στα σύνορα της περιοχής εφαρμογής που στην προκειμένη περίπτωση είναι η επιφάνεια του εδάφους και κάποιο σημείο σε μεγάλο βάθος, όπως καθορίστηκαν στην Ενότητα 1.5. Σχετικά με την επιφάνεια του εδάφους γίνεται η υπόθεση ότι η θερμοκρασία είναι ημιτονοειδής συνάρτηση του χρόνου με συγκεκριμένη συχνότητα ω και πλάτος T_0 . Έτσι, η μαθηματική έκφραση για την πρώτη συνοριακή συνθήκη είναι:

$$T(z=0,t) = T_0(t) = T_0 \sin(\omega t). \tag{3.2}$$

Αναφορικά με τη δεύτερη συνοριακή συνθήκη θεωρείται ότι σε πολύ μεγάλο βάθος η κύμανση της θερμοκρασίας είναι μηδέν, αφού η θερμοκρασία σε μεγάλα βάθη όπως αναφέρθηκε και στην εισαγωγή είναι σταθερή. Έτσι, προκύπτει η μαθηματική έκφραση για τη δεύτερη συνοριακή συνθήκη:

$$T(z \to \infty, t) = 0. \tag{3.3}$$

Επειδή η διαφορική εξίσωση και οι συνοριακές συνθήκες είναι ομογενείς ως προς το χρόνο μπορεί να αναπτυχθεί η θερμοκρασία στη βάση Fourier:

$$T(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{T}(z,\omega) e^{i\omega t} d\omega\,, \tag{3.4}$$

όπου $\tilde{T}$ το πλάτος Fourier που ερμηνεύεται ως πλάτος μίας ημιτονοειδούς κύμανσης η οποία έχει συχνότητα ω. Εφαρμόζοντας το μετασχηματισμό Fourier δείχνεται στο Παράρτημα Β ότι η λύση της εξίσωσης για το πλάτος Fourier είναι η:

$$\tilde{T}(z,\omega) = \tilde{T_0}(\omega) e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z - i\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z}\,, \tag{3.5}$$

όπου $\tilde{T_0}$ το πλάτος Fourier της κύμανσης της επιφανειακής θερμοκρασίας. Με βάση την επιφανειακή κύμανση (3.2) η λύση είναι η:

$$T(z,t) = T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z} \sin\left(\omega t - z\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\right). \tag{3.6}$$

Βάσει αυτής της λύσης εξάγονται τα εξής συμπεράσματα. Πρώτον, η θερμοκρασία μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο σε συγκεκριμένο βάθος με την ίδια περίοδο με τη μεταβολή της θερμοκρασίας στην επιφάνεια, δηλαδή η επιφανειακή κύμανση της θερμοκρασίας υφίσταται σε κάθε βάθος. Δεύτερον το πλάτος της κύμανσης μειώνεται εκθετικά με το βάθος *z* όπως παρατηρείται και στο Σχήμα 2.5 και η διαφορά φάσης της κύμανσης επίσης μειώνεται γραμμικά με το βάθος *z*. Ο ρυθμός μείωσης του πλάτους εξαρτάται από τη συχνότητα ω, με τις κυμάνσεις χαμηλών συχνοτήτων να επιβιώνουν και σε μεγάλα βάθη, ενώ οι κυμάνσεις μεγάλων συχνοτήτων υπόκεινται σε ταχύτερη μείωση πλάτους όπως φάνηκε και στα Σχήματα 2.4, 2.5. Ο ρυθμός μείωσης της διαφοράς φάσης εξαρτάται επίσης από τη συχνότητα ω, με τις κυμάνσεις χαμηλότερων συχνοτήτων να παρουσιάζουν μεγαλύτερη διαφορά φάσης σε σχέση με αυτές με υψηλότερη συχνότητα.

Από τη μείωση του πλάτους και της διαφοράς φάσης που παρουσιάζουν οι κυμάνσεις σε διάφορα βάθη σε σχέση με την επιφανειακή κύμανση μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής θερμικής διάχυσης του εδάφους μέσω των ακόλουθων μεθόδων.

3.1.1 1η και 2η μέθοδος προσδιορισμού του *k*

Για τον προσδιορισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* παρατηρείται από τη σχέση (3.6) ότι ο λογάριθμος του λόγου των πλατών της κύμανσης της θερμοκρασίας σε κάποιο βάθος *z* και στην επιφάνεια μειώνεται γραμμικά με το βάθος:

$$ln\left|\frac{\tilde{T}(z,\omega)}{\tilde{T}(z=0,\omega)}\right| = -\,z\sqrt{\frac{\omega}{2k}}. \tag{3.7}$$

Επομένως, υπολογίζοντας το λόγο των πλατών της παρατηρούμενης κύμανσης $\widetilde{T_\pi}(z_i,\omega)$ στα βάθη z_i και υποθέτοντας ότι ο λογάριθμός τους μεταβάλλεται γραμμικά με το βάθος:

$$ln\left|\frac{\widetilde{T_\pi}(z_i,\omega)}{\widetilde{T_\pi}(z_0,\omega)}\right| = -\,\alpha z_i\ , \tag{3.8}$$

από την κλίση της ευθείας α υπολογίζεται ο συντελεστής θερμικής διάχυσης ως $k = \frac{\omega}{2\alpha^2}$ με συχνότητα ω που αντιστοιχεί στον κύκλο που εξετάζεται. Αυτή αποτελεί την 1η μέθοδο υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης. Παρατηρείται επίσης ότι η διαφορά φάσης της κύμανσης της θερμοκρασίας ανάμεσα σε κάποιο βάθος *z* και στην επιφάνεια μειώνεται γραμμικά με το βάθος:

$$\Delta\varphi = \varphi\left(\tilde{T}(z,\omega)\right) - \varphi\left(\tilde{T}(z=0,\omega)\right) = -\,z\sqrt{\frac{\omega}{2k}}. \tag{3.9}$$

Όμοια με παραπάνω, υπολογίζοντας τη διαφορά φάσης της παρατηρούμενης κύμανσης $\widetilde{T_\pi}(z_i,\omega)$ στα βάθη z_i και υποθέτοντας ότι η διαφορά φάσης μειώνεται γραμμικά με το βάθος:

$$\Delta\varphi = \varphi\left(\widetilde{T_\pi}(z_i,\omega)\right) - \varphi\left(\widetilde{T_\pi}(z_0,\omega)\right) = -b\ z_i\ , \tag{3.10}$$

από την κλίση της ευθείας *b* γίνεται ο υπολογισμός του συντελεστή θερμικής διάχυσης ως $k = \frac{\omega}{2b^2}$. Αυτή είναι η 2η μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης. Αξίζει βέβαια να σημειωθεί ότι από τις σχέσεις (3.7), (3.9) προκύπτει ότι ο λογάριθμος του λόγου των πλατών της κύμανσης της θερμοκρασίας και η διαφορά φάσης έχουν ίδιες τιμές:

$$ln\left|\frac{\tilde{T}(z,\omega)}{\tilde{T}(z=0,\omega)}\right| = \Delta\varphi. \quad (3.11)$$

Επομένως, οι δύο μέθοδοι δίνουν θεωρητικά το ίδιο αποτέλεσμα και οι κλίσεις α, b είναι ίσες.

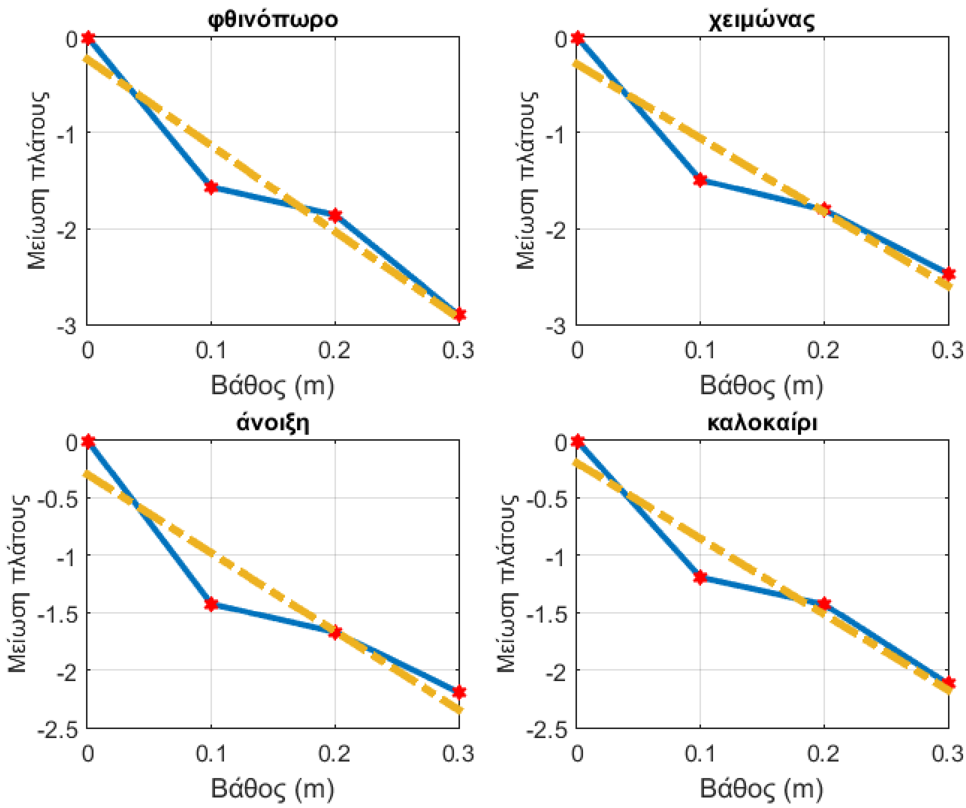
Εφαρμογή $1^{ης}$ μεθόδου για χρονικό διάστημα εποχών

Εφαρμόζοντας την $1^{η}$ μέθοδο υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης βάσει της (3.8) για τη συχνότητα του ημερήσιου κύκλου. Κατασκευάζονται γραφικές παραστάσεις της παρατηρούμενης μείωσης του πλάτους με το βάθος για τα διάφορα βάθη που είναι η επιφάνεια του εδάφους και τα βάθη των 10 cm, των 20 cm και των 30 cm. Η παρατηρούμενη θερμοκρασία στο βάθος των 60 cm δεν έχει χρησιμοποιηθεί καθώς στο βάθος αυτό η ημερήσια κύμανση της θερμοκρασίας είναι στα όρια της ακρίβειας του αισθητήρα. Η εφαρμογή γίνεται για χρονικό διάστημα εποχών. Συγκεκριμένα, η χρονοσειρά των έξι χρόνων διαιρείται, ώστε κάθε χρόνος να αποτελείται από τις τέσσερις εποχές (χειμώνα, άνοιξη, καλοκαίρι, φθινόπωρο). Στο Σχήμα 3.1 φαίνονται με κόκκινες κουκίδες τα πειραματικά δεδομένα που έχουμε στα προαναφερθέντα βάθη z_i. Η $1^{η}$ μέθοδος προβλέπει πως θα πέφτει γραμμικά το πλάτος με το βάθος, οι μετρήσεις μας όμως φαίνονται πως δεν πέφτουν γραμμικά (μπλε γραμμή). Συνεπώς, η $1^{η}$ μέθοδος προβλέπει επιτυχώς την πτώση του πλάτους, αλλά αποτυγχάνει στο ότι η πτώση δεν είναι γραμμική. Για τον υπολογισμό του *k* με βάση την $1^{η}$ μέθοδο προσεγγίζεται η πτώση από μια γραμμική συνάρτηση με βάση τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (διακεκομμένη ευθεία).

Έτσι, προκύπτουν τέσσερις τιμές του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* μία για κάθε εποχή και σύνολο είκοσι τέσσερις τιμές για το σύνολο των έξι ετών. Οι τιμές παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.1 και παρατηρείται πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης μεταβάλλεται από εποχή σε εποχή και από έτος σε έτος και η μέγιστη τιμή του *k* είναι σχεδόν πάντα την άνοιξη, ενώ η ελάχιστη δεν είναι πάντα την ίδια εποχή. Η μέση τιμή του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους $\bar{k} = 0{,}61 \times 10^{-6}$ m^2s^{-1} είναι μεσοποιημένη για όλες τις εποχές και όλα τα έτη, σχεδόν ταυτίζεται με αντίστοιχες εργασίες του Γεωργόπουλου (2017) και του Ιωαννίδη (2019). Η τιμή του επαληθεύει και προηγούμενα ευρήματα του Τζίμα (1980) για την αργιλώδη σύσταση του εδάφους.

Πίνακας 3.1: *Τιμές του συντελεστή θερμικής διάχυσης k για κάθε εποχή και κάθε έτος από την $1^{η}$ μέθοδο.*

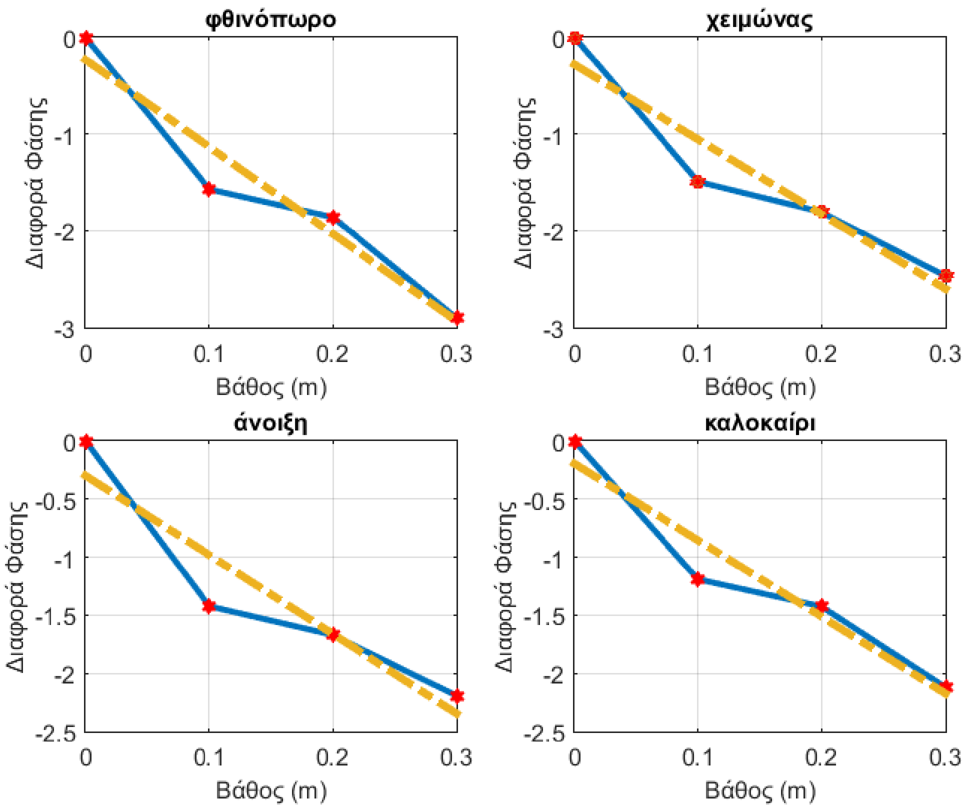
m^2s^{-1} (×10^{-6})	$1^{ο}$ έτος	$2^{ο}$ έτος	$3^{ο}$ έτος	$4^{ο}$ έτος	$5^{ο}$ έτος	$6^{ο}$ έτος
***k* χειμώνα**	0,39	0,49	0,60	0,64	0,60	0,72
***k* άνοιξης**	0,61	0,51	0,70	0,84	0,79	1,06
***k* καλοκαιριού**	0,48	0,49	0,54	0,55	0,56	0,89
***k* φθινοπώρου**	0,65	0,47	0,67	0,46	0,51	0,49



Σχήμα 3.1: *Μείωση του πλάτους συναρτήσει του βάθους για κάθε μία από τις τέσσερις εποχές. Με κουκίδες φαίνονται τα πειραματικά δεδομένα στα διάφορα βάθη και η διακεκομμένη ευθεία είναι αυτή που προέκυψε από τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για τον υπολογισμό του k από την κλίση της.*

Εφαρμογή 2ης μεθόδου για χρονικό διάστημα εποχών

Εφαρμόζεται η 2η μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης βάσει της (3.10) για τη συχνότητα του ημερήσιου κύκλου και για χρονικό διάστημα εποχών. Κατασκευάζονται γραφικές παραστάσεις της διαφοράς φάσης συναρτήσει του βάθους για τα βάθη της επιφάνειας του εδάφους, των 10 cm, των 20 cm και των 30 cm. Στο Σχήμα 3.2 φαίνονται με κόκκινες κουκίδες τα πειραματικά δεδομένα που έχουμε στα βάθη z_i. Η 2η μέθοδος προβλέπει πως θα πέφτει γραμμικά και η διαφορά φάσης με το βάθος ξεκινώντας από το μηδέν, οι μετρήσεις όμως φαίνονται πως δεν πέφτουν γραμμικά (μπλε γραμμή). Η 2η μέθοδος προβλέπει επιτυχώς την πτώση της φάσης, αλλά στην πραγματικότητα η πτώση δεν είναι γραμμική όπως προβλέπει αυτή. Για τον υπολογισμό του *k* από την 2η μέθοδο προσεγγίζεται η πτώση από μια γραμμική συνάρτηση με βάση τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων (διακεκομμένη ευθεία).



Σχήμα 3.2: *Διαφορά φάσης συναρτήσει του βάθους για κάθε μία από τις τέσσερις εποχές. Με κουκίδες φαίνονται τα πειραματικά δεδομένα στα διάφορα βάθη και η διακεκομμένη ευθεία είναι αυτή που προέκυψε από τη μέθοδο ελαχίστων τετραγώνων για τον υπολογισμό του k από την κλίση της.*

Από τη 2η μέθοδο υπολογίζονται τιμές για τον συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους *k* για κάθε εποχή και για όλα τα έτη. Οι τιμές αυτές παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.2 και παρατηρείται πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης μεταβάλλεται από εποχή σε εποχή και από έτος σε έτος και η μέγιστη τιμή του *k* είναι σχεδόν πάντα την άνοιξη, ενώ η ελάχιστη δεν είναι πάντα την ίδια εποχή. Η μέση τιμή του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους βάση των τιμών αυτών είναι $\bar{k} = 0{,}55 \times 10^{-6}\ m^2 s^{-1}$, τιμή παρόμοια με αυτή που προέκυψε μέσω της 1ης μεθόδου.

Πίνακας 3.2: *Τιμές του συντελεστή θερμικής διάχυσης k για κάθε εποχή και κάθε έτος από τη 2η μέθοδο.*

m^2s^{-1} (×10^{-6})	1ο έτος	2ο έτος	3ο έτος	4ο έτος	5ο έτος	6ο έτος
***k* χειμώνα**	0,46	0,42	0,43	0,58	0,53	0,61
***k* άνοιξη**	0,54	0,51	0,62	0,67	0,64	0,78
***k* καλοκαίρι**	0,52	0,49	0,52	0,58	0,57	0,84
***k* φθινόπωρο**	0,71	0,46	0,42	0,48	0,48	0,45

Αξιολόγηση 1^{ης} και 2^{ης} μεθόδου για χρονικό διάστημα εποχών

Συμπερασματικά, από τις δύο πρώτες μεθόδους εξηγείται η πτώση του πλάτους και της διαφοράς φάσης με το βάθος, απλά στην πραγματικότητα δεν είναι γραμμική όπως οι μέθοδοι αυτοί προβλέπουν. Ακόμη, από τα θεωρητικά αυτά μοντέλα παρ' ότι πάρθηκαν άμεσα τιμές για το k, αυτά αποτυγχάνουν στο γεγονός ότι ενώ οι εξισώσεις (3.7), (3.9) προβλέπουν ότι οι κλίσεις και των δύο μεθόδων είναι ίδιες. Εν τέλει όμως προκύπτει το αντίθετο, το οποίο είναι εμφανές κοιτώντας τους Πίνακες 3.1, 3.2 που έχουν διαφορετικές τιμές *k* στα αντίστοιχα πεδία. Η αξιοπιστία των δύο μεθόδων μπορεί να κριθεί υπολογίζοντας το σφάλμα σε σύγκριση με τις παρατηρήσεις. Υπάρχουν δύο πηγές σφαλμάτων όπως υποδεικνύει και η λύση της εξίσωσης (3.6), η μια αφορά το ημερήσιο θερμοκρασιακό εύρος και η άλλη την καθυστέρηση εμφάνισης του μεγίστου ανάμεσα στην επιφάνεια και εσωτερικά του εδάφους. Ο υπολογισμός των σφαλμάτων και συγκεκριμένα των σχετικών σφαλμάτων για το πλάτος σ_A και τη φάση $\sigma_{\Delta\varphi}$ υλοποιήθηκε βάση των σχέσεων:

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_{z_i}^{N}|A_\theta(z_i) - A_\pi(z_i)|^2}{\sum_{z_i}^{N}|A_\pi(z_i)|^2}}, \tag{3.12}$$

$$\sigma_{\Delta\varphi} = \sqrt{\frac{\frac{1}{N}\sum_{z_i}^{N}|\Delta\varphi_\theta(z_i) - \Delta\varphi_\pi(z_i)|^2}{\sum_{z_i}^{N}|\Delta\varphi_\pi(z_i)|^2}}, \tag{3.13}$$

όπου A_θ, $\Delta\varphi_\theta$ οι τιμές του πλάτους και της φάσης αντίστοιχα, βάση της θεωρίας για ένα συγκεκριμένο βάθος και A_π, $\Delta\varphi_\pi$ οι τιμές του πλάτους και τις φάσης αντίστοιχα βάση των μετρήσεων για το ίδιο βάθος. Τα σφάλματα της 1^{ης} και 2^{ης} μεθόδου για τον υπολογισμό του *k* φαίνονται στους Πίνακες 3.3, 3.4 αντίστοιχα, χωριστά για το πλάτος και τη φάση. Τα σφάλματα που προκύπτουν από τις δύο μεθόδους είναι παρόμοια και θεωρούνται σχετικά μεγάλα, καθώς η τάξη μεγέθους αυτών είναι της τάξης του 20%.

***Πίνακας 3.3**: Τα σχετικά σφάλματα της 1^{ης} μεθόδου για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης k για κάθε εποχή για το σύνολο των ετών, χωριστά για το πλάτος της κύμανσης και της διαφοράς φάσης ανάμεσα στην επιφάνεια και εσωτερικά του εδάφους.*

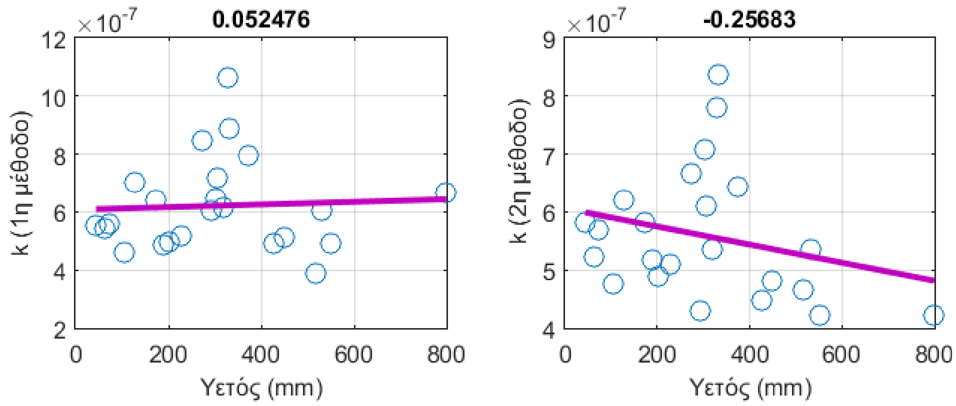
ΣΦΑΛΜΑΤΑ	Πλάτος	Φάση
Χειμώνα	0,23	0,25
Άνοιξη	0,23	0,30
Καλοκαίρι	0,23	0,23
Φθινόπωρο	0,26	0,44

***Πίνακας 3.4**: Τα σχετικά σφάλματα της 2^{ης} μεθόδου για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης k για κάθε εποχή για το σύνολο των ετών, χωριστά για το πλάτος και τη φάση.*

ΣΦΑΛΜΑΤΑ	Πλάτος	Φάση
Χειμώνα	0,21	0,21
Άνοιξη	0,20	0,26
Καλοκαίρι	0,23	0,23
Φθινόπωρο	0,28	0,37

Μελέτη εξάρτησης του k από τον υετό για εποχές

Από τις τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης του εδάφους που υπολογίστηκαν μέσω των δύο πρώτων μεθόδων Πίνακες 3.1, 3.2 και το αθροιστικό ποσό βροχόπτωσης που αντιστοιχεί σε κάθε εποχή, κατασκευάζονται γραφικές παραστάσεις των *k* συναρτήσει του υετού, για τη διερεύνηση πιθανής εξάρτησης των δύο μεγεθών. Οι γραφικές παραστάσεις γίνονται συναρτήσει του υετού διότι στην περιοχή μελέτης δεν υπάρχουν καταγραφές υγρασίας εδάφους για άμεση αναζήτηση εξάρτησης του *k* από αυτή. Αξιοποιείται το γεγονός πως η υγρασία του εδάφους εξαρτάται από τον υετό. Για τη διερεύνηση αυτή υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης (Pearson correlation coefficient) για τις αποχές των δύο αυτών μεγεθών με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab. Ο όρος «συντελεστής συσχέτισης» αναφέρεται στο συντελεστή που προσδιορίζει το πόσο καλά σχετίζονται δύο μεγέθη, σε αυτή την περίπτωση οι τιμές των *k* με τον υετό. Οι τιμές του συντελεστή αυτού κυμαίνονται από -1 έως 1. Αν η τιμή του είναι μεγάλη σημαίνει ότι υπάρχει συσχέτιση μεταξύ των δύο μεγεθών και αν η τιμή είναι θετική σημαίνει πως όταν το ένα μέγεθος αυξάνεται και το άλλο ακολουθεί αυξητική τάση. Στο Σχήμα 3.3 που ακολουθεί φαίνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις και οι συντελεστές συσχέτισης των εκάστοτε μεγεθών, ως τίτλοι των γραφικών παραστάσεων. Η ευθεία που απεικονίζεται προέρχεται από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για τη συνάρτηση *k* με τον υετό, έτσι προκύπτει η κλίση αυτής η οποία και από το σχήμα φαίνεται πως είναι μικρή. Βάσει αυτών παρατηρείται πως οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης είναι μικρές, της τάξης του 5% και 26%. Έτσι, προκύπτει πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης του εδάφους όπως υπολογίστηκε από τις δύο πρώτες μεθόδους δεν εξαρτάται από τον υετό.



Σχήμα 3.3: Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* από $1^η$,$2^η$ μέθοδο συναρτήσει του υετού. Στους τίτλους φαίνονται οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης των δύο μεγεθών για κάθε γραφική παράσταση. Οι ευθείες προέρχονται από την εφαρμογή των ελαχίστων τετραγώνων.

Απαιτείται πιο λεπτομερής ανάλυση για τη μελέτη της εξάρτησης του k από τον υετό και την εξαγωγή ορθών συμπερασμάτων. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται μια $3^η$ μέθοδος υπολογισμού του η οποία διορθώνει την αποχή από την πραγματικότητα που προέκυψε από τα δύο πρώτα θεωρητικά μοντέλα για το χρονικό διάστημα των εποχών.

3.2 Διάδοση θερμότητας μέσω διάχυσης και ρευμάτων μεταφοράς με σταθερούς συντελεστές θερμικής διάχυσης και μεταφοράς

Από την εξίσωση (1.5) που εκφράζει την κύμανση της θερμοκρασίας εδάφους γίνεται η υπόθεση ότι ο συντελεστής θερμικής διάχυσης k και ο συντελεστής μεταφοράς λ είναι ανεξάρτητοι από το βάθος z και το χρόνο t και λαμβάνεται υπόψη η μεταφορά θερμότητας μέσω αγωγής αλλά και μέσω ρευμάτων μεταφοράς, καταλήγοντας στη διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} + \frac{\lambda}{k}\frac{\partial T(z,t)}{\partial z} - \frac{1}{k}\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = 0. \tag{3.14}$$

Μέσα από τη λύση αυτής της διαφορικής εξίσωσης, που περιγράφει τη μεταβολή της θερμοκρασίας με το βάθος και το χρόνο προκύπτει η $3^η$ μέθοδος που οδηγεί στον υπολογισμό των συντελεστών διάχυσης k και μεταφοράς λ. Για την επίλυσή της εφαρμόζεται πάλι ο μετασχηματισμός Fourier, ενώ οι συνοριακές συνθήκες οι οποίες απαιτείται να ικανοποιούνται είναι οι (3.2) και (3.3) αντίστοιχα. Όπως αναλυτικά παρουσιάζεται στο Παράρτημα Β η λύση της εξίσωσης για τα πλάτη Fourier είναι η:

$$\tilde{T}(z,\omega) = \widetilde{T_0}(\omega) e^{\left(-\frac{\lambda}{2k}-\frac{b_r}{2k}\right)z} e^{-\frac{ib_i}{2k}z}\,, \tag{3.15}$$

όπου $\widetilde{T_0}$ το πλάτος Fourier της κύμανσης της επιφανειακής θερμοκρασίας. Με βάση την επιφανειακή κύμανση η λύση είναι η:

$$T(z,t) = T_0\, e^{\left(-\frac{\lambda}{2k}-\frac{b_r}{2k}\right)z} \sin\left(\omega t - z\frac{b_i}{2k}\right), \tag{3.16}$$

όπου $b_r = \sqrt{\frac{\lambda^2 \pm \sqrt{\lambda^4 + 16k^2\omega^2}}{2}}$ και $b_i = \frac{2k\omega}{\sqrt{\frac{\lambda^2 \pm \sqrt{\lambda^4 + 16k^2\omega^2}}{2}}}$.

Βάσει αυτής της λύσης προκύπτουν τα εξής συμπεράσματα. Πρώτον, η θερμοκρασία μεταβάλλεται αρμονικά με το χρόνο σε συγκεκριμένο βάθος με την ίδια περίοδο με τη μεταβολή της θερμοκρασίας στην επιφάνεια, δηλαδή η επιφανειακή κύμανση της θερμοκρασίας υφίσταται σε κάθε βάθος. Δεύτερον το πλάτος της κύμανσης μειώνεται εκθετικά με το βάθος z. Ο ρυθμός μείωσης του πλάτους εξαρτάται πάλι από τη συχνότητα ω, με τις κυμάνσεις χαμηλών συχνοτήτων να επιβιώνουν και σε μεγάλα βάθη, ενώ οι κυμάνσεις μεγάλων συχνοτήτων να υπόκεινται σε ταχύτερη μείωση πλάτους. Τρίτον η φάση της κύμανσης μειώνεται γραμμικά με το βάθος *z*. Ο ρυθμός μείωσης της φάσης εξαρτάται επίσης από τη συχνότητα ω, με τις κυμάνσεις χαμηλότερων συχνοτήτων να παρουσιάζουν μεγαλύτερη διαφορά φάσης σε σχέση με αυτές με υψηλότερη συχνότητα.

Έτσι, από τη μείωση του πλάτους και τη μείωση της φάσης που παρουσιάζουν οι κυμάνσεις σε διάφορα βάθη σε σχέση με την επιφανειακή κύμανση μπορεί να υπολογιστεί ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* και ο συντελεστής μεταφοράς *λ*.

3.2.1 3η μέθοδος προσδιορισμού του *k* και του *λ*

Για τον προσδιορισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* και του συντελεστή μεταφοράς *λ* χρησιμοποιούνται από τη σχέση (3.16) τα εξής: Ο λογάριθμος του λόγου των πλατών της κύμανσης της θερμοκρασίας σε κάποιο βάθος *z* και στην επιφάνεια μειώνεται γραμμικά με το βάθος:

$$\ln\left|\frac{\tilde{T}(z,\omega)}{\tilde{T}(z=0,\omega)}\right| = -\,z\left(\frac{\lambda}{2k} + \frac{b_r}{2k}\right), \tag{3.17}$$

Αντίστοιχα, η διαφορά φάσης της κύμανσης της θερμοκρασίας ανάμεσα σε κάποιο βάθος *z* και στην επιφάνεια μειώνεται γραμμικά με το βάθος:

$$\Delta\varphi = \varphi\big(T(z,\omega)\big) - \varphi\big(T(z=0,\omega)\big) = -\,z\frac{b_i}{2k}, \tag{3.18}$$

με διαφορετικό όμως ρυθμό σε σχέση με τον λόγο των πλατών.

Για τον υπολογισμό των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς εφαρμόζεται μια μέθοδος που προτάθηκε από τους Gao et.al. (2008) αξιοποιώντας τις μετρήσεις και τη λύση (3.14). Αν θεωρηθεί ότι A_1 και A_2 είναι τα πλάτη των κυμάνσεων της θερμοκρασίας σε δύο βάθη z_1 και z_2 με $\Delta z = z_1 - z_2 > 0$ και $\Delta\Phi$ η διαφορά κύμανσης για αυτά τα δύο βάθη, τότε μπορεί να αποδειχθεί ότι οι συντελεστές θερμικής διάχυσης και μεταφοράς δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$k = -\frac{(\Delta z)^2\omega\, ln\frac{A_1}{A_2}}{\Delta\Phi\,\left[\Delta\Phi^2 + \left(ln\frac{A_1}{A_2}\right)^2\right]}, \tag{3.19}$$

$$\lambda = \frac{\omega\,\Delta z}{\Delta\Phi}\left[\frac{2\left(ln\frac{A_1}{A_2}\right)^2}{\Delta\Phi^2 + \left(ln\frac{A_1}{A_2}\right)^2} - 1\right]. \tag{3.20}$$

Έτσι, αν θεωρηθεί ότι ο παρατηρούμενος λογάριθμος του λόγου των πλατών και η διαφορά φάσης μειώνονται γραμμικά με κλίσεις $m = -\frac{ln\left(\frac{A_1}{A_2}\right)}{\Delta z}$ και $n = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta z}$ αντίστοιχα, τότε οι συντελεστές *k*, *λ* υπολογίζονται με βάση τις σχέσεις (3.19), (3.20).

Αυτή είναι η $3^η$ μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης και του συντελεστή μεταφοράς του εδάφους.

Εφαρμογή και αξιολόγηση της $3^{ης}$ μεθόδου για τις εποχές

Γίνεται εφαρμογή της $3^η$ μεθόδου υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης και του συντελεστή μεταφοράς του εδάφους βάση των (3.19), (3.20) για τη συχνότητα του ημερήσιου κύκλου και για το χρονικό διάστημα των εποχών. Έτσι, προκύπτουν τέσσερις τιμές του συντελεστή θερμικής διάχυσης k, μία για κάθε εποχή και συνολικά είκοσι τέσσερις τιμές για το σύνολο των έξι ετών. Οι τιμές παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.5 όπου παρατηρείται πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης μεταβάλλεται από εποχή σε εποχή και από έτος σε έτος. Η μέση τιμή του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους βάση των τιμών αυτών είναι $\bar{k} = 0,55 \times 10^{-6}\ m^2 s^{-1}$, τιμή παρόμοια με αυτή που προέκυψε μέσω της $1^{ης}$ μεθόδου και τιμή ταυτόσημη με αυτή της $2^{ης}$ μεθόδου. Στον Πίνακα 3.6 παρουσιάζονται αντίστοιχα οι τιμές του συντελεστή μεταφοράς λ όπου διαπιστώνεται πως και αυτές μεταβάλλονται και πως μπορούν να λάβουν και αρνητικές τιμές, καθώς ο συντελεστής λ αντιπροσωπεύει τη ροή ύδατος, η οποία μπορεί να αναφέρεται είτε σε εισροή είτε σε εκροή υγρασίας (εξάτμιση). Η μέση τιμή του συντελεστή μεταφοράς του εδάφους βάσει των τιμών αυτών είναι $\bar{\lambda} = 0,81 \times 10^{-6}\ m^2 s^{-1} = 0,08 \times 10^{-5}$ $m^2 s^{-1}$, τιμή ελαφρώς υψηλότερη σε σχέση με τις μέσες τιμές από τις τρείς μεθόδους για το συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους.

Πίνακας 3.5: *Τιμές του συντελεστή θερμικής διάχυσης k για κάθε εποχή και κάθε έτος από την $3^η$ μέθοδο.*

$m^2 s^{-1}$ ($\times 10^{-6}$)	$1^ο$ έτος	$2^ο$ έτος	$3^ο$ έτος	$4^ο$ έτος	$5^ο$ έτος	$6^ο$ έτος
***k* χειμώνα**	0,46	0,42	0,42	0,58	0,53	0,61
***k* άνοιξη**	0,53	0,51	0,62	0,66	0,64	0,77
***k* καλοκαίρι**	0,51	0,49	0,52	0,57	0,56	0,83
***k* φθινόπωρο**	0,71	0,46	0,41	0,48	0,48	0,45

Πίνακας 3.6: *Τιμές του συντελεστή μεταφοράς λ για κάθε εποχή και κάθε έτος από την $3^η$ μέθοδο.*

$m s^{-1}$ ($\times 10^{-6}$)	$1^ο$ έτος	$2^ο$ έτος	$3^ο$ έτος	$4^ο$ έτος	$5^ο$ έτος	$6^ο$ έτος
λ χειμώνα	-0,77	0,61	1,34	0,43	0,53	0,79
λ άνοιξη	0,60	0,04	0,58	1,18	1,04	1,63
***λ* καλοκαίρι**	0,76	0,21	1,28	1,71	1,53	1,31
***λ* φθινόπωρο**	-0,46	-0,05	1,77	-0,14	0,28	0,38

Η $3^η$ μέθοδος που λαμβάνει υπόψη και τη διάδοση θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς είναι καλύτερη από τις δύο προηγούμενες και προσεγγίζει καλύτερα τις πραγματικές συνθήκες, γιατί προβλέπει τη διαφορετική κλίση όπως καθορίζουν και οι εξισώσεις (3.17) και (3.18). Για την εξαγωγή συμπερασμάτων αναφορικά με την ακρίβεια αυτής της μεθόδου, απαιτείται ο υπολογισμός των σχετικών σφαλμάτων της χωριστά για το πλάτος και τη φάση όπως υποδεικνύει και η εξίσωση (3.16). Ο υπολογισμός των σφαλμάτων γίνεται με ανάλογο τρόπο βάσει των σχέσεων (3.12) και (3.13). Τα σχετικά σφάλματα της 3ης μεθόδου για τον υπολογισμό του *k* και του *λ* φαίνονται στον Πίνακα 3.7, χωριστά για το πλάτος και τη φάση.

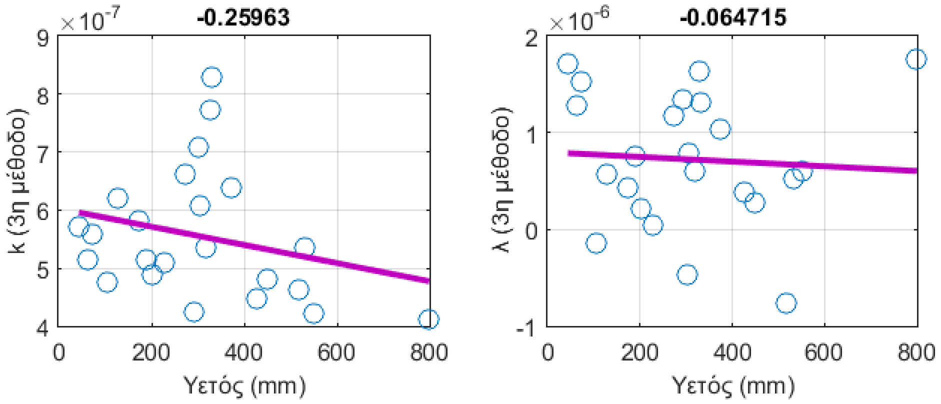
Πίνακας 3.7: *Τα σχετικά σφάλματα της 3ης μεθόδου για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης k και συντελεστή μεταφοράς λ για κάθε εποχή για το σύνολο των έξι ετών, χωριστά για το πλάτος και τη φάση.*

ΣΦΑΛΜΑΤΑ	Πλάτος	Φάση
Χειμώνα	0,19	0,21
Άνοιξη	0,18	0,26
Καλοκαίρι	0,19	0,23
Φθινόπωρο	0,28	0,40

Συγκρίνοντας τα σφάλματα που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.7 για την 3η μέθοδο με τα σφάλματα στους Πίνακες 3.3, 3.4 για την 1η και τη 2η μέθοδο αντίστοιχα, παρατηρείται ότι τα σφάλματα της 3ης μεθόδου είναι ελαφρώς μικρότερα. Ωστόσο, οι διαφορές δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες, τα σφάλματα είναι αρκετά κοντά, ενώ για την εποχή του φθινοπώρου τα σφάλματα και στις 3 μεθόδους είναι μεγαλύτερα από τις άλλες εποχές.

Μελέτη εξάρτησης του k από τον υετό για εποχές

Από τις τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς του εδάφους που υπολογίστηκαν από την 3η μέθοδο και τα δεδομένα βροχόπτωσης που αντιστοιχούν σε κάθε εποχή, κατασκευάζονται οι γραφικές παραστάσεις των *k* και *λ* συναρτήσει του υετού, για τη διερεύνηση πιθανής εξάρτησης των δύο μεγεθών από τον υετό. Για τη διερεύνηση αυτή υπολογίζεται ο συντελεστής συσχέτισης με τη βοήθεια του προγράμματος Matlab. Στο Σχήμα 3.4 που ακολουθεί φαίνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις και οι συντελεστές συσχέτισης των εκάστοτε μεγεθών, ως τίτλοι των γραφικών παραστάσεων. Η ευθεία που απεικονίζεται προέρχεται από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για τη συνάρτηση *k* και *λ* με τον υετό. Διαπιστώνεται πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης του εδάφους και ο συντελεστής μεταφοράς, όπως υπολογίστηκαν από την 3η μέθοδο, είναι ανεξάρτητοι από τον υετό, αφού οι τιμές των συντελεστών συσχέτισης είναι μικρές της τάξης του 6% και 26%.



Σχήμα 3.4: *Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης k και ο συντελεστής μεταφοράς λ από την 3η μέθοδο συναρτήσει του υετού. Στους τίτλους φαίνονται οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης των δύο μεγεθών για κάθε γραφική παράσταση. Η ευθείες προέρχονται από την εφαρμογή των ελαχίστων τετραγώνων.*

Η 3η μέθοδος παρ' ότι είναι πιο ακριβής σε σχέση με τις πρώτες δύο και εντοπίζει τις διαφορετικές κλίσεις των εξισώσεων (3.17) και (3.18) αποτυγχάνει και αυτή στη μη γραμμική πτώση του πλάτους και της φάσης κάνοντας αντίστοιχα σχήματα όπως τα Σχήματα 3.1 και 3.2. Γι' αυτό χρησιμοποιείται και μια 4η μέθοδος ικανή να διορθώσει αυτό το σφάλμα. Πριν αναλυθεί και χρησιμοποιηθεί η συγκεκριμένη μέθοδος κρίνεται σκόπιμο να εφαρμοστούν οι τρείς προαναφερθέντες μέθοδοι για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης και για μικρότερο χρονικό διάστημα. Ο λόγος είναι ότι ίσως το διάστημα των εποχών να είναι μεγάλο για να θεωρείται ότι σε αυτό ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι σταθερός και επίσης το μεγάλο αυτό χρονικό διάστημα κρίνεται αδρό για τη μελέτη της διακύμανσης της βροχόπτωσης. Έτσι, ακολουθεί η ίδια ανάλυση για το χρονικό διάστημα ενός μήνα.

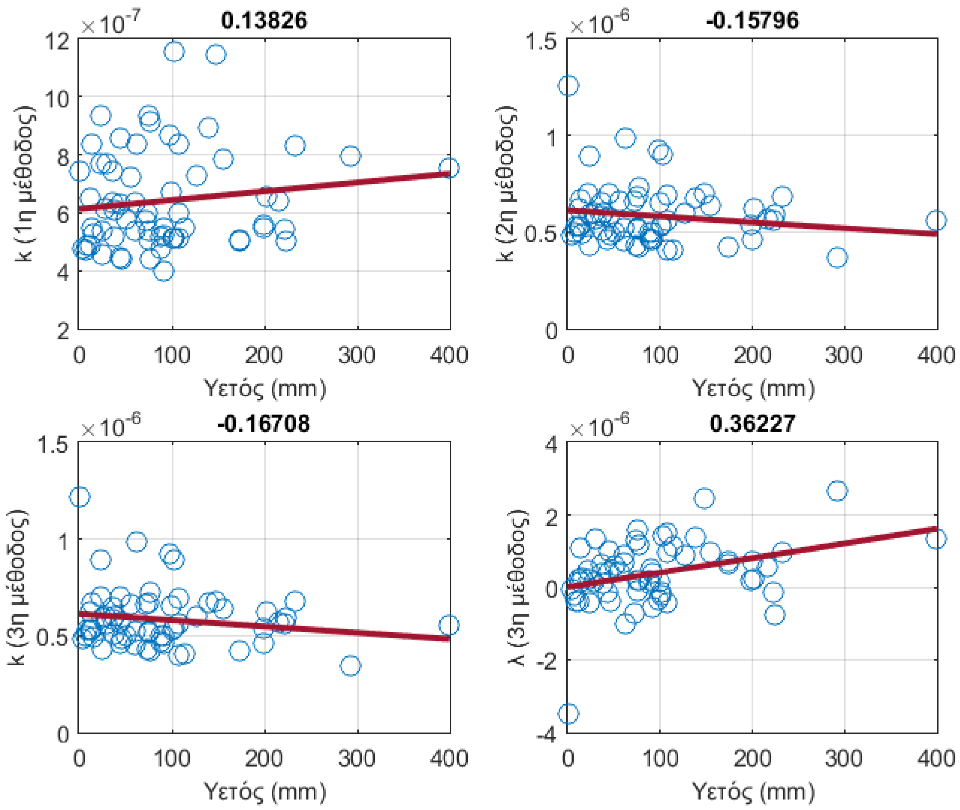
<u>Μελέτη εξάρτησης του k, όπως υπολογίζεται από τις 3 μεθόδους, από τον υετό σε μηνιαία βάση</u>

Εφαρμόζονται οι τρείς μέθοδοι υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης για τη συχνότητα του ημερήσιου κύκλου, αλλά για χρονικό διάστημα μηνών. Συγκεκριμένα, διαιρείται η χρονοσειρά των έξι χρόνων, ώστε κάθε χρόνος να αποτελείται από τους δώδεκα μήνες. Έτσι, προκύπτουν δώδεκα τιμές του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* και του συντελεστή μεταφοράς *λ*, δηλαδή μία τιμή για κάθε μήνα και συνολικά εβδομήντα δύο τιμές για το σύνολο των έξι χρόνων. Έχοντας αυτές τις τιμές και το αθροιστικό ποσό βροχόπτωσης που αντιστοιχεί σε κάθε μήνα κατασκευάζονται γραφικές παραστάσεις των *k*, *λ* συναρτήσει του υετού.

Στο Σχήμα 3.5 που ακολουθεί φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των *k*, *λ* από τις τρείς μεθόδους συναρτήσει του υετού. Στον τίτλο κάθε γραφικής παράστασης φαίνεται ο συντελεστής συσχέτισης των δύο εκάστοτε μεγεθών, ενώ η ευθεία που απεικονίζεται προέρχεται από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για τη συνάρτηση *k* και *λ* με τον υετό. Βάση των συντελεστών συσχέτισης και των ευθειών αυτών που είναι σχεδόν σταθερές, παρατηρείται πως το *k* και σε αυτή την περίπτωση είναι ανεξάρτητο από τον υετό, όπως προέκυψε και στην περίπτωση των εποχών. Μια εξάρτηση από τον υετό και πάλι μικρή της τάξης του 36% φαίνεται να παρατηρείται στο συντελεστή μεταφοράς λ. Αυτή είναι αναμενόμενη, αφού ο συντελεστής αυτός αφορά τη διάδοση θερμότητας στο έδαφος μέσω ρευμάτων μεταφοράς, συγκεκριμένα μέσω της ροής ύδατος. Οπότε όσο περισσότερο νερό υπάρχει στο έδαφος τόσο μεγαλύτερη αναμένουμε τη δράση αυτού του μηχανισμού. Στον Πίνακα 3.8 φαίνονται οι μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς από τις τρείς μεθόδους για τους μήνες των έξι ετών, οι τιμές των οποίων είναι παρόμοιες με αυτές των εποχών.

Πίνακας 3.8: *Μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς από τις τρείς μεθόδους για τους μήνες των έξι ετών.*

	Μήνες
***k* 1η μέθοδος** $(m^2 s^{-1})$	$0{,}64 \cdot 10^{-6}$
***k* 2η μέθοδος** $(m^2 s^{-1})$	$0{,}59 \cdot 10^{-6}$
***k* 3η μέθοδος** $(m^2 s^{-1})$	$0{,}58 \cdot 10^{-6}$
***λ* 3η μέθοδος** $(m s^{-1})$	$-0{,}04 \cdot 10^{-5}$



Σχήμα 3.5: *Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης k από τις τρείς μεθόδους συναρτήσει του υετού και ο συντελεστής μεταφοράς λ από την 3η μέθοδο συναρτήσει του υετού. Στους τίτλους φαίνονται οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης των δύο μεγεθών για κάθε γραφική παράσταση. Η ευθείες προέρχονται από την εφαρμογή των ελαχίστων τετραγώνων.*

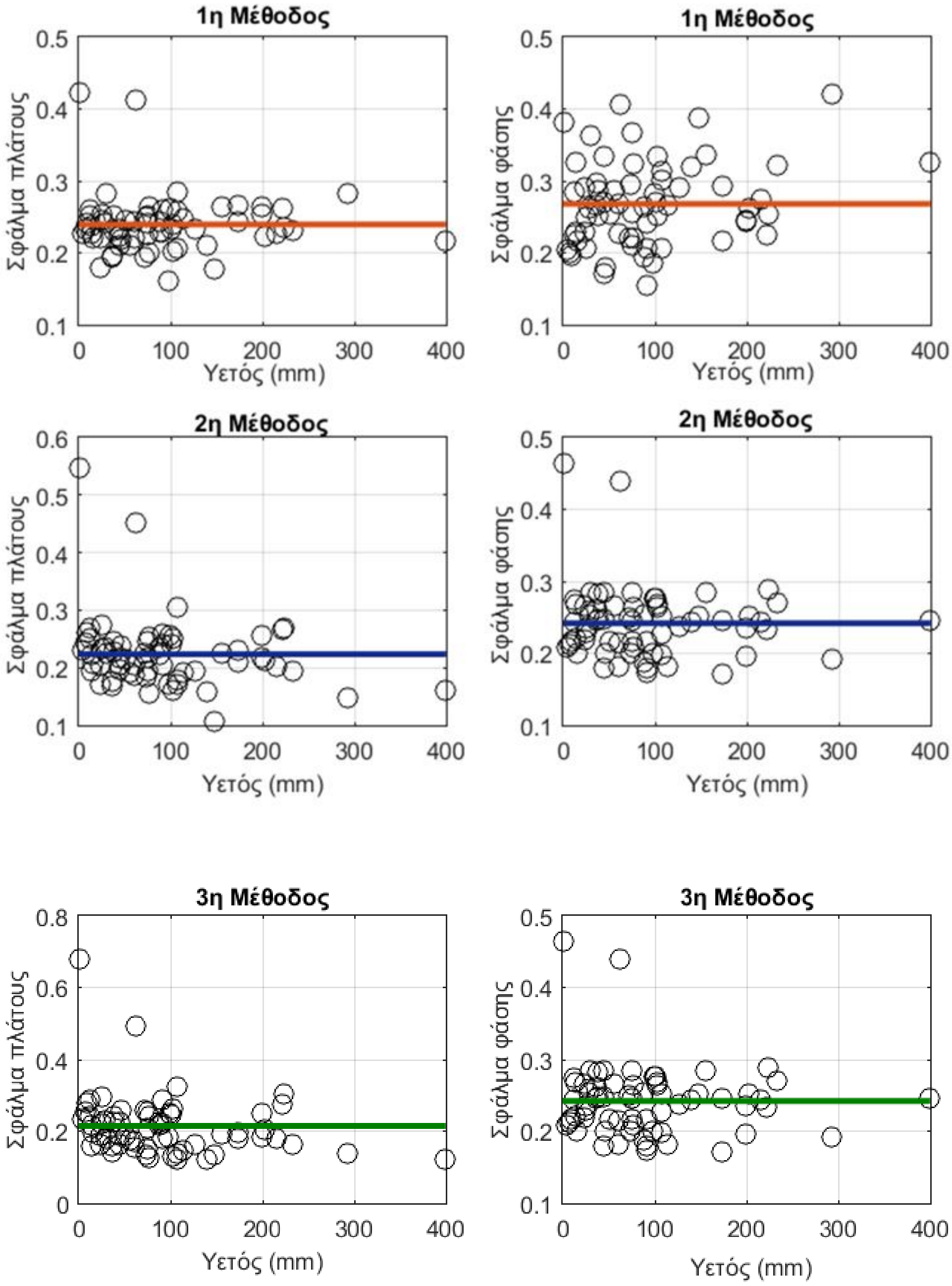
Αξιολόγηση $1^{ης}$, $2^{ης}$, $3^{ης}$ μεθόδου για μήνες

Για την ακρίβεια της κάθε μεθόδου υπολογισμού του k και του λ στην περίπτωση που χωρίζονται χρονικά διαστήματα μηνών, απαιτείται ο υπολογισμός των σχετικών σφαλμάτων κάθε μεθόδου, χωριστά για το πλάτος και για τη φάση, υπολογίζοντας εβδομήντα δύο τιμές για το σφάλμα στο πλάτος και εβδομήντα δύο για τη φάση για κάθε μέθοδο. Ο υπολογισμός των σφαλμάτων γίνεται με ανάλογο τρόπο βάσει των σχέσεων (3.12), (3.13). Τα σφάλματα κάθε μεθόδου και συγκεκριμένα η μέση τιμή τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.9. Διαπιστώνεται ότι το σφάλμα για το πλάτος στην $3^η$ μέθοδο είναι μικρότερο συγκριτικά με τα αντίστοιχα σφάλματα στο πλάτος για την $1^η$ και $2^η$ μέθοδο, ενώ τα σφάλματα για τη φάση της $2^{ης}$ και $3^{ης}$ μεθόδου είναι ίδια ή μικρότερα από το σφάλμα για τη φάση της $1^{ης}$ μεθόδου. Βέβαια οι διαφορές δεν είναι ιδιαίτερα μεγάλες, τα σφάλματα είναι αρκετά κοντά ιδίως της $3^{ης}$ και της $2^{ης}$ μεθόδου. Ωστόσο, η $3^η$ μέθοδος που λαμβάνει υπόψη και τα ρεύματα μεταφοράς είναι ελαφρώς καλύτερη από τις προηγούμενες και προσεγγίζει καλύτερα τις πραγματικές συνθήκες. Όμοια αποτελέσματα για την ακρίβεια των πρώτων τριών μεθόδων προέκυψαν και από την περίπτωση που το χρονικό διάστημα ήταν οι εποχές.

Επιπλέον, κατασκευάζονται και γραφικές παραστάσεις των σχετικών σφαλμάτων κάθε μεθόδου, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού, όπως φαίνονται στο Σχήμα 3.6, προκειμένου να διερευνηθεί αν υπάρχει εξάρτηση των σφαλμάτων από τον υετό. Βάση αυτών παρατηρείται πως δεν υπάρχει εξάρτηση από τον υετό, ενώ ευδιάκριτα φαίνεται και η μέση τιμή των σφαλμάτων με μια ευθεία γραμμή παράλληλη προς τον άξονα του υετού σε κάθε γραφική παράσταση που απεικονίζεται.

Πίνακας 3.9: *Η μέση τιμή των σχετικών σφαλμάτων για τις τρείς μεθόδους χωριστά για το πλάτος και τη φάση, για το χρονικό διάστημα των μηνών, καθώς και για την* $4^η$ *μέθοδο που θα αναλυθεί στη συνέχεια.*

	Πλάτος	**Φάση**
$1^η$ Μέθοδος	0,24	0,27
$2^η$ Μέθοδος	0,22	0,24
$3^η$ Μέθοδος	0,21	0,24
$4^η$ Μέθοδος	0,02	0,03



Σχήμα 3.6: *Τα σχετικά σφάλματα για την 1^{η}, 2^{η}, 3^{η} μέθοδο, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού. Με ευθεία γραμμή απεικονίζεται η μέση τιμή των σφαλμάτων.*

3.3 Διάδοση θερμότητας μέσω διάχυσης και ρευμάτων μεταφοράς για έδαφος τριών στρωμάτων

Η 4η μέθοδος που αξιοποιείται για τη μελέτη της εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης και του συντελεστή μεταφοράς του εδάφους από τον υετό, βασίζεται στη θεώρηση ότι το έδαφος αποτελείται από τρία στρώματα τα όρια των οποίων συμπίπτουν με τα βάθη των μετρήσεων. Το πρώτο στρώμα εκτείνεται από την επιφάνεια έως το βάθος των 10 εκατοστών, το δεύτερο από τα 10 εκατοστά έως τα 20 εκατοστά και το τρίτο από τα 20 εκατοστά έως τα 30 εκατοστά. Οι παραδοχές που γίνονται είναι οι ακόλουθες. Σε κάθε στρώμα θεωρείται ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* έχει σταθερή τιμή, αλλά η τιμή του διαφέρει από στρώμα σε στρώμα και ότι ο συντελεστής μεταφοράς λ έχει ίδια και σταθερή τιμή σε κάθε στρώμα, καθώς εφόσον δεν λαμβάνονται υπόψη οι αλλαγές φάσης η υγρασία θα συνεχίσει τη ροή της από τα ανώτερα στα κατώτερα στρώματα. Τα ανωτέρω φαίνονται σε σχηματική αναπαράσταση στο Σχήμα 3.7.

Σχήμα 3.7: *Σχηματική αναπαράσταση της παραδοχής πως το έδαφος χωρίζεται σε τρία στρώματα.*

Έτσι, λύνεται η διαφορική εξίσωση (3.14) χωριστά για κάθε ένα στρώμα λαμβάνοντας υπόψη τη ροή θερμότητας μέσω αγωγής και μέσω μεταφοράς. Έχοντας δηλαδή τις συναρτήσεις T_1, T_2 και T_3 για τα τρία στρώματα να ικανοποιούν διαφορετική εξίσωση με διαφορετικές σταθερές τιμές k_1, k_2 και k_3 αντίστοιχα για το 1ο, 2ο και 3ο στρώμα και μία σταθερή τιμή λ για όλα τα στρώματα. Σχετικά με τις συνοριακές συνθήκες ισχύουν αυτές που αξιοποιήθηκαν και στην Ενότητα 3.1. Στην επιφάνεια ισχύει η συνοριακή συνθήκη (3.2):

$$T_1(z=0,t) = T_0(t) = T_0 \sin(\omega t),$$

Ενώ για το τελευταίο στρώμα ισχύει η (3.3):

$$T_3(z \to \infty, t) = 0.$$

Υπάρχουν όμως και συνθήκες που συνδέουν τη θερμοκρασία μεταξύ των στρωμάτων, γιατί η θερμοκρασία του εδάφους πρέπει να είναι συνεχής συνάρτηση και απαιτείται οι λύσεις των διαφόρων στρωμάτων να συν αληθεύουν στα μεταξύ τους σύνορα. Ισχύουν δηλαδή οι συνθήκες:

$$T_1(z = z_1, t) = T_2(z = z_1, t) \tag{3.21}$$

$$T_2(z = z_2, t) = T_3(z = z_2, t). \tag{3.22}$$

Τέλος, υπάρχουν και οι συνθήκες που συνδέουν τη ροή θερμότητας μεταξύ των στρωμάτων. Απαιτείται η θερμότητα που εγκαταλείπει το ένα στρώμα να προστίθεται στο εφαπτόμενό του, δηλαδή η ροή θερμότητας πρέπει να είναι συνεχής. Επομένως:

$$k_1 \frac{\partial T_1}{\partial z}\bigg|_{z_1} = k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}\bigg|_{z_1}, \tag{3.23}$$

$$k_2 \frac{\partial T_2}{\partial z}\bigg|_{z_2} = k_3 \frac{\partial T_3}{\partial z}\bigg|_{z_2}. \tag{3.24}$$

Για την επίλυση των τριών διαφορικών εξισώσεων εφαρμόζεται και σε αυτή την περίπτωση η μέθοδος Fourier. Έτσι, οι συναρτήσεις της θερμοκρασίας για κάθε στρώμα εδάφους είναι:

$$\tilde{T}_1(z,\omega) = \frac{1}{2i}\,\frac{1}{\tilde{A}(\omega) + \tilde{B}(\omega)}\left(\tilde{A}(\omega)e^{m_1{}^{+}z} + \tilde{B}(\omega)e^{m_1{}^{-}z}\right), \tag{3.25}$$

$$\tilde{T}_2(z,\omega) = \frac{1}{2i}\,\frac{1}{\tilde{A}(\omega) + \tilde{B}(\omega)}\left(\tilde{C}(\omega)e^{m_2{}^{+}z} + \tilde{D}(\omega)e^{m_2{}^{-}z}\right), \tag{3.26}$$

$$\tilde{T}_3(z,\omega) = \frac{1}{2i}\,\frac{e^{m_3{}^{-}z}}{\tilde{A}(\omega) + \tilde{B}(\omega)}, \tag{3.27}$$

όπου

$$m_i^{\pm} = -\frac{\lambda}{2k_i} \pm \frac{1}{2k_i}\sqrt{(\lambda^2 + i4k_i\omega)}$$

και $\tilde{A}(\omega), \tilde{B}(\omega), \tilde{C}(\omega), \tilde{D}(\omega)$ σταθερές που υπολογίζονται στο Παράρτημα Β όπου παρουσιάζεται και η αναλυτική επίλυση των διαφορικών εξισώσεων.

3.3.1 4η μέθοδος προσδιορισμού του k και του λ

Στην 4η μέθοδο ο προσδιορισμός των k_1, k_2, k_3 αντίστοιχα για το 1ο, 2ο, 3ο στρώμα και του λ γίνεται με βάση το ακόλουθο σκεπτικό. Για τις ''πραγματικές'' τιμές των k_1, k_2, k_3 και λ θα πρέπει η διαφορά ανάμεσα στη θεωρητική λύση (3.25)-(3.27) και στην παρατηρούμενη κύμανση να μηδενίζεται. Έτσι, υπολογίζεται για δεδομένες τιμές k_1, k_2, k_3, λ η διαφορά του πλάτους της κύμανσης και η διαφορά φάσης:

$$\sum_{i}^{3}\left(ln\left|\frac{\tilde{T}_i^{\theta}}{\tilde{T}_0^{\theta}}\right|-ln\left|\frac{\tilde{T}_i^{\pi}}{\tilde{T}_0^{\pi}}\right|\right)+\sum_{i}^{3}\left(\varphi(\tilde{T}_i^{\theta})-\varphi(\tilde{T}_0^{\theta})-\varphi(\tilde{T}_i^{\pi})-\varphi(\tilde{T}_0^{\pi})\right)=f(k_1,k_2,k_3,\lambda\,), \quad (3.28)$$

όπου $\tilde{T}_i^{\theta}$ είναι το πλάτος Fourier της θεωρητικής λύσης για το βάθος z_i και $\tilde{T}_i^{\pi}$ το αντίστοιχο παρατηρούμενο πλάτος. Ο στόχος είναι η εύρεση των τιμών των k_1, k_2, k_3, λ που μηδενίζουν αυτή τη συνάρτηση ή στη χειρότερη περίπτωση των τιμών που θα ελαχιστοποιούν την τιμής της. Για την ελαχιστοποίηση αυτής της μη γραμμικής συνάρτησης χρησιμοποιείται η αριθμητική μέθοδος Interior Point Algorithm η οποία βάσει του παρακάτω αλγορίθμου υλοποιεί την εύρεση ελαχίστου για οποιαδήποτε συνάρτηση.

$$\min_{x,s} \quad f(x)-\mu\sum_{i=1}^{m} lns_i \quad ,\mu,s>0\,,$$

$$h(x)=0$$
$$g(x)+s=0$$

$$\mathcal{L}(x,s,\lambda_h,\lambda_g)=f(x)-\mu\sum_{i=1}^{m} lns_i+\lambda_h^T\,h(x)+\lambda_g^T\,(g(x)+s).$$

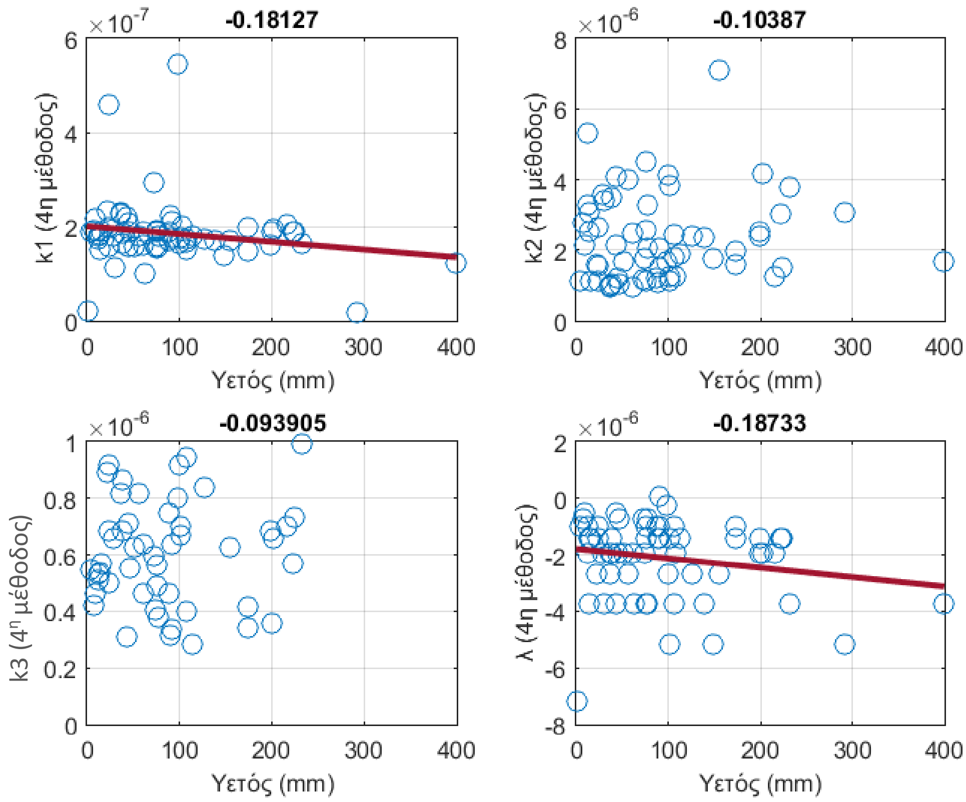
Μελέτη εξάρτησης του k, όπως υπολογίζεται από την 4η μέθοδο, από τον υετό σε μηνιαία βάση

Από τις τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς του εδάφους που υπολογίστηκαν μέσω της 4ης αριθμητικής μεθόδου και από τα δεδομένα αθροιστικής βροχόπτωσης που αντιστοιχούν σε κάθε μήνα, κατασκευάζονται οι γραφικές παραστάσεις των k_1, k_2, k_3 και λ συναρτήσει του υετού, για τη διερεύνηση πιθανής εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης k από τον υετό για κάποιο από τα στρώματα του εδάφους που θεωρήθηκαν, γιατί προς το παρόν με βάση τις τρείς πρώτες μεθόδους δεν φαίνεται να υπάρχει συσχέτιση μεταξύ του k και του υετού. Στο Σχήμα 3.8 που ακολουθεί φαίνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις και οι συντελεστές συσχέτισης των εκάστοτε μεγεθών, ως τίτλοι των γραφικών παραστάσεων. Η ευθεία που απεικονίζεται προέρχεται από την εφαρμογή της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων για τη συνάρτηση των k_1, k_2, k_3και λ με τον υετό. Από τις ευθείες και τους συντελεστές συσχέτισης παρατηρείται πως τα k_1, k_2, k_3 και λ είναι ανεξάρτητα από τον υετό, δηλαδή δεν βρίσκεται κάποια αξιοσημείωτη συσχέτιση σε κανένα στρώμα.

Στον Πίνακα 3.10 παρουσιάζονται οι μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς μέσω της 4ης μεθόδου για το χρονικό διάστημα των μηνών, για το σύνολο των έξι ετών. Βάσει αυτών η μέση τιμή του συντελεστή θερμικής διάχυσης στο τρίτο στρώμα είναι πιο κοντά στις τιμές που προέκυψαν από τις τρείς πρώτες μεθόδους για το χρονικό διάστημα των μηνών και η τιμή του συντελεστή μεταφοράς είναι υψηλότερη σε σχέση με αυτή που υπολογίστηκε από την τρίτη μέθοδο για τους μήνες αλλά και για τι εποχές στην παρούσα εργασία. Τέλος, παρατηρείται όπως και στην εργασία του Ιωαννίδη (2019) αυξομείωση του συντελεστή θερμικής διάχυσης στα διάφορα στρώματα. Συγκεκριμένα, στο πρώτο στρώμα ο συντελεστής θερμικής διάχυσης έχει μια τιμή, στο δεύτερο η τιμή του αυξάνεται και στο τρίτο ξανά μειώνεται όχι όμως σε βαθμό όσο στο πρώτο στρώμα.

Πίνακας 3.10: *Μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς από την 4η μέθοδο για τους μήνες των έξι ετών.*

Μήνες	
$\boldsymbol{k_1}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}19 \cdot 10^{-6}$
$\boldsymbol{k_2}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$
$\boldsymbol{k_3}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}6 \cdot 10^{-6}$
$\boldsymbol{\lambda}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m s^{-1}})$	$-0{,}2 \cdot 10^{-5}$

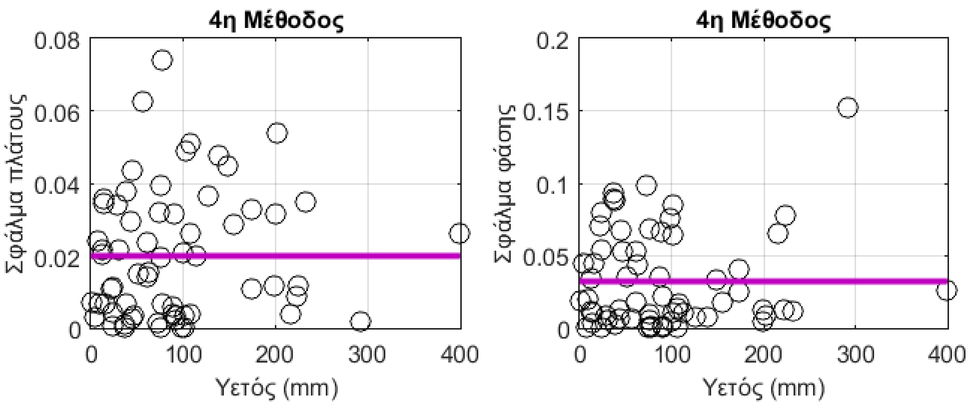


Σχήμα 3.8: *Οι συντελεστές θερμικής διάχυσης* $\boldsymbol{k_1}$*,* $\boldsymbol{k_2}$ *και* $\boldsymbol{k_3}$ *συναρτήσει του υετού και ο συντελεστής μεταφοράς λ συναρτήσει του υετού από την 4η μέθοδο. Στους τίτλους φαίνονται οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης των μεγεθών για κάθε γραφική παράσταση. Η ευθείες προέρχονται από την εφαρμογή των ελαχίστων τετραγώνων.*

Αξιολόγηση $4^{ης}$ μεθόδου για μήνες

Για να εξαχθούν συμπεράσματα σχετικά με την ακρίβεια της $4^{ης}$ μεθόδου υπολογισμού των *k* και του *λ* στην περίπτωση που χωρίστηκαν χρονικά διαστήματα μηνών, απαιτείται ο υπολογισμός των σχετικών σφαλμάτων για αυτή τη μέθοδο, χωριστά για το πλάτος και τη φάση, υπολογίζοντας εβδομήντα δύο τιμές για το σφάλμα στο πλάτος και εβδομήντα δύο για τη φάση. Τα σφάλματα και συγκεκριμένα η μέση τιμή τους παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.9. Κατασκευάζοντας επίσης και γραφικές παραστάσεις των σφαλμάτων για την 4η μέθοδο, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού, όπως φαίνονται στο ακόλουθο Σχήμα 3.9. Με ευθεία γραμμή παράλληλη προς τον άξονα του υετού φαίνεται η μέση τιμή των σφαλμάτων αυτών. Παρατηρείται ότι τα σφάλματα για το πλάτος και για την φάση είναι της τάξης 2% για το πλάτος και 3% για τη φάση, ενώ στις υπόλοιπες μεθόδους ήταν γύρω στο 20%. Δηλαδή τα σφάλματα στην $4^η$ μέθοδο είναι μικρότερα κατά μία τάξη μεγέθους. Ο λόγος είναι ότι ο συντελεστής θερμικής διάχυσης εξαρτάται από το βάθος και η μεταβολή αυτή λαμβάνεται υπόψη στην $4^η$ μέθοδο.

Ωστόσο, ούτε με αυτό το θεωρητικό μοντέλο εντοπίζεται συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης με τον υετό, πιθανώς διότι στο χρονικό διάστημα των μηνών που θεωρήθηκε να μην ικανοποιείται η συνθήκη ότι το *k* είναι σταθερό και αυτό να μεταβάλλεται. Για το λόγο αυτό θα εξεταστούν και μικρότερα χρονικά διαστήματα της τάξης των μερικών ημερών.



Σχήμα 3.9: *Τα σχετικά σφάλματα για την* $4^η$ *Μέθοδο, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού. Με ευθεία γραμμή απεικονίζεται η μέση τιμή των σφαλμάτων.*

Μελέτη εξάρτησης του k, όπως υπολογίζεται από τις 4 μεθόδους, από τον υετό σε δεκαήμερη βάση

Επειδή δεν υπάρχει γνώση για το πως μπορεί να μεταβάλλεται ο συντελεστής θερμικής διάχυσης μέσα στο διάστημα του ενός μήνα, ακολουθείται η ίδια ανάλυση και για μικρότερα χρονικά διαστήματα, διαστήματα δεκαήμερων στα οποία θεωρείται η τιμή του σχεδόν σταθερή. Σε αντίστοιχα χρονικά διαστήματα διαιρείται και η χρονοσειρά της βροχόπτωσης, για να υπάρχει η αθροιστική τιμή της για καθ' ένα από αυτά. Ερευνάται πιθανή εξάρτηση του k από τον υετό για το χρονικό διάστημα των δεκαήμερων, κάνοντας γραφικές παραστάσεις του k και του λ συναρτήσει του υετού και για τις τέσσερις μεθόδους που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία. Στο Σχήμα 3.10 φαίνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις και στους τίτλους τους παρουσιάζεται ο συντελεστής συσχέτισης των εκάστοτε μεγεθών. Από τις τιμές αυτές προκύπτει πώς δεν παρατηρείται συσχέτιση του k και του λ με τον υετό ούτε στην περίπτωση των δεκαήμερων. Τα σημεία με πορτοκαλί κουκίδες αναφέρονται σε τιμές των k και λ για κάθε δεκαήμερο και για όλα τα έτη, έχοντας σύνολο 216 σημεία για κάθε μέθοδο. Στον Πίνακα 3.11 παρουσιάζονται οι μέσες τιμές αυτών των συντελεστών όπως υπολογίστηκαν από τις τέσσερις μεθόδους, οι οποίες φαίνεται πως είναι παρόμοιες με αυτές που προέκυψαν για το χρονικό διάστημα των μηνών, ενώ στην 4η μέθοδο ισχύει ανάλογη αυξομείωση του συντελεστή θερμικής διάχυσης στα διάφορα στρώματα και ο συντελεστής μεταφοράς λ είναι επίσης μεγαλύτερος όπως και στο χρονικό διάστημα των μηνών.

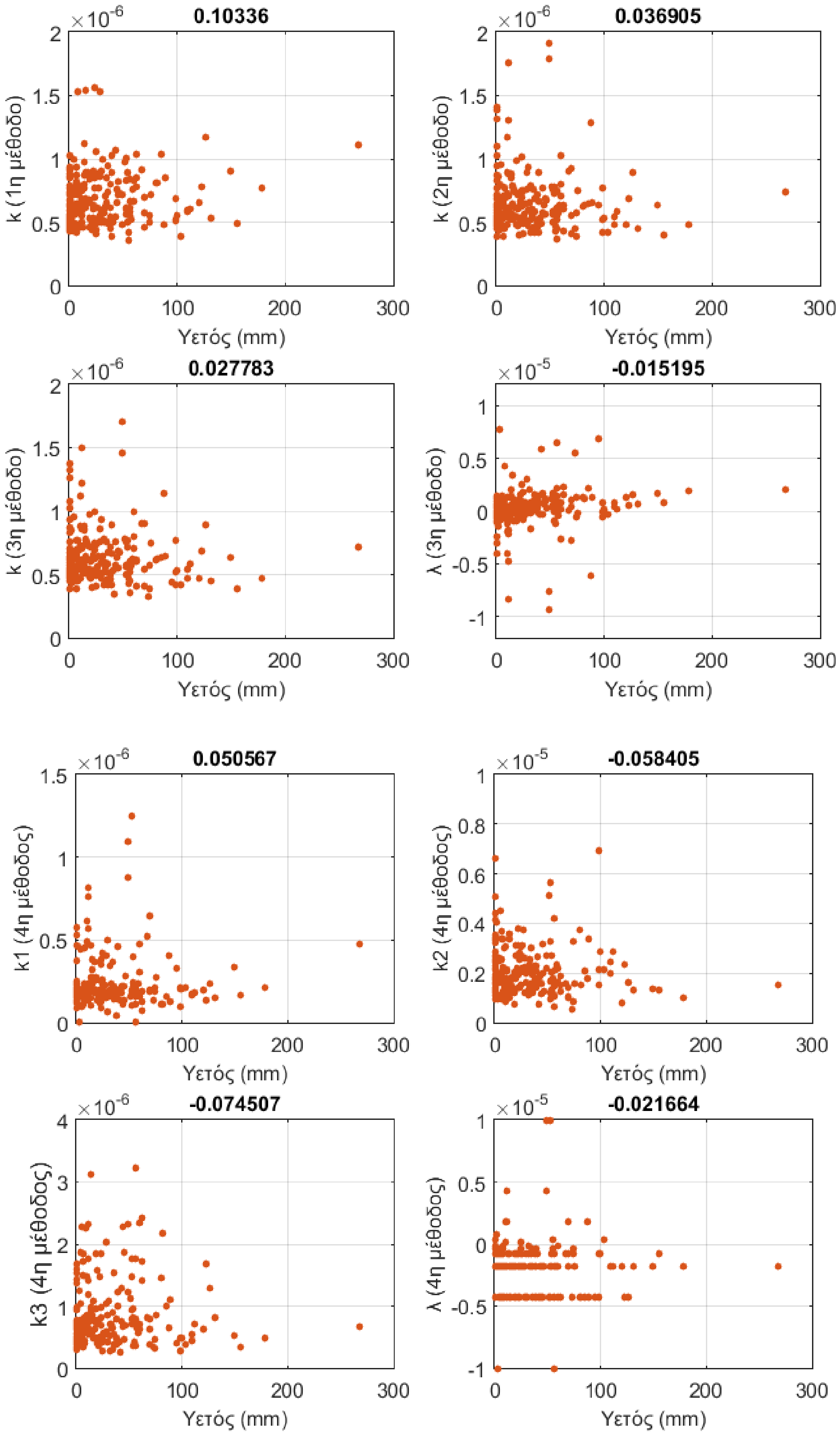
Να διευκρινιστεί ότι η διασπορά των τιμών στην τελευταία γραφική παράσταση που απεικονίζει το συντελεστή μεταφοράς λ υπολογισμένο από την 4η μέθοδο με τον υετό έχει αυτή τη μορφή λόγω ακρίβειας της αριθμητικής μεθόδου που χρησιμοποιήθηκε για την εύρεση των καλύτερων τιμών του λ.

Πίνακας 3.11: *Μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς από τις τέσσερις μεθόδους για τα δεκαήμερα των έξι ετών.*

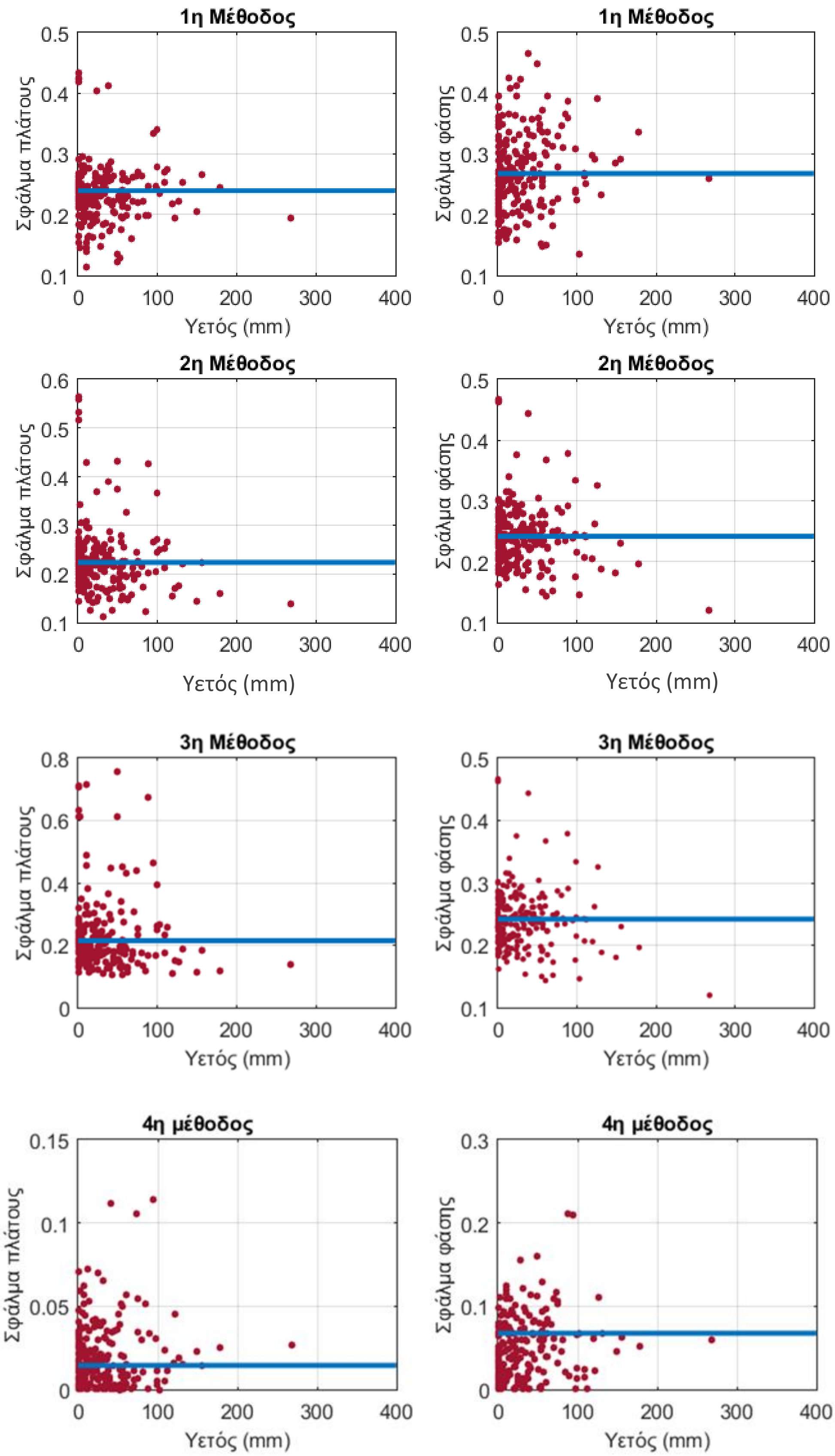
Δεκαήμερα			
k 1η μέθοδος (m^2s^{-1})	$0{,}75 \cdot 10^{-6}$	**k_1 4η μέθοδος (m^2s^{-1})**	$0{,}23 \cdot 10^{-6}$
k 2η μέθοδος (m^2s^{-1})	$0{,}88 \cdot 10^{-6}$	**k_2 4η μέθοδος (m^2s^{-1})**	$2{,}1 \cdot 10^{-6}$
k 3η μέθοδος (m^2s^{-1})	$0{,}75 \cdot 10^{-6}$	**k_3 4η μέθοδος (m^2s^{-1})**	$1{,}19 \cdot 10^{-6}$
λ 3η μέθοδος (ms^{-1})	$-0{,}06 \cdot 10^{-5}$	**λ 4η μέθοδος (ms^{-1})**	$-0{,}19 \cdot 10^{-5}$

Αξιολόγηση όλων των μεθόδων για δεκαήμερα

Επιπλέον, κατασκευάζονται και γραφικές παραστάσεις των σχετικών σφαλμάτων κάθε μεθόδου, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού για το διάστημα των δεκαήμερων. Στο Σχήμα 3.11 απεικονίζονται με κόκκινα σημεία τα σφάλματα από τα δεκαήμερα και η ευθεία η παράλληλη στο άξονα του υετού αναπαριστά τη μέση τιμή των σφαλμάτων. Η 4η μέθοδος φαίνεται να έχει τα μικρότερα σφάλματα όπως καταλήξαμε και παραπάνω για το διάστημα των μηνών, τα σφάλματα από τις άλλες μεθόδους είναι επίσης της τάξης του 20%, ενώ ούτε σε αυτή την περίπτωση παρατηρείται εξάρτηση των σχετικών σφαλμάτων κάθε μεθόδου με τον υετό.



Σχήμα 3.10: *Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης k από τις τρείς μεθόδους συναρτήσει του υετού, ο συντελεστής μεταφοράς λ από την $3^{η}$ μέθοδο συναρτήσει του υετού, οι συντελεστές θερμικής διάχυση k_1, k_2 και k_3 και ο συντελεστής μεταφοράς λ από την $4^{η}$ μέθοδο συναρτήσει του υετού, για το χρονικό διάστημα των δεκαήμερων. Στους τίτλους φαίνονται οι τιμές του συντελεστή συσχέτισης των μεγεθών για κάθε γραφική παράσταση.*



Σχήμα 3.11: *Τα σφάλματα για όλες τις μεθόδους, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού, για το χρονικό διάστημα των δεκαήμερων. Με ευθεία γραμμή απεικονίζεται η μέση τιμή των σφαλμάτων.*

Μελέτη εξάρτησης του k, όπως υπολογίζεται από τις 4 μεθόδους, από τον υετό σε πενθήμερη βάση

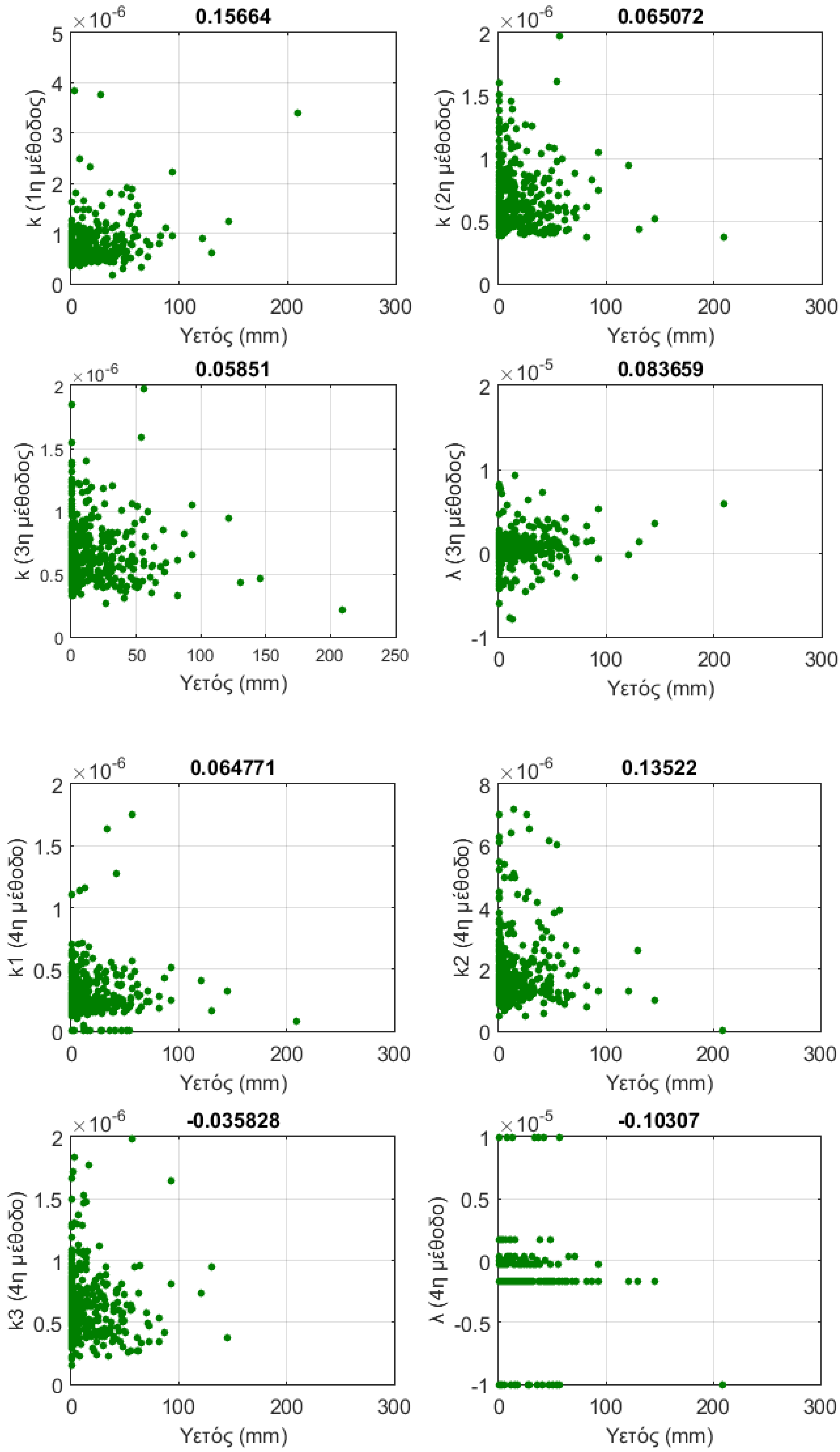
Συνεχίζεται η ίδια διαδικασία χωρίζοντας σε χρονικά διαστήματα πέντε ημερών στα οποία η τιμή του συντελεστή θερμικής διάχυσης θεωρείται σχεδόν σταθερή. Με ανάλογο τρόπο όπως στα δεκαήμερα κατασκευάζονται γραφικές παραστάσεις του k και του λ συναρτήσει του υετού για τις τέσσερις μεθόδους. Στο Σχήμα 3.12 φαίνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις και οι συντελεστές συσχέτισης ως τίτλοι των γραφικών παραστάσεων. Τα σημεία με πράσινες κουκίδες αναφέρονται σε τιμές k και λ για κάθε πενταήμερο της χρονοσειράς των έξι ετών. Στον οριζόντιο άξονα φαίνεται ο υετός μέσα στο χρονικό διάστημα των πέντε ημερών σε χιλιοστά βροχής. Φαίνεται πως ούτε πάλι υπάρχει κάποια συσχέτιση. Η μόνη διαφορά που παρατηρείται στην περίπτωση των πενθήμερων είναι ότι οι πράσινες κουκίδες πυκνώνουν πιο κοντά στην αρχή των αξόνων σε σχέση με τους μήνες και αντιστοιχούν σε μικρότερα χιλιοστά βροχής. Αυτό είναι λογικό και οφείλεται στο γεγονός ότι τα χιλιοστά βροχής που καταγράφονται στη διάρκεια ενός πενταήμερου είναι λιγότερα σε σχέση με αυτά που καταγράφονται στη διάρκεια ενός μήνα, στην πλειοψηφία τον περιπτώσεων. Στον Πίνακα 3.12 παρουσιάζονται οι μέσες τιμές αυτών των συντελεστών όπως υπολογίστηκαν από τις τέσσερις μεθόδους. Φαίνεται πως είναι παρόμοιες με αυτές που προέκυψαν για το χρονικό διάστημα των μηνών και των δεκαήμερων, ενώ στην 4η μέθοδο ισχύει ανάλογη αυξομείωση του συντελεστή θερμικής διάχυσης στα διάφορα στρώματα και η τιμή του συντελεστή μεταφοράς λ παραμένει μεγαλύτερη.

Πίνακας 3.12: *Μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς από τις τέσσερις μεθόδους για τα πενταήμερα των έξι ετών.*

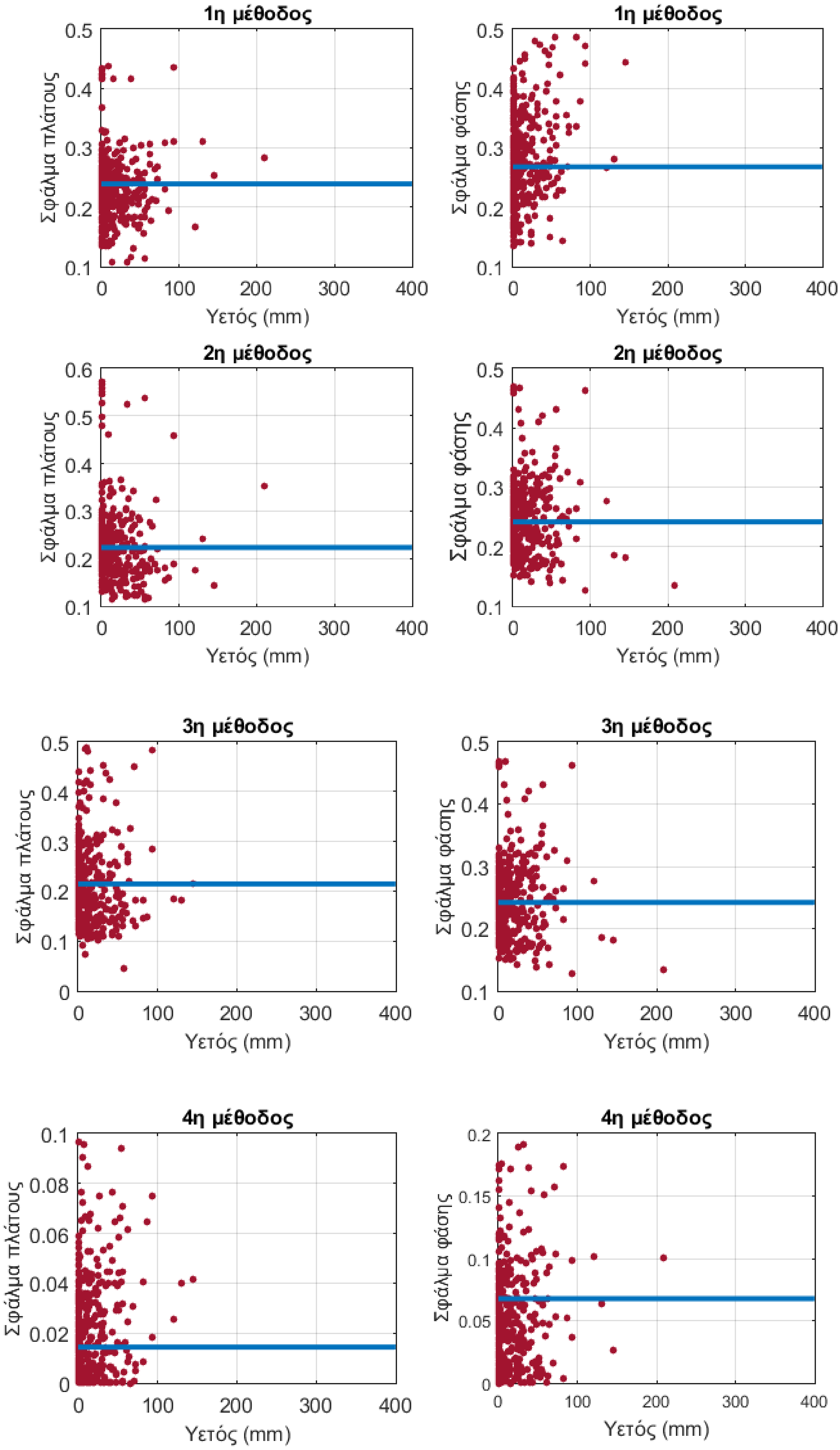
Πενταήμερα			
$\boldsymbol{k}$ **1η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}82 \cdot 10^{-6}$	$\boldsymbol{k_1}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}28 \cdot 10^{-6}$
$\boldsymbol{k}$ **2η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}73 \cdot 10^{-6}$	$\boldsymbol{k_2}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$2{,}5 \cdot 10^{-6}$
$\boldsymbol{k}$ **3η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}69 \cdot 10^{-6}$	$\boldsymbol{k_3}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}91 \cdot 10^{-6}$
$\boldsymbol{\lambda}$ **3η μέθοδος** $(\boldsymbol{m s^{-1}})$	$-0{,}02 \cdot 10^{-5}$	$\boldsymbol{\lambda}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m s^{-1}})$	$-0{,}14 \cdot 10^{-5}$

Αξιολόγηση όλων των μεθόδων για πενθήμερα

Ομοίως κατασκευάζονται και γραφικές παραστάσεις των σφαλμάτων κάθε μεθόδου, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού για το διάστημα των πέντε ημερών. Μέσω του Σχήματος 3.13 βλέπουμε με κόκκινα σημεία τα σφάλματα από τα πενθήμερα και την ευθεία να αναπαριστά τη μέση τιμή αυτών. Η 4η μέθοδος όπως είναι ευδιάκριτο έχει τα μικρότερα σφάλματα και οι άλλες μέθοδοι έχουν σφάλματα της τάξης του 20% όπως και στα μεγαλύτερα χρονικά διαστήματα. Και στην περίπτωση των σφαλμάτων πυκνώνουν οι κουκίδες προς την αρχή των αξόνων λόγω της διαφοράς στις τιμές των χιλιοστών βροχής που σημειώνονται μέσα σε ένα μήνα και ένα πενθήμερο.



Σχήμα 3.12: : Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* από τις τρείς μεθόδους συναρτήσει του υετού, ο συντελεστής μεταφοράς *λ από την* $3^{η}$ *μέθοδο* συναρτήσει του υετού, οι συντελεστές θερμικής διάχυση $\boldsymbol{k_1}$, $\boldsymbol{k_2}$ *και* $\boldsymbol{k_3}$ *και ο συντελεστής μεταφοράς λ από την* $4^{η}$ *μέθοδο συναρτήσει του υετού, για το χρονικό διάστημα των πενταήμερων*



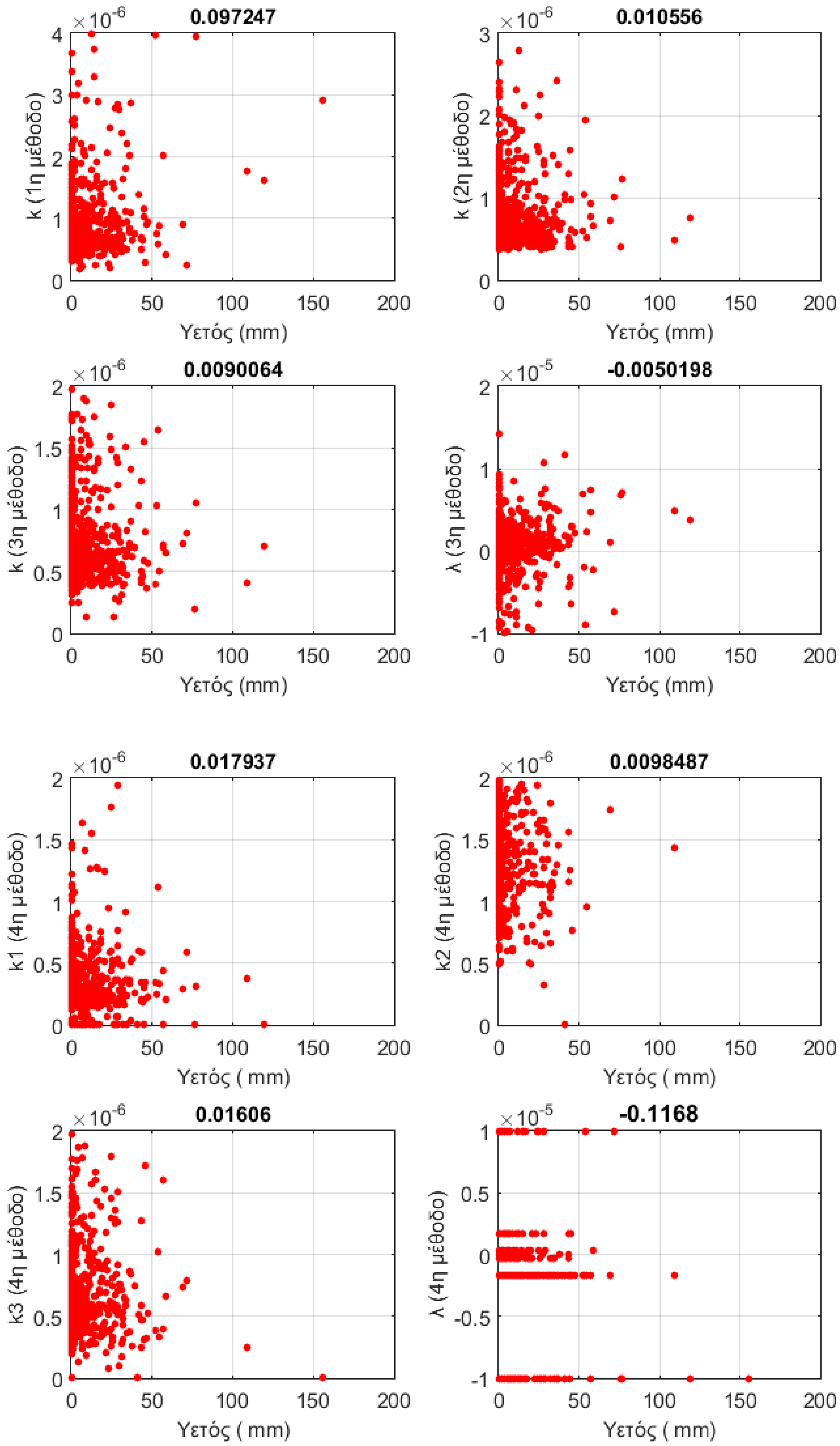
Σχήμα 3.13: *Τα σχετικά σφάλματα για όλες τις μεθόδους, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού, για το χρονικό διάστημα των πενταήμερων. Με ευθεία γραμμή απεικονίζεται η μέση τιμή των σφαλμάτων.*

Μελέτη εξάρτησης του k, όπως υπολογίζεται από τις 4 μεθόδους, από τον υετό σε διήμερη βάση

Με ανάλογο τρόπο όπως στα προηγούμενα κατασκευάζονται γραφικές παραστάσεις του *k* και του *λ* συναρτήσει του υετού για τις τέσσερις μεθόδους για τα διήμερα. Στο Σχήμα 3.14 φαίνονται αυτές οι γραφικές παραστάσεις και τα σημεία με κόκκινες κουκίδες αναφέρονται σε τιμές *k, λ* για κάθε πενταήμερο. Φαίνεται πως ούτε σε αυτή την περίπτωση παρατηρείται κάποια συσχέτιση, όπως υποδηλώνουν οι μικρές τιμές συντελεστών συσχέτισης. Η μη εύρεση συσχέτισης ούτε στην περίπτωση των διημέρων πιθανώς να οφείλεται στο γεγονός ότι ο συντελεστής θερμικής διάχυσης δεν εξαρτάται άμεσα από τον υετό , αλλά από την υγρασία . Η διαφορά που παρατηρείται στην περίπτωση των διήμερων είναι ότι οι κουκίδες πυκνώνουν ακόμη περισσότερο προς μικρές τιμές χιλιοστών βροχής ακόμη και σε σχέση με τα πενταήμερα. Στον Πίνακα 3.13 παρουσιάζονται οι μέσες τιμές αυτών των συντελεστών όπως υπολογίστηκαν από τις τέσσερις μεθόδους. Φαίνεται πως είναι παρόμοιες με αυτές που προέκυψαν για τα προηγούμενα χρονικά διαστήματα και με μια μικρή αύξηση στους συντελεστές θερμικής διάχυσης των τριών πρώτων μεθόδων. Στην 4η μέθοδο ισχύει ανάλογη αυξομείωση του συντελεστή θερμικής διάχυσης στα διάφορα στρώματα.

Πίνακας 3.13: *Μέσες τιμές των συντελεστών θερμικής διάχυσης και μεταφοράς από τις τέσσερις μεθόδους για τα διήμερα των έξι ετών.*

Διήμερα			
k **1η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$1{,}11 \cdot 10^{-6}$	$\boldsymbol{k_1}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}43 \cdot 10^{-6}$
k **2η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}94 \cdot 10^{-6}$	$\boldsymbol{k_2}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$1{,}26 \cdot 10^{-6}$
k **3η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}89 \cdot 10^{-6}$	$\boldsymbol{k_3}$ **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m^2 s^{-1}})$	$0{,}77 \cdot 10^{-6}$
λ **3η μέθοδος** $(\boldsymbol{m s^{-1}})$	$0{,}06 \cdot 10^{-5}$	***λ*** **4η μέθοδος** $(\boldsymbol{m s^{-1}})$	$-0{,}17 \cdot 10^{-5}$



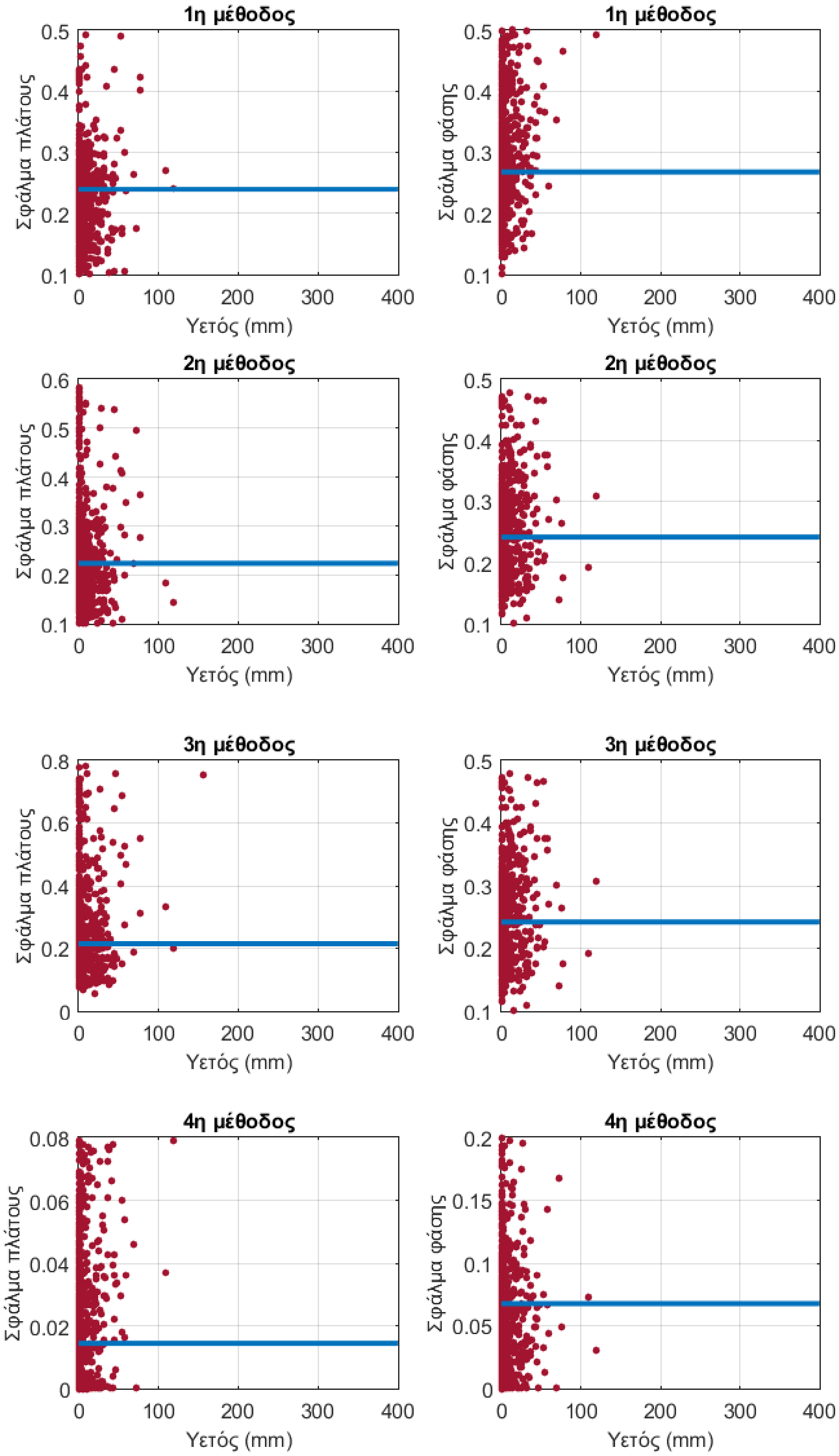
Σχήμα 3.14: : Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* από τις τρείς μεθόδους συναρτήσει του υετού, ο συντελεστής μεταφοράς *λ από την 3η μέθοδο* συναρτήσει του υετού, οι συντελεστές θερμικής διάχυση $\boldsymbol{k_1}$, $\boldsymbol{k_2}$, $\boldsymbol{k_3}$ *και ο συντελεστής μεταφοράς λ από την 4η μέθοδο συναρτήσει του υετού, για το χρονικό διάστημα των διήμερων.*

Αξιολόγηση όλων των μεθόδων για διήμερα

Κατασκευάζονται και γραφικές παραστάσεις των σχετικών σφαλμάτων κάθε μεθόδου, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού για το διάστημα των διήμερων. Στο Σχήμα 3.15 με κόκκινα σημεία παριστάνονται τα σφάλματα από τα διήμερα, όπου είναι φανερές οι μικρές τιμές σφαλμάτων της 4ης μεθόδου και με τη βοήθεια της απεικόνισης της μέσης τιμής αυτών (ευθεία γραμμή). Και στην περίπτωση των σφαλμάτων σαφώς πυκνώνουν οι κουκίδες προς μικρότερα χιλιοστά βροχής, ενώ δεν παρατηρείται συσχέτιση των σχετικών σφαλμάτων με τον υετό.

Από την παραπάνω ανάλυση βρέθηκε πως δεν παρατηρείται συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους με τον υετό ανεξάρτητα από το χρονικό διάστημα ή τη μέθοδο, ούτε προέκυψε συσχέτιση των σχετικών σφαλμάτων κάθε μεθόδου με τον υετό. Διαπιστώθηκε επίσης πως η ακριβέστερη μέθοδος υπολογισμού του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους είναι αυτή που λαμβάνει υπόψη τη διάδοση θερμότητας μέσω αγωγής και μέσω ρευμάτων μεταφοράς και προβλέπει πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης εξαρτάται από το βάθος και μεταβάλλεται από στρώμα σε στρώμα. Το σχετικό σφάλμα για τη μέθοδο αυτή είναι της τάξης του 1% και μικρότερο κατά μία τάξη μεγέθους σε σχέση με τις άλλες τρείς μεθόδους.

Τέλος, όσον αφορά τη συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης με τον υετό, επειδή ο θεωρητικός υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης υποθέτει ότι υπάρχουν μεταβλητές με κανονική κατανομή γύρω από το μέσο όρο, εξετάστηκε και η συσχέτισή του με την κυβική ρίζα του υετού, καθώς η βροχόπτωση δεν ακολουθεί κανονική κατανομή. Από τη συσχέτιση με την κυβική ρίζα του υετού μπορούν οι ακραίες τιμές της βροχόπτωσης να πλησιάσουν τις μη ακραίες. Αυτή η διαδικασία πραγματοποιήθηκε και προέκυψαν συντελεστές συσχέτισης ελαφρώς υψηλότεροι, όχι όμως σε βαθμό άξιο αναφοράς.



Σχήμα 3.15: *Τα σχετικά σφάλματα για όλες τις μεθόδους, χωριστά για το πλάτος και τη φάση συναρτήσει του υετού, για το χρονικό διάστημα των διήμερων. Με ευθεία γραμμή απεικονίζεται η μέση τιμή των σφαλμάτων.*

Κεφάλαιο 4

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Στην παρούσα διπλωματική εργασία μελετήθηκε η διάδοση της θερμότητας στο έδαφος, δηλαδή οι μηχανισμοί εκείνοι που διαμορφώνουν την κύμανση της θερμοκρασίας στο εσωτερικό του. Χρησιμοποιήθηκαν θεωρητικά μοντέλα που εξηγούν την κύμανση της θερμοκρασίας εδάφους και μέσω αυτών υπολογίστηκε ο συντελεστής θερμικής διάχυσης αξιοποιώντας μετρήσεις θερμοκρασίας εδάφους από το μετεωρολογικό σταθμό του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Ο υπολογισμός του συντελεστή θερμικής διάχυσης πραγματοποιήθηκε με σκοπό τη διερεύνηση πιθανής εξάρτησής του από την υγρασία του εδάφους και τον εντοπισμό της ακριβέστερης μεθόδου, μέσω του υπολογισμού των σφαλμάτων κάθε μεθόδου. Για την υγρασία του εδάφους στην περιοχή μελέτης δεν υπάρχουν καταγραφές για αναζήτηση άμεσης εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης από αυτή. Γι' αυτό αναζητήθηκε συσχέτιση του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους με τον υετό. Ο υετός δεν είναι σταθερός στο χρόνο και από αυτόν εξαρτάται η υγρασία του εδάφους. Όσον αφορά τον υετό χρησιμοποιήθηκαν δεδομένα βροχόπτωσης από τον ίδιο σταθμό.

Αρχικά, έγινε ποιοτική ανάλυση όλων των δεδομένων και προσδιορίστηκαν οι κυρίαρχοι κύκλοι της θερμοκρασίας εδάφους, ο ετήσιος και ο ημερήσιος. Χρησιμοποιήθηκαν τέσσερις μέθοδοι υπολογισμού του. Στην 1η μέθοδο, την οποία ανέπτυξαν οι van Wijk and de Vries (1963), ο συντελεστής υπολογίστηκε από τη μείωση του πλάτους της θερμικής διακύμανσης με το βάθος, με τις παραδοχές πως η διάδοση της θερμότητας γίνεται μόνο με αγωγή και ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι ανεξάρτητος από το βάθος και το χρόνο. Στη 2η μέθοδο βάση των ίδιων παραδοχών ο συντελεστής υπολογίστηκε από τη μείωση της διαφοράς φάσης της διακύμανσης της θερμοκρασίας ανάμεσα στην επιφάνεια και εσωτερικά του εδάφους. Στην 3η μέθοδο, όπως προτάθηκε και από τους Gao et.al. (2008), υπολογίστηκε ο συντελεστής θερμικής διάχυσης k και ο συντελεστής μεταφοράς λ, με την παραδοχή πως αυτά είναι σταθερά και πως η διάδοση θερμότητας γίνεται με αγωγή και με ρεύματα μεταφοράς μόνο μέσω ροής ύδατος. Στην 4η μέθοδο θεωρήθηκε πως η διάδοση θερμότητας γίνεται με αγωγή και με ρεύματα μεταφοράς ύδατος και υπολογίστηκαν τα k και λ για τρία ξεχωριστά στρώματα εδάφους, με τις παραδοχές πως τα k είναι διαφορετικά για κάθε στρώμα αλλά σταθερά, και το λ ίδιο και σταθερό για κάθε στρώμα. Ο υπολογισμός αυτών πραγματοποιήθηκε με τη χρήση συγκεκριμένης αριθμητικής μεθόδου. Το σκεπτικό της μεθόδου είναι η εύρεση των τιμών των συντελεστών που ελαχιστοποιούν τη διαφορά ανάμεσα στις θεωρητικές τιμές κύμανσης της θερμοκρασίας και τις παρατηρούμενες. Στα τέσσερα μοντέλα έγινε η υπόθεση πως ο συντελεστής θερμικής διάχυσης είναι σταθερός με το χρόνο, αλλά επειδή δεν ήταν γνωστή η εξέλιξή του όπως για τη βροχόπτωση και τη θερμοκρασία εδάφους ακολουθήθηκε μια τακτική βασισμένη στον ημερήσιο κύκλο διαιρώντας σε διάφορα χρονικά διαστήματα και συγκεκριμένα σε εποχές, μήνες, δεκαήμερα, πενθήμερα, διήμερα και θεωρώντας πως σε αυτά είναι σχεδόν σταθερός για να εφαρμοστούν αυτά τα μοντέλα. Σε αντίστοιχα χρονικά διαστήματα διαιρέθηκε και η χρονοσειρά της βροχόπτωσης, ώστε να υπάρχουν τα δεδομένα αθροιστικής βροχόπτωσης για καθ’ ένα από αυτά, αφού δεν είναι σταθερή με το χρόνο.

Τα κύρια συμπεράσματα που προέκυψαν συνοψίζονται ως εξής:

- Από την εφαρμογή των τεσσάρων μεθόδων για τον υπολογισμό του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* για το χρονικό διάστημα των μηνών και έπειτα από την κατασκευή γραφικών παραστάσεων του συντελεστή θερμικής διάχυσης του εδάφους συναρτήσει του υετού, εξήχθη το συμπέρασμα πως δεν βρέθηκε συσχέτισή του με τον υετό με καμία μέθοδο. Επίσης, για τον συντελεστή μεταφοράς *λ* λόγω ρευμάτων μεταφοράς ύδατος, μέσω της τρίτης μεθόδου βρέθηκε μια συσχέτιση με τον υετό της τάξης του 36%, μεγαλύτερη συγκριτικά με αυτή για το k, όχι όμως αξιοσημείωτη. Συμπερασματικά, η ύπαρξη υετού δεν μεταβάλλει αισθητά τις θερμικές ιδιότητες του εδάφους στην περιοχή μελέτης τουλάχιστον και πως η συχνότητα του υετού συμμετέχει αλλά όχι όσο αναμενόταν στην ενίσχυση του μηχανισμού των ρευμάτων μεταφοράς.
- Από την εφαρμογή της ίδιας διαδικασίας για χρονικά διαστήματα δεκαήμερων, πενθήμερων και διήμερων επιβεβαιώθηκε επίσης η μη ύπαρξη συσχέτισης του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* με τον υετό ανεξάρτητα από το διάστημα που πάρθηκε.
- Ο υπολογισμός του σφάλματος για το ημερήσιο θερμοκρασιακό εύρος και την καθυστέρηση εμφάνισης μεγίστου για κάθε μέθοδο οδήγησε στο συμπέρασμα ότι:

  Η 1^{η} και 2^{η} μέθοδος έχουν τα μεγαλύτερα σφάλματα. Ο λόγος είναι ότι προβλέπουν πως η μείωση του πλάτους και της διαφοράς φάσης είναι γραμμικές, ενώ βάση των μετρήσεων παρατηρήθηκε μη γραμμική μείωση. Ακόμη, αποτυγχάνουν στο ότι η κλίση που προβλέπουν βάσει των αναλυτικών λύσεων είναι η ίδια, ενώ στην πραγματικότητα είναι διαφορετική, δίνοντας δύο διαφορετικές τιμές για τον συντελεστή θερμικής διάχυσης *k*.

  Η 3^{η} μέθοδος που λαμβάνει υπόψη τη διάδοση θερμότητας και μέσω ρευμάτων μεταφοράς προβλέπει το διαφορετικό ρυθμό μείωσης του πλάτους και της φάσης των αναλυτικών λύσεων. Είναι πιο αντιπροσωπευτική, καθώς τα ρεύματα μεταφοράς ύδατος συνεισφέρουν στη διαμόρφωση της θερμοκρασίας εδάφους (Gao et.al. 2008) και αυτό αποδεικνύεται με τα μικρότερα σφάλματα που υπολογίστηκαν σε σύγκριση με τις δύο προηγούμενες μεθόδους.

  Τέλος, η 4^{η} μέθοδος είναι η πιο ακριβής, γιατί ο συντελεστής θερμικής διάχυσης εξαρτάται από το βάθος και μεταβάλλεται από στρώμα σε στρώμα όπως προβλέπει και αυτή. Η ακρίβεια αυτή αποδείχτηκε με τον υπολογισμό των σφαλμάτων της για το πλάτος και για τη φάση, τα οποία είναι πολύ μικρότερα της τάξης του 2% και 3% σε σχέση με τα αντίστοιχα για τις προηγούμενες τρεις μεθόδους που είναι και μέχρι 26%.

Πιθανοί λόγοι της απουσίας συσχέτισης του συντελεστή θερμικής διάχυσης *k* με τον υετό στα πλαίσια των θεωρητικών μοντέλων που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι ακόλουθοι:

- Στη διάδοση της θερμότητας στο εσωτερικό του εδάφους ίσως τελικά να έχει μεγαλύτερη συνεισφορά απ’ ότι θεωρήθηκε στην παρούσα εργασία, η μεταφορά λανθάνουσας θερμότητας που συμβαίνει σχεδόν αποκλειστικά λόγω των αλλαγών φάσης του νερού. Έκλυση ή απορρόφηση λανθάνουσας θερμότητας προκαλείται κατά τη συμπύκνωση των υδρατμών σε υδροσταγονίδια ή και αντίστροφα κατά την εξάτμιση του καταδειόμενου ύδατος, καθώς και κατά την πήξη του νερού ή αντίστροφα κατά την τήξη του πάγου.

- Ενώ στην περίπτωση της διάδοσης της θερμότητας μέσω ρευμάτων μεταφοράς υπάρχουν δύο συνιστώσες όμως στην παρούσα εργασία λήφθηκε υπόψη μόνο η μία, η μεταφορά θερμότητας με την κίνηση ύδατος (Gao et.al. 2003) και όχι με την κίνηση των ατμών (Nassar et.al. 1992).
- Ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* δεν εξαρτάται άμεσα από τον υετό αλλά από την υγρασία του εδάφους. Αυτή εξαρτάται προφανώς από τον υετό μέσω του δυναμικού κατείσδυσης αλλά η διαδικασία μεταβολής της υγρασίας είναι αρκετά πιο περίπλοκη από την απλοϊκή προσέγγιση της σταθερής ροής θερμότητας που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα εργασία. Αν υπήρχαν αισθητήρες υγρασίας εδάφους στο συγκεκριμένο σταθμό πιθανώς να υπήρχαν πιο ακριβή αποτελέσματα.
- Τέλος, υπάρχει περίπτωση ο συντελεστής θερμικής διάχυσης *k* να μεταβάλλεται και μέσα στο χρονικό διάστημα της ημέρας, το οποίο είναι δύσκολο να μελετηθεί ή οι αλλαγές του συντελεστή *k* να είναι μικρές και να μην επηρεάζουν τη διάδοση θερμότητας στο έδαφος αναφορικά με τα συγκεκριμένα μοντέλα διάδοσης θερμότητας.

Τα παραπάνω αποτελούν και προτάσεις έρευνας για περαιτέρω εξέταση του σύνθετου προβλήματος της διάδοσης θερμότητας στο έδαφος και της εξάρτησης του συντελεστή θερμικής διάχυσης από τον υετό στη συγκεκριμένη περιοχή μελέτης.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

MATLAB SCRIPTS

Χρονοσειρές θερμοκρασίας πριν την πρόωρη λήξη (Σχήμα 2.2):

```
clear all
load('z0.txt');
N=length(z0);
t=0:.5:N/2-1/2;
T=z0;
T(T == 9999.9) = NaN;
z0(z0 == 9999.9) = NaN;
start = datenum(2008,08,01,0,0,0);
fin=datenum(2019,09,01,07,30,0);
hrvct = start:(1/48):fin;          % Create Half_Hourly Dates
dtks = start-50:122:fin+150;       % Ticks At Noon
dhv = datevec(dtks);
figure(1)
plot(hrvct, z0)
grid
set(gca, 'XTick', dtks,'XTickLabelRotation',60)  % Label Rotation
(R2014b)
datetick('x', 'dd mm yyyy', 'keepticks')
xlabel('Ημερομηνία')
ylabel('Θερμοκρασία (\circC)')  %ομοίως για τα υπόλοιπα βάθη
```

Εύρεση κενών μετρήσεων από τα δεδομένα θερμοκρασίας για κάθε βάθος:

```
clear all
load('z10.txt');
ind=find(z10>100);  %ομοίως για z10, z20, z30, z60
```

Συμπλήρωση κενών μετρήσεων από γραμμική παρεμβολή για κάθε βάθος, αναπαράσταση κομμένων χρονοσειρών:

```
load('z60.txt');
N=length(z60);
t=0:.5:N/2-1/2;
T=z60;
figure
plot(t,z60);
af=5149;bef=5147;      %εφαρμογή γραμμικής παρεμβολής
T(bef+1:af-1)= NaN;
a=(T(af)-T(bef))/(t(af)-t(bef));
b=(T(bef)*t(af)-T(af)*t(bef))/(t(af)-t(bef));
T(bef+1:af-1)=a*t(bef+1:af-1)+b;
af=101966;bef=101950;
T(bef+1:af-1)= NaN;
a=(T(af)-T(bef))/(t(af)-t(bef));
b=(T(bef)*t(af)-T(af)*t(bef))/(t(af)-t(bef));
T(bef+1:af-1)=a*t(bef+1:af-1)+b;
T=T(1:120451);
t=t(1:120451);
plot(t,T)
```

```
T4=T;  %ομοίως για τα βάθη 0,10,20,30 cm με εφαρμογή γραμμικής παρ.
```

Χρονοσειρά βροχόπτωσης (Σχήμα2.3):

```
clear all
load prep.TXT
load z0.txt
N=length(z0);
t=0:.5:N/2-1/2;
plot(t(1:120451),prep(1:120451))
[in,inn]=max(prep(1:120451))
start = datenum(2008,08,01,0,0,0);
fin=datenum(2019,09,01,07,30,0);
hrvct = start:(1/48):fin;           % Create Half_Hourly Dates
dtks = start-50:365:fin+150;        % Ticks At Noon
dhv = datevec(dtks);
figure(1)
plot(hrvct, prep)
grid
set(gca, 'XTick', dtks,'XTickLabelRotation',60)% Label Rotation
(R2014b)
datetick('x', ' yyyy', 'keepticks')
xlabel('Ημερομηνία')
ylabel('Βροχόπτωση (mm)')
```

Πλάτη Fourier συναρτήσει της συχνότητας (Σχήμα 2.4, 2.5):

Σε αυτόν τον κώδικα γίνεται χρήση της συνάρτησης fft του προγράμματος της Matlab, η οποία στον αλγόριθμό της χρησιμοποιεί τη σχέση (2.3). Η συνάρτηση fft δέχεται ως δεδομένα εισόδου τις μετρήσεις της θερμοκρασίας από κάθε αισθητήρα και βγάζει ως αποτέλεσμα τα πλάτη Fourier για κάθε συχνότητα.

```
clear all
load marina1
figure(1)
N=length(T0);
omega=(2*pi/N)*[0:1:N/2 -N/2:1:-1];
Tf0=fft(T0-mean(T0)); %πλάτος Fourier για z=0 και αφαίρεση μέσης
τιμής
semilogy(fftshift(omega),fftshift(abs(Tf0))/N)
axis([0 .5 .0001 10])
clear all
load marina1
figure(2)
subplot(221)
N=length(T1);
omega=(2*pi/N)*[0:1:N/2 -N/2:1:-1];

Tf1=fft(T1-mean(T1));
semilogy(fftshift(omega),fftshift(abs(Tf1))/N)
axis([0 .5 .0001 10])
clear all
load marina1
figure(2)
subplot(222)
N=length(T2);
omega=(2*pi/N)*[0:1:N/2 -N/2:1:-1];
Tf2=fft(T2-mean(T2));
```

```
semilogy(fftshift(omega),fftshift(abs(Tf2))/N)
axis([0 .5 .0001 10])
clear all
load marina1
figure(2)
subplot(223)
N=length(T3);
omega=(2*pi/N)*[0:1:N/2 -N/2:1:-1];
Tf3=fft(T3-mean(T3));
semilogy(fftshift(omega),fftshift(abs(Tf3))/N)
axis([0 .5 .0001 10])
clear all
load marina1
figure(2)
subplot(224)
N=length(T4);
omega=(2*pi/N)*[0:1:N/2 -N/2:1:-1];
Tf4=fft(T4-mean(T4));
semilogy(fftshift(omega),fftshift(abs(Tf4))/N)
axis([0 .5 .0001 10])
```

Για 10,5,2 ήμερα και για μήνες, 4 μέθοδοι (Σχήματα 3ου Κεφαλαίου):

```
clear all
global om TTd z l;    % define global variables
ij=sqrt(-1);
load('marina1')
load ('prep.TXT')
N=length(T0);
years=6;        %orize ton ari8mo ton imeron
Ndays=10; %48μισαωρα , 10 ημερες για κάθε δεκαήμερο,5 για κάθε
πενταήμερο,2 για κάθε διήμερο ,30 για κάθε μήνα
N1=Ndays*48;      %posa misaora sto Ndays-mero
NN=floor(length(T0)/N1)-1;    %posa Ndays-mera sta 6 xronia

nl=30; % γίνεται και με περισσότερα ή λιγότερα σημεία πχ 20,50
L=logspace(-12,-5,nl);
L=[-fliplr(L) L];

omega=(2*pi/N1)*[0:1:N1/2-1 -N1/2:1:-1];  % ορισμος 1 διανυσματος
συχνότητας για Fourier
[in1,inn11]=min(abs(omega-2*pi/48)); % ευρεση ημερησιας συχνοτητας:
inl ελαχ τιμη |ω-ω_ημερ|~0, innl1: δεικτης για ελαχ τιμη
omd=omega(inn11)/30/60; % υπολογίζω ημερησια συχνοτητα σε s^{-1} εξου
και η διαιρεση με 30 (λεπτά στο μισάωρο) *60 (δευτ στο λεπτο)
%z=[0 .1 .2 .3 .6]; % βαθη μετρησεων
z=[0 .1 .2 .3]; % βαθη μετρησεων αφαιρώντας τα 60 cm

%de xreizetai pleon na xorizoyme to xrono se dekaimera, p.x to proto
dekaimero toy xronoy to 2o ktl
%proteino epomenos aplopoiisi

for iy=1:NN;     %eos ton ari8mo ton Ndays-meron sta 6 xronia
T0_1=T0((iy-1)*N1+1:iy*N1);  % orizei to kommati tis xronoseiras mesa
sto ekastote Ndays-mero
  T1_1=T1((iy-1)*N1+1:iy*N1);
  T2_1=T2((iy-1)*N1+1:iy*N1);
  T3_1=T3((iy-1)*N1+1:iy*N1);
  T4_1=T4((iy-1)*N1+1:iy*N1);
```

```
 prep_1(iy)=sum(prep((iy-1)*N1+1:iy*N1)); % ypologizei ti broxoptosi
gia to Ndays-mero

Tf0=fft(T0_1-mean(T0_1));
Tf1=fft(T1_1-mean(T1_1));
Tf2=fft(T2_1-mean(T2_1));
Tf3=fft(T3_1-mean(T3_1));
Tf4=fft(T4_1-mean(T4_1));

%TTd=[Tf0(inn11) Tf1(inn11) Tf2(inn11) Tf3(inn11) Tf4(inn11)]; %
διανυσμα με το πλατος Fourier για ω_ημερ συναρτησει βαθους
TTd=[Tf0(inn11) Tf1(inn11) Tf2(inn11) Tf3(inn11)]; % διανυσμα με το
πλατος Fourier για ω_ημερ συναρτησει βαθους χωρις τα 60cm
fd=log(abs(TTd/TTd(1))); % υπολογισμος συναρτησης πτωσης πλατους με
το βαθος
ai=exp(fd);
c=polyfit(z,fd,1); % ελαχιστα τετραγωνα για τον υπολογισμο της κλισης
της
k_a(iy)=omd/2/c(1)^2; % υπολογισμος k με βαση την κλιση της ευθειας
μειωσης πλατους για "μοντελο" αγωγης
da=c(1);
aa=exp(z*da);
ap=z*da;
err_a_a(iy)=sqrt(sum((ai-aa).^2))/sqrt(sum(ai.^2));
%subplot(121);
%plot(z,fd,z,fd,'o',z,c(1)*z+c(2)); % σχεδιαση "πειραματικων"
δεδομενων με κυκλο και ευθειας (ελαχ. τετρ)
%title('amplitude - 1');
drawnow;%pause;
m=c(1);
gd=angle(TTd/TTd(1));% υπολογισμος k με βαση την κλιση της ευθειας
διαφορας φασης για "μοντελο" αγωγης
p_i=gd;
err_a_p(iy)=sqrt(sum((p_i-ap).^2))/sqrt(sum(p_i.^2));

c=polyfit(z,gd,1);
dp=c(1);
pa=exp(z*dp);
pp=z*dp;
err_p_a(iy)=sqrt(sum((ai-pa).^2))/sqrt(sum(ai.^2));
err_p_p(iy)=sqrt(sum((p_i-pp).^2))/sqrt(sum(p_i.^2));
% subplot(122);
% plot(z,gd,z,gd,'o',z,c(1)*z+c(2)); % σχεδιαση "πειραματικων"
δεδομενων με κυκλο και ευθειας (ελαχ. τετρ)
% pause;

c11(iy)=c(1);
n=c(1);
km=(omd*m)/(n*(n^2+m^2));
k_m(iy)=km;
lm=(omd/n)*(((2*m^2)/(n^2+m^2))-1);
l_m(iy)=lm;
br=sqrt(lm^2/2+sqrt(lm^4+16*km^2*omd^2)/2);
bi=omd/br;
am=exp(-z*(lm+br)/2/km);
pm=-bi*z;
err_m_a(iy)=sqrt(sum((ai-am).^2))/sqrt(sum(ai.^2));
err_m_p(iy)=sqrt(sum((p_i-pm).^2))/sqrt(sum(p_i.^2));

k_p(iy)=omd/2/c(1)^2;
```

```
om=omd; %define omega for each month     %υπολογισμός τετράδας k,l(4η
μεθ)

          for il=1:length(L);
                l=L(il);
               kkc=fmincon(@ampfun_marina,[3 5 4],[],[],[],[],[0 0
0],[Inf Inf Inf]);
               er_f(il)=ampfun_marina(kkc);
          end;
          er=er_f;
%          figure
%          subplot(121);semilogx(L(1:nl),er_f(1:nl));hold on
%          subplot(122);semilogx(L(nl+1:2*nl),er_f(nl+1:2*nl));hold
on
          [inl,inminl]=min(er_f);
          l=L(inminl);
          kkc=fmincon(@ampfun_marina,[3 5 4],[],[],[],[],[0 0 0],[Inf
Inf Inf]);
          ln(iy)=l;
          k1n(iy)=kkc(1)*10^(-7);
          k2n(iy)=kkc(2)*10^(-7);
          k3n(iy)=kkc(3)*10^(-7);
          Tz=Teval_marina(kkc);
          an=abs([1 Tz(1) Tz(2) Tz(3)]);
          pn=phase([0 Tz(1) Tz(2) Tz(3)]);

          err_n_a(iy)=sqrt(sum((ai-an).^2))/sqrt(sum(ai.^2));
          err_n_p(iy)=sqrt(sum((p_i-pn).^2))/sqrt(sum(p_i.^2));

end;

%συσχέτιση του k-βροχόπτωση(3 μέθοδοι)
prep_1=prep_1(c11<0);
k_a=k_a(c11<0);  %1η μέθοδος
k_p=k_p(c11<0);  %2η μέθοδος
k_m=k_m(c11<0);  %3η μέθοδος
l_m=l_m(c11<0);

kacc=corrcoef(prep_1,k_a);
kpcc=corrcoef(prep_1,k_p);
kmcc=corrcoef(prep_1,k_m);
lmcc=corrcoef(prep_1,l_m);

figure
subplot(221)
plot(prep_1,k_a,'o');
title([num2str(kacc(1,2))]);
subplot(222)
plot(prep_1,k_p,'o');
title([num2str(kpcc(1,2))]);
subplot(223)
plot(prep_1,k_m,'o');
title([num2str(kmcc(1,2))]);
subplot(224)
plot(prep_1,l_m,'o');
title([num2str(lmcc(1,2))]);

%συσχέτιση σφαλμάτων-βροχόπτωση(3 μέθοδοι)
err_a_a=err_a_a(c11<0);  %1η για πλάτος
```

```
err_a_p=err_a_p(c11<0);  %1η για φάση
err_p_a=err_p_a(c11<0);  %2η
err_p_p=err_p_p(c11<0);
err_m_a=err_m_a(c11<0);  %3η
err_m_p=err_m_p(c11<0);

erraacc=corrcoef(prep_1,err_a_a);
errapcc=corrcoef(prep_1,err_a_p);
errpacc=corrcoef(prep_1,err_p_a);
errppcc=corrcoef(prep_1,err_p_p);
errmacc=corrcoef(prep_1,err_m_a);
errmpcc=corrcoef(prep_1,err_m_p);

figure
subplot(221)
plot(prep_1,err_a_a,'o');
title([num2str(erraacc(1,2))]);
subplot(222)
plot(prep_1,err_a_p,'o');
title([num2str(errapcc(1,2))]);
subplot(223)
plot(prep_1,err_p_a,'o');
title([num2str(errpacc(1,2))]);
subplot(224)
plot(prep_1,err_p_p,'o');
title([num2str(errppcc(1,2))]);

figure
subplot(221)
plot(prep_1,err_m_a,'o');
title([num2str(errmacc(1,2))]);
subplot(222)
plot(prep_1,err_m_p,'o');
title([num2str(errmpcc(1,2))]);

%συσχέτιση των k,l-βροχόπτωση & σφαλμάτων-βροχόπτωση (4η μέθοδος)
k1n=k1n(c11<0);
k2n=k2n(c11<0);
k3n=k3n(c11<0);
ln=ln(c11<0);
err_n_a=err_n_a(c11<0);  %σφάλμα για το πλάτος
err_n_p=err_n_p(c11<0);  %σφάλμα για τη φάση

k1ncc=corrcoef(prep_1,k1n);
k2ncc=corrcoef(prep_1,k2n);
k3ncc=corrcoef(prep_1,k3n);
lncc=corrcoef(prep_1,ln);
errnacc=corrcoef(prep_1,err_n_a);
errnpcc=corrcoef(prep_1,err_n_p);

figure
subplot(221)
plot(prep_1,k1n,'o');
title([num2str(k1ncc(1,2))]);
subplot(222)
plot(prep_1,k2n,'o');
title([num2str(k2ncc(1,2))]);
subplot(223)
plot(prep_1,k3n,'o');
title([num2str(k3ncc(1,2))]);
```

```
subplot(224)
plot(prep_1,ln,'o');
title([num2str(lncc(1,2))]);

figure
subplot(221)
plot(prep_1,err_n_a,'o');
title([num2str(errnacc(1,2))]);
subplot(222)
plot(prep_1,err_n_p,'o');
title([num2str(errnpcc(1,2))]);
```

Οι συναρτήσεις του παραπάνω αλγορίθμου:

```
function f=ampfun_marina(k);
global om l z TTd
Tz=Teval_marina(k);
Tz1=Tz(1);
Tz2=Tz(2);
Tz3=Tz(3);
dA1=log(abs(Tz1))-log(abs(TTd(2)/TTd(1)));
dA2=log(abs(Tz2))-log(abs(TTd(3)/TTd(1)));
dA3=log(abs(Tz3))-log(abs(TTd(4)/TTd(1)));
dPhi1=angle(Tz1)-angle(TTd(2)/TTd(1));
dPhi2=angle(Tz2)-angle(TTd(3)/TTd(1));
dPhi3=angle(Tz3)-angle(TTd(4)/TTd(1));
f=abs(dA1)+abs(dA2)+abs(dA3)+abs(dPhi1)+abs(dPhi2)+abs(dPhi3);


function Tz=Teval_marina(k);
global l ij z om
k1=k(1)*10^(-7);k2=k(2)*10^(-7);k3=k(3)*10^(-7);
z1=z(2);z2=z(3);z3=z(4);

m1_p=(-l/(2*k1))+(1/(2*k1))*sqrt(l^2+4*i*om*k1);
m1_n=(-l/(2*k1))-(1/(2*k1))*sqrt(l^2+4*i*om*k1);
m2_p=(-l/(2*k2))+(1/(2*k2))*sqrt(l^2+4*i*om*k2);
m2_n=(-l/(2*k2))-(1/(2*k2))*sqrt(l^2+4*i*om*k2);
m3_n=(-l/(2*k3))-(1/(2*k3))*sqrt(l^2+4*i*om*k3);



d_1=exp(m3_n*z2)*(k3*m3_n-k2*m2_p)/(exp(m2_n*z2)*(k2*m2_n-k2*m2_p));
c_1=exp(m3_n*z2)*(k2*m2_n-k3*m3_n)/(exp(m2_p*z2)*(k2*m2_n-k2*m2_p));
a_1=c_1*exp(m2_p*z1)*(k1*m1_n-k2*m2_p)/(exp(m1_p*z1)*(k1*m1_n-
k1*m1_p))+d_1*exp(m2_n*z1)*(k1*m1_n-k2*m2_n)/(exp(m1_p*z1)*(k1*m1_n-
k1*m1_p));
b_1=c_1*exp(m2_p*z1)*(k2*m2_p-k1*m1_p)/(exp(m1_n*z1)*(k1*m1_n-
k1*m1_p))+d_1*exp(m2_n*z1)*(k2*m2_n-k1*m1_p)/(exp(m1_n*z1)*(k1*m1_n-
k1*m1_p));
f=1/(a_1+b_1);
d=d_1*f;
c=c_1*f;
b=b_1*f;
a=a_1*f;
Tz=[a*exp(m1_p*z1)+b*exp(m1_n*z1) c*exp(m2_p*z2)+d*exp(m2_n*z2)
f*exp(m3_n*z3) k1*m1_p*a*exp(m1_p*z1)+k1*m1_n*b*exp(m1_n*z1)
k2*m2_p*c*exp(m2_p*z2)+k2*m2_n*d*exp(m2_n*z2)
k3*m3_n*f*exp(m3_n*z3)];
```

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

ΑΝΑΛΥΤΙΚΕΣ ΛΥΣΕΙΣ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΗΣ ΚΥΜΑΝΣΗΣ ΤΗΣ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑΣ ΕΔΑΦΟΥΣ

Β.1 Διάδοση θερμότητας μέσω διάχυσης, με σταθερό συντελεστή θερμικής διάχυσης

Για την επίλυση της (3.1) εφαρμόζουμε το μετασχηματισμό Fourier (3.4) και παίρνουμε:

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} i\omega\, \tilde{T}(z,\omega) e^{i\omega t} d\omega\,,$$

$$\frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2\tilde{T}(z,\omega)}{dz^2} e^{i\omega t} d\omega.$$

Αντικαθιστώντας στην (3.1) προκύπτει η διαφορική εξίσωση για τα πλάτη Fourier:

$$\frac{d^2\tilde{T}(z,\omega)}{dz^2} - \frac{i\omega}{k}\tilde{T}(z,\omega) = 0. \tag{B.1}$$

Υποθέτοντας λύσεις της μορφής: $\tilde{T} = e^{\lambda z}$και αντικαθιστώντας στη (Β.1) παίρνουμε ότι η συνάρτηση είναι λύση αρκεί το λ να είναι:

$$\lambda_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{i\omega}{k}} = \pm\sqrt{\frac{\omega}{2k}} \pm i\sqrt{\frac{\omega}{2k}}. \tag{B.2}$$

Επομένως, η λύση έχει τη μορφή:

$$\tilde{T}(z,\omega) = C_1\, e^{\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z + i\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z} + C_2\, e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z - i\sqrt{\frac{\omega}{2k}}z}. \tag{B.3}$$

Για τον υπολογισμό των C_1, C_2 εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό Fourier στις συνοριακές (3.2), (3.3), που γράφονται ως:

$$\tilde{T}(z=0,\omega) = \tilde{T}_0(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} A\sin(\omega_0 t)\, e^{-i\omega t} dt\ = \frac{A\sqrt{2\pi}}{2i}[\delta(\omega-\omega_0) - \delta(\omega+\omega_0)], \tag{B.4}$$

$$\tilde{T}(z\to\infty,\omega) = 0. \tag{B.5}$$

Η (Β.5) ικανοποιείται μόνο εάν: $C_1 = 0$. Εφαρμόζοντας και τη (Β.4) υπολογίζουμε τη σταθερά C_2 και καταλήγουμε στη λύση:

$$\tilde{T}(z,\omega) = \tilde{T}_0(\omega) e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\ z - i\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\ z}. \tag{B.6}$$

Για να υπολογίσουμε το μετασχηματισμό Fourier την (Β.6) χωρίζουμε το διάστημα ολοκλήρωσης:

$$T(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[\int_{-\infty}^{0} \tilde{T}(\omega)e^{i\omega t}d\omega + \int_{0}^{\infty} \tilde{T}(\omega)e^{i\omega t}d\omega\right],$$

και αλλάζουμε μεταβλητή στο πρώτο ολοκλήρωμα θέτοντας: *-ω=Ω ,*

$$T(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left[-\int_{\infty}^{0} \tilde{T}(-\Omega)e^{-i\Omega t}d\Omega + \int_{0}^{\infty} \tilde{T}(\omega)e^{i\omega t}d\omega\right]$$
$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{\infty}\left(\tilde{T}(-\omega)e^{-i\omega t} + \tilde{T}(\omega)e^{i\omega t}\right)d\omega\ .$$

Η θερμοκρασία είναι πραγματική συνάρτηση γι’ αυτό ισχύει η σχέση: $\tilde{T}(-\omega) = \tilde{T}^{*}(\omega)$. Άρα, προκύπτει:

$$T(z,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{0}^{\infty}\left(\tilde{T}^{*}(\omega)e^{-i\omega t} + \tilde{T}(\omega)e^{i\omega t}\right)d\omega. \tag{B.7}$$

Αντικαθιστούμε στη (Β.7) και τη (Β.4) και κάνουμε την ολοκλήρωση καταλήγοντας στην:

$$T(z,t) = T_0 e^{-\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\,z} sin\left(\omega t - z\sqrt{\frac{\omega}{2k}}\right). \tag{B.8}$$

Β.2 Διάδοση θερμότητας μέσω διάχυσης και ρευμάτων μεταφοράς με σταθερούς συντελεστές θερμικής διάχυσης και μεταφοράς

Για την επίλυση της εξίσωσης (3.14) εφαρμόζουμε το μετασχηματισμό Fourier (3.4) όπως στην Ενότητα Β.1 και παίρνουμε:

$$k\frac{d^2\tilde{T}(z,\omega)}{dz^2} + \lambda\frac{d\tilde{T}(z,\omega)}{dz} - i\omega\tilde{T}(z,\omega) = 0\ , \tag{B.9}$$

όπου ικανοποιούνται οι συνοριακές συνθήκες (Β.4), (Β.5). Υποθέτουμε λύσεις της μορφής: $\tilde{T} = e^{\rho z}$ και αντικαθιστώντας στη (Β.9) παίρνουμε ότι η συνάρτηση είναι λύση αρκεί το ρ να είναι

$$\rho_{1,2} = -\frac{\lambda}{2k} \pm \frac{1}{2k}\sqrt{(\lambda^2 + i4k\omega)}\ . \tag{B.10}$$

Για την απλοποίηση του ρ ορίζουμε:

$$(b_r + ib_i)^2 = \lambda^2 + i4k\omega \implies {b_r}^2 - {b_i}^2 + 2ib_r b_i = \lambda^2 + i4k\omega\ , \tag{B.11}$$

Χωρίζοντας τα πραγματικά και τα φανταστικά μέρη παίρνουμε:

$$\left.\begin{aligned} {b_r}^2 - {b_i}^2 &= \lambda^2 \\ 2b_r b_i &= 4k\omega \end{aligned}\right]$$

Από τη λύση του συστήματος στις αγκύλες υπολογίζονται τα:

$$b_i = \pm\frac{2k\omega}{\sqrt{\frac{\lambda^2 \pm \sqrt{\lambda^4 + 16k^2\omega^2}}{2}}}\ ,\quad b_r = \pm\sqrt{\frac{\lambda^2 \pm \sqrt{\lambda^4 + 16k^2\omega^2}}{2}}. \tag{B.12}$$

Με βάση την (B.11), το $\rho_{1,2}$ γράφεται ως:

$$\rho_{1,2} = -\frac{\lambda}{2k} \pm \frac{1}{2k}(b_r + ib_i). \tag{B.13}$$

Έτσι, η λύση γράφεται ως εξής:

$$\tilde{T}(z,\omega) = C_1 e^{\rho_1 z} + C_2 e^{-\rho_2 z}. \tag{B.14}$$

Η συνοριακή συνθήκη (B.5) ικανοποιείται μόνο όταν $C_1 = 0$, ενώ εφαρμόζοντας τη συνοριακή συνθήκη (B.4) προκύπτει η λύση:

$$\tilde{T}(z,\omega) = \widetilde{T_0}(\omega) e^{\left(-\frac{\lambda}{2k} - \frac{b_r}{2k}\right)z} e^{-\frac{ib_i}{2k}z}. \tag{B.15}$$

Αντικαθιστώντας το $\widetilde{T_0}(\omega)$ και κάνοντας όμοιους υπολογισμούς όπως στην Ενότητα B.1 καταλήγουμε στη λύση:

$$T(z,t) = T_0\, e^{\left(-\frac{\lambda}{2k} - \frac{b_r}{2k}\right)z} \sin\left(\omega t - z\frac{b_i}{2k}\right). \tag{B.16}$$

B.3 Διάδοση θερμότητας μέσω διάχυσης και ρευμάτων μεταφοράς για έδαφος τριών στρωμάτων

Για την επίλυση της εξίσωσης (3.14) χωριστά για κάθε ένα στρώμα εφαρμόζουμε τον μετασχηματισμό Fourier οπότε προκύπτουν για κάθε στρώμα οι εξισώσεις:

$$k_1 \frac{d^2\tilde{T}(z,\omega)}{dz^2} + \lambda \frac{d\tilde{T}(z,\omega)}{dz} - i\omega\tilde{T}(z,\omega) = 0\,,$$

$$k_2 \frac{d^2\tilde{T}(z,\omega)}{dz^2} + \lambda \frac{d\tilde{T}(z,\omega)}{dz} - i\omega\tilde{T}(z,\omega) = 0\,,$$

$$k_3 \frac{d^2\tilde{T}(z,\omega)}{dz^2} + \lambda \frac{d\tilde{T}(z,\omega)}{dz} - i\omega\tilde{T}(z,\omega) = 0\,.$$

Με βάση την (B.10) οι λύσεις για κάθε στρώμα είναι οι:

$$\widetilde{T_1}(z,\omega) = A(\omega)e^{m_1{}^+ z} + B(\omega)e^{m_1{}^- z}, \tag{B.17}$$

$$\widetilde{T_2}(z,\omega) = C(\omega)e^{m_2{}^+ z} + D(\omega)e^{m_2{}^- z}, \tag{B.18}$$

$$\widetilde{T_3}(z,\omega) = E(\omega)\, e^{m_3{}^+ z} + F(\omega)e^{m_3{}^- z}, \tag{B.19}$$

όπου

$$m_i^{\pm} = -\frac{\lambda}{2k_i} \pm \frac{1}{2k_i}\sqrt{(\lambda^2 + i4k_i\omega)}.$$

Οι συντελεστές θα υπολογιστούν από την (3.3) συνοριακή συνθήκη που αφορά το τρίτο στρώμα, και τις (3.21) - (3.24) που συνδέουν τη θερμοκρασία και τη ροή θερμότητας μεταξύ των στρωμάτων.

Οι συνοριακές συνθήκες εφαρμόζοντας τον μετασχηματισμό Fourier γίνονται:

$$\widetilde{T_1}(z=0,\omega)=\widetilde{T_0}(\omega)\,, \tag{B.20}$$

$$\widetilde{T_1}(z=z_1,\omega)=\widetilde{T_2}(z=z_1,\omega)\,, \tag{B.21}$$

$$\widetilde{T_2}(z=z_2,\omega)=\ \widetilde{T_3}(z=z_2,\omega)\,, \tag{B.22}$$

$$\widetilde{T_3}(z\to\infty,t)=0, \tag{B.23}$$

$$k_1\frac{\partial\widetilde{T_1}}{\partial z}\bigg|_{z_1}=\ k_2\frac{\partial\widetilde{T_2}}{\partial z}\bigg|_{z_1}, \tag{B.24}$$

$$k_2\frac{\partial\widetilde{T_2}}{\partial z}\bigg|_{z_2}=\ k_3\frac{\partial\widetilde{T_3}}{\partial z}\bigg|_{z_2}. \tag{B.25}$$

Από τη (B.23) παίρνουμε: E(ω)=0, ενώ εφαρμόζοντας τη (B.22) και τη (B.25) παίρνουμε ότι:

$$D(\omega)=\ \frac{e^{m_3^- z_2}}{e^{m_2^- z_2}}\,\frac{[k_3m_3^- - k_2m_2^+]}{[k_2m_2^- - k_2m_2^+]}\,F(\omega)\ =\widetilde{D}(\omega)\,F(\omega) \tag{B.26}$$

και

$$C(\omega)=\frac{e^{m_3^- z_2}}{e^{m_2^+ z_2}}\left[\frac{k_2m_2^- - k_3m_3^-}{k_2(m_2^- - m_2^+)}\right]F(\omega)=\tilde{C}(\omega)\,F(\omega)\,. \tag{B.27}$$

Εφαρμόζοντας τις συνθήκες (B.21) και (B.24) και αντικαθιστώντας τους C(ω) και $D(\omega)$ από τις (B.26) και (B.27) υπολογίζουμε και το συντελεστή B(ω):

$$B(\omega)=\left[\ \widetilde{C}(\omega)\ \frac{e^{m_2^+ z_1}}{e^{m_1^- z_1}}\frac{[k_2m_2^+ - k_1m_1^+]}{[k_1m_1^- - k_1m_1^+]}+\ \widetilde{D}(\omega)\ \frac{e^{m_2^- z_1}}{e^{m_1^- z_1}}\frac{[k_2m_2^- - k_1m_1^+]}{[k_1m_1^- - k_1m_1^+]}\right]F(\omega), \tag{B.28}$$

$$B(\omega)=\widetilde{B}(\omega)\,F(\omega)$$

και A(ω):

$$A(\omega)=\ \left[\tilde{C}(\omega)\frac{e^{m_2^+ z_1}}{e^{m_1^+ z_1}}\frac{[k_1m_1^- - k_2m_2^+]}{k_1(m_1^- - m_1^+)}+\ \widetilde{D}(\omega)\frac{e^{m_2^- z_1}}{e^{m_1^+ z_1}}\frac{[k_1m_1^- - k_2m_2^-]}{k_1(m_1^- - m_1^+)}\right]F(\omega), \tag{B.29}$$

$$A(\omega)=\tilde{A}(\omega)\,F(\omega).$$

Εφαρμόζουμε και τη συνοριακή συνθήκη (B.20) στην (B.17) και παίρνουμε:

$$\widetilde{T_0}=A(\omega)+B(\omega)\,, \tag{B.30}$$

με αποτέλεσμα τον υπολογισμό του $F(\omega)$:

$$F(\omega)=\frac{\widetilde{T_0}(\omega)}{\tilde{A}(\omega)+\tilde{B}(\omega)}\,, \tag{B.31}$$

όπου το $\widetilde{T_0}(\omega)$ δίνεται από τη σχέση (B.4).

Κρατώντας μόνο τις θετικές συχνότητες όπως και στην Ενότητα B.1 παίρνουμε:

$$F(\omega) = A\frac{\sqrt{2\pi}}{2i}\frac{\delta(\omega-\omega_0)}{\tilde{A}(\omega)+\tilde{B}(\omega)}. \tag{B.32}$$

Αντικαθιστούμε στις (B.17), (B.18), (B.19) τις (B.26), (B.27), (B.28), (B.29), (B.32) και παίρνουμε:

$$\widetilde{T_1}(z,\omega) = \frac{1}{2i}\,\frac{1}{\tilde{A}(\omega)+\tilde{B}(\omega)}\left(\tilde{A}(\omega)e^{m_1{}^+z}+\tilde{B}(\omega)e^{m_1{}^-z}\right), \tag{B.33}$$

$$\widetilde{T_2}(z,\omega) = \frac{1}{2i}\,\frac{1}{\tilde{A}(\omega)+\tilde{B}(\omega)}\left(\tilde{C}(\omega)e^{m_2{}^+z}+\widetilde{D}(\omega)e^{m_2{}^-z}\right), \tag{B.34}$$

$$\widetilde{T_3}(z,\omega) = \frac{1}{2i}\,\frac{e^{m_3{}^-z}}{\tilde{A}(\omega)+\tilde{B}(\omega)}. \tag{B.35}$$

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ανδρίτσος, Ν.Β., Φύτικας Μ.Δ.: Γεωθερμία, *Εκδόσεις Τζιόλας*, Αθήνα, 2004.

Αντωνόπουλος, Β.: Υδρολογία της ακόρεστης ζώνης του εδάφους, No. IKEEBOOK-2020-532. e-book , 2020.

Γεωργόπουλος, Κ.: Μελέτη της θερμοκρασίας του εδάφους στην περιοχή των Ιωαννίνων: Χρονική μεταβλητότητα, σχέση με άλλες μετεωρολογικές παραμέτρους, συνοπτικές καταστάσεις που ευνοούν την εμφάνιση ακραίων τιμών, Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 2017.

Γκουτσίδου-Σουραμάνη Γ.: Συμβολή στη μελέτη της θερμοκρασίας μέσα στο έδαφος, Διδακτορική διατριβή, Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 1984.

Δουλγερίδου, Α. Α.: Η διαχρονική εξέλιξη της γεωθερμικής έρευνας στην Ελλάδα, The geothermal exploration activities in Greece during the past 50 years, Προ/Μεταπτυχιακές Διατριβές στη Βιβλιοθήκη Θεόφραστος του Τμήματος Γεωλογίας Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης, 2021.

Ιωαννίδης Θ.: Μελέτη της διάδοσης θερμότητας στο έδαφος, Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 2019.

Ιωάννου Ν.Γ.: Οι θερμοκρασίες αέρα και εδάφους του μετεωρολογικού σταθμού του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων, Μεταπτυχιακή διατριβή, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, 1998.

Κασσωμένος, Π.: Φυσική περιβάλλοντος, *Εκδόσεις Κλειδάριθμος*, Αθήνα, 2017.

Κουτελίδα, Α.: Ανάλυση και εκτίμηση θερμοκρασιών εδάφους, Μεταπτυχιακή διπλωματική εργασία, Πανεπιστήμιο Αθηνών, 2010.

Πνευματικός Ι.: Μελέτη της δομής και ανάπτυξης του ατμοσφαιρικού οριακού στρώματος υπεράνω του λεκανοπεδίου των Ιωαννίνων, Διδακτορική διατριβή, Τμήμα Φυσικής Πανεπιστημίου Πατρών, 1996.

Σαχσαμάνογλου, Χ.Σ., Μπλούτσος, Α.Α.: Φυσική Κλιματολογία, *Εκδόσεις Ζήτη*, Θεσσαλονίκη, 1998.

Σαχσαμάνογλου, Χ.Σ., Μακρογιάννης, Τ.Ι.: Γενική Μετεωρολογία, *Εκδόσεις Ζήτη*, Θεσσαλονίκη, 1998.

Σούλιος, Γ.Χ.: Γενική Υδρολογία, *Εκδόσεις University Studio Press*, 1986.

Τζίμας Ε.: Η χρησιμοποίηση του μετρητή υγρασίας βάθους εδάφους με νετρόνια για τη μέτρηση της υγρασίας των επιφανειακών εδαφικών στρωμάτων, Πρακτικά 2^{ου} Πανελληνίου Σεμιναρίου Υδρολογίας, Τόμος ΙΙ, 1980.

Φλόκας, Α.: Μαθήματα Μετεωρολογίας και Κλιματολογίας, *Εκδόσεις Ζήτη*, Θεσσαλονίκη, 1992.

Φλόκας, Α.: Μαθήματα Μετεωρολογίας Κλιματολογίας, *Εκδόσεις Ζήτη*, Θεσσαλονίκη, 1997.

Ahrens D., Henson R.: Meteorology today: An introduction to weather, climate and the environment, Vol 11, 2016.

Barrett, B., Petropoulos, G. P.: Satellite remote sensing of surface soil moisture. Remote sensing of energy fluxes and soil moisture content, **85**, 2013.

Blum, W. E.: Functions of soil for society and the environment. *Reviews in Environmental Science and Bio/Technology*, **4**, 75-79, 2005.

Carson, J. E.: Analysis of soil and air temperatures by Fourier techniques. *Journal of Geophysical Research*, **68(8)**, 2217-2232, 1963.

Chirkov, Y. I.: Agrometeorology, 1986.

Cuny, M., Lin, J., Siroux, M., Fond, C.: Influence of rainfall events on the energy performance of an earth-air heat exchanger embedded in a multilayered soil, *Renewable Energy*, **147**, 2664-2675, 2020.

Florides, G. A., Kalogirou, S. A.: Annual ground temperature measurements at various depths, 2005.

Gao, Z., Fan, X., Bian, L.: An analytical solution to one-dimensional thermal conduction-convection in soil. *Soil Science*, **168(2)**, 99-107, 2003.

Hillel, D.: Fundamentals of soil physics, *Academic Press*, New York, 1980.

Hillel, D.: Introduction to environmental soil physics, *Elsevier*, 2003.

Hribar, M. E., Nocedal, J.: An interior point algorithm for large scale nonlinear programming, 1997.

Hu, Q., Feng, S.: A daily soil temperature dataset and soil temperature climatology of the contiguous United States. *Journal of Applied Meteorology and Climatology*, **42(8)**, 1139-1156, 2003.

Jin, M. S., Mullens, T.: A study of the relations between soil moisture, soil temperatures and surface temperatures using ARM observations and offline CLM4 simulations. *Climate*, **2(4),** 279-295, 2014.

Nassar, I. N., Horton, R.: Simultaneous transfer of heat, water, and solute in porous media: I. Theoretical development. Soil Science Society of America Journal, **56(5)**, 1350-1356, 1992.

Nassar, I. N., Horton, R.: Water transport in unsaturated nonisothermal salty soil: II. Theoretical development. *Soil Science Society of America Journal*, **53(5)**, 1330-1337, 1989.

Onwuka, B., Mang, B.: Effects of soil temperature on some soil properties and plant growth. *Adv. Plants Agric. Res*, **8(1)**, 34-37, 2018.

Ozgener, O., Ozgener, L., Tester, J. W.: A practical approach to predict soil temperature variations for geothermal (ground) heat exchangers applications. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **62**, 473-480, 2013.

Philip, J. R.: Evaporation, and moisture and heat fields in the soil. *Journal of Atmospheric Sciences*, **14(4)**, 354-366, 1957.

Serway, R. A., Jewett, J. W.: Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, *Boston, MA: Cengage Learning*, 2015.

Shao, M., Horton, R., Jaynes, D. B.: Analytical solution for one-dimensional heat conduction-convection equation. *Soil Science Society of America Journal*, **62(1)**, 123-128, 1998.

Tong, B., Gao, Z., Horton, R., Wang, L.: Soil apparent thermal diffusivity estimated by conduction and by conduction–convection heat transfer models. *Journal of Hydrometeorology*, **18(1)**, 109-118, 2017.

Troeh, F. R., Thompson, L. M.: Soils and soil fertility, Vol. **489**, *Oxford: Blackwell*, 2005.

Wang, S., Fu, B. J., Gao, G. Y., Yao, X. L., Zhou, J.: Soil moisture and evapotranspiration of different land cover types in the Loess Plateau, China. *Hydrology and Earth System Sciences*, **16(8)**, 2883-2892, 2012.

Wang, K., Wang, P., Liu, J., Sparrow, M., Haginoya, S., Zhou, X.: Variation of surface albedo and soil thermal parameters with soil moisture content at a semi-desert site on the western Tibetan Plateau. *Boundary-Layer Meteorology*, **116**, 117-129, 2005.

Xu, Y., Gao, X., Shen, Y., Xu, C., Shi, Y., Giorgi, A.: A daily temperature dataset over China and its application in validating a RCM simulation. *Advances in Atmospheric sciences*, **26**, 763-772, 2009.

Young, H. D., Freedman, R. A., Ford, A. L.: University physics with modern physics, Vol 13, Haettu, 2012.

Zemansky, M., Dittman, R.: Heat and Thermodynamics. *McGraww-Hill Inc*, 1997.