

ΓΙΩΡΓΟΣ ΜΑΡΑΓΚΟΣ

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ, ΠΕΠΟΙΘΗΣΕΙΣ, ΑΠΟΦΑΣΕΙΣ

The logical simplicity characteristic of the relations dealt with in a science is never attained by nature alone without an admixture of fiction.

F.P. Ramsey, «Truth and Probability».

Η θεωρία των πιθανοτήτων έχει, ως γνωστόν, ταπεινή καταγωγή. Γεννήθηκε στα κυβευτήρια και στα χαρτοπαικτιά, ως μέσο για τη γνωστική και την πρακτική τιθάσευση της τύχης, της αβεβαιότητας και του κινδύνου. Σήμερα, δεν αποτελεί απλώς ουσιώδες στοιχείο της μεθόδου των εμπειρικών κλάδων, προσανατολίζοντας την έρευνα και οργανώνοντας τα ευρήματα, αλλά μετέχει στην ίδια την εννοιολογική συγκρότηση και ενυπάρχει στα γνωσιολογικά θεμέλια τους. Αν χρειαζόταν να πεισθούμε ότι η θεωρία των πιθανοτήτων συνυφαίνεται με τους «όρους δυνατότητας» της επιστήμης, θα αρκούσε να φέρουμε στο νου την κβαντική και τη στατιστική φυσική ή τη θεωρία των πολύπλοκων δυναμικών συστημάτων και διεργασιών· ή πάλι τι μέρος διαδραματίζει σε όλες τις απόπειρες συγκρότησης ανθρωπολογικών θεωριών με επιστημονική φιλοδοξία, και όχι μόνο στον αιώνα μας, αλλά ήδη από τα τέλη του 18ου αιώνα, όταν ο μαρκήσιος Condorcet οικοδομούσε τα «κοινωνικά μαθηματικά» του.

Ήταν λοιπόν φυσικό να γίνει η θεωρία των πιθανοτήτων θεμελιώδες θέμα φιλοσοφικού, επιστημολογικού και μεθοδολογικού προβληματισμού και αντιπαράθεσεων. Είναι αξιοσημείωτο ότι, ενώ έχει συγκροτηθεί σε καλά ορισμένο και γόνιμο κλάδο των μαθηματικών από το μεσοπόλεμο, χάρη στο έργο θεωρητικών όπως ο Kolmogorof, εξακολουθεί έντονη η διαμάχη σχετικά με το ακριβές εννοιολογικό περιεχόμενο και την ερμηνεία του όρου «πιθανότητα» και με τα θεμέλια της πιθανοθεωρίας. Η διαμάχη αυτή εξάλλου απηχείται στη στατιστική όπου συνυπάρχουν εναλλακτικά, εν μέρει αντίπαλα και εν μέρει συμπληρωματικά, υποδείγματα στατιστικής μεθοδολογίας, εννοούμε κυρίως τα υποδείγματα Fisher, Neyman-

Pearson και ιδίως μάλιστα σε ό,τι αφορά την εφαρμογή τους στους ανθρωπολογικούς κλάδους - ψυχολογία, κοινωνιολογία, οικονομική. Οι διαφορίες εστιάζονται κυρίως σε δύο αλληλεπικαλυπτόμενες περιοχές. Από τη μια, στο ερώτημα αν η πιθανότητα είναι «αντικειμενικό» γνώρισμα των πραγμάτων και εκφράζει κανονικότητες των φυσικών και των ανθρωπινων φαινομένων ή είναι γνώρισμα της γνώσης μας του κόσμου και εκφράζει ένα ιδεώδες εσωτερικής συνέπειας των μεθόδων διαχείρισης της αβεβαιότητας. Από την άλλη, οι διαφορίες αφορούν το πρόβλημα της ορθολογικότητας, από γνωσιολογική και από πραξιολογική σκοπιά - δηλαδή το πρόβλημα της επαγωγής, στις διάφορες εκφάνσεις του, και το πρόβλημα της λήψης αποφάσεων. Η θεωρία των πιθανοτήτων μάλιστα χρησιμοποιείται σε πολλές απόπειρες υπέρβασης της διάκρισης γνωσιολογικού / πραξιολογικού.

Στη μελέτη αυτή θα επιχειρήσουμε να παρουσιάσουμε, πολύ βραχυλογικά και χωρίς απαιτήσεις μαθηματικής αυστηρότητας, μερικά πιθανοθεωρητικά πορίσματα και θα συνοψίσουμε μερικές από τις εναλλακτικές ερμηνείες της έννοιας της πιθανότητας, έτσι ώστε να εισαγάγουμε τον προβληματισμό γύρω από την ιδέα της ορθολογικής απόφασης. Πιο συγκεκριμένα, από την τεράστια σχετική γραμματεία, επιλέξαμε να ασχοληθούμε με την πρωτοποριακή ερμηνεία κατά Ramsey, που όρισε ένα φιλοσοφικό τόπο βασικό για τις μετέπειτα αναλύσεις με την ερμηνεία κατά Carnap, που αποτελεί εξέχον δείγμα λογικο-εμπειριστικής πραγμάτευσης, και με την πραξιολογική και ελάχιστα γνωστή ερμηνεία κατά Ajdukiewicz. Βασικός στόχος μας είναι να φέρουμε στο φως φιλοσοφικές/ψυχολογικές παραδοχές των σχετικών θεωριών. Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε εφαρμογές της στατιστικής θεωρίας κατά Bayes, σε αντιπαράθεση προς τη στατιστική θεωρία κατά Neyman-Pearson, που κατέχουν κεντρική θέση στη μεθοδολογία των εμπειρικών κλάδων και στις σχετικές φιλοσοφικές συζητήσεις. Τελειώνουμε με μία τεχνικότερη έκθεση παραδείγματος από τη θεωρία λήψης αποφάσεων, για να δούμε αναλυτικά πώς και εκεί υπεισέρχονται καθοριστικά στη συγκρότηση και στην εφαρμογή του μαθηματικού εργαλείου πλήθος παραδοχές, μαθηματικού αλλά και γενικότερου χαρακτήρα.

A. Το μαθηματικό πλαίσιο

Κλασικά, η έννοια της πιθανότητας ορίζεται για ένα σύνολο από συμβάντα και στη στατιστική επέκταση της θεωρίας για ένα πληθυσμό από οντότητες. Ήδη η έννοια του συμβάντος χρειάζεται διευκρίνιση και ο ακριβής ορισμός δεν είναι αυτονόητος. Ακόμα και η διαισθητική κατανόηση

της προϋποθέτει την ιδέα ενός αποσπάσματος της πραγματικότητας, ενός συστήματος σχετικά απομονωμένου, φυσικά ή εννοιολογικά, από το περιβάλλον, έτσι ώστε να είναι δυνατό να περιγραφεί η κατάσταση και, κυρίως, η εξέλιξη του. Στην προοπτική αυτή, συμβάν είναι η όποια μεταβολή στην κατάσταση του συστήματος. Η κατάσταση ορίζεται ποιοτικά ή ποσοτικά. Για τον ποιοτικό χαρακτηρισμό χρειάζεται να έχουν εντοπιστεί ορισμένα βασικά γνωρίσματα, ό,τι περιγράφεται με έννοιες ταξινομητικές ή συγκριτικές. Αν η μερική διάταξη των γνωρισμάτων, όπως εισάγεται με τις συγκριτικές έννοιες, μπορεί να μετατραπεί, χάρη στην κατάλληλη επιλογή μονάδων και κλίμακας μέτρησης, σε πλήρη διάταξη, τότε τα «γνωρίσματα» ονομάζονται *μεγέθη* και επιδέχονται *ποσοτική πραγμάτευση*. Η κατάσταση λοιπόν ενός συστήματος ορίζεται με την πληρέστερη δυνατή περιγραφή της αλληλεξάρτησης των γνωρισμάτων και των καταστατικών μεγεθών και η εξέλιξη - η δυναμική ή ακόμη η ιστορία - του ταυτίζεται με τη χρονική μεταβολή ή μάλλον, συμμεταβολή αλληλεξαρτωμένων γνωρισμάτων και μεγεθών. Η θεμελιώδης λοιπόν έννοια του συμβάντος μπορεί να τοποθετηθεί σε διάφορα σημεία ενός εννοιολογικού φάσματος: από τον ακραίο πόλο του σχετικά ανεπεξέργαστου, διαισθητικού, σχεδόν προκατηγορικού (και άρα, *stricto sensu*, προ-εννοιολογικού) βιώματος, όπου το εκάστοτε συγκεκριμένο συμβάν ορίζεται προς ημάς, ως προς τα ενδιαφέροντα μας, έως τον πόλο της αφηρημένης περιγραφής σε ένα μαθηματικό χωροχρονικό πλαίσιο αναφοράς, απ' όπου έχει εξαλειφθεί το βιωματικό περιεχόμενο. Ανάμεσα στους ακραίους αυτούς πόλους, μπορούμε να έχουμε τις γνωστές περιγραφές συμβάντων, όπως είναι η ρίψη νομισμάτων ή κύβων, η επιλογή παιγνιοχάρτων, η κατανομή του αναστήματος σε ένα πληθυσμό, όπου απομονώνονται και μελετώνται ορισμένα διακριτικά γνωρίσματα, όχι τόσο ως προς το περιεχόμενο τους όσο ως προς τη διακριτική λειτουργία τους. Ο συγκεκριμένος χαρακτήρας των εκάστοτε γνωρισμάτων, με την αναφορά σε δεδομένα της αισθητηριακής αντίληψης, διευκολύνει ίσως την ψυχολογική κατανόηση, χωρίς να οδηγεί, πέρα από μια, συστηματική έστω, φαινομενολογική ανάλυση, στη σύλληψη «ουσιών».

Η μαθηματική περιγραφή των συμβάντων και η αναγωγή τους σε ορισμένο εννοιολογικό πλαίσιο συνυφαίνεται με την επιλογή καλά ορισμένης-συντακτικά και σημασιολογικά - θεωρητικής γλώσσας. Οι πιθανότητες έτσι δεν αποδίδονται σε εξωγλωσσικές καταστάσεις πραγμάτων αλλά σε όσες προτάσεις της εκάστοτε θεωρητικής γλώσσας αναφέρονται σε τέτοιες καταστάσεις. Η απόδοση πιθανότητας σε μια πρόταση συγκαταλέγεται στις *προτασιακές στάσεις* (*propositional attitudes*), και η πιθανότητα συσχετίζεται τότε με το βαθμό βεβαιότητας. Επ' αυτού όμως, θα

επανεέλθουμε στη συνέχεια, όταν θα εξετάσουμε τις εναλλακτικές ερμηνείες (την αμφιλεγόμενη ένταση) της έννοιας της πιθανότητας.

Από την άλλη, ο μαθηματικός λογισμός των πιθανοτήτων αποτελεί τη γενικής αποδοχής έκταση της έννοιας της πιθανότητας. Σε οποιοδήποτε εγχειρίδιο μπορούμε να βρούμε πλήρη παρουσίαση του λογισμού, γι αυτό και εδώ θα θυμήσουμε απλώς βασικές έννοιες και βασικά αξιώματα¹. Το σύνολο των δυνατών συμβάντων ορίζει το χώρο δειγματοληψίας-συμβολικά S : αντιστοιχεί σε ό,τι ονομάσαμε πρωτύτερα «απόσπασμα της πραγματικότητας». Τα στοιχεία (μέλη) του χώρου αυτού ονομάζονται *δείγματα*. Συμβάν είναι υποσύνολο του χώρου δειγματοληψίας. Αν το υποσύνολο είναι μοναδιαίο, αν δηλαδή περιέχει ένα μέλος, τότε μιλάμε για *στοιχειώδες συμβάν*. Το κενό σύνολο αντιστοιχεί στο αδύνατο συμβάν και το ίδιο το σύνολο S στο βέβαιο συμβάν. Ο συνδυασμός συμβάντων επιτυγχάνεται με απλές συνολοθεωρητικές πράξεις:

- Το συμβάν $A \vee B$ πραγματώνεται, αν πραγματώνονται το A ή το B ή και τα δύο.
- Το συμβάν $A \wedge B$ πραγματώνεται, αν πραγματώνεται το A και το B
- Το συμβάν $\bar{C}A$, το συμπλήρωμα του A ως προς το S , πραγματώνεται, αν **δεν** πραγματώνεται το A .

Δύο συμβάντα A και B είναι *αλληλοαποκλειόμενα*, αν είναι αδύνατο να πραγματωθούν ταυτόχρονα, συμβολικά $A \wedge B = \emptyset$.

Ας είναι τώρα: S ένας χώρος δειγματοληψίας· P , μία συνάρτηση με τιμές στους πραγματικούς αριθμούς. Η P ονομάζεται *συνάρτηση πιθανότητας* και η $P(A)$ ονομάζεται *πιθανότητα* αν ικανοποιούνται τα ακόλουθα αξιώματα:

P1 Για κάθε συμβάν A , $A \in S$, $0 \leq P(A) \leq 1$.

P2 $P(S) = 1$

P3 Αν A_1, A_2, \dots είναι ακολουθία από αλληλοαποκλειόμενα συμβάντα, τότε $P(A_1 \vee A_2 \vee \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$

P4 $P(A \wedge B) = P(A) P(B|A)$

Το αξίωμα **P 4**, γνωστό ως «αξίωμα του πολλαπλασιασμού», θεωρείται και ορισμός της υπό συνθήκη πιθανότητας: της πιθανότητας να πραγματωθεί το συμβάν B εφόσον έχει πραγματωθεί το συμβάν A - συμβολικά,

1. Από τις κλασικές πραγματείες, καλή επιλογή θα ήταν του Feller, W., *An Introduction to the Theory of Probability*, N.Y. (1957). Η καλλίτερη ίσως ιστορικο-φιλοσοφική επισκόπηση είναι του Ian Hacking, *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability, Induction and Statistical Inference* Λονδίνο (1975). Χρήσιμο εξακολουθεί να είναι το περιεκτικό και παιδαγωγικά προσιτό εγχειρίδιο του Henry E. Kyburg, Jr., *Probability and Inductive Logic*, Λονδίνο (1970).

$P(B|A)$. Έχοντας ορίσει την πιθανότητα υπό συνθήκη, μπορούμε να εισαγάγουμε την έννοια της στατιστικής ανεξαρτησίας:

(SI) Τα συμβάντα A και B είναι στατιστικώς ανεξάρτητα, αν και μόνο αν $P(B) = 0$ ή $P(A|B) = P(A)$ ή $P(A) = 0$ ή $P(B|A) = P(B)$

Στοιχειώδης συνέπεια του αξιώματος **P 4** και του ορισμού (SI) είναι το θεώρημα:

Αν τα συμβάντα A και B είναι στατιστικώς ανεξάρτητα,

$$P(A \wedge B) = P(A) P(B).$$

Από το αξίωμα **P4**,

$$P(A \wedge B) = P(B) P(A|B)$$

$$P(B \wedge A) = P(A) P(B|A)$$

Δεδομένου ότι $P(A \wedge B) = P(B \wedge A)$,

$$P(B) P(A|B) = P(A) P(B|A)$$

ή $P(A|B) = P(B|A) / P(B)$, εφόσον $P(B) \neq 0$

Το στοιχειώδες αυτό θεώρημα, κατ' ουσίαν αναδιατύπωση του αξιώματος **P4**, είναι το περίφημο **θεώρημα του Bayes**, και έχει καίρια σημασία τόσο στη στατιστική και στη μεθοδολογία των εμπειρικών κλάδων όσο και στη φιλοσοφική συζήτηση γύρω από την επαγωγή, τη λογική της επιβεβαίωσης, την ορθολογικότητα της επιστημονικής πρακτικής, αλλά και την ίδια τη φύση της πιθανότητας. Μια τυπολογία των θεωρητικών θέσεων γύρω από τα θεμέλια και την ουσία της πιθανότητας μπορεί να οικοδομηθεί με βάση τη σημασία και το νόημα που αποδίδεται στο θεώρημα του Bayes. Θα επανέλθουμε, αφού όμως αποτυπώσουμε αδρομερώς βασικούς χαρακτήρες από τις κυριότερες ερμηνείες της έννοιας της πιθανότητας.

B. Η έννοια της πιθανότητας: εναλλακτικές ερμηνείες

1. Κλασικές ερμηνείες. Η κλασική αντίληψη συστηματοποιούσε τις διαισθητικές ιδέες, όπως είχαν διαμορφωθεί σε σχέση με τα τυχερά παιχνίδια - η πιθανότητα p οριζόταν ως λόγος δύο αριθμών: του αριθμού n των «ευνοϊκών» εκβάσεων προς τον ολικό αριθμό των ενδεχομένων N : $p = n / N$. Η βασική παραδοχή είναι πως όλα τα ενδεχόμενα θεωρούνται, κατά την ορολογία του Laplace, «ισοπίθανα». Προς αποφυγή της κυκλικότητας που χαρακτηρίζει τον ορισμό αυτό, αντί για «ισοπίθανα» συμβάντα, οι θεωρητικοί εισήγαγαν την «αρχή της αδιαφορίας»: το σύνολο των συμβάντων αποτελεί ένα χώρο «ομογενή και ισότροπο», έτσι ώστε να μην υπάρχει λόγος προνομιακής έναντι των άλλων πραγμάτωσης οιαδήποτε στοιχείου του.

Ο κυκλικός και *ad hoc* χαρακτήρας των παραδοχών αυτών οδήγησε στην εγκατάλειψη της κλασικής αντίληψης και στη μαθηματική αποκαθάριση της πιθανότητας στη γραμμή της εμπειρικής ερμηνείας της έννοιας α-

πλώς ως σχετικής συχνότητας ενός συμβάντος σε ένα σύνολο ενδεχομένων ή μάλλον ως του ορίου όπου συγκλίνει η σχετική συχνότητα, όταν το πλήθος των ενδεχομένων τείνει στο άπειρο. Σύμφωνα με τη διατύπωση του R. von Mises¹, υπολογίζουμε την πιθανότητα μιας υποακολουθίας συμβάντων (π.χ., την εμφάνιση «άσσου») που ανήκει σε μια συλλογή (collective) ακολουθιών (εμφάνιση καθεμιάς από τις έξη πλευρές κατά τη ρίψη κύβου). Αν T είναι μια άπειρη το πλήθος συλλογή από ρίψεις κύβου και A η υποακολουθία ρίψεων όπου εμφανίζεται «1», τότε το όριο της συχνότητας των A στη συλλογή T είναι p αν και μόνο αν για κάθε, οσοδήποτε μικρό $\epsilon > 0$, είναι πάντοτε δυνατό να βρεθεί ένα N τέτοιο ώστε για κάθε $n > N$, το ποσοστό των A στα πρώτα n στοιχεία της συλλογής T θα διαφέρει από την τιμή p λιγότερο από την τιμή ϵ , συμβολικά:

$$(PF) \quad (\epsilon) (\exists N) (n)(n > N \Rightarrow |f_n(A) - p| < \epsilon,$$

όπου $f_n(A)$ η σχετική συχνότητα των A στη συλλογή T .

Η συνθήκη (PF) έχει το χαρακτήρα θεωρητικού αιτήματος, εφόσον στο σύστημα του von Mises δεν παρέχεται ανεξάρτητη απόδειξη ύπαρξης του N . Κατά πόσο αυτό πρέπει να θεωρηθεί μειονέκτημα του ορισμού της πιθανότητας ως ορίου της σχετικής συχνότητας εξαρτάται από το γενικότερο φιλοσοφικό προσανατολισμό. Για τους ακραιφνείς εμπειριστές, λόγου χάρη, θα ήταν όντως μειονέκτημα, ενώ για τους μετριοπαθείς οπαδούς του εμπειρισμού, που δεν ταυτίζουν το νόημα των εννοιών με τις συνθήκες επαλήθευσης των προτάσεων όπου εμφανίζονται οι αντίστοιχοι όροι, αυτός ο ορισμός της πιθανότητας θα ήταν θεμιτός. Κατά τον Carnap μάλιστα, η έννοια της πιθανότητας ορίζεται ως λογική ιδιότητα ορισμένων προτάσεων, ανεξάρτητα από το πώς είναι ο κόσμος και άρα χωρίς να απαιτείται σημασιολογική αναφορά σε εξωγλωσσικές καταστάσεις πραγμάτων. Θα μπορούσαμε να πούμε ότι η αντίληψη των περισσότερων μαθηματικών για την πιθανότητα, ως αφηρημένη, θεωρητική και όχι άμεσα εμπειρική έννοια, είναι πολύ κοντά στην αντίληψη του von Mises ή σε κάποια από τις ακόμα πιο εκλεπτυσμένες διατυπώσεις, όπως σ' αυτή του Reichenbach.

Στην προοπτική του μετριοπαθούς εμπειρισμού, η πιθανότητα νοείται ως οριζόμενη είτε με «μη εκπεφρασμένο ορισμό» (implicit definition), από τα αξιώματα και τα αιτήματα της οικείας θεωρίας, είτε με σύμβαση-απόρροια απόφασης, κατ' αναλογία προς ό,τι συμβαίνει και σε άλλους κλά-

1. Mises, R. von, *Probability, Statistics and Truth*, Λονδίνο (1957) - πρώτη δημοσίευση στη γερμανική γλώσσα το 1928. Μια πρόταση εκσυγχρονισμού και εμπειρικής θεμελίωσης της ερμηνείας κατά Mises, βρίσκουμε στο άρθρο του R. E. Neapolitan, «A Limiting Frequency Approach to Probability Based on the Weak Law of Large Numbers», *Philosophy of Science*, 59(1992), σσ. 389-407.

δους, με έννοιες όπως «μάζα» ή «δύναμη» στη μηχανική, «σημείο», «ευθεία» ή «επίπεδο» στη γεωμετρία. Η ιδέα του συμβατικού στοιχείου στον ορισμό των θεωρητικών εννοιών, επιστημολογικά επίκαιρη από την εποχή τουλάχιστον του Henri Poincaré, αφήνει περιθώρια στους επιστήμονες να αποφασίζουν και να επιλέγουν, ως ένα βαθμό, ελεύθερα, την έκταση και την ένταση των εννοιών. Ας δούμε από πιο κοντά μερικές στιγμές όπου υπεισέρχονται αποφάσεις στην οικοδόμηση της πιθανότητας.

2. Ερμηνευτικές συμβάσεις. Αναφέραμε τον ορισμό της πιθανότητας ως σχετικής-συχνότητας-στο-όριο. Ο μαθηματικός λογισμός της πιθανότητας προϋποθέτει ότι οι παρατηρούμενες τιμές ενός μεγέθους σε μια σειρά από όμοιες δοκιμασίες, συγκλίνουν προς ορισμένη οριακή τιμή. Ήδη η ιδέα της «ομοιότητας» εδώ ενέχει, προφανώς και κάπως τετριμμένα, στοιχεία εκτίμησης και απόφασης. Σημαντικότερο όμως είναι ότι ο περιορισμός της διασποράς των παρατηρουμένων τιμών - και η σύγκλιση στο εκάστοτε όριο, στην «προσδοκώμενη τιμή» - είναι μαθηματικά εφικτός μόνο υπό την αίρεση ότι το σύνολο των δοκιμασιών τείνει στο άπειρο. Ωστόσο, ο αριθμός των πρακτικά εφικτών δοκιμασιών μπορεί να είναι απροσδιόριστα μεγάλος, αλλά οπωσδήποτε πεπερασμένος. Κατά τη φράση του von Mises: «[μπορούμε να θεωρήσουμε ότι ο οριακή τιμή που ταυτίζεται με την πιθανότητα υπάρχει] όποτε έχουμε επαρκείς λόγους να πιστεύουμε ότι η σχετική συχνότητα του υπό μελέτη γνωρίσματος θα έτεινε προς μία σταθερή τιμή, αν οι παρατηρήσεις συνεχίζονταν επ' άπειρο» (R. von Mises, *Probability...*, σ. 15 - η έμφαση είναι δική μας). Και αυτούς τους «επαρκείς λόγους» δεν τους ορίζει απολύτως ούτε η μαθηματική θεωρία ούτε η εμπειρική κατάσταση. Μιλώντας λοιπόν αυστηρά, μόνο με απόφαση μπορούμε να θεωρήσουμε την παρατηρούμενη - εφόσον όντως παρατηρείται - σταθερότητα τιμών του εκάστοτε μεγέθους ως προσδοκώμενη τιμή και άρα ως πιθανότητα - της - σχετικής - συχνότητας - στο - όριο - άπειρου πλήθους από όμοια, αφηρημένα και βιωματικώς ουδέτερα στοιχεία του οικείου μαθηματικού συνόλου. Αυτή τη μαθηματικό - ψυχολογική απόφαση τς συνοδεύει όμως μια άλλη, μεθοδολογικού τύπου: ότι η σύγκλιση των παρατηρουμένων τιμών προς μία σταθερή τιμή καθρεφτίζει τις αλληλεξαρτήσεις όσων παραγόντων έχουν εκληφθεί ως καθοριστικοί στην εκάστοτε πειραματική κατάσταση και δεν οφείλεται στην επίδραση ανεξέλεγκτων παραγόντων. Βέβαια πλήθος από στατιστικές τεχνικές και θεωρίες, όπως η παραγοντική ανάλυση και η θεωρία σφαλμάτων, καθοδηγούν τις σχετικές αποφάσεις. Ωστόσο, και στις σχετικές αναλύσεις, που οδηγούν στον προσδιορισμό μαθηματικών μεγεθών, ανώτερης τάξης υπεισέρχονται, σε τελική ανάλυση, αποφάσεις, σχετικές, λόγου χάρη, με το επίπεδο στατιστικής

«σημασίας» ή τα «ανεκτά» όρια σφάλματος. Ως εκ τούτου, ανακύπτει και για τις ενλόγω τεχνικές και για τις αντίστοιχες θεωρίες το πρόβλημα της θεμελίωσης των πιθανολογικών επιλογών.

Κατά την κρίση μας, στη διασφάλιση του κύρους της μεθοδολογικής, όπως την ονομάσαμε, απόφασης αποσκοπεί το πρόσθετο αίτημα του von Mises να χαρακτηρίζονται τα υποσύνολα συμβάντων μέσα στις ευρύτερες συλλογές συμβάντων από *τυχειότητα*: όποιο υποσύνολο και να επιλεγεί, οι τιμές πρέπει να συγκλίνουν προς το ίδιο σταθερό «όριο». Έχουμε εδώ προφανώς μαθηματικά («υγιέστερη»), ανάμνηση της ιδέας της «ισοπιθανότητας» κατά Laplace, που προτείνεται προκειμένου να θωρακιστούν οι εμπειρικές δικιμασίες από παραμορφωτικές πολώσεις. Κάπως διαφορετικά αλλά με τον ίδιο στόχο και εξίσου *a priori*, αμιγώς θεωρητικά, αιτήματα θα βρούμε και στη θεμελίωση της πιθανότητας από τον Reichenbach.

Ας επισημάνουμε ακόμη, αν δεν είναι ήδη πρόδηλο, ότι η πιθανότητα στην κλασική εμπειριστική εκδοχή δεν ορίζεται απευθείας στο επίπεδο συνόλων *παρατηρούμενων* συμβάντων αλλά σε συνολοθεωρητικά ανώτερο επίπεδο οικογενειών συνόλων *παρατηρήσιμων* συμβάντων: όχι για πραγματωμένα - ενεργεία - δείγματα (tokens) αλλά για - δυνάμει - τύπους (types) συμβάντων. Η μαθηματικά προσδοκώμενη σταθερή - στο - όριο-σχετική-συχνότητα εμφάνισης, όπως ορίζεται για τα συμβάντα - τύπους (στο επίπεδο της μαθηματικής μεταγλώσσας), ταυτίζεται με την πιθανότητα να πραγματωθεί το υπό εξέταση συμβάν - δείγμα (στο επίπεδο της εμπειρικής γλώσσας-αντικείμενο). Αυτή την ταύτιση της συνθήκης μαθηματικής ορθότητας με τη συνθήκη εμπειρικής δυνατότητας δεν την υπαγορεύει το μαθηματικό ή το εμπειρικό πλαίσιο: είναι απόρροια απόφασης. Η απόφαση αυτή θεμελιώνει τη νοηματική σύμβαση δυνάμει της οποίας το ασαφές, ρευστό νόημα της καθημερινής προθεωρητικής ιδέας της πιθανότητας κρυσταλλώνεται, με διασκελισμό ανάμεσα στα επίπεδα συγκρότησης και με κάποια παρέκκλιση από τις επιταγές της μαθηματικής αυστηρότητας, στην πρακτικά εφαρμόσιμη έννοια της σχετικής-συχνότητας - στο - όριο. Δεν θα ήταν άραγε εύλογο να θεωρήσουμε ότι τη σχετική, αναπόφευκτα κανονιστική (normative), απόφαση την καθοδηγούν «εσωτερικά» κριτήρια μιας κατ' αρχήν ορθολογικής επιστημολογικής στρατηγικής, πριν την αποδώσουμε σε καθαρά «εξωθεωρητικά» κίνητρα; Όσο για την ιδέα του «ορθολογικού» εδώ, εννοούμε πολύ απλά το πρακτικά αποτελεσματικό - ό,τι δηλαδή όντως επιτυγχάνεται με την απόφαση και τη συνακόλουθη σύμβαση για την πιθανότητα.

Στο σημείο αυτό να παρατηρήσουμε ότι, ταυτίζοντας τη σταθερή - στο - όριο-σχετική-συχνότητα στο επίπεδο της μαθηματικής συγκρότησης με την πιθανότητα στο επίπεδο της πρακτικής, προσδιορίζουμε τη *σημασιολογική* διάσταση της νοηματικής σύμβασης. Παράλληλα προσδιορίζεται και η *πραγ-*

ματολογική, αν θεωρήσουμε ότι η μαθηματική προσδοκώμενη τιμή ταυτίζεται με την υποκειμενικά—ψυχολογικά προσδοκώμενη, στο πρακτικό επίπεδο, πιθανότητα να εμφανιστεί το εκάστοτε υπό εξέταση συμβάν—δείγμα¹. Αναδεικνύοντας τη σημασιολογική και την πραγματολογική διάσταση της νοηματικής σύμβασης στον κατασκευαστικό, όπως είδαμε, ορισμό της έννοιας της πιθανότητας μπορούμε να κατανοήσουμε καλλίτερα τους όρους της διαμάχης ανάμεσα στις «αντικειμενικές» και στις «υποκειμενικές» ερμηνείες της πιθανότητας. Και ίσως να προχωρήσουμε σε μια πιο ψύχραιμη επιστημολογική αποτίμηση των εκατέρωθεν επιχειρημάτων, δείχνοντας ακριβώς πώς συνυφαίνονται με κανονιστικά στοιχεία, αφού κάθε πλευρά τονίζει και θεωρεί ουσιώδη τη μία ή την άλλη διάσταση, οδηγημένη από διαφορετικές φιλοσοφικές επιλογές: εμμένοντας στο θεωρούμενο αντιψυχολογικό ιδεώδες, της αντικειμενικής επιστήμης ή, αντίθετα, αποδεχόμενη ως ορίζοντα της ανάλυσης μια φαινομενολογική, σε ό,τι αφορά το θεωρητικό ψυχολογικό υπόβαθρο, πραξιολογία. Στο πλαίσιο αυτό, θα έπρεπε, κατά την άποψη μας, να θεωρήσουμε λόγου χάρη, τη διαφωνία γύρω από το νόημα και τη σημασία του θεωρήματος του Bayes. Θα δούμε σαφέστερα τους όρους της διαφωνίας αυτής στη συνέχεια, όταν θα εκθέσουμε με συντομία πώς εφαρμόζεται το θεώρημα του Bayes σε δύο προβλήματα της επαγωγικής μεθοδολογίας, και συγκεκριμένα στη λεγόμενη «συναγωγή της βέλτιστης εξήγησης» (inference to the best explanation) και στην επιβεβαίωση (confirmation) υποθέσεων.

3. Γνωσιολογικές και υποκειμενικές ερμηνείες της πιθανότητας.

Στην ενότητα αυτή θα δούμε μερικά ακόμη επεισόδια της προσπάθειας για νοηματική διευκρίνιση της έννοιας της πιθανότητας ως χαρακτηριστικού πια της γνώσης και όχι κατ' ανάγκη της αντικειμενικής πραγματικότητας. Θα επιδιώξουμε πάλι να αναδείξουμε φιλοσοφικές και «τεχνικές» παραδοχές που επιτρέπουν να συνδεθεί η αφηρημένη, μαθηματική έννοια με επιστημολογικά και πραξιολογικά χρήσιμες έννοιες. Στην προοπτική αυτή, οι θεωρίες της πιθανότητας συνιστούν, αν όχι πλήρεις, οπωσδήποτε μερικές απαντήσεις στο πρόβλημα της θεμελίωσης της γνώσης. Με τον όρο «θεμελίωση της γνώσης» εννοούμε εδώ το «πώς αιτιολογείται η αποδοχή

1. Η ταύτιση μαθηματικής και ψυχολογικής προσδοκίας δεν αποτελεί σημασιολογική σύνδεση, αντίθετα απότι υποστηρίζει ο G.G. Granger, αλλά το πραγματολογικό υπόβαθρο της σημασιολογικής σύμβασης: πέρα από αυτή τη διευκρίνιση αυτή, μόνο όφελος αποκομίζει κανείς μελετώντας τις βαθειές αναλύσεις του στις πραγματείες του, *Essai pour une philosophie du style*, Παρίσι, (1968), σσ. 282-295 και *La vérification*, Παρίσι (1992), σσ. 199-208.

μιας απόφασης με ορισμένο βαθμό βεβαιότητας». Αποφάνσεις είναι περιγραφικές κρίσεις εκφραζόμενες με προτάσεις αληθείς ή ψευδείς. Η θεμελίωση μπορεί να είναι άμεση ή έμμεση. Η θεμελίωση είναι άμεση, όταν κίνητρο για την αποδοχή μιας απόφασης (μιας γλωσσικής δηλαδή οντότητας) είναι η παρουσία στη συνείδηση μη γλωσσικών παραστάσεων του κόσμου. Ή όταν στηρίζεται στην αποδοχή μιας σύμβασης που δεσμεύει τη χρήση των γλωσσικών όρων· η θεμελίωση μέσω συμβάσεων είναι άμεση, γιατί η σύμβαση στηρίζεται σε μια απόφαση, σε ένα ψυχικό ενέργημα, του οποίου το γλωσσικό αντίστοιχο είναι πρόταση κατ' αρχήν διατυπώσιμο στην προστακτική και όχι στην οριστική, στην έγκλιση δηλαδή που διατυπώνονται οι αποφάνσεις. Η θεμελίωση είναι έμμεση, όταν η αποδοχή της εκάστοτε απόφασης στηρίζεται στην (αιτιολογείται από την) αποδοχή μιας ή περισσότερων άλλων αποφάνσεων. Η συγκεκριμένη, διανοητική, ή η ιδεώδης, λογική, διεργασία όπου δεχόμαστε μια απόφαση (επόμενη, συμπέρασμα) επειδή έχουμε δεχτεί μια ή περισσότερες άλλες αποφάνσεις (ηγούμενες, προκείμενες), ονομάζεται συναγωγή (inference). Αν η συναγωγή ανήκει στο παραγωγικό (deductive) είδος, δεχόμαστε το συμπέρασμα με τον ίδιο βαθμό βεβαιότητας όπως και τις προκείμενες. Αν ανήκει στα διάφορα είδη επισφαλούς (fallible), επαγωγικής (inductive) συναγωγής, δεχόμαστε το συμπέρασμα με βαθμό βεβαιότητας μικρότερο από των προκειμένων. Από όσες ερμηνείες της πιθανότητας θα ονομάζαμε γνωσιολογικές, άλλες συνδέουν την πιθανότητα με τη σχέση ανάμεσα σε προτάσεις, με ό,τι αποκαλείται «βαθμός συνεπαγωγής» (degree-of-entailment), και άλλες με το βαθμό βεβαιότητας. Στην πρώτη περίπτωση οι θεωρίες της πιθανότητας συνιστούν απόπειρες για ρητή διατύπωση των κανόνων μιας «επισφαλούς λογικής»· στη δεύτερη, στοχεύουν στη διατύπωση κανόνων για τον «ορθολογικό» σχηματισμό πεποιθήσεων.

Το 1921, δημοσιεύεται η πραγματεία του John Maynard Keynes, *Treatise on Probability*, όπου η πιθανότητα προτείνεται ως ιδιότητα συλλογιστικών σχημάτων: ως λογική σχέση ανάμεσα στις προκείμενες και στο συμπέρασμα επιχειρημάτων. Σε ένα επιχείρημα, οι προκείμενες προβάλλονται ως λόγοι για την αποδοχή του συμπεράσματος, με κάποιο βαθμό βεβαιότητας, ανάλογα σε ποιο συλλογιστικό είδος - παραγωγικό ή μη - ανήκει το εκάστοτε επιχείρημα. Η ερμηνεία της πιθανότητας από τον Keynes είναι φιλοσοφική: στην πραγματεία του η έννοια της πιθανότητας δεν ορίζεται ρητά, αλλά μέσω αξιωμάτων. Η έννοια της πιθανότητας, κατά τον Keynes, δεν είναι υποκειμενική, αφού το αντικειμενικό κύρος των αξιωμάτων διασφαλίζεται ενορατικά. Επιπλέον, δεν ορίζεται, *stricto sensu*, κλίμακα για τη μέτρηση των πιθανοτήτων, μολονότι ο Keynes δέχεται, χωρίς να θεμελιώνει αναλυτικά, τη δυνατότητα εφαρμογής, στην

πράξη, του μαθηματικού λογισμού των πιθανοτήτων στη δική του ερμηνεία της πιθανότητας.

α. Πιθανότητα και πεποιθήσεις: ερμηνεία κατά Ramsey. Στη μελέτη «Truth and Probability» (1926)¹, ο F. P. Ramsey δίνει μία από τις πρώτες συστηματικές υποκειμενικές ερμηνείες της πιθανότητας: στην ίδια προοπτική εγγράφονται οι συμβολές του Bruno de Finetti, του Rudolf Carnap και του Leonard Savage. Με αφετηρία διεξοδική κριτική της θεωρίας του Keynes, ο Ramsey επιχειρεί να διευκρινίσει την πραγματολογική, θα λέγαμε, συνιστώσα της έννοιας της πιθανότητας, επισημαίνοντας ψυχολογικούς συντελεστές στη συγκρότηση της, και προτείνοντας ένα θεωρητικό ψυχολογικό υπόβαθρο, αναγκαίο για την πραγμάτευση των συντελεστών αυτών. Αυτή η πρωτοποριακή μελέτη του Ramsey είναι ενδιαφέρουσα για πολλούς λόγους: και ως εισφορά βεβαίως στον προβληματισμό γύρω από την πιθανότητα, αλλά και ως τεκμήριο του διανοητικού κλίματος της εποχής σε ένα κέντρο όπως το Cambridge. Βλέπουμε, λόγου χάρη, τον Ramsey, σε διάλογο με έναν Russell ή έναν Wittgenstein, να μετέχει δημιουργικά στη διαμόρφωση του λογικο-εμπειριστικού ύφους, χωρίς όμως να διακατέχεται από «συμβολομανία και πραγματοφοβία». Η φιλοσοφική εγρήγορση του τον προφύλαξε από την επαγγελματική νόσο που, κατά τη διάγνωση του Twardowski, είχε προσβάλει πολλούς από όσους υπηρετούσαν το αντιμεταφυσικό ιδεώδες ακολουθώντας κατά γράμμα την αυστηρή δίαιτα των *Principia Mathematica*.

Στο «Truth and Probability», ο Ramsey ανάγει πλήρως την ανθρώπινη δράση σε δύο αιτιατούς συντελεστές, στις πεποιθήσεις και στις επιθυμίες. Αναδεικνύει έτσι σε καίριο θέμα προβληματισμού ένα εννοιολογικό πλαίσιο που θα δεσπόσει στη συνέχεια, και έως τις μέρες μας, τόσο στις οικονομολογικές και κοινωνιολογικές θεωρίες των ορθολογικών επιλογών και αποφάσεων, όσο και στην ψυχολογία - εμπειρική ή φιλοσοφική. Στις μεταγενέστερες θεωρίες, πεποιθήσεις και επιθυμίες εμφανίζονται ως το «φυσικό» και «αυτονόητο» πλαίσιο αναλύσεων και αποφάσεων - ακόμη και αν πρόκειται, όπως στην περίπτωση του Davidson, να χρησιμοποιηθεί το πλαίσιο αυτό για να ανασκευαστούν οι επιστημονικές βλέψεις της ψυχολογίας και για να σφραγιστεί οριστικά ο φιλοσοφικοερμηνευτικός χαρακτήρας της, καθώς αυτές οι δύο ουσιώδεις συνιστώσες κρίνονται απρόσιτες, τελικά, στην επιστημονική πραγμάτευση². Από τη δική του πλευρά, ο Ram-

1. Βλ. Mellor D.H., (ed.), *Ramsey F.P.: Philosophical Papers*, Cambridge U.P. (1990), σσ. 52-94 - οι αναφορές μας είναι σε σελίδες του τόμου αυτού.

2. Απρόσιτες, με την έννοια ότι δεν είναι δυνατό να υπάρξουν ψυχοφυσικοί νόμοι: βλ., λόγου χάρη, Davidson, D., «Psychology as Philosophy», στο τ.λ. *Essays on Ac-*

sey δεν διστάζει να υιοθετήσει εργαλειοκρατική στάση, τονίζοντας ότι η παραδοχή πως η δράση καθορίζεται πλήρως από τις επιθυμίες και τις πεποιθήσεις είναι απλουστευτική, εξιδανικευτική, θεωρητική υπόθεση, και δεν εναρμονίζεται πλήρως με τα εμπειρικά δεδομένα, αλλά είναι χρήσιμη για τους σκοπούς της ανάλυσης.

Εν προκειμένω, κύριος στόχος είναι να οριοθετηθεί κατάλληλα η ιδέα της έντασης των υποκειμενικών πεποιθήσεων, ό,τι ο Ramsey ονομάζει «βαθμό πίστης» (degree of belief), ώστε να είναι εφικτός ο ορισμός κλίμακας μέτρησης και η συνακόλουθη συσχέτιση με την έννοια της πιθανότητας, κατάλληλα ορισμένης και αυτής. Για να δικαιολογήσει την επιλογή του επικαλείται, όπως και σε άλλες περιπτώσεις στο ίδιο κείμενο, το παράδειγμα της φυσικής, λέγοντας αφοριστικά πως «ό,τι επιτρέπεται στη φυσική, επιτρέπεται και στην ψυχολογία» (σ. 64). Τι επιτρέπεται στη φυσική; Η εισαγωγή πλασματικών οντοτήτων και διεργασιών και η χρήση θεωριών που απλώς προσεγγίζουν την αλήθεια, και άρα, *strieto sensu*, είναι ψευδείς, αλλά γνωστικά αποδεικνύονται εξυπηρετικές, όπως η νευτώνια μηχανική (σ.69). Ο Ramsey προλαμβάνει ενδεχόμενη ένσταση ότι δεν είναι εφικτή η μέτρηση ενός υποθετικού μεγέθους, όπως ο βαθμός πίστης ως βάση της δράσης, επισημαίνοντας ότι η μέτρηση υποθετικών μεγεθών είναι τρέχουσα πρακτική στη φυσική, επικαλούμενος το παράδειγμα μέτρησης της έντασης του «ηλεκτρικού ρεύματος» που διαρρέει κύκλωμα αγωγού-ηλεκτρολύτη, χωρίς να χρειάζεται να προσδιοριστεί επακριβώς η «πραγματική φύση» του ρεύματος.

Ο Ramsey ανασκευάζει επίσης δύο επιχειρήματα του Russell. Πρώτα πρώτα, στη θέση ότι οι πεποιθήσεις δεν οδηγούν κατ' ανάγκη σε δράση, ο Ramsey απαντά τονίζοντας ότι πρόκειται για διαθεσιακές (dispositional) καταστάσεις: πραγματώνονται μόνο υποθετικά, υπό ορισμένες συνθήκες. Αυτή η εννοιολογική άμυνα απαντάται στο λογικο - εμπειρισμό ενός Carnap, λόγου χάρη, καθώς και στον ώριμο φιλοσοφικό συμπεριφορισμό. Στο επιχειρήμα του Russell ότι, αν δύο πεποιθήσεις ταυτίζονται, τότε θα ταυτίζονται και τα αιτιακά αποτελέσματά τους - επιχείρημα στηριγμένο στο λεγόμενο «νόμο του Leibniz» για την «ταυτότητα των μη διακρίσιμων» (*identitas indiscernibilium*) - ο Ramsey αντιπαραθέτει μια γνωσιολογική «ανάγνωση» του νόμου, επισημαίνοντας ότι τα αποτελέσματα μπορεί κάλλιστα να διαφέρουν και η διαφορά των πεποιθήσεων να είναι απλώς άγνωστη ή ασαφής. Και στο θεωρητικό πλαίσιο που οικοδομεί είναι

tions and Events, Cambridge U.P. (1984), σσ. 229-244· πρέπει να παραδεχτούμε ότι αυτή η συμπυκνωμένη κρίση μας, χωρίς περαιτέρω επιχειρηματολογία, αδικεί ίσως τη σκέψη του Davidson - ωστόσο δεν παραποιεί την ουσία της.

εύλογο να εστιάζει κανείς το ενδιαφέρον στις διαφορές των παρατηρήσιμων αποτελεσμάτων (σ. 66) - και, θα προσθέταμε εμείς, κατά μείζονα λόγο αν οι διαφορές είναι, με κατάλληλες προϋποθέσεις, μετρήσιμες.

Πώς μπορεί λοιπόν να μετρηθεί η ένταση, ο βαθμός, της υποκειμενικής πίστης κάποιου σε μια πρόταση; Κατά τον Ramsey, η από μακρού παγιωμένη μέθοδος συνίσταται στο να προσφέρεται στο εκάστοτε άτομο ένα στοίχημα και να παρατηρείται πιο είναι το ελάχιστο ποσό αγαθού, όχι κατ' ανάγκη χρημάτων, που θα διακινδύνευε. Η κατάσταση του στοιχήματος υποτίθεται ότι, αν δεν συντρέχουν ανασταλτικοί παράγοντες, οδηγεί στην εκδήλωση των προτιμήσεων του υποκειμένου. Το στοίχημα διατυπώνεται έτσι ώστε η έκφραση των προτιμήσεων να συνοφαινείται με την αποτίμηση της πραγματικής κατάστασης που αντιστοιχεί στις προτεινόμενες εναλλακτικές επιλογές. Η συνήθης μορφή είναι: «Τι προτιμάς, την κατάσταση a , αν πραγματωθεί το συμβάν e ή την κατάσταση b , αν το e δεν πραγματοποιηθεί;» Οι καταστάσεις a και b , αντιστοιχούν στο εκάστοτε διακυβευόμενο ποσό αγαθού. Αφήνοντας, για μια στιγμή, το κείμενο του Ramsey, θα προτείναμε τους ακόλουθους, ισοδύναμους, ερμηνευτικούς ορισμούς (όπου γίνεται λόγος για «συμβάν e » εννοείται η ατομική πρόταση που το περιγράφει):

(Σ1) Η πρόταση «ο X έχει βαθμό πίστης m στο συμβάν e » σημαίνει «για οιαδήποτε ποσότητα αγαθού S (θετική, αρνητική ή ίση με το μηδέν), ο X προτιμά να αλλάξει η περιουσία του κατά $(1-m)S$, αν το συμβάν e πραγματοποιηθεί και κατά $-mS$, αν το συμβάν e δεν πραγματοποιηθεί».

(Σ2) Η πρόταση «ο X έχει βαθμό πίστης m στο συμβάν e » σημαίνει «για οιαδήποτε μη αρνητική ποσότητα αγαθού S , (α) ο X προτιμά ζημία mS , αν το συμβάν e δεν πραγματοποιηθεί, προκειμένου να εξασφαλίσει κέρδος $(1-m)S$, αν το συμβάν e πραγματοποιηθεί (ο X στοιχηματίζει υπέρ της πρόβλεψης ότι ο e θα πραγματοποιηθεί) και (β) ο X προτιμά ζημία $(1-m)S$, αν το e πραγματοποιηθεί, προκειμένου να εξασφαλίσει κέρδος mS , αν το e δεν πραγματοποιηθεί (ο X στοιχηματίζει κατά της πρόβλεψης ότι το e θα πραγματοποιηθεί).

Πρώτα πρώτα, να παρατηρήσουμε ότι η έννοια «αγαθό» εδώ νοείται ρητά ως «ηθικά ουδέτερη»: αγαθό είναι απλώς ό,τι κινεί σε δράση. Η αντίληψη του Ramsey δεν είναι στενά ωφελμιστική αλλά ευρύτερα «συνεπειοκρατική» (consequentialist): δρούμε έτσι ώστε να είναι βέλτιστο ό,τι πιστεύουμε ως ολικό άθροισμα των συνεπειών της εκάστοτε πράξης μας (σ.72). Επίσης, ο Ramsey δέχεται τη θεωρία των προτάσεων κατά Witt-

genstein, δηλαδή μια λογικο-ατομιστική αντίληψη, όπου η αληθοτιμή (ή και άλλες ιδιότητες, ακόμη και εξω-λογικές, όπως οι αξιολογικές - για παράδειγμα, ότι θα μπορούσαμε να ομαδύσουμε «ηθικό φορτίο») των σύνθετων προτάσεων εξαρτάται από την αληθοτιμή (το «ηθικό φορτίο», αντίστοιχα) των απλών-ατομικών συνθετικών τους, προσθέτοντας ότι οιαδήποτε άλλη θεωρία θα κατέληγε σε ισοδύναμο ορισμό (σ. 73). Μια πρόταση p είναι «ηθικά ουδέτερη», αν δύο δυνατοί κόσμοι είναι ίσης αξίας, όταν διαφέρουν μόνο ως προς την αληθοτιμή της p . Η επιλογή της λογικο-ατομιστικής προοπτικής, μαζί με την υπόθεση ότι υπάρχουν «ηθικά ουδέτερες» προτάσεις, απλουστεύει τη λογική οργάνωση της θεωρίας, καθώς επιτρέπει να εφαρμοστεί η εκτασιακή λογική στη συναγωγή συμπερασμάτων - δηλαδή, στη μετάβαση από την αποδοχή μιας πρότασης στην αποδοχή μιας άλλης, με ορισμένο βαθμό πίστης.

Είναι επίσης ενδιαφέρον ότι ο Ramsey, ενώ προσανατολίζει την έρευνα στο παρατηρήσιμο μέρος της δράσης, έχει επίγνωση ότι και τα θεωρούμενα εμπειρικά δεδομένα είναι έμφορτα απλουστευτικών παραδοχών. Στην περίπτωση της ανθρώπινης δράσης σημαντικές είναι, φυσικά, οι παραδοχές ψυχολογικού τύπου. Στην προοπτική ενός φυσιοκρατικού μονισμού, οι παραδοχές αυτές στοχεύουν να περιορίσουν, εννοιολογικά και / ή μεθοδολογικά, την ασάφεια των όρων της «καθημερινής» ψυχολογίας, και, κυρίως, τη φαινομενικά απεριόριστη ποικιλία της συμπεριφοράς, ποικιλία που σχετίζεται με τη λεπτή υφή των διανοητικών συντελεστών και με τον πολύ ευαίσθητο συντονισμό τους προς τα μικροαιτιακά χαρακτηριστικά του περιβάλλοντος. Για παράδειγμα, αν δεχτούμε ότι σε ένα πείραμα με στοιχημα το διακυβευόμενο είναι χρήμα, οι μηχανισμοί επιλογής δεν είναι γραμμικοί, αφού η οριακή χρησιμότητα του χρήματος ελαττώνεται. Επιπλέον, ανάλογα την οικονομική κατάσταση κάθε δρώντος υποκειμένου, το εκάστοτε διακυβευόμενο ποσό έχει διαφορετική «αξία», είναι περισσότερο ή λιγότερο ελκυστικό, έτσι ώστε να οδηγεί σε περισσότερο ή λιγότερο ριψοκίνδυνη στάση και συμπεριφορά. Αλλά και ανεξάρτητα από το είδος και την ποσότητα του διακυβευομένου αγαθού, μπορεί να ποικίλει γενικότερα η στάση απέναντι στην ψυχική «αναστάτωση» (excitement, κατά το λόγο του Ramsey) που δημιουργεί αυτή καθαυτή η κατάσταση του στοιχήματος. Η στάση απέναντι στον κίνδυνο, ως κείριος συντελεστής στη διεργασία διαβούλευσης και επιλογής έχει μελετηθεί ιδιαίτερα στο πλαίσιο της θεωρίας παιγνίων και της ψυχολογίας της οικονομικής συμπεριφοράς. Διεξοδική επισκόπηση του σχετικού προβληματισμού βρίσκουμε στη μελέτη του Paul Weirich, «Expected Utility and Risk», *British Journal for the Philosophy of Science*, 37 (1986), 419-442. Η αναγνώριση του γεγονότος ότι η δυναμική των διανοητικών καταστάσεων, διαθέσεων, στάσεων δεν

υπακούει σε γραμμικούς νόμους, οδηγεί όσους μελετούν τους μηχανισμούς λήψης αποφάσεων μέσα στην προοπτική που εξετάζουμε εδώ, στην τεχνικού χαρακτήρα παραδοχή ότι το διακυβευόμενο σε ένα στοιχείο ποσό πρέπει να είναι «μικρό», έτσι ώστε να εξασφαλίζεται η δυνατότητα συσχέτισης των μηχανισμών αυτών με συναρτήσεις που έχουν «καλή μαθηματική συμφορά»: λόγου χάρη, συνέχεια, γραμμικότητα και ομαλή σύγκλιση.

Η επισήμανση ότι το πειραματικό πλαίσιο επηρεάζει αποφασιστικά την απόκριση του εκάστοτε υποκειμένου, και άρα χρειάζεται μεγάλη προσοχή στη γενίκευση από τα πειραματικά ευρήματα σε «νόμους»-έστω και και στατιστικούς- της συμπεριφοράς έχει προβληθεί από πολλούς στοχαστές αντιφυσικοκρατικού, ή στενότερα αντιθετικιστικού, προσανατολισμού ως στοιχείο που διαφορίζει τους ανθρωπολογικούς κλάδους από τις φυσικές επιστήμες. Ωστόσο, ο Ramsey τονίζει ότι ανάλογο πρόβλημα προκύπτει και στη φυσική: δεν μπορούμε πάντοτε να μετρήσουμε την ένταση ηλεκτρικού πεδίου εισάγοντας ένα φορτίο στο χώρο περί την αρχική κατανομή φορτίου και μετρώντας τη δύναμη πάνω στο νέο φορτίο, γιατί η παρουσία του νέου φορτίου αλλοιώνει την προς μέτρηση αρχική κατανομή (σ. 68). Από αυτή την παρατήρηση αλλά και από όσες άλλες ανάλογες μνημονεύσαμε πρωτύτερα, μπορούμε να πούμε ότι ανάμεσα στις φιλοσοφικές προϋποθέσεις της θεωρίας του Ramsey συγκαταλέγεται και η «Αρχή Ενότητας της Επιστήμης», που συναντάμε και στο λογικό εμπειρισμό, με τη διαφορά ότι στην περίπτωση του Ramsey δεν πρόκειται για αρχή που οδηγεί σε, φυσικοκρατικού τύπου (physicalist), οντολογική ή εννοιολογική έστω, αναγωγή των ανθρωπολογικών κλάδων στη φυσική, αλλά για μεθοδολογική αρχή ικανή να κατευθύνει γενικά την οικοδόμηση θεωριών με επιστημονικές βλέψεις. Πέρα από τη μετριοπαθή εργαλειοκρατική στάση και τη μεθοδολογική «Αρχή Ενότητας της Επιστήμης», εντονότερα λογικο-εμπειριστικός είναι ο στόχος για σταδιακή νοηματική διευκρίνιση της έννοιας «βαθμός πίστης», έτσι ώστε να είναι εφικτή η συσχέτιση, αν όχι η ταύτιση της, με την παρατηρήσιμη και μετρήσιμη απόκριση σε προφερόμενα στοιχήματα, και η συνακόλουθη σύνδεση με τη μαθηματική έννοια της πιθανότητας. Η προσέγγιση αυτή θυμίζει σαφώς τη λογικο-εμπειριστική επαληθευσιοκρατική (verificationist) αντίληψη για το νόημα των προτάσεων και μάλιστα στη στενότερη τελεσιοκρατική (operationalist) εκδοχή, όπου το νόημα των επιστημονικών αποφάνσεων το ορίζουν οι μέθοδοι μέτρησης όσων μεγεθών μνημονεύονται στις αποφάνσεις. Η αντίληψη αυτή για το νόημα εναρμονίζεται με το γενικότερο χαρακτήρα της ψυχολογικής θεωρίας του Ramsey, που είναι πρώιμη έκφραση του λειτουργισμού (functionalism) στη φιλοσοφία της διάνοιας. Όπως και ο μεταγενέστερος λειτουργισμός, ενός Putnam, λόγου χάρη, η θεωρία του Ram-

sey ενσωματώνει στοιχεία από τον ψυχολογικό λογικο-εμπειρισμό, μ'άλλα λόγια, από το συμπεριφορισμό, υπερβαίνοντας όμως την ίδια στιγμή το στενό πλαίσιο του, αφού δέχεται ως αιτιακούς συντελεστές της συμπεριφοράς, όχι μόνο εξωτερικά ερεθίσματα, αλλά και «εσωτερικές» λειτουργικές, παραστατικές (representational) και κινητήριες (motivational), διανοητικές καταστάσεις, εν προκειμένω, πεποιθήσεις και επιθυμίες¹.

Όλες αυτές οι φιλοσοφικές, εννοιολογικές και μεθοδολογικές, αλλά και οι τεχνικότερου, σημασιολογικού, χαρακτήρα παραδοχές - και ενδεχομένως και άλλες που θα έφερνε στο φως προσεκτικότερη μελέτη του «Truth and Probability» - επιτρέπουν στον Ramsey να ορίσει το «βαθμό πίστης», ως βάση της δράσης: έστω ότι ο βαθμός πίστης του X στην πρόταση p είναι m/n : ο X επιλέγει την πράξη A, που θα επέλεγε αν την επαναλάμβανε n φορές, και στις m το πλήθος φορές η p ήταν αληθής και στις υπόλοιπες (n-m) ψευδής. Μέσω του ορισμού αυτού ο Ramsey συνδέει το «βαθμό πίστης» με τη μαθηματική προσδοκία και με την πιθανότητα-ως-σχετική-συχνότητα (σημασιολογική σύνδεση), αφού ορίσει κατάλληλα την κλίμακα μέτρησης, μια συνάρτηση δηλαδή με τιμές πραγματικούς αριθμούς στο διάστημα [0, 1] (σσ. 74-5). Η τιμή 1 αντιστοιχεί σε πλήρη βεβαιότητα, η τιμή 0 σε πλήρη βεβαιότητα για την άρνηση της p, η τιμή 1/2 στην αδιαφορία ανάμεσα στην p και στην άρνηση της.

Εισάγοντας ως πρόσθετη υπόθεση τον ψυχολογικό νόμο ότι η συμπεριφορά διέπεται από τη μαθηματική προσδοκία, ο Ramsey θέτει την πραγματολογική σύνδεση μαθηματικής προσδοκίας και ψυχολογικής προσδοκίας ως στάσης απέναντι στους όρους στοιχήματος (σ. 70). Στη μεταγενέστερη θεωρία λήψης αποφάσεων αυτή η πραγματολογική σύνδεση λογίζεται προϋπόθεση για τον ορισμό της έννοιας της ορθολογικότητας. Ο Ramsey δεν δέχεται ίσως ότι υπάρχει ένα καθολικό πρότυπο ορθολογικότητας, ωστόσο θεωρεί τη συσχέτιση των πεποιθήσεων με τη μαθηματική έννοια της πιθανότητας όρο δυνατότητας για ό,τι ονομάζει «συνέπεια» (consistency) των πεποιθήσεων. Την ιδέα της «συνέπειας» εδώ θα έπρεπε να την εννοήσουμε με δύο σημασίες: αφενός, ως μερική λογική συνέπεια - μη

1. Δεν είναι εδώ θέση για εκτενέστερη συζήτηση του λειτουργισμού στη φιλοσοφία της διάνοιας - από την πλουσιότερη σχετική βιβλιογραφία ας αναφέρουμε την κλασική διατύπωση από τον Hilary Putnam, «The nature of mental states» (1967), στο Putnam, H., *Mind, Language and Reality*, τ. 2, Cambridge U.P. (1975), σσ. 429-441 και τον αντίλογο του Ned Block, «Troubles with Functionalism» (1978), στο Block, N. (ed.), *Readings in the Philosophy of Psychology*, τ. 1, Harvard U.P. (1980), σσ. 268-305· ολόκληρο εξάλλου το τρίτο μέρος αυτού του χρησιμώτατου ανθολογίου είναι αφιερωμένο στη συζήτηση του λειτουργισμού και περιέχει μερικές από τις πιο ενδιαφέρουσες συμβολές.

αντιφατικότητα των πεποιθήσεων - όπως και όσο την εξασφαλίζει ο λογισμός των πιθανοτήτων· αφετέρου, ως πρακτική συνέπεια, μ'άλλα λόγια, ως συμφωνία πεποιθήσεων και επιθυμιών - οι πεποιθήσεις είναι τέτοιες ώστε να εξυπηρετούνται με τρόπο βέλτιστο οι επιθυμίες. Όταν οι ψυχολογικές προσδοκίες ταυτίζονται με τη μαθηματική προσδοκία, όπως ορίζεται στο λογισμό των πιθανοτήτων, οι επιλογές δεν επηρεάζονται από την εκάστοτε συγκεκριμένη μορφή του στοιχείου, αφού η μαθηματική προσδοκία μιας πρότασης είναι η ίδια σε «κάθε δυνατό κόσμο». Όταν λοιπόν το στοιχείο αφορά μια πρόταση p , το ανώτατο ποσό που διακινδυνεύουμε είναι πάντα το ίδιο και τόσο όσο υπολογίζεται πιθανοθεωρητικά· αποφεύγουμε έτσι τον κίνδυνο να παρασυρθούμε από μια έντεχνη παρουσίαση των εναλλακτικών επιλογών και να δεχτούμε στοιχείο όπου θα χάναμε οπωσδήποτε (σσ. 78-9). Βέβαια υπάρχει και μαθηματικός συλλογισμός επί του προκειμένου, αλλά δεν θα υπεισέλθουμε εδώ σε περισσότερες λεπτομέρειες.

Η αρχή της συνέπειας καθοδηγεί επίσης και την υπό συνθήκη αποδοχή μιας πρότασης με ορισμένο βαθμό πίστης. Ο «βαθμός πίστης στην πρόταση p , δεδομένης της q », κατά τον Ramsey, δεν σημαίνει το βαθμό πίστης στην υποθετική πρόταση «Αν q , τότε p » ή στην πρόταση «η q συνεπάγεται την p », αλλά το βαθμό πίστης στην p που θα είχε - ή θα έπρεπε να έχει - όποιος γνώριζε την q . Με άλλα λόγια, η υπό συνθήκη αποδοχή της p με ορισμένο βαθμό πίστης, δεδομένης της q , για να χαρακτηρίζεται από συνέπεια, πρέπει να αντιστοιχεί στην προθυμία για ανάληψη στοιχείου όπου το μέγιστο διακυβεύόμενο ποσό επί της p εξαρτάται από το κατά πόσο η q αληθεύει. Σύμφωνα με τον ορισμό αυτό, η σύνδεση ανάμεσα στην p και στην q (στη γενική περίπτωση, ανάμεσα σε μια πρόβλεψη και στο σώμα των ήδη αποδεκτών γνώσεων) είναι πιο «χαλαρή» απότι δέχονται όσοι συνδέουν την πιθανότητα με τη λογική συνεπαγωγή - είτε με την υλική συνεπαγωγή (material implication) είτε με αυστηρότερες μορφές συναγωγής (entailment), όπως ο Keynes, ο Carnap ή ο Hintikka¹. Μολονότι το ζήτημα αξίζει πολύ βαθύτερη διερεύνηση, θα κρίναμε, σε πρώτη προσέγγιση, εύλογη τη φιλελεύθερη άποψη του Ramsey, αφού η σχέση λογικής συναγωγής της p από την q , είναι ορθή αν και μόνο αν η p δεν μπορεί να είναι ψευδής, όταν η q είναι αληθής. Αυτός ο περιορισμός στις αληθοσυνθήκες, ισχύει σε κάθε δυνατό κόσμο, ανεξάρτητα από την εκάστοτε γνωστική κατάσταση του υποκειμένου, και άρα είναι δεσμευτικότερος απότι θα χρειαζόταν η επισφαλής, πιθανολογική αποδοχή μιας πρότασης με βάση την αποδοχή μιας άλλης.

1. Πρβλ. Hintikka, J., «Distributed Normal Forms in First-Order Logic», στο Crossley και Dummett (eds.), *Formal Systems and Recursive Functions*, Άμστερνταμ (1965), σσ. 47-90.

Η «συνέπεια», όπως και η «ορθολογικότητα», είναι βεβαίως κανονιστικό ιδεώδες και όχι περιγραφική αρχή. Οι πιθανοθεωρητικές αρχές, οι προτεινόμενες από τον Ramsey, και από άλλους θεωρητικούς, όπως θα δούμε στη συνέχεια, αποσκοπούν να δώσουν απάντηση, όχι στο ερώτημα *quid facti?* αλλά στο ερώτημα *quid juris?* - πώς πρέπει να ρυθμίζει κανείς τις διανοητικές και τις πρακτικές δραστηριότητες του, ώστε να επιτυγχάνει κατά τρόπο βέλτιστο τους στόχους του. Οι πραγματικοί διανοητικοί μηχανισμοί σχηματισμού πεποιθήσεων, συναγωγής συμπερασμάτων, εκτίμησης τεκμηρίων συχνά οδηγούν σε διάσταση της υποκειμενικής και της μαθηματικής προσδοκίας¹. Αναφέραμε και πρωτύτερα, ότι η θεωρία του Ramsey λογίζεται συνήθως μια από τις πρώτες συστηματικές διατυπώσεις της «υποκειμενικής» ερμηνείας της πιθανότητας. Θα ήταν ίσως δοκιμότερο να κρατήσουμε το κατηγορήμα «υποκειμενική» για τις εκτιμήσεις της πιθανότητας στην καθημερινή ζωή, με όλο το φορτίο γνωστικής ατέλειας και ψυχολογικών στρεβλώσεων, όπως αποκαλύπτεται και στις σχετικές εμπειρικές έρευνες. Αν θέλαμε οπωσδήποτε να εντάξουμε την αντίληψη του Ramsey σε γενικότερο θεωρητικό πλαίσιο, θα ήταν ίσως προσφορότερο να τη χαρακτηρήσουμε απόπειρα δομολογικής αναγωγής της δράσης, ως βιωματικού δεδομένου, στο αφηρημένο πλέγμα ενός μαθηματικού λογισμού, απόπειρα δηλαδή για την επιστημονική σύλληψη μιας περιοχής του ανθρωπίνου φαινομένου. Μπορούμε ίσως έτσι να κατανοήσουμε ευκολότερα γιατί ο Leonard Savage, στη δική του θεωρία, εν πολλοίς μετεξέλιξη εκείνης του Ramsey, δεν χρησιμοποιεί τον όρο «υποκειμενική» αλλά «προσωπική» (personal) πιθανότητα (L. Savage, *The Foundations of Statistics*, N Y. (1972)/(1954¹), σ. 3, 27, 30, 56-59).

β. Περί στοιχήματος: ολίγα ιστορικο-φιλοσοφικά. Το στοιχείο, μέσο προσομείωσης και πρόκλησης της τύχης στην καθημερινή ζωή, δεν έγινε ο στοχαστικός τόπος όπου συναρθρώνονται γνώση και πράξη για πρώτη φορά χάρη στον Ramsey - έχει ιστορικά κατοχυρωμένους τίτλους «φιλοσοφικής ευγενείας». Ας θυμηθούμε το υπαρκτικό «στοίχημα του Pascal»: με κάπως τολμηρή αφαίρεση από το σωτηριολογικό περιεχόμενο του δεν θα μπορούσαμε άραγε να το θεωρήσουμε πρώιμη διατύπωση της παιγνιοθεωρητικής στρατηγικής *minimax*, του κανόνα δηλαδή που προκρίνει ως ορθολογική όποια δράση αποσκοπεί στην ελαχιστοποίηση της μέγιστης ζημίας;

8. Διεξοδικότατη έκθεση των πειραματικών ευρημάτων σχετικά με τους μηχανισμούς αυτούς βρίσκουμε στο κλασικό ανθολόγιο των Kahneman D., Slovic, P., Tversky, A. (eds.), *Judgement under uncertainty: Heuristics and Biases*, Cambridge U.

Εδώ, για να είμαστε πιο κοντά στη θεματολογία μας, θα θέλαμε να ελκίσουμε την προσοχή σε ένα αιφνιδιαστικά νεωτερικό χωρίο από την *Κριτική του Καθαρού Λόγου* του Kant· θα επιχειρήσουμε να το αποδώσουμε στη γλώσσα μας, χωρίς άλλο σχόλιο πέραν της παραπομπής σε όσα λέγονται κατωτέρω για τον απαγωγικό συλλογισμό εν γένει και για την εφαρμογή του στην ιατρική διάγνωση. Κατά την κρίση μας πάντως, ολόκληρο, το τρίτο μέρος, το σχετικό με τη γνώμη, τη γνώση και την πίστη, από το δεύτερο κεφάλαιο της Υπερβατικής Μεθοδολογίας, θα είχε θέση σε μια γενεαλογία του πραγματισμού. Ο Kant διακρίνει τρεις βαθμούς σε ο,τι «δεχόμαστε ως αληθές» («das Fürwahrhalten») με άλλα λόγια, στο υποκειμενικό κύρος των κρίσεων: *Γνώμη* (Meinen), *Πίστη* (Glauben) και *Γνώση* (Wissen). Η γνώμη είναι κρίση συνειδητά ανεπαρκής, υποκειμενικά και αντικειμενικά. Η πίστη είναι υποκειμενικά επαρκής, αναγνωρίζεται όμως αντικειμενικά ανεπαρκής. Η γνώση είναι υποκειμενικά και αντικειμενικά επαρκής. Ονομάζει την υποκειμενική επάρκεια *πεποίθηση* (για μένα)· την αντικειμενική επάρκεια την ονομάζει *βεβαιότητα* (για όλους) (*KRV*, εκδ. Πρωσικής Ακαδημίας (1911), τ. 3, σ. 532-3). Παρατηρεί ότι μόνο από πρακτική σκοπιά μια θεωρητικά ανεπαρκής κρίση μπορεί να ονομαστεί *πίστη* (σ. 533). Και συνεχίζει:

Όταν τεθεί ένας σκοπός, οι όροι για την επίτευξη του είναι υποθετικά αναγκαίοι. Η αναγκαιότητα αυτή είναι υποκειμενικά, αν και μόνο συγκριτικά, επαρκής, εφόσον δεν γνωρίζω άλλους όρους για την επίτευξη του σκοπού. Είναι όμως απολύτως, και για καθένα, επαρκής όταν είμαι βέβαιος ότι κανείς δεν μπορεί να γνωρίζει άλλους όρους για την επίτευξη του τεθέντος σκοπού. Στην πρώτη περίπτωση, η υπόθεση μου και η παραδοχή ότι ορισμένοι όροι αληθεύουν είναι απλώς συμπτωματική· στη δεύτερη όμως, πρόκειται για αναγκαία πίστη. Ο γιατρός, όταν ένας ασθενής κινδυνεύει, πρέπει κάτι να κάνει, αγνοεί όμως τη φύση της νόσου. Παρατηρεί τα συμπτώματα και κρίνει, εφόσον δεν γνωρίζει τίποτα καλλίτερο, ότι πρόκειται για φυματίωση. Η πίστη του αυτή, και κατά τη δική του κρίση, είναι

P. (1982)· βλ. Levi, I., «Illusions about Uncertainty», *Br. J. Phil. Sc.*, 36(1985), 331-40, για λεπτή, αν όχι πλήρως πειστική, αποτίμηση της όλης προσέγγισης, στηριγμένη στις γνωστές ενστάσεις του Levi κατά του θεωρήματος του Bayes· βλ. Shaun Hargreaves Hear κ.ά., *The Theory of Choice: A Critical Guide*, Blackwell (1992). Εδώ αξίζει να αναφέρουμε και μία από τις πρώτες εμπειρικές διερευνήσεις των μηχανισμών λήψης αποφάσεων: Davidson, D., Suppes, Segel, S., *Decision Making: An Experimental Approach*, (1957)· ο Davidson δηλώνει ότι οι σχετικές έρευνες τον έπεισαν ότι είναι αδύνατη η διατύπωση ψυχο-φυσικών νόμων για τους μηχανισμούς λήψης αποφάσεων και αυτό ήταν καθοριστικό για το γενικότερο προσανατολισμό του στη φιλοσοφία της διάνοιας, βλ. και σημείωση 5.

απλώς συμπτωματική - ένας άλλος ίσως θα έκανε καλλίτερη διάγνωση. Μια τέτοιου είδους, όντως συμπτωματική, πίστη, που αποτελεί όμως τη βάση για τη χρήση ορισμένων μέσων στην πράξη, την ονομάζω *πραγματιστική πίστη*.

Η συνήθης λυδία λίθος όπου δοκιμάζεται αν κάποιος εκφράζει απλώς υποκειμενική πίστη, ή τουλάχιστον υποκειμενική πεποίθηση, δηλαδή στέρεη πίστη, είναι το *στοίχημα*. Συχνά κάποιος διατυπώνει τις θέσεις του με τόσο βέβαιη και ακλόνητη ισχυρογνωμοσύνη, ώστε φαίνεται να μην έχει καμιά ανησυχία μήπως σφάλει. Ένα στοίχημα τον αφηνιδιάζει. Καμιά φορά φαίνεται ίσως η πίστη του τόσο, ώστε να την αποτιμά ένα δουκάτο, όχι όμως και δέκα. Δέχεται πράγματι να διακινδυνεύσει στο στοίχημα ένα δουκάτο, όταν όμως πρόκειται για δέκα, θα αντιληφθεί αμέσως κάτι που δεν είχε παρατηρήσει προωύτερα, ότι δηλαδή ενδέχεται να πλανάται. Αν περάσει από το νου μας η σκέψη ότι στο στοίχημα διακινδυνεύεται η ευτυχία ολόκληρης της ζωής μας, τότε η θριαμβεύουσα κρίση μας εξανεμίζεται, μας καταλαμβάνει δέος και για πρώτη φορά ανακαλύπτουμε ότι η πίστη μας δεν είναι τόσο ισχυρή. Επομένως, η πραγματιστική πίστη έχει μόνο ένα βαθμό, μεγάλο ή μικρό, ανάλογα με το εκάστοτε διακινδυνεύσιμο συμφέρον.

Όταν τώρα δεν μπορούμε να δράσουμε σε σχέση με ένα αντικείμενο, και άρα ο,τι δεχόμαστε ως αληθές είναι απλώς θεωρητικό, μπορούμε και τότε, σε πολλές περιπτώσεις, να συλλάβουμε με το νου δράση, για την οποία υποθέτουμε ότι θα είχαμε επαρκές έρεισμα, αν υπήρχε μέσο να κρίνουμε τη ζήτημα με βεβαιότητα. Βρίσκουμε λοιπόν στις καθαρώς θεωρητικές κρίσεις ένα *ανάλογο των πρακτικών*, όπου σε ό,τι δεχόμαστε ως αληθές μπορεί κάλλιστα να δοθεί το όνομα *πίστη*, και το οποίο μπορούμε να ονομάσουμε *δογματική πίστη*. Αν υπήρχε οιαδήποτε δυνατότητα εμπειρικής διαπίστωσης, θα στοιχημάτιζα όλα τα υπάρχοντα μου ότι ένας τουλάχιστον από τους ορατούς πλανήτες κατοικείται. Λέγω λοιπόν ότι δεν έχω απλώς γνώμη, αλλά ισχυρή πίστη (για την ορθότητα της οποίας θα διακινδυνεύα όλα τα αγαθά της ζωής) ότι άλλοι κόσμοι κατοικούνται (σσ. 534-5).

Ας επιστημόνουμε ότι ο Kant μνημονεύει το στοίχημα, με ανάλογους όρους και σε ανάλογα συμφραζόμενα, και στη *Λογική*, τ. 9, έκδ. της Πρωσικής Ακαδημίας, Βερολίνο (1923), σ. 73.

Κλείνουμε αυτή την ιστορική παρένθεση, θυμίζοντας ότι και ο Peirce καταφεύγει στην ιδέα του στοιχήματος, στην προσπάθεια να διευκρινίσει, στην προοπτική του πραγματισμού, τη φύση των βεβαιωτικών κρίσεων (assertions) (C.S. Peirce, *Collected Papers*, τ. 5: *Pragmatism and Pragmaticism*, Harvard (1965), § 31). Στοίχημα και βεβαιωτική κρίση παραπέμπουν σε ένα είδος λογισμού του κινδύνου. Όποιος στοιχηματίζει ή εκφέρει βεβαιωτική κρίση, αναλαμβάνει την ευθύνη των λεγομένων

του και αναδέχεται ενδεχόμενες αρνητικές συνέπειες, αν η αντίστοιχη πρόταση αποδειχτεί ψευδής. Τα επικοινωνιακά όμως συμφραζόμενα του στοιχήματος επιτρέπουν τη διάκριση ανάμεσα σε δύο είδη βεβαιωτικής κρίσης: όταν κάποιος λέει «στοιχηματίζω ότι...», εκφράζει προσωπική γνώμη, χωρίς να περιμένει ότι οι άλλοι τη συμμερίζονται· όταν λέει «στοιχηματίζεις ότι ...;», προσπαθεί να πείσει το συνομιλητή του.

γ. Η πιθανότητα οινεί λογική έννοια: ερμηνεία κατά R. Carnap.

Ακολουθώντας τον Ramsey, ο Rudolf Carnap θεωρεί ενδεδειγμένο πλαίσιο για την εξήγηση της πιθανότητας τη θεωρία της ορθολογικής λήψης αποφάσεων. Στο μνημειώδες *Logical Foundations of Probability* (Σικάγο (1950)), διακρίνει λογική ή επαγωγική «πιθανότητα₁» και στατιστική «πιθανότητα₂», την οικεία δηλαδή στους μαθηματικούς σχετική-συχνότητα-στο-όριο. Στον πρώτο, και μόνο δημοσιευμένο, τόμο του έργου, ο Carnap διευκρινίζει το νόημα της έννοιας «πιθανότητα₁», το υπόβαθρο, κατ' αυτόν, της επαγωγικής λογικής. Στυλοβάτης του σχετικού μαθηματικού λογισμού είναι, σε γενικές γραμμές, το θεώρημα του Bayes - θα το εξετάσουμε ειδικότερα, ανεξάρτητα από τη θεωρία του Carnap, στην ενότητα 4. Εδώ, μας ασχολεί ο ορισμός των εννοιών· θα αναφερθούμε στο R. Carnap, «Replies and Expositions», § 25: «My Basic Conceptions of Probability and Induction», στο Schilpp, P.A., (ed.), *The Philosophy of Rudolf Carnap*, La Salle, III. (1963), σσ. 966-73, όπου ο φιλόσοφος συνοψίζει τις ιδέες του, όπως εξελίχτηκαν μέσα σε μια δεκαετία έρευνας και διαλόγου.

Τελικός στόχος των αναλύσεων του Carnap είναι να ορίσει την έννοια της ορθολογικής πεποίθησης ως σύστοιχο της συνάρτησης λογικής πιθανότητας P . Ο ορισμός χωρεί σε δύο στάδια, με τη ρητή εισαγωγή αποσαφηνιστικών νοηματικών συμβάσεων και παραδοχών ικανών να εξασφαλίσουν την ομαλή μαθηματική συμπεριφορά των οριζομένων μεγεθών. Στο πρώτο, ορίζεται η συνάρτηση πίστης (credence function), Cr , μέτρο της υποκειμενικής / ψυχολογικής / προσωπικής πιθανότητας· στο δεύτερο, η συνάρτηση αξιοπιστίας (credibility function), $Cred$. Έστω e η ολική παρατηρησιακή γνώση του X , στο χρόνο T . Σε πρώτη προσέγγιση, το νόημα της φράσης «η λογική πιθανότητα της υπόθεσης h , ως προς το τεκμήριο e », συμβολικά $P(h, e)$, κρυσταλλώνεται εναλλακτικά στα εξής συμφραζόμενα (ακολουθούμε τη συμβολισμό του Carnap, ωστόσο η «μετάφραση» στο συμβολισμό των υπό συνθήκη πιθανοτήτων, και του θεωρήματος Bayes, είναι ευχερής):

- (1α) $P(h, e)$ είναι ο βαθμός που το τεκμήριο e επιβεβαιώνει (στηρίζει εδραιώνει, κλπ.) την h .

- (1β) $P(h, e)$ είναι ο βαθμός πίστης που ορθολογικά δικαιούται να έχει ο X στην h , βάσει του e .
- (1γ) $P(h, e)$ είναι για τον X θεμιτός λόγος στοιχήματος επί της h .
- (1δ) Έστω ότι γίνεται στον X η ακόλουθη προσφορά: αν πραγματωθεί το συμβάν h , ο X θα αποκομίσει όφελος B . αν το h δεν πραγματωθεί, ο X δεν θα λάβει τίποτε. $P(h, e)$ είναι ο συντελεστής με τον οποίο πρέπει να πολλαπλασιαστεί η χρησιμότητα του B για τον X , προκειμένου να υπολογιστεί η ορθολογική υποκειμενική για τον X αξία της προσφοράς. Αν ο X κληθεί να επιλέξει ανάμεσα σε πολλές εναλλακτικές προσφορές αυτού του είδους, τότε, για να είναι ορθολογικός, πρέπει να επιλέξει όποια προσφορά έχει τη μέγιστη υποκειμενική αξία (σ. 967).

Στην ακολουθία των (1α) - (1δ) είναι ευδιάκριτη η βαθμιαία μετάβαση από μια αντικειμενικής χροιάς ερμηνεία προς μια υποκειμενικότερη -πραξιολογική έννοια. Το υποκειμενικό όμως στοιχείο εν προκειμένω δεν είναι ακατέργαστο χαοτικό μάγμα αλλά εμφανίζει κανονικότητες και επιδέχεται ρύθμιση. Θα μπορούσαμε να κάνουμε λόγο για «εξαντικειμενισμό» βίωμα, με καιρία συνιστώσα τις εξορθολογισμένες πεποιθήσεις. Όπως θα δούμε, ο εξαντικειμενισμός δεν είναι πλήρης, έχει όμως ενδιαφέρον να παρακολουθήσουμε εκ του σύνεγγυς πώς τον επιχειρεί ο Carnap, με σταδιακές προσεγγίσεις.

Με κατάλληλους όρους, θα μπορούσε να θεωρηθεί ότι οι προτιμήσεις του X , και άρα η υποκειμενική αξία που αποδίδει στα εναλλακτικά ενδεχόμενα, εξωτερικεύονται με τις εκάστοτε επιλογές του. Τις διαβαθμίσεις της υποκειμενικής αξιολόγησης συλλαμβάνει η συνάρτηση χρησιμότητας, που μετέχει στον ορισμό της λογικής πιθανότητας.

Το πρώτο βήμα λοιπόν στην απόπειρα του Carnap για εξαντικειμενισμό του βιώματος, στο συγκεκριμένο πλαίσιο, στηρίζεται στην επαγωγική γενίκευση από την παρατηρήσιμη συμπεριφορά, σε μη παρατηρήσιμες διαθέσεις-αιτίες-της-συμπεριφοράς:

- (Α) όταν έχει τη δυνατότητα να επιλέξει από ένα σύνολο πράξεων A , ο X επιτελεί όποια πράξη a ($a \in A$) είναι τέτοια ώστε να μεγιστοποιείται η υποκειμενική, κατ' αυτόν, αξία (συνάρτηση χρησιμότητας) των συνεπειών της (σ. 969).

Πρέπει να επισημάνουμε ότι το σύστημα των προτιμήσεων μπορεί να συσχετιστεί με μια μαθηματική συνάρτηση, μόνο αν γίνει δεκτό ότι οι προτιμήσεις «συμπεριφέρονται ομαλά». Αυτό μεταφράζεται στην παραδοχή της *συνέπειας των προτιμήσεων*: το σύνολο των προτιμήσεων είναι, όχι απλώς σταθερό, όπως τονίζει ο Carnap (σ. 968), αλλά, θα προσθέταμε εμείς, και μερικώς, τουλάχιστον, διατεταγμένο: όποιος, λόγου χάρη, προτιμά το

α έναντι του b και το b έναντι του c, προτιμά το a έναντι του c (μεταβατικότητα της σχέσης προτίμησης). Είναι αυτονόητο ότι, στην πραγματικότητα, οι παραδοχές αυτές ισχύουν μόνο σε πολύ στενά πλαίσια δράσης: προϋποθέτουν, για παράδειγμα, σχετική θωράκιση του συστήματος των προτιμήσεων και των μηχανισμών επιλογής από μικροαιτιακές επιδράσεις του περιβάλλοντος και της διανοητικής κατάστασης, τουλάχιστον κατά το «κρίσιμο» χρονικό διάστημα όπου λαμβάνονται οι αποφάσεις. Κατά πόσο ο Carnap, διερευνώντας τους όρους εξαντικειμενισμού του βιώματος, κινείται στα πλαίσια του λογικού συμπεριφορισμού ή άλλης ανάλογης θεωρίας είναι, κατά την κρίση μας, ανοιχτό. Είναι αλήθεια πως σε άλλες θέσεις, ο Carnap δέχεται ότι οι προτάσεις της ψυχολογικής γλώσσας είναι λογικά ισοδύναμες με προτάσεις αναφερόμενες στην παρατηρήσιμη συμπεριφορά: αλλού πάλι δέχεται εφικτή, κατ' αρχήν, τη νευροφυσιολογική εξήγηση της συμπεριφοράς και των διανοητικών λειτουργιών. Στα συμφραζόμενα όμως διευκρίνισης της πιθανότητας, αντί για την αμφίδρομη σχέση της λογικής ισοδυναμίας ψυχολογικών-συμπεριφορικών προτάσεων, ο Carnap θέτει, όπως είδαμε, τη μονόδρομη σχέση υποθετικής συναγωγής ψυχικών, καταστάσεων από την παρατηρήσιμη συμπεριφορά, τονίζοντας ότι τέτοιου είδους συναγωγές είναι επισφαλείς και αβέβαιες (σ. 969). Συστηματική πραγμάτευση του διαθεσιακού (dispositional) χαρακτήρα πολλών επιστημονικών εννοιών, συμπεριλαμβανομένων και των ψυχολογικών, βρίσκουμε στο γνωστό άρθρο του Carnap, «Testability and Meaning», *Philosophy of Science*, 3(1936), σσ. 419-471 και 4(1937), σσ. 1-40. Κατά τον Carnap, ο διαθεσιακός ακριβώς χαρακτήρας των ψυχολογικών εννοιών θα επέτρεπε, υπό όρους, να διατυπωθούν ψυχολογικοί νόμοι - αν όχι καθολικοί, οπωσδήποτε στατιστικοί που, όπως η (A), συλλαμβάνουν κανονικότητες των ψυχοδιανοητικών φαινομένων, σε ορισμένες τουλάχιστον περιοχές του βιώματος (πρβλ. το διαθεσιακό χαρακτήρα των πεποιθήσεων κατά Ramsey).

Για να επιλέξει κανείς σύμφωνα με το σχήμα (A), αξιολογώντας τις συνέπειες των πράξεων και προκρίνοντας όποια πράξη έχει το σύνολο συνεπειών με τη μέγιστη χρησιμότητα, πρέπει, προφανώς, να γνωρίζει με κάποια πληρότητα και βεβαιότητα, τις συνέπειες αυτές - κατά το στίχο του Οβιδίου, «ignoti nulla cupido». Η έννοια της πιθανότητας συνυφάνεται ακριβώς με τις περιπτώσεις όπου η βεβαιότητα δεν είναι πλήρης. Πιο συγκεκριμένα, στις περιπτώσεις αυτές, το αποτέλεσμα της πράξης δεν εξαρτάται μόνο από την πράξη αλλά και από ένα, τουλάχιστον, εξωτερικό συμβάν που ανήκει σε ένα σύνολο εναλλακτικών ενδεχομένων H (σ. 969). Ο X δεν γνωρίζει ποιο από τα συμβάντα H θα πραγματωθεί, αλλά γνωρίζει

ότι, αν επιτελέσει την πράξη a_i και πραγματωθεί το συμβάν h_k , θα προκύψει το αποτέλεσμα r_{ik} .

Η συνάρτηση υποκειμενικής πιθανότητας, η συνάρτηση δηλαδή πίστης του X στην πρόταση h_k , το χρόνο t , συμβολικά $Cr_x(h_k, t)$, η υποκειμενική αξία της πράξης a_i για τον X , το χρόνο t , συμβολικά $V_x(a_i, t)$, και η συνάρτηση χρησιμότητας του αποτελέσματος r_{ik} , συμβολικά $U(r_{ik})$, συνδέονται μέσω της σχέσης ορισμού (σ. 970):

$$(1) \quad V_x(a_i, t) = \sum_k [U(r_{ik}) Cr_x(h_k, t)].$$

Με κατάλληλες πάλι εμπειρικές αλλά και θεωρητικές προϋποθέσεις, όπως ορίζονται, λόγου χάρη, στη θεωρία λήψης αποφάσεων γενικά ή στη θεωρία παιγνίων ειδικότερα, από τη γενίκευση (A) και την (1), είναι εφικτός ο υπολογισμός των U και Cr . η αριθμητική μάλιστα τιμή της Cr μπορεί να εξισωθεί με το μέγιστο λόγο στοιχήματος που ο X δέχεται επί της h_k , το χρόνο t . Αν ο «θόρυβος» που εισάγουν παράγοντες, όπως, λόγου χάρη, οι ευσεβείς πόθοι ή η άκρατη απαισιοδοξία, μπορεί να θεωρηθεί αμελητέος, και αν η Cr εξαρτάται αποκλειστικά από τη γνώση του X , το χρόνο t , συμβολικά $K_x(t)$ - όρος που απλουστεύει τη μαθηματική πραγμάτευση-, η πίστη του X στην h_k , θα μπορούσε να χαρακτηριστεί «ορθολογική». Επιπλέον, αν κατά το χρονικό διάστημα t , η μορφή εξάρτησης της Cr από το σώμα γνώσεων $K(t)$ παραμένει σταθερή, μπορεί να οριστεί η συνάρτηση αξιοπιστίας, $Cred$ (απλουστεύοντας, παραλείπουμε τους δείκτες):

$$(2) \quad Cr(h, t) = Cred(h, K(t)).$$

Η συνάρτηση $Cred(h, K(t))$ εκφράζει το μέγιστο λόγο στοιχήματος που θα δεχόταν κανείς επί της h .

Το βήμα (2) είναι σημαντικό, γιατί συνδέει τις ρευστές, *hic et nunc*, πεποιθήσεις με τις μονιμότερες - νομολογικά πραγματεύσιμες - διαθέσεις- (dispositions) για σχηματισμό πεποιθήσεων. Η (2) εκφράζει την ισότητα των αριθμητικών τιμών, εφόσον βεβαίως υπολογίζονται: Cr και $Cred$ είναι, κατά την παλαιά ορολογία, ταυτοπλατείς, ενώ διαφέρουν ως προς το εννοιολογικό βάθος τους. Από την (1) και (2) συνάγεται (σ. 970):

$$(3) \quad V(a_i, t) = \sum_k [U(r_{ik}) Cred(h_k, K(t))],$$

που συνδέει τη συνάρτηση υποκειμενικής αξίας, τη συνάρτηση χρησιμότητας και τη συνάρτηση αξιοπιστίας. Με τις προϋποθέσεις αυτές, ο Carnap καταλήγει στην ερμηνευτική πρόταση (σ. 971):

$$(4) \quad \text{Η συνάρτηση λογικής πιθανότητας } P \text{ είναι μια ορθολογική συνάρτηση αξιοπιστίας.}$$

Δεδομένου ότι οι συναρτήσεις V και U δεν ορίζονται μονοσήμαντα, αλλά εξαρτώνται, όπως προαναφέραμε, από το εκάστοτε επιλεγόμενο θεωρητικό και εμπειρικό πλαίσιο, υπάρχουν περισσότερες της μιας ορθολογικές συναρτήσεις αξιοπιστίας. Το ότι η συνάρτηση αξιοπιστίας δεν ορίζεται μονοσήμαντα, θα σήμαινε ότι η έννοια της ορθολογικότητας δεν ορίζεται απολύτως, τουλάχιστον στη θεωρητική προοπτική του Carnap. Βρίσκουμε δηλαδή και εδώ να απηχείται σε πολλά επίπεδα το leitmotiv της θεωρητικής απροσδιοριστίας. Γι αυτόν ακριβώς το λόγο είπαμε πρωτίτερα ότι ο εξαντικειμενισμός του βιώματος, όπως τον επιχειρεί ο Carnap, δεν είναι πλήρης¹.

Χρειάζεται άραγε να επιμείνουμε περισσότερο, τονίζοντας πόσες εξιδανικευτικές παραδοχές απαιτούνται για να διατυπωθεί η (4); Το ζήτημα είναι ποιές από τις εξιδανικευτικές παραδοχές θεμιτά απλουστεύουν την πραγματική κατάσταση, και ποιες τη στρεβλώνουν, παραγνωρίζοντας ουσιασθή γνωρίσματα. Αυτό όμως είναι γενικότερο πρόβλημα της, προσφιλούς στους λογικο-εμπειριστές, και στον Carnap ιδιαιτέρως, ορθολογικής ανασυγκρότησης (rational reconstruction) - το επισημαίνουμε, δεν θα το λύσουμε βεβαίως εδώ.

δ. Ορθολογική συναγωγή συμπερασμάτων: ερμηνεία κατά K. Ajdukiewicz. Στο άρθρο «Το πρόβλημα της ορθολογικότητας των επισφαλών μεθόδων συναγωγής συμπερασμάτων» [πρώτη δημοσίευση στην πολωνική γλώσσα στο *Studia Filozoficzne* 4, (1958) σσ. 14-29· υπάρχει μετάφραση στη γαλλική, «La notion de rationalité des méthodes d'inférence faillibles», *Logique et Analyse*, 5 (1959), σσ. 3-18 και στην αγγλική, «The Problem of Rationality of non-deductive types of inference», στο Giedymin, J. (ed.), *Kazimierz Ajdukiewicz: The Scientific World-Perspective and Other Essays. 1931-1963*, D. Reidel Publ. co (1978), σσ. 239-253, όπου και οι αναφορές μας], ο Ajdukiewicz, δεν ασχολείται με τον ορισμό της πιθανότητας, αλλά επιχειρεί να ενσωματώσει τη μαθηματική έννοια της πιθανότητας-σχετικής-συχνότητας-στο-

1. Στο νου έρχεται η μελαγχολική διαπίστωση του Leonard Savage: «*Logic, to which the theory of personal probability can be closely paralleled is similarly incomplete. Thus if my beliefs are inconsistent with each other, logic insists that I amend them, without telling me how to do so. This is not a derogatory criticism of logic but simply a part of the truism that logic alone is not a complete guide to life. Since the theory of personal probability is more complete than logic in some respects, it may be somewhat disappointing to find that it represents no improvement in the particular direction...*», Savage, L., *The Foundations of Statistics*, N.Y. (1972), σ. 59.

όριο σε ένα πραξιολογικό πλαίσιο και να υπαγάγει προβλήματα πρακτικά, όπως η λήψη αποφάσεων, και γνωσιολογικά, όπως αυτό της επαγωγής, υπό το κοινό κάλυμμα της ορθολογικότητας.

Ο Ajdukiewicz επισημαίνει αφενός ότι η ρητή ή σιωπηρή θέση των μαθηματικών πως είναι ορθολογικό να πιστεύουμε όσες προτάσεις έχουν μεγάλο βαθμό πιθανότητας δεν θεμελιώνεται μέσα στη μαθηματική πιθανοθεωρία, και αφετέρου ότι οι συνδυασμένες αναλύσεις πιθανότητας και επαγωγής, όπως του Carnap, καταλήγουν σε θεωρίες συναγωγής συμπερασμάτων από προκειμένες, όπου ο βαθμός βεβαιότητας των συμπερασμάτων σχετίζεται, με κατάλληλα επιλεγμένους όρους, με τις αντίστοιχες πιθανότητες· στις θεωρίες αυτές δίνεται συχνά το όνομα «λογική της επαγωγής», «λογική της επιβεβαίωσης» ή κάτι παρόμοιο, κατ' αναλογία προς τη θεωρία της λογικής συνέπειας (logical consequence), τη θεωρία δηλαδή του παραγωγικού συλλογισμού. Κατά τον Ajdukiewicz, ο παραλληλισμός δεν είναι απολύτως θεμιτός, ούτε η ονομασία δόκιμη, αν δεν γεφυρωθεί το χάσμα ανάμεσα σε όσες προτάσεις της μεταγλώσσας αποδίδουν ορισμένο βαθμό πιθανότητας / επιβεβαίωσης σε υποθέσεις βάσει τεκμηριών, και στην ορθολογικότητα των επαγωγικών κανόνων, δυνάμει των οποίων, στο επίπεδο της γλώσσας-αντικείμενο, η αποδοχή των τεκμηριών επιτρέπει/εγγυάται την αποδοχή των υποθέσεων με κάποιο ορισμένο βεβαιότητας (σ. 251). Πράγματι, όπως είδαμε στην προηγούμενη ενότητα, ο βαθμός ορθολογικής βεβαιότητας, αξιοπιστίας κατά την ορολογία του Carnap, παραμένει θεωρητικά απροσδιόριστος.

Ο Ajdukiewicz χαλκεύει τον ελλείποντα κρίκο ανάμεσα στην πιθανότητα και στην ορθολογική βεβαιότητα με τα εργαλεία μιας «ψυχο-οικονομικής» πραξιολογίας. Έστω ότι η γνωστική βάση για την ανάληψη μιας δραστηριότητας είναι η υπόθεση h · αν τα πράγματα είναι όπως αναφέρονται στην h , αν δηλαδή η h είναι αληθής, η δραστηριότητα a θα αποφέρει όφελος b , ενώ αν η h είναι ψευδής, η ζημία θα είναι c . Ο λόγος $r = c/b$ αντιπροσωπεύει τον κίνδυνο (risk) το σχετιζόμενο με τη δραστηριότητα a . Όσο μεγαλύτερος ο κίνδυνος, τόσο μεγαλύτερη πρέπει να είναι η πεποίθηση ότι η εκάστοτε h αληθεύει προκειμένου να αναληφθεί η δραστηριότητα. Στην ακραία περίπτωση, λόγου χάρη, όπου το όφελος είναι μηδενικό, $b=0$, και η ζημία $c \neq 0$, ο κίνδυνος είναι άπειρος, και η ανάληψη της δραστηριότητας απαιτεί «άπειρη» πεποίθηση. Μπορούμε λοιπόν να συσχετίσουμε τον κίνδυνο με το βαθμό βεβαιότητας που χαρακτηρίζει την αποδοχή όσων προτάσεων αποτελούν τη γνωστική βάση των πρακτικών δραστηριοτήτων. Για να μην εμφανίζονται μαθηματικές ανωμαλίες, όπως το να απειρίζεται ο κίνδυνος, αντί για το λόγο c/b , μπορεί να επιλεγεί ο ευθέως ανάλογος του $c/(c+b)$, ως μέτρο της βεβαιότητας, $P(h)$, με την οποία

γίνεται δεκτή η υπόθεση h : $P(h) = c/c + b$, υπό την αίρεση ότι η στάση απέναντι στον κίνδυνο είναι «κανονική». Μπορεί ναδειχτεί ότι, με κατάλληλες συνθήκες όσον αφορά τις οριακές τιμές των c και b , ο βαθμός βεβαιότητας $c/c + b$ μεταβάλλεται στο διάστημα $[0, 1]$, όπως και η πιθανότητα, και μάλιστα με την ίδια μετρική.

Στη συνέχεια, ο Ajdukiewicz ορίζει το «βαθμό ασφαλείας» των μεθόδων / κανόνων συναγωγής συμπερασμάτων: έστω το επισφαλές συναγωγικό σχήμα, « $P(x) \sim \sim C(x)$ », όπου « $\sim \sim$ » συμβολίζει την επισφαλή συναγωγή. Βαθμός ασφαλείας, DI , ορίζεται ο λόγος του αριθμού των μεταβλητών που ικανοποιούν (καθιστούν αληθείς) προκείμενες και συμπέρασμα, $N_x [P(x)]$, προς τον αριθμό των μεταβλητών που ικανοποιούν τις προκείμενες, $N_x [P(x)]$:

$$(1) \quad DI = N_x [P(x) C(x)] / N_x [P(x)].$$

Ο βαθμός ασφαλείας μιας συναγωγής υπολογίζεται βάσει της (1), μόνο αν το πεδίο τιμών των εκάστοτε μεταβλητών είναι πεπερασμένο· στη γενική περίπτωση, όταν ο N_x τείνει στο άπειρο, πρέπει να ληφθούν τα όρια αριθμητή και παρονομαστή, εφόσον υπολογίζονται. Έτσι η έννοια του βαθμού ασφαλείας μπορεί να θεωρηθεί ταυτοπλατής με τη μαθηματική έννοια της πιθανότητας-ως-σχετικής-συχνότητας-στο-όριο (σ. 244).

Ο Ajdukiewicz ορίζει ακολούθως την ορθολογική επισφαλή μέθοδο συναγωγής, διευκρινίζοντας ότι η έννοια της ορθολογικότητας δεν είναι απόλυτη, αλλά πάντοτε σχετική προς τον εκάστοτε στόχο της δράσης, και ότι οι στόχοι μόνο υποθετικά μπορούν να θεωρηθούν γνωστοί, αφού όποιος δρα ενδέχεται να μην έχει πάντοτε σαφή επίγνωση των στόχων και όσοι μελετούν τη δράση κάποιου ενδέχεται να μη γνωρίζουν τους πραγματικούς στόχους του. Μέθοδος / κανόνας συναγωγής είναι μια κλάση συναγωγών ορισμένης μορφής με ορισμένο βαθμό βεβαιότητας / ασφαλείας. Ο Ajdukiewicz προτείνει να ονομάζεται ορθολογική, από πρακτική σκοπιά (σε σχέση δηλαδή με ορισμένο στόχο), όποια μέθοδος συναγωγής είναι τέτοια ώστε ο βαθμός βεβαιότητας των συμπερασμάτων να μην υπερβαίνει το βαθμό ασφαλείας (σ. 247). Ας δούμε πώς καταλήγει σ' αυτή την ικανή (και όχι αναγκαία) συνθήκη. Έστω ότι ο βαθμός ασφαλείας μιας συναγωγής $DI = k/l$, αυτό σημαίνει ότι το συμπέρασμα θα είναι k φορές αληθές και $(l-k)$ φορές ψευδές. Έστω επίσης ότι ο βαθμός βεβαιότητας των συμπερασμάτων, όπως ορίστηκε πρωτύτερα, δεν υπερβαίνει το λόγο $c/c + b$. Με τις παραδοχές αυτές, και συμβολίζοντας το ολικό όφελος $[B]$ και την ολική ζημία $[C]$,

$$[B] \geq k b \text{ και } [C] \leq (l-k) c.$$

Το ισοζύγιο ολικού οφέλους / ολικής ζημίας είναι η διαφορά $[B] - [C] = k b - (1-k) c$. Εδώ μπορεί να γίνει η διαισθητικά εύλογη ψυχολογική παραδοχή ότι το ισοζύγιο αυτό πρέπει να είναι θετικό, $[B] - [C] \geq 0$: όποιος αναλαμβάνει μια δραστηριότητα δεν θα ήθελε η ολική ζημία να υπερβαίνει το ολικό όφελος. Αναλυτικότερα,

$$k b - (1-k) c \geq 0,$$

άρα

$$k b \geq (1-k) c,$$

ή

$$(R) \quad k/l \geq c/c + b.$$

Η ανισότητα (R) σημαίνει ακριβώς ότι ο βαθμός βεβαιότητας του συμπεράσματος δεν πρέπει να υπερβαίνει το βαθμό ασφάλειας της συναγωγής. Η ανισότητα δηλαδή αυτή είναι η ζητούμενη ικανή συνθήκη προκειμένου η μέθοδος συναγωγής να αξίζει τον τίτλο της ορθολογικής.

Αυτή, πολύ αδρομερώς, είναι η ερμηνευτική πρόταση του Ajdukiewicz. Εκτός από την αρετή να υποβάλει ένα κριτήριο ορθολογικότητας πιο καθορισμένο απότι άλλες ερμηνείες, έχει και άλλα πλεονεκτήματα, όπως το ότι επιτρέπει να συνδεθεί αναλυτικά η μαθηματική πιθανοθεωρία με τις μεθόδους επισφαλούς, επαγωγικής, συναγωγής, και το ότι αποσυνδέει την ορθολογικότητα μιας συναγωγής από τη συχνότητα με την οποία επαληθεύεται το συμπέρασμα της: μια συναγωγή θα ήταν ορθολογική ακόμα και αν το συμπέρασμα επαληθεύεται λίγες φορές, αρκεί να ικανοποιείται η (R). Ωστόσο, και εδώ οι παραδοχές είναι πολλές και σημαντικές. Εκτός από όσες έχουν ήδη επισημανθεί, προϋποτίθεται ότι η εκάστοτε πράξη είναι ο μοναδικός ουσιώδης συντελεστής για την παραγωγή του επιδιωκόμενου αποτελέσματος, και ότι όποιος δρα έχει αξιόπιστη γνώση του πραγματικού πλαισίου και πλήρη γνώση των συνεπειών, ώστε ο υπολογισμός του οφέλους και της ζημίας και του σχετικού ισοζυγίου να είναι αξιόπιστος. Επιπλέον, νευραλγική θέση στην κατασκευή της (R) κατέχει η παραδοχή ότι όποιος δρα επιθυμεί η ζημία από την εκάστοτε δραστηριότητα να μην υπερβαίνει το όφελος. Η παραδοχή είναι ίσως, το είπαμε, διαισθητικά εύλογη, ωστόσο δεν θεμελιώνεται μέσα στην ερμηνεία. Η θεωρητική απροσδιοριστία παραμένει, απλώς μετατίθεται.

4. Εφαρμογές του θεωρήματος του Bayes: Συναγωγή της βέλτιστης εξήγησης και επιβεβαίωση υποθέσεων. Σύμφωνα με το νομολογικό παραγωγικό υπόδειγμα εξήγησης, ένα συμβάν e εξηγείται, αν μπορεί να συναχθεί ως παραγωγική λογική συνέπεια από τις εξηγητικές προκειμένες. Αν θεωρήσουμε τις εξηγητικές προκειμένες λογικό άθροισμα του

σώματος γνώσεων K και της ειδικής εξηγητικής υπόθεσης h , $K\Delta h$, τότε η πιθανότητα του e ως προς το $K\Delta h$, είναι

$$(C) \quad P(e | K\Delta h) = 1,$$

αφού το e είναι παραγωγική συνέπεια του $K\Delta h$, και από τον ορισμό της παραγωγικής συνέπειας είναι βέβαιο ότι η πρόταση e αληθεύει, όταν αληθεύει και η $K\Delta h$.

Στην καθημερινή αλλά και στην επιστημονική πρακτική, πολύ συχνά εξηγούμε ένα συμβάν, ένα φαινόμενο, ακολουθώντας το αντίστροφο συλλογιστικό σχήμα, γνωστό ως «αναγωγικό» (reductive) ή «απαγωγικό» (abductive). Με αφετηρία το συμβάν e και βάσει των γνώσεων K , συνάγουμε ως συμπέρασμα την εξηγητική πρόταση h . Όταν, λόγου χάρη, «ανοίγουμε» το διακόπτη και ο λαμπτήρας δεν «ανάβει», συνήθως συμπεραίνουμε ότι «ο λαμπτήρας έχει καεί». Το συμπέρασμα προφανώς δεν είναι λογική συνέπεια της προκειμένης «ο λαμπτήρας δεν ανάβει», αφού ο λαμπτήρας μπορεί να μην ανάβει, γιατί έχει βλάβη ο διακόπτης ή γιατί έχει μεσολαβήσει διακοπή του κυκλώματος σε άλλο σημείο, ίσως στην ασφάλεια. Η «φορά» της λογικής συνεπαγωγής είναι ακριβώς η αντίστροφη: η προκειμένη «ο λαμπτήρας δεν ανάβει» είναι λογική συνέπεια του συμπεράσματος «ο λαμπτήρας έχει καεί» και της πρότασης «Αν ο λαμπτήρας έχει καεί, τότε δεν ανάβει». Γι αυτή τη λογική συνεπαγωγή, ισχύει η ανωτέρω συνθήκη (C). Τις περισσότερες φορές, η υποθετική πρόταση παραλείπεται, και αποτελεί μέρος της γνώσης του υποκειμένου, οπότε η λογική συνεπαγωγή είναι ενθυμηματική. Ανάλογη είναι η συλλογιστική ανάλυση της ιατρικής διάγνωσης. Ο γιατρός-ακόμα και ο καντιανός, όπως είδαμε - παρατηρεί σημεία και συμπτώματα και συμπεραίνει το νόσημα: ο ασθενής εμφανίζει καταρροή, άλγος στις αρθρώσεις, πυρετό, άρα έχει προσβληθεί από κυνάγχη (φυσικά, το παράδειγμα είναι σχηματικό, δεν θα διακινδυνεύαμε ποτέ αντιποίηση της ιατρικής ιδιότητας). Το ίδιο συλλογιστικό σχήμα υποτείνει τη συναγωγή από τον αστρονόμο Leverrier της υπόθεσης ότι υπάρχει και άλλος πλανήτης μετά τον πλανήτη Ουρανός, υπόθεση που οδήγησε στην ανακάλυψη του Ποσειδώνα, με παρατηρησιακό δεδομένο διαταραχές στην τροχιά του Ουρανού. Ή τη συναγωγή της υπόθεσης ότι υπάρχουν «γονίδια», από το ότι υπάρχουν κληρονομικώς μεταβιβαζόμενα φαινοτυπικά χαρακτηριστικά. Ή πάλι, τη συναγωγή της υπόθεσης ότι η αμοιβή της εργασίας είναι υψηλή, από το παρατηρησιακό δεδομένο ότι αυξήθηκε ο τιμάρθμος. Θα μπορούσε κανείς να πολλαπλασιάσει τα παραδείγματα κατά βούληση.

Όλοι αυτοί οι συλλογισμοί είναι επισφαλείς, με την έννοια ότι οι προκειμένες μπορεί να αληθεύουν και το συμπέρασμα να είναι ψευδές. Αν $d(h)$

είναι ο βαθμός βεβαιότητας του εκάστοτε συμπεράσματος h , ανακύπτει το ερώτημα ποιο είναι το ανώτατο όριο του. Θα ήταν εν προκειμένω εύλογο - ορθολογικό - να δεχτούμε ότι ο $d(h)$ δεν πρέπει να υπερβαίνει την πιθανότητα της h , ως προς την οικεία προκείμενη - τεκμήριο e και το αντίστοιχο σώμα γνώσεων K , συμβολικά:

$$(D) \quad d(h) \leq P(h | e\Delta K)$$

Ο βαθμός $d(h)$ αντιπροσωπεύει το πόσο είναι «ασφαλής» η συναγωγή της h από το e και το K , και τον «ορθολογικό» λόγο στοιχήματος (betting quotient) υπέρ της h . Ας υπολογίσουμε τώρα, με τη βοήθεια του θεωρήματος του Bayes, την πιθανότητα της εξηγητικής υπόθεσης h ως προς το συμβάν-τεκμήριο e και το σώμα γνώσεων K .

1. $P(h | e\Delta K) = [P(h) / P(e\Delta K)] P(e\Delta K / h)$ (Θ. Bayes)
2. $P(e\Delta K) = P(K\Delta e) = P(K) P(e | K)$ (Αξ. P4)
3. $P(h | e\Delta K) = \{P(h) / [P(K) P(e | K)]\} P(e\Delta K | h)$ (1,2)
4. $P(e\Delta K | h) = P(K\Delta e / h) = P(K | h) P(e | h\Delta K)$ (βλ. κατωτέρω)
5. $P(h | e\Delta K) = \{P(h) / [P(K) P(e | K)]\} P(K | h)$ (3, 4, C)
6. $P(h | e\Delta K) = [P(h) / P(K)] [P(K | h) P(e | K)]$ (5)
7. $P(K | h) = [P(K) / P(h)] P(h | K)$ (Θ. Bayes)
8. $P(h | e\Delta K) = P(h | K) / P(e | K)$ (6,7)

Πριν σχολιάσουμε τον τύπο 8, εκθέτουμε την οφειλόμενη απόδειξη του βήματος 4.

$$\begin{aligned} P(e\Delta K / h) &= P(e\Delta K\Delta h) / P(h) && (\text{αξ. P4}) \\ &= P(K\Delta h) \Delta e] / P(h) && (\text{συνολοθεωρ. ιδιοτ.}) \\ &= P(K\Delta h) P(e / K\Delta h) / P(h) && (\text{αξ. P4}) \\ &= P(e | K\Delta h) P(K | h) P(h) / P(h) && (\text{αξ. P4}) \\ &= P(e | \Delta K h) P(K | h) && (\text{προφανώς}) \end{aligned}$$

Από τον τύπο 8 και τη συνθήκη (D) έπεται:

$$(D^*) \quad d(h) \leq P(h | K) / P(e | K) = P(h / e\Delta K)$$

$P(h | K)$ είναι η αρχική πιθανότητα του συμπεράσματος της απαγωγικής συναγωγής, h , ως προς το αρχικό σώμα γνώσεων K , πριν προστεθεί η προκείμενη-τεκμήριο e . $P(e | K)$ είναι η αρχική πιθανότητα της προκείμενης e ως προς το αρχικό σώμα γνώσεων K . $P(h | e\Delta K)$ είναι η τελική πιθανότητα του συμπεράσματος h ως προς το νέο σώμα γνώσεων, μετά την προσθήκη της e στο K . Η συνθήκη (D*) δηλώνει ότι ο βαθμός βεβαιότητας του συμπεράσματος h της απαγωγικής συναγωγής είναι το πολύ ίσος με το πηλίκον της αρχικής πιθανότητας του h ως προς το αρχικό σώμα γνώσεων K δια της αρχικής πιθανότητας της προκείμενης e ως προς το K . Για να έχει νόημα το πηλίκον αυτό, πρέπει $P(e | K) \neq 0$, πρέπει δηλαδή το σώμα γνώσεων να μην αποκλείει την e . Αν η e είναι λογική συνέ-

πια του K , $P(e | K) = 1$ (πρβλ. συνθήκη C), οπότε $P(h | e\Delta K) = P(h|K)$ και άρα η προσθήκη της e στο K δεν αυξάνει την τελική πιθανότητα της h έναντι της αρχικής πιθανότητας της ως προς το K . Αν $P(h | K) = 0$, δηλαδή, αν το αρχικό σώμα γνώσεων K αποκλείει το συμπέρασμα h , τότε $d(h) \leq 0$: ο μέγιστος βαθμός βεβαιότητας εν προκειμένω είναι ίσος με τη βεβαιότητα ότι η h δεν ισχύει! Για σταθερή $P(h | K)$, όσο μικρότερη είναι η $P(e | K)$, τόσο μεγαλύτερο το κλάσμα $P(h | K) / P(e | K)$, και άρα τόσο μεγαλύτερη η τελική πιθανότητα του συμπεράσματος h όσο πιο απίθανο, ως προς το αρχικό σώμα γνώσεων, το τεκμήριο, τόσο μεγαλύτερη στήριξη προσφέρει τελικά στο συμπέρασμα. Αυτό το πόρισμα είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρον, καθώς γύρω από αυτό οικοδομούνται οι τόσο σημαντικές για την επιστημολογία και τη μεθοδολογία των εμπειρικών κλάδων θεωρίες της επιβεβαίωσης (confirmation theories) ή επαγωγικής στήριξης (inductive support). Αν τώρα $P(h | K) \neq 0$ και $P(e|K) \neq 1$, τότε $P(h | e\Delta K) = P(h | K) / P(e | K) > P(h | K)$. Τι σημαίνει αυτό; Ότι η τελική πιθανότητα του συμπεράσματος της επαγωγικής συναγωγής είναι μεγαλύτερη από την αρχική, με τον περιορισμό $P(e | K) \geq P(h | K)$, ώστε $P(h | e\Delta K) \leq 1$ και $0 \leq d(h) \leq 1$. κατά την άποψη μας, ο περιορισμός αυτός πρέπει να εισαχθεί ρητά καθώς αντιπροσωπεύει τη συνήθη μαθηματική συνθήκη κανονικοποίησης (normalization condition) και μαζί με τους άλλους περιορισμούς, διασφαλίζει την ομαλή εφαρμογή του λογισμού των πιθανοτήτων.

Ας δούμε τώρα κάπως διεξοδικότερα και το ζήτημα της επιβεβαίωσης. Ας πούμε ότι θέλουμε να υποβάλουμε σε εμπειρική δοκιμασία μια υπόθεση h . Κατά τη συνήθη πρακτική συνάγουμε από την h ως παραγωγικές συνέπειες της, επιμέρους, ατομικά συμβάντα e_1, e_2, \dots , και, στη συνέχεια διαπιστώνουμε αν οι προβλέψεις μας αυτές πραγματώνονται. Η υπόθεση h συμβάλλει ουσιαδώς στη γνώση, αν οι προβλέψεις δεν είναι παραγωγικές συνέπειες του αρχικού σώματος γνώσεων K , αλλά συνάγονται από το K , όταν προστεθεί η h . Κατά τα ανωτέρω, $P(h | e_1 \Delta K) = P(h | K) / P(e_1 | K)$, όπου e_1 η πρώτη επιβεβαιωμένη πρόβλεψη· αν e_2 είναι δεύτερη επιβεβαιωμένη πρόβλεψη, τότε

$$(1) \quad P(h | e_1 \Delta e_2 \Delta K) = P(h | K) / P(e_1 \Delta e_2 | K).$$

Δεδομένου όμως ότι

$$(2) \quad P(e_1 \Delta e_2 | K) = P(e_2 | e_1 \Delta K) P(e_1 | K),$$

και επειδή από τον ορισμό της πιθανότητας,

$$(3) \quad P(e_2 | e_1 \Delta K) \leq 1,$$

συμπεραίνουμε ότι

$$(4) \quad P(e_1 \Delta e_2 | K) \leq P(e | K).$$

Αν η πρόβλεψη e είναι όντως νέα, αν δηλαδή δεν είναι παραγωγική συνέπεια του $e_1 \Delta K$, $P(e_2 | e_1 \Delta K) \neq 1$, και άρα,

$$(5) \quad P(h | e_1 \Delta e_2 \Delta K) > P(h | e_1 \Delta K).$$

Η (5) σημαίνει ότι η πιθανότητα της h αυξάνει, όσο περισσότερες επιβεβαιωμένες προβλέψεις συνάγονται από αυτήν.

Επομένως με κατάλληλες προϋποθέσεις, ο απαγωγικός συλλογισμός επιτρέπει να συναχθούν, από ορισμένες προκειμένες-τεκμήρια, εξηγητικές υποθέσεις, με βαθμό βεβαιότητας μεγαλύτερο απότι αν δεν υπήρχαν τα εκάστοτε τεκμήρια: ο συλλογισμός δηλαδή αυτός στηρίζει τη συναγωγή της βέλτιστης εξήγησης από την άλλη, υποτείνει την επιβεβαίωση υποθέσεων, όταν από δοσμένη υπόθεση συνάγονται προβλέψεις επιμέρους συμβάντων που επιβεβαιώνονται. Οι προϋποθέσεις είναι ειδικά μαθηματικού χαρακτήρα, όπως όσες μνημονεύσαμε στην αμέσως προηγούμενη παράγραφο, αλλά και γενικότερου ερμηνευτικού χαρακτήρα, όπως όσες συγκλίνουν στον ορισμό της πιθανότητας-ως-σχετικής-συχρότητας-στο-όριο, και επιτρέπουν την εφαρμογή του μαθηματικού λογισμού των πιθανοτήτων. Θα μπορούσαμε ακόμη να αναφέρουμε, και όχι μόνο στα συμφραζόμενα του απαγωγικού συλλογισμού, αλλά στο ευρύτερο πλαίσιο της εφαρμογής του μαθηματικού λογισμού, όσες παραδοχές στηρίζουν τη συνολοθεωρητική σημασιολογία. Εννοούμε τη συνήθη λογικο-μαθηματική πρακτική να θεωρείται η συνολοθεωρητικά οριζόμενη συνάρτηση ερμηνείας με πεδίο ορισμού ατομικές και γενικές προτάσεις και πεδίο τιμών στοιχεία συνόλων ή σύνολα ή σύνολα συνόλων κλπ., τουλάχιστον *ισόμορφη* (ικανή να αποτυπώσει τις οικείες δομικές σχέσεις) προς τη σημασιολογική αναφορά των αντίστοιχων προτάσεων. Δεν χρειάζεται να επεκταθούμε εδώ στη διαφωνία για το κατά πόσο η θεωρία του νοήματος ανάγεται επαρκώς στη συνολοθεωρητική σημασιολογία - θέλαμε απλώς να επισημάνουμε και αυτό τον αστερισμό, φιλοσοφικών τελικά, παραδοχών που παραμένουν σιωπηρές, όχι μόνο στην «αφελή» πρακτική αλλά και στις κριτικές θεωρητικές πραγματείες περί πιθανότητας. Η αποδοχή της συνολοθεωρητικής σημασιολογίας μένει αφανής στο έργο των στατιστικολόγων καθώς οι πρακτικοί στόχοι της εφαρμογής του μαθηματικού λογισμού των πιθανοτήτων προέχουν έναντι της θεωρητικής διαφάνειας, ενώ στις θεωρητικές μελέτες συγκαλύπτονται από τη χρήση γλώσσας που κυμαίνεται ανάμεσα σε δύο πόλους: αφενός, τη φυσική γλώσσα και αφετέρου, την αυστηρά ορισμένη, και άρα, ως ένα βαθμό, συμβατική, εκτασιακή γλώσσα της μαθηματικής θεωρίας.

Επιστρέφοντας τώρα στον τύπο 8 και στη συνθήκη (D^*), πρέπει να επισημάνουμε ότι το θεώρημα του Bayes, για να είναι πραγματικά χρήσιμο, προϋποθέτει ότι είναι γνωστή η πιθανότητα $P(h | K)$, μ' άλλα λόγια

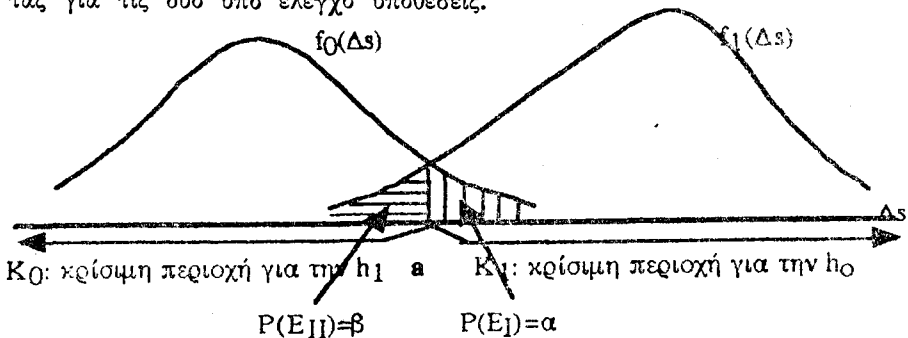
η πιθανότητα της υπόθεσης ως προς το αρχικό σώμα γνώσεων, προτού συλλεγεί οιοδήποτε τεκμήριο e , ή επιβεβαιωθούν προβλέψεις συναγόμενες από αυτήν - προϋποθέτει δηλαδή ότι είναι γνωστή η αρχική πιθανότητα της εκάστοτε υπόθεσης h . Στην πραγματικότητα όμως, η πιθανότητα αυτή δεν είναι γνωστή, οπότε μπορούμε να αποφανθούμε μόνο συγκριτικά, αν η υπόθεση είναι πιθανότερη μετά τη συλλογή τεκμηρίων, όχι όμως και πόσα είναι πιθανή απλώς. Το στοιχείο αυτό οριοθετεί πολλαπλά τις στάσεις ως προς το θεώρημα του Bayes. Ορισμένοι θεωρητικοί, όπως οι Carnap, Savage, de Finetti, Jeffrey, το δέχονται ως χρήσιμο εργαλείο στη στατιστική θεωρία λήψης αποφάσεων, αν όχι στη διερεύνηση επιστημολογικών προβλημάτων, και αναγνωρίζουν ότι η εκτίμηση της αρχικής πιθανότητας έχει υποκειμενικό χαρακτήρα. Όσοι δεν θέλουν να δεχτούν υποκειμενικά στοιχεία στην οικοδόμηση της γνώσης απορρίπτουν το θεώρημα του Bayes και τη σχετική στατιστική μέθοδο και αναζητούν σε άλλες στατιστικές θεωρίες το μέσο για τη διερεύνηση και, ενδεχομένως, την επίλυση επιστημολογικών προβλημάτων, όπως του προβλήματος της επιβεβαίωσης υποθέσεων. Ανάμεσα στους πολέμιους εξέχουσα θέση κατέχει ο Popper, με τη γνωστή ερμηνεία (βλ. Popper, K.R., *Conjectures and Refutations*, N. Y. (1965)), όπου η πιθανότητα ως σχετική-συχνότητα-στόχιο λογίζεται θεωρητική έννοια (ορίσιμη μέσω αξιωμάτων) που δηλώνει - ή μάλλον, συνδηλώνει - «αντικειμενικές ροπές» (propensities) των πραγμάτων. Έτσι ο Sir Karl διασώζει *in extremis* την αντικειμενικότητα της εμπειρικής γνώσης, ενώ σε άλλα σημεία του έργου του της καταφέρει κλίρια πλήγματα - προβλ., λ.χ., την ιδέα για το συμβατικό χαρακτήρα των «βασικών προτάσεων», όσων δηλαδή συγκροτούν την εμπειρική βάση των επιστημονικών θεωριών¹.

Η στατιστική θεωρία των Jerzy Neyman και Egon Pearson, εξέλιξη εκείνης του R.A. Fisher, θεωρείται το κύριο εναλλακτικό υπόδειγμα έναντι της μεθοδολογίας κατά Bayes, ιδιαίτερα σε ό,τι αφορά ζητήματα εμπειρικού ελέγχου υποθέσεων. Δεν θα υπεισέλθουμε σε λεπτομέρειες του

10. Ανάλογη δυσπιστία προς τη μεθοδολογία κατά Bayes, αλλά με διαφορές στις οικείες θεωρίες, εκφράζουν, μεταξύ άλλων, οι Salmon (βλ., λ.χ., Salmon, W., *The Foundations of Scientific Inference*, Pittsburg (1966)), Levi (βλ. Levi, I., *Decisions and Revisions*, Cambridge (1984), κεφ. 14) Glymour (βλ., Glymour, C., *Theory and Evidence*, Princeton (1980), σσ. 63-93)· προ δεκαετίας περίπου, σημαντικές ενστάσεις κατά της μεθοδολογίας κατά Bayes διατύπωσαν οι Campbell, R. & Vince, T., στα άρθρα «Why are Novel Predictions Important?», *Pacific Philosophical Quarterly*, 63 (1982), 111-21 και «Novel Confirmation», *Br. J. Phil. Sc.*, 34 (1983), 315-41· υπερασπίζοντας τη μεθοδολογία κατά Bayes, απαντούν στους Campbell και Vinci, ο Colin Howson, στο σύντομο άρθρο «Some Recent Objections to the Bayesian Theory of Support», *Br. J. Phil. Sc.*, 36 (1985), 105-9, και ο Richard Nunan, στη μελέτη «Heuristic Novelty and Bayesian Confirmation Theory», *Br. J. Phil. Sc.*, 44 (1993), 17-36.

υποδείγματος αυτού, θα δείξουμε μόνο ένα ενδιαφέρον στοιχείο του, με ένα απλουστευμένο παράδειγμα. (Ακολουθούμε ελεύθερα τη σχετική παρουσίαση στο βιβλίο του K. Ajdukiewicz, *Logika Pragmatyczna*, Βαρσοβία (1965), σσ. 367-393· για ολοκληρωμένη έκθεση της τεχνικής στατιστικού ελέγχου υποθέσεων, μπορεί κανείς να ανατρέξει σε οιοδήποτε σχετικό εγχειρίδιο· κάπως παλαιό αλλά διδακτικά προσιτό είναι το σύγγραμμα των Clauss, G., και Ebner, H., *Grundlagen der Statistik für Psychologen, Pädagogen und Soziologen*, Frankfurt a. Main, 1972· βλ. ιδιαίτερας την ενότητα «Prüfverfahren für quantitative Variablen», σσ. 173-181). Έστω ότι ελέγχεται η υπόθεση h_1 ότι η χορήγηση ασπιρίνης σε ασθενείς μετά από έμφραγμα του μυοκαρδίου αυξάνει την ελπίδα ζωής s , έναντι της «μηδενικής» υπόθεσης h_0 ότι δεν υπάρχει διαφορά. Κατά τη συνήθη μέθοδο ο πληθυσμός των ασθενών διαμερίζεται σε δύο ομάδες: στην πρώτη, πειραματική, ομάδα χορηγείται ασπιρίνη ενώ στη δεύτερη, στην ομάδα ελέγχου, δεν χορηγείται και παρατηρείται ο χρόνος επιβίωσης s_e και s_c αντιστοίχως. Η υπόθεση h_1 αντιστοιχεί στο εύρημα $\Delta s = s_e - s_c \neq 0$, ενώ η h_0 , στο εύρημα $\Delta s = 0$. Καθεμιά από τις υποθέσεις ορίζει διαφορετική συνάρτηση κατανομής πιθανότητας της μεταβλητής Δs στον πληθυσμό, $f_1(\Delta s)$ και $f_0(\Delta s)$ αντίστοιχα (στην πράξη, είθισται να επιλέγεται όχι η άμεσα παρατηρήσιμη μεταβλητή αλλά κάποιο άλλο μαθηματικό μέγεθος, λόγου χάρη ο μέσος όρος, $\langle \Delta s \rangle$). Από τους βασικούς στόχους του εμπειρικού ελέγχου εν γένει είναι να γίνονται δεκτές οι αληθείς και να απορρίπτονται οι ψευδείς υποθέσεις ή, όπως λέγεται, ισοδύναμα αλλά χαρακτηριστικότερα, να αποφεύγονται δύο τύποι σφάλματος: η απόρριψη αληθών υποθέσεων (σφάλμα τύπου I, συμβολικά E_I) και αποδοχή ψευδών (σφάλμα τύπου II, συμβολικά E_{II}).

Στο διάγραμμα 1 φαίνονται οι συναρτήσεις κατανομής της πιθανότητας για τις δυο υπό έλεγχο υποθέσεις.



Διάγραμμα 1

Οι περιοχές περί τα μέγιστα των συναρτήσεων κατανομής πιθανότητας είναι οι περιοχές αποδοχής των υποθέσεων h_0 και h_1 αντιστοίχως. Ωστόσο, ανακύπτει το πρόβλημα πως ακριβώς οριοθετούνται, αφού στις γραμμοσκιασμένες περιοχές εκατέρωθεν του σημείου a , όπου οι συναρτήσεις κατανομής πιθανότητας αλληλεπικαλύπτονται, στις λεγόμενες κρίσιμες περιοχές, υπάρχει κίνδυνος, στην περιοχή με την οριζόντια γραμμοσκίαση, να απορριφθεί η h_1 ενώ αληθεύει - σφάλμα τύπου E_I , ή στην περιοχή με την κάθετη γραμμοσκίαση, να γίνει δεκτή η h_0 ενώ είναι ψευδής - σφάλμα τύπου E_{II} . Εύλογο ερώτημα: ποια είναι η πιθανότητα $P(E_I)$ και $P(E_{II})$ αντιστοίχως; Η απάντηση στο ερώτημα αυτό υπερβαίνει τις δυνατότητες της μεθόδου· ο υπολογισμός των πιθανοτήτων αυτών είναι εφικτός μόνο αν επιλεγεί πρώτα ένας μικρός θετικός αριθμός α ($0 < \alpha \ll 1$) - η *στάθμη σημαντικότητας* - ή, αντίστοιχα ένας μικρός αριθμός β ($0 < \beta \ll 1$) - η *ισχύς* - της δοκιμασίας, τέτοιοι ώστε:

(α) αν η h_0 είναι αληθής, η πιθανότητα να βρεθεί η Δs στην περιοχή K_1 , $P(\Delta s \in K_1 | h_0) = \alpha$, και

(β) αν η h_1 είναι αληθής, η πιθανότητα να βρεθεί η Δs στην περιοχή K_1 , $P(\Delta s \in K_1 | h_1) = 1 - \beta$.

Η απόρριψη / αποδοχή της h_0 (συμμετρικά, η αποδοχή / απόρριψη της h_1 , στο δίλημμα του παραδείγματος) ακολουθεί επισφαλή συλλογιστικά σχήματα, με τυπικό εκπρόσωπο το εξής (βλ. K. Ajdukiewicz, *Logika Pragmatyczna*, Βαρσοβία (1975), 387-8):

h_0 ή h_1

$P(\Delta s \in K_1 | h_0) = \alpha$

$P(\Delta s \in K_1 | h_1) = 1 - \beta$

$\Delta s_i \in K_1$

άρα: όχι - h_0 / συμμετρικά, h_1

όπου Δs_i το αποτέλεσμα της i -οστής παρατήρησης. Τα συλλογιστικά σχήματα είναι επισφαλή, αφού ενδέχεται να αληθεύουν οι προκειμένες και το συμπέρασμα να είναι ψευδές, με πιθανότητα ίση προς την πιθανότητα σφάλματος πρώτου ή δεύτερου ίδους.

Ιδιαίτερα αξιοπρόσεκτο πόρισμα της ανάλυσης αυτής είναι ότι η **επιλογή των α και β είναι αυθαίρετη**, με την έννοια ότι δεν υπαγορεύεται από τη στατιστική θεωρία. Προκειμένου να περιοριστεί ο βαθμός αυθαιρεσίας, οι θεωρητικοί προτείνουν διάφορες εκλεπτύνσεις της μεθόδου, σχετικές με τις τεχνικές δειγματοληψίας, για παράδειγμα, σε ό,τι αφορά την *αντιπροσωπευτικότητα* και το *μέγεθος* των δειγμάτων, το πώς δηλαδή διαμερίζε-

ται ο εκάστοτε υπό μελέτη πληθυσμός ή χώρος δειγματοληψίας ή πάλι υ-
πεισέρχονται στους υπολογισμούς κατάλληλα επιλεγμένες παράμετροι.
Κάθε φορά όμως, παραμένουν μη αναγώγιμα περιθώρια ελευθερίας στις
οικείες επιλογές. Ακόμα και ο Neyman, από τους αρνητές της στατιστι-
κής μεθοδολογίας κατά Bayes και θεμελιωτής του εναλλακτικού υποδείγ-
ματος, ομολογεί ότι η επιλογή των παραμέτρων είναι **υποκειμενική**. Βρί-
σκουμε δηλαδή πάλι, στο πλαίσιο μιας θεωρίας προγραμματικά αντιυπο-
κειμενοκρατικής, ότι συναντήσαμε πρωτότερα, σε σχέση με την κλασική
ερμηνεία της πιθανότητας (βλ. ανωτέρω, σχόλιο επί της συνθήκης (PF))
και την υποκειμενικοκρατική ερμηνεία, όπως εκφράζεται στη μεθοδολογία
τη στηριγμένη στο θεώρημα του Bayes (βλ. τις επισημάνσεις για την α-
ρχική πιθανότητα των υποθέσεων), και θα δούμε και στη συνέχεια, κατά
τη συζήτηση παραδείγματος από τη θεωρία λήψης αποφάσεων: την μη α-
παλείψιμη παρουσία υποκειμενικών στοιχείων στη συγκρότηση της εμπει-
ρικής γνώσης, τουλάχιστον όπου η γνώση αυτή συνυφίνεται με την έννοια
της πιθανότητας όπως ορίζεται στις υφιστάμενες πιθανοθεωρίες. Για να
κατανοήσουμε τη σημασία του πορίσματος αυτού, θα άξιζε ίσως να συνε-
κτιμήσουμε την παρατήρηση του Karl Friedrich von Weiszäcker: «Εμ-
πειρία και πιθανότητα αλληλοδιαπλέκονται (ineinandergreifen) έτσι ώστε
αποκλείεται να συλλάβουμε το νόημα του όρου «εμπειρία», αν δεν χρη-
σιμοποιήσουμε κατά κάποιο τρόπο μια έννοια πιθανότητας» (Weiszäcker,
K.F. von, *Aufbau der Physik*, Μόναχο (1986)², σ. 101).

Ονομάσαμε πρωτότερα την επιλογή παραμέτρων κατά τη στατιστι-
κή επεξεργασία «αυθαιρέτη» και «υποκειμενική». Άλλοι θα έσπευ-
δαν να τη χαρακτηρίσουν «ανορθόλογη». Τους χαρακτηρισμούς αυτούς συ-
ναντάμε όχι μόνο στα συγκεκριμένα συμφραζόμενα, αλλά και όποτε γίνεται
λόγος για το βαθύτερο χαρακτήρα επιλογών και αποφάσεων. Ίσως όμως
είναι πολύ έντονοι. Έχουμε άραγε το δικαίωμα να τους υιοθετήσουμε άνευ
ετέρου, επειδή η εκάστοτε επιλογή δεν υπαγορεύεται μονοσήμαντα από εν-
δοθεωρητικά, εδώ μαθηματικού τύπου, κριτήρια ή επειδή δεν υπάρχει γε-
νικής αποδοχής αναλυτική θεωρία για το πώς ακριβώς λαμβάνονται οι α-
ποφάσεις; Θα ήταν πιο σύμφωνο με τα διαθέσιμα τεκμήρια να δεχτούμε
ότι δεν γνωρίζουμε ποιοι διανοητικοί μηχανισμοί ενεργοποιούνται κάθε
φορά· ποια είναι η φυλογενετική και ποια η οντογενετική ιστορία τους· πό-
σο εύπλαστοι είναι· πώς επηρεάζονται από τα φυσικά και από τα συμβο-
λικά γνωρίσματα του περιβάλλοντος· πώς διαμορφώνονται με τις διεργα-
σίες μάθησης: με την «ακαδημαϊκή εκπαίδευση» ή την «ιδεολογική εκγύ-
μναση»· αν η συνήθης διάκριση ανάμεσα σε «παραστατικούς» / «γνωστι-
κούς», «κινητήριους» / «επιθυμητικούς», «συναισθηματικούς» / «συγκι-
νησιακούς» μηχανισμούς, συλλαμβάνει ουσιώδη γνωρίσματα της διάνοι-

ας ή είναι απλώς «τρόπος του λέγειν»· πώς οι διάφοροι τύποι μηχανισμών αλληλοδιαμορφώνονται και αλληλοδιαπλέκονται· αν είναι εφικτό να ενεργοποιηθεί ένας τύπος μηχανισμού σε σχετική απομόνωση από τους άλλους. ειδικότερα, αν είναι όντως εφικτό, όπως γίνεται δεκτό στις θεωρίες της ορθολογικότητας, να απομονωθούν οι γνωστικοί από τους («καυτούς») συγκινησιακούς μηχανισμούς, που θεωρούνται συνήθως κύρια πηγή ανορθολογικότητας· πώς προσαρμόζονται στις πιέσεις του πλαισίου της δράσης· πώς οι διανοητικοί μηχανισμοί επιλογής και απόφασης προσανατολίζονται στους «στόχους» της δράσης· ποιοι από τους στόχους αυτούς είναι καθοριστικοί, και με ποιους όρους. Για όλους αυτούς τους λόγους, θεωρούμε προτιμότερο τον αξιολογικά ουδέτερο όρο «θεωρητικά απροσδιόριστες» επιλογές. Όπως είδαμε και πρωτύτερα, η θεωρητική απροσδιοριστικά δεν είναι απλώς μαθηματικού χαρακτήρα: όσον αφορά τις θεωρίες της ορθολογικότητας, ανακύπτει στο πλαίσιο της φαινομενολογικής δημόδους ψυχολογίας, που ανάγει τη δράση στο δυνάμιο «πεποιθήσεις-επιθυμίες». Το κατά πόσο ο φαινομενολογικός ορίζοντας της δημόδους ψυχολογίας πρέπει να θεωρηθεί *de facto* ή *de jure* ανυπερέβλητος ή περαιτέρω αναγώγιμος είναι ζήτημα φιλοσοφικής μετα-επιλογής¹. Από τη σκοπιά μας, θα παρακολουθήσαμε με ενδιαφέρον τα πορίσματα των ψυχο- και νευρο-φυσιολογικών ερευνών στην προοπτική μιας «φυσιοκρατικής πραξιολογίας» κατ' αναλογία προς τη φυσιοκρατική επιστημολογία του Quine. Κατά τον αμερικανό φιλόσοφο «Η επιστημολογία, ή κάτι παρόμοιο, εμπίπτει στην ψυχολογία, ως κεφάλαιο της, και άρα ως κεφάλαιο των φυσικών επιστημών» (Quine, W. v.O., «*Epistemology Naturalized*», *Ontological Relativity and Other Essays*, N.Y. (1969), σ. 82). Προς τούτο θα χρειαζόταν μια συστηματική, εμπειρική και φιλοσοφική, θεωρία για τη διάνοια, διαφορετική όμως από το φιλοσοφικό συμπεριφορισμό του Quine. Το ζήτημα καλεί ιδιαίτερη μελέτη και δεν θα επεκταθούμε εδώ περισσότερο. Θα δούμε πάλι πώς εμφανίζεται το θέμα της θεωρητικής απροσδιοριστίας και στη θεωρία λήψης αποφάσεων, στο παράδειγμα που ακολουθεί.

1. Από τη δεκαετία του '60, φιλόσοφοι όπως οι Sellars, και Feyerabend Quine ανέδειξαν σε θέμα προβληματισμού την επιστημολογική υπόσταση της «δημόδους ψυχολογίας» (folk psychology), αμφισβητώντας το φυσικό και αυτονόητο χαρακτήρα του εννοιολογικού πλαισίου που συνιστούν όροι όπως «πεποίθηση», «επιθυμία», «πρόθεση», «προσδοκία» κλπ. Μια πρόταση για συστηματοποίηση του πλαισίου αυτού είναι ότι αποτελεί ένα είδος «δημόδους», φαινομενολογικής, επιστημονικής θεωρίας επαρκούς για την κατανόηση, την εξήγηση και την πρόβλεψη της ανθρώπινης συμπεριφοράς, στην καθημερινή διαπλοκή των ανθρωπίνων σχέσεων. Από την άποψη αυτή, η δημόδης ψυχολογία θα ήταν το ανάλογο της δημόδους, φαινομενολογικής, φυσικής του «κοινού νου», που επιτρέπει να εξηγηθούν τα φυσικά φαινόμενα - παράδειγμα τέτοιας φυσικής θεωρίας θα ήταν η αριστοτέλεια φυσική. Αν ο μόνος λόγος για την αποδοχή της ύπαρξης όσων διανο-

Γ. Από τη θεωρία λήψης αποφάσεων: ένα παράδειγμα.

A. Το πλαίσιο. Ας δεχτούμε ότι η ζημία η συνακόλουθη απόφασης εξαρτάται από την παράμετρο θ , ότι η παράμετρος παίρνει τις τιμές θ_1 ή θ_2 και ότι η απόφαση d_1 είναι η ενδεδειγμένη όταν $\theta = \theta_1$ ενώ, όταν $\theta = \theta_2$, ενδεδειγμένη είναι η απόφαση d_2 . Στον ακόλουθο πίνακα συνοψίζονται οι τιμές της ζημίας $L(d, \theta)$ συναρτήσει της εκάστοτε τιμής της παραμέτρου και της εκάστοτε απόφασης:

	θ_1	θ_2
d_1	0	a
d_2	b	0

Ας υποθέσουμε ότι η τυχαία μεταβλητή X μπορεί να πάρει τις τιμές $x = x_1, \dots, x_m$ με πιθανότητες $f(x | \theta)$ εξαρτώμενες από την παράμετρο θ .

Ονομάζουμε τυχαία συνάρτηση απόφασης μια συνάρτηση $\delta, 0 \leq \delta(x) \leq 1$, τέτοια ώστε, όταν $X = x_1$, το υποκείμενο A λαμβάνει την απόφαση d_1 με πιθανότητα $\delta(x)$ και την απόφαση d_2 με πιθανότητα $[1 - \delta(x)]$.

Όταν χρησιμοποιείται η συνάρτηση δ για τη λήψη απόφασης, η προδοκώμενη ζημία, αν η απόφαση είναι εσφαλμένη, υπολογίζεται ως εξής:

ητικών οντοτήτων δηλώνουν οι αντίστοιχοι όροι του καθημερινού ψυχολογικού λεξιλογίου είναι η χρησιμότητα των όρων αυτών και η υποτιθέμενη αυτονόητη αλήθεια της «θεωρίας» αυτής, και αν κάποτε η «θεωρία» έχει την τύχη των άλλων ανάλογων θεωριών και διαψευστεί, τότε ολόκληρο το εννοιολογικό πλαίσιο της δημόδους ψυχολογίας θα χρειαστεί να αντικατασταθεί με άλλο. Μεγάλο μέρος της εμπειρικής και φιλοσοφικής έρευνας την τελευταία τριακονταετία στρέφεται ακριβώς γύρω από το κατά πόσο απαιτείται ριζικά νέο εννοιολογικό πλαίσιο για την πραγμάτευση της διάνοιας και της συμπεριφοράς και γύρω από τους όρους δυνατότητας του. Η ριζοσπαστικότερη πρόταση προέρχεται από όσους υποστηρίζουν τον «εξαλειπτικό υλισμό» (eliminative materialism): οι έννοιες της δημόδους ψυχολογίας ανάγονται, κατ' αρχήν, στις έννοιες της νευροφυσιολογίας συνδυασμένες με υπολογιστικά υποδείγματα της διάνοιας. Βλ., για παράδειγμα, Churchland P.M., *Scientific Realism and the Plasticity of Mind*, Cambridge U.P. (1979)· τ.λ., *A Neurocomputational Perspective*, MIT Press (1989)· Churchland, P.S., *Neurophilosophy*, MIT Press (1986). Μίγμα εργαλειοκρατικής αποδοχής της δημόδους ψυχολογίας και εξαλειπτικού αγνωστικισμού, βρίσκουμε στο έργο του Daniel Dennett βλ. Dennett D., *The Intentional Stance*, MIT Press (1987)· τ.λ., *Consciousness Explained*, N.Y. (1991). Κατά της δημόδους ψυχολογίας, βλ. ακόμη, Stich, S., «Autonomous Psychology and the Belief-Desire Thesis», *Monist*, 61 (1978), σσ. 573-91· τ.λ., *From Folk Psychology to Cognitive Science*, MIT Press, ιδιαίτερα το κεφάλαιο 8· Devitt, M., *A Narrow Representational Theory of the Mind*, στο Lycan, (ed.) W. G., *Mind and Cognition*, Cambridge Mass. (1990), σσ. 371-98. Από τους γνωστότερους και θερμότερους υποστηρικτές της δημόδους ψυχολογίας είναι ο Jerry Fodor, βλ. για παράδειγμα, Fodor J., *Psychosemantics*, MIT Press (1987). Πρβλ. Glymour, C., «Android Epistemology...» στο Salmon, M., *Philosophy of Science* (1992), σσ. 364-403, ιδίως την ενότητα «Expert Systems and Bayesian Networks».

$$R(\delta, \theta_1) = b E(\delta(x) | \theta_1), \text{ όταν } \theta = \theta_1$$

$$R(\delta, \theta_2) = a (1 - E(x) | \theta_2), \text{ όταν } \theta = \theta_2$$

όπου $E(\delta(x) | \theta) = \sum_i \delta(x_i) f(x_i | \theta)$.

Μια «καλή» συνάρτηση απόφασης εξασφαλίζει μικρή τιμή της προσδοκώμενης ζημίας. Αφού δεν είναι δυνατό οι $R(\delta, \theta_1)$ και $R(\delta, \theta_2)$ να πάρουν και οι δύο μικρή τιμή, ας δούμε τον κατάλληλα σταθμισμένο μέσο όρο τους που, για κάθε σταθερά ξ , $0 \leq \xi \leq 1$, ορίζεται:

$$R(\delta, \xi) = \xi R(\delta, \theta_1) + (1 - \xi) R(\delta, \theta_2).$$

Αντικαθιστώντας στον τύπο αυτό τον ορισμό των R και E , παίρνουμε:

$$\begin{aligned} R(\delta, \xi) &= \xi b \sum_i \delta(x_i) f(x_i | \theta_1) + a (1 - \xi) (1 - \sum_i \delta(x_i) f(x_i | \theta_2)) \\ &= a (1 - \xi) + \sum_i \delta(x_i) [\xi b f(x_i | \theta_1) - a (1 - \xi) f(x_i | \theta_2)] \end{aligned}$$

Τη συνάρτηση $R(\delta, \xi)$ την ελαχιστοποιεί η μη-τυχαία συνάρτηση απόφασης:

$$1 \text{ αν και μόνο αν } \xi b f(x | \theta_1) < a (1 - \xi) f(x | \theta_2)$$

$$\delta \xi(x) = \begin{cases} 1 & \text{αν και μόνο αν } \xi b f(x | \theta_1) < a (1 - \xi) f(x | \theta_2) \\ 0 & \text{σε κάθε άλλη περίπτωση} \end{cases}$$

Ας συμβολίσουμε την ελάχιστη τιμή της $R(\delta, \xi)$ με $R(\xi)$. Αν η ex ante κατανομή τιμών της παραμέτρου θ είναι, λόγου χάρη:

$$\xi = P[\theta = \theta_1]$$

$$1 - \xi = P[\theta = \theta_2],$$

τότε η $R(\delta, \xi)$ αποτελεί την «ολική» προσδικώμενη ζημία. Επομένως, αν η ξ λογίζεται κατά Bayes, θα ήταν ορθολογικό να χρησιμοποιήσει ο A τη συνάρτηση απόφασης $\delta \xi$, αφού έτσι εξασφαλίζει την ελάχιστη τιμή $R(\xi)$ της $R(\delta, \xi)$. Εδώ όμως ανακύπτουν τα ακόλουθα ερωτήματα:

- α) υπάρχει άραγε η ξ (για δεδομένη ερμηνεία της πιθανότητας);
- β) αν δεχτούμε ότι υπάρχει η ξ , είναι γνωστή η τιμή της;

Με κίνδυνο να κουράσουμε, θα τονίσουμε πάλι ότι η ορθολογικότητα των αποφάσεων δεν ορίζεται απλώς αλλά εξαρτάται από κρίσιμες παραμέτρους, όπως η ex ante κατανομή πιθανοτήτων και, ως γνωστόν, την κατανομή αυτή, καθώς και την ύπαρξη ή τις τιμές των άλλων κρίσιμων παραμέτρων, δεν την εξασφαλίζει ούτε την ορίζει ο μαθηματικός λογισμός. Κατά την εφαρμογή του λογισμού, το ποιές τιμές των παραμέτρων θα επιλεγούν για τη λήψη της εκάστοτε απόφασης το υπαγορεύουν θεωρητικές και εμπειρικές υποθέσεις και παραδοχές. Ο υποθετικός, αβέβαιος, χαρακτήρας των παραδοχών συνεπάγεται ότι οι αποφάσεις συνυφαινονται πάντα με *a priori* μη αναγνώσιμα περιθώρια κινδύνου: υπάρχει πάντοτε το

ενδεχόμενο ζημίας. Η στατιστική θεωρία λήψης αποφάσεων στοχεύει ακριβώς στην ανακάλυψη μεθόδων, μέσα σε πεπερασμένα, κατά την έκταση και τη βεβαιότητα, γνωστικά πλαίσια, όχι για εκμηδένιση, αλλά για ελαχιστοποίηση μόνο του κινδύνου. Οι φιλοδοξίες άρα της θεωρίας είναι περιορισμένες: αντίθετα απότι θα πίστευαν ίσως οπαδοί και αρνητές της, δεν αποτελεί ούτε αλάθητο «οδηγό επιτυχίας» ούτε παρέχει απόλυτα κριτήρια ορθολογικότητας, ικανά να αποθαρρύνουν όσους στην καθημερινή ζωή ή στη φιλοσοφία δυσπιστούν προς τα μαθηματικά. Ορισμένοι κρίνουν κάπως θλιβερό το πόρισμα της θεωρίας λήψης αποφάσεων ότι η ορθολογικότητα της ανθρώπινης δράσης είναι πεπερασμένη¹ και σχετική προς το ελάχιστο διαθέσιμο γνωστικό κεφάλαιο και προς μη πλήρως θεμελιώσιμες παραδοχές. Άλλοι πάλι σπεύδουν να κηρύξουν το ευαγγέλιο του ανορθολογισμού. Αν κυττάξουμε όμως καλλίτερα, θα διακρίνουμε ότι η θεωρία οδηγεί στην επίγνωση, όχι τόσο του ότι στην ανθρώπινη δράση ενυπάρχει ανορθολογικό στοιχείο ήδη στο γνωστικό πεδίο, αλλά ότι την *a priori* αποτίμηση της ορθολογικότητας ή μη των αποφάσεων τη χαρακτηρίζει ό,τι ονομάσαμε πρωύτερα «θεωρητική απροσδιοριστία». Όποιο οριστικό αξιολογικό συμπέρασμα συναχθεί από την απροσδιοριστία αυτή για την ορθολογικότητα ή μη των ανθρωπίνων αποφάσεων ή, σε μεταθεωρητικό επίπεδο, για την ουσία και τη σημασία της θεωρίας λήψης αποφάσεων, αναπόφευκτα καθρεφτίζει πρότερες φιλοσοφικές ή ιδεολογικές επιλογές και αποφάσεις. Κι αν ακόμα η θεωρία δεν είχε άλλη αρετή, η συμβολή της στην κριτική αυτεπίγνωση θα ήταν αρκετή για να δικαιώσει τη μελέτη της.

Λέγεται συχνά ότι η θεωρία λήψης αποφάσεων αποτελεί τη «Λογική» της ανθρώπινης δράσης². Μιλώντας αυστηρά, πρόκειται για μεταφορικό χαρακτηρισμό, αφού στο πλαίσιο της θεωρίας, παρόλη τη χρήση των μαθηματικών, το βίωμα δεν ανάγεται πλήρως σε ένα σύστημα αφηρημένων δομικών σχέσεων με αυστηρά ορισμένη μορφή: όπως έχουμε προαναφέρει η ανθρωπολογική συνιστώσα της θεωρίας λήψης αποφάσεων είναι, ρητά ή

1. Συνήθως στη γραμματεία γίνεται λόγος για «φραγμένη» (bounded) ορθολογικότητα - με τη μαθητική έννοια ότι υπάρχει ανώτατο όριο: ενώ υπάρχει «μέγιστο άνω φράγμα» στην ορθολογικότητα, είναι αμείβοιο αν υπάρχει «ελάχιστο κάτω φράγμα». Για μια καλή παρουσίαση των σχετικών ιδεών, βλ. Elster, J., *Μηχανισμοί και εργαλεία για τις Κοινωνικές Επιστήμες*, Αθήνα (1992), βλ. επίσης τ. Ι., *Ulysses and the Sirens*, Cambridge U.P. (1979) και τ. Ι., *Sour Grapes: Studies in the Subversion of Rationality*, Cambridge U.P. (1983)· πρβλ. Levi, I., *Hard Choices*, Cambridge, U.P. (1986). Boudon, R., *L'art de se persuader des idées douteuses, fragiles ou fausses*, Παρίσι (1999).

2. Βλ. λ.χ., Olson, M., *The Logic of Collective Action*, Cambridge Mass., Harvard U.P. (1963)· Boudon, R., *La Logique du Social. Introduction à l'analyse sociologique*, Παρίσι (1983).

σιωπηρά, η φαινομενολογική «δημιώδης ψυχολογία» πεποιθήσεων, επιθυμιών, κινήτρων, προθέσεων. Πώς λοιπόν πρέπει να εννοήσουμε τον παραλληλισμό ανάμεσα στη θεωρία λήψης αποφάσεων και στη Λογική; Ο παραλληλισμός δεν μπορεί να ισχύει, αν δεχτούμε τη Λογική ως θεωρία του παραγωγικού συλλογισμού όπου η βεβαιότητα των προκειμένων μεταφέρεται ακέραιη και κατ' ανάγκη στο συμπέρασμα, αφού η θεωρία λήψης αποφάσεων, ως θεωρία συλλογισμού, σχετίζεται με τους επισφαλείς συλλογισμούς επαγωγικού τύπου. Θα χρειαστεί να αναζητήσουμε τα στοιχεία του παραλληλισμού προς άλλη κατεύθυνση: στις σχέσεις τις Λογικής με τον εμπειρικά δοσμένο κόσμο. Στην προοπτική αυτή, η Λογική, στην κλασική εκτασιακή εκδοχή, μπορεί να εκληφθεί ως θεωρία που επιτρέπει να διατυπωθεί το μέγιστο δυνατό σύνολο (maximal, σύμφωνα με τη συνολοθεωρητική ορολογία) έγκυρων προτάσεων με το ελάχιστο (minimal) περιεχόμενο. Μ' άλλα λόγια, ως θεωρία σχηματισμού και μετασχηματισμού καλά ορισμένων προτάσεων που ισχύουν a priori, ανεξάρτητα δηλαδή από το πώς είναι ο κόσμος: η Λογική ορίζει τις μορφοτυπικές συνθήκες δυνατότητας για την παράσταση οιαδήποτε εμπειρικού περιεχομένου. Ανάλογα, στόχος της θεωρίας λήψης αποφάσεων είναι η διατύπωση του μέγιστου δυνατού, πρακτικά βέλτιστου, συνόλου προτάσεων, με βάση ένα ελάχιστο σύνολο γνώσεων. Ο περιορισμός στη σύλληψη του περιεχομένου σχετίζεται με το ότι η ατέλεια της γνωστικής παράστασης ως προς την πραγματική κατάσταση του κόσμου δεν είναι a priori απαλείψιμη. Η διαφορά ανάμεσα στο στόχο της θεωρίας λήψης αποφάσεων - ορισμός των a priori συνθηκών εγκυρότητας, και αναζήτηση των a priori συνθηκών βέλτιστης δράσης, αντίστοιχα, καθρεφτίζεται και στο ότι η Λογική αφορά προτάσεις της μορφής «υποκειμενο / κατηγορημα», κατ' αρχήν διατυπώσιμες στον ενεστώτα της οριστικής: πρόκειται για αποφαντικές προτάσεις που, με κατάλληλες σημασιολογικές προϋποθέσεις, μπορεί να είναι αληθείς ή ψευδείς. Από την άλλη πλευρά, η θεωρία λήψης αποφάσεων ασχολείται με προτάσεις διατυπώσιμες στην προστακτική - κι αυτές, ως γνωστόν, δεν είναι ούτε αληθείς ούτε ψευδείς. Η δυϊκή σχέση «maximal μορφή / minimal περιεχόμενο», για να συνοψίσουμε κάπως συνθηματικά την ερμηνευτική πρόταση μας για το νόημα του όρου «Λογική», θα αναδεικνόνταν καλύτερα, αν επεκτείναμε την ανάλυση και σε εντασιακές εκδοχές της λογικής, όπως είναι τα τροπικολογικά (modal logical) συστήματα αυστηρής συναγωγής (strict implication), όπου ακριβώς επιχειρείται η ειδολογική πραγμάτευση στοιχείων περιεχομένου. Θα αρκестούμε εδώ σ' αυτή την προπαγαυανδιστική νύξη και θα κλείσουμε με ένα παράδειγμα ώστε να φωτιστεί καλύτερα ο προβληματισμός γύρω από τη στατιστική θεωρία λήψης αποφάσεων, και να φανούν εναντίονστερα οι δυνατότητες και τα όρια της. Οφείλω πολλά στον Peter William

για ό,τι αφορά το τεχνικό μέρος του παραδείγματος αυτού.

Β. Το παράδειγμα. Ας πούμε ότι καλούμαστε να δεχτούμε ή να απορρίψουμε μια μεγάλη παρτίδα από ένα προϊόν, αποφασίζοντας βάσει του αριθμού ελαττωματικών «κομματιών» σε ένα δείγμα από δέκα. Γνωρίζουμε ότι παρτίδες περυσινής παραγωγής περιείχαν κατά μέσο όρο 10% ελαττωματικά κομμάτια και ότι αντίστοιχα παρτίδες φετεινής παραγωγής περιείχαν κατά μέσο όρο 5% ελαττωματικά. Θα θέλαμε να αποφασίσουμε έτσι ώστε να αποφύγουμε το ενδεχόμενο να δεχτούμε «κακή» ή να απορρίψουμε «καλή» παρτίδα. Στους ακόλουθους πίνακες συνοψίζονται αφενός οι απώλειες συναρτήσει των δύο εναλλακτικών αποφάσεων και αφετέρου οι πιθανότητες επιλογής ελαττωματικών κομματιών.

συνάρτηση ζημίας $l(d, \theta)$

κατά- σταση απόφαση	θ =ποσοστό ελαττωματικών	
	$\theta_1=0,10$ (κακή)	$\theta_2=0,05$ (καλή)
d_1 : απόρριψη	0	1
d_2 : αποδοχή	2	0

Κατανομή πιθανότητας $P(x=x_i | \theta=\theta_j)$

θ	X: ελαττωματικά σε δείγμα από 10		
	0	1	2 +
θ_1 κακή	0,35	0,40	0,25
θ_2 καλή	0,60	0,30	0,10

Αν η εξέταση του δείγματος αποκαλύψει δύο ή περισσότερα ελαττωματικά κομμάτια, υπάρχει δυνατότητα να ληφθούν οκτώ διαφορετικές αποφάσεις, $d_1 - d_8$, όπως φαίνεται στον πίνακα κατωτέρω. Με κάθε μια από τις αποφάσεις αυτές συσχετίζονται δύο κίνδυνοι που αντιστοιχούν στις δύο πιθανότητες θ_1 (καλή), θ_2 (κακή):

(*) $R(\delta, \theta_j) = E [I(\delta(x), \theta_j) | (\theta = \theta_j)] = \sum_i I(\delta(x_i), \theta_j) f(x_i | \theta_j)$,
όπου

$f(x_i | \theta_j) = P(X=x_i | \theta = \theta_j)$, για κάθε $i=0, \dots, 10$ και για $j=1, 2$.
 $R(\delta, \theta_j)$ είναι η προσδοκώμενη ζημία, αν ληφθεί η απόφαση δ , για $\theta = \theta_j$.
Υπολογίζουμε επίσης το σταθμισμένο μέσο όρο των $R(\delta, \theta_1)$ και $R(\delta, \theta_2)$,
με συντελεστές στάθμισης $(1/2, 1/2)$ και $(1/4, 3/4)$. Αυτός ο μέσος όρος
ονομάζεται κίνδυνος Bayes της απόφασης δ , συμβολικά $Br(\delta)$.

Δυνατές στρατηγικές (:κανόνες λήψης αποφάσεων)
και συνακλόουθοι κίνδυνοι

$\delta(x)$	ελαττωματικά $X =$			Κίνδυνος $R(\delta, \theta)$		Κίνδυνος Bayes $Br(\delta)$	
	0	1	2+	$\theta = \theta_1 (0,10)$	$\theta = \theta_2 (0,05)$	$r_1(1/2, 1/2)$	$r_2(1/4, 3/4)$
δ_1	d_1	d_1	d_1	0	1	0,5	0,75
δ_2	d_1	d_1	d_2	0,5	0,9	0,7	0,8
δ_3	d_1	d_2	d_1	0,8	0,7	0,5	0,725
δ_4	d_1	d_2	d_2	1,3	0,6	0,95	0,775
δ_5	d_2	d_1	d_1	0,7	0,4	0,55	0,475
δ_6	d_2	d_1	d_2	1,2	0,3	0,75	0,475
δ_7	d_2	d_2	d_1	1,5	0,1	0,80	0,45
δ_8	d_2	d_2	d_2	2	0	1,00	0,5

Ας συναγάγουμε τώρα ορισμένα συμπεράσματα από τον πίνακα αυτό. Η στρατηγική δ_5 δεσπόζει της δ_3 , επομένως η δ_3 είναι απαράδεκτη· πιο απλά, ακολουθώντας τη δ_3 θα ζημιωθούμε οπωσδήποτε περισσότερο απότι αν ακολουθήσουμε τη δ_5 , είτε είναι η παρτίδα καλή είτε είναι κακή. Ανάλογα, η δ_6 δεσπόζει της δ_4 , επομένως η δ_4 είναι αυτή απαράδεκτη.

Ακολουθώντας τη στρατηγική δ_5 , ζημιωνόμαστε το πολύ 0,7, είτε η παρτίδα είναι καλή είτε είναι κακή. Η ζημία αυτή είναι μικρότερη από την αναμενόμενη ζημία εξαιτίας οιασδήποτε άλλης στρατηγικής. Η δ_5 ελαχιστοποιεί τη μέγιστη δυνατή ζημία, γι αυτό και ονομάζεται «στρατηγική minimax».

Συγκρίνοντας τη δ_5 με τη δ_7 βρίσκουμε ότι η αναμενόμενη ζημία εξαιτίας της δ_5 είναι μικρότερη, αν $\theta = \theta_1$, αλλά μεγαλύτερη αν $\theta = \theta_2$. Επομένως, αν ήταν αρκετά μεγάλη η ex ante πιθανότητα ότι $\theta = \theta_2$, η στρατηγική δ_2 θα ήταν ίσως προτιμότερη της δ_5 . Αν υποθεθεί ότι ο συντελεστής στάθμισης για το ενδεχόμενο $\theta = \theta_1$ είναι $1/4$ και για το ενδεχόμενο $\theta = \theta_2$ είναι $3/4$, η στρατηγική δ_7 ελαχιστοποιεί το σταθμισμένο μέσο όρο του κινδύνου - τον κίνδυνο Bayes. Ανάλογα, η δ_1 ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο Bayes, αν οι συντελεστές στάθμισης και για τις δύο τιμές της θ είναι $1/2$.

Κανόνας απόφασης - στρατηγική - Bayes είναι ένας κανόνας δ τέτοιος ώστε να ελαχιστοποιείται ο κίνδυνος Bayes, $Br(\delta)$, για δεδομένη στάθμιση $\rho(\theta)$ των κινδύνων. Αν θεωρήσουμε τη θ τυχαία μεταβλητή με συνάρτηση πιθανότητας $\rho(\theta_j) = P(\theta = \theta_j)$, έχουμε:

$$Br(\delta) = \sum_j R(\delta, \theta_j) \rho(\theta_j) = E[R(\delta, \theta)]$$

Άρα, ο κανόνας απόφασης Bayes ελαχιστοποιεί την ex ante αναμενόμενη τιμή του κινδύνου. Ωστόσο, στην περίπτωση αυτή θα μπορούσαμε να προσεγγίσουμε το ζήτημα και με άλλο τρόπο.

Αν και εφόσον παρατηρηθεί τιμή $X = x_i$, μπορούμε να υπολογίσουμε την ex post κατανομή της πιθανότητας της παραμέτρου θ , με τη βοήθεια του Θεωρήματος του Bayes:

$$P(\theta = \theta_i | x = x_i) = P(X = x_i | \theta = \theta_j) P(\theta = \theta_j) / \sum_j P(X = x_i) \cdot P(\theta = \theta_j)$$

Συμβολίζοντας συντομογραφικά,

$$g(\theta_j | x_i) = P(\theta = \theta_j | X = x_i),$$

$$\Pi(x_i) = \sum_j P(X = x_j) P(\theta = \theta_j)$$

το Θεώρημα Bayes δηλώνει:

$$(**) \quad g(\theta_j | x_i) \Pi(x_i) = f(x_i | \theta_j) P(\theta = \theta_j)$$

Επομένως, με δεδομένη την ex post κατανομή της θ , μπορούμε να υπολογίσουμε, για κάθε κανόνα απόφασης δ , την ex post αναμενόμενη τιμή της ζημίας, όταν έχουμε παρατηρήσει ότι $X = x_i$. Αν συμβολίσουμε αυτή την τιμή της ζημίας $L(\delta, x_i)$, έχουμε

$$(***) \quad L(\delta, x_i) = E[l(\delta(x_i), \theta) | X = x_i]$$

Από τη σκοπιά αυτή, κανόνας απόφασης Bayes θα είναι όποιος κανόνας δ ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο $L(\delta, x_i)$, όταν έχει παρατηρηθεί $X = x_i$. Ωστόσο, και αυτό το κριτήριο οδηγεί στον στον ίδιο κανόνα όπως και το προηγούμενο. Ας δούμε γιατί.

$$\begin{aligned} Br(\delta) &= \sum_j R(\delta, \theta_j) \rho(\theta_j) \\ &= \sum_j \sum_i l(\delta(x_i), \theta_j) f(x_i | \theta_j) \rho(\theta_j) && \text{(από την (*))} \\ &= \sum_j \sum_i l(\delta(x_i), \theta_j) g(\theta_j | x_i) \Pi(x_i) && \text{(από την (**))} \\ &= \sum_i [E[l(\delta(x_i), \theta) | X = x_i]] \Pi(x_i) \\ &= \sum_i L(\delta, x_i) \Pi(x_i) && \text{(από την (***))} \end{aligned}$$

Αφού $\Pi(x_i)$ είναι μη αρνητικοί συντελεστές στάθμισης, ο κανόνας δ που ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο $L(\delta, x_i)$, για κάθε τιμή του x_i , είναι ο ίδιος με τον κανόνα που ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο $Bv(\delta)$. Επομένως, στην περίπτωση αυτή, όποια κι αν ήταν η παρατηρήσιμη τιμή του X , και πριν προχωρήσουμε σε εμπειρική διερεύνηση της πραγματικής κατάστασης, αν αποφασίζαμε σύμφωνα με τον κανόνα δ που ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο $Bv(\delta)$, θα ήταν ορθολογικό να λάβουμε την ίδια απόφαση, όπως και αν είχαμε παρατηρήσει ότι $X = x_i$ και τότε λαμβάναμε όποια απόφαση $\delta(x_i)$ ελαχιστοποιεί τον κίνδυνο $L(\delta, x_i)$, τον αντίστοιχο προς μια *ex post* κατανομή της θ .

Ας συνοψίσουμε τα συμπεράσματα μας. Η στατιστική θεωρία λήψης αποφάσεων δεν οδηγεί ίσως στις άριστες αποφάσεις, επιτρέπει όμως, όταν το πλαίσιο είναι επαρκώς ορισμένο, να συγκρίνουμε μεταξύ τους διαφορετικές αποφάσεις και να επιλέξουμε τη βέλτιστη. Σε πολύ ευνοϊκές περιστάσεις προσανατολίζει *ex ante* και *ex post* στην ίδια απόφαση. Πάντοτε όμως προαπαιτούνται και προϋποτίθενται άλλες αποφάσεις σχετικές με την *ex ante* κατανομή πιθανοτήτων ανάμεσα στα εναλλακτικά ενδεχόμενα. Η τελική απόφαση αφορά ακριβώς ποιά από τα ενδεχόμενα αυτά είναι ορθολογικό να προτιμήσουμε, συναρτήσει του αναμενόμενου λόγου κόστους / ωφέλειας, όπως επιτρέπει να τον υπολογίσουμε η θεωρία λήψης αποφάσεων. Και στην περίπτωση αυτή, το πώς επιλέγουμε την *ex ante* πιο εύλογη κατανομή πιθανοτήτων δεν προκύπτει ούτε θεμελιώνεται αναλυτικά από τη θεωρία. Συχνά, βασιζόμαστε στη στατιστική προβολή των τάσεων και των ροπών της πραγματικότητας - σε πιο απλή και καθημερινή γλώσσα, στη γενίκευση της πείρας. Ή προχωρούμε σε δειγματοληπτική διερεύνηση της πραγματικότητας. Άλλοτε πάλι, ακολουθούμε τη συντηρητική στρατηγική *minimax* ώστε να ελαχιστοποιήσουμε τις ζημιές, ή την τολμηρή στρατηγική *maximin*, επιδιώκοντας να μεγιστοποιήσουμε το ελάχιστο όφελος. Όποτε, βεβαίως, υπό την πίεση των επιθυμιών ή των περιστάσεων, δεν δρούμε «με το ένστικτο», «μαντεύοντας», «παίζοντας κορώνα / γράμματα», ή «*allea jactantes*».

Τελικά, η αποτελεσματική τιθάσευση της τύχης στο πλαίσιο της ανθρώπινης δράσης, δεν είναι αντικείμενο θεωρητικής επιστήμης: καθώς τα ανθρώπινα *ἐνδέχεται καὶ ἄλλως εἶναι*, δεν ανάγονται στα καθόλου και δι' ἀναγκαίων. Διερμηνεύοντας πολύ ελεύθερα την αριστοτέλεια ιδέα, θα μπορούσαμε ίσως να υπαγάγουμε τη θεωρία λήψης αποφάσεων στο γένος των *τεχνών*. Η παρομοίωση δεν είναι άστοχη, αν αναλογιστούμε ότι *τρόπον τινα περὶ τὰ αὐτὰ ἐστὶν ἡ τύχη καὶ ἡ τέχνη* (*Ἠθικὰ Νικομάχεια*, 1140 a 18) και ότι *τὸ αὐτὸ ἂν εἴη τέχνη καὶ ἕξις μετὰ λόγου ποιητικὴ* (*Ἠθικὰ Νικομάχεια*,

1140 a 10-11). Δείξαμε, τουλάχιστον έτσι πιστεύουμε, πως η θεωρία λήψης αποφάσεων οδηγεί, όχι τόσο στην ανακάλυψη, όσο στη *μετά λόγου ποίηση* των βελτίστων, υπό όρους, αποφάσεων. Κάθε τέχνη έχει την τεχνική της. Ποιά τεχνική διαλέγει κανείς - μαθηματική ή άλλη -, για να υπερβεί πρακτικές και θεωρητικές δυσκολίες, είναι θέμα ύφους.

GEORGE MARAGOS

SUMMARY

PROBABILITIES, BELIEFS, DECISIONS

While the controversy over the *extension* of the concept of probability appears largely settled, as far the mathematical calculus is concerned, there remains an open debate over the *intension* of the concept. This controversy has an important bearing on issues relating to the rationality of scientific knowledge and the rationality of decision-making in practical matters. We review a number of *interpretations* of the concept of probability from the classical empiricist definition of probability by R. von Mises, to the theories of Ramsey, Carnap and Ajdukiewicz, which purport to link the concept of probability to that of rational belief, as expressed in rules of choice of fair betting quotients. We proceed to consider applications of Bayesian statistics in problems such as the inference to the best explanation and inductive support; we compare the subjectivist Bayesian model to the alternative objectivist model of Neyman-Pearson statistics. We conclude with the exposition of a more technical example from the theory of decision-making under uncertainty and risk.

Our analyses strive to bring to the fore mathematical, methodological, epistemological and even psychological assumptions at the foundations of the various definitions of probability and rational belief under discussion. One key finding is that the linking of the intention of the concept of probability to its mathematically applicable extension rests on a *semantical convention* which in turn is based on a *pragmatic decision* to identify the mathematical and the psychological expectation of the occurrence of *potentially observable types* - not of *actually observed tokens* - of events. This identification provides also for the relationship between probability and consistent belief. In establishing this relationship the time-honoured idea of betting emerges as an important tool. The need to have mathematically well-behaved magnitudes leads to regularizing assumptions about

the psychological mechanisms motivating choices. The underlying psychological framework is the familiar set of *beliefs* and *desires* of «folk psychology», mostly in behaviourist or functionalist guise. We come to the conclusion that in all attempts at a definition of a workable concept of probability there is an element of *indeterminacy*: various assumptions, magnitudes and factors enter into play whose introduction, though intuitively plausible, is not univocally and exhaustively justified within the respective theoretical constructions.

Given this indeterminacy and the present state of knowledge regarding the actual mechanisms of decision-making, the prescriptions of the theory of decision-making in situations of uncertainty and risk are more akin to rules of thumb than to canons of universal rationality. Under suitable optimizing conditions and circumstances, the theory of decision-making points to choices that might be deemed reasonable, not *simpliciter*, but relative to the specific aims of action.