

ΓΕΩΡΓΙΟΣ Χ. ΚΟΥΜΑΚΗΣ\*

ΠΕΡΙ ΤΟΥ ΝΟΗΤΟΥ ΚΑΙ ΟΡΑΤΟΥ ΚΟΣΜΟΥ ΚΑΤΑ ΠΛΑΤΩΝΑ:  
ΑΝΑΛΟΓΙΕΣ ΚΑΙ ΣΥΜΜΕΤΡΙΕΣ.  
Η ΑΝΑΖΗΤΗΣΗ ΤΗΣ ΔΙΑΛΕΚΤΙΚΗΣ ΣΤΗ «ΔΙΗΡΗΜΕΝΗ ΓΡΑΜΜΗ»  
(Πλάτων *Πολιτεία* VI 509 d-510 a)

Ἡ εἰσήγησις αὐτὴ ἀποσκοπεῖ στὸ νὰ δώσει μιὰ ἐρμηνεία στὸ πολυσυζητημένο χωρίο 509 d-510 a τῆς *Πολιτείας* τοῦ Πλάτωνα, ἡ ὁποία νὰ εἶναι σύμφωνη μὲ τὰ συμφραζόμενα καὶ τὴ συνολικὴ φιλοσοφία του<sup>1</sup>. Κύριος στόχος εἶναι νὰ ἀνασκευαστοῦν λανθασμένες ἐρμηνεῖες, οἱ ὁποῖες διαστρεβλώνουν τὸ ἀληθινὸ νόημα τῶν λόγων του, ἀφοῦ ὀδηγοῦν σὲ ἀδιέξοδα καὶ παρανοήσεις. Μὲ τὴν ἐργασία αὐτὴ ἀναζητοῦνται οἱ μαθηματικοὶ λόγοι, μὲ τοὺς ὁποίους τέμνεται δύο φορὲς ἡ γραμμὴ, διότι, μόνον ἂν ἐντοπισθοῦν οἱ λόγοι, μποροῦμε νὰ μιλάμε γιὰ διαλεκτικὴ, ἡ ὁποία πραγματοποιεῖται κυρίως, ὄχι μὲ τὴν κατὰ μέρος καὶ τυχαία, ἀλλὰ τὴν κατ' εἶδος διαίρεση μὲ συγκεκριμένους λόγους (*Πολιτ.*

---

\* Ο Γεώργιος Χ. Κουμάκης εἶναι ἀφηρητῆσας ἐπίκουρος καθηγητῆς τοῦ Τομέα Φιλοσοφίας τοῦ Τμήματος Φιλοσοφίας, Παιδαγωγικῆς καὶ Ψυχολογίας τῆς Φιλοσοφικῆς Σχολῆς τοῦ Πανεπιστημίου Ἰωαννίνων.

1. Εὐχαριστῶ θερμὰ τὸν Καθηγητὴ καὶ Ἀκαδημαϊκὸ κ. Εὐάγγελο Μουτσόπουλο γιὰ τὶς χρήσιμες ὑφολογικὲς παρατηρήσεις καὶ κυρίως τὶς ὁδηγίες του γιὰ τὴ μουσικὴ σύνδεση τῆς γραμμῆς, τὸν ἐκδότῃ τῶν ἀρχαίων Ἑλλήνων μαθηματικῶν καὶ πολυβραβευμένο μαθηματικὸ κ. Εὐάγγελο Σπανδάγο γιὰ τὴν ἐνθάρρυνσή του, τὸν Δρα κ. Ἀθανάσιο Στεφανῆ, κλασικὸ φιλόλογο καὶ ἐρευνητὴ στὸ Κέντρο Ἑρεῦνης τῆς Ἀκαδημίας Ἀθηνῶν γιὰ τὶς συζητήσεις ποὺ εἶχαμε γιὰ τὸ θέμα αὐτὸ, τὸν Δρα κ. Κωνσταντῖνο Γ. Κωστάκη καὶ τὴ σύζυγό του Δρα Γεωργία Ἀνανιάδη, καθηγητὲς μαθηματικῶν Α.Ε.Ι., γιὰ τὶς μαθηματικὲς ἀποδείξεις ποὺ περιέχονται στὸ κείμενο καί, τέλος, τὸν μουσικολόγο Δρα Χαράλαμπο Σπυρίδη, καθηγητὴ Μουσικῶν Σπουδῶν τοῦ Πανεπιστημίου Ἀθηνῶν γιὰ τὴν πληροφῶριά ποῦ μοῦ ἔδωσε ὅσον ἀφορᾷ στὸ σχῆμα ποῦ θεωρῶ ὡς τὸ πιθανότερο νὰ ἀπηχεῖ τὶς ἀπόψεις τοῦ Πλάτωνα (σχ. 2 καὶ 7), μπορεῖ νὰ παρασταθεῖ μὲ μουσικοὺς φθόγγους στὴ βάση τῆς πυθαγόρειας θεωρίας περὶ μουσικῆς. Εὐχαριστῶ, τέλος, θερμὰ τὴν καθηγήτρια κ. Ἀ. Οικονόμου γιὰ τὴν πολύτιμη βοήθειά της στὴν ἐκπόνηση τῆς παρούσας μελέτης.

Z, 534 a 5-8), δηλαδή τή φυσική τομή τής γραμμής, όπως αυτή πραγματοποιείται στον *Σοφιστή*, στον *Πολιτικό* και στον *Φαίδρο*. Η υπόθεση, ως συστατικό τής διαλεκτικής, (Φαίδ., 100a-101c), ενυπάρχει στη μετοχή «λαβών», η οποία είναι χρονικούποθετική, και σημαίνει: *ἂν ἢ ὅταν λάβεις*. Αντικείμενο του «λαβών» είναι «διττά εἶδη... ὡσπερ γραμμὴν» (και ὄχι «τὰ τμήματα»). Τελικά όμως δὲν κατέστη δυνατόν νὰ ἀνευρεθοῦν οἱ λόγοι τής τομῆς τής γραμμῆς, ἐπομένως οὔτε ἡ διαλεκτική. Ωστόσο, ἀπὸ ὅλη αὐτὴ τὴν προσπάθεια ἐλπίζω νὰ παραμεριστοῦν βασικὲς παρερμηνεῖες, οἱ ὁποῖες ἐπὶ αἰῶνες κρατοῦν τὴν πύλη τοῦ ὑπέροχου αὐτοῦ πνευματικοῦ οἰκοδομηματος τοῦ Πλάτωνα ἐρμητικὰ κλειστή. Ἡ ὠφέλεια ἀπὸ τὴν ἀποτυχημένη αὐτὴ προσπάθεια εἶναι ὅτι γινόμαστε *διαλεκτικώτεροι* (*Πολιτικ.*, 285 d). Πρέπει βέβαια ἀπὸ τὴν ἀρχὴ νὰ λεχθεῖ ὅτι μέρη τής ἐρμηνείας, πού προσπαδῶ νὰ τεκμηριώσω ὡς τὴν μόνη ὀρθή, ἔχουν ἤδη ὑποστηριχθεῖ κατὰ καιροὺς ἀπὸ διαπρεπεῖς κλασικοὺς φιλόλογους καὶ φιλοσόφους, χωρὶς ὥστόσο, δυστυχῶς, νὰ ἔχουν εἰσακουσθεῖ. Ἔτσι ἐπικράτησαν ἐξηγήσεις ἄσχετες πρὸς τὸ πραγματικὸ νόημα τῶν λόγων τοῦ Πλάτωνα, ἀφοῦ αὐτὸ ἀλλοιώνεται ριζικὰ. Τὰ βασικὰ σημεῖα τής ἐπιχειρούμενης ἐρμηνείας εἶναι τὰ ἑξῆς.

1. Ἡ ὀρθὴ γραφὴ τῆς φράσης: «ὡσπερ τοίνυν γραμμὴν δίχα τετμημένην λαβῶν ἄνισα τμήματα» εἶναι *ἀνά ἴσα* καὶ ὄχι *ἄνισα*. Τὴ γραφὴ σὲ *ἴσα* ἢ *ἀνά ἴσα* παραδίδει ὁ κώδικας F καὶ υἱοθετοῦν μεταξὺ ἄλλων οἱ Astius, Stallbaum, Richter, Duemmler, ὁ Ἰάμβλιχος καὶ ὁ φίλος τοῦ Πλάτωνα μαθηματικὸς Ἀρχύτας. Ἡ γραφὴ σὲ *ἄνισα* προσκρούει σὲ ἀνυπέβλητες δυσκολίες ἀπὸ γλωσσικὴ καὶ μαθηματικὴ ἀποψη. Αὐτὲς εἶναι «ὅτι τὸ ἐπίρρημα *δίχα* γενικότερα, ἀλλὰ κυρίως ὅταν χρησιμοποιεῖται μὲ μαθηματικὴ ἔννοια ὅπως ἐδῶ, συνεπάγεται πάντοτε διαίρεση σὲ δύο μέρη εἴτε *ἄνισα* εἴτε *ἴσα* (πβ. Ἀριστ., *Τοπ. Ζ* 4, 142 b 11-19) εἴτε *κατὰ λόγον* εἴτε *κατ' ἀριθμὸν*. Ἀπὸ μαθηματικὴ ἀποψη ἀναφύονται ἐπίσης σοβαρὲς δυσκολίες, διότι, ἂν τὰ τμήματα εἶναι *ἄνισα* μεταξὺ τους, τότε δὲν εἶναι *κατ' ἀνάγκη* σύμμετρα (*Παρμ.* 140 b-c), στὴν περίπτωσι αὐτὴ θὰ εἶναι *ἄλογα*, δὲν θὰ ὑπάρχει δηλαδὴ λόγος (μὲ ἀκέραιους ἀριθμοὺς). Ἡ λέξι *ἴσα* ἐδῶ σημαίνει *ἴσα κατὰ λόγον*, δηλαδὴ *ἀνάλογα*, τὰ ὁποῖα ὁμως εἶναι *ἄνισα κατ' ἀριθμὸν*, δηλαδὴ ἀριθμητικὰ ἄνισα. Ἡ διττὴ αὐτὴ σημασία τής λέξης *ἴσα* ἀπαντᾷ π.χ. στοὺς *Νόμους* (744 c, 757 c) ὡς *ἰσαίτατα τῷ ἀνίσῳ συμμέτρῳ* καὶ στὸν *Γοργίαν* (508a). Ἡ πρόθεσι *ἀνά* εἶναι ἀναγκαία, διότι ἡ γραμμὴ τέμνεται δύο φορές σὲ δύο ἴσα μέρη (*δὶς δίχα*), μιά φορά ὑπὸ ἐποψη γνωσιολογικὴ καὶ μιά ὄντολογικὴ. Μόνον μὲ τὴν προϋπόθεσι αὐτὴν ὁ Πλάτων κατόρθωσε νὰ σχηματίσει τὴν ἀναλογία (534 a): οὐσία: γένεσις: νόησις: δόξα. *Ἀνά ἴσα* σημαίνει ὅτι τὰ τέσσερα τμήματα τής πρώτης τομῆς εἶναι *ἀνά-*

λογα μεταξύ τους. Τὸ ζητούμενο εἶναι ἡ ἀνεύρεση τῆς ἀξιολογικῆς σχέσης (λόγου) μεταξύ τους.

2. Ἡ φράση: «*πάλιν τέμνε ἐκάτερον τὸ τμήμα ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον*» δὲν συνεπάγεται ὅτι ἡ τομὴ καθενὸς ἀπὸ τὰ δύο τμήματα τῆς γραμμῆς θὰ γίνεи μετὸν ἴδιο λόγο πού ἐγινε καὶ ἡ προηγούμενη τομὴ, ὅπως ἐσφαλμένα πιστεύεται μέχρι σήμερα ἀπὸ ὅλους, ἀν ἐξαιρέσουμε τοὺς ἀρχαίους σχολιαστές, ὅπως τὸν Ἀσκληπιό (Arist., *In Met CAG VI*, 142 Kroll), τὸν Ἀρχύτα καὶ τὸν Ἰάμβλιχο (*De comm. math. Scientia*, Festa, 36, 38). Ἄν αὐτὸ ἦταν τὸ νόημα τῶν λόγων τοῦ Πλάτωνα, ἔπρεπε νὰ ἀναγιγνώσκεται: *κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον ἢ καλύτερα κατὰ τὴν αὐτὴν ἀναλογία*. Ἡ φράση: «*ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον*» ὑποδηλώνει ἀπλῶς ὅτι ἡ τομὴ τῶν δύο τμημάτων, πού προέκυψαν ἀπὸ τὴν πρώτη διαίρεση, θὰ γίνεи μετὸν ἴδιο λόγο, ὁπότε θὰ ὑπάρχει ἀναλογία στὰ τέσσερα αὐτὰ τμήματα, ὅπως ἀκριβῶς καὶ μετὸν πρώτη τομὴ (*ἀνά ἴσα*). Ἐδῶ συντελεῖται ἐπανάληψη τῆς ἴδιας πράξης. Τὸ σύμπλεγμα λέξεων «ὁ αὐτὸς λόγος» – ὅπως μαρτυροῦν ὁ Γοργίας (*Ἐλένης ἐγκώμιον* 14), ὁ Ἀριστοτέλης (*Τοπ.* Θ 158 b 33-35, *Ἠθ. Νικ.* Ε 3 1181b 4-5), ὁ Πλάτων (*Τίμ.* 32 b 5, *Φαίδ.* 110 d 5-6) καὶ ὁ Εὐκλείδης (*Στοιχείων* Ε, ὄροι Στ') – εἶναι τεχνικὸς ὄρος, προκειμένου νὰ δηλωθεῖ ἀναλογία. Ἐπομένως γιὰ τὴν σχέση τῶν δύο λόγων, δηλαδὴ μεταξύ ἐκείνου τῆς πρώτης τομῆς καὶ τῶν δύο ἐπόμενων, δὲν γίνεи καμία ἀναφορά.

Ἡ διαφοροποίηση τοῦ νοήματος τῶν δύο ἐρμηνειῶν ἐγκεῖται στὴ χρῆση τῶν προθέσεων *ἀνά* καὶ *κατά*. Ὅπως ἔχει μέχρι σήμερα ἐρμηνευθεῖ τὸ χωρίο, προϋποτίθεται ὅτι ὁ Πλάτων εἶχε γράψει: *πάλιν τέμνε ἐκάτερον τὸ τμήμα κατὰ τὸν αὐτὸν λόγον*. Τὸ νόημα σύμφωνα μετὸν γραφὴ αὐτὴ εἶναι ὅτι ὁ λόγος τῆς τομῆς καθενὸς ἀπὸ τὰ διηρημένα τμήματα εἶναι ὁ ἴδιος μετὸν λόγον τῆς πρώτης τομῆς ὁλόκληρης τῆς γραμμῆς. Γιὰ τὸ ἀν ὅμως ὁ λόγος τῆς δεύτερης τομῆς εἶναι ὁ αὐτὸς μετὸν ἐκείνον τῆς τρίτης τῶν δύο διηρημένων τμημάτων δὲν ἀναφέρεται ρητὰ τίποτε. Τὸ ὅτι οἱ λόγοι αὐτοὶ εἶναι οἱ ἴδιοι, δὲν εἶναι αὐτονόητο ἀλλὰ προκύπτει ἀπὸ τὸ παρακάτω θεώρημα τοῦ Εὐκλείδη (*Στοιχείων* V, 11): «Οἱ λόγοι, οἱ ὅποιοι εἶναι οἱ αὐτοὶ πρὸς τὸν αὐτὸν λόγον, εἶναι καὶ μεταξύ τους οἱ αὐτοὶ» (μετ. Εὐαγ. Σταμάτη). Ἀντίθετα, ἡ φράση «*ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον*» σημαίνει ὅτι ὁ λόγος τῆς δεύτερης τομῆς εἶναι ὁ ἴδιος μετὸν ἐκείνον τῆς τρίτης, ὑπάρχει δηλαδὴ ἀναλογία στὰ τέσσερα τμήματα, ἐνῶ δὲν ἀναφέρεται τίποτε γιὰ τὴν σχέση τῶν δύο αὐτῶν λόγων πρὸς τὸν λόγο τῆς ἀρχικῆς τομῆς, ὁ ὁποῖος προφανῶς δὲν εἶναι ὁ ἴδιος ἀλλὰ διαφορετικὸς. Ἀπὸ ἔρευνες πού ἐγιναν ἀπὸ μαθηματικούς μετὸν συνεργασία μου προέκυψε τὸ ἐξῆς συμπέρασμα: γιὰ νὰ ὑπάρχει προοδευτικὴ διαβάθμιση στὰ τέσσερα τμήματα, π.χ.  $a > b > \gamma > \delta$  – ὅπως ἀπαιτεῖται λόγῳ τῆς ἀντιστοιχίας τους πρὸς τὰ παθήματα τῆς ψυχῆς καὶ τὰ

ὄντα (511 d-e)–, πρέπει ὁ λόγος τῆς πρώτης τομῆς νά εἶναι τουλάχιστον κατά μιὰ μονάδα μεγαλύτερος ἀπὸ ἐκείνον τῶν ἐπόμενων τομῶν. Ἡ μαθηματική αὐτὴ διαπίστωση εὐλόγα μπορεῖ νά ἐκληφθεῖ πῶς ἀποτυπώνει τὴν ἰδέα, ὅτι ὡς πρὸς τὴν ἀξία ἢ διαφορά τῶν παθημάτων τῆς ψυχῆς καὶ τῶν ἀντίστοιχων ὄντων, ποὺ προκύπτουν ἀπὸ τὴν πρώτη διαίρεση, συγκεκριμένα τῆς νόησης ἀπὸ τὴ δόξα καὶ τῆς οὐσίας ἀπὸ τὴ γένεση, εἶναι μεγαλύτερη ἀπὸ ἐκείνη τῶν ἰδίων κατὰ τις ὑποδιαιρέσεις, δηλαδὴ τῆς ἐπιστήμης ἀπὸ τὴ διάνοια καὶ τῆς πίστεως ἀπὸ τὴν εἰκασία, καθὼς καὶ τῶν ὄντων ποὺ ἀντιστοιχοῦν σ' αὐτά, δηλαδὴ τῶν ἰδεῶν ἀπὸ τὰ μαθηματικά καὶ τῶν ὕλικῶν ἀντικειμένων ἀπὸ τις εἰκόνες τους. Ἀποτέλεσμα τῆς ἐπικρατοῦσας ἐρμηνείας εἶναι τὸ παράδοξο καὶ ἀνόητο γεγονός, ὅτι τὰ δύο μεσαῖα τμήματα εἶναι ἴσα κατ' ἀριθμὸν (Εὐκλ., Στοιχ. V, 7, 9).

3. Ὅσον ἀφορᾷ τὸ ἐδάφιο 510 a 8-10 «*Ἡ καὶ... ὁμοιώδη*» ὑποστηρίζεται ἡ ἐρμηνεία ἐκείνων, οἱ ὁποῖοι θεωροῦν ὅτι ἡ ἀντωνυμία αὐτὸ ἀναφέρεται σὲ ὅλη τὴ γραμμὴ, δηλαδὴ σ' ὁλόκληρο τὸν κόσμο, νοητὸ καὶ ὄρατό, καὶ ὅτι οἱ εἰκόνες καὶ τὸ παράδειγμα ἀνάγονται στὸν νοητὸ (παράδειγμα) καὶ ὄρατό (εἰκόνα) κόσμο ἀντίστοιχα καὶ ὄχι στὰ αἰσθητὰ καὶ στὰ ὁμοιώματά τους.

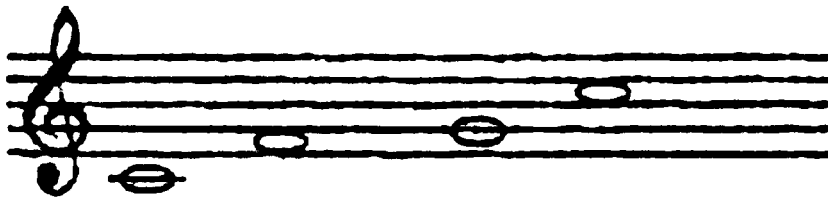
4. α) Τὸ ἄνω τμήμα τῆς γραμμῆς μπορεῖ ἐξίσου καλὰ νά εἶναι τὸ μικρότερο, ὅπως πιστεύουν ὁ Πυθαγορικός Βροντίνος, ὁ Ἰάμβλικος καὶ ἐλάχιστοι νεότεροι σχολιαστές. Τοῦτο δὲ διότι –ἐκτὸς τῶν ἄλλων– κατὰ τὴν ἀνάλυση τοῦ ἀριθμοῦ μὲ τυχόντα λόγο ἢ μονάδα ἢ ὁ εὐκλείστως ἀριθμὸς ἀρμόζει στὸ ἀγαθόν, ποὺ εἶναι τὸ Ἔνα καὶ βρίσκεται στὴν κορυφὴ τῆς γραμμῆς. Ἀντίθετα, τὰ πολλὰ ἔχουν σχέση μετὰ τὴν ὕλη τοῦ ὄρατου κόσμου. Ἐπομένως τὸ μέγιστο τμήμα πρέπει νά βρίσκεται στὸ κατώτατο τμήμα. Τὸ πᾶν ἐξαρτᾶται ἀπὸ τὴ σημασιοδότηση τῆς γραμμῆς, δηλαδὴ τὴ σημασία, ποὺ τῆς ἀποδίδομε κάθε φορά. Ἄν αὐτὴ ἀποτιμᾶται ἀρνητικὰ (ἀσάφεια), τότε τὸ ἐπάνω μέρος πρέπει νά εἶναι τὸ μικρότερο, διότι τὸ λιγότερο καλὸ θεωρεῖται καλὸ (Ἀριστ. *Ἠθ. Νικ.* E 1, 1129 b 8). Ἀντίθετα, ἂν τῆς προσδίδεται θετικὴ τιμὴ (σαφήνεια), τότε τὸ ἄνω μέρος εἶναι τὸ μεγαλύτερο, ἐπειδὴ ἔχει περισσότερη ἀξία.

β) Καμμία τομὴ δὲν εἶναι δυνατὸν νά γίνῃ κατὰ τὸν «*ἄκρον καὶ μέσον λόγον*», δηλαδὴ κατὰ τὴ γεωμετρικὴ ἀναλογία μετὰ τὴ σημερινὴ σημασία τοῦ ὄρου. Δὲν πρέπει μὲ ἄλλα λόγια νά ἔχουμε καμμία «*χρυσὴ τομὴ*», διότι τὰ δύο τμήματα, στὰ ὁποῖα μὲ τὸν τρόπο αὐτὸν ὑποδιαιρεῖται ἡ γραμμὴ, θὰ εἶναι μεταξύ τους ἀσύμμετρα, ἀσύμφωνα καὶ ἄλογα, δεδομένου ὅτι ἡ διαίρεση γίνεται μετὰ λόγους ἀκεραίων ἀριθμῶν (Εὐκλ., Στοιχ. XIII, θεωρ. 6 καὶ VI θεωρ. 30). Ἀλλὰ ὑπὸ διαφορετικὴ ὀπτικὴ γωνία ὁ λόγος τῆς χρυσοῦς τομῆς δημιουργεῖ τὴν ἄριστη συμμετρία καὶ ὁμορφία καὶ ἐπομένως εἶναι καὶ αὐτὸς ἐξίσου πιθανός (M. Livio,

214-216, 106-107. J. Stewart, 2003, 172. 1996, 87).

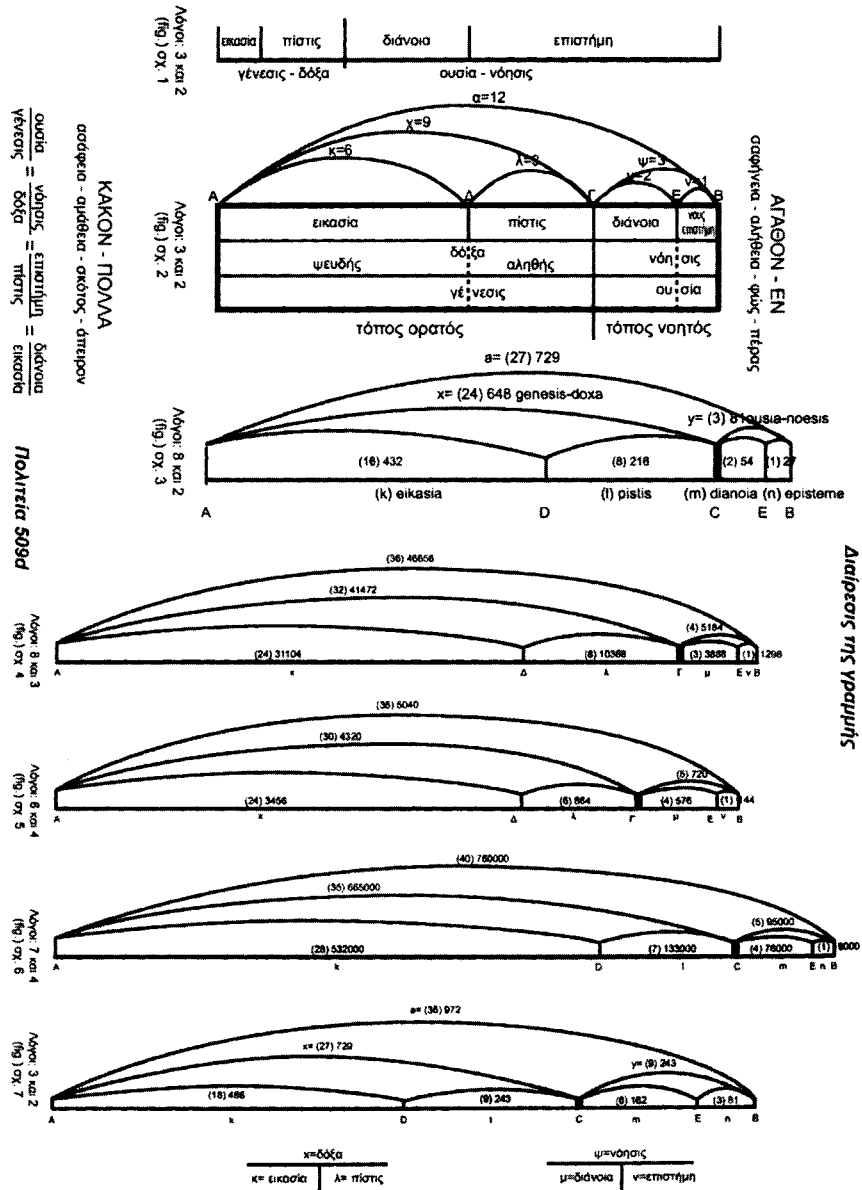
γ) Ἡ ἀναλογία, πού ἀναφέρει ὁ Πλάτων ὡς ἀποτέλεσμα τῶν τριῶν τομῶν μὲ διαφορετικούς λόγους: νόησις: δόξα = ἐπιστήμη: πίστις = διάνοια: εἰκασία, δικαιολογεῖται, ἐπειδὴ τὰ διηρημένα τμήματα ἐμπεριέχονται στὰ ἀδιαίρετα σὲ συνεχή γραμμὴ μὲ βάση ὀρισμένες ιδιότητες τῶν ἀναλογιῶν, πού ἀφοροῦν τῇ σύνθεσῃ καὶ τῇ διαίρεσῃ λόγων καὶ μεγεθῶν (Εὐκλ., Στοιχ. V ὄροι 14, 15 καὶ V θεώρ. 17 καὶ 18).

δ) Οἱ λόγοι, πού προκύπτουν ἀπὸ τις ἀλλεπάλληλες τομές, μποροῦν νὰ παρασταθοῦν μὲ μουσικούς φθόγγους μὲ βάση τὴν Πυθαγόρεια μουσική. Στὴν παρούσα μελέτη ἐλήφθησαν λόγοι μέχρι τὸ δέκα μὲ ἀριθμούς, πού χρησιμοποιήθηκαν ἀπὸ τὸν Πλάτωνα ὅπως: 12 (διαίρεση τῆς ἰδανικῆς πολιτείας, βλ. Νόμ. Η 848c), 729 (ἦθος τῶν πολιτικῶν, βλ. Πολιτ., Θ 587e), 46656 (ἀριθμὸς τοῦ Τιμαίου), 5040 (ἀριθμὸς κατοίκων τῆς ἰδανικῆς πολιτείας, βλ. Νόμ., Ε 737e), 760.000 (γεωμετρικὸς ἀριθμὸς, βλ. Πολιτ., Ε 546c) καὶ 972 (πολλαπλάσιο τοῦ 36, δηλαδὴ τῆς τετρακτύος τῶν Πυθαγορείων).

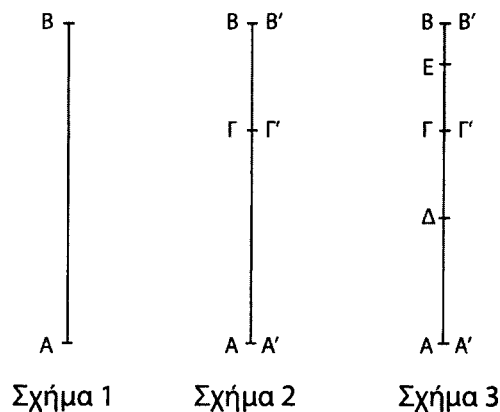


(Εὐ. Μουτσόπουλος)

ε) Θεωρῶ, τέλος, πολὺ πιθανὸν ὁ πρῶτος λόγος νὰ εἶναι 3 καὶ ὁ δεύτερος 2, δηλαδὴ τοῦ τριπλασίου καὶ διπλασίου διαστήματος (σχ. 2 καὶ 7) κατὰ τὸ πρότυπο τοῦ Τιμαίου (36 a-b), τοῦ Πολιτικοῦ (266 a) καὶ τῆς Πολιτείας (Θ 587 c-e), διότι ἀρχόμενοι ἀπὸ τὴ μονάδα –ὁ ἕβδομος ἀριθμὸς, πού σχηματίζεται κατὰ τὸν διπλάσιο καὶ τριπλάσιο λόγον, ἢ πολλαπλάσιους, εἶναι ταυτόχρονα τετράγωνος καὶ κύβος, ὅπως οἱ 64 (= 8<sup>2</sup> ἢ 4<sup>3</sup>) καὶ 729 (= 27<sup>2</sup> ἢ 9<sup>3</sup>), οἱ ὁποῖοι παριστάνουν τὴν ἀσώματη καὶ σωματικὴ οὐσία (Φίλων Ἰουδαῖος, Περὶ τῆς κατὰ Μωϋσέα κοσμοποιίας, 30).



Διαίρεσις της γραμμής



Δεχόμαστε  $AB = \text{το όλον}$  (Σχήμα 1)

(Σχήμα 2)  $\left. \begin{array}{l} B\Gamma < \Gamma A = \xi \cdot B\Gamma \\ B'\Gamma' < \Gamma'A' = \xi \cdot B'\Gamma' \end{array} \right\} (1), \xi = \text{ρητός μεγαλύτερος του } 1$

(Σχήμα 3)  $1 < \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Gamma E}{EB} < \xi$  (2)

τότε  $\frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Gamma E}{EB} \Rightarrow \frac{A\Delta}{\Gamma E} = \frac{\Delta\Gamma}{EB} = \frac{A\Delta + \Delta\Gamma}{\Gamma E + EB} = \frac{A\Gamma}{\Gamma B} = \xi$  (3)

Η (3) συνεπάγεται

$\Delta\Gamma = \xi \cdot EB$  και λόγω της (2)  $\Delta\Gamma > \Gamma E$  (4)

Από τις (2) και (4) έχουμε:

$A\Delta > \Delta\Gamma > \Gamma E > EB$  (5)

όπως εξ' άλλου απαιτείται κατά τον Πλάτωνα.

Ώστε για όλες τις τιμές του λόγου (2) στο διάστημα (1,  $\xi$ )

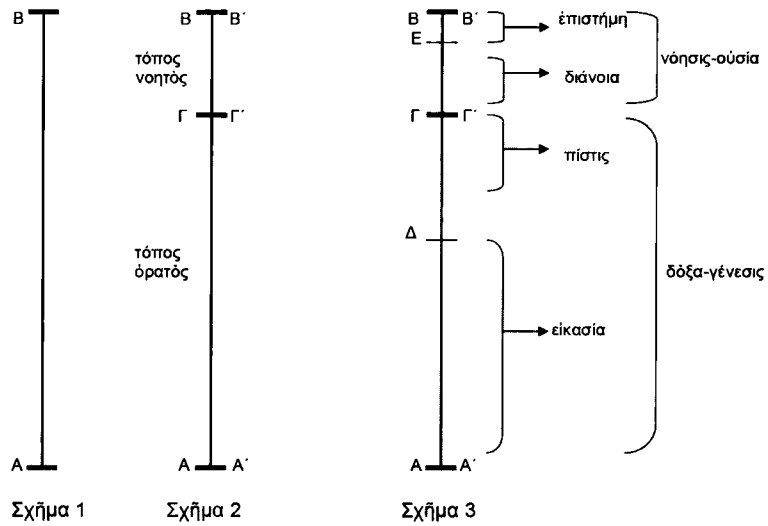
ισχύει η σχέση (5).

Αν υποθεθεί ότι υπάρχει ασάφεια και πρέπει

$1 < \frac{A\Delta}{\Delta\Gamma} = \frac{\Gamma E}{EB} = \xi$  (6)

τότε η ασάφεια αυτή αίρεται λόγω των σχέσεων (5)

αφού προκύπτει : ότι  $\Delta\Gamma = \Gamma E$  (7)



Δεχόμαστε ὅτι  $(AB) = \text{τὸ ὅλον}$  (Σχήμα 1)

Ἀπὸ τὸ Σχήμα 2 ἔστω  $(B\Gamma) < (\Gamma A)$  καὶ  $(\Gamma A) = \xi \circ (B\Gamma)$   
 Ἐπίσης  $(B'\Gamma') < (\Gamma'A')$  καὶ  $(\Gamma'A') = \xi \circ (B'\Gamma')$  (1)

ὅπου  $\xi = \text{ρητὸς μεγαλύτερος τοῦ 1}$

Ἀπὸ τὸ Σχήμα 3  $1 < \frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(EB)} < \xi$  (2)

Τότε  $\frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(EB)} \Rightarrow \frac{(A\Delta)}{(\Gamma E)} = \frac{(\Delta\Gamma)}{(EB)} = \frac{(A\Delta) + (\Delta\Gamma)}{(\Gamma E) + (EB)} = \frac{(A\Gamma)}{(\Gamma B)} < \xi$  (3)

Ἀπὸ τὴν (3) συνεπάγεται:

$(\Delta\Gamma) = \xi \circ (EB)$  καὶ λόγῳ τῆς (2)  $(\Delta\Gamma) > (\Gamma E)$  (4)

Ἀπὸ τὴν (2) καὶ (4) ἔχουμε:



$$(A\Delta) > (\Delta\Gamma) > (\Gamma E) > (EB) \quad (5)$$

ὅπως ἐξ' ἄλλου ἀπαιτεῖται κατὰ τὸν Πλάτωνα.

Ὅστε γιὰ ὅλες τὶς τιμές τοῦ λόγου (2) στὸ διάστημα (1, ζ) ἰσχύει ἡ σχέση (5).

Ἄν ὑποθεθεῖ ὅτι ὑπάρχει ἀσάφεια καὶ δεχθεῖ κανεὶς ὅτι πρῶτος λόγος

$\frac{(A\Gamma)}{(B\Gamma)} = \xi$  εἶναι ἴσος (δηλαδή ὁ ἴδιος) μὲ τὸν δεύτερο λόγο

$$\frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(EB)} = \xi \quad (6)$$

τότε, ἀφοῦ ἀπὸ τὴν (3) συνεπάγεται ὅτι  $(A\Delta) = \xi \odot (\Gamma E)$   
καὶ ἀπὸ τὴν (6) ὅτι  $(A\Delta) = \xi \odot (\Delta\Gamma)$

προκύπτει ὅτι  $(\Gamma E) = (\Delta\Gamma)$   
(7)

σχέση ἡ ὁποία ἔρχεται σὲ ἀντίθεση μὲ τὴν πάγια παραδοχὴ (5) τοῦ Πλάτωνα.

**Ἀπὸ τῶ παραπάνω συμπεραίνεται ὅτι ὁ Πλάτων ἐννοοῦσε ὅτι οἱ δύο αὐτοὶ λόγοι εἶναι μεταξύ τους διαφορετικοί.**

Ὀνομάζουμε τὸν δεύτερο λόγο  $\frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(EB)} = \xi'$

Θὰ ἀποδείξουμε ὅτι ὁ πρῶτος λόγος  $\left( \frac{(A\Gamma)}{(B\Gamma)} = \xi \right)$

(8)

εἶναι μεγαλύτερος ἀπὸ τὸν δεύτερο λόγο  $\left( \frac{(A\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma E)}{(EB)} = \xi' \right)$

(9)

$$\begin{aligned} \text{Από την (9) έχουμε } \frac{(\Delta\Gamma)}{(\Lambda\Delta)} = \frac{1}{\xi'} &\Rightarrow \frac{(\Delta\Gamma)}{(\Lambda\Delta) + (\Delta\Gamma)} = \frac{1}{\xi' + 1} \Rightarrow \frac{(\Delta\Gamma)}{(\Lambda\Gamma)} = \frac{1}{\xi' + 1} \Rightarrow \\ (\Delta\Gamma) &= \frac{(\Lambda\Gamma)}{\xi' + 1} \end{aligned}$$

(10)

$$\begin{aligned} \text{Από την (9) έχουμε } \frac{(\Gamma\epsilon)}{(\epsilon\beta)} = \xi' &\Rightarrow \frac{(\Gamma\epsilon)}{(\Gamma\epsilon) + (\epsilon\beta)} = \frac{\xi'}{\xi' + 1} \Rightarrow \frac{(\Gamma\epsilon)}{(\Gamma\beta)} = \frac{\xi'}{\xi' + 1} \Rightarrow \\ (\Gamma\epsilon) &= \frac{\xi'}{\xi' + 1} \cdot (\Gamma\beta) \end{aligned}$$

(11)

Αλλά σύμφωνα με την ανισότητα του Πλάτωνα ισχύει  $(\Gamma\Delta) > (\Gamma\epsilon)$ .

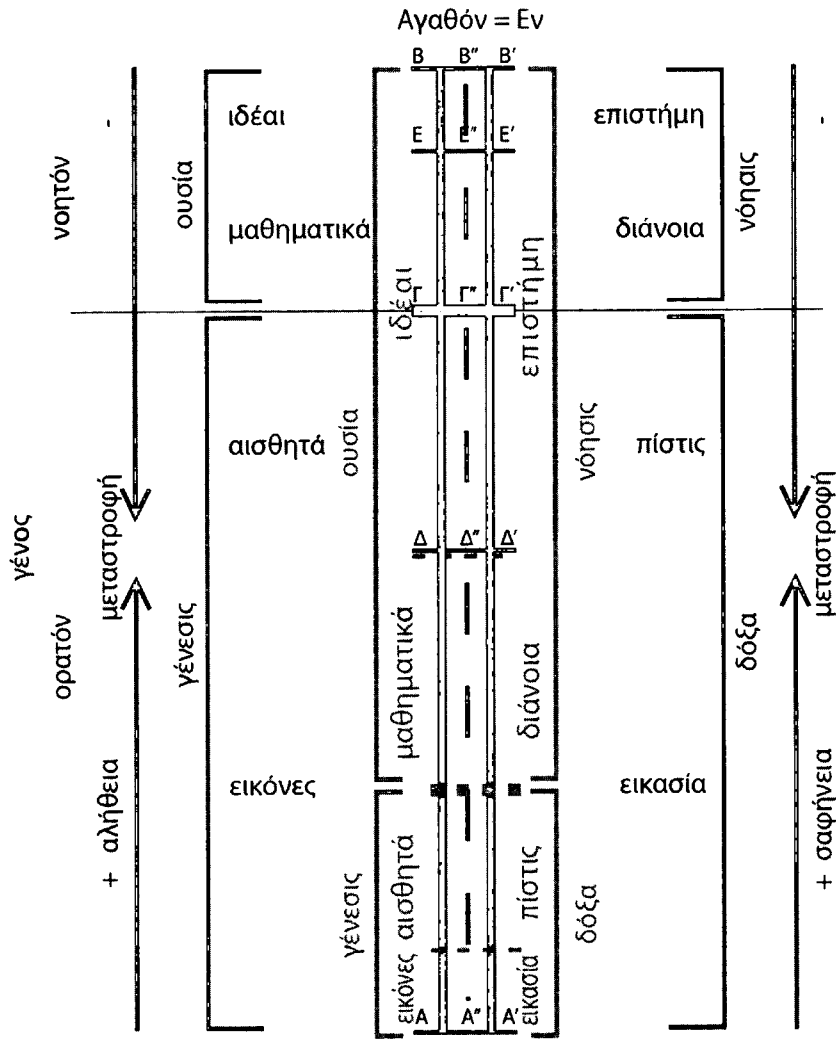
Αντικαθιστώντας τα  $(\Gamma\Delta)$  και  $(\Gamma\epsilon)$  από τις (10) και (11) έχουμε

$$\frac{(\Lambda\Gamma)}{\xi' + 1} > \frac{\xi' \cdot (\Gamma\beta)}{\xi' + 1} \Rightarrow (\Lambda\Gamma) > \xi' \cdot (\Gamma\beta) \Rightarrow \frac{(\Lambda\Gamma)}{(\Gamma\beta)} > \xi'$$

και αντικαθιστώντας από την (8) έχουμε  $\zeta > \xi'$ .

**Άρα αποδείξαμε ότι ο πρώτος λόγος  $\frac{(\Lambda\Gamma)}{(\beta\Gamma)}$   
είναι μεγαλύτερος από τον δεύτερο λόγο  $\frac{(\Lambda\Delta)}{(\Delta\Gamma)} = \frac{(\Gamma\epsilon)}{(\epsilon\beta)}$ .**

### Εικόνα της γραμμής

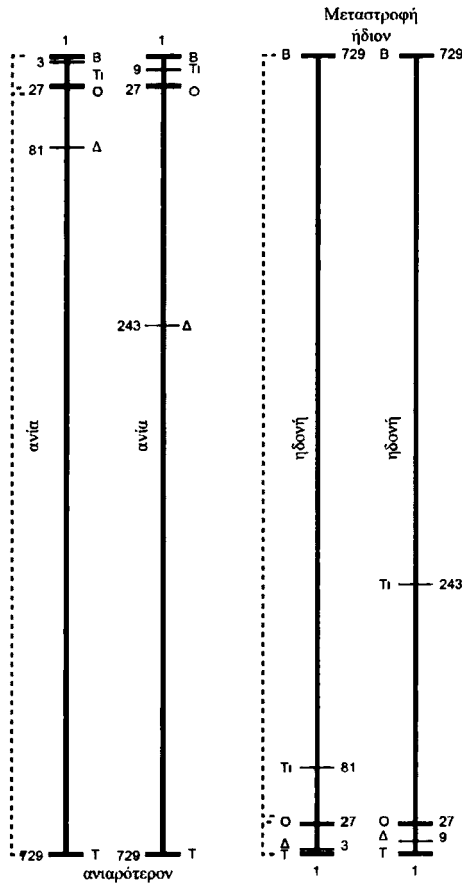


Κακόν = Πολλά

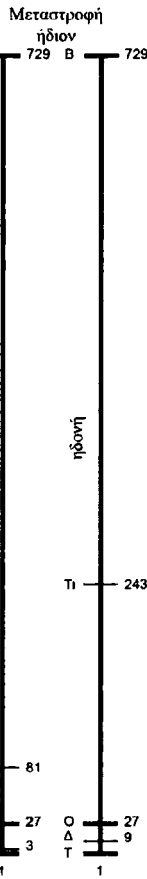
AB= οντολογία, A'B'= επιστημολογία, A''B''= αξιολογία

Η ΗΔΟΝΗ ΤΩΝ ΑΡΧΟΝΤΩΝ ΑΝΑΛΟΓΑ ΜΕ ΤΟ ΠΟΛΙΤΕΥΜΑ

Αγαθόν  
Λόγος, ηδονή, ευδαιμονία



Διμάθεια, ανία, αθλιότης  
Κακόν



I	1	B = Βασιλικός	1	729
	2	Ti = Τυμοκρατικός	3	81
	>>	>>	9	243
II	3.1	O = Ολιγαρχικός	27	27
	4.2	Δ = Δημοκρατικός	81	3
	>>	>>	243	9
III	5.3	T = Τυραννικός	729	1

τριπλάσιος λόγος

B.  $\frac{1}{0.27} = \frac{0.27}{1.729}$  μέσος γεωμετρικός

A.1.  $\frac{1}{3} = \frac{27}{81}$  και  $\frac{3}{27} = \frac{81}{729} \rightarrow \frac{1}{27} = \frac{3}{81}$  και  
 $\frac{3}{81} = \frac{27}{729}$ ,  $\frac{3}{81} = \frac{1}{27}$ ,  $\frac{1}{27} = \frac{27}{729} = \frac{1}{3^3}$  ή

2.  $\frac{1}{9} = \frac{27}{243}$  και  $\frac{9}{27} = \frac{243}{729} \rightarrow \frac{1}{27} = \frac{9}{243}$  και  
 $\frac{9}{243} = \frac{27}{729}$ ,  $\frac{9}{243} = \frac{1}{27}$ ,  $\frac{1}{27} = \frac{27}{729} = \frac{1}{3^3}$

B.1.  $\frac{2}{24} = \frac{54}{648} \rightarrow \frac{2}{54} = \frac{24}{648} = \frac{26}{702} = \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3}$  ή

2.  $\frac{8}{18} = \frac{216}{486} \rightarrow \frac{8}{216} = \frac{18}{486} = \frac{26}{702} = \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3}$ ,  
 $\frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{3^3} = \frac{1}{3^6}$  τριπλάσιον τριπλάσιου

Μέσοι ανάλογοι

Γ.1.  $\frac{1}{729} = \frac{1}{27} \cdot \frac{27}{729}$

2.1  $\frac{1}{27} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{27}$  ή  $\frac{1}{27} = \frac{1}{9} \cdot \frac{9}{27}$

II  $\frac{27}{729} = \frac{27}{81} \cdot \frac{81}{729}$  ή  $\frac{27}{729} = \frac{27}{243} \cdot \frac{243}{729} = \frac{1}{27}$

Δ.1.  $\frac{1}{27} = \frac{3}{81} = \frac{1+3}{27+81} = \frac{9+3}{243+81} = \frac{12}{324} = \frac{12 \cdot 729}{27 \cdot 324} = \frac{27}{27} = 1$

2.  $\frac{1}{27} = \frac{9}{243} = \frac{1+9}{27+243} = \frac{3+9}{729+243} = \frac{12}{972} = \frac{12 \cdot 729}{27 \cdot 972} = \frac{27}{27} = 1$

## ABSTRACT

The aim of this paper is the linguistic and philosophical investigation of the deeper meaning of Plato's words in the controversial passage 509d-510a of his *Republic*. Essentially, the attempted interpretation is not new but as old as the text itself, as the issue occupied the mathematician Archytas, a friend of Plato, whose interpretation is accepted. The same view was later adopted by Iamblichus, Astius, Stallbaum, Duemmler and Richter.

According to this explanation, the correct reading is not *ἄνισα τμήματα*, "unequal segments", as is generally thought today, but *ἀνὰ ἴσα* (*ἄν ἢ ἀν' ἴσα*), "in equal segments"). The whole line is, firstly, cut twice at the same ratio, providing two, or more accurately four, *ἴσα κατὰ λόγον τμήματα* ("segments equal by ratio"), meaning that they are proportional to each other. The line is divided from an ontological point of view on the one hand, producing essence and generation, and epistemological on the other, producing intellection and opinion. These segments are *ἴσα κατὰ λόγον*, "equal by ratio"), i.e. proportional, and may be *ἄνισα κατ' ἀριθμόν*, "unequal by number". From this first section arises the proportion: *οὐσία: γένεσις: νόησις: δόξα* (essence: generation: intellection: opinion).

The word-group "*ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον*" ("in the same ratio"), simply means that the ratio of these two sections is the same, without hinting at the ratio of the original section. It is a technical term, used at the time to denote proportion. In other words, the magnitudes or values which have the same ratio to each other are proportional.

In order for the four proportional segments, *ἐπιστήμη, διάνοια, πίστις* and *εἰκασία* (intelligence, reason, belief and conjecture), to be progressively larger or smaller, e.g.  $a > b > c > d$ , the ratio of the first section must be greater than that of the second and third. This may be a reflection of the thought that the difference between intellection and opinion is greater than that between intelligence and reason, and belief and conjecture. Passage 510 a 8-10 "*Ἡ καὶ... ὁμοιώθη*" confirms the view of those who support that the images and the example belong to the visible and intelligible world, rather than plants, animals and material bodies and their images in general, since this would then contradict both the previous section and passage 534 a.

The upper part of the line may be either the smallest or the largest section, depending on whether the line is evaluated positively or negatively. In the case that the line symbolises clarity, then the upper part is the largest, while if it symbolises obscurity, the upper part will be the smallest, because the lesser evil is good. But an inversion is also possible: no section can be made by the *ἄκρον καὶ μέσον λόγον* ("extreme and middle ratio"), i.e. geometrical proportion or the golden section, because the divided segments

would then be asymmetrical and disproportional to each other.

The proportion of the segments Plato mentions, intellection : opinion = intelligence : belief = reason : conjecture, albeit arising from different ratios, is fully justified based on certain attributes of proportions, because the smaller segments are included in pairs in the larger. This division may be represented by musical notes. I also believe it likely that the ratio of the first section is 3 and that of the second section is 2, in which case we have a division of the double and triple interval, as with the division of the soul in *Timaeus*.