



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ



Πέτρος Στογιάντσης

ΜΟΝΤΕΛΑ ΕΛΕΓΧΟΥ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΥ
ΟΡΙΖΟΝΤΑ ΥΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΗΣΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ ΕΚΠΟΜΠΩΝ
ΡΥΠΩΝ

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Ιωάννινα, 2016

Αφιερώνεται στην οικογένειά μου

Η παρούσα Μεταπτυχιακή Διατριβή εκπονήθηκε στο πλαίσιο των σπουδών για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην Στατιστική και Επιχειρησιακή Έρευνα που απονέμει το Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Εγκρίθηκε την 12/05/2016 από την εξεταστική επιτροπή:

Ονοματεπώνυμο

Βαθμίδα

Κωνσταντίνα Σκούρη

Επίκουρη Καθηγήτρια

Απόστολος Μπατσίδης

Επίκουρος Καθηγητής

Κωνσταντίνος Παρσόπουλος

Επίκουρος Καθηγητής

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ

“Δηλώνω υπεύθυνα ότι η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε κάτω από τους διεθνείς ηθικούς και ακαδημαϊκούς κανόνες δεοντολογίας και προστασίας της πνευματικής ιδιοκτησίας. Σύμφωνα με τους κανόνες αυτούς, δεν έχω προβεί σε ιδιοποίηση ξένου επιστημονικού έργου και έχω πλήρως αναφέρει τις πηγές που χρησιμοποίησα στην εργασία αυτή.”

Πέτρος Στογιάντσης

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω την οικογένειά μου και τους φίλους μου για την στήρηξή τους στην προσπάθεια αυτή. Επίσης, να ευχαριστήσω την επιτροπή για τις εύστοχες παρατηρήσεις που βελτίωσαν αυτή την διατριβή. Τέλος, να ευχαριστήσω την επιβλέπουσά μου, κ. Σκούρη, για την υπομονή και την πολύτιμη βοήθειά της.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα διατριβή σκοπεύει στην διερεύνηση της επίδρασης περιορισμών εκπομπών ρύπων, στη διαχείριση αποθεμάτων πεπερασμένου ορίζοντα. Οι περιορισμοί αυτοί ποσοτικοποιούνται προκειμένου να ληφθεί υπόψη η ισχύουσα νομοθεσία, που αποτελεί υλοποίηση της Σύμβασης Πλαίσιο των Ηνωμένων Εθνών για τις Κλιματικές Μεταβολές (UNFCCC) και του Πρωτοκόλλου του Κιότο. Η διατριβή αποτελείται από τρία κεφάλαια. Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφονται οι βασικές οδηγίες περιορισμών εκπομπών ρύπων όπως αυτές εφαρμόζονται διεθνώς. Συγκεκριμένα, περιγράφονται οι οδηγίες carbon cap, carbon tax, cap and trade και carbon offset. Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται ανασκόπηση της βιβλιογραφίας που αφορά μοντέλα διαχείρισης πεπερασμένου ορίζοντα, κατηγοριοποιώντας τα βάσει των προαναφερθέντων οδηγιών. Στο τρίτο κεφάλαιο προτείνονται δύο τροποποιήσεις του μοντέλου των Akbalik and Rapine (2014). Επιπλέον, γίνεται σύγκριση των προτεινόμενων μοντέλων, μέσω εκτεταμένων αριθμητικών παραδειγμάτων, με εκείνα των Akbalik and Rapine (2014), Helmrich et al. (2015) και Palak et al. (2014) (υπό τις οδηγίες αντιστάθμισης και εμπορίας εκπομπών ρύπων). Τα αποτελέσματα δίνουν ενδείξεις ότι η βέλτιστη πολιτική δεν εξαρτάται από τον περιορισμό εκπομπών ρύπων στην περίπτωση που επιτρέπεται η αγορά επιπλέον δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων. Τέλος, προτείνονται θέματα για περαιτέρω έρευνα.

ABSTRACT

The present thesis aims to explore the effects of carbon emission constraints to inventory control for finite horizon problems. Those constraints are quantified in order to take into account the present legislations, as they implement the United Nations Framework Convention on Climate Change (UNFCCC) and the Kyoto Protocol directions. The thesis consists of three chapters. In the first chapter, the main carbon emission restriction policies, that are applied internationally, are presented. In particular, the policies that are described are the carbon cap, carbon tax, carbon cap-and-trade and carbon offset. In the second chapter, the relevant literature for finite horizon inventory models is reviewed. In the third chapter, two modifications of the model of Akbalik and Rapine (2014) are proposed. Furthermore, comparisons are made, through extended numerical examples, between the proposed models and the models of Akbalik and Rapine (2014), Helmrigh et al. (2015) and Palak et al. (2014) (with the carbon offset and carbon cap-and-trade policies). The results indicate that the optimal solution does not depend on the carbon emission policy, in the case that the policy allows the purchase of more carbon emission allowances. Finally, further research directions are proposed.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1	Εισαγωγή	3
2	Ανασκόπηση μοντέλων διαχείρισης αποθεμάτων πεπερασμένου ορίζοντα με περιορισμούς εκπομπών ρύπων	13
2.1	Ανάπτυξη μοντέλων υπό την οδηγία της μέγιστης επιτρεπόμενης εκπομπής ρύπων	14
2.1.1	Επιβολή περιορισμού στη μέγιστη επιτρεπόμενη εκπομπή ρύπων ανά περίοδο	16
2.1.2	Επιβολή περιορισμού εκπομπών ρύπων αθροιστικά	22
2.1.3	Επιβολή περιορισμών εκπομπών ρύπων σε όλον τον ορίζοντα σχεδιασμού και σε μέρη του	29
2.1.4	Παραλλαγή του προβλήματος (Π3)	30
2.2	Τροποποίηση μοντέλου (Π) - χρήση της οδηγίας φορολόγησης εκπομπών ρύπων	36
2.3	Τροποποίηση μοντέλου (Π) - χρήση της οδηγίας εμπορίας δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων	38
2.3.1	Ειδική περίπτωση: ένας προμηθευτής	41
2.4	Οδηγία αντιστάθμισης εκπομπών καυσαερίων	49
3	Μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων πεπερασμένου ορίζοντα με περιορισμό διαθέσιμου κεφαλαίου στην αγορά δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων ανά περίοδο	53
3.1	Το μοντέλο της παρούσας διατριβής	53
3.2	Αριθμητικά παραδείγματα	55
3.2.1	Πίνακες δεδομένων	77

4	Επίλογος-Θέματα για περαιτέρω έρευνα	81
	Βιβλιογραφία	82

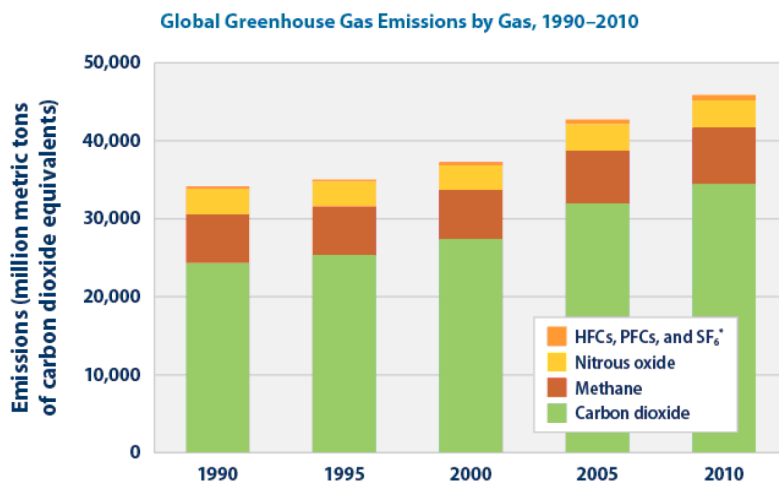
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η κλιματική αλλαγή είναι ένα σημαντικό θέμα που αποτελεί αντικείμενο έρευνας από πολλές οπτικές γωνίες. Πολλοί ηγέτες και επιστήμονες έχουν εκφράσει ανησυχίες τα τελευταία χρόνια σχετικά με τα αυξημένα επίπεδα αερίων του θερμοκηπίου (greenhouse gas, GHG) και τις επιπτώσεις των εκπομπών αυτών στην κλιματική αλλαγή. Πολλές κυβερνήσεις χωρών αντιλαμβάνονται την ανάγκη υιοθέτησης δράσεων προς την κατεύθυνση της μείωσης αερίων του θερμοκηπίου. Η Διακυβερνητική Επιτροπή για την αλλαγή του κλίματος (IPCC) εκτιμά αύξηση της τάξης των 1.8–4 βαθμών Κελσίου στη θερμοκρασία της Γης στο τέλος αυτού του αιώνα, λόγω της αύξησης εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου (Solomon et al. (2007)). Μέσω του Ευρωπαϊκού Προγράμματος για την Αλλαγή του Κλίματος, η Ευρωπαϊκή Ένωση στοχεύει στη μείωση των εκπομπών αερίων θερμοκηπίου κατά τουλάχιστον 20% έως το 2020 σε σύγκριση με τα επίπεδα του 1990 (Ευρωπαϊκή Επιτροπή, 2008). Τα αέρια του θερμοκηπίου είναι περίπου 20 και έχουν όγκο μικρότερο από το 1% του συνολικού όγκου της ατμόσφαιρας. Από αυτά τα αέρια, εκείνα των οποίων οι συγκεντρώσεις στην ατμόσφαιρα αυξάνονται σημαντικά λόγω της ανθρώπινης παρέμβασης είναι αυτά τα οποία χαρακτηρίστηκαν ως αέρια του θερμοκηπίου από το Πρωτόκολλο του Κιότο (Κιότο, Δεκέμβριος 1997). Τα αέρια αυτά είναι: το Διοξείδιο του άνθρακα (CO_2), το Μεθάνιο (CH_4), το Υποξείδιο του αζώτου (N_2O), οι Υδροφθοράνθρακες (HFC), οι Υπερφθοράνθρακες (PFC) και το Εξαφθοριούχο θείο (SF_6). Στο σχήμα 1.1 παρουσιάζονται οι εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα, μεθανίου, υποξειδίου του αζώτου, και πολλών φθοριούχων αερίων παγκοσμίως από το 1990 έως το 2010 (United States Environmental Protection Agency(EPA (2014))).

Οι βασικότερες πηγές αερίων του θερμοκηπίου, οι οποίες συμφωνήθηκε να παρακολουθούνται και να ρυθμίζονται μέσα από την Σύμβαση-Πλαίσιο των Ηνωμένων Εθνών για τις Κλιματικές Μεταβολές (UNFCCC) και το Πρωτόκολλο του Κιότο, είναι η παραγωγή ενέργειας, οι διεθνείς μεταφορές, η γεωργία, οι βιομηχανικές διεργασίες, τα απόβλητα, η αλλαγή χρήσης γης και η δασοπονία. Στο σχήμα

Κεφάλαιο 1



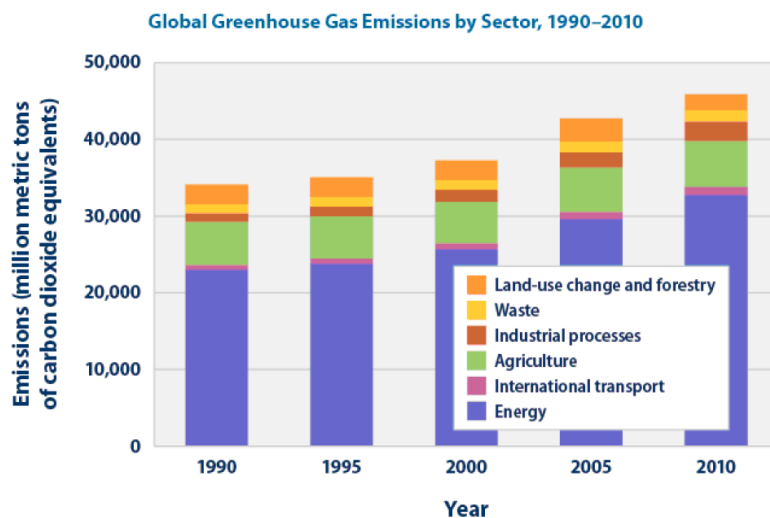
Σχήμα 1.1: Εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα, μεθανίου, υποξειδίου του αζώτου, και πολλών φθωριούχων αερίων παγκοσμίως από το 1990 έως το 2010. (EPA (2014))

1.2 παρουσιάζονται οι εκπομπές αερίων θερμοκηπίου ανά τομέα παγκοσμίως, από το 1990 έως το 2010.

Το Πρωτόκολλο του Κιότο τέθηκε σε ισχύ το 2005, η πρώτη περίοδος ισχύος ξεκίνησε το 2008 και ολοκληρώθηκε το 2012, η δεύτερη περίοδος ισχύος άρχισε την 1η Ιανουαρίου 2013 και θα λήξει το 2020. Το Πρωτόκολλο του Κιότο, προβλέπει τρεις μηχανισμούς μέσω των οποίων οι χώρες δύναται να επιτύχουν μείωση των εκπομπών τους: το εμπόριο εκπομπών, το μηχανισμό κοινής εφαρμογής και το μηχανισμό «καθαρής» ανάπτυξης (ΥΠΕΚΑ (2008)). Η εμπορία δικαιωμάτων εκπομπών (Emissions Trading\ ET), αποτελεί το βασικότερο εργαλείο για τον περιορισμό των βιομηχανικών εκπομπών αερίων θερμοκηπίου. Όπως προβλέπεται από το άρθρο 17, κράτη που έχουν αναλάβει δεσμεύσεις από το Πρωτόκολλο (Παράρτημα Β') δύναται να συμμετέχουν σε σύστημα εμπορίας (trading) εκπομπών προκειμένου να εκπληρώσουν το στόχο τους, αλλά μόνο συμπληρωματικά των εθνικών δράσεων τους.

Η εφαρμογή του Συστήματος Εμπορίας Δικαιωμάτων Εκπομπών –ΣΕΔΕ (Emissions Trading System, ETS) σε διεθνή κλίμακα, σύμφωνα με το Πρωτόκολλο, έχει ξεκινήσει από το 2008 θέτοντας ένα όριο εκπομπών (Cap) (Pew Center on Global Climate Change, 2009). Είναι μια προσέγγιση βασισμένη στην αγορά και χρησιμοποιείται για να ελέγξει τις εκπομπές ρύπων παρέχοντας οικονομικά κίνητρα για την επίτευξη των μειώσεων των εκπομπών ρύπων (Stavins (2003)).

Κεφάλαιο 1



Σχήμα 1.2: Εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου παγκοσμίως από το 1990 έως το 2010. (EPA (2014))

Μια κεντρική αρχή (συνήθως μία κυβερνητική αρχή) θέτει ένα όριο (Cap) στην ποσότητα ενός ρύπου που μπορεί να εκπεμφθεί. Με βάση αυτό το όριο γίνονται αγοροπωλησίες μεταξύ των κρατών που συμμετέχουν μέσω των συστημάτων που ανήκουν, για παράδειγμα, η EU (2005) κάνει εμπόριο πρώτιστα στα δικαιώματα της Ευρωπαϊκής Ένωσης (EUAs), το καλιφορνέζο σχέδιο στα επιδόματα άνθρακα Καλιφόρνιας, το σχέδιο της Νέας Ζηλανδίας στις μονάδες της Νέας Ζηλανδίας και το αυστραλιανό σχέδιο στις αυστραλιανές μονάδες.

Το όριο (Cap) διατίθεται ή πωλείται στις εταιρίες υπό μορφή δικαιωμάτων εκπομπών που αντιπροσωπεύουν το δικαίωμα να εκπεμφθεί ή να απαλλαχθεί μια ποσότητα ενός συγκεκριμένου ρύπου. Ο συνολικός αριθμός των δικαιωμάτων δεν μπορεί να υπερβεί ένα συγκεκριμένο όριο συνολικών εκπομπών. Οι εταιρίες που πρέπει να αυξήσουν τον όγκο εκπομπών του πρέπει να αγοράσουν τα δικαιώματα από εκείνους που απαιτούν λιγότερα δικαιώματα (Talberg and Swoboda (2013)).

Η μεταφορά των αδειών αναφέρεται ως εμπόριο. Στην πραγματικότητα, ο αγοραστής πληρώνει μια δαπάνη για τις εκπομπές του, ενώ ο πωλητής ανταμείβεται για τη μείωση των εκπομπών. Κατά συνέπεια, για κάποιους η μείωση των εκπομπών τους θα αποτελέσει οικονομικότερη λύση, επιτυγχάνοντας τη μείωση της ρύπανσης με χαμηλότερο κόστος στην κοινωνία (Montgomery (1972)).

Υπάρχουν ενεργά προγράμματα εμπορικών συναλλαγών για διάφορους ατμοσφαιρικούς ρύπους παγκοσμίως, όπως στις Ηνωμένες Πολιτείες όπου υπάρχει μια

Κεφάλαιο 1

εθνική αγορά για τη μείωση της όξινης βροχής και διάφορες περιφερειακές αγορές για οξείδια αζώτου (EPA (2014)). Για τα αέρια θερμοκηπίου το μεγαλύτερο είναι το Σύστημα Εμπορίας Δικαιωμάτων Εκπομπών της Ευρωπαϊκής Ένωσης (EU (2005)) παρέχοντας στον ιδιωτικό τομέα την ευελιξία που απαιτείται για να μειώσει τις εκπομπές και προτρέποντας τη τεχνολογική καινοτομία. Το ΣΕΔΕ της Ευρωπαϊκής Ένωσης με τα 15 κράτη μέλη είναι το παλαιότερο σύστημα ξεκινώντας την πρώτη φάση εφαρμογής το 2005 (European Union, 2013).

Το σύστημα εμπορίας εκπομπών της Ευρωπαϊκής Ένωσης, παρουσιάζεται στην επίσημη ιστοσελίδα της Ευρωπαϊκής Επιτροπής (EU (2005)). Οι κανόνες για τις δύο πρώτες περιόδους εμπορικών συναλλαγών του ΕΕ ΣΕΔΕ διαφέρουν σημαντικά σε σχέση με την τρίτη περίοδο εμπορικών συναλλαγών την οποία διανύουμε σήμερα. Η πρώτη και δεύτερη περίοδος εμπορικών συναλλαγών καθορίστηκαν από την οδηγία εμπορίας εκπομπών του 2003 (Οδηγία 2003/87EC) καθώς και από την τροποποίηση με βάση την «οδηγία σύνδεσης» του 2004 (Οδηγία 2004/101EC). Στις πρώτες δύο φάσεις, το όριο στα δικαιώματα τέθηκε σε εθνικό επίπεδο μέσω των Εθνικών Σχεδίων Κατανομής Δικαιωμάτων Εκπομπών –ΕΣΚΔΕ (National Allocation Plans, NAPs).

Το σύστημα λειτουργεί με την επιβολή ορίου (Cap) που τίθεται σε επίπεδο ΕΕ, στις γενικές εκπομπές των αερίων θερμοκηπίων που μπορεί να εκπεμφθούν κάθε χρόνο από σταθερές επιχειρήσεις (εγκαταστάσεις παραγωγής ενέργειας, εργοστάσια και άλλες επιχειρήσεις που καλύπτονται από το σύστημα). Ένα χωριστό όριο ισχύει για τον τομέα της αεροπορίας. Και τα δύο όρια τίθενται σε επίπεδο ΕΕ. Μέσα σε αυτά τα όρια, οι επιχειρήσεις λαμβάνουν ή αγοράζουν τα δικαιώματα εκπομπής που μπορούν να ανταλλάξουν, εάν επιθυμούν. Μπορούν επίσης να αγοράσουν τα περιορισμένα ποσά διεθνών πιστώσεων από την εκπομπή-διάσωση των προγραμμάτων σε όλο τον κόσμο. Στο τέλος του χρόνου κάθε επιχείρηση πρέπει να παραδώσει αρκετά δικαιώματα για να καλύψει όλες τις εκπομπές της, διαφορετικά επιβάλλονται πρόστιμα. Εάν μια επιχείρηση μειώσει τις εκπομπές της, μπορεί να κρατήσει τα υπόλοιπα δικαιώματα για να καλύψει τις μελλοντικές ανάγκες της διαφορετικά να τα μεταβιβάσει σε μια άλλη επιχείρηση που έχει έλλειψη δικαιωμάτων. Αυτή η «cap-and-trade» προσέγγιση δίνει στις επιχειρήσεις την ευελιξία για να μειώσουν τις εκπομπές τους με οικονομικά αποδοτικό τρόπο.

Τα δικαιώματα ρύπανσης παρέχονται και εφαρμόζονται με τη μορφή αδειών εκπομπής, όπου οι άδειες αναφέρονται σε συγκεκριμένες εγκαταστάσεις εγκατεστημένες σε συγκεκριμένες γεωγραφικές θέσεις. Κάθε άδεια καθορίζει συγκεκριμένες υποχρεώσεις παρακολούθησης και αναφοράς για κάθε εγκατάσταση, υποχρεώνοντάς την να παραδίδει στο τέλος κάθε ημερολογιακού έτους, έναν αριθμό δικαιωμάτων ίσο με τις εκπομπές αερίων του θερμοκηπίου και τέλος δεν

Κεφάλαιο 1

μπορεί να μεταφερθούν.

Τα δικαιώματα εκδίδονται από τα κράτη-μέλη, είναι εμπορεύσιμα σε όλη την Ευρωπαϊκή Ένωση, οι μεταβιβάσεις, παραδόσεις, ακυρώσεις κλπ. καταγράφονται σε ηλεκτρονική μορφή στο Εθνικό μητρώο καταγραφής συναλλαγών (National Registry). Από 1ης Ιανουαρίου 2005, με βάση την οδηγία 2003/87EC κάθε εγκατάσταση που συμμετέχει στο σύστημα οφείλει να είναι κάτοχος της χορηγούμενης άδειας από αρμόδιες αρχές. Οι άδειες μπορούν να καλύπτουν μία ή περισσότερες εγκαταστάσεις στον ίδιο τόπο υπό τον ίδιο φορέα εκμετάλλευσης. Η αρμόδια αρχή επανεξετάζει την άδεια εκπομπής αερίων θερμοκηπίου ανά πεντάμηνο και προβαίνει στις αναγκαίες τροποποιήσεις.

Το όριο του 2013 για τις εκπομπές από τους σταθμούς παραγωγής ηλεκτρικού ρεύματος και άλλες σταθερές εγκαταστάσεις στα 28 κράτη-μέλη της ΕΕ και τα τρία κράτη ΕΕΑ-EFTA τέθηκε στα 2.084.301.856 δικαιώματα (Απόφαση 634/2010). Κατά τη διάρκεια της 3ης φάσης της ΕU (2005) (2013 – 2020), αυτό το όριο μειώνεται κάθε χρόνο κατά 1,74% της μέσης συνολικής ποσότητας δικαιωμάτων που εκδόθηκαν ετησίως το 2008 – 2012. Σε απόλυτους όρους αυτό σημαίνει ότι ο αριθμός γενικών δικαιωμάτων θα μειωθεί ετησίως κατά 38.264.246. Με βάση τη συνεχή μείωση του ορίου, το 2020 οι εκπομπές από τις σταθερές εγκαταστάσεις θα είναι 21% χαμηλότερες από το 2005.

Η ετήσια μείωση του ορίου θα συνεχιστεί πέρα από το 2020. Για να επιτύχει το στόχο μείωσης 40% των εκπομπών αερίων θερμοκηπίου στην ΕΕ κάτω από τα επίπεδα του 1990 ως το 2030, (Ευρωπαϊκό Συμβούλιο 169/14), το όριο θα πρέπει να μειώνεται κατά 2,2% το χρόνο από το 2021. Αυτό θα μείωνε τις εκπομπές από τις σταθερές εγκαταστάσεις σε περίπου 43% κάτω από τα επίπεδα του 2005 ως το 2030.

Το ΕΕ ΣΕΔΕ διανύει τώρα την τρίτη φάση με 31 χώρες να συμμετέχουν (τα 28 κράτη-μέλη της ΕΕ συν τις Ισλανδία, Νορβηγία και Λίχτενσταϊν). Η τρίτη φάση ξεκίνησε το 2013 και διαρκεί ως το 2020 και, προκειμένου να ενισχυθεί το σύστημα, είναι σημαντικά διαφορετική από τις φάσεις 1 και 2. Οι βασικές αρχές είναι:

- Ισχύει ένα ενιαίο όριο εκπομπών (αντί του προηγούμενου συστήματος των εθνικών ορίων).
- Η μέθοδος εκχώρησης για τα δικαιώματα εκπομπών είναι τώρα η δημοπράτηση και όχι η ελεύθερη κατανομή (το 2013 περισσότερο από το 40% των δικαιωμάτων δημοπρατήθηκαν, και αυτό το μερίδιο αυξάνεται σταδιακά κάθε χρόνο).

Κεφάλαιο 1

- Για τα δικαιώματα εκπομπών που δίνονται ακόμα δωρεάν, οι εναρμονισμένοι κανόνες κατανομής που ισχύουν είναι βασισμένοι στις συγκριτικές μετρήσεις επιδόσεων εκπομπών. Οι παραγωγοί ηλεκτρικής ενέργειας δεν θα λαμβάνουν πλέον δωρεάν δικαιώματα, εκτός από την υψηλής απόδοσης συμπαραγωγής και τηλεθέρμανσης.

Για τον τομέα της ηλεκτρικής παραγωγής, ο κανόνας είναι ότι δε διατίθενται πλέον δικαιώματα, αλλά πρέπει να αγοραστούν. Η εμπειρία των πρώτων δύο περιόδων εμπορικών συναλλαγών δείχνει ότι οι μονάδες ηλεκτρικής παραγωγής μετακυλούσαν το κόστος των δικαιωμάτων στους πελάτες τους ακόμα και όταν λάμβαναν τις σχετικές άδειες δωρεάν.

Συνολικά οι άδειες εκπομπών (εκτός εκείνων που αναφέρονται στον τομέα των αερομεταφορών, καθώς θα παραμείνουν σταθερές στο 95% των εκπομπών 2004 – 2006) θα πρέπει να μειωθούν κατά 1,74% ανά έτος από το 2010, αναμένεται να μειωθούν κατά 21% έως το 2020 σε σύγκριση με τις εκπομπές του 2005. Η Επιτροπή της ΕΕ στοχεύει από το 50% των δικαιωμάτων που είχε προβλεφθεί να δημοπρατηθούν το 2013, μια σταδιακή αύξηση των πλειστηριασμών, φθάνοντας το 100% το 2027. Αυτό σημαίνει ότι οι επιχειρήσεις πρέπει να αγοράσουν ένα αυξημένο ποσοστό δικαιωμάτων μέσω των δημοπρασιών, ουσιαστικά επιβάλλοντας την αρχή, ο ρυπαίνων πρέπει να πληρώσει. Υπολογίζεται ότι κατά τη διάρκεια της 3ης φάσης τουλάχιστον το 48% των δικαιωμάτων θα δημοπρατηθούν. Ο τρόπος που διανέμονται τα ποσοστά των δικαιωμάτων μεταξύ των κρατών μελών παρουσιάζεται παρακάτω:

- 88% των δικαιωμάτων που δημοπρατούνται διανέμονται στα κράτη μέλη της ΕΕ.
- 10% διατίθενται στα λιγότερο πλούσια κράτη-μέλη της ΕΕ ως πρόσθετη εισοδηματική πηγή για να βοηθήσουν τις οικονομίες τους να επενδύσουν στη μείωση εκπομπών και να προσαρμοστούν στη κλιματική αλλαγή.
- Το υπόλοιπο 2% δίνεται ως «επίδομα του Κιότο» σε εννέα κράτη-μέλη της ΕΕ που ως το 2005 είχαν μειώσει τις εκπομπές αερίων θερμοκηπίου τους κατά τουλάχιστον 20% των επιπέδων στο έτος αναφοράς ή την περίοδο πρωτοκόλλου του Κιότο τους. Αυτά είναι η Βουλγαρία, Τσεχία, Εσθονία, Ουγγαρία, Λετονία, Λιθουανία, Πολωνία, Ρουμανία και Σλοβακία.

Η δημοπρασία των δικαιωμάτων εκπομπών βασίζεται στον κανονισμό δημοπρασίας (Κανονισμός Νο 389/2013) του ΕΕ ΣΕΔΕ. Ο κανονισμός δημοπρασίας θέτει

Κεφάλαιο 1

διάφορα κριτήρια τα οποία περιλαμβάνονται στην αναθεωρημένη οδηγία του ΕΕ ΣΕΔΕ.

Η αναθεωρημένη οδηγία της ΕΕ ΣΕΔΕ ορίζει ότι τουλάχιστον τα μισά από τα εισοδήματα από τη δημοπρασία των γενικών δικαιωμάτων πρέπει να χρησιμοποιηθούν σε δράσεις που αφορούν την κλιματική αλλαγή στην Ευρώπη ή άλλων χωρών. Αυτή η νέα πηγή εισοδημάτων για τα κράτη μέλη ανήλθε στο σύνολο σε 3.6 δισεκατομύρια ευρώ το 2013. Τα κράτη μέλη έχουν χρησιμοποιήσει ή προγραμματίζουν να χρησιμοποιήσουν 3 δις ευρώ από αυτά τα έσοδα.

Τα δικαιώματα εκπομπών εμπορεύονται από εταιρείες ενέργειας και βιομηχανικές επιχειρήσεις, που έχουν υποχρεώσεις στο πλαίσιο του ΣΕΔΕ της ΕΕ, καθώς και από ενδιαμέσους χρηματοπιστωτικούς οργανισμούς, όπως οι τράπεζες. Το 2005, στο πρώτο έτος λειτουργίας του ΕΕ ΣΕΔΕ, κυκλοφόρησαν στο εμπόριο περίπου 321 εκατομύρια δικαιώματα, αξίας 7.9 δις δολαρίων. Το 2011 7.9 δις δικαιώματα κυκλοφόρησαν στο εμπόριο, αξίας 147.9 δις δολαρίων. Οι καθημερινοί όγκοι εμπορικών συναλλαγών υπερέβησαν τα 40 εκατομύρια δικαιώματα στις αρχές του 2009, και υπερέβησαν τα 70 εκατομύρια στα μέσα του 2011, όπως φαίνεται από στοιχεία που συντάσσονται από το Bloomberg και το Energy Brokers Association του Λονδίνου (τα δεδομένα προέρχονται από έξι χρηματιστήρια: Bluenext, Climax, European Energy Exchange, Green Exchange, Intercontinental Exchange και Nord Pool).

Με το ανάλογο σκεπτικό λειτουργεί και η πολιτική φορολόγησης των εκπομπών ρύπων. Σύμφωνα με αυτήν την πολιτική, κάθε επιχείρηση επιβαρύνεται με κόστος για κάθε τόνο διοξειδίου του άνθρακα που εκπέμπει στην ατμόσφαιρα. Έτσι, οι επιχειρήσεις καλούνται να ελαττώσουν τις εκπομπές, ώστε να μειώσουν το κόστος. Η πολιτική αυτή εφαρμόζεται σε πολλές χώρες στον κόσμο. Στη Ευρώπη, εφαρμόζεται στο Ηνωμένο Βασίλειο, στην Ελβετία και στη Νορβηγία. Στην Αφρική, εφαρμόζεται στη Ζιμπάμπουε και ξεκίνησε να εφαρμόζεται σε όλη την Νότια Αφρική από τον Σεπτέμβριο του 2015. Στην Ανατολική Ασία εφαρμόζεται στην Ινδία, στην Ιαπωνία, στην Νότια Κορέα, στο Ταϊβάν και προτάθηκε να εφαρμοστεί και στην Κίνα. Στην Κεντρική Αμερική, η Κόστα Ρίκα επιβάλλει φόρο στις εκπομπές. Στις Ηνωμένες Πολιτείες της Αμερικής, η Καλιφόρνια, το Μέριλαντ και το Κολοράντο είναι οι μόνες που επιβάλλουν φόρο στις εκπομπές. Τέλος, στον Καναδά, οι επαρχίες Κεμπέκ, η Βρετανική Κολομβία και η Αλμπέρτα επιβάλλουν φόρο στις εκπομπές διοξειδίου (Lin and Li (2011)).

Η πολιτική αντιστάθμισης του διοξειδίου συναντάται, κυρίως στο πρόγραμμα καθαρής ανάπτυξης (clean development mechanism). Στόχος του προγράμματος είναι ο περιορισμός των εκπομπών στις αναπτυσσόμενες χώρες. Σύμφωνα με αυτήν την πολιτική, υπάρχει ένα ανώτατο όριο στις εκπομπές για όλες τις επιχει-

Κεφάλαιο 1

ρήσεις και, στην περίπτωση που το ξεπερνούν, πληρώνουν ένα πρόστιμο για την επιπλέον ποσότητα που εκπέμπουν. Η διαφορά με την πολιτική της συναλλαγής διοξειδίου είναι ότι, στην περίπτωση που οι εκπομπές διοξειδίου δεν ξεπερνούν το άνω φράγμα, η επιχείρηση δεν μπορεί να βγάλει άδειες εκπομπών διοξειδίου και να τις πουλήσει. Μ' αυτόν τον τρόπο, οι επιχειρήσεις έχουν ένα κίνητρο, ώστε να μειώσουν τις εκπομπές τους.

Υπάρχουν διάφορες μέθοδοι για τον υπολογισμό των εκπομπών αερίων θερμοκηπίου (Greenhouse (2012), ARTEMIS (2004), EcoTransIT (2012)). Το Greenhouse Gas Protocol είναι η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη μέθοδος, δεδομένου ότι είναι εύκολη στη χρήση. Στην Ελλάδα λαμβάνονται υπόψη 10 πηγές παραγωγής ρύπων, συγκεκριμένα: Η ηλεκτροπαραγωγή, τα διυλιστήρια, η παραγωγή σιδήρου και χάλυβα, η φρύξη μεταλλευμάτων, η παραγωγή τσιμέντου, ασβέστη, γυαλιού, κεραμικών, χαρτιού-χαρτονιού και οι λοιπές εγκαταστάσεις καύσης. Για τον υπολογισμό των αρχικών δικαιωμάτων βάσει των παραπάνω 10 δυνατών πηγών παραγωγής τους, χρησιμοποιείται ο τύπος (ΥΠΕΚΑ (2008)):

$$TA = C f_p \sum_{i=1}^{10} EP_i + \sum_{i=1}^{10} CHP_i + C f_c \sum_{i=1}^{10} (EC_i - CHP_i) \quad (1.1)$$

όπου:

TA : η συνολική ποσότητα δικαιωμάτων για την τυχούσα περίοδο.

$C f_p$: ο συντελεστής συμμόρφωσης για εκπομπές CO_2 από τις διεργασίες.

$C f_c$: ο συντελεστής συμμόρφωσης για εκπομπές CO_2 από τις καύσεις.

EP_i : οι προβλεπόμενες συνολικές εκπομπές από τις διεργασίες στη δραστηριότητα i , $i = 1, \dots, 10$.

EC_i : οι προβλεπόμενες συνολικές εκπομπές από τις καύσεις στη δραστηριότητα i , $i = 1, \dots, 10$.

CHP_i : οι προβλεπόμενες συνολικές εκπομπές από την συμπαραγωγή στη δραστηριότητα i , $i = 1, \dots, 10$.

Οι μεταφορές και άλλες δραστηριότητες της εφοδιαστικής αλυσίδας συμβάλουν σημαντικά στην αύξηση εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου (Διεθνές Φόρουμ Μεταφορών, ITF (2010)). Ο Διεθνής Οργανισμός Ενέργειας (International Energy Agency) προβλέπει ότι το 19% της κατανάλωσης ενέργειας, και σχεδόν το ένα

Κεφάλαιο 1

τέταρτο εκπομπών CO_2 παγκοσμίως σχετίζονται με την ενέργεια που χρησιμοποιείται στις μεταφορές (IEA (2009)). Η Αμερικανική Υπηρεσία Προστασίας Περιβάλλοντος (EPA (2014)) εκτιμά ότι κατά την περίοδο 1999 – 2010, οι εκπομπές οι σχετικές με τις μεταφορές αυξήθηκαν κατά 18% (Υπηρεσία προστασίας περιβάλλοντος, 2012).

Αυτό οφείλεται κυρίως στην αύξηση των απαιτήσεων για υπηρεσίες μεταφοράς, η οποία αναμένεται να αυξηθεί κατά 50% έως το 2030 και κατά 80% έως το 2050. Κατά συνέπεια, οι εκπομπές ρύπων που σχετίζονται με τη μεταφορά αναμένεται να αυξηθούν από τους 7.5 γιγατόνους (Gt) το 2006 σε περίπου 14 γιγατόνους (Gt) το 2050 (IEA (2009)). Βάσει των παραπάνω δεδομένων, η επίτευξη του στόχου της μείωσης κατά 50% των συνολικών εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα μέχρι το 2050 καθίσταται σχεδόν αδύνατη, εκτός αν οι εκπομπές ρύπων που οφείλονται στις μεταφορές μειωθούν σημαντικά. Μείζονος σημασίας είναι η χρήση των ορυκτών καυσίμων. δεδομένου ότι η εκτεταμένη χρήση τους σε διάφορους τομείς (από την παραγωγή ηλεκτρικής ενέργειας μέχρι τη μεταφορά) συμβάλει στην αύξηση των εκπομπών αερίων του θερμοκηπίου.

Οι ευκαιρίες για τη μείωση των εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα είναι ποικίλες. Οι McKinsley and Company (2009) έδειξαν ότι οι βελτιώσεις στην ενεργειακή απόδοση, η χρήση εναλλακτικών καυσίμων (βιοκαύσιμα) και η χρήση εναλλακτικών πηγών ενέργειας (αιολική και πυρηνική ενέργεια) μπορεί να μειώσουν τις εκπομπές διοξειδίου του άνθρακα. Πέραν της ανάπτυξης νέων τεχνολογιών, η μείωση εκπομπών διοξειδίου του άνθρακα φαίνεται ότι μπορεί να επιτευχθεί και με τη στροφή από τις μεταφορές «εντατικής ενέργειας», όπως οι οδικές και αεροπορικές στις σιδηροδρομικές μεταφορές, φορτηγά, και πλοία (Διεθνές Φόρουμ Μεταφορών (2008), Διεθνής Οργανισμός Ενέργειας (2010), McKinsley and Company (2009)). Ωστόσο, στο πλαίσιο της διαχείρισης της εφοδιαστικής αλυσίδας, η χρήση εναλλακτικών τρόπων μεταφοράς θα επηρεάσει το κόστος και τους χρόνους παράδοσης.

Επιπλέον, οι επιχειρήσεις πιθανά δεν έχουν δυνατότητα χρήσης εναλλακτικών τρόπων μεταφοράς με χαμηλότερες εκπομπές, όπως οι σιδηροδρομικές ή οι θαλάσσιες μεταφορές, λόγω υποδομών ή/και γεωγραφικών περιορισμών. Συνεπώς πρέπει να επιλεγεί εκείνος ο τρόπος μεταφοράς, προκειμένου να υπάρξει ισορροπία μεταξύ του κόστους αποθεμάτων και μεταφοράς, την ικανοποίηση των πελατών (μέσω της έγκαιρης παράδοσης των προϊόντων), και την εκπομπή ρύπων από την διαδικασία. Έτσι, η ανάγκη των επιχειρήσεων για την παρακολούθηση αυτή αφορά στην παραγωγή, στον προγραμματισμό διανομής και στην διαχείριση του αποθέματος, λαμβάνοντας υπόψη τους επιβαλλόμενους περιορισμούς εκπομπών ρύπων, όπως καθορίζεται από το Πρωτόκολλο του Κιότο.

Κεφάλαιο 1

Στην παρούσα διατριβή θα παρουσιαστούν μοντέλα που αφορούν τη διαχείριση αποθεμάτων, λαμβάνοντας υπόψη περιορισμούς εκπομπών ρύπων, ώστε να ποσοτικοποιηθούν οδηγίες περιορισμού των εκπομπών αυτών όπως περιγράφηκαν παραπάνω. Συγκεκριμένα, στο επόμενο κεφάλαιο θα γίνει ανασκόπηση μοντέλων διαχείρισης αποθεμάτων πεπερασμένου ορίζοντα με μεταβλητή ζήτηση, λαμβάνοντας υπόψη διάφορες οδηγίες περιορισμού των εκπομπών ρύπων. Στο τρίτο κεφάλαιο, προτείνονται 2 τροποποιήσεις υπαρχόντων μοντέλων και διερευνάται, μέσω εκτεταμένων αριθμητικών παραδειγμάτων, η επίδραση διαφορετικών περιορισμών εκπομπών ρύπων στο βέλτιστο κόστος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ ΜΟΝΤΕΛΩΝ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΥ ΟΡΙΖΟΝΤΑ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΥΣ ΕΚΠΟΜΠΩΝ ΡΥΠΩΝ

Σ' αυτό το κεφάλαιο θα παρουσιαστούν μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων πεπερασμένου ορίζοντα στα οποία λαμβάνονται υπόψη περιορισμοί που απορρέουν από την εφαρμογή περιβαλλοντικών απαιτήσεων για την μείωση των εκπομπών ρύπων. Οι περιορισμοί επιβάλλονται από την ισχύουσα νομοθεσία. Η κατηγοριοποίηση των μοντέλων γίνεται ως προς την εφαρμοζόμενη οδηγία περιορισμού των εκπομπών ρύπων.

Αρχικά παρουσιάζονται τα μοντέλα που πρότειναν οι Absi et al. (2013) για τον προσδιορισμό της πολιτικής αναπλήρωσης αποθέματος, υποθέτοντας πολλούς προμηθευτές υπό την οδηγία των μέγιστων επιτρεπόμενων εκπομπών. Στη συνέχεια, παρουσιάζονται τα μοντέλα των Palak et al. (2014) τα οποία αποτελούν επέκταση εκείνων των Absi et al. (2013) υπό την οδηγία των μέγιστων επιτρεπόμενων εκπομπών και τις οδηγίες φορολόγησης, αντιστάθμισης, οριοθέτησης και εμπορίας των εκπομπών καυσαερίων.

Έπειτα παρουσιάζεται το μοντέλο των Akbalik and Rapine (2014) για τον προσδιορισμό της πολιτικής αναπλήρωσης αποθέματος, υποθέτοντας μοναδικό προμηθευτή υπό την οδηγία εμπορίας δικαιωμάτων εκπομπών καυσαερίων. Οι Akbalik and Rapine (2014), επιπλέον, επεκτείνουν το μοντέλο θεωρώντας ότι το κεφάλαιο, που διατίθεται για αγορές εκπομπών διοξειδίου στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα, είναι πεπερασμένο. Ακολουθεί η παρουσίαση του μοντέλου των Helmrich et al. (2015) για τον προσδιορισμό της πολιτικής αναπλήρωσης αποθέματος, υποθέτοντας μοναδικό προμηθευτή υπό την οδηγία των μέγιστων

Κεφάλαιο 2

επιτρεπόμενων εκπομπών.

2.1 Ανάπτυξη μοντέλων υπό την οδηγία της μέγιστης επιτρεπόμενης εκπομπής ρύπων

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων με πολλούς προμηθευτές θεωρώντας περιορισμούς στις εκπομπές καυσαερίων. Καταρχήν, θα παρουσιαστεί το μοντέλο των Absi et al. (2013) λαμβάνοντας υπόψη την οδηγία των μέγιστων επιτρεπόμενων εκπομπών κάτω από τέσσερις διαφορετικούς περιορισμούς, που θα αναλυθούν παρακάτω. Στη συνέχεια παρουσιάζεται το μοντέλο των Palak et al. (2014) στο οποίο ο περιορισμός των εκπομπών καυσαερίων περιγράφεται σε διαφορετική μορφή (που είναι η πιο διαδεδομένη) και επεκτείνεται και στις υπόλοιπες τέσσερις οδηγίες.

Αρχικά παρουσιάζεται το μοντέλο διαχείρισης αποθέματος όπως προτάθηκε από τους Absi et al. (2013). Η ανάπτυξη του μοντέλου έγινε κάτω από τις ακόλουθες υποθέσεις.

1. Ο ορίζοντας σχεδιασμού είναι πεπερασμένος και ίσος με T .
2. Το αρχικό επίπεδο αποθέματος είναι μηδέν.
3. Η ζήτηση είναι ντετερμινιστική, υπάρχουν διαφορετικά σημεία παραγωγής και μέθοδοι μεταφοράς που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να ικανοποιήσουν τη δεδομένη ζήτηση. Έτσι, οι συνδιασμοί μονάδων παραγωγής και μεθόδων μεταφοράς δίνουν M διαφορετικές επιλογές ανεφοδιασμού.
4. Κάθε επιλογή ανεφοδιασμού m , $m = 1, \dots, M$ έχει ένα κόστος ανεφοδιασμού και μία επιβάρυνση για το περιβάλλον μέσω των καυσαερίων που παράγει.
5. Υπάρχει περιορισμός στις επιτρεπόμενες εκπομπές καυσαερίων (Carbon Cap).

Συμβολισμός

T : ο ορίζοντας σχεδιασμού.

d_t : η ζήτηση της περιόδου t , $t = 1, \dots, T$.

s_t : διαθέσιμο απόθεμα στο τέλος της περιόδου t , $t = 1, \dots, T$.

Κεφάλαιο 2

$h_t(s_t)$: το κόστος αποθήκευσης s_t μονάδων προϊόντος στο τέλος της περιόδου t , $t = 1, \dots, T$.

p_t^m : το κόστος αγοράς μίας μονάδας προϊόντος με την επιλογή ανεφοδιασμού m , $m = 1, \dots, M$, την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

f_t^m : το κόστος μίας παραγγελίας με την επιλογή ανεφοδιασμού m , $m = 1, \dots, M$, την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

e_t^m : οι εκπομπές διοξειδίου που προκύπτουν από την προμήθεια ή/και αποθήκευση, μίας μονάδας προϊόντος μέσω της επιλογής ανεφοδιασμού m , $m = 1, \dots, M$, την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

$E_t^{\max}$: η μέγιστη επιτρεπόμενη ποσότητα εκπομπής διοξειδίου ανά μονάδα προϊόντος την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

x_t^m : η ποσότητα προϊόντος που προμηθεύεται με χρήση της επιλογής ανεφοδιασμού m , $m = 1, \dots, M$ την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

$$y_t^m = \begin{cases} 1, & \text{αν γίνει ανεφοδιασμός με την επιλογή } m \text{ την περίοδο } t \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$t = 1, \dots, T$, $m = 1, \dots, M$.

Στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους του παραπάνω συστήματος που αποτελείται από το κόστος παραγγελίας, μεταφοράς και διατήρησης αποθέματος. Με βάση τις παραπάνω υποθέσεις, το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:

$$(II) : \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t)$$

$$\sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.1)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.2)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M, \quad s_0 = 0 \quad (2.3)$$

Ο περιορισμός (2.1) εκφράζει τη μεταβολή του επιπέδου του αποθέματος. Ο περιορισμός (2.2) δηλώνει ότι δεν μπορεί να γίνει αγορά ποσότητας προϊόντος χωρίς, προηγουμένως, να έχει γίνει παραγγελία της, ενώ οι περιορισμοί (2.3) ορίζουν τις

Κεφάλαιο 2

δυνατές τιμές των μεταβλητών του προβλήματος. Το παραπάνω πρόβλημα θα αναφέρεται ως πρόβλημα (Π). Στη συνέχεια, προκειμένου να ληφθούν υπόψη οι περιορισμοί στις εκπομπές καυσαερίων χρησιμοποιούνται 4 παραλλαγές του περιορισμού των μέγιστων επιτρεπόμενων εκπομπών που οδηγούν σε 4 διαφορετικά προβλήματα με διαφορετική πολυπλοκότητα.

2.1.1 Επιβολή περιορισμού στη μέγιστη επιτρεπόμενη εκπομπή ρύπων ανά περίοδο

Το πρόβλημα (Π) τροποποιείται, έτσι ώστε να ληφθεί υπόψη ότι για κάθε περίοδο t υπάρχει ένα διαφορετικό όριο στις μέγιστες εκπομπές καυσαερίων διοξειδίου, που αν δε χρησιμοποιηθεί, χάνεται (δεν ανταλλάσσεται), σε αντίθεση με την οδηγία εμπορίας δικαιωμάτων εκπομπών καυσαερίων. Στην περίπτωση αυτή, ο περιορισμός εκπομπών δίνεται ως:

$$\frac{\sum_{m=1}^M e_t^m x_t^m}{\sum_{m=1}^M x_t^m} \leq E_t^{\max}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.4)$$

που δηλώνει ότι η μέση ποσότητα εκπομπών ανά μονάδα προϊόντος σε κάθε περίοδο είναι μικρότερη ή ίση μίας μέγιστης επιτρεπόμενης τιμής. Θέτονται $e_t^m = E_t^{\max}$. Ο περιορισμός (2.4) μπορεί να απλοποιηθεί ως εξής:

$$\sum_{m=1}^M \bar{e}_t^m x_t^m \leq 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.5)$$

Σημειώνεται ότι η ποσότητα $e_t^m - E_t^{\max}$ μπορεί να είναι αρνητική ή θετική. Οπότε, το πρόβλημα (Π) τροποποιείται ως εξής:

$$(\Pi 1) : \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t)$$

$$\sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.6)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.7)$$

Κεφάλαιο 2

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M, \quad s_0 = 0 \quad (2.8)$$

$$\sum_{m=1}^M \bar{e}_t^m x_t^m \leq 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.9)$$

Μία επιλογή m θα λέγεται οικολογική για την περίοδο t , αν $\bar{e}_t^m \leq 0$. Επίσης, για μια περίοδο t , θα συμβολίζεται με F_t το υποσύνολο των οικολογικών επιλογών ανεφοδιασμού. Οι Absi et al. (2013) δίνουν τις παρακάτω ιδιότητες.

Ιδιότητα 2.1.1. Έστω μία λύση του (Π1) που χρησιμοποιεί τις επιλογές ανεφοδιασμού m_1 και m_2 την περίοδο t . Αν $p_t^{m_1} \leq p_t^{m_2}$ και $e_t^{m_1} \leq e_t^{m_2}$, τότε η επιλογή m_1 κυριαρχεί στην επιλογή m_2 , δηλαδή το κόστος μειώνεται αν δεν παραγγελλθεί η ποσότητα $x_t^{m_2}$ μέσω της επιλογής m_2 , αλλά μέσω της επιλογής m_1 .

Απόδειξη. Χωρίς βλάβη της γενικότητας θεωρούμε το πρόβλημα (Π1) με $T = 1$ και $M = 2$. Έστω η λύση $\tilde{x} = (x_1^{m_1}, x_1^{m_2}, y_1^{m_1}, y_1^{m_2}) = (x_1^{m_1}, x_1^{m_2}, 1, 1)$ που χρησιμοποιεί τις επιλογές ανεφοδιασμού m_1 και m_2 , τότε το συνολικό κόστος θα είναι

$$z(\tilde{x}) = p_1^{m_1} x_1^{m_1} + f_1^{m_1} + p_1^{m_2} x_1^{m_2} + f_1^{m_2}$$

Έστω τώρα η λύση $\tilde{x}' = (x_1'^{m_1}, x_1'^{m_2}, y_1'^{m_1}, y_1'^{m_2}) = (x_1^{m_1} + x_1^{m_2}, 0, 1, 0)$ που χρησιμοποιεί μόνο την επιλογή ανεφοδιασμού m_1 , τότε

$$\bar{e}_1^{m_1} x_1'^{m_1} = (e_1^{m_1} - E_1^{\max})(x_1^{m_1} + x_1^{m_2}) = (e_1^{m_1} - E_1^{\max})x_1^{m_1} + (e_1^{m_1} - E_1^{\max})x_1^{m_2} \leq$$

$$(e_1^{m_1} - E_1^{\max})x_1^{m_1} + (e_1^{m_2} - E_1^{\max})x_1^{m_2} \leq 0,$$

οπότε ο περιορισμός (2.9) ικανοποιείται. Άρα, η λύση $\tilde{x}'$ είναι εφικτή. Ενώ η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης θα είναι:

$$z(\tilde{x}') = p_1^{m_1}(x_1^{m_1} + x_1^{m_2}) + f_1^{m_1} = p_1^{m_1} x_1^{m_1} + p_1^{m_1} x_1^{m_2} + f_1^{m_1} \leq$$

$$p_1^{m_1} x_1^{m_1} + p_1^{m_2} x_1^{m_2} + f_1^{m_1} \leq p_1^{m_1} x_1^{m_1} + p_1^{m_1} x_1^{m_2} + f_1^{m_1} + f_1^{m_2} = z(\tilde{x})$$

Επομένως, η νέα λύση $\tilde{x}'$ είναι εφικτή και δίνει μικρότερο κόστος από την $\tilde{x}$. $\square$

Ιδιότητα 2.1.2. Για κάθε λύση του προβλήματος (Π1), ισχύει: Εάν $\sum_{m=1}^M x_t^m > 0$, τότε υπάρχει $m \in F_t$ τέτοιο ώστε $(\tau.\omega) x_t^m > 0, \forall t = 1, \dots, T$.

Κεφάλαιο 2

Απόδειξη. (Absi et al. (2013)) Έστω ότι υπάρχει περίοδος με παραγγελία όπου δε χρησιμοποιείται καμία οικολογική επιλογή:

$$x_t^m \geq 0, m \notin F_t \text{ και } x_t^m = 0, m \in F_t, \text{ με } e_t^m \geq E_t^{\max} \Rightarrow \bar{e}_t^m \geq 0, m \notin F_t.$$

Τότε, ισχύει $\sum_{m=1}^M \bar{e}_t^m x_t^m \geq 0$ που δεν ικανοποιεί τον περιορισμό (2.5) και η λύση είναι μη εφικτή. $\square$

Παρατήρηση 2.1.3. Η παραπάνω ιδιότητα δηλώνει ότι σε οποιαδήποτε λύση του προβλήματος (Π1) και σε κάθε περίοδο που γίνεται παραγγελία, μία τουλάχιστον επιλογή παραγγελίας θα είναι οικολογική.

Θεώρημα 2.1.4. Υπάρχει βέλτιστη λύση στο πρόβλημα (Π1) με την ιδιότητα:

Εάν $\sum_{m=1}^M x_t^m > 0$, τότε $\exists m_1 \in F_t, m_2 \in F_t \cup F_t^c$ (όπου F^c το συμπληρωματικό σύνολο του F_t) τ.ω $x_t^{m_1} x_t^{m_2} > 0$ και $x_t^m = 0, m \neq m_1, m_2, \forall t = 1, \dots, T$.

Απόδειξη. (Absi et al. (2013)) Έστω $X_t = \sum_m x_t^m$ η συνολική ποσότητα προϊόντων που παραγγέλλονται την περίοδο t σε μία λύση. Το πρόβλημα μπορεί να διασπαστεί με βάσει την προσέγγιση Bender (Benders (1962)), στο βασικό πρόβλημα, παρακάτω:

$$\min \quad \sum_{t=1}^T z_t^*(X_t) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t) \quad (2.10)$$

$$\text{s.t} \quad X_t - s_t + s_{t-1} = d_t \quad t = 1, \dots, T \quad (2.11)$$

$$X_t = 0 \quad \text{για } t = 1, \dots, T, \quad \text{με } F_t = \emptyset \quad (2.12)$$

$$X_t \in \mathbb{R}^+ \quad t = 1, \dots, T \quad (2.13)$$

και σε T ανεξάρτητα υποπροβλήματα, $P_t(X_t)$:

$$P_t(X_t) : \min \quad \sum_{m=1}^M (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) \quad (2.14)$$

$$\text{s.t} \quad \sum_{m=1}^M x_t^m = X_t \quad (2.14)$$

$$\sum_{m=1}^M \bar{e}_t^m x_t^m \leq 0 \quad (2.15)$$

Κεφάλαιο 2

$$x_t^m \leq X_t y_t^m, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.16)$$

$$x_t^m \in \mathbb{R}^+, y_t^m \in \{0, 1\}, m = 1, \dots, M \quad (2.17)$$

όπου $z_t^*(X_t)$ η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος $P_t(X_t)$, το οποίο είναι ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων με πολλούς προμηθευτές, με τον περιορισμό εκπομπών καυσαερίων ανά περίοδο και χρονικό ορίζοντα μίας περιόδου. Σύμφωνα με την Ιδιότητα 2.1.2, το πρόβλημα $P_t(X_t)$ έχει λύση αν και μόνο αν υπάρχει τουλάχιστον μία οικολογική επιλογή.

Έστω ότι δεν υφίσταται ο περιορισμός (2.16) συνεπώς, ούτε και το κόστος εκκίνησης στην αντικειμενική συνάρτηση. Τότε, προκύπτει ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού με δύο περιορισμούς και μεταβλητές τις x_t^m , $m = 1, \dots, M$. Αφού το πρόβλημα έχει δύο περιορισμούς, στη βασική λύση θα υπάρχουν μόνο δύο μη μηδενικές μεταβλητές. Από την Ιδιότητα 2.1.2, για να είναι εφικτή μία λύση πρέπει η μία μεταβλητή να αντιστοιχεί σε οικολογική επιλογή, έστω m_1 , συνεπώς $x_t^{m_1} \neq 0$. Έστω η δεύτερη επιλογή που χρησιμοποιείται είναι η m_2 , τότε οι δύο περιορισμοί θα ικανοποιούνται με ισότητα. Οπότε:

$$\sum_{m=1}^M \bar{e}_t^m x_t^m = 0 \Rightarrow \bar{e}_t^{m_1} x_t^{m_1} + \bar{e}_t^{m_2} x_t^{m_2} = 0 \xrightarrow{x_t^{m_1}, x_t^{m_2} \geq 0} \begin{cases} \bar{e}_t^{m_1} = \bar{e}_t^{m_2} = 0 \\ \text{ή} \\ \bar{e}_t^{m_2} = \bar{e}_t^{m_1} \frac{x_t^{m_1}}{x_t^{m_2}} \leq 0 \end{cases}$$

Αν ισχύει $\bar{e}_t^{m_1} = \bar{e}_t^{m_2} = 0$ τότε, αν $p_t^{m_1} = p_t^{m_2}$, από την Ιδιότητα 2.1.1, μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόνο η μία επιλογή εκ των δύο, συνεπώς $x_t^{m_2} = 0$ ή $x_t^{m_1} = 0$. Αν $p_t^{m_1} \leq p_t^{m_2}$ και $p_t^{m_1} \geq p_t^{m_2}$, από την Ιδιότητα 2.1.1, πάλι μόνο η μία επιλογή θα χρησιμοποιηθεί. Αν ισχύει $\bar{e}_t^{m_2} = \bar{e}_t^{m_1} \frac{x_t^{m_1}}{x_t^{m_2}} \leq 0$ και $\bar{e}_t^{m_1} \geq 0$, τότε, αν ισχύει $p_t^{m_1} \leq p_t^{m_2}$ από την Ιδιότητα 2.1.1, η επιλογή m_1 υπερισχύει, οπότε $x_t^{m_2} = 0$. Σε διαφορετική περίπτωση θα υπάρχουν το πολύ δύο επιλογές σε κάθε περίοδο, μια οικολογική και μία μη οικολογική.

Έστω, τώρα, ότι ο περιορισμός (2.16) υπάρχει. Έστω $\hat{\pi} = (\hat{x}, \hat{y})$ μία εφικτή πολιτική και $\hat{M}_t = \{m | \hat{y}_t^m = 1\}$ το υποσύνολο των επιλογών που χρησιμοποιήθηκαν την περίοδο t . Η πολιτική $\hat{\pi}$ μπορεί να μετασχηματιστεί σε μία με μικρότερο κόστος χρησιμοποιώντας το πολύ δύο επιλογές σε κάθε περίοδο. Έχοντας το υποσύνολο $\hat{M}_t$, υπολογίζονται οι βέλτιστες ποσότητες παραγγελίας $\hat{x}_t^m$ με βάση τα m που ανήκουν σ' αυτό το υποσύνολο για να ικανοποιούν τις ποσότητες $\hat{X}_t = \sum_m \hat{x}_t^m$. Αυτό σημαίνει ότι, τα προβλήματα $P_t(\hat{X}_t)$ όπου τα y_t^m θεωρούνται σταθερά και ίσα με $\hat{y}_t^m$, μπορούν να επιλυθούν. Τότε, δημιουργείται ένα πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού όπως και παραπάνω, με λιγότερες μεταβλητές ελεύθερες, αφού, από τον περιορισμό (2.16), αν $m \notin \hat{M}_t$, τότε $y_t^m = 0 \Rightarrow x_t^m = 0$,

Κεφάλαιο 2

και δύο περιορισμούς. Έτσι, όπως και στην ειδική περίπτωση, για την βέλτιστη λύση ισχύει: $\exists m_1, m_2 \in \widehat{M}_t$ τ.ω $x_t^m = 0, m \in \widehat{M}_t, m \neq m_1, m_2$ και $m_1 \in F_t$ για κάθε περίοδο $t = 1, \dots, T$. Επιπλέον, αφού η εφικτή περιοχή του προβλήματος περιορίστηκε μέσω της πολιτικής $\hat{\pi}$, η νέα βέλτιστη πολιτική που βρέθηκε θα έχει μικρότερο ή το πολύ ίσο κόστος με την $\hat{\pi}$. $\square$

Παρατήρηση 2.1.5. Το παραπάνω θεώρημα δηλώνει ότι υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα (Π1) και στη βέλτιστη πολιτική σε κάθε περίοδο που γίνεται παραγγελία, το πολύ δύο επιλογές παραγγελίας χρησιμοποιούνται με τουλάχιστον μία να είναι οικολογική.

Το Θεώρημα 2.1.4 βοηθάει στην απόδειξη του επόμενου θεωρήματος που δηλώνει ότι ο περιορισμός (2.5) δεν κάνει πολυπλοκότερο το πρόβλημα, απλώς αυξάνει σημαντικά τον χρόνο επίλυσης του.

Θεώρημα 2.1.6. Το πρόβλημα (Π1) μπορεί να μετασχηματισθεί στο (Π) με M^2 επιλογές ανεφοδιασμού χρησιμοποιώντας $O(M^2T)$ πράξεις.

Απόδειξη. (Absi et al. (2013)) Με το Θεώρημα 2.1.4 αποδεικνύεται ότι για την εύρεση της βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα, αρκεί να βρεθούν οι δύο καλύτερες επιλογές ανεφοδιασμού για κάθε περίοδο. Έστω, λοιπόν, ότι η βέλτιστη πολιτική χρησιμοποιεί το ζεύγος επιλογών παραγγελίας (m_1, m_2) την περίοδο t , όπου m_1 η οικολογική επιλογή, για την παραγγελία ποσότητας $\hat{X}_t$. Τότε το κόστος παραγγελίας θα είναι $z_t^*(\hat{X}_t) = f_t^{m_1} + f_t^{m_2} + p_t^{m_1} \hat{x}_t^{m_1} + p_t^{m_2} \hat{x}_t^{m_2}$. Από την διάσπαση του Bender (Benders (1962)) που χρησιμοποιήθηκε στο προηγούμενο θεώρημα, τα $\hat{x}_t^{m_1}, \hat{x}_t^{m_2}$ είναι η λύση του προβλήματος:

$$\begin{aligned} \min \quad & p_t^{m_1} x_t^{m_1} + p_t^{m_2} x_t^{m_2} \\ \text{s.t.} \quad & x_t^{m_1} + x_t^{m_2} = \hat{X}_t \\ & \bar{e}_t^{m_1} x_t^{m_1} + \bar{e}_t^{m_2} x_t^{m_2} \leq 0 \\ & x_t^{m_1}, x_t^{m_2} \in \mathbb{R}^+ \end{aligned}$$

Στο παραπάνω πρόβλημα προκύπτει ότι, η αναλογία $\frac{x_t^{m_1}}{x_t^{m_2}}$ δεν εξαρτάται από την ποσότητα $\hat{X}_t$. Έστω ότι αντί $\hat{X}_t$ είναι $\lambda \hat{X}_t$, τότε:

$$(Y\Pi1) \left\{ \begin{array}{l} \min \quad p_t^{m_1} x_t^{m_1} + p_t^{m_2} x_t^{m_2} \\ x_t^{m_1} + x_t^{m_2} = \lambda \hat{X}_t \\ \bar{e}_t^{m_1} x_t^{m_1} + \bar{e}_t^{m_2} x_t^{m_2} \leq 0 \end{array} \right. \Rightarrow$$

Κεφάλαιο 2

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda \min \quad p_t^{m_1}(\frac{1}{\lambda}x_t^{m_1}) + p_t^{m_2}(\frac{1}{\lambda}x_t^{m_2}) \\ (\frac{1}{\lambda}x_t^{m_1}) + (\frac{1}{\lambda}x_t^{m_2}) = \hat{X}_t \\ \bar{e}_t^{m_1}(\frac{1}{\lambda}x_t^{m_1}) + \bar{e}_t^{m_2}(\frac{1}{\lambda}x_t^{m_2}) \leq 0 \frac{1}{\lambda} = 0 \end{array} \right.$$

Αν όπου $\frac{1}{\lambda}x_t^m$ γίνει w_t^m , θα είναι

$$(Y\Pi 2) \left\{ \begin{array}{l} \lambda \min \quad p_t^{m_1}w_t^{m_1} + p_t^{m_2}w_t^{m_2} \\ w_t^{m_1} + w_t^{m_2} = \hat{X}_t \\ \bar{e}_t^{m_1}w_t^{m_1} + \bar{e}_t^{m_2}w_t^{m_2} \leq 0 \end{array} \right.$$

Η εφικτή περιοχή του προβλήματος (YΠ1) θα είναι ίδια με του (YΠ2), οπότε η βέλτιστη λύση του (YΠ2) θα είναι $w_t^{m_1} = \hat{x}_t^{m_1}$ και $w_t^{m_2} = \hat{x}_t^{m_2}$. Αυτό σημαίνει ότι η ποσότητα του $\hat{X}_t$ επηρεάζει μόνο την τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Έτσι, ορίζεται $p_t^{m_1, m_2}$, η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης στην περίπτωση που αντί για $\hat{X}_t$ είναι $1 (= \frac{1}{\hat{X}_t} \hat{X}_t)$, και $f_t^{m_1, m_2} = f_t^{m_1} + f_t^{m_2}$. Ορίζονται $p_t^{m_1, m_1} = p_t^{m_1}$ και $f_t^{m_1, m_1} = f_t^{m_1}$ στην περίπτωση που χρησιμοποιείται μόνο η οικολογική επιλογή m_1 την περίοδο t . Τότε το κόστος παραγωγείας της ποσότητας $\hat{X}_t$ για την περίοδο t θα είναι $z_t^*(\hat{X}_t) = z_t^*(1\hat{X}_t) = f_t^{m_1, m_2} + p_t^{m_1, m_2} \hat{X}_t$. Έτσι το πρόβλημα εύρεσης βέλτιστου ζεύγους επιλογών παραγωγείας (u, v) για την περίοδο t είναι:

$$z_t^*(\hat{X}_t) = \min\{f_t^{u,v} + p_t^{u,v} \hat{X}_t | u, v = 1, \dots, M \text{ και } \bar{e}_t^u \leq 0\}$$

που αντιστοιχεί στο πρόβλημα (Π), όπου σε κάθε περίοδο, $O(M^2)$ συνδυασμοί επιλογών είναι διαθέσιμοι. Οπότε ο μετασχηματισμός του προβλήματος, δηλαδή ο υπολογισμός του κόστους $p_t^{u,v}$ για όλα τα πιθανά ζευγάρια και για όλες τις περιόδους (που είναι T), γίνεται σε $O(M^2T)$ πράξεις. $\square$

Από το Θεώρημα 2.1.6, προκύπτει ότι ο περιορισμός (2.5), δεν αυξάνει την πολυπλοκότητα του προβλήματος, αλλά αυξάνει σημαντικά τον χρόνο επίλυσης. Έτσι, το πρόβλημα (Π1) μπορεί να λυθεί με μεθόδους επίλυσης του προβλήματος (Π), που είναι ένα πρόβλημα μεικτού ακεραίου γραμμικού προγραμματισμού.

Έστω ότι το κόστος διατήρησης αποθέματος είναι γραμμικό: $h_t(s_t) = h_t s_t$. Από το Θεώρημα 2.1.6 το πρόβλημα (Π1) ικανοποιεί τις ίδιες ιδιότητες με το πρόβλημα (Π). Συνεπώς προκύπτει το επόμενο θεώρημα

Θεώρημα 2.1.7. Στο πρόβλημα (Π1) οι παραγγελίες μπορούν να τεθούν μόνο σε περιόδους με μηδενικό αρχικό επίπεδο αποθέματος (zero inventory property).

Κεφάλαιο 2

Έτσι μπορούν να χρησιμοποιηθούν αλγόριθμοι δυναμικού προγραμματισμού για την επίλυση του προβλήματος (Π1) που βασίζονται στις παρακάτω υποθέσεις

1. Η ποσότητα που ικανοποιεί την ζήτηση μίας περιόδου παραγγέλλεται εξ' ολοκλήρου σε μία περίοδο (δεν επιτρέπεται "σπάσιμο" της παραγγελίας).
2. Σε κάθε περίοδο, για κάθε ζεύγος επιλογών ανεφοδιασμού, η ποσότητα παραγγελίας πρέπει να ικανοποιεί ένα ακέραιο πλήθος περιόδων.
3. Το πολύ δύο επιλογές ανεφοδιασμού χρησιμοποιούνται σε μία περίοδο.

Για την επίλυση χρησιμοποιείται ο προς τα πίσω αλγόριθμος δυναμικού προγραμματισμού. Προκύπτει ότι αυτός ο αλγόριθμος τρέχει σε $O(TM^2 \log M + T^2)$ χρόνο με χρήση του αλγορίθμου Wagelmans et al. (1992).

2.1.2 Επιβολή περιορισμού εκπομπών ρύπων αθροιστικά

Σ' αυτήν την ενότητα το πρόβλημα (Π) τροποποιείται έτσι ώστε σε μία περίοδο τα δικαιώματα χρήσης ρύπων να μπορούν να μεταφερθούν σε άλλη περίοδο. Ο περιορισμός γράφεται:

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{\max}) x_{t'}^m \leq 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.18)$$

. Σημειώνεται ότι ο περιορισμός (2.18) είναι πιο ασθενής από τον 2.4. Σε όσα ακολουθούν, ας συμβολίσουμε με J_t , την ποσότητα των αχρησιμοποίητων εκπομπών ρύπων στο τέλος της περιόδου t , συνεπώς $J_t = - \sum_{t'=1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{\max}) x_{t'}^m$ με $J_0 = 0$ και $J_t \geq 0$. Τότε ο περιορισμός (2.18) μπορεί να γραφτεί ως

$$J_t = J_{t-1} - \sum_{m=1}^M (e_t^m - E_t^{\max}) x_t^m, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.19)$$

Έτσι, από το πρόβλημα (Π) προκύπτει το πρόβλημα (Π2):

$$(\text{Π2} : \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t))$$

Κεφάλαιο 2

$$\sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.20)$$

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{\max}) x_{t'}^m \leq 0, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.21)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.22)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.23)$$

Προκύπτει ότι και σε αυτό το πρόβλημα η βέλτιστη πολιτική θα χρησιμοποιεί το πολύ δύο επιλογές ανεφοδιασμού ανά περίοδο.

Θεώρημα 2.1.8. (*Absi et al. (2013)*) Υπάρχει βέλτιστη λύση στο πρόβλημα (Π2) με την ιδιότητα “εάν $\sum_{m=1}^M x_t^m > 0$ τότε $\exists m_1 \in F_t, m_2 \in F_t \cup F_t^c$ τ.ω $x_t^{m_1} x_t^{m_2} > 0$ και $x_t^m = 0, m \neq m_1, m_2, \forall t = 1, \dots, T$ ”.

Απόδειξη. Η απόδειξη είναι παρόμοια με την απόδειξη του Θεωρήματος 2.1.4 και παραλείπεται. $\square$

Παρόλο που αποδεικνύεται ότι η βέλτιστη λύση ικανοποιεί την ίδια ιδιότητα και στα δύο προβλήματα, αποδεικνύεται ότι το πρόβλημα (Π2) είναι πιο σύνθετο πρόβλημα. Το παρακάτω λήμμα δίνει μία ιδέα για την πολυπλοκότητα αυτού του προβλήματος.

Λήμμα 2.1.9. (*Absi et al. (2013)*) Η βέλτιστη λύση κάτω από την *zero inventory property* μπορεί να έχει κόστος πολύ μεγαλύτερο από το κόστος της βέλτιστης λύσης στο πρόβλημα (Π2).

Απόδειξη. Η απόδειξη βασίζεται σε ένα αντιπαράδειγμα. Θεωρούμε το πρόβλημα (Π2) με δύο (2) περιόδους και δύο (2) επιλογές ανεφοδιασμού. Ξερισμοποιούνται οι ακόλουθες υποθέσεις (βλέπε Absi et al. (2013) , για $D = 10$):

1. Η ζήτηση είναι 1 την πρώτη περίοδο και 21 την δεύτερη.
2. Η τιμή αγοράς μίας μονάδας προϊόντος μέσω της επιλογής ανεφοδιασμού 1 είναι 1 την πρώτη περίοδο και 100 την δεύτερη.

Κεφάλαιο 2

3. Η τιμή αγοράς μίας μονάδας προϊόντος μέσω της επιλογής ανεφοδιασμού 2 είναι 100 την πρώτη περίοδο και 0 την δεύτερη.
4. Οι εκπομπές που προκύπτουν από την επιλογή ανεφοδιασμού 1 είναι 0 σε κάθε περίοδο ανά μονάδα προϊόντος.
5. Οι εκπομπές που προκύπτουν από την επιλογή ανεφοδιασμού 2 είναι 11 σε κάθε περίοδο ανά μονάδα προϊόντος.
6. Σε κάθε περίοδο, το κόστος αποθήκευσης και το κόστος εκκίνησης είναι 0.
7. Σε κάθε περίοδο, οι μέγιστες εκπομπές που αντιστοιχούν στην προμήθεια και αποθήκευση μίας μονάδας προϊόντος είναι 10.

Το πρόβλημα (Π2) γίνεται:

$$\min_x \{p_1^1 x_1^1 + p_1^2 x_1^2 + p_2^1 x_2^1 + p_2^2 x_2^2 + f_1^1 y_1^1 + f_1^2 y_1^2 + f_2^1 y_2^1 + f_2^2 y_2^2 + h_1 s_1 + h_2 s_2\} \Rightarrow$$

$$\min_x \{x_1^1 + 100x_1^2 + 100x_2^1\}$$

$$x_1^1 + x_1^2 - s_1 + s_0 = 1$$

$$x_2^1 + x_2^2 - s_2 + s_1 = 21$$

$$(0 - 10)x_1^1 + (11 - 10)x_1^2 \leq 0$$

$$(0 - 10)x_1^1 + (11 - 10)x_1^2 + (0 - 10)x_2^1 + (11 - 10)x_2^2 \leq 0$$

$$x_t^m \leq 22y_t^m, \quad t = 1, 2, \quad m = 1, 2$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, 2, \quad m = 1, 2.$$

Οι λύσεις που ικανοποιούν την πολιτική παραγγελίας μηδενικού αποθέματος είναι δύο. Η μία είναι να αγοραστούν 22 μονάδες προϊόντος την πρώτη περίοδο με την επιλογή ανεφοδιασμού 1 (ώστε να ικανοποιείται ο περιορισμός των εκπομπών διοξειδίου και για μικρότερο κόστος) και το συνολικό κόστος θα είναι 22 χρηματικές μονάδες (χ.μ). Η άλλη είναι να αγοραστούν, μία μονάδα προϊόντος την πρώτη περίοδο με την επιλογή ανεφοδιασμού 1, 20 μονάδες προϊόντος τη δεύτερη περίοδο με την επιλογή ανεφοδιασμού 2 και μία μονάδα προϊόντος τη δεύτερη περίοδο με την επιλογή ανεφοδιασμού 1 (ώστε να ικανοποιείται ο περιορισμός των εκπομπών διοξειδίου), με συνολικό κόστος 101 χ.μ.

Ωστόσο, αν αγοραστούν, 2 μονάδες προϊόντος την πρώτη περίοδο με την επιλογή ανεφοδιασμού 1 και 20 μονάδες προϊόντος τη δεύτερη περίοδο με την επιλογή

Κεφάλαιο 2

ανεφοδιασμού 2, το συνολικό κόστος θα είναι 2 χ.μ. Η τελευταία είναι η λύση με το μικρότερο κόστος, αλλά δεν ικανοποιεί την πολιτική παραγγελίας μηδενικού αποθέματος. Έτσι, αποδεικνύεται το παραπάνω λήμμα. $\square$

Στη συνέχεια, οι Absi et al. (2013) αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα (Π2) είναι (NP-hard):

Θεώρημα 2.1.10. *Το πρόβλημα (Π2) είναι NP-δύσκολο ακόμη και στην περίπτωση που σε κάθε περίοδο ζητείται μόνο μία μονάδα προϊόντος.*

Πριν γίνει η απόδειξη του Θεωρήματος 2.1.10, θα δοθούν μερικές έννοιες και ένα λήμμα. Οι Absi et al. (2013) ορίζουν το πρόβλημα του σακιδίου με ακριβώς k αντικείμενα (k -exact knapsack problem), που θα συμβολίζεται στη συνέχεια με (Λ1). Έστω n αντικείμενα, καθένα με ένα βάρος $w_i, i = 1, \dots, n$. Σκοπός είναι να βρεθεί ένα σύνολο με πλήθος k αντικειμένων, που επιτρέπεται να επιλεγεί κάποιο αντικείμενο περισσότερες από μία φορές, ώστε το συνολικό βάρος τους να είναι W . Συμβολικά, ψάχνουμε ένα διάνυσμα $(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$, ώστε:

$$\sum_{i=1}^n w_i \alpha_i = W$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = k.$$

Το παραπάνω πρόβλημα, χωρίς την υπόθεση να είναι k το πλήθος των αντικειμένων, είναι το γνωστό πρόβλημα του σακιδίου (knapsack problem), που είναι NP-δύσκολο (NP-hard) (Lipták (2007)) και θα συμβολίζεται στη συνέχεια με (Λ2). Επίσης, οι Caprara et al. (2000) αποδεικνύουν ότι το πρόβλημα του σακιδίου με ακριβώς k αντικείμενα, αλλά υπό την υπόθεση ότι το κάθε αντικείμενο να επιλέγεται το πολύ μία φορά (συμβολίζεται Λ3), είναι NP-δύσκολο. Οι Absi et al. (2013) αποδεικνύουν το παρακάτω λήμμα.

Λήμμα 2.1.11. *Το πρόβλημα (Λ1) είναι NP-πλήρες (NP-complete).*

Απόδειξη. Καταρχήν, να σημειωθεί ότι, αν ο περιορισμός του πλήθους των αντικειμένων ελαφρύνει στην υπόθεση να είναι το πλήθος το πολύ k , τότε το πρόβλημα είναι NP-πλήρες (NP-complete). Αυτό ισχύει διότι, το πρόβλημα (Λ2) αποτελεί ειδική περίπτωση αυτού αν τεθεί $k \geq \frac{W}{\min_i w_i}$. Στόχος είναι από το πρόβλημα του σακιδίου με πολύ k αντικείμενα (θα συμβολίζεται με Λ4) να κατασκευαστεί το πρόβλημα (Λ1).

Κεφάλαιο 2

Έστω ένα πρόβλημα (Λ4), με n αντικείμενα, βάρους $w_i, i = 1, \dots, n$, και σκοπός είναι να βρεθεί ένα σύνολο από αυτά με πλήθος το πολύ k ώστε το άθροισμα των βαρών τους, w_i , να είναι ίσο με W . Το πρόβλημα (Λ4) θα μετατραπεί σε ένα πρόβλημα (Λ1) με τον εξής τρόπο. Έστω $n + k$ αντικείμενα που τα πρώτα n (τα αρχικά αντικείμενα) έχουν βάρη $W'_i = kw_i + 1$ και τα υπόλοιπα k έχουν βάρη ίσα με την μονάδα. Ψάχνουμε αν υπάρχει σύνολο k αντικειμένων που το συνολικό τους βάρος να είναι $W' = k(W + 1)$

Στη συνέχεια, αποδεικνύεται ότι υπάρχει λύση για το πρόβλημα (Λ4) αν και μόνο αν υπάρχει λύση για το (Λ1). Το πρόβλημα (Λ4) έχει λύση αν υπάρχει διάνυσμα $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ τέτοιο ώστε $\sum_{i=1}^n w_i \alpha_i = W$ και $\sum_{i=1}^n \alpha_i \leq k$. Ορίζουμε, $k' = \sum_{i=1}^n \alpha_i$. Από το διάνυσμα $\tilde{\alpha}$ κατασκευάζουμε το διάνυσμα $\tilde{\alpha}' = (\alpha'_1, \dots, \alpha'_{n+k})$, έτσι ώστε

$$\alpha'_i = \begin{cases} \alpha_i, & i = 1, \dots, n \\ 1, & i = n + 1, \dots, n + (k - k') \\ 0, & i = n + (k - k') + 1, \dots, n + k \end{cases}.$$

Αντίστοιχα, το διάνυσμα $\tilde{\alpha}$ κατασκευάζεται από το διάνυσμα $\tilde{\alpha}'$, αν κρατήσουμε μόνο τις n πρώτες συνιστώσες. Οπότε, για να αποδείξουμε ότι τα προβλήματα (Λ1) και (Λ4) ταυτίζονται, αρκεί να αποδείξουμε ότι

$$\sum_{i=1}^n w_i \alpha_i = W \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n+k} w'_i \alpha'_i = W'.$$

$$\begin{aligned} \text{Έχουμε: } \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i = W &\Leftrightarrow k \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i = kW \Leftrightarrow k \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i + k' = kW + k' \Leftrightarrow \\ k \sum_{i=1}^n w_i \alpha_i + \sum_{i=1}^n \alpha_i &= kW + k' \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n (kw_i + 1) \alpha_i = kW + k' \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n (kw_i + \\ 1) \alpha_i + (k - k') &= kW + k' + (k - k') \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n w'_i \alpha_i + \sum_{i=n+1}^{n+k} \alpha'_i = kW + k \Leftrightarrow \\ \sum_{i=1}^n w'_i \alpha'_i + \sum_{i=n+1}^{n+k} w'_i \alpha'_i &= k(W + 1) \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{n+k} w'_i \alpha'_i = W'. \end{aligned}$$

Επομένως τα προβλήματα (Λ1) και (Λ4) είναι ισοδύναμα. $\square$

Τώρα μπορεί να γίνει η απόδειξη του Θεωρήματος 2.1.10.

Απόδειξη Θεωρήματος 2.1.10. (Absi et al. (2013)) Για να αποδείξουμε το θεώρημα θα πάρουμε μία λύση του προβλήματος (Λ1) και θα κατασκευάσουμε μία

Κεφάλαιο 2

λύση στο πρόβλημα (Π2).

Έστω ένα πρόβλημα της μορφής (Λ1) με n αντικείμενα, βάρους $w_i, i = 1, \dots, n$. Χωρίς βλάβη της γενικότητας υποθέτουμε ότι $k \geq 2$, $W \geq w_i$ και $w_i \geq 1$ για κάθε i . Η μετατροπή γίνεται ως εξής:

- Υπάρχουν $M = n + 1$ διαφορετικές επιλογές ανεφοδιασμού που παράγουν εκπομπές ανά μονάδα προϊόντος $\bar{e}^i = W - w_i, i = 1, \dots, m$ και κόστος εκκίνησης $f^{(i)} = w_i, i = 1, \dots, m$ σε κάθε περίοδο. Η επιλογή M θα είναι η μόνη οικολογική με $\bar{e}^M = -(k - 1)W$ και $f^{(M)} = W + 1$.
- Ο χρονικός ορίζοντας είναι $T = k + 1$, με $d_t = 1, t = 1, \dots, T$.
- Η τιμή αγοράς μίας μονάδας προϊόντος είναι μηδέν σε κάθε περίοδο και για κάθε επιλογή ανεφοδιασμού.
- Το κόστος αποθήκευσης είναι $h = kW$ σε κάθε περίοδο.
- Θέλουμε να εξετάσουμε αν υπάρχει μία λύση με κόστος το πολύ $2W + 1$.

Έστω ότι υπάρχει μία λύση $S = (i_1, \dots, i_k)$ για το πρόβλημα (Λ1). Μπορούμε να κατασκευάσουμε μία λύση για το πρόβλημα (Π2), αν την πρώτη περίοδο παραγγέλουμε μία μονάδα προϊόντος με την επιλογή M και στην τυχούσα περίοδο t παραγγέλουμε μία μονάδα προϊόντος με την επιλογή i_{t-1} . Το κόστος αυτής της λύσης είναι

$$f^{(M)} + \sum_{h=1}^k f^{(i_h)} = W + 1 + \sum_{s=1}^k w_{i_s} = W + 1 + W = 2W + 1.$$

Η λύση θα είναι εφικτή, επειδή

$$\sum_{s=1}^k \bar{e}^{i_s} = \sum_{s=1}^k (W - w_{i_s}) = kW - W = (k - 1)W = -\bar{e}^M \Rightarrow \bar{e}^M + \sum_{s=1}^k \bar{e}^{i_s} = 0$$

δηλαδή ικανοποιεί τον περιορισμό (2.21) του προβλήματος (Π2).

Αντίστροφα, υποθέτουμε ότι η ζήτηση για όλες τις περιόδους μπορεί να ικανοποιηθεί με κόστος το πολύ $2W + 1$. Η επιλογή M είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί την πρώτη περίοδο, ώστε να ικανοποιηθεί ο περιορισμός (2.21) την περίοδο 1. Καθώς το συνολικό κόστος πρέπει να είναι μικρότερο ή ίσο από $2W + 1$, σε μία εφικτή πολιτική, η επιλογή M δεν μπορεί να ξαναχρησιμοποιηθεί

Κεφάλαιο 2

στην περίοδο $t \geq 2$. Επιπλέον, επειδή είναι απαραίτητο να χρησιμοποιηθεί η επιλογή M , το συνολικό κόστος αποθήκευσης $h \sum_{t=1}^T s_t = kW \sum_{t=1}^T s_t$ δεν μπορεί να ξεπερνά το $2W + 1 - W + 1 = W$, επομένως η συνολική ποσότητα αποθήκευσης $\sum_{t=1}^T s_t$ πρέπει να είναι μικρότερη του $\frac{W}{kW} = \frac{1}{k} < 1$. Επομένως, η βέλτιστη πολιτική απαιτεί να γίνεται παραγγελία σε κάθε περίοδο με ζήτηση. Έτσι, αφού μόνο η επιλογή M είναι οικολογική, σύμφωνα με το Θεώρημα 2.1.8, θα πρέπει να χρησιμοποιείται μόνο μία επιλογή εφοδιασμού σε κάθε περίοδο. Έστω S το σύνολο των επιλογών που χρησιμοποιούνται από την περίοδο 2 μέχρι $T = K + 1$. Από τα προηγούμενα, το S περιέχει ακριβώς k στοιχεία. Το συνολικό βάρος τους είναι το συνολικό κόστος εκκίνησης από την περίοδο 2 μέχρι T . Οπότε,

$$f^{(M)} + h \sum_{t=1}^T s_t + \sum_{h=1}^k f^{(i_h)} \leq 2W + 1 \Rightarrow \sum_{s=1}^k w_{i_s} \leq W - h \sum_{t=1}^T s_t = W(1 - k \sum_{t=1}^T s_t).$$

Τώρα αρκεί να αποδείξουμε ότι το $\sum_{t=1}^T s_t$ είναι μηδέν. Σημειώνεται ότι ο μόνος λόγος για να παραγγελθούν περισσότερες από μία μονάδες προϊόντος σε μία περίοδο, με την επιλογή ανεφοδιασμού M , είναι ότι η επιλογή M έχει μικρή επίπτωση στο περιβάλλον. Σ' αυτήν την περίπτωση, το βέλτιστο είναι να διατηρηθεί απόθεμα από την περίοδο 1 στην 2. Αν x_t είναι η ποσότητα παραγγελίας την περίοδο t , τότε $x_1 = 1 + \sum_{t=1}^T s_t$ και $\sum_{t=2}^T x_t = k - \sum_{t=1}^T s_t$. Οπότε:

$$\begin{aligned} \sum_{t=2}^T w_{i_t} &= \sum_{t=2}^T w_{i_t}(x_t + 1 - x_t) = \sum_{t=2}^T w_{i_t}x_t + \sum_{t=2}^T w_{i_t}(1 - x_t) \geq \\ \sum_{t=2}^T w_{i_t}x_t + \sum_{t=2}^T (1 - x_t) &= \sum_{t=2}^T w_{i_t}x_t + (T - 2 + 1) - \sum_{t=2}^T x_t = \\ \sum_{t=2}^T w_{i_t}x_t + (k + 1 - 2 + 1) - (k - \sum_{t=1}^T s_t) &= \sum_{t=2}^T w_{i_t}x_t + \sum_{t=1}^T s_t. \end{aligned}$$

Για να ικανοποιείται ο περιορισμός (2.21) την περίοδο T πρέπει

$$\bar{e}^M x_1 + \sum_{t=2}^T \bar{e}^{it} x_t \leq 0 \Rightarrow -(k-1)W(1 + \sum_{t=1}^T s_t) + \sum_{t=2}^T (W - w_{i_t})x_t \leq 0 \Rightarrow$$

Κεφάλαιο 2

$$\begin{aligned}
& -(1 + \sum_t s_t)(k-1)W + W \sum_{t=2}^T x_t - \sum_{t=2}^T w_{i_t} x_t \leq 0 \Rightarrow \\
& -(1 + \sum_t s_t)(k-1)W + W(k - \sum_{t=1}^T s_t) - \sum_{t=2}^T w_{i_t} x_t \leq 0 \Rightarrow \\
& -(k+k \sum_{t=1}^T s_t - \sum_{t=1}^T s_t - 1)W + W(k - \sum_{t=1}^T s_t) \leq \sum_{t=2}^T w_{i_t} x_t \Rightarrow \sum_{t=2}^T w_{i_t} x_t \geq (1-k \sum_{t=1}^T s_t)W.
\end{aligned}$$

Αντικαθιστώντας, προκύπτει

$$w(S) \geq \sum_{t=2}^T w_{i_t} x_t + \sum_{t=1}^T s_t \geq (1 - k \sum_{t=1}^T s_t)W + \sum_{t=1}^T s_t.$$

και

$$W(S) = \sum_{s=1}^k w_{i_s} \leq W(1 - k \sum_{t=1}^T s_t).$$

Επομένως, με βάση τις παραπάνω ανισότητες ισχύει ότι $\sum_{t=1}^T s_t = 0$ και η απόδειξη ολοκληρώθηκε. $\square$

2.1.3 Επιβολή περιορισμών εκπομπών ρύπων σε όλον τον ορίζοντα σχεδιασμού και σε μέρη του

Στην ενότητα αυτή το πρόβλημα (Π) τροποποιείται, θεωρώντας ότι τίθεται περιορισμός στις εκπομπές καυσαερίων σε όλο τον χρονικό ορίζοντα ($E_t^{\max} = E^{\max}$, $\forall t = 1, \dots, T$). Είναι προφανές ότι αυτός ο περιορισμός εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από το μήκος του χρονικού ορίζοντα. Συνεπώς, το πρόβλημα (Π) γίνεται:

$$\begin{aligned}
(\text{Π3}) : \min & \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t) \\
& \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M (e_t^m - E^{\max}) x_t^m \leq 0 \tag{2.25}$$

Κεφάλαιο 2

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.26)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.27)$$

Εύκολα προκύπτει ότι το πρόβλημα (Π3) είναι το πρόβλημα (Π2), αν από την σχέση (2.18) απομακρυνθούν $t - 1$ περιορισμοί και μείνει μόνο ο περιορισμός για $t = T$. Παρόλο που το πρόβλημα γίνεται πιο απλό, παραμένει NP-δύσκολο. Η απόδειξη είναι παρόμοια με το Θεώρημα 2.1.10 και παραλείπεται.

Ο περιορισμός εκπομπών ρύπων μπορεί να τροποποιηθεί έτσι ώστε να υπάρχει περιορισμός μέγιστων εκπομπών σε συγκεκριμένο αριθμό περιόδων (R). Έτσι το μοντέλο μπορεί να γίνει πιο ρεαλιστικό και λιγότερο εξαρτημένο από τον ορίζοντα σχεδιασμού T . Συνεπώς, το πρόβλημα (Π) τροποποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned} (\text{Π4}) : \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T h_t(s_t) \\ \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\sum_{t'=t-R+1}^t \sum_{m=1}^M (e_{t'}^m - E_{t'}^{\max}) x_{t'}^m \leq 0, \quad t = R, \dots, T \quad (2.29)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.30)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.31)$$

Αποδεικνύεται, με τον ίδιο τρόπο όπως και στα προηγούμενα προβλήματα, ότι η βέλτιστη λύση θα χρησιμοποιεί το πολύ δύο επιλογές σε κάθε περίοδο t . Σημειώνεται ότι για $R = 1$ ο περιορισμός (2.29) είναι ο περιορισμός (2.9) και το πρόβλημα (Π4) επιλύεται σε πολυωνυμικό χρόνο. Επιπλέον, για $R = T$ ο περιορισμός (2.29) είναι ο περιορισμός (2.25), και το πρόβλημα (Π4) είναι NP-δύσκολο.

2.1.4 Παραλλαγή του προβλήματος (Π3)

Στην ενότητα αυτή παρουσιάζεται ένα μοντέλο διαχείρισης αποθεμάτων όπως μελετήθηκε από τους Palak et al. (2014), τροποποιώντας το μοντέλο των Absi et al. (2013). Περαιτέρω, οι Palak et al. (2014) έδωσαν συνθήκες για την εύρεση

Κεφάλαιο 2

λύσης, σχέσεις μεταξύ αυτής της οδηγιάς περιορισμού των εκπομπών καυσαερίων, και των υπολοίπων που θα παρουσιαστούν στη συνέχεια. Στην μοντελοποίηση του προβλήματος λαμβάνεται, επιπλέον, υπόψη και η διαδικασία από την οποία παράγονται ρύποι. Συμβολίζονται:

$\hat{h}_t$: η ποσότητα ρύπων που εκπέμπονται κατά την αποθήκευση μίας μονάδας προϊόντος στο τέλος της περιόδου t , $t = 1, \dots, T$.

$\hat{p}_t^m$: η ποσότητα ρύπων που εκπέμπονται κατά την αγορά μίας μονάδας προϊόντος με την επιλογή ανεφοδιασμού m την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$, $m = 1, \dots, M$.

$\hat{f}_t^m$: η ποσότητα ρύπων που εκπέμπονται κατά την παραγγελία της περιόδου t με την επιλογή ανεφοδιασμού m , $t = 1, \dots, T$, $m = 1, \dots, M$.

Το πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:

$$(Π5) : \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t)$$

$$\sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.32)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T \hat{h}_t s_t \leq \hat{C} \quad (2.33)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.34)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.35)$$

Για το παραπάνω πρόβλημα (Π5) οι Palak et al. (2014) απέδειξαν:

Πρόταση 2.1.12. Μπορεί να εξεταστεί αν το πρόβλημα (Π5) έχει εφικτή λύση, ή όχι, σε χρόνο $O(MT^2)$.

Απόδειξη. Παρατηρούμε ότι αν αντί για το κόστος ελαχιστοποιήσουμε τις εκπομπές, τότε το πρόβλημα έχει την μορφή του (Π), και λύνεται ευκολότερα, μέσω της λύσης δέντρο (tree solution). Ορίζεται

Κεφάλαιο 2

$$E_{mt}(x_t^m, s_t) = \begin{cases} \hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m + \hat{h}_t s_t, & \text{αν γίνει ανεφοδιασμός} \\ & \text{με την επιλογή } m \text{ την περίοδο } t \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$t = 1, \dots, T, m = 1, \dots, M$$

Θα έχουμε το μοντέλο:

$$\min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T E_{mt}(x_t^m, s_t)$$

$$\sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M, \quad s_0 = 0$$

Η συνάρτηση $E_{mt}(x_t^m, s_t)$ είναι κοίλη ως άθροισμα κοίλων συναρτήσεων, οπότε η βέλτιστη λύση θα έχει την ιδιότητα του μηδενικού αποθέματος και απλής προμηθείας (δηλαδή γίνεται παραγγελία μόνο με μία επιλογή). Το παραπάνω πρόβλημα λύνεται όπως το πρόβλημα εύρεσης μονοπατιού με ελάχιστο μήκος σε ένα ακυκλικό δίκτυο (Shortest path problem in an acyclic network).

Συγκεκριμένα, κατασκευάζουμε ένα γράφημα με $T + 1$ κορυφές (που αντιστοιχούν στις περιόδους και μία βοηθητική) ένα μονοπάτι (t, t') αντιστοιχεί στην ικανοποίηση της ζήτησης για τις περιόδους $t, t+1, \dots, t'-1, t' = t+1, \dots, T$ μέσω της παραγγελίας που γίνεται την περίοδο t . Το μήκος (ποσότητα εκπομπών) του μονοπατιού (t, t') είναι $\sum_{h=t}^{t'} E_{mt}(x_h^m, s_h)$, $m = 1, \dots, M$ και η παραγγελία γίνεται με την επιλογή m που παράγει τις λιγότερες εκπομπές. Σκοπός είναι η εύρεση της διαδρομής με το μικρότερο μήκος (λιγότερες εκπομπές) για το μονοπάτι $(1, T + 1)$

Για κάθε επιλογή m , $m = 1, \dots, M$ μπορούμε να υπολογίσουμε το κόστος όλων διαδρομών σε $O(T^2)$ χρόνο. Για όλες τις επιλογές υπολογίζονται σε $O(MT^2)$ χρόνο. Η εύρεση της επιλογής m , $m = 1, \dots, M$ με τις λιγότερες εκπομπές σε κάθε ένα από τα $O(T^2)$ μονοπάτια γίνεται σε $O(MT^2)$ χρόνο. Τέλος, η εύρεση του συνδυασμού από τα $O(T^2)$ μονοπάτια που καλύπτει τη διαδρομή $(1, T + 1)$ με

Κεφάλαιο 2

τις λιγότερες εκπομπές γίνεται σε $O(T^2)$ χρόνο. Οπότε, ο χρόνος επίλυσης του παραπάνω προβλήματος είναι $O(MT^2 + MT^2 + T^2) = O(MT^2)$.

Άρα, σε $O(MT^2)$ χρόνο υπολογίζονται οι ελάχιστες εκπομπές του παραπάνω προβλήματος. Αν η αντικειμενική συνάρτηση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος παίρνει τιμή μικρότερη του $\hat{C}$, τότε το πρόβλημα (Π5) έχει εφικτή λύση (συνεπώς και βέλτιστη). $\square$

Ειδική περίπτωση με έναν προμηθευτή

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται το μοντέλο που πρότειναν οι Helmrich et al. (2015), το οποίο είναι το πρόβλημα των Palak et al. (2014), (Π5), αλλά με έναν προμηθευτή ($m = 1$). Για το πρόβλημα αυτό μελετώνται ιδιότητες και προτείνονται αλγόριθμοι επίλυσής του.

Το μοντέλο γράφεται ως εξής:

$$(Π6) : \min \sum_{t=1}^T (f_t y_t + p_t x_t + h_t s_t)$$

$$x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.36)$$

$$\sum_{t=1}^T (\hat{f}_t y_t + \hat{p}_t(x_t) + \hat{h}_t(s_t)) \leq \hat{C} \quad (2.37)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.38)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.39)$$

Ακόμη, το πρόβλημα με πολλούς προμηθευτές (όπως των Palak et al. (2014)), με m επιλογές ανεφοδιασμού και συναρτήσεις κόστους παραγωγής $p_t^i(x)$, μπορεί να μετασχηματιστεί στο πρόβλημα (Π6). Αυτό γίνεται αν τεθεί χρονικός ορίζοντας $T' = mT$, συναρτήσεις παραγωγής $p'_{m(t-1)+i}(x) = p_t^i(x)$ για $i = 1, \dots, m, t = 1, \dots, T$, κόστος αποθήκευσης $h'_{mt}(s) = h_t(s)$ και ζήτηση $d'_{mt} = d_t$.

Στο πρόβλημα (Π6) οι Helmrich et al. (2015) ορίζουν την ιδιότητα Wagner-Whitin. Τα κόστη πληρούν την ιδιότητα Wagner-Whitin, αν οι παράμετροι κόστους ικανοποιούν τη συνθήκη $p_{t-1} + h_t \geq p_t$ για $t = 2, \dots, T$. Ομοίως ορίζεται και για τις συναρτήσεις εκπομπών. Μία ερμηνεία της ιδιότητας αυτής είναι ότι,

Κεφάλαιο 2

όταν ικανοποιείται, είναι πιο οικονομικό να αναβληθεί η παραγγελία όσο το δυνατόν περισσότερο γίνεται. Στη συνέχεια, οι Helmrigh et al. (2015) απέδειξαν ότι μία ειδική μορφή του προβλήματος είναι NP-δύσκολη, που σημαίνει ότι και η γενική μορφή του προβλήματος είναι NP-δύσκολη.

Θεώρημα 2.1.13. Το πρόβλημα (Π6) είναι NP-δύσκολο, ακόμη και στην περίπτωση που οι εκπομπές προκύπτουν αποκλειστικά από την παραγωγή και είναι γραμμικές ως προς την ποσότητα παραγωγής.

Πόρισμα 2.1.14. Το πρόβλημα (Π6) με δύο επιλογές ανεφοδιασμού σε κάθε περίοδο είναι NP-δύσκολο, ακόμη και στην περίπτωση που οι εκπομπές, ως γραμμική συνάρτηση, προκύπτουν αποκλειστικά από την παραγωγή και είτε όλες οι συναρτήσεις κόστους είτε όλες οι συναρτήσεις εκπομπών είναι ανεξάρτητες του χρόνου.

Στη συνέχεια δίνονται κάποιες δομικές ιδιότητες του μοντέλου των Helmrigh et al. (2015). Ο χρονικός ορίζοντας μπορεί να διασπαστεί σε κομμάτια (blocks), που θα λέγονται διαστήματα αποθήκευσης. Ως διάστημα αποθήκευσης ορίζεται το διάστημα $[t, s]$ που είναι τέτοιο ώστε $I_{t-1} = I_s = 0$ και $I_\tau \neq 0, \forall t \leq \tau \leq s$. Επιπλέον, μία περίοδος t θα λέγεται διπλής προμηθείας (double-sourcing), αν $I_t > 0$ και $x_t > 0$, δηλαδή γίνεται παραγωγή, παρόλο που υπάρχει απόθεμα. Τέλος, μία περίοδος t λέγεται απλής προμηθείας (single-sourcing), αν ισχύει $I_{t-1} \cdot x_t = 0$, δηλαδή $I_t = 0$ ή $x_t = 0$.

Στη συνέχεια, οι Helmrigh et al. (2015) εξετάζουν πώς μπορούν να μεταβληθούν τα κόστη και οι εκπομπές αν, δεδομένης μίας αρχικής λύσης, μεταφερθεί η παραγωγή από μία περίοδο i σε μία περίοδο j . Έστω μία αρχική λύση $\tilde{x} = \{x_{ij}\}$ με x_{ij} την ποσότητα που παράγεται την περίοδο i και αποθηκεύεται μέχρι την περίοδο j , σύμφωνα με την λύση αυτή. Ως q_{ij} ορίζεται η επιπλέον ποσότητα που παράγεται την περίοδο i και αποθηκεύεται μέχρι την περίοδο j . Οπότε, έστω μία νέα λύση όπου την περίοδο i παράγεται ποσότητα $x_{ij} + q_{ij}$, αντί της ποσότητας x_{ij} , για να χρησιμοποιηθεί την περίοδο j . Για την νέα λύση το απόθεμα για τις περιόδους $k, i \leq k \leq j-1$ θα είναι $I_k + q_{ij}$. Τότε, ως συνάρτηση νέου κόστους ορίζονται $K_{ij}(q_{ij}; x_{ij}, I_i, \dots, I_{i-1}) = K_{ij}(q_{ij}) = p_i(x_{ij} + q_{ij}) + \sum_{k=i}^{j-1} h_k(I_k + q_{ij})$ και $K_{ij} = K_{ij}(0)$ το κόστος της αρχικής λύσης. Αντίστοιχα,

ορίζονται $\hat{K}_{ij}(q_{ij}; x_{ij}, I_i, \dots, I_{i-1}) = \hat{K}_{ij}(q_{ij}) = \hat{p}_i(x_{ij} + q_{ij}) + \sum_{k=i}^{j-1} \hat{h}_k(I_k + q_{ij})$

και $\hat{K}_{ij} = \hat{K}_{ij}(0)$, ως οι συνολικές εκπομπές της νέας και της αρχικής λύσης, αντίστοιχα για το διάστημα μεταξύ των περιόδων i και j . Οι συναρτήσεις K_{ij} και

Κεφάλαιο 2

$\hat{K}_{ij}$ είναι κοίλες ως άθροισμα κοίλων συναρτήσεων. Έτσι, συμβολίζεται $K'_{ij}(q_{ij})$ ως η πρώτη παράγωγος της συνάρτησης $K_{ij}(q_{ij})$ από δεξιά:

$$K'_{ij}(q_{ij}) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{K_{ij}(q_{ij} + h) - K_{ij}(q_{ij})}{h}$$

η παράγωγος της συνάρτησης κόστους υπάρχει για $q_{ij} \geq 0$, επειδή είναι κοίλη συνάρτηση. Ομοίως, ορίζεται η συνάρτηση $\hat{K}'_{ij}(q_{ij})$ ως η παράγωγος της συνάρτησης $\hat{K}_{ij}(q_{ij})$. Στη συνέχεια, ορίζεται μία ειδική ιδιότητα των συναρτήσεων κόστους και εκπομπών, που, όταν ισχύει, μπορεί να διευκολύνει την επίλυση του προβλήματος. Τα κόστη λέμε ότι “συμμεταβάλλονται” (co-behave), όταν για ένα οποιοδήποτε ζεύγος περιόδων i, j με $i \leq j$ ισχύει $K'_{ij}(q_{ij}) \leq K'_{jj}(q_{jj})$ και $\hat{K}'_{ij}(q_{ij}) \leq \hat{K}'_{jj}(q_{jj})$, ή ισχύει $K'_{ij}(q_{ij}) \geq K'_{jj}(q_{jj})$ και $\hat{K}'_{ij}(q_{ij}) \geq \hat{K}'_{jj}(q_{jj})$, για όλα τα διανύσματα x, I και για κάθε q_{ij}, q_{jj} , για τα οποία ισχύει $x_{ij} + q_{ij}, x_{jj} + q_{jj}, I_k + q_{ij}, I_k + q_{jj} \geq 0, i \leq k < j$. Το όνομα δικαιολογεί το γεγονός ότι οι συναρτήσεις κόστους και εκπομπών με τον χρόνο κινούνται προς την ίδια κατεύθυνση, αν η μία αυξάνεται, ή μειώνεται, τότε και η άλλη αυξάνεται, ή μειώνεται αντίστοιχα. Με βάση αυτή την ιδιότητα προκύπτει το παρακάτω θεώρημα.

Θεώρημα 2.1.15. *Εάν οι συναρτήσεις κόστους και εκπομπών συμμεταβάλλονται, τότε υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα (Π6) που έχει την ιδιότητα μηδενικού αποθέματος (zero inventory property).*

Πόρισμα 2.1.16. *Εάν και οι συναρτήσεις κόστους και οι συναρτήσεις εκπομπών έχουν την ιδιότητα Wagner-Whitin, τότε υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα (Π6) που έχει την ιδιότητα μηδενικού αποθέματος (zero inventory property).*

Πόρισμα 2.1.17. *Εάν οι συναρτήσεις εκπομπών είναι ανεξάρτητες του χρόνου και $h_t = 0, t = 1, \dots, T$, ή αν οι συναρτήσεις κόστους είναι ανεξάρτητες του χρόνου και $h_t = 0, t = 1, \dots, T$, τότε υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα (Π6) που η ιδιότητα απλής προμηθείας ισχύει για όλες τις περιόδους.*

Θεώρημα 2.1.18. *Υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα (Π6), ώστε η ιδιότητα απλής προμηθείας να μην ισχύει για μία περίοδο το πολύ.*

Θεώρημα 2.1.19. *Υπάρχει βέλτιστη λύση για το πρόβλημα (Π6), που είτε ο αθροιστικός περιορισμός εκπομπών ισχύει με ισότητα είτε η ιδιότητα μονού πορισμού ισχύει.*

2.2 Τροποποίηση μοντέλου (Π) - χρήση της ο- δηγίας φορολόγησης εκπομπών ρύπων

Οι Palak et al. (2014), επίσης τροποποίησαν το πρόβλημα (Π) ώστε να ληφθεί υπόψη η οδηγία της φορολόγησης εκπομπών ρύπων. Ο συμβολισμός παραμένει ο ίδιος με αυτόν της παραγράφου 2.1.4, με τις ακόλουθες προσθήκες:

ο: ο φόρος που επιβάλεται ανά εκπεμπόμενη μονάδα ρύπων.

Το πρόβλημα μοντελοποιείται:

$$(Π7) : \min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M ((p_t^m + o \cdot \hat{p}_t^m)x_t^m + (f_t^m + o \cdot \hat{f}_t^m)y_t^m) + (h_t + o \cdot \hat{h}_t)s_t \right) \\ \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.40)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.41)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.42)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα του κόστους παραγωγής και αποθήκευσης, του κόστους λόγω φόρου από τις εκπομπές καυσαερίων, της αγοράς, της παραγγελίας και της αποθήκευσης. Ο περιορισμός (2.40) δίνει την μεταβολή στην ισορροπία αποθέματος, ο (2.41) υποχρεώνει το σύστημα να κάνει παραγγελία με μία επιλογή πριν προβεί στην αγορά, σε μία περίοδο. Τέλος, οι περιορισμοί (2.42) δίνουν τις δυνατές τιμές των μεταβλητών.

Έστω ότι Z_{CT} είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το πρόβλημα (Π7) και Z_{CC} είναι η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης για το πρόβλημα (Π5). Επιπλέον, αν $\hat{C}$ το άνω φράγμα των εκπομπών διοξειδίου στο πρόβλημα (Π5), οι Palak et al. (2014) αποδεικνύουν τις ακόλουθες προτάσεις.

Πρόταση 2.2.1. $Z_{CT} - o \cdot \hat{C} \leq Z_{CC}$.

Απόδειξη. Αν στην αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος (Π7) αφαιρέσουμε την ποσότητα $o \cdot \hat{C}$, το πρόβλημα

$$\min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M ((p_t^m + o \cdot \hat{p}_t^m)x_t^m + (f_t^m + o \cdot \hat{f}_t^m)y_t^m) + (h_t + o \cdot \hat{h}_t)s_t \right) - o \cdot \hat{C}$$

Κεφάλαιο 2

$$\sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M$$

είναι η λαγκραζιανή χαλάρωση (Lagrangian relaxation) του περιορισμού (2.33) στο πρόβλημα (Π5), με πολλαπλασιαστική Lagrange την ποσότητα o . Έτσι, για κάθε σταθεροποιημένη τιμή του o η ποσότητα $Z_{CT} - o \cdot \hat{C}$ είναι ένα κάτω φράγμα για τη βέλτιστη (ελάχιστη) τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης $\square$

Πρόταση 2.2.2. *Αν η βέλτιστη πολιτική για το πρόβλημα (Π7) παράγει συνολικές εκπομπές μικρότερες του $\hat{C}$, τότε $Z_{CC} < Z_{CT}$.*

Απόδειξη. Από την υπόθεση, η βέλτιστη πολιτική του προβλήματος (Π7) θα πρέπει να είναι εφικτή λύση για το πρόβλημα (Π5) (αφού ικανοποιεί τον επιπλέον περιορισμό (2.33)). Επομένως, ισχύει:

$$\begin{aligned} Z_{CC} &= \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t) < \\ &\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t) + \\ &o \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + o \cdot \sum_{t=1}^T (h_t s_t) = \\ &Z_{CT} \Rightarrow Z_{CC} < Z_{CT} \end{aligned}$$

$\square$

Παρατήρηση 2.2.3. Οι παραπάνω προτάσεις αναφέρονται, προφανώς, σε λύσεις που ανήκουν στη εφικτή περιοχή και των δύο προβλημάτων.

2.3 Τροποποίηση μοντέλου (Π) - χρήση της οδηγίας εμπορίας δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων

Το πρόβλημα (Π) της παραγράφου 2.1 τροποποιείται από τους Palak et al. (2014) , ως προς τον περιορισμό που αφορά την διαχείριση των εκπομπών καυσαερίων, έτσι ώστε να ληφθεί υπόψη η οδηγία εμπορίας δικαιωμάτων εκπομπής καυσαερίων (cap-and-trade). Απαιτείται ο επιπλέον συμβολισμός:

α : το κόστος αγοράς δικαιώματος για την εκπομπή μίας μονάδας καυσαερίων.

e_t^+ : ο αριθμός των δικαιωμάτων εκπομπής καυσαερίων που αγοράζονται την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

e_t^- : ο αριθμός των δικαιωμάτων εκπομπής καυσαερίων που πωλούνται την περίοδο t , $t = 1, \dots, T$.

Έτσι το μοντέλο που προκύπτει είναι

$$\begin{aligned} \text{(Π8)} : \min \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + h_t s_t \right) + \alpha \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) \\ \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \hat{h}_t s_t \right) + \sum_{t=1}^T (e_t^-) \leq \hat{C} + \sum_{t=1}^T e_t^+ \quad (2.44)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.45)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.46)$$

$$e_t^-, e_t^+ \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.47)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση εκφράζει το κόστος που προκύπτει από την αγορά, την παραγγελία, την αποθήκευση και την αγοραπωλησία δικαιωμάτων εκπομπής καυσαερίων. Ο περιορισμός (2.43) αντιστοιχεί στην ισορροπία αποθέματος, ο περιορισμός (2.44) εκφράζει τον περιορισμό που επιβάλλεται στις συνολικές εκπομπές διοξειδίου που παράγονται. Ο περιορισμός (2.45) εκφράζει το γεγονός ότι η αγορά μίας ποσότητας προϋποθέτει την παραγγελία.

Κεφάλαιο 2

Έστω $\tilde{x}$ η πολιτική με τις λιγότερες εκπομπές από όλες τις εφικτές πολιτικές για τα προβλήματα (Π7) και (Π8). Ορίζεται,

$$\tilde{C} = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t)$$

οι εκπομπές της $\tilde{x}$ και Z_{CCT} (Z_{CT}) η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του προβλήματος (Π8) (Π7) αντίστοιχα) για την λύση $\tilde{x}$. Τότε αποδεικνύεται η ακόλουθη πρόταση.

Πρόταση 2.3.1. *Αν $o \leq \alpha(1 - \frac{\hat{C}}{\tilde{C}})$, τότε $Z_{CT} \leq Z_{CCT}$.*

Απόδειξη. (Palak et al. (2014)) Αρχικά να σημειωθεί ότι κάθε εφικτή λύση του προβλήματος (Π8) είναι εφικτή για το πρόβλημα (Π7). Αυτό συμβαίνει, διότι το πρόβλημα (Π8) έχει περισσότερους περιορισμούς από το πρόβλημα (Π7). Αντίστροφα, για να είναι μία εφικτή λύση του προβλήματος (Π7), εφικτή λύση του προβλήματος (Π8), θα πρέπει

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) + \sum_{t=1}^T (e_t^-) &\leq \hat{C} + \sum_{t=1}^T e_t^+ \Rightarrow \\ \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) &\leq \hat{C} + \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) \end{aligned}$$

η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης (Z_{CT}) θα είναι

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t) + o \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + o \cdot \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) &\leq \\ \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t) + o \cdot \hat{C} + o \cdot \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-). \end{aligned}$$

Οπότε, αν

$$o \cdot \hat{C} + o \cdot \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) \leq \alpha \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) \quad (2.48)$$

τότε ισχύει ότι,

$$Z_{CT} \leq \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t) + o \cdot \hat{C} + o \cdot \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) =$$

Κεφάλαιο 2

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t) + \alpha \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) = Z_{CCT}$$

Άρα, αν ισχύει η σχέση 2.48, προκύπτει το ζητούμενο. Αρκεί να αποδείξουμε ότι η σχέση 2.48 δίνει την υπόθεση. Έστω,

$$\Omega = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C}$$

τότε, ισχύει:

$$\sum_{t=1}^T (e_t^+) = \begin{cases} \Omega, & \text{αν } \Omega \geq 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

και

$$\sum_{t=1}^T (e_t^-) = \begin{cases} -\Omega, & \text{αν } -\Omega \geq 0 \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Οπότε, αν $\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C} \geq 0$:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) &= \sum_{t=1}^T (e_t^+) - \sum_{t=1}^T (e_t^-) = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \\ &\quad - \hat{C} - 0 = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C} \end{aligned}$$

Αν $\hat{C} - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) \geq 0$:

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) &= \sum_{t=1}^T (e_t^+) - \sum_{t=1}^T (e_t^-) = 0 - (\hat{C} - \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) \\ &\quad + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t)) = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C} \end{aligned}$$

Άρα,

$$\sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) = \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C}$$

Κεφάλαιο 2

Οπότε θα είναι:

$$\begin{aligned}
o \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + o \cdot \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) &\leq o \cdot \hat{C} + o \cdot \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) \leq \\
\alpha \sum_{t=1}^T (e_t^+ - e_t^-) &= \alpha \left(\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C} \right) \Rightarrow \\
o \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + o \cdot \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) &\leq \alpha \left(\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) \right. \\
+ \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C} \Big) &\Rightarrow o \leq \alpha \left(\frac{\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) - \hat{C}}{\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t)} \right) \Rightarrow \\
& o \leq \alpha \left(1 - \frac{\hat{C}}{\hat{C}} \right)
\end{aligned}$$

□

2.3.1 Ειδική περίπτωση: ένας προμηθευτής

Οι Akbalik and Rapine (2014) μελέτησαν το πρόβλημα (Π7) των Palak et al. (2014), αλλά με έναν προμηθευτή και με την επιπλέον υπόθεση ότι οι αγορές δικαιωμάτων εκπομπής καυσασερίων περιορίζονται από το διαθέσιμο κεφάλαιο. Αρχικά το πρόβλημα (Π8) τροποποιείται, ώστε να δοθεί το αντίστοιχο μοντέλο με έναν προμηθευτή:

$$\begin{aligned}
(\Pi 9) : \min \sum_{t=1}^T (f_t y_t + p_t x_t + h_t s_t + \alpha(e_t^+ - e_t^-)) \\
x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T
\end{aligned} \tag{2.49}$$

$$\sum_{t=1}^T (\hat{f}_t y_t + \hat{p}_t x_t + \hat{h}_t s_t + e_t^-) \leq \hat{C} + \sum_{t=1}^T e_t^+ \tag{2.50}$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \tag{2.51}$$

Κεφάλαιο 2

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.52)$$

$$e_t^+, e_t^- \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.53)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος (Π9) είναι το κόστος που προκύπτει από την αγορά, την παραγγελία, την αποθήκευση και την αγορά (ή πώληση) αδειών εκπομπής καυσαερίων. Ο περιορισμός (2.50) εκφράζει τον περιορισμό που επιβάλλεται στις συνολικές εκπομπές διοξειδίου που παράγονται.

Στη συνέχεια ορίζονται

$E^+ = \sum_{t=1}^T e_t^+$: το σύνολο των μονάδων ρύπων που αγοράζονται σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού.

$E^- = \sum_{t=1}^T e_t^-$: το σύνολο των μονάδων ρύπων που πωλούνται σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού.

$\phi(x) = \sum_{t=1}^T (f_t y_t + p_t x_t + h_t s_t)$: το συνολικό κόστος για μία πολιτική x .

$\hat{\phi}(x) = \sum_{t=1}^T (\hat{f}_t y_t + \hat{p}_t x_t + \hat{h}_t s_t)$: συνολικές εκπομπές ρύπων για μία πολιτική x .

Οπότε, το μοντέλο (Π9) γράφεται στην ισοδύναμη μορφή:

$$(\Pi 10) : \min(\phi(x) + \alpha(E^+ - E^-))$$

$$x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.54)$$

$$\hat{\phi}(x) + E^- \leq \hat{C} + E^+ \quad (2.55)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.56)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.57)$$

$$E^+, E^- \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.58)$$

Η μορφή (Π10) διευκολύνει την απόδειξη των επόμενων ιδιοτήτων.

Πρόταση 2.3.2. Στην βέλτιστη λύση ο περιορισμός (2.55) είναι δεσμευτικός (ισχύει ως ισότητα).

Κεφάλαιο 2

Απόδειξη. (Akbalik and Rapine (2014)) Στην αντικειμενική συνάρτηση η ποσότητα $E^+ - E^-$ ελαχιστοποιείται. Αυτό προκύπτει καθώς, από τον περιορισμό (2.55), ισχύει ότι

$$\hat{\phi}(x) + E^- \leq \hat{C} + E^+ \Rightarrow E^+ - E^- \geq \hat{\phi}(x) - \hat{C}$$

οπότε η ποσότητα $\hat{\phi}(x) - \hat{C}$ είναι ένα κάτω φράγμα για την διαφορά $E^+ - E^-$. Επομένως, επειδή η ποσότητα $E^+ - E^-$ δεν περιορίζεται από καμία άλλη σχέση του μοντέλου, για να ελαχιστοποιηθεί η αντικειμενική συνάρτηση, θα πρέπει να ισχύει $E^+ - E^- = \hat{\phi}(x) - \hat{C}$. $\square$

Πόρισμα 2.3.3. Από το πρόβλημα (Π10) μπορεί να προκύψει το πρόβλημα (Π), αλλά με διαφορετική αντικειμενική συνάρτηση (και χωρίς τον περιορισμό (2.55)).

Απόδειξη. (Akbalik and Rapine (2014)) Από την πρόταση 2.3.2 ισχύει $E^+ - E^- = \hat{\phi}(x) - \hat{C}$. Επομένως η διαφορά $E^+ - E^-$ μπορεί να αντικατασταθεί με την ποσότητα $\hat{\phi}(x) - \hat{C}$, στην αντικειμενική συνάρτηση και γίνεται $\phi(x) + \alpha(\phi(x) - \hat{C}) = (\phi(x) + \alpha\hat{\phi}(x)) - \alpha\hat{C}$. Έτσι το μοντέλο μπορεί να γραφεί

$$\min \sum_{t=1}^T ((f_t + \alpha\hat{f}_t)y_t + (p_t + \alpha\hat{p}_t)x_t + (h_t + \alpha\hat{h}_t)s_t) - \alpha\hat{C} \quad (2.59)$$

$$s_t + x_t = s_{t+1} + d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.49)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{s=1}^T d_s \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.51)$$

$$x_t, s_t \geq 0, s_0 = 0, y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.52)$$

που είναι το μοντέλο των Wagner and Whitin (1958). $\square$

Να σημειωθεί ότι αν οι συναρτήσεις κόστους αντιστοιχούν στην αντικειμενική συνάρτηση του μοντέλου των Wagner-Whitin, τότε η βέλτιστη πολιτική έχει την zero-inventory property.

Οι Akbalik and Rapine (2014) επέκτειναν περαιτέρω το μοντέλο λαμβάνοντας υπόψη τον περιορισμό του κεφαλαίου. Έτσι θεώρησαν ότι στο σύστημα υπάρχει ένα αρχικό διαθέσιμο κεφάλαιο για τις αγορές δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων. Οι Akbalik and Rapine (2014) πρότειναν δύο παραλλαγές του προβλήματος που παρατίθενται στην συνέχεια.

Κεφάλαιο 2

Ο πρώτος περιορισμός κεφαλαίου είναι:

$$\alpha E^+ \leq B \quad (2.60)$$

και εκφράζει ότι το διαθέσιμο κεφάλαιο για αγορές δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού είναι περιορισμένο. Το μοντέλο γίνεται:

$$\begin{aligned} (\Pi 11) : \min(\phi(x) + \alpha(E^+ - E^-)) \\ x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \end{aligned} \quad (2.61)$$

$$\hat{\phi}(x) + E^- \leq \hat{C} + E^+ \quad (2.62)$$

$$\alpha E^+ \leq B \quad (2.63)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.64)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.65)$$

$$E^+, E^- \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.66)$$

Για το πρόβλημα (Π11) ισχύει το θεώρημα

Θεώρημα 2.3.4. *Το πρόβλημα (Π11) είναι NP-δύσκολο, ακόμη και όταν $B = 0$.*

Απόδειξη. (Akbalik and Rapine (2014)) Αρκεί να σημειωθεί ότι στην περίπτωση που $B = 0$, ο περιορισμός (2.63) γίνεται:

$$\alpha E^+ \leq B \Rightarrow \alpha E^+ \leq 0 \Rightarrow E^+ = 0.$$

Επομένως το πρόβλημα (Π11) θα γίνει

$$\begin{aligned} \min(\phi(x) - \alpha E^-) \\ x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \\ \hat{\phi}(x) + E^- \leq \hat{C} \\ x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \\ x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \\ E^- \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \end{aligned}$$

Κεφάλαιο 2

Το παραπάνω πρόβλημα είναι όμοιο του προβλήματος (Π6), που επιτρέπει την πώληση μη χρησιμοποιημένων δικαιωμάτων εκπομπής διοξειδίου για μικρότερο κόστος. Για το πρόβλημα αυτό, οι Helmrich et al. (2015) απέδειξαν ότι είναι NP-δύσκολο ακόμη και στην περίπτωση που οι εκπομπές ρύπων προκύπτουν μόνο από την αγορά και είναι γραμμικές συναρτήσεις της ποσότητας παραγωγής (2.1.13).

Στη συνέχεια της απόδειξης θεωρούμε ένα πρόβλημα, έστω (M1), που είναι της μορφής (Π6), με τα εξής στοιχεία:

1. Ντετερμινιστική ζήτηση $d_t, t = 1, \dots, T$.
2. Περιορισμό στις εκπομπές $\hat{C}$ σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού.
3. f_t, p_t, h_t , τα κόστη παραγγελίας, αγοράς και αποθήκευσης $t = 1, \dots, T$.
4. $\hat{f}_t, \hat{p}_t, \hat{h}_t$, οι εκπομπές που προκύπτουν από την παραγγελία, αγορά και αποθήκευση $t = 1, \dots, T$.

και ψάχνουμε μία λύση με κόστος το πολύ Z . Από το παραπάνω κατασκευάζεται ένα πρόβλημα, έστω (M2), της μορφής (Π11), με τα εξής στοιχεία:

1. Ίδια ζήτηση $d_t, t = 1, \dots, T$.
2. $(\hat{C} + 1)f_t, (\hat{C} + 1)p_t, (\hat{C} + 1)h_t$: κόστη παραγγελίας, αγοράς και αποθήκευσης $t = 1, \dots, T$, αντίστοιχα.
3. Περιορισμό στις εκπομπές $\hat{C}$ σε όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού.
4. $\hat{f}_t, \hat{p}_t, \hat{h}_t$, οι εκπομπές που προκύπτουν από την παραγγελία, αγορά και αποθήκευση $t = 1, \dots, T$.
5. $\alpha = 1$ και $B = 0$.

Σκόπος είναι η εύρεση μίας λύσης με κόστος το πολύ $(\hat{C} + 1)Z$.

Πρώτα, θα αποδειχθεί ότι αν υπάρχει λύση για το πρόβλημα (M1), τότε θα υπάρχει λύση για το πρόβλημα (M2). Έστω μία εφικτή πολιτική $(\tilde{x}, \tilde{s}, \tilde{y})$ για το πρόβλημα (M1) με κόστος το πολύ Z . Συγκεκριμένα η ζήτηση χωρίς έλλειψεις και οι συνολικές εκπομπές δεν ξεπερνούν το φράγμα $\hat{C}$. Οπότε, δεν απαιτείται αγορά δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων, που σημαίνει ότι είναι εφικτή πολιτική και για το πρόβλημα (M2). Το συνολικό κόστος θα είναι:

$$\sum_{t=1}^{t=T} ((\hat{C} + 1)f_t y_t + (\hat{C} + 1)p_t x_t + (\hat{C} + 1)h_t s_t) =$$

Κεφάλαιο 2

$$(\hat{C} + 1) \sum_{t=1}^{t=T} (f_t y_t + p_t x_t + h_t s_t) \leq (\hat{C} + 1)Z$$

επομένως, είναι λύση του προβλήματος (M2).

Στη συνέχεια, θα αποδειχθεί ότι ισχύει και αντίστροφα. Έστω μία εφικτή πολιτική $(\tilde{x}', \tilde{s}', \tilde{y}')$ για το πρόβλημα (M2) με κόστος το πολύ $(\hat{C} + 1)Z$. Αφού $\alpha = 1 > 0$ και $B = 0$, δεν αγοράζονται επιπλέον δικαιώματα εκπομπής ρύπων. Οπότε οι συνολικές εκπομπές θα πρέπει να είναι μικρότερες από $\hat{C}$, και η ζήτηση θα πρέπει να καλύπτεται πλήρως (χωρίς ελλείψεις). Οπότε, είναι εφικτή πολιτική για το πρόβλημα (M1). Έστω $\Phi = \Phi(\tilde{x}', \tilde{s}', \tilde{y}')$ το κόστος της πολιτικής $(\tilde{x}', \tilde{s}', \tilde{y}')$ στο πρόβλημα (M1) και $\Phi' = \Phi'(\tilde{x}', \tilde{s}', \tilde{y}')$ το κόστος στο πρόβλημα (M2). Τότε ισχύει, $\Phi' = (\hat{C} + 1)\Phi - \alpha E^-$, στην περίπτωση που πωλούνται τα μη χρησιμοποιημένα δικαιώματα εκπομπής ρύπων. Επειδή $E^- \leq \hat{C}$, ισχύει:

$$\begin{aligned} (\hat{C} + 1)\Phi - \alpha E^- &= (\hat{C} + 1)\Phi - E^- \geq (\hat{C} + 1)\Phi - \hat{C} \geq (\hat{C} + 1)\Phi - \hat{C} - 1 = \\ &= (\hat{C} + 1)(\Phi - 1) \end{aligned}$$

και

$$\begin{aligned} (\hat{C} + 1)\Phi - \alpha E^- = \Phi' < (\hat{C} + 1)Z &\Rightarrow (\hat{C} + 1)(\Phi - 1) < (\hat{C} + 1)Z \Rightarrow \\ \Phi - 1 < Z &\Rightarrow \Phi \leq Z \end{aligned}$$

Άρα, η πολιτική $(\tilde{x}', \tilde{s}', \tilde{y}')$ είναι λύση του προβλήματος (M1). Αυτό αποδεικνύει ότι τα προβλήματα (Π6) και (Π11), έχουν την ίδια πολυπλοκότητα, οπότε το πρόβλημα (Π11) είναι NP-δύσκολο. $\square$

Θεώρημα 2.3.5. Υπάρχει βέλτιστη λύση του προβλήματος (Π11) και για αυτήν τη λύση ο περιορισμός (2.60) είναι δεσμευτικός.

Απόδειξη. (Akbalik and Rapine (2014)) Έστω ότι η λύση του προβλήματος (Π11) δεν ικανοποιεί τον περιορισμό (2.60) με ισότητα, οπότε θα είναι:

$$\alpha E^+ < B \Rightarrow E^+ < \frac{B}{\alpha}.$$

Έτσι ορίζεται, $\epsilon = \frac{B}{\alpha} - E^+$. Τότε, αφού στην αντικειμενική συνάρτηση η διαφορά $E^+ - E^-$ ελαχιστοποιείται (2.3.2), δεν θα υπάρξει διαφορά στην αντικειμενική συνάρτηση κόστους, αν αυξηθούν οι ποσότητες E^+ και E^- κατά ϵ . Σ' αυτή την περίπτωση, όμως, ο περιορισμός (2.60) θα είναι δεσμευτικός, που μας οδηγεί στο αποτέλεσμα. $\square$

Κεφάλαιο 2

Ο δεύτερος περιορισμός κεφαλαίου είναι:

$$\alpha(E^+ - E^-) \leq B \quad (2.67)$$

που περιορίζει τις αγορές δικαιωμάτων εκπομπής διοξειδίου, αλλά λαμβάνει υπόψη και έσοδα από την πώληση μη χρησιμοποιημένων δικαιωμάτων εκπομπής διοξειδίου. Το μοντέλο διαμορφώνεται ως εξής:

$$(Π12) : \min(\phi(x) + \alpha(E^+ - E^-))$$

$$x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.68)$$

$$\hat{\phi}(x) + E^- \leq \hat{C} + E^+ \quad (2.69)$$

$$\alpha(E^+ - E^-) \leq B \quad (2.70)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.71)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.72)$$

$$E^+, E^- \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.73)$$

Για το παραπάνω πρόβλημα βελτιστοποίησης αποδεικνύεται το ακόλουθο θεώρημα:

Θεώρημα 2.3.6. Στη βέλτιστη λύση του προβλήματος (Π12) ο περιορισμός (2.69) είναι δεσμευτικός.

Απόδειξη. (Akbalik and Rapine (2014)) Από τον περιορισμό (2.70), προκύπτει:

$$\alpha(E^+ - E^-) \leq B \Rightarrow E^+ - E^- \leq \frac{B}{\alpha},$$

ενώ από τον περιορισμό (2.69), ισχύει:

$$\hat{\phi}(x) + E^- \leq \hat{C} + E^+ \Rightarrow E^+ - E^- \geq \hat{\phi}(x) - \hat{C}.$$

Επομένως, για την διαφορά $E^+ - E^-$, ισχύει:

$$\hat{\phi}(x) - \hat{C} \leq E^+ - E^- \leq \frac{B}{\alpha}.$$

Έτσι, ομοίως με την Ιδιότητα 2.3.2, ισχύει ότι, στην αντικειμενική συνάρτηση, η ποσότητα $E^+ - E^-$, ελαχιστοποιείται όταν

$$E^+ - E^- = \hat{\phi}(x) - \hat{C},$$

που σημαίνει ότι ο περιορισμός (2.69) είναι δεσμευτικός. $\square$

Κεφάλαιο 2

Από τους περιορισμούς 2.55 και 2.67 προκύπτει ότι

$$\begin{aligned}\hat{\phi}(x) - \hat{C} &\leq E^+ - E^- \leq \frac{B}{\alpha} \Rightarrow \\ \hat{\phi}(x) - \hat{C} &\leq \frac{B}{\alpha}.\end{aligned}\tag{2.74}$$

Έτσι, προκύπτει το μοντέλο με περιορισμό κεφαλαίου 2.74 χωρίς τις μεταβλητές που αφορούν τα δικαιώματα εκπομπής διοξειδίων:

$$\begin{aligned}(\text{Π13}) : \min &(\phi(x) + \alpha(\hat{\phi}(x) - \hat{C})) \\ x_t - s_t + s_{t-1} &= d_t, \quad t = 1, \dots, T\end{aligned}\tag{2.75}$$

$$\hat{\phi}(x) - \hat{C} \leq \frac{B}{\alpha}\tag{2.76}$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t\right)y_t, \quad t = 1, \dots, T\tag{2.77}$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T.\tag{2.78}$$

Για το πρόβλημα (Π13) οι Akbalik and Rapine (2014) δίνουν τις παρακάτω ιδιότητες.

Θεώρημα 2.3.7. *Τα προβλήματα (Π11), (Π12) και (Π13) έχουν την ίδια βέλτιστη λύση.*

Ιδιότητα 2.3.8. *Εάν οι συναρτήσεις κόστους και εκπομπών έχουν Wagner-Whitin δομή, τότε η βέλτιστη λύση του (Π13) έχει την ιδιότητα zero inventory.*

Σημειώνεται ότι οι συναρτήσεις κόστους έχουν Wagner-Whitin δομή όταν ισχύει $(p_t + \alpha \hat{p}_t) + (h_t + \alpha \hat{h}_t) \geq (p_{t+1} + \alpha \hat{p}_{t+1})$, ενώ οι συναρτήσεις εκπομπών όταν ισχύει $\hat{p}_t + \hat{h}_t \geq \hat{p}_{t+1}$.

Απόδειξη. Για την απόδειξη θεωρείται μία τυχαία πολιτική που θα μετατραπεί σε μια πολιτική με μικρότερο κόστος που ικανοποιεί την πολιτική μηδενικού αποθέματος. Έστω η πολιτική $(\tilde{x}, \tilde{s}, \tilde{y})$ που σε μία περίοδο t έχει $x_t \geq 0$ και $s_t \geq 0$, δηλαδή γίνεται παραγγελία σε περίοδο που υπάρχει απόθεμα. Έστω μία μονάδα προϊόντος που βρίσκεται σε απόθεμα στην αρχή της περιόδου $t - 1$. Αυτή η μονάδα θα παραγγέλθηκε μία περίοδο, έστω $j < t$, με $x_j > 0$. Αν μεταφερθεί η παραγγελία της μονάδας αυτής στην περίοδο t , τότε το επίπεδο του αποθέματος

Κεφάλαιο 2

μεταξύ των περιόδων j και t θα μειωθεί. Έτσι θα μειωθεί και το συνολικό κόστος, αφού τα είδη κόστους έχουν Wagner-Whitin δομή. Η φυσική σημασία της Wagner-Whitin δομής των συναρτήσεων κόστους είναι ότι, αν η παραγγελία μίας μονάδας αναβληθεί το κόστος είτε θα μειωθεί είτε θα παραμείνει το ίδιο. Τώρα, αρκεί να εξεταστεί αν αυτή η αναβολή της παραγγελίας είναι εφικτή. Δεν υπάρχει πρόβλημα εφικτότητας για τους περιορισμούς (2.75), (2.77) και (2.78), αφού είναι περιορισμοί του απλού προβλήματος (Π), αρκεί να εξεταστεί αν ικανοποιείται ο περιορισμός (2.76). Αυτό ισχύει διότι και οι εκπομπές έχουν Wagner-Whitin δομή, οπότε αν αναβληθεί η παραγγελία της μίας μονάδας οι συνολικές εκπομπές είτε θα μειωθούν είτε θα παραμείνουν ίδιες. Αυτή η διαδικασία μπορεί να επαναληφθεί για κάθε μονάδα αποθέματος, έως ότου $s_t = 0$. Έτσι καταλήγουμε σε μία πολιτική με την ιδιότητα μηδενικού αποθέματος με μικρότερο ή ίσο κόστος. $\square$

Χρησιμοποιώντας τα παραπάνω αποτελέσματα καθίστανται δυνατή η επίλυση των προβλημάτων που έχουν ως επιπλέον περιορισμό το αρχικό κεφάλαιο για αγορά αδειών εκπομπής διοξειδίου.

2.4 Οδηγία αντιστάθμισης εκπομπών καυσαερίων

Οι Palak et al. (2014) τροποποίησαν περαιτέρω το μοντέλο (Π) υποθέτοντας ότι μπορούν να αγοράσουν επιπλέον δικαιώματα εκπομπών καυσαερίων, αλλά δεν μπορούν να πωληθούν. Με τον συμβολισμό να παραμένει ίδιος, το μοντέλο (Π8) τροποποιείται ως εξής:

$$(Π14) : \min \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (h_t s_t + \alpha e_t^+) \\ \sum_{m=1}^M x_t^m - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (2.79)$$

$$\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \sum_{t=1}^T (\hat{h}_t s_t) \leq \hat{C} + \sum_{t=1}^T e_t^+ \quad (2.80)$$

$$x_t^m \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t^m, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.81)$$

$$x_t^m, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t^m \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad m = 1, \dots, M \quad (2.82)$$

Κεφάλαιο 2

$$e_t^+ \geq 0, \quad t = 1, \dots, T. \quad (2.83)$$

Η αντικειμενική συνάρτηση είναι το κόστος που προκύπτει από την αγορά, την παραγγελία, την αποθήκευση των προϊόντων και την αγορά δικαιωμάτων εκπομπής καυσαερίων. Ο περιορισμός (2.80) εκφράζει τον περιορισμό που επιβάλλεται στις συνολικές εκπομπές διοξειδίου που παράγονται.

Ορίζεται, Z_{CO} , η αντικειμενική λύση της βέλτιστης λύσης του προβλήματος (Π14). Οι Palak et al. (2014) αποδεικνύουν τις παρακάτω προτάσεις, όμοιες με αυτές των παραγράφων 2.2 και 2.3.

Πρόταση 2.4.1. $Z_{CCT} \leq Z_{CO} \leq Z_{CC}$.

Απόδειξη. (Palak et al. (2014)) Για την πρώτη ανισότητα, ως σημειωθεί ότι, η εφικτή περιοχή του προβλήματος (Π14) είναι υποσύνολο της εφικτής περιοχής του προβλήματος (Π8), αφού από τον περιορισμό (2.80), εύκολα προκύπτει ο περιορισμός (2.44). Ενώ κάθε εφικτή λύση του προβλήματος (Π14) θα δίνει την ίδια τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση των προβλημάτων (Π14) και (Π8).

Επιπλέον, για την δεύτερη ανισότητα, ομοίως, η εφικτή περιοχή του προβλήματος (Π5) είναι υποσύνολο της εφικτής περιοχής του προβλήματος (Π14), αφού από τον περιορισμό (2.33), εύκολα προκύπτει ο περιορισμός (2.80). Επιπλέον, κάθε εφικτή λύση του προβλήματος (Π5) θα δίνει την ίδια τιμή στην αντικειμενική συνάρτηση των προβλημάτων (Π14) και (Π5). $\square$

Πρόταση 2.4.2. Αν $o \geq \alpha > 0$, τότε, αν $\hat{C} > 0$, $Z_{CO} < Z_{CT}$.

Απόδειξη. (Palak et al. (2014)) Κάθε εφικτή λύση του προβλήματος (Π14) είναι εφικτή λύση για το πρόβλημα (Π7). Αυτό ισχύει διότι το πρόβλημα (Π7) έχει έναν περιορισμό λιγότερο από το πρόβλημα (Π14) (περιορισμός (2.80)). Το αντίστροφο ισχύει, διότι ο επιπλέον περιορισμός, (2.80), του προβλήματος (Π14) δεν είναι δεσμευτικός. Αυτό σημαίνει ότι, αν μία πολιτική του προβλήματος (Π7) παράγει εκπομπές διοξειδίου μεγέθους μεγαλύτερου από $\hat{C}$, τότε αρκεί να αγορασθούν άδειες $\sum_{t=1}^T e_t^+$ ώστε ο περιορισμός (2.80) να ικανοποιείται. Έστω μία εφικτή λύση του προβλήματος (Π14), τότε ισχύει:

$$\begin{aligned} Z_{CT} - Z_{CO} &= \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M ((p_t^m + o \cdot \hat{p}_t^m) x_t^m + (f_t^m + o \cdot \hat{f}_t^m) y_t^m) + (h_t + o \cdot \hat{h}_t) s_t \right) - \\ &\sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T (p_t^m x_t^m + f_t^m y_t^m) - \sum_{t=1}^T (h_t s_t + \alpha e_t^+) = \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M o \cdot \hat{p}_t^m x_t^m + o \cdot \hat{f}_t^m y_t^m \right) + \end{aligned}$$

Κεφάλαιο 2

$$+o \cdot \hat{h}_t s_t - \sum_{t=1}^T \alpha e_t^+ = o \cdot \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M \hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m \right) + \hat{h}_t s_t -$$

$$-\alpha \left(\sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \hat{h}_t s_t \right) - \hat{C} \right)$$

Αν $\sum_{m=1}^M (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \hat{h}_t s_t \geq \hat{C}$, αλλιώς $\sum_{t=1}^T \alpha e_t^+ = 0$, επειδή $o \geq \alpha$ θα είναι

$$Z_{CT} - Z_{CO} = o \cdot \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M \hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m \right) + \hat{h}_t s_t -$$

$$-\alpha \left(\sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \hat{h}_t s_t \right) - \hat{C} \right) \geq \alpha \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M \hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m \right) + \hat{h}_t s_t -$$

$$\alpha \left(\sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \hat{h}_t s_t \right) - \hat{C} \right) \geq \alpha \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M \hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m \right) + \hat{h}_t s_t -$$

$$\alpha \sum_{t=1}^T \left(\sum_{m=1}^M (\hat{p}_t^m x_t^m + \hat{f}_t^m y_t^m) + \hat{h}_t s_t \right) = 0 \Rightarrow$$

$$Z_{CO} \leq Z_{CT}.$$

□

Κεφάλαιο 2

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΜΟΝΤΕΛΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟΥ ΟΡΙΖΟΝΤΑ ΜΕ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟ ΔΙΑΘΕΣΙΜΟΥ ΚΕΦΑΛΑΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΓΟΡΑ ΔΙΚΑΙΩΜΑΤΩΝ ΕΚΠΟΜΠΗΣ ΡΥΠΩΝ ΑΝΑ ΠΕΡΙΟΔΟ

3.1 Το μοντέλο της παρούσας διατριβής

Στο κεφάλαιο αυτό μελετάται ένα πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων πεπερασμένου ορίζοντα. Λαμβάνεται υπόψη ότι το διαθέσιμο κεφάλαιο για την αγορά δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων είναι πεπερασμένο σε κάθε περίοδο και προτείνονται 2 εναλλακτικές μοντελοποιήσεις του. Στη συνέχεια γίνονται συγκρίσεις των προτεινόμενων μοντέλων και των μοντέλων των Helmrich et al. (2015)(πρόβλημα (Π6)), των Akbalik and Rapine (2014)(πρόβλημα (Π9) και (Π12)) και των Palak et al. (2014)(πρόβλημα (Π14) με $M = 1$), με στόχο τη διερεύνηση των επιδράσεων διαφορετικών τύπων περιορισμού ρύπων στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης και, όπου αυτό είναι εφικτό, στην πολιτική αναπλήρωσης του αποθέματος.

Στο μοντέλο υιοθετούνται οι ίδιες υποθέσεις με αυτές των Akbalik and Rapine (2014), και υπάρχει περιορισμός κεφαλαίου στην αγορά δικαιωμάτων εκπομπών ανά περίοδο. Σκοπός, είναι η εύρεση της βέλτιστης πολιτικής αναπλήρωσης του αποθέματος που θα ικανοποιήσει τη ζήτηση σε όλες τις περιόδους, ελαχιστοποιώ-

Κεφάλαιο 3

ντας το κόστος.

Για τη μοντελοποίηση του προβλήματος χρησιμοποιείται ο επιπλέον συμβολισμός:

B_t : το διαθέσιμο κεφάλαιο για αγορά δικαιωμάτων ρύπων στην αρχή της περιόδου t , $t = 1, \dots, T$.

$$w_t = \begin{cases} 1, & \text{αν πωληθούν δικαιώματα εκπομπών την περίοδο } t \\ 0, & \text{αλλιώς} \end{cases}, t = 1, \dots, T.$$

Το παραπάνω πρόβλημα μοντελοποιείται ως εξής:

$$\begin{aligned} (\Pi 15) : \min \sum_{t=1}^T (f_t y_t + p_t x_t + h_t s_t + \alpha(e_t^+ - e_t^-)) \\ B_0 = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

$$x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.2)$$

$$\sum_{t=1}^T (\hat{f}_t y_t + \hat{p}_t x_t + \hat{h}_t s_t + e_t^-) \leq \hat{C} + \sum_{t=1}^T e_t^+ \quad (3.3)$$

$$\alpha e_t^+ \leq B_t + \sum_{i=1}^{t-1} (B_i - \alpha(e_i^+ - e_i^-)), \quad t = 1, \dots, T \quad (3.4)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.5)$$

$$e_t^- \leq \Delta w_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.6)$$

$$e_t^+ \leq \Delta(1 - w_t), \quad t = 1, \dots, T \quad (3.7)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad s_0 = 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.8)$$

$$e_t^+, e_t^-, \geq 0, \quad e_0^+ = 0, \quad e_0^- = 0, \quad w_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T. \quad (3.9)$$

Δηλαδή, η αντικειμενική συνάρτηση είναι το άθροισμα του κόστους εκκίνησης, παραγωγής, αποθήκευσης και αγοράς δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων. Ο περιορισμός (3.2) εκφράζει τη μεταβολή στο απόθεμα, ο περιορισμός (3.5) εκφράζει το γεγονός ότι για να υπάρξει παραγωγή, πρέπει να υπάρξει εκκίνηση. Η σχέση (3.3) ορίζει ότι υπάρχει μέγιστο όριο εκπομπών ρύπων κατά τη διάρκεια του ορίζοντα σχεδιασμού. Οι εκπομπές καυσαερίων που προκύπτουν από την εκκίνηση, παραγωγή και αποθήκευση έχουν ένα άνω φράγμα, που μπορεί να αυξηθεί με την αγορά επιπλέον δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων (ή να μειωθεί με την πώληση

Κεφάλαιο 3

αχρησιμοποίητων δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων). Η σχέση (3.4) εκφράζει τον περιορισμό στο διαθέσιμο κεφάλαιο για αγορά επιπλέον δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων σε κάθε περίοδο. Το διαθέσιμο κεφάλαιο αποτελείται από το διαθέσιμο κεφάλαιο προηγούμενων περιόδων, από το κεφάλαιο, που είναι διαθέσιμο για την τρέχουσα περίοδο και το κέρδος από την πώληση δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων. Οι σχέσεις (3.6) και (3.7) εκφράζουν το γεγονός ότι γίνεται μόνο αγορά ή μόνο πώληση δικαιωμάτων εκπομπής ρύπων μέσα στην ίδια περίοδο. Να σημειωθεί ότι το Δ ορίζεται ως $\Delta = \max\{\hat{C}, \sum_{i=1}^T B_i/\alpha\}$, καθώς η μέγιστη ποσότητα που μπορεί να πωληθεί είναι $\hat{C}$, ενώ η μέγιστη ποσότητα που μπορεί να αγορασθεί είναι $\sum_{i=1}^T B_i/\alpha$. Τέλος, οι σχέσεις (3.8) και (3.9) δίνουν τις επιτρεπόμενες τιμές για τις μεταβλητές απόφασης. Επιπλέον, ορίζεται μία παραλλαγή του προβλήματος (Π15), στην οποία ο περιορισμός (3.4) αντικαθίσταται από τον περιορισμό:

$$\alpha(e_t^+ - e_t^-) \leq B_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.10)$$

και θα αναφέρεται ως πρόβλημα (Π16). Τα δύο μοντέλα μπορούν να θεωρηθούν επέκταση εκείνου των Akbalik and Rapine (2014), αλλά ο περιορισμός κεφαλαίου τίθεται ανά περίοδο και όχι συνολικά.

3.2 Αριθμητικά παραδείγματα

Στη συνέχεια, δίνονται τα αριθμητικά παραδείγματα που σκοπό έχουν την σύγκριση των μοντέλων (Π15) και (Π16) ως προς τη βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, και την βέλτιστη πολιτική αναπλήρωσης, με άλλα μοντέλα της βιβλιογραφίας και, συγκεκριμένα, με το μοντέλο των Helmrigh et al. (2015) (πρόβλημα (Π6)), των Akbalik and Rapine (2014) (πρόβλημα (Π9) και (Π12)), των Palak et al. (2014) (πρόβλημα (Π14) με $M = 1$).

Επιλέχθηκαν τα μοντέλα αυτά για σύγκριση, διότι το κάθε μοντέλο προέρχεται είναι το προηγούμενο με μία επιπλέον υπόθεση. Στόχος είναι να εξεταστεί αν και πώς αυτή η επιπλέον υπόθεση επηρεάζει την βέλτιστη λύση του προβλήματος.

Τα δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν παράχθηκαν με τον ίδιο τρόπο όπως τα δεδομένα των Helmrigh et al. (2015), με τις κατάλληλες τροποποιήσεις-προσθήκες, όταν αυτό απαιτείτο. Συγκεκριμένα, δημιουργήθηκαν οι ομάδες προβλημάτων ως εξής:

- Στην πρώτη ομάδα προβλημάτων, τα είδη κόστους και οι εκπομπές που προκύπτουν από την αγορά ή την αποθήκευση μίας μονάδας προϊόντος “συμμεταβάλλονται” (co-behave, βλέπε σελ.35). Οι απαιτούμενες παράμετροι παράχθηκαν ως εξής:

Κεφάλαιο 3

- $d_t \sim U\{0, 200\}, t = 1, \dots, T$.
- $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ ή $U\{2500, 7500\}$ ή $U\{5000, 15000\}$, για $t = 1, \dots, T$.
- $p_t, \hat{p}_t, h_t$ και $\hat{h}_t \sim U\{0, 20\}$.
- $T = 25, 50, 100$. (ενδεικτικά βλέπε Πίνακα 3.37)

Σε όσα προηγήθηκαν με Ua, b είναι η διακριτή ομοιόμορφη κατανομή με σύνολο τιμών $a, a + 1, \dots, b$

- Στη δεύτερη ομάδα προβλημάτων, τα είδη κόστους και οι εκπομπές που προκύπτουν από την αγορά ή την αποθήκευση μίας μονάδας προϊόντος “συμμεταβάλλονται” (co-behave), αλλά επιτρέπεται, για ακριβώς $\lceil T/2 \rceil$ ζεύγη περιόδων $(t, s), s = t + 1, \dots, T, t = 1, \dots, T$, να μην πληρούν την ιδιότητα αυτή (ενδεικτικά βλέπε Πίνακα 3.38).
- Στην τρίτη ομάδα τα προβλήματα παράγονται με τις ίδιες κατανομές, όπως παραπάνω, αλλά χωρίς τον περιορισμό να συμμεταβάλλονται (ενδεικτικά βλέπε Πίνακα 3.39).
- Στην τέταρτη ομάδα προβλημάτων, ο χρονικός ορίζοντας χωρίζεται σε ζεύγη διαδοχικών περιόδων. Σε κάθε ζεύγος των περιόδων, η μία περίοδος έχει μεγάλο κόστος στην παραγγελία και στην αγορά, αλλά εκπέμπεται μικρή ποσότητα καυσαερίων, ενώ στην άλλη περίοδο εκπέμπεται μικρότερη ποσότητα καυσαερίων από τις διαδικασίες παραγγελίας και αγοράς προϊόντων, αλλά έχουν μεγαλύτερο κόστος. Έτσι:
 - $p_{2k}, \hat{p}_{2k-1} \sim U\{0, 9\}$, ενώ $\hat{p}_{2k}, p_{2k-1} \sim U\{11, 20\}, k = 1, \dots, \lceil T/2 \rceil$.
 - $f_{2k}, \hat{f}_{2k-1} \sim U\{500, 1500\}$, ενώ $\hat{f}_{2k}, f_{2k-1} \sim U\{2500, 7500\}, U\{5000, 10000\}, k = 1, \dots, \lceil T/2 \rceil$.
 - $h_{2k-1}, \hat{h}_{2k-1} = 0$, ενώ $h_{2k}, \hat{h}_{2k} \sim U\{0, 20\}, k = 1, \dots, \lceil T/2 \rceil$.
 - $d_{2k-1} = 0$, ενώ $d_{2k} \sim U\{0, 200\}, k = 1, \dots, \lceil T/2 \rceil$.
 - $T = 26, 50, 100$ (ενδεικτικά βλέπε Πίνακα 3.40).

Σε όλα τα προβλήματα το συνολικό όριο στις εκπομπές καυσαερίων παίρνει τρεις πιθανές τιμές σύμφωνα με τη σχέση

$$\hat{C} = \beta \hat{C}_{\min} + (1 - \beta) \hat{C}_{\max},$$

Κεφάλαιο 3

όπου $\beta = 0.25, 0.5, 0.75$ και $\hat{C}_{\min}$ είναι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης του παρακάτω προβλήματος:

$$\Pi' : \min \sum_{t=1}^T (\hat{p}_t x_t + \hat{f}_t y_t + \hat{h}_t s_t)$$

$$x_t - s_t + s_{t-1} = d_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.11)$$

$$x_t \leq \left(\sum_{t=1}^T d_t \right) y_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (3.12)$$

$$x_t, s_t \geq 0, \quad y_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, T, \quad s_0 = 0 \quad (3.13)$$

. Επιπρόσθετα, $\hat{C}_{\max}$ είναι οι συνολικές εκπομπές που προκύπτουν από την βέλτιστη πολιτική στο πρόβλημα (Π) με έναν προμηθευτή.

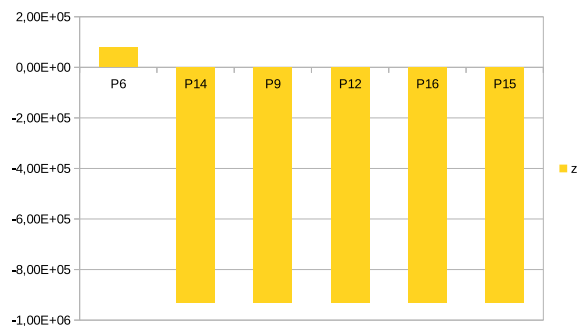
Το κεφάλαιο των προβλημάτων (Π12), B , και (Π16), B_t , παράγεται ως $B \sim U\{2000T, 2000T + 1000\}$, $B_t \sim U\{1500, 2500\}$ και η τιμή αγοράς ενός δικαιώματος εκπομπής ρύπων, α , $\alpha \sim U\{20, 30\}$.

Έτσι, έχουμε 9 συνδιασμούς των παραμέτρων T και β , σε συνδιασμό με την επιλογή της κατανομής των $f_t, \hat{f}_t$, προκύπτουν 27 συνδιασμοί παραμέτρων για κάθε μία από τις πρώτες τρεις ομάδες προβλημάτων και 18 συνδιασμοί για την τέταρτη ομάδα. Σε συνδιασμό με τα 6 μοντέλα που συγκρίθηκαν, κατασκευάστηκαν $27 \times 6 = 162$ προβλήματα για κάθε μία από τις πρώτες τρεις ομάδες και $18 \times 6 = 108$ προβλήματα για την τέταρτη ομάδα. Καθένας από τους παραπάνω συνδυασμούς προβλημάτων θεωρήθηκε 20 διαφορετικές φορές. Τα δεδομένα παράχθηκαν με MATLAB, ενώ η επίλυση των παραδειγμάτων έγινε σε κώδικα C με χρήση της βιβλιοθήκης Callable του προγράμματος CPLEX.

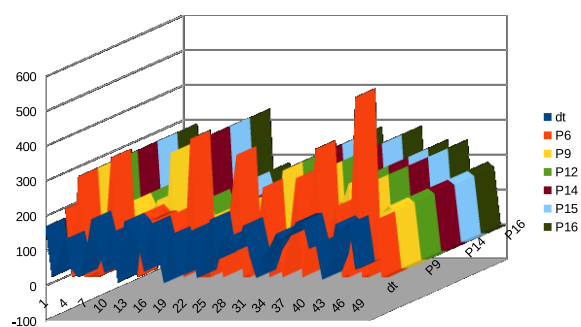
Στόχος ήταν η σύγκριση των βέλτιστων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων των προβλημάτων με ίδιες παραμέτρους, αλλά διαφορετικό τρόπο επιβολής περιβαλλοντικών περιορισμών

Ενδεικτικά, στο Σχήμα 3.1 δίνεται το κόστος για μία συγκεκριμένη περίπτωση από την πρώτη ομάδα προβλημάτων, με f_t και $\hat{f}_t$ από διακριτή ομοιόμορφη κατανομή $U\{500, 1500\}$, $\beta = 0.25$, και χρονικό ορίζοντα $T = 50$ (τα ακριβή δεδομένα δίνονται στον Πίνακα 3.37). Από το σχήμα φαίνεται ότι για τα προβλήματα (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) το ελάχιστο κόστος είναι το ίδιο (-932000), ενώ για το πρόβλημα (Π6) το ελάχιστο κόστος είναι πολύ μεγαλύτερο (78100).

Κεφάλαιο 3

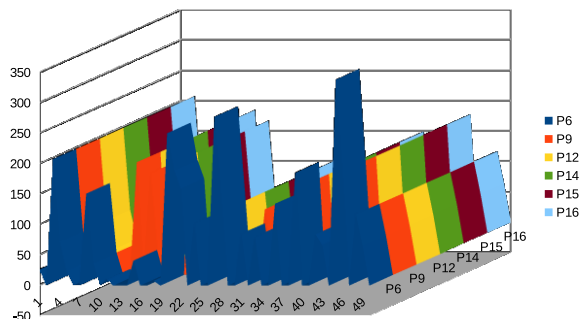


Σχήμα 3.1: Βέλτιστες τιμές για την αντικειμενική συνάρτηση των προβλημάτων (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της πρώτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.37).



Σχήμα 3.2: Πολιτικές αναπλήρωσης για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της πρώτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.37).

Κεφάλαιο 3



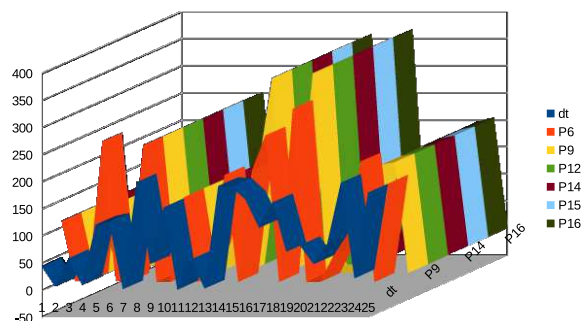
Σχήμα 3.3: Εξέλιξη αποθέματος για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της πρώτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.37).

Στο Σχήμα 3.2, και για τα ίδια δεδομένα (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.37), δίνεται η πολιτική αναπλήρωσης του αποθέματος στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16). Στο Σχήμα 3.3, για τα δεδομένα του Πίνακα 3.37, δίνεται η εξέλιξη του επιπέδου αποθέματος στη διάρκεια του χρονικού ορίζοντα για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16). Φαίνεται ότι τα προβλήματα (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) έχουν την ίδια βέλτιστη πολιτική, ενώ είναι διαφορετική για το (Π6). Για λόγους πληρότητας, τα επόμενα σχήματα αντιστοιχούν σε ενδεικτικά παραδείγματα από τις άλλες τρεις ομάδες προβλημάτων, ενώ φαίνεται να ισχύουν οι ίδιες παρατηρήσεις.

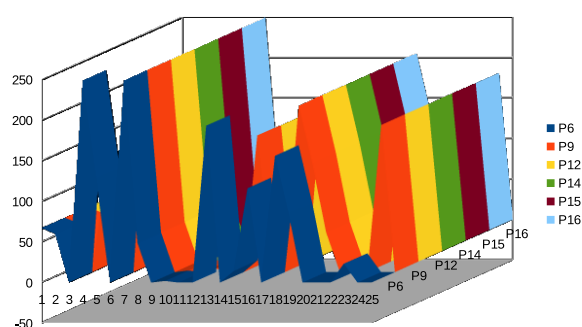


Σχήμα 3.4: Βέλτιστες τιμές για την αντικειμενική συνάρτηση των προβλημάτων (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της δεύτερης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.38).

Κεφάλαιο 3

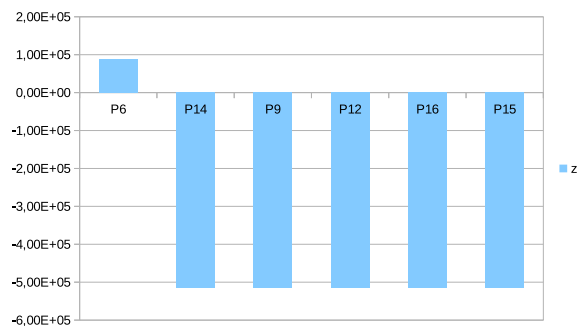


Σχήμα 3.5: Πολιτικές αναπλήρωσης για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της δεύτερης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.38).

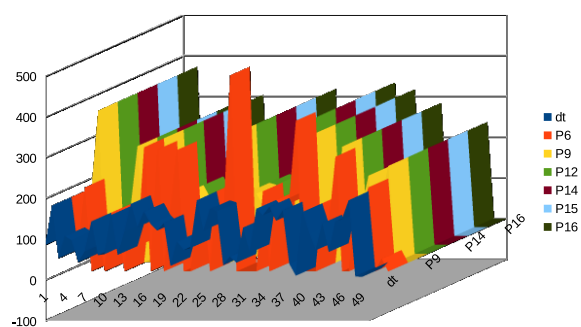


Σχήμα 3.6: Εξέλιξη αποθέματος για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της δεύτερης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.38).

Κεφάλαιο 3

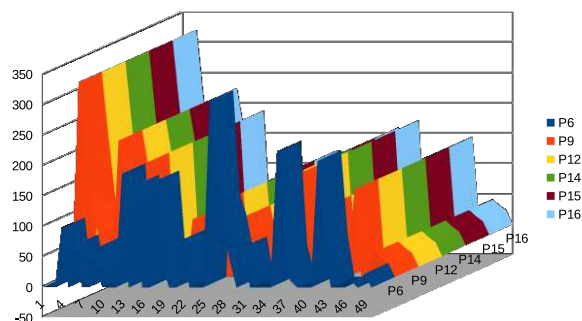


Σχήμα 3.7: Βέλτιστες τιμές για την αντικειμενική συνάρτηση των προβλημάτων (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της τρίτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.39).

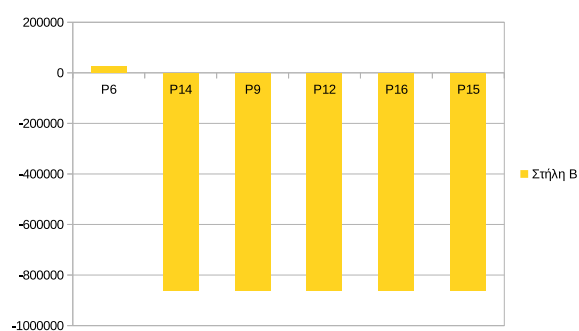


Σχήμα 3.8: Πολιτικές αναπλήρωσης για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της τρίτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.39).

Κεφάλαιο 3

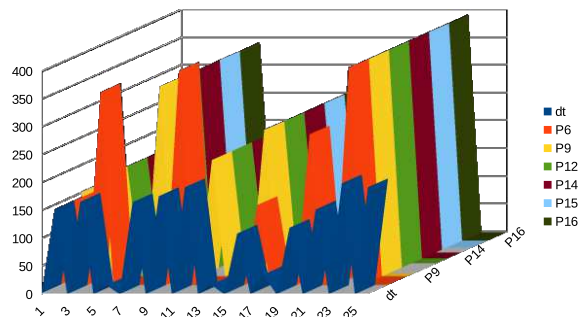


Σχήμα 3.9: Εξέλιξη αποθέματος για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της τρίτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.39).

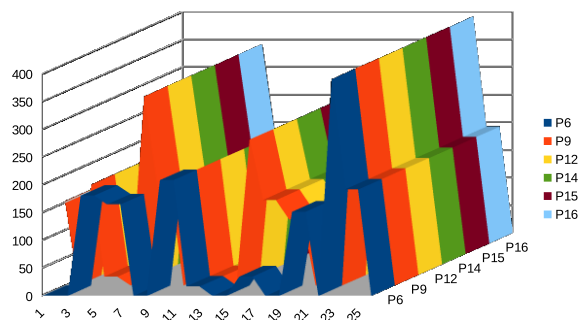


Σχήμα 3.10: Βέλτιστες τιμές για την αντικειμενική συνάρτηση των προβλημάτων (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της τέταρτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.40).

Κεφάλαιο 3



Σχήμα 3.11: Πολιτικές αναπλήρωσης για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της τέταρτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.40).



Σχήμα 3.12: Εξέλιξη αποθέματος για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) της τέταρτης ομάδας (χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3.40).

Προκειμένου να επιβεβαιωθούν οι προηγούμενες παρατηρήσεις σε περισσότερα παραδείγματα, δίνονται πίνακες που παρουσιάζουν τον μέσο όρο των βέλτιστων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων για τα προβλήματα (Π6), (Π9), (Π12), (Π14), (Π15) και (Π16) για κάθε ομάδα προβλημάτων, για τις διάφορες τιμές του ορίζοντα σχεδιασμού, τα διάφορα διαστήματα, τα οποία παίρνουν τιμές τα f_t , $\hat{f}_t$ και β .

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.1: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	39250.82	40542.46	43325.45
(Π9)	-183227.7	-105132.55	-27029.7
(Π12)	-183227.7	-105132.55	-27029.7
(Π14)	-183227.7	-105132.55	-27029.7
(Π15)	-183227.7	-105132.55	-27029.7
(Π16)	-183227.7	-105132.55	-27029.7

Πίνακας 3.2: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	82703.76	84810.79	89798.46
(Π9)	-356060.3	-202732.2	-49384.65
(Π12)	-356060.3	-202732.2	-49384.65
(Π14)	-356060.3	-202732.2	-49384.65
(Π15)	-356060.3	-202732.2	-49384.65
(Π16)	-356060.3	-202732.2	-49384.65

Πίνακας 3.3: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	21245269.12	21245269.12	21245269.12
(Π9)	-1667367388.52	-1406214246.07	-1145056602.17
(Π12)	-1667367388.52	-1406214246.07	-1145056602.17
(Π14)	-1667367388.52	-1406214246.07	-1145056602.17
(Π15)	-1667367388.52	-1406214246.07	-1145056602.17
(Π16)	-1667367388.52	-1406214246.07	-1145056602.17

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.4: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	39453.31	40630.54	43176.57
(Π9)	-180739.15	-103717.9	-26688.45
(Π12)	-180739.15	-103717.9	-26688.45
(Π14)	-180739.15	-103717.9	-26688.45
(Π15)	-180739.15	-103717.9	-26688.45
(Π16)	-180739.15	-103717.9	-26688.45

Πίνακας 3.5: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	3948596.9	83939	88115.91
(Π9)	-381210.7	-219054.75	-56892.4
(Π12)	-381210.7	-219054.75	-56892.4
(Π14)	-381210.7	-219054.75	-56892.4
(Π15)	-381210.7	-219054.75	-56892.4
(Π16)	-381210.7	-219054.75	-56892.4

Πίνακας 3.6: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	5211297.72	5211297.72	5211297.72
(Π9)	-1997538329.25	-1687970729.25	-1378402179.25
(Π12)	-1997538329.25	-1687970729.25	-1378402179.25
(Π14)	-1997538329.25	-1687970729.25	-1378402179.25
(Π15)	-1997538329.25	-1687970729.25	-1378402179.25
(Π16)	-1997538329.25	-1687970729.25	-1378402179.25

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.7: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	42153.17	43348.43	2182221.27
(Π9)	-207193.05	-119715.5	-32233.15
(Π12)	-207193.05	-119715.5	-32233.15
(Π14)	-207193.05	-119715.5	-32233.15
(Π15)	-207193.05	-119715.5	-32233.15
(Π16)	-207193.05	-119715.5	-32233.15

Πίνακας 3.8: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	83001.09	85641.30	91395.07
(Π9)	-411572.25	-237451	-63325.65
(Π12)	-411572.25	-237451	-63325.65
(Π14)	-411572.25	-237451	-63325.65
(Π15)	-411572.25	-237451	-63325.65
(Π16)	-411572.25	-237451	-63325.65

Πίνακας 3.9: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{500, 1500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	16723070.86	16723070.86	16723070.86
(Π9)	-1669693160.17	-1406792720.92	-1143885281.77
(Π12)	-1669693160.17	-1406792720.92	-1143885281.77
(Π14)	-1669693160.17	-1406792720.92	-1143885281.77
(Π15)	-1669693160.17	-1406792720.92	-1143885281.77
(Π16)	-1669693160.17	-1406792720.92	-1143885281.77

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.10: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	76689.4	79485.81	85255.17
(Π9)	-285885.7	-158807.05	-31730.65
(Π12)	-285885.7	-158807.05	-31730.65
(Π14)	-285885.7	-158807.05	-31730.65
(Π15)	-285885.7	-158807.05	-31730.65
(Π16)	-285885.7	-158807.05	-31730.65

Πίνακας 3.11: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	152172.6	8068060.45	164015.31
(Π9)	-580459.6	-324551.55	-68635.95
(Π12)	-580459.6	-324551.55	-68635.95
(Π14)	-580459.6	-324551.55	-68635.95
(Π15)	-580459.6	-324551.55	-68635.95
(Π16)	-580459.6	-324551.55	-68635.95

Πίνακας 3.12: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	8241866.98	8241866.98	8241866.98
(Π9)	-3705181173.46	-2476221390.36	-1156385968.62
(Π12)	-3705185423.46	-2476221390.36	-1156385968.62
(Π14)	-3705181173.46	-2476221390.36	-1156385968.62
(Π15)	-3705185423.46	-2476221390.36	-1156385971.82
(Π16)	-3705185423.46	-2476221390.36	-1156385968.62

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.13: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	76434.4	78898.35	83494.34
(Π9)	-232173	-123552.2	-14931.45
(Π12)	-232173	-123552.2	-14931.45
(Π14)	-232173	-123552.2	-14931.45
(Π15)	-232173	-123552.2	-14931.45
(Π16)	-232173	-123552.2	-14931.45

Πίνακας 3.14: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	152982.15	156333.39	163548.6
(Π9)	-509596.25	-277675.45	-45742.35
(Π12)	-509596.25	-277675.45	-45742.35
(Π14)	-509596.25	-277675.45	-45742.35
(Π15)	-509596.25	-277675.45	-45742.35
(Π16)	-509596.25	-277675.45	-45742.35

Πίνακας 3.15: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	15398520.46	15398520.46	15398520.46
(Π9)	-4687913019.61	-4232196702.11	-3776474834.61
(Π12)	-4687913019.61	-4232196702.11	-3776474834.61
(Π14)	-4687913019.61	-4232196702.11	-3776474834.61
(Π15)	-4687913019.61	-4232196702.11	-3776474834.61
(Π16)	-4687913019.61	-4232196702.11	-3776474834.61

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.16: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	80283.1	82902.5	88004.64
(Π9)	-348922.7	-199109.15	-49292.1
(Π12)	-348922.7	-199109.15	-49292.1
(Π14)	-348922.7	-199109.15	-49292.1
(Π15)	-348922.7	-199109.15	-49292.1
(Π16)	-348922.7	-199109.15	-49292.1

Πίνακας 3.17: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	153888.3	159031.96	167968
(Π9)	-596343.5	-332349.55	-68350.5
(Π12)	-596343.5	-332349.55	-68350.5
(Π14)	-596343.5	-332349.55	-68350.5
(Π15)	-596343.5	-332349.55	-68350.5
(Π16)	-596343.5	-332349.55	-68350.5

Πίνακας 3.18: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	15010910.39	15010910.39	15010910.39
(Π9)	-3921054608.29	-2613105818.74	-1305147429.04
(Π12)	-3921054608.29	-2613105818.74	-1305147429.04
(Π14)	-3921054608.29	-2613105818.74	-1305147429.04
(Π15)	-3921054608.29	-2613105818.74	-1305147429.04
(Π16)	-3921054608.29	-2613105818.74	-1305147429.04

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.19: Μέσο κόστος για την τέταρτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	20153.25	29187.59	41713.9
(Π9)	-821864.7	-526871.25	-231869.1
(Π12)	-821864.7	-526871.25	-231869.1
(Π14)	-821864.7	-526871.25	-231869.1
(Π15)	-821864.7	-526871.25	-231869.1
(Π16)	-821864.7	-526871.25	-231869.1

Πίνακας 3.20: Μέσο κόστος για την τέταρτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	35090.5	51715.64	3996892.35
(Π9)	-1701369.6	-1094351.2	-487322.05
(Π12)	-1701369.6	-1094351.2	-487322.05
(Π14)	-1701369.6	-1094351.2	-487322.05
(Π15)	-1701369.6	-1094351.2	-487322.05
(Π16)	-1701369.6	-1094351.2	-487322.05

Πίνακας 3.21: Μέσο κόστος για την τέταρτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{2500, 7500\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	34373.98	34373.98	42630.31
(Π9)	-3461731265.67	-2455448088.07	-1449160560.77
(Π12)	-3461731265.67	-2455448088.07	-1449160560.77
(Π14)	-3461731265.67	-2455448088.07	-1449160560.77
(Π15)	-3461731265.67	-2455448088.07	-1449160560.77
(Π16)	-3461731265.67	-2455448088.07	-1449160560.77

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.22: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	105825.8	110072.45	116601.05
(Π9)	-351110.5	-191023.95	-30927.6
(Π12)	-351110.5	-191023.95	-30927.6
(Π14)	-351110.5	-191023.95	-30927.6
(Π15)	-351110.5	-191023.95	-30927.6
(Π16)	-351110.5	-191023.95	-30927.6

Πίνακας 3.23: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	104399.85	212786.9	223231.65
(Π9)	-877386.75	-498865.1	-120345.65
(Π12)	-877386.75	-498865.1	-120345.65
(Π14)	-877386.75	-498865.1	-120345.65
(Π15)	-877386.75	-498865.1	-120345.65
(Π16)	-877386.75	-498865.1	-120345.65

Πίνακας 3.24: Μέσο κόστος για την πρώτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	9286542.74	9286542.74	9286542.74
(Π9)	-5648529595.8	-5122534382.45	-4596535021.85
(Π12)	-5648529595.8	-5122534382.45	-4596535021.85
(Π14)	-5648529595.8	-5122534382.45	-4596535021.85
(Π15)	-5648529595.8	-5122534382.45	-4596535021.85
(Π16)	-5648529595.8	-5122534382.45	-4596535021.85

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.25: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	106549.1	111512.1	118320.4
(Π9)	-340878.1	-184304.35	-27727.35
(Π12)	-340878.1	-184304.35	-27727.35
(Π14)	-340878.1	-184304.35	-27727.35
(Π15)	-340878.1	-184304.35	-27727.35
(Π16)	-340878.1	-184304.35	-27727.35

Πίνακας 3.26: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	103326.7	214246.1	223679.5
(Π9)	-663185.85	-357570.2	-51943.45
(Π12)	-663185.85	-357570.2	-51943.45
(Π14)	-663185.85	-357570.2	-51943.45
(Π15)	-663185.85	-357570.2	-51943.45
(Π16)	-663185.85	-357570.2	-51943.45

Πίνακας 3.27: Μέσο κόστος για την δεύτερη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	183204.56	183204.56	183204.56
(Π9)	-6765699876.56	-6110946129.16	-5456192131.31
(Π12)	-6765699876.56	-6110946129.16	-5456192131.31
(Π14)	-6765699876.56	-6110946129.16	-5456192131.31
(Π15)	-6765699876.56	-6110946129.16	-5456192131.31
(Π16)	-6765699876.56	-6110946129.16	-5456192131.31

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.28: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	108421.95	112643.6	118314.3
(Π9)	-406972	-227901.5	-48818.15
(Π12)	-406972	-227901.5	-48818.15
(Π14)	-406972	-227901.5	-48818.15
(Π15)	-406972	-227901.5	-48818.15
(Π16)	-406972	-227901.5	-48818.15

Πίνακας 3.29: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	106514.7	220403.9	231953.5
(Π9)	-642969.9	-341181.35	-39385.9
(Π12)	-642969.9	-341181.35	-39385.9
(Π14)	-642969.9	-341181.35	-39385.9
(Π15)	-642969.9	-341181.35	-39385.9
(Π16)	-642969.9	-341181.35	-39385.9

Πίνακας 3.30: Μέσο κόστος για την τρίτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	28337849.25	28337849.25	28337849.25
(Π9)	-6922275304.74	-6297162206.59	-5672068406.99
(Π12)	-6922275304.74	-6297180006.59	-5672086206.99
(Π14)	-6922275304.74	-6297162206.59	-5672068406.99
(Π15)	-6922275304.74	-6297180006.59	-5672086206.99
(Π16)	-6922275304.74	-6297180006.59	-5672086206.99

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.31: Μέσο κόστος για την τέταρτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 25$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	18495	1983020.47	2976167.6
(Π9)	-1470935.45	-947638.35	-424332.2
(Π12)	-1470935.45	-947638.35	-424332.2
(Π14)	-1470935.45	-947638.35	-424332.2
(Π15)	-1470935.45	-947638.35	-424332.2
(Π16)	-1470935.45	-947638.35	-424332.2

Πίνακας 3.32: Μέσο κόστος για την τέταρτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 50$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	15567.35	53463.1	91576.03
(Π9)	-3035635.25	-1961624.55	-887603.45
(Π12)	-3035635.25	-1961624.55	-887603.45
(Π14)	-3035635.25	-1961624.55	-887603.45
(Π15)	-3035635.25	-1961624.55	-887603.45
(Π16)	-3035635.25	-1961624.55	-887603.45

Πίνακας 3.33: Μέσο κόστος για την τέταρτη ομάδα προβλημάτων, $f_t, \hat{f}_t \sim U\{5000, 15000\}$ και $T = 100$.

	$(\beta = 0.25)$	$(\beta = 0.5)$	$(\beta = 0.75)$
(Π6)	34668.65	34668.65	39898.66
(Π9)	-5907363049.67	-4077776783.67	-2248189067.92
(Π12)	-5907363049.67	-4077776783.67	-2248189067.92
(Π14)	-5907363049.67	-4077776783.67	-2248189067.92
(Π15)	-5907363049.67	-4077776783.67	-2248189067.92
(Π16)	-5907363049.67	-4077776783.67	-2248189067.92

Πρώτη παρατήρηση είναι ότι στην πλειοψηφία των προβλημάτων (96.9%), υπάρχει κέρδος. Εξάιρεση αποτελεί το πρόβλημα (Π6). Αυτό εξηγείται, πιθανά, από το γεγονός ότι η πώληση αχρησιμοποίητων δικαιωμάτων εκπομπών αποφέρει κέρδος που καλύπτει το κόστος. Επιπλέον, σε όλα τα προβλήματα εκτός του (Π6) φαίνεται ότι, για ίδιο χρονικό ορίζοντα, ίδια κόστη και ίδιες παραγό-

Κεφάλαιο 3

μενες εκπομπές, η τιμή του ελάχιστου συνολικού κόστους ήταν ίδια ανεξάρτητα από τον περιορισμό των τύπων. Επίσης, στους παραπάνω πίνακες, φαίνεται ότι, με ελάχιστες εξαιρέσεις, όσο αυξάνεται το β η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης αυξάνεται. Δεν αυξάνεται ασθητά για το πρόβλημα (Π6), αλλά για τα υπόλοιπα προβλήματα αυξάνεται πάνω από 50%. Επίσης, παρατηρείται ότι όσο αυξάνεται το μήκος του χρονικού ορίζοντα, η διαφορά μεταξύ των μέσων κόστων μειώνεται. Στη συνέχεια δίνονται πίνακες που παρουσιάζουν το μέσο όρο των βέλτιστων τιμών των αντικειμενικών συναρτήσεων για τα προβλήματα (Π6),(Π9),(Π12),(Π14),(Π15) και (Π16), για όλες τις ομάδες, ως προς το διάστημα που ανήκουν τα κόστη, και οι εκπομπές, παραγωγείας, για κάθε μήκος του χρονικού ορίζοντα.

Πίνακας 3.34: Μέσο κόστος για όλα τα προβλήματα με μήκος χρονικού ορίζοντα $T = 25$.

	$\sim U\{500, 1500\}$	$\sim U\{2500, 7500\}$	$\sim U\{5000, 15000\}$
(Π6)	279344.67	64563.56	628160.5
(Π9)	-109519.68	-283176.18	-453278.61
(Π12)	-109519.68	-283176.18	-453278.61
(Π14)	-109519.68	-283176.18	-453278.61
(Π15)	-109519.68	-283176.18	-453278.61
(Π16)	-109519.68	-283176.18	-453278.61

Πίνακας 3.35: Μέσο κόστος για όλα τα προβλήματα με μήκος χρονικού ορίζοντα $T = 50$.

	$\sim U\{500, 1500\}$	$\sim U\{2500, 7500\}$	$\sim U\{5000, 15000\}$
(Π6)	515333.59	559716.77	140081.21
(Π9)	-219742.66	-568122.27	-886788.88
(Π12)	-219742.66	-568122.27	-886788.88
(Π14)	-219742.66	-568122.27	-886788.88
(Π15)	-219742.66	-568122.27	-886788.88
(Π16)	-219742.66	-568122.27	-886788.88

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.36: Μέσο κόστος για όλα τα προβλήματα με μήκος χρονικού ορίζοντα $T = 100$.

	$\sim U\{500, 1500\}$	$\sim U\{2500, 7500\}$	$\sim U\{5000, 15000\}$
(Π6)	14393212.57	10148852.31	9519155.27
(Π9)	-1500324515.26	-3100248036.32	-5495296995.18
(Π12)	-1500324515.26	-3100248036.32	-5495300950.73
(Π14)	-1500324515.26	-3100248036.32	-5495296995.18
(Π15)	-1500324515.26	-3100248036.32	-5495300950.73
(Π16)	-1500324515.26	-3100248036.32	-5495300950.73

Από τους παραπάνω πίνακες φαίνεται ότι οι βέλτιστες πολιτικές στα προβλήματα, με εξαίρεση το (Π6), αποφέρουν κέρδος και μάλιστα το ίδιο κέρδος. Επιπλέον, παρατηρείται ότι η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης μειώνεται, καθώς μεταβάλλονται οι κατανομές των f_t και $\hat{f}_t$.

Συνοψίζοντας, φαίνεται ότι τα προβλήματα με την δυνατότητα πώλησης δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων, μπορούν να επιτύχουν μέχρι και κέρδος στην προσπάθεια ελαχιστοποίησης του κόστους. Το πρόβλημα φαίνεται να προκύπτει, αν το διαθέσιμο κεφάλαιο είναι πολύ μικρό, ώστε το πρόβλημα να μην έχει εφικτή λύση. Επιπλέον, φαίνεται ότι ο περιορισμός του κεφαλαίου δεν επηρεάζει την βέλτιστη λύση. Αυτό, αποτελεί μία ένδειξη ότι η Πρόταση 2.3.2 των Akbalik and Rapine (2014), μπορεί να επεκταθεί πέρα από τα προβλήματα (Π10), (Π11) και (Π12).

Κεφάλαιο 3

3.2.1 Πίνακες δεδομένων

Πίνακας 3.37: Δεδομένα από ένα τυχαίο πρόβλημα της πρώτης ομάδας προβλημάτων

T	f_t	p_t	h_t	$\hat{f}_t$	$\hat{p}_t$	$\hat{h}_t$	d_t	B_t	
1	1175	1	17	1284	16	2	170	1854	
2	763	2	16	1212	5	13	26	2458	
3	857	3	15	1151	7	8	82	1761	
4	1127	16	10	1388	11	2	134	2428	
5	1497	12	15	885	14	11	48	2185	
6	1004	20	12	1438	19	15	25	2130	$\hat{C}$
7	747	6	16	1456	18	20	73	1537	122275
8	933	1	13	740	12	10	192	2157	α
9	1289	19	6	937	7	1	114	2401	29
10	1413	10	15	729	9	10	37	2411	B
11	1275	19	13	902	2	16	153	2170	886492
12	1055	8	6	684	10	5	10	2424	
13	1110	6	16	1389	18	16	185	1820	
14	1163	10	19	687	11	3	165	2488	
15	1114	16	9	683	16	16	126	2158	
16	1383	2	19	1379	11	7	41	1664	
17	938	5	11	1003	9	18	178	1989	
18	1232	1	17	1464	7	19	103	2233	
19	1312	13	12	1483	13	8	8	1989	
20	1466	4	3	587	10	20	147	1878	
21	595	9	1	840	11	1	61	2360	
22	716	13	7	1389	4	8	31	1646	
23	1151	20	16	569	13	2	158	2044	
24	1056	1	14	1334	4	17	23	1960	
25	1240	6	14	1426	19	10	102	2111	
26	648	19	2	843	19	16	191	1883	
27	1066	5	5	953	17	14	74	1862	
28	576	17	5	1307	10	17	134	2373	
29	873	20	1	542	13	17	143	2294	
30	1374	1	4	502	16	19	101	2244	
31	793	4	4	707	8	2	173	1570	
32	931	13	16	1132	8	12	85	2077	
33	800	6	13	856	10	11	23	2028	
34	1413	19	8	1234	3	12	80	1907	
35	1268	10	6	1055	16	15	110	2381	
36	1314	7	12	1083	13	8	150	2167	
37	705	20	5	1073	4	9	134	1899	
38	1015	3	19	1484	20	14	149	1818	
39	1370	7	1	1083	16	7	183	2443	
40	584	14	14	532	11	20	185	1834	
41	991	13	14	550	1	2	107	2073	
42	592	5	8	1334	11	5	119	1661	
43	676	7	4	1318	16	20	18	2207	
44	737	13	18	1091	3	2	66	2076	
45	1343	1	8	1095	10	17	178	1801	
46	1357	17	3	785	2	19	159	2159	
47	1000	15	11	909	10	17	179	2189	
48	1160	2	4	596	8	4	47	2428	
49	664	9	13	1029	12	7	54	2444	
50	1315	19	19	1273	13	19	63	2363	

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.38: Δεδομένα από ένα τυχαίο πρόβλημα της δεύτερης ομάδας προβλημάτων

T	f_t	p_t	h_t	$\hat{f}_t$	$\hat{p}_t$	$\hat{h}_t$	d_t	B_t	
1	1124	3	10	975	7	4	45	1574	
2	1462	2	10	621	12	16	7	2059	$\hat{C}$
3	723	4	17	1119	20	11	60	1527	45357
4	1282	3	1	624	12	6	10	1763	α
5	1067	16	3	1131	13	18	122	1831	21
6	1136	19	6	1337	11	10	127	1817	B
7	1433	3	7	922	3	9	3	1503	50394
8	1086	7	4	1341	19	1	200	1532	
9	1198	10	14	1134	1	15	49	2468	
10	736	15	13	876	13	19	154	1874	
11	1204	14	8	1040	8	14	2	2019	
12	1445	7	13	1112	7	8	58	2128	
13	1278	5	7	768	7	17	4	1638	
14	894	16	3	1154	20	2	193	2108	
15	1287	20	3	1371	1	3	191	2458	
16	832	6	4	1180	6	8	168	1870	
17	959	5	20	647	5	11	116	1604	
18	933	6	5	535	3	1	163	2269	
19	694	19	7	1046	1	10	72	2127	
20	1218	8	9	653	19	20	84	2273	
21	528	9	10	1208	20	2	49	1836	
22	763	5	17	531	13	16	87	2162	
23	1482	5	20	1336	14	20	199	1870	
24	1476	15	15	971	10	2	23	1932	
25	880	18	9	1337	17	16	181	1799	

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.39: Δεδομένα από ένα τυχαίο πρόβλημα της τρίτης ομάδας προβλημάτων

T	f_t	p_t	h_t	$\hat{f}_t$	$\hat{p}_t$	$\hat{h}_t$	d_t	B_t	
1	1052	4	16	1442	15	9	86	1724	$\hat{C}$ 105183 α 26 B 100568
2	1055	15	13	1016	9	18	183	1827	
3	738	14	19	1258	1	1	53	2278	
4	697	11	18	1337	14	6	108	2473	
5	1269	18	5	1098	16	1	98	2085	
6	751	16	5	1399	4	8	44	1749	
7	1424	15	19	753	16	5	70	2284	
8	1265	17	7	710	12	2	144	1822	
9	1080	11	3	794	3	2	61	1928	
10	778	17	18	554	18	16	64	1585	
11	716	3	20	805	19	16	160	1618	
12	533	9	8	873	13	20	62	1823	
13	925	8	5	1122	7	1	117	2249	
14	1497	20	11	673	18	14	187	1769	
15	1417	6	11	955	7	16	130	2023	
16	1270	18	2	1050	1	20	168	2053	
17	1311	6	12	506	17	14	138	2300	
18	1286	7	2	649	13	5	122	2222	
19	1480	12	12	1269	4	18	140	1591	
20	1030	13	19	774	8	6	35	2000	
21	1048	12	17	1316	14	5	95	1545	
22	693	6	4	1059	9	1	74	1946	
23	1080	13	14	1386	19	18	79	2244	
24	857	20	10	1136	10	2	196	1917	
25	1182	8	12	1287	20	17	122	2305	
26	1378	2	7	631	5	20	174	2385	
27	1303	19	7	749	17	1	169	2029	
28	1449	7	11	1425	3	7	37	2177	
29	988	18	4	1386	19	18	58	1830	
30	990	15	12	872	16	9	43	2447	
31	881	12	3	1235	4	15	129	2321	
32	523	15	19	520	8	12	67	1828	
33	1189	12	7	1494	12	12	175	2056	
34	582	5	13	1420	16	6	159	2009	
35	555	7	4	1459	10	8	180	1853	
36	1049	10	3	874	1	18	146	1987	
37	650	17	8	1205	15	12	171	1612	
38	541	18	18	624	16	12	41	1756	
39	638	16	19	820	15	14	11	2092	
40	959	15	11	1010	4	4	167	2295	
41	646	8	4	969	12	20	117	2127	
42	509	2	10	1487	1	18	73	1810	
43	911	13	7	1412	4	19	139	1854	
44	838	12	12	723	5	2	69	1533	
45	1368	10	6	1433	16	10	144	1711	
46	939	1	15	1024	5	6	150	1831	
47	1283	4	19	748	1	15	196	1718	
48	1126	16	12	1411	15	4	10	2091	
49	823	2	9	1329	20	20	8	2473	
50	1487	9	11	1386	12	11	23	1928	

Κεφάλαιο 3

Πίνακας 3.40: Δεδομένα από ένα τυχαίο πρόβλημα της τέταρτης ομάδας προβλημάτων

T	f_t	p_t	h_t	$\hat{f}_t$	$\hat{p}_t$	$\hat{h}_t$	d_t	B_t	
1	4522	19	0	909	7	0	0	2286	
2	1085	1	14	3456	16	16	152	2320	$\hat{C}$
3	5224	16	0	1414	8	0	0	2212	52666
4	1354	5	1	4424	12	2	166	2397	α
5	5017	13	0	914	6	0	0	2003	25
6	1013	7	14	7174	15	6	16	2240	B
7	6555	18	0	630	1	0	0	1961	1370563
8	1266	5	18	4434	15	6	165	2407	
9	6889	14	0	1477	3	0	0	1569	
10	763	5	1	6832	18	10	176	1786	
11	7096	16	0	576	2	0	0	1795	
12	1125	7	19	3554	13	17	192	1611	
13	6797	19	0	620	1	0	0	2030	
14	1476	8	15	2888	16	8	17	1659	
15	7462	12	0	519	3	0	0	1992	
16	818	5	1	6365	15	2	109	2262	
17	5477	14	0	965	1	0	0	2426	
18	663	7	9	3033	15	6	35	2380	
19	4388	19	0	1101	7	0	0	1726	
20	1448	9	10	2745	13	20	119	1680	
21	5484	19	0	1263	5	0	0	1828	
22	1127	9	16	6919	16	12	152	2002	
23	4285	14	0	620	4	0	0	1628	
24	1457	3	5	3202	13	3	199	2320	
25	7024	17	0	668	7	0	0	1592	
26	1318	5	19	2521	12	2	192	2221	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

ΕΠΙΛΟΓΟΣ-ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Στόχος της παρούσας διατριβής είναι η διερεύνηση στη διαχείριση αποθεμάτων της επίδρασης περιορισμών που προκύπτουν από την ανάγκη συμμόρφωσης στην ισχύουσα νομοθεσία που αφορά τις επιτρεπόμενες εκπομπές ρύπων. Έτσι, στο δεύτερο κεφάλαιο έγινε ανασκόπηση των σχετικών μοντέλων που αφορούν προβλήματα πεπερασμένου ορίζοντα. Η κατηγοριοποίηση έγινε βάσει των οδηγιών carbon cap, carbon tax, cap and trade και carbon offset.

Στο τρίτο κεφάλαιο, προτείνονται δύο μοντέλα διαχείρισης αποθεμάτων που αποτελούν τροποποίηση του μοντέλου των Akbalik and Rapine (2014). Επιπλέον, γίνεται σύγκριση των προτεινόμενων μοντέλων και εκείνων των Akbalik and Rapine (2014), των Helmrich et al. (2015) και Palak et al. (2014) (υπό τις οδηγίες αντιστάθμισης και εμπορίας δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων). Τα αποτελέσματα δίνουν ενδείξεις ότι η βέλτιστη πολιτική του προβλήματος δεν εξαρτάται από τον περιορισμό των εκπομπών ρύπων, για την περίπτωση που επιτρέπεται η αγορά επιπλέον δικαιωμάτων εκπομπών ρύπων. Θέματα για περαιτέρω έρευνα στη συγκεκριμένη περιοχή θα μπορούσε να είναι:

- Η θεώρηση των B_t και B ως μεταβλητών απόφασης.
- Η μελέτη μοντέλων διαχείρισης αποθεμάτων-δρομολόγησης κάτω από πολιτικές Vendor-managed inventory(VMI).
- Η μελέτη μοντέλων διαχείρισης αποθεμάτων με συνεργασία προμηθευτή και αγοραστή.

Chapter 4

BIBLIOGRAPHY

- N. Absi, S. Dauzère-Pérès, S. Kedad-Sidhoum, B. Penz, and C. Rapine. Lot sizing with carbon emission constraints. *European Journal of Operational Research*, 227(1):55 – 61, 2013.
- A. Akbalik and C. Rapine. Single-item lot sizing problem with carbon emission under the cap-and-trade policy. In *2014 International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT)*, pages 030–035, Nov 2014. doi: 10.1109/CoDIT.2014.6996863.
- ARTEMIS. (assessment and reliability of transport emission model and inventory systems), 2004. URL <http://www.trl.co.uk/artemis>.
- J. F. Benders. Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4(1):238–252, 1962.
- A. Caprara, H. Kellerer, U. Pferschy, and D. Pisinger. Approximation algorithms for knapsack problems with cardinality constraints. *European Journal of Operational Research*, 123(2):333 – 345, 2000.
- EcoTransIT. (ecological transport information tool), 2012. URL <http://www.ecotransit.org>.
- EEX. European energy exchange, 2015. URL <https://www.eex.com/en/about/eex>. <https://www.eex.com/en/market-data/emission-allowances/spot-market>.
- EPA. United states environmental protection agency, 2014. URL <http://www.epa.gov>.

Chapter 4

- E. EU. The european union emissions trading system, 2005. URL http://ec.europa.eu/clima/policies/ets/index_en.htm.
- Greenhouse. Gas protocol, 2012. URL <http://www.ghgprotocol.org>.
- M. J. R. Helmrich, R. Jans, W. van den Heuvel, and A. P. Wagelmans. The economic lot-sizing problem with an emission capacity constraint. *European Journal of Operational Research*, 241(1):50 – 62, 2015.
- IEA. International energy agency, 2009. URL <http://www.iea.org/>.
- ITF. International transport forum, 2010. URL <http://www.internationaltransportforum.org/2010/>.
- B. Lin and X. Li. The effect of carbon tax on per capita {CO₂} emissions. *Energy Policy*, 39(9):5137 – 5146, 2011.
- S. B. Z. Lipták. A fast and simple algorithm for the money changing problem. *Algorithmica*, 48, 08 2007. doi: 10.1007/s00453-007-0162-8.
- J. O. McKinsley and Company. Pathways to a low-carbon economy. *The global greenhouse gas abatement cost curve*, 2, 2009.
- W. Montgomery. Markets in licenses and efficient pollution control programs. *Journal of Economic Theory*, 5(3):395 – 418, 1972.
- G. Palak, S. D. Eksioğlu, and J. Geunes. Analyzing the impacts of carbon regulatory mechanisms on supplier and mode selection decisions: An application to a biofuel supply chain. *International Journal of Production Economics*, 154:198 – 216, 2014.
- S. Solomon, D. Qin, M. Manning, Z. Chen, M. Marquis, K. Averyt, M. Tignor, and H. Miller. Intergovernmental panel on climate change, climate change 2007: The physical science basis. contribution of working group i to the fourth assessment report of the intergovernmental panel on climate change. *Cambridge University*, page 996, 2007.
- R. N. Stavins. Experience with market-based environmental policy instruments. *Handbook of Environmental Economics*, 1:355 – 435, 2003.
- A. Talberg and K. Swoboda. Emissions trading schemes around the world. *Parliament of Australia, viewed*, 2013.

Κεφάλαιο 4

ΥΠΕΚΑ. υπουργείο περιβάλλοντος και ενέργειας, 2008. URL
<http://www.ypeka.gr/Default.aspx?tabid=830&language=el-GR>.
<http://www.ypeka.gr/LinkClick.aspx?fileticket=J0AjtdpZb8Q%3d&tabid=456&language=el-GR>.

A. Wagelmans, S. Van Hoesel, and A. Kolen. Economic lot sizing: an $O(n \log n)$ algorithm that runs in linear time in the wagner-whitin case. *Operations Research*, 40(1-supplement-1):S145–S156, 1992.

H. M. Wagner and T. M. Whitin. Dynamic version of the economic lot size model. *Management science*, 5(1):89–96, 1958.