



Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων
Σχολή Επιστημών της Αγωγής
Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης

Πρόγραμμα Μεταπτυχιακών Σπουδών
«Επιστήμες της Αγωγής»
Κατεύθυνση: Φυσικές Επιστήμες στην Εκπαίδευση

Θέμα

Η στρατηγική κατασκευής προβλημάτων «Τι θα συνέβαινε αν δεν..;» (What-if-not?) και η επίδρασή της στις στάσεις των φοιτητών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης απέναντι στα Μαθηματικά

Μεταπτυχιακή Διπλωματική εργασία

Μαρία Κατωγιάννη
A.M. 548

Εξεταστική επιτροπή

Επιβλέπων Καθηγητής: Τάσης Κωνσταντίνος, Επίκουρος Καθηγητής, ΠΤΔΕ
Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Μέλη: Μούτσιος-Ρέντζος Ανδρέας, Επίκουρος Καθηγητής, ΠΤΔΕ,
Εθνικόν και Καποδιστριακόν Πανεπιστήμιο Αθηνών
Μαυρίδης Δημήτριος, Επίκουρος Καθηγητής, ΠΤΔΕ,
Πανεπιστημίου Ιωαννίνων

Ιωάννινα 2020

Περιεχόμενα

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ.....	iii
ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ.....	iv
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	v
ABSTRACT	vii
Εισαγωγή	1
Κεφάλαιο 1 - Στάσεις (Attitudes).....	3
1.1 Γενικά.....	3
1.2 Ορισμός.....	3
1.3 Μοντέλο ABC	4
1.4 Στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά (Attitudes Toward Mathematics)	8
1.5 Παράγοντες που συντελούν στη διαμόρφωση των στάσεων για τα Μαθηματικά ..	10
1.6 Εργαλεία μέτρησης των Στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά	11
1.6.1 Fennema - Sherman Mathematics Attitudes Scales (FSMAS).....	11
1.6.2 Mathematics Attitudes Scales -MAS.....	12
1.6.3 TIMSS 2011	12
1.6.4 Attitudes Toward Mathematics Inventory - ATMI	12
1.6.4.1 Αυτοπεποίθηση στην εκμάθηση των Μαθηματικών.....	13
1.6.4.2 Ευχαρίστηση από την ενασχόληση με τα Μαθηματικά.....	13
1.6.4.3 Τα κίνητρα.....	14
1.6.4.4 Η αξία των Μαθηματικών.....	17
1.6.4.5 Επίδοση	18
1.7 Στάσεις των Δασκάλων απέναντι στα Μαθηματικά	20
1.8 Στάσεις και Κατασκευή Προβλήματος	22
Κεφάλαιο 2 - Κατασκευή Προβλήματος	24
2.1 Ορισμοί	24
2.2 Πλαίσια Κατασκευής Προβλήματος.....	27
2.3 Κατασκευή προβλήματος από εκπαιδευτικούς	28
2.4 Κατασκευή Προβλήματος και Προγράμματα Σπουδών	30
2.5 Κατασκευή Προβλημάτων και οφέλη στη διδασκαλία Μαθηματικών.....	34
Κεφάλαιο 3 - Η στρατηγική What-if-not (WIN)	39
3.1 Γενικά.....	39
3.2 Περιγραφή στρατηγικής.....	40
3.2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ.....	42
Παράδειγμα 1	42
Παράδειγμα 2	46

Παράδειγμα 3	46
Κεφάλαιο 4 - Μεθοδολογία.....	49
4.1 Δείγμα	50
4.2 Μέσα συλλογής δεδομένων	50
4.3 Περιγραφή έρευνας.....	51
4.4 Ανάλυση.....	55
Κεφάλαιο 5 - Αποτελέσματα	57
5.1 Αλλαγή των στάσεων των φοιτητών μετά την εφαρμογή της στρατηγικής κατασκευής προβλήματος «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;».	58
5.2 Σχέση πλήθους διαφορετικών τύπων προβλημάτων (ανοικτά, κλειστά και συνολικά) και των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά.....	59
5.3 Σχέση βαθμολογικής επίδοσης στο μάθημα των Μαθηματικών και των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά.	61
Κεφάλαιο 6 -Συζήτηση	64
6.1 Περιορισμοί - Μελλοντικές έρευνες.....	67
Κεφάλαιο 7 - Συμπεράσματα.....	69
Βιβλιογραφικές Αναφορές	71
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ.....	79
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α.....	79
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	84
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ.....	86

ΛΙΣΤΑ ΠΙΝΑΚΩΝ

<u>Πίνακας 1:</u>	Παράγοντες που επηρεάζουν τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά ανά κατηγορία	15
<u>Πίνακας 2:</u>	Στοιχεία από τα εγχειρίδια διδασκαλίας των Μαθηματικών του Δημοτικού (Παπαδοπούλου, 2019)	40
<u>Πίνακας 3.1:</u>	Στάδια στρατηγικής «What-if-not?»	53
<u>Πίνακας 5.1:</u>	Οι στάσεις των φοιτητών/τριών απέναντι στα Μαθηματικά, πριν την παρέμβαση.	64
<u>Πίνακας 5.2:</u>	Μέσοι όροι των τεσσάρων διαστάσεων του ATMI στο pretest	64
<u>Πίνακας 5.3:</u>	Έλεγχος Κανονικότητας Υποκλιμάκων ATMI	65
<u>Πίνακας 5.4:</u>	Στατιστικός Έλεγχος - Wilcoxon Signed Ranks Test	66
<u>Πίνακας 5.5:</u>	Συσχέτιση του Συνολικού αριθμού των κατασκευασμένων προβλημάτων, του Συνόλου των κλειστών προβλημάτων, του Συνόλου των Ανοιχτών προβλημάτων και των Μέσων Όρων των 4 διαστάσεων στο post-test	67
<u>Πίνακας 5.6:</u>	Συσχέτιση Βαθμού στο μάθημα «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» με τις διαστάσεις του ATMI (Pretest)	68
<u>Πίνακας 5.7:</u>	Συσχέτιση Βαθμού στο μάθημα «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» με τις διαστάσεις του ATMI (Posttest)	69
<u>Πίνακας 5.8:</u>	Συσχέτιση Βαθμού στο μάθημα ΣΤ' Εξαμήνου «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση» με διαστάσεις ATMI (Posttest)	70

ΛΙΣΤΑ ΕΙΚΟΝΩΝ

<u>Εικόνα 3:</u>	Σχηματική περιγραφή της στρατηγικής «What-if-not?»	53
<u>Εικόνα 4.1:</u>	Το 1ο Πρόβλημα που δόθηκε στους φοιτητές/τριες από το βιβλίο μαθητή της ΣΤ' Δημοτικού	59
<u>Εικόνα 4.2:</u>	Το 2ο Πρόβλημα που δόθηκε στους φοιτητές/τριες από το βιβλίο μαθητή της ΣΤ' Δημοτικού	59

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά:

- Τον επιβλέποντα καθηγητή μου τον κ. Κωνσταντίνο Τάτση για την άριστη συνεργασία που είχαμε, για τον σημαντικό χρόνο που μου αφιέρωσε, για την υπομονή και τη συνεχή υποστήριξή του, για τις επιστημονικές του υποδείξεις και τη γενικότερη καθοδήγηση στην εκπόνηση της παρούσας διπλωματικής εργασίας.
- Τον κ. Ανδρέα Μούτσιο - Ρέντζο, μέλος της συμβουλευτικής επιτροπής, για τις πολύτιμες συμβουλές του και τις καίριες παρεμβάσεις του όσον αφορά τη στατιστική ανάλυση.
- Τον κ. Δημήτριο Μαυρίδη που με τίμησε με τη συμμετοχή του στην τριμελή επιτροπή.

Ιδιαίτερα θα ήθελα να ευχαριστήσω το σύζυγό μου Χρήστο, τους γιους μου Κωνσταντίνο και Απόστολο καθώς και τους γονείς μου, για τη στήριξη, τη συμπαράσταση και την υπομονή τους όλο αυτό το χρονικό διάστημα της εκπόνησης της διπλωματικής μου εργασίας.

Τέλος, θέλω να ευχαριστήσω τους συναδέλφους καθώς και όσους μου πρόσφεραν τη βοήθειά τους όποτε τη χρειάστηκα.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα ποσοτική έρευνα έχει στόχο την αποτύπωση και διερεύνηση των στάσεων 78 φοιτητών/τριών του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων απέναντι στα Μαθηματικά πριν και μετά από μια παρέμβαση κατασκευής προβλήματος, με χρήση της στρατηγικής «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» (What-if-not?). Παράλληλα διερευνήθηκε η σχέση των στάσεων με τα κατασκευασμένα προβλήματα ανοιχτού - κλειστού τύπου και συνολικά, καθώς και με τη βαθμολογική επίδοση (σε εισαγωγικό μάθημα Μαθηματικών και στη «Διδακτική Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση» ΣΤ' εξαμήνου). Εργαλεία της έρευνας είναι το ερωτηματολόγιο ATMI (Attitudes Toward Mathematics Inventory) και τα δύο δοθέντα προβλήματα από το βιβλίο της ΣΤ' Δημοτικού. Τα αποτελέσματα των αναλύσεων της έρευνας έδειξαν ότι δεν υπήρξε διαφοροποίηση στις στάσεις των φοιτητών μετά την παρέμβαση (Wilcoxon Rank Test). Δεν αποτυπώθηκε συσχέτιση των στάσεων με τα κατασκευασμένα προβλήματα παρά μόνο με τα ανοιχτού τύπου προβλήματα και τις στάσεις του Κινήτρου και της Αυτοπεποίθησης. Η βαθμολογική επίδοση στο εισαγωγικό μάθημα συσχετίζεται (Kendall τ) με τις στάσεις της Ευχαρίστησης και της Αυτοπεποίθησης στο pretest και με τις στάσεις της Ευχαρίστησης, του Κινήτρου και της Αυτοπεποίθησης στο posttest, ενώ η τελική βαθμολογική επίδοση στο μάθημα στο οποίο διεξήχθη η έρευνα συσχετίζεται μόνο ως προς τη στάση του Κινήτρου (posttest).

Λέξεις κλειδιά: στάσεις, κατασκευή προβλήματος, «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;», ανοιχτά και κλειστά προβλήματα, βαθμολογική επίδοση

ABSTRACT

This quantitative research aims at capturing and investigating the attitudes of 78 university students - Department of Primary School Education of the University of Ioannina - towards Mathematics before and after a problem posing intervention, using the strategy “What-if-not?”. Parallely, the relationship between the attitudes and the posed problems of the open-closed type and the sum of them as well as the relationship between the attitudes and the grading performance (in an introductory course of Mathematics and in the “Teaching Mathematics - Practicum” of 6th semester) was investigated. The instruments used in the survey were the ATMI questionnaire (Attitudes Towards Mathematics Inventory) and two problems taken from the 6th grade textbook of Primary School. The results of the survey analyses showed that there was no differentiation in student attitudes after intervention (Wilcoxon Rank Test). No correlation with the attitudes and the posed problems was reflected except between the open-ended problems and the Motivation and Self-Confidence attitudes. The grading performance in the introductory course is related (Kendall τ) to the Enjoyment and Self-Confidence attitudes in the pretest and to the Enjoyment, Motivation and Self-Confidence attitudes in the posttest, while the final grading performance in the course in which the survey was conducted is only related to the Motivation attitude (posttest).

Keywords: attitudes, problem posing, What-if-not?, open-ended and closed problems, grade performance

Εισαγωγή

Οι σημερινοί φοιτητές/τριες των Παιδαγωγικών τμημάτων της χώρας είναι οι μελλοντικοί δάσκαλοι που θα καθορίσουν την ποιότητα της μαθηματικής εκπαίδευσης τις επόμενες δεκαετίες. Όπως φαίνεται από πολλές μελέτες, οι γνώσεις και οι δεξιότητες των εκπαιδευτικών είναι ζωτικής σημασίας για την ανάπτυξη βαθιάς και ισχυρής μαθηματικής γνώσης στις τρέχουσες και τις μελλοντικές γενιές μαθητών. Επιπλέον, σήμερα οι δάσκαλοι συχνά διδάσκουν με διαφορετικούς τρόπους από αυτούς με τους οποίους έμαθαν ως μαθητές. Έτσι, η εκπαίδευση των μελλοντικών δασκάλων είναι αναγκαίο να επικεντρωθεί στο να προετοιμάσει τους φοιτητές/τριες έτσι ώστε να είναι αποτελεσματικοί, με αυτοπεποίθηση και δημιουργικοί χρήστες νέων εκπαιδευτικών προσεγγίσεων.

Υπάρχει μια αυξανόμενη κατανόηση και αναγνώριση ότι εκτός από τους γνωστικούς παράγοντες, οι συναισθηματικοί παράγοντες διαδραματίζουν καθοριστικό ρόλο στη διδασκαλία και τη μάθηση μαθηματικών.

Οι στάσεις των μαθητών αναπτύσσονται για μεγάλο χρονικό διάστημα και έχουν ισχυρές επιπτώσεις στην αποτελεσματική ενασχόληση, στη συμμετοχή και στις επιδόσεις τους στα Μαθηματικά. Οι στάσεις δεν είναι έμφυτες αλλά προκύπτουν από εμπειρίες και μπορούν να αλλάξουν. Μια πρώιμη συμβολή στη μελέτη στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά ήταν από τον Neale (1969), ο οποίος υπογράμμισε ότι «η στάση παίζει καθοριστικό ρόλο στην εκμάθηση Μαθηματικών και η θετική στάση απέναντι στα μαθηματικά θεωρείται ότι παίζει σημαντικό ρόλο στο να αναγκάσει τους μαθητές να μάθουν Μαθηματικά» (σελ. 631). Επίσης, όρισε τη μαθηματική στάση ως «μια συμπάθεια ή αντιπάθεια των μαθηματικών, μια τάση να συμμετέχει ή να αποφεύγει τη μαθηματική δραστηριότητα, μια πεποίθηση ότι κάποιος είναι καλός ή κακός στα Μαθηματικά και μια πεποίθηση ότι τα Μαθηματικά είναι χρήσιμα ή άχρηστα» (σελ.632).

Πριν από αρκετές δεκαετίες οι Brown και Walter (1983) υποστήριξαν τον κεντρικό ρόλο της κατασκευής προβλήματος στη εκμάθηση των Μαθηματικών. Υποστήριξαν ότι η γνωριμία και η κατανόηση των μαθηματικών συνδέεται περίπλοκα με τη δημιουργία και την εξερεύνηση των ερωτήσεων. Η πραγματικότητα όμως των περισσότερων τάξεων είναι ότι τα μαθηματικά προβλήματα προέρχονται από βιβλία,

ενώ η δουλειά του δασκάλου είναι να τα αναθέσει στους μαθητές για να τα λύσουν. Τέτοιες πρακτικές στην τάξη των μαθηματικών είναι ανθεκτικές και δύσκολα αλλάζουν. Ωστόσο, η γενική συναίνεση από την ερευνητική βιβλιογραφία σχετικά με την αλλαγή της πρακτικής είναι ότι εάν οι εκπαιδευτικοί και οι υποψήφιοι δάσκαλοι πρόκειται να παρέχουν νέους και διαφορετικούς τύπους μαθησιακών εμπειριών στους μαθητές τους, είναι σημαντικό να έχουν τέτοιες εμπειρίες για τον εαυτό τους ως μαθητές σε μαθήματα μαθηματικών (Crespo & Sinclair, 2008).

Η έρευνα δείχνει, σύμφωνα με τους Akay και Boz (2010), ότι όταν οι μαθητές κατασκευάζουν προβλήματα τείνουν να είναι πιο παρακινημένοι και ενδιαφέρονται περισσότερο να αναζητήσουν απαντήσεις στα προβλήματά τους. Δεδομένου ότι υπάρχει μια ισχυρή θετική σχέση μεταξύ στάσης απέναντι στα μαθηματικά και της επιτυχίας των Μαθηματικών, η στάση απέναντι στα μαθηματικά γίνεται αποδεκτή ως ισχυρός καθοριστικός παράγοντας (ή μεσολαβητής) της επιτυχίας ή της αποτυχίας. Από αυτή την άποψη, είναι πολύ σημαντικό να βελτιώσουμε τη στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά. Παράλληλα, είναι αναγκαίο να διεξάγονται έρευνες που να καθορίζουν στρατηγικές διδασκαλίας που επηρεάζουν θετικά τις στάσεις των υποψήφιων δασκάλων απέναντι στα μαθηματικά.

Επομένως θα είναι ενδιαφέρον να δούμε αν η στρατηγική κατασκευής προβλήματος «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» (What-if-not?) προσανατολισμένη στη διδασκαλία των μαθηματικών έχει θετικά αποτελέσματα στη στάση των υποψήφιων δασκάλων απέναντι στα μαθηματικά και αυξάνουν την αυτοεκτίμησή τους.

Κεφάλαιο 1 - Στάσεις (Attitudes)

1.1 Γενικά

Έρευνες για τη μελέτη των «στάσεων» κάνουν την εμφάνισή τους στις αρχές περίπου του αιώνα και παραμένουν επίκαιρες μέχρι και σήμερα. Οι στάσεις αποτελούν μια κεντρική έννοια της κοινωνικής ψυχολογίας. Στην πραγματικότητα, οι πρώτοι συγγραφείς έχουν ορίσει την κοινωνική ψυχολογία ως επιστημονική μελέτη των στάσεων, ενώ σύμφωνα με τον Petty (2018), το 1935 ο Gordon Allport αναφέρει για την έννοια της στάσης ότι είναι η πιο ξεχωριστή και απαραίτητη έννοια στη σύγχρονη κοινωνική ψυχολογία. Από τότε πολλές έρευνες έχουν γίνει πάνω στο θέμα των στάσεων σε διάφορους τομείς, όπως Κοινωνικούς, Εκπαιδευτικούς, Ψυχολογικούς κτλ.

1.2 Ορισμός

Στις έρευνες που έλαβαν χώρα μέχρι σήμερα έγινε προσπάθεια να δοθεί ένας αντιπροσωπευτικός ορισμός για την έννοια αυτή. Η στάση είναι μια ψυχολογική τάση που εκφράζεται με την εκτίμηση μιας συγκεκριμένης οντότητας θετικά ή αρνητικά (Eagly & Chaiken, 1993). Πρόκειται για μια προδιάθεση ή μια τάση του ατόμου να ανταποκρίνεται θετικά ή αρνητικά σε μια συγκεκριμένη ιδέα, αντικείμενο, πρόσωπο ή κατάσταση ή αντικείμενο θέσης. Η στάση επηρεάζει την επιλογή δράσης ενός ατόμου και την ανταπόκριση στις προκλήσεις, τα κίνητρα και τις ανταμοιβές (Business Dictionary¹). Ο Στύλος (2014), αναφέρει τον ορισμό που διατύπωσε το 1935 ο Allport:

Στάση είναι μια νοητική και νευρική κατάσταση ετοιμότητας, οργανωμένη μέσω των εμπειριών, η οποία ασκεί κατευθυντήρια ή δυναμική επίδραση στις αποκρίσεις του ατόμου προς όλα τα αντικείμενα και τις καταστάσεις με τα οποία αυτή σχετίζεται δίνοντας έμφαση στις δύο διαστάσεις των στάσεων, στο γνωστικό στοιχείο και το αξιολογικό στοιχείο. (σελ. 33)

Μια δεκαετία αργότερα, οι Krech και Crutchfield (1948, σελ. 149-174), όρισαν τη στάση ως μια διαρκή οργάνωση κινήτρων, συναισθηματικών, αντιληπτικών και γνωστικών διαδικασιών με σεβασμό σε ορισμένες πτυχές του κόσμου του ατόμου. Επίσης σύμφωνα με τον Triandis (1971), «Μια στάση είναι μια ιδέα γεμάτη

¹ <http://www.businessdictionary.com/definition/attitude.html>

συναισθήματα που προδιαθέτει μια τάξη δράσεων σε μια συγκεκριμένη κατηγορία κοινωνικών καταστάσεων» (σελ. 2).

1.3 Μοντέλο ABC

Ο ορισμός της στάσης που πρότεινε ο Triandis, υποδηλώνει ότι η στάση έχει τρία συστατικά: α) ένα γνωστικό συστατικό (**cognition**, π.χ. πεποιθήσεις, αντιλήψεις και πληροφορίες σχετικά με το αντικείμενο - την ιδέα), β) ένα συναισθηματικό στοιχείο (**affect** - τα συναισθήματα), και γ) μια συνιστώσα συμπεριφοράς (**behavioral** π.χ. προθέσεις και πράξεις που απευθύνονται ή αφορούν στο αντικείμενο - δράση). Το παραπάνω είναι γνωστό και ως Μοντέλο ABC, στο οποίο κάθε γράμμα αντιπροσωπεύει και ένα συστατικό των στάσεων, όπως δείξαμε παραπάνω. Η γνωστική συνιστώσα της συμπεριφοράς είναι αυτό που το άτομο σκέφτεται ή πιστεύει για το αντικείμενο της στάσης. Ένα παράδειγμα είναι ότι ένα άτομο μπορεί να πιστεύει ότι ένα φίδι είναι ένα επικίνδυνο ερπετό. Η συναισθηματική πλευρά της στάσης είναι τα αισθήματα ή τα συναισθήματα του ατόμου που σχετίζονται με το αντικείμενο στάσης. Για παράδειγμα, η θέα ενός φιδιού μπορεί να προκαλέσει το αίσθημα του φόβου στο άτομο. Το συστατικό συμπεριφοράς είναι η τάση να αντιδρά με κάποιο τρόπο στο αντικείμενο της στάσης. Ένα παράδειγμα είναι ένα άτομο που επιλέγει να δραπετεύσει ή να φωνάζει όταν βλέπει ένα φίδι (Mensah et al., 2013). Από τα παραπάνω προκύπτει ότι οι γνωστικές, συναισθηματικές και συμπεριφορικές συνιστώσες της στάσης αλληλοσυνδέονται.

Οι προαναφερθέντες ορισμοί τονίζουν τη φύση των στάσεων και τη στενή σχέση τους με τη συμπεριφορά των ατόμων. Σύμφωνα με τους Mensah et al. (2013), θα μπορούσαμε να πούμε ότι η στάση είναι ένας ψυχολογικός προσανατολισμός που αναπτύσσεται ως αποτέλεσμα των εμπειριών κάποιου, που επηρεάζει τον τρόπο με τον οποίο ένα άτομο βλέπει καταστάσεις, αντικείμενα ή ανθρώπους και πώς ανταποκρίνεται κατάλληλα σε αυτά. Η απόκριση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική, ευνοϊκή ή δυσμενής, ουδέτερη ή αμφιλεγόμενη.

Έρευνες έχουν δείξει ότι η διαμόρφωση στάσεων είναι βιωματική. Οι άνθρωποι διαμορφώνουν στάσεις μέσω των εμπειριών τους στη ζωή. Η κοινωνική ψυχολογία εξηγεί πως οι στάσεις διαμορφώνονται χρησιμοποιώντας τρεις μεγάλες θεωρίες μάθησης, που είναι η κλασική εξαρτημένη μάθηση, η συντελεστική εξαρτημένη μάθηση και η παρατήρηση (Mensah et al., 2013).

Α) Κλασική εξαρτημένη μάθηση (Θεωρία Pavlov): προτάθηκε από τον Ivan Pavlov σύμφωνα με τον οποίο η συμπεριφορά ελέγχεται κατά ένα μεγάλο μέρος από ακούσιες αντιδράσεις σε εξωτερικά ερεθίσματα. Σύμφωνα με όσα αναφέρει η Κουνέλη (2016), χρησιμοποιώντας ως κεντρικό στοιχείο του προτύπου της μάθησης τα αντανάκλαστικά, τις βιολογικά έμφυτες και προκαθορισμένες αντιδράσεις του οργανισμού σε κάθε είδος ερεθίσματος, ο Pavlov ερεύνησε επίκτητα αντανάκλαστικά, που δημιουργούνται με αυτόματο τρόπο μέσω μιας μαθησιακής διαδικασίας. Σε αυτή τη μορφή μάθησης, τη φυσική αντανάκλαστική αντίδραση, προκαλείται ένα ερέθισμα που ονομάζεται φυσικό ή απόλυτο ή ανεξάρτητο ερέθισμα. Ένα άλλο ερέθισμα, το ουδέτερο ή εξαρτημένο ερέθισμα, είναι δυνατόν να προκαλέσει μετά τη σύνδεσή του με το φυσικό ερέθισμα, την ίδια αντίδραση με τη φυσική, που τώρα ονομάζεται εξαρτημένη αντίδραση.

Στη δεκαετία του 1890 κατά τη διάρκεια πειραμάτων για το πεπτικό σύστημα των σκύλων (έργο που του έδωσε το βραβείο Νόμπελ το 1904), αρχικά παρατήρησε ότι με την οσμή ή την παρουσία τροφής εκκρίνονταν σάλιο στη στοματική κοιλότητα του σκύλου. Πραγματοποίησε, λοιπόν, ένα πείραμα κατά το οποίο έδινε τροφή σε ένα σκύλο καθημερινά, αφού χτυπούσε ένα καμπανάκι. Η προσφορά, δηλαδή, τροφής συνοδευόταν από ένα συγκεκριμένο ήχο. Μετά από πολλές επαναλήψεις της ίδιας διαδικασίας, ο Pavlov παρατήρησε πως ο σκύλος, μόλις άκουγε το γνωστό ήχο, είχε έκκριση σάλιου. Η επιθυμητή αντίδραση σε ένα εξαρτημένο – και όχι φυσικό – ερέθισμα, όπως είναι η τροφή, είναι μια βασική μορφή μάθησης που συντελέστηκε επειδή ο σκύλος συσχέτισε συνειρμικά τον ήχο του κουδουνιού με την τροφή. Αν δεν υπήρχε κίνητρο (ικανοποίηση της πείνας), ο μηχανισμός αυτός ίσως να μη λειτουργούσε. Συνεπώς, εξαρτημένη μάθηση συντελείται με την ενίσχυση της επιθυμητής συμπεριφοράς (θετική ενίσχυση), είτε μέσω της αμοιβής, είτε με τιμωρία ή την απαλλαγή από τις δυσάρεστες επιπτώσεις μιας μη επιθυμητής συμπεριφοράς (αρνητική ενίσχυση) (Κουνέλη, 2016).

Σύμφωνα με όσα αναφέρει η Κουνέλη (2016), στηριζόμενη στον Κολιάδη (1991), οι όροι και οι αρχές της κλασικής εξαρτημένης μάθησης είναι: α) Το *εξαρτημένο ερέθισμα* να είναι *έντονο* και *ευδιάκριτο*. β) Να υπάρχει *χρονική συνάφεια* μεταξύ του εξαρτημένου με το ανεξάρτητο ερέθισμα γ) *Η αρχή της ενδυνάμωσης*: η νέα σύνδεση ενισχύεται με την επανάληψη της παρουσίασης των δύο ερεθισμάτων και μάλιστα πολλές φορές, και τέλος δ) *Η αρχή της απόσβεσης*: η μάθηση «χάνεται» και μια

συμπεριφορά παύει να συνδέεται με ένα εξαρτημένο ερέθισμα αν δε λάβουν χώρα επαναλήψεις ή αν το εξαρτημένο ερέθισμα είναι δυσάρεστο.

Το πείραμα με το σκυλί του Pavlov αποτελεί ένα από τα σημαντικότερα παραδείγματα ενίσχυσης επιθυμητής συμπεριφοράς με τη χρήση εξωτερικού ερεθίσματος. Στο πλαίσιο της διδασκαλίας και της εκμάθησης Μαθηματικών, οι μαθητές που εκτίθενται σε διάφορες μορφές ερεθισμάτων (όπως έννοιες, ασκήσεις και άλλα) πιστεύεται ότι τελικά αναπτύσσουν στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά (Ayob & Yasin, 2017).

Β) Η συντελεστική ή ενεργητική μάθηση του Skinner: Σύμφωνα με όσα αναφέρει η Κουνέλη (2016), η θεωρία της συντελεστικής ή ενεργητικής μάθησης του Skinner διαμορφώθηκε μέσω των πειραμάτων του με ζώα σε κουτί. Σε αυτό το κουτί υπήρχε ένας μοχλός που όταν πιεζόταν απελευθέρωνε μια ποσότητα τροφής. Βάζοντας ο Skinner ένα πεινασμένο ποντίκι μέσα στο κουτί παρατήρησε ότι στην αρχή το ζώο έκανε άσκοπες κινήσεις, αλλά κάποια στιγμή ακουμπούσε κατά τύχη το μοχλό και άρχιζε να τρώει. Δηλαδή, η τυχαία ενέργεια του ζώου είχε ως αποτέλεσμα την ανταμοιβή της συμπεριφοράς του. Επαναλαμβάνοντας για αρκετές μέρες το ίδιο πείραμα, το πειραματόζωο άρχισε να μαθαίνει ότι η πίεση του μοχλού συνδέεται με την προσφορά τροφής. Το ερέθισμα, δηλαδή, είχε συγκεκριμένη αντίδραση. Κατά συνέπεια, η ανάγκη για τροφή έκανε το πειραματόζωο να μάθει να εκδηλώνει μια συμπεριφορά που δε γνώριζε προηγουμένως. Βέβαια, καθοριστικό ρόλο στη μάθηση αυτής της συμπεριφοράς είχε η θετική ενίσχυση που δινόταν στο ζώο με τη μορφή τροφής.

Ο B.F. Skinner διεξήγαγε επίσης ένα πείραμα που εξηγεί την αρνητική ενίσχυση. Ο Skinner τοποθέτησε έναν αρουραίο σε ένα θάλαμο με παρόμοιο τρόπο, αλλά αντί να το κρατήσει πεινασμένο, εφάρμοζε στο θάλαμο ηλεκτρικό ρεύμα. Ο αρουραίος που έζησε την ταλαιπωρία (ηλεκτροσόκ) άρχισε να κινείται απεγνωσμένα γύρω από το κουτί και κατά λάθος χτύπησε το μοχλό. Πιέζοντας το μοχλό, σταμάτησε αμέσως η ροή του ρεύματος. Μετά από λίγες φορές, ο αρουραίος είχε εξοργιστεί αρκετά για να πάει κατευθείαν στο μοχλό, για να αποφύγει την ταλαιπωρία².

Ανάλογα με τις συνέπειες που έχει η συμπεριφορά εντοπίζονται οι εξής μορφές συντελεστικής μάθησης (Κουνέλη, 2016):

²<https://www.psychestudy.com/behavioral/learning-memory/operant-conditioning/skinner>

- Η θετική ενίσχυση, που είναι η παρουσία ενός ερεθίσματος που αυξάνει τη συχνότητα της απάντησης την οποία ακολουθεί (Ο Skinner ανταμείβει τους αρουραίους του με τροφή).
- Η αρνητική ενίσχυση, που είναι ο τερματισμός, η διακοπή ενός ερεθίσματος που και πάλι οδηγεί στην αύξηση της συχνότητας της απάντησης που αφαίρεσε το αρνητικό αυτό ερέθισμα (Οι αρουραίοι του Skinner έμαθαν να πατούν το μοχλό για να απενεργοποιήσουν το ηλεκτρικό ρεύμα στο κλουβί).
- Η άμεση τιμωρία, που έχει σχέση με την παρουσία ενός αρνητικού ερεθίσματος μετά τη συμπεριφορά που θέλουμε να ελαττώσουμε. Έτσι η εφαρμογή του αποστροφικού ερεθίσματος μειώνει την πιθανότητα επανάληψης της ανεπιθύμητης απάντησης (Επιβάλλοντας ένα αποτρεπτικό ή οδυνηρό ερέθισμα, π.χ., στους αρουραίους του Skinner εφαρμόστηκαν ηλεκτροσόκ).
- Η έμμεση τιμωρία που είναι η απομάκρυνση ενός ευχάριστου ερεθίσματος μετά την εμφάνιση της συμπεριφοράς.
- Η απόσβεση, η οποία γίνεται όταν μια συμπεριφορά δεν έχει ούτε ευχάριστες ούτε δυσάρεστες συνέπειες με αποτέλεσμα τη διακοπή της συμπεριφοράς αυτής.

Η μάθηση αυτή βασίζεται στην πεποίθηση ότι ένα άτομο έχει την τάση να επαναλαμβάνει συμπεριφορές που παράγουν θετικά αποτελέσματα και δεν επαναλαμβάνει συμπεριφορές που προκαλούν αρνητικά αποτελέσματα (Mensah et al., 2013). Για παράδειγμα, όταν οι μαθητές ανταμείβονται μετά την ολοκλήρωση των εργασιών των Μαθηματικών, θα θεωρούν τέτοιες εργασίες ως διασκέδαση, και έτσι θα τους παρακινούν να κάνουν περισσότερες παρόμοιες εργασίες. Αντίθετα, όταν οι μαθητές τιμωρούνται επειδή δεν ολοκληρώνουν μαθηματικές εργασίες, μπορεί να συσχετίσουν τέτοιες εργασίες με δυσάρεστα συναισθήματα, και ως εκ τούτου να τους παρακινήσουν να αποφεύγουν να ασχολούνται με τέτοιες εργασίες (Ayob & Yasin, 2017).

Γ) Τέλος, σύμφωνα με τους Mensah et al. (2013), οι στάσεις των ανθρώπων διαμορφώνονται μέσω της παρατήρησης των ανθρώπων γύρω τους, ειδικά αν είναι άνθρωποι που θαυμάζουν, σέβονται ή έχουν σε μεγάλη εκτίμηση. Επομένως, τα παιδιά παρακολουθούν κατά κανόνα τη στάση των γονέων και των

εκπαιδευτικών και μαθαίνουν πολλά από αυτούς. Η Θεωρία της Παρατηρησιακής Μάθησης, που προτάθηκε από τον Albert Bandura, υποδηλώνει ότι οι συμπεριφορές αποκτώνται παρακολουθώντας έναν άλλο ή το μοντέλο που εκτελεί τη συμπεριφορά. Το μοντέλο εμφανίζει τη συμπεριφορά και ο μαθητής παρατηρεί και προσπαθεί να το μιμηθεί. Οι εκπαιδευτικοί είναι πάντοτε μοντέλα ρόλων, των οποίων οι συμπεριφορές αντιγράφονται εύκολα από τους μαθητές (Mensah et al., 2013).

1.4 Στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά (Attitudes Toward Mathematics)

Η διδασκαλία και η εκμάθηση των Μαθηματικών είναι πολύπλοκες διαδικασίες και υπάρχουν πολλά προβλήματα στη μαθηματική εκπαίδευση στα σχολεία. Η ενασχόληση των μαθητών με τα Μαθηματικά συνδέεται με το κίνητρο των μαθητών να μάθουν Μαθηματικά, την εμπιστοσύνη τους στην ικανότητά τους να πετύχουν στα Μαθηματικά και τα συναισθήματά τους σχετικά με τα Μαθηματικά (Moenikia & Zahed-Babelan, 2010). Η συμμετοχή τους στα Μαθηματικά παίζει σημαντικό ρόλο στην απόκτηση δεξιοτήτων και γνώσεων Μαθηματικών. Οι μαθητές που συμμετέχουν στη μαθησιακή διαδικασία θα τείνουν να μάθουν περισσότερα και να είναι πιο δεκτικοί στην περαιτέρω μάθηση. Η συμμετοχή τους στα Μαθηματικά επηρεάζει επίσης την επιλογή μαθημάτων, τις εκπαιδευτικές οδούς και τις μεταγενέστερες επιλογές σταδιοδρομίας (Stigler & Hiebert, 2004).

Ο Karjanto (2017), διερευνά τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά φοιτητών που εγγράφηκαν στο προπαρασκευαστικό ετήσιο πρόγραμμα του Πανεπιστημίου Nazarbayev. Η μελέτη διεξήχθη ποσοτικά και σε αυτήν την έρευνα χρησιμοποιήθηκε το ερωτηματολόγιο των Tapia και Marsh II, που αποτελείται από 40 δηλώσεις βαθμολογημένες με βάση την κλίμακα Likert πέντε σημείων. Συλλέγονται δηλαδή το φύλο, η εξειδίκευση (Μαθηματικά - Φυσική (MP), Βιολογία - Χημεία (BC)) και η τελική βαθμολογία στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση, στα Μαθηματικά. Ο συνολικός αριθμός των έγκυρων ερωτηματολογίων ήταν 108. Ο ερευνητής συμπεραίνει, ότι γενικά οι φοιτητές έχουν θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά, και επιβεβαιώνεται η υπόθεση για μια θετική συσχέτιση μεταξύ των προηγούμενων υψηλών επιτευγμάτων στα Μαθηματικά και τη θετική στάση απέναντι σε αυτά.

Η στάση των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά επηρεάζει το πόσο καλές επιδόσεις σημειώνουν ή πόσο συχνά ασχολούνται με αυτά και πόση ευχαρίστηση αποκομίζουν από αυτή τη διαδικασία. Πολλοί μαθητές που επιλέγουν μαθήματα Μαθηματικών στο πανεπιστήμιο έχουν αρνητική στάση απέναντι στα Μαθηματικά που μπορεί να περιγραφεί ως «μαθηματικό άγχος» ή «αποφυγή των Μαθηματικών». Αλλά αυτή η δυσκολία δεν σχετίζεται με την ικανότητα αλλά μάλλον σχετίζεται με τις στάσεις σε σχέση με τα Μαθηματικά (Yenilmez, Girginer & Uzun, 2007)

Πολλές έρευνες έχουν γίνει σχετικά με τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά, ενώ αρκετοί συγγραφείς (π.χ. Di Martino & Zan, 2001· Ruffell, Mason, & Allen, 1998) επεσήμαναν ότι η στάση είναι μια ασαφής δομή και ότι δε θα πρέπει κανείς να αναζητά «ποιος είναι ο σωστός ορισμός» αλλά «ποιος είναι ο κατάλληλος για ένα συγκεκριμένο ερευνητικό πρόβλημα».

Ο Neale (1969, σελ. 632), ωστόσο, ορίζει τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά ως ένα συνολικό μέτρο της συμπάθειας ή της αντιπάθειας προς τα Μαθηματικά, της τάσης να εμπλέκεται κανείς ή να αποφεύγει τις μαθηματικές δραστηριότητες, της πεποίθησης ότι κάποιος είναι καλός ή κακός στα Μαθηματικά και της πεποίθησης ότι τα Μαθηματικά είναι χρήσιμα ή άχρηστα.

Οι Di Martino και Zan (2010) διακρίνουν τρεις βασικές προσεγγίσεις για τον ορισμό της στάσης απέναντι στα Μαθηματικά:

1. Ο «απλός» ορισμός της στάσης την περιγράφει ως τον θετικό ή αρνητικό βαθμό επίδρασης που σχετίζεται με ένα συγκεκριμένο θέμα. Σύμφωνα με αυτή την άποψη, η στάση απέναντι στα Μαθηματικά είναι απλά μια θετική ή αρνητική συναισθηματική διάθεση απέναντι στα Μαθηματικά (McLeod, 1992)
2. Ένας πολυδιάστατος ορισμός αναγνωρίζει τρία συστατικά στην στάση: μια συναισθηματική απόκριση, τις πεποιθήσεις σχετικά με το θέμα, τη συμπεριφορά προς το θέμα. Από αυτή την άποψη, η στάση ενός ατόμου απέναντι στα Μαθηματικά ορίζεται με πιο σύνθετο τρόπο από τα συναισθήματα που το συνδέουν με τα Μαθηματικά (τα οποία όμως έχουν θετική ή αρνητική αξία), από τις πεποιθήσεις που έχει το άτομο όσον αφορά τα Μαθηματικά, και με τον τρόπο που συμπεριφέρεται (Hart, 1989), ενώ οι De Bellis και Goldin (1999), προτείνουν τις αξίες ως ένα τέταρτο συστατικό.

3. Ένας δισδιάστατος ορισμός στον οποίο, σε σχέση με τον προηγούμενο, οι συμπεριφορές δεν εμφανίζονται ρητά (Daskalogianni & Simpson, 2000)

1.5 Παράγοντες που συντελούν στη διαμόρφωση των στάσεων για τα Μαθηματικά

Οι Ayob και Yasin (2017) αναφέρουν ότι τις τελευταίες τέσσερις δεκαετίες οι μελέτες έδειξαν πως οι στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά έχουν επηρεαστεί από διάφορους παράγοντες οι οποίοι μπορούν να χωριστούν σε πέντε κατηγορίες, που αφορούν στο ίδιο το άτομο, τον δάσκαλο, τους τρόπους διδασκαλίας και μάθησης, τους γονείς και συμμαθητές (Aiken, 1970· Behr, 1973· Hannula, 2002· Lawsha & Hussain, 2011· Ma & Kishor, 1997· Marchis, 2011· Mistima et al., 2010· Wang & Goldschmidt, 1999· Yaratani & Kasapo, 2012, όπως αναφέρονται στο Ayob & Yasin, 2017) (Πίνακας 1)

Πίνακας 1: Παράγοντες που επηρεάζουν τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά ανά κατηγορία

Το ίδιο το άτομο	Άγχος για τα Μαθηματικά Αυτοεκτίμηση Αυτοπροσδιορισμός Εξωγενές κίνητρο Η γνώμη του μαθητή σχετικά με τα Μαθηματικά Επίπεδο ικανότητας Συμμετοχή σπουδαστών
Δάσκαλος	Γνώση περιεχομένου του δασκάλου Η προσωπικότητα του δασκάλου Η πίστη/γνώμη του δασκάλου στα/για τα Μαθηματικά Η στάση του δασκάλου απέναντι στα Μαθηματικά
Διδασκαλία και μάθηση ³	Διδασκαλία υλικού Έμφαση στο περιεχόμενο Προσανατολισμός εργασιών Δραστηριότητες που βασίζονται στην καθημερινή κατάσταση ζωής Μέθοδος διδασκαλίας Διαχείριση σχολικής τάξης

³Παράγοντες που σχετίζονται με την ευκαιρία να μάθουν

	Οργάνωση στην τάξη Περιβάλλον εκμάθησης
Γονείς	Κοινωνικοοικονομική κατάσταση Το εκπαιδευτικό υπόβαθρο των γονέων Οι εργασίες των γονέων Οι προσδοκίες των γονέων Τα κίνητρα των γονέων Οι στάσεις των γονέων απέναντι στα Μαθηματικά
Συμμαθητές	Οι στάσεις των συμμαθητών απέναντι στα Μαθηματικά

Πηγές: (Aiken 1970· Cheung 1988· Hamed et al. 2008· Lawsha & Hussain 2011· OECD 2012a· Siti Mistima dan Zakaria 2010· Yilmaz et al. 2010, όπως αναφέρονται στο Ayob & Yasin, 2017)

1.6 Εργαλεία μέτρησης των Στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά

Σύμφωνα με τους Majeed et al. (2013), πολλά εργαλεία είναι διαθέσιμα για να μετρηθούν οι στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά όπως:

1.6.1 Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales (FSMAS)

Σύμφωνα με τον Chamberlin (2010), η κλίμακα μέτρησης στάσεων για τα Μαθηματικά - Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales (FSMAS) (Fennema & Sherman, 1976) - είναι η πιο δημοφιλής και ευρέως χρησιμοποιούμενη στην έρευνα. Αποτελείται από εννέα ξεχωριστές αλλά περίπλοκες κλίμακες. Τέσσερις κλίμακες χρησιμοποιήθηκαν στη μέτρηση των επιδράσεων στους μαθητές και οι άλλες πέντε κλίμακες επικεντρώθηκαν σε θέματα όπως το φύλο, η αντίληψη των μαθητών για το ενδιαφέρον της μητέρας για τα Μαθηματικά, η αντίληψη του μαθητή για το ενδιαφέρον του πατέρα για τα Μαθηματικά, η αντίληψη των μαθητών σχετικά με τη στάση των εκπαιδευτικών απέναντι στα Μαθηματικά και η χρησιμότητα των Μαθηματικών.

Αυτό το εργαλείο επιτυγχάνει δύο στόχους ταυτόχρονα. Πρώτον, αποτελεί το πρώτο εργαλείο για την αξιολόγηση έως και τεσσάρων συνιστωσών των επιδράσεων και, δεύτερον, βοήθησε στον τομέα των θεμάτων φύλου που αναδύθηκαν στον τομέα των Μαθηματικών. Οι τέσσερις συναισθηματικές κλίμακες για τους μαθητές είναι: η στάση, η αυτοεκτίμηση, το άγχος και η αξία των Μαθηματικών.

1.6.2 Mathematics Attitudes Scales -MAS

Επίσης η κλίμακα μέτρησης Μαθηματικών στάσεων (Mathematics Attitudes Scales - MAS) του Aiken έχει σημαντική αναγνώριση στην έρευνα της μαθηματικής εκπαίδευσης (Aiken, 1974). Στην κλίμακα Aiken, τα προς μέτρηση στοιχεία των στάσεων είναι η απόλαυση και η αξία των Μαθηματικών.

1.6.3 TIMSS 2011

Το TIMSS 2011 είχε τρεις κλίμακες στάσεων που σχετίζονται με τα τρία κίνητρα: εξορισμού αξία (Students Like Learning Mathematics scale), αξία χρησιμότητας (Students Value Mathematics scale) και πεποιθήσεις ικανότητας (Student Confidence with Mathematics scale) (Mullis, Martin, Foy & Arora, 2012).

1.6.4 Attitudes Toward Mathematics Inventory - ATMI

Η καταγραφή των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά (Attitudes Toward Mathematics Inventory - ATMI) (Tapia & Marsh, 2004) είναι ένα από τα τελευταία εργαλεία (Chamberlin, 2010).

Ο Majeed et al. (2013), αναφέρει πως το αρχικό ATMI περιελάμβανε 49 στοιχεία που μετρούσαν έξι τομείς: άγχος, ευχαρίστηση, αξία, κίνητρο, εμπιστοσύνη και προσδοκίες γονέων / εκπαιδευτικών. Για τη βαθμολόγηση χρησιμοποιήθηκε κλίμακα Likert πέντε βαθμών, με επιλογές απόκρισης που κυμαίνονται από «διαφωνώ απόλυτα» έως «συμφωνώ απόλυτα». Διεξάγοντας διερευνητική παραγοντική ανάλυση, με χρήση δεδομένων από δείγμα 544 φοιτητών που διδάσκονταν Μαθηματικά σε ιδιωτικό σχολείο στην πόλη του Μεξικού, η Tapia (1996) συνένωσε τις υποκλίμακες εμπιστοσύνης και άγχους σε μια μόνο κλίμακα. Επίσης αφαιρέθηκε η υποκλίμακα προσδοκιών γονέα / εκπαιδευτικού λόγω εξαιρετικά χαμηλής συσχέτισης (Tapia, 1996· Tapia & Marsh, 2004). Η τελική κλίμακα περιλαμβάνει τέσσερις υποκλίμακες και 40 στοιχεία. Οι υποκλίμακες είναι: αυτοπεποίθηση, αξία, απόλαυση και κίνητρο. Συμπεριλαμβάνονται θετικά και αρνητικά στοιχεία. Η εγκυρότητα και η αξιοπιστία έχουν καθοριστεί τόσο για φοιτητές (Tapia & Marsh, 2002) όσο και για μαθητές λυκείου (Tapia & Marsh, 2004). Μια επιβεβαιωτική παραγοντική ανάλυση (CFA) που διεξήχθη από τους Tapia και Marsh (2002) επιβεβαίωσε τη δομή των τεσσάρων παραγόντων χρησιμοποιώντας δεδομένα από 134 φοιτητές κολεγίου στις

ΗΠΑ. Η αξιοπιστία Cronbach's alpha είναι υψηλή για ολόκληρη την κλίμακα, από 0,95 έως 0,97, Αυτοπεποίθηση (0,95), Αξία (0,89), Απόλαυση (0,89) και Κίνητρο (0,88) (Tapia & Marsh, 2004).

Μια πιο σύντομη εκδοχή της κλίμακας ATMI, με συνολικά 15 στοιχεία, αναπτύχθηκε από τους Lim και Chapman (2013).

Στην παρούσα μελέτη, οι στάσεις μετρήθηκαν με τη χρήση εργαλείου καταγραφής των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά (ATMI) των Tapia και Marsh (2004). Οι τέσσερις συναισθηματικές μεταβλητές που μελετήθηκαν ορίζονται από τους Tapia και Marsh (2004) ως: αυτοπεποίθηση, ευχαρίστηση, κίνητρο και αξία για τα Μαθηματικά.

1.6.4.1 Αυτοπεποίθηση στην εκμάθηση των Μαθηματικών

Η αυτοπεποίθηση στην εκμάθηση των Μαθηματικών ή ο βαθμός στον οποίο ένα άτομο αισθάνεται βέβαιο ότι είναι ικανό να τα καταφέρει στα Μαθηματικά, εμφανίζεται σταθερά ως μια σημαντική διάσταση των στάσεων προς τα Μαθηματικά (Tapia & Marsh, 2004). Η αυτοπεποίθηση στα Μαθηματικά αναφέρεται στην ικανότητα να τα καταφέρνει κάποιος στα Μαθηματικά ή να μαθαίνει εύκολα μαθηματικές έννοιες (Cretchley, 2008). Οι Symonds et al. (2010) αναφέρουν ότι ένα άτομο που έχει αυτοπεποίθηση στα Μαθηματικά συχνά έχει καλύτερη απόδοση από εκείνο που στερείται αυτοπεποίθησης. Επιπλέον, έχει αποδειχθεί ότι οι μαθητές που είναι σίγουροι για την ικανότητά τους να μαθαίνουν εύκολα τα Μαθηματικά είναι πιο πιθανό να επιλέξουν τα Μαθηματικά όταν αυτά γίνουν προαιρετικά (Reyes, 1984). Γενικά, οι μαθητές που είναι σίγουροι για την ικανότητά τους στα Μαθηματικά είναι πιο άνετοι όταν αντιμετωπίζουν μαθηματικές καταστάσεις: η ανάπτυξη λοιπόν της αυτοπεποίθησης είναι από μόνη της σημαντική.

1.6.4.2 Ευχαρίστηση από την ενασχόληση με τα Μαθηματικά

Είναι στην ανθρώπινη φύση, οι άνθρωποι να περνούν περισσότερο χρόνο κάνοντας τα πράγματα που απολαμβάνουν. Η απόλαυση ορίζεται ως ένα ευχάριστο συναίσθημα ενεργοποίησης. Η θετική ενεργοποίηση των συναισθημάτων θεωρείται ότι επηρεάζει την επίτευξη θετικά μέσω αυξημένων κινήτρων και βελτιωμένων στρατηγικών ευέλικτης μάθησης (Pekrun, Goetz, Titz & Perry, 2002). Ως εκ τούτου, οι συγγραφείς υποθέτουν έναν αμοιβαίο βρόχο ανατροφοδότησης όπου «... τα

συναισθήματα επηρεάζουν τα επιτεύγματα των μαθητών, αλλά η ανατροφοδότηση των επιτευγμάτων και των συναφών εμπειριών επιτυχίας και αποτυχίας μπορεί με τη σειρά τους να επηρεάσει τα συναισθήματα των μαθητών ...» (σελ. 102).

Πολλοί εκπαιδευτές χρησιμοποιούν την έννοια της «ευχαρίστησης της μάθησης», συνώνυμη με πολλές έννοιες όπως «διασκέδαση, ικανοποίηση, παιχνίδι» (Al-Shara, 2015). Ωστόσο, σύμφωνα με τον Hartley (2006), τα παιδιά μαθαίνουν καλύτερα όταν είναι ενθουσιασμένα και τους κινείται το ενδιαφέρον - αλλά αυτό που τους ενθουσιάζει και τους εμπλέκει περισσότερο είναι πραγματικά η εξαιρετική διδασκαλία, η οποία τους προκαλεί και τους δείχνει τι μπορούν να κάνουν. Όταν υπάρχει ευχαρίστηση σε αυτό που κάνουν, μαθαίνουν να αγαπούν τη μάθηση. Σύμφωνα με τον Schukajlow (2015), οι μαθητές που απολαμβάνουν την επίλυση των Μαθηματικών προβλημάτων παρουσιάζουν μεγαλύτερο ενδιαφέρον από τους μαθητές που δεν απολαμβάνουν την διαδικασία των εργασιών. Δεδομένου ότι η αυτοπεποίθηση των μαθητών έχει προηγουμένως αποδειχθεί ότι αποτελεί σημαντικό παράγοντα για την ευχαρίστηση των μαθητών (Goetz et al., 2008), η ενδυνάμωση της αυτοπεποίθησής τους μπορεί να επηρεάσει την απόλαυσή τους και επηρεάζοντας την απόλαυσή τους, μπορεί επίσης να επηρεαστεί θετικά το ενδιαφέρον των μαθητών (Schukajlow, 2015). Η χρήση αυθεντικών μαθηματικών εργασιών, η συνεργασία κατά τη διάρκεια της μαθησιακής διαδικασίας καθώς και η ευχαρίστηση και ο ενθουσιασμός των εκπαιδευτικών αποτελούν πολύτιμους παράγοντες που επηρεάζουν την ευχαρίστηση των μαθητών (Pekrun, 2006)

Ο Maxwell (2001) αναφέρει ότι η ευχαρίστηση είναι ένα συναίσθημα και ότι, σύμφωνα με το λεξικό, το συναίσθημα προκαλείται από κάποιο ερέθισμα, είναι ένα ενστικτώδες ή διαισθητικό συναίσθημα που διακρίνεται από τη συλλογιστική ή τη γνώση. Επίσης, συνδέει άμεσα την ευχαρίστηση που νιώθουν οι μαθητές για τα Μαθηματικά, με τις δραστηριότητες που χρησιμοποιεί ο δάσκαλος στην τάξη. Αυτές οι δραστηριότητες πρέπει να παρακινήσουν τους μαθητές και να «*κάνουν τα Μαθηματικά χρήσιμα*».

1.6.4.3 Τα κίνητρα

Σύμφωνα με τους Pantziara και Philippou(2015), ο όρος κίνητρο (motive) προέρχεται από το ρήμα κινώ (move, κινώ-κίνηση) και αναφέρεται στο βαθμό κινητοποίησης

ενός ατόμου καθώς και στα αίτια που την προκαλούν. Υπάρχουν διάφορες θεωρίες κινήτρων που εξετάζουν τα αίτια που ωθούν τα άτομα να εμπλακούν σε ένα έργο καθώς επίσης και το είδος των δραστηριοτήτων που ενεργοποιούν τα συγκεκριμένα αίτια (Pintrich, 2003). Η Lin (2012), περιγράφει τα κίνητρα ως εγγενείς επιθυμίες που υπάρχουν ήδη στο άτομο ή που αντανakλώνται στο άτομο, ενώ παράλληλα αποκτούν νέες πληροφορίες και μάθηση. Σύμφωνα με τους Baumeister και Vohs (2007), είναι η κατάσταση όπου το άτομο εμφανίζει οικειοθελώς διάφορες συμπεριφορές για να επιτύχει ένα συγκεκριμένο στόχο, ενώ σύμφωνα με τον Waterman (2005), είναι μια δύναμη που αντιπροσωπεύει τους εσωτερικούς παράγοντες που πυροδοτούν τις κινήσεις που θα πρέπει να εκτελούνται για να ικανοποιήσουν μια ανάγκη, και τους εξωτερικούς παράγοντες που ενθαρρύνουν αυτή τη συμπεριφορά. Ο Özen (2017) αναφέρει, ότι υπάρχουν τρεις σημαντικοί παράγοντες στην έννοια του κινήτρου. (i) Η ενεργοποίηση της συμπεριφοράς του ατόμου που απαιτείται για ένα συγκεκριμένο στόχο. (ii) Καθοδήγηση αυτής της συμπεριφοράς και (iii) η εσωτερική κατάσταση που ξεκινά και καθοδηγεί αυτή τη συμπεριφορά.

Σύμφωνα με τον Pintrich (2003), πέντε κοινωνικογνωστικές θεωρίες ερευνούν τα κίνητρα των μαθητών. Οι πέντε αυτές θεωρίες, στην προσπάθεια να διερευνήσουν το ερώτημα «*τι είναι εκείνο που παρακινεί το μαθητή στην τάξη*», αναφέρονται σε ανάγκες που έχουν οι μαθητές, όπως είναι:

- η ανάγκη της επιτυχίας,
- η ανάγκη της αυτονομίας,
- η ανάγκη τους να ανήκουν σε ομάδα,
- ο φόβος της αποτυχίας και
- η ανάγκη για αίσθηση επάρκειας (Pintrich, 2003).

Οι Op't Eynde et al. (2006) υποστηρίζουν ότι το πόσο οι μαθητές κατανοούν τα Μαθηματικά και η συμπεριφορά που επιδεικνύουν στην τάξη είναι συνάρτηση των ατομικών τους χαρακτηριστικών καθώς και του περιβάλλοντος της τάξης. Το σύστημα συναισθημάτων του μαθητή λειτουργώντας σε αυτό το περιβάλλον, της τάξης, αλλά και στο ευρύτερο κοινωνικό περιβάλλον, αλληλεπιδρά συνεχώς με τα κίνητρα και τους γνωστικούς του μηχανισμούς.

Ενώ ο Hannula (2006), προκειμένου να εξηγήσει γιατί κάποιοι μαθητές καταβάλλουν μεγαλύτερη προσπάθεια σε μια δραστηριότητα παρά σε κάποια άλλη και το πώς μπορούμε να αναπτύξουμε μια επιθυμητή στάση των μαθητών για τα Μαθηματικά, αναφέρεται σε διάφορες πηγές κινήτρων, όπως τη γνώση (η σημασία ενός έργου), τα συναισθήματα (ο φόβος της αποτυχίας) και τη συμπεριφορά των μαθητών (επιμονή για την επίλυση προβλημάτων). Αναφέρει ότι υπάρχει στενή σχέση μεταξύ των συναισθημάτων, π.χ. της χαράς ή του φόβου των μαθητών για τα Μαθηματικά, των πεποιθήσεων που οικοδομούν τα συναισθήματα αυτά, π.χ. το επίπεδο αυτοπεποίθησης των μαθητών για το μάθημα, που με τη σειρά της καθορίζει ανάλογα και τα κίνητρα των μαθητών για το μάθημα, π.χ. σκοποί μάθησης ή σκοποί επίδοσης προς αποφυγή συνεπειών. Όλα τα πιο πάνω συνυπάρχουν σε ένα πλαίσιο αλληλεπίδρασης των μαθητών με τον εκπαιδευτικό και τους συμμαθητές τους καθώς και το κοινωνικό περιβάλλον στο οποίο ζουν οι μαθητές (Hannula, 2006).

Στην έρευνα των Christidamayani και Kristanto (2020), συμμετείχαν 44 μαθητές της όγδοης τάξης του Γυμνασίου Αγίου Βικεντίου στη Γιογκιακάρτα, πόλη της Ιάβας στην Ινδονησία. Στον πειραματικό σχεδιασμό τους χρησιμοποίησαν μια πειραματική ομάδα με 20 μαθητές, στην οποία εφαρμόστηκε το μαθησιακό μοντέλο της κατασκευής προβλήματος, και 24 μαθητές στην ομάδα ελέγχου, στην οποία πραγματοποιήθηκε διδασκαλία χωρίς τη χρήση του μοντέλου μάθησης. Πραγματοποιήθηκαν τρία μαθήματα Μαθηματικών στο θέμα του κύβου και του κυβοειδούς.

Χρησιμοποιήθηκε ένα τεστ μαθησιακών επιτευγμάτων (pre-posttest), το οποίο αποτελούνταν από πέντε στοιχεία στα επίπεδα γνώσης, κατανόησης και εφαρμογής και ένα ερωτηματολόγιο μαθησιακών κινήτρων (pre - post), τα οποία δόθηκαν και στις δύο ομάδες. Το ερωτηματολόγιο διερευνά πέντε πτυχές, δηλαδή το ενδιαφέρον των μαθητών, τον ενθουσιασμό, την επιμέλεια στην αναθεώρηση του υλικού, την ταυτότητα, καθώς και τη συνεργασία και τον αυτοέλεγχο. Η μελέτη διαπίστωσε ότι το μοντέλο μάθησης κατασκευής προβλήματος έχει ασήμαντη επίδραση στο μαθησιακό επίτευγμα των μαθητών, αλλά έχει θετική και σημαντική επίδραση στο μαθησιακό κίνητρο. Περαιτέρω ανάλυση έδειξε ότι το μοντέλο μάθησης έχει σημαντική και θετική επίδραση σε κάθε πτυχή του μαθησιακού κινήτρου των μαθητών, δηλαδή τα ενδιαφέροντα των μαθητών, τον ενθουσιασμό, την επιμέλεια, τη συνεργασία και τον αυτοέλεγχο.

1.6.4.4 Η αξία των Μαθηματικών

«Πότε θα χρησιμοποιήσουμε αυτά τα Μαθηματικά;» (ή το ισοδύναμο του) πρέπει να είναι μια από τις πιο κοινές ερωτήσεις των μαθητών σε όλο τον κόσμο, οι οποίοι φαίνονται να δίνουν αξία στην εφαρμογή ή / και στη συνάφεια των όσων μαθαίνουν στα Μαθηματικά. Οι αξίες που σχετίζονται με την εκπαίδευση των Μαθηματικών εκφράζουν την έκταση στην οποία εκτιμούμε πτυχές των κανόνων και πρακτικών της τάξης που σχετίζονται με τη διδασκαλία / εκμάθηση Μαθηματικών στο σχολείο (Bishop, 2008).

Οι αξίες είναι στο επίκεντρο της διδασκαλίας οποιουδήποτε θέματος. Οι αξίες στη μαθηματική εκπαίδευση είναι οι βαθιές συναισθηματικές ιδιότητες που η εκπαίδευση προάγει μέσα από το μάθημα των Μαθηματικών στο σχολείο. Φαίνεται να επιβιώνουν περισσότερο στις αναμνήσεις των ανθρώπων σε σχέση με την εννοιολογική και τη διαδικαστική γνώση, η οποία, αν δεν χρησιμοποιείται τακτικά, τείνει να εξασθενεί (Bishop, 1999).

Σύμφωνα με τους Seah και Andersson (2015), οι αξίες είναι οι πεποιθήσεις που ένα άτομο έχει εσωτερικεύσει ως τα πράγματα μεγάλης σημασίας και αξίας. Αυτό που κάνουν οι ατομικές αξίες είναι να καθορίζουν γι' αυτήν/αυτόν ένα παράθυρο μέσω του οποίου βλέπει τον κόσμο γύρω της / του. Η ύπαρξη αξιών (valuing) παρέχει στο άτομο τη βούληση και την αποφασιστικότητα να διατηρήσει οποιαδήποτε πορεία δράσης έχει επιλεγεί στη μάθηση και τη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ρυθμίζουν τους τρόπους με τους οποίους οι γνωσιακές δεξιότητες και οι συναισθηματικές διαθέσεις ενός εκπαιδευόμενου / δασκάλου ευθυγραμμίζονται με τη μάθηση / διδασκαλία σε οποιοδήποτε δεδομένο εκπαιδευτικό πλαίσιο. Ενώ οι Seah και Kalogeropoulos (2006) αναφέρουν ότι οι αξίες στην εκπαίδευση των Μαθηματικών εμπνέονται από τη φύση των Μαθηματικών και την ατομική εμπειρία, και έτσι γίνονται οι προσωπικές πεποιθήσεις που θεωρεί ένα άτομο ως σημαντικές στη διαδικασία της διδασκαλίας και της μάθησης των Μαθηματικών (Seah & Kalogeropoulos, 2006)

Σύμφωνα με τον Cockcroft (1982), όπως αναφέρει ο Bishop (1999), η έρευνα δείχνει ότι τα αρνητικά χαρακτηριστικά αυτών των αξιών οδηγούν στη συνέχεια σε μια απέχθεια προς τα Μαθηματικά ως ενήλικες και κατά συνέπεια, σε αρνητική γονική επίδραση.

Σύμφωνα με τους Pa και Tapsir (2013), στην πραγματικότητα, τα Μαθηματικά συνδέονται με διάφορες αξίες που σχετίζονται με τους δασκάλους και τους μαθητές που επηρεάζουν το ενδιαφέρον τους, τις σκέψεις, τις επιλογές και τις συμπεριφορές τους στην εκπαίδευση των Μαθηματικών. Οι Pa και Tapsir (2013) αναφέρουν ότι η έρευνα για τις αξίες στην εκπαίδευση των Μαθηματικών πραγματοποιήθηκε σε τομείς όπως - παραθέτοντας τη σχετική βιβλιογραφία - οι αξίες και ο πολιτισμός στο πλαίσιο των Μαθηματικών τάξεων (Clarkson et al., 2000), ο ρόλος των αξιών στα Μαθηματικά (Leu & Wu, 2000), η συνειδητοποίηση των αξιών που σχετίζονται με τη διδασκαλία των Μαθηματικών (Bishop, 2002· FitzSimons et al., 2000· Seah et al., 2001), διευκρίνιση των παιδαγωγικών αξιών των εκπαιδευτικών των Μαθηματικών (Chin & Lin, 2001), η θέσπιση και η αντίληψη των παιδαγωγικών αξιών των Μαθηματικών των δασκάλων δημοτικής εκπαίδευσης (Leu, 2005), οι ομοιότητες και διαφορές αξιών μεταξύ Μαθηματικών και επιστημόνων (Bishop, 2006, 2008a), οι μαθηματικές αξίες των εκπαιδευτικών στην ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης (Bishop, 2008b), οι καθηγητές των Μαθηματικών ως παράγοντες αξιών (Hoon, 2006), οι αξίες στις λειτουργίες εκμάθησης (Dede, 2006b), η ευαισθητοποίηση και η ανάπτυξη των διδακτικών αξιών (Chin, 2006), τα περιβάλλοντα διδασκαλίας για την ανάπτυξη κατάλληλων ευγενών αξιών στην εκπαίδευση των Μαθηματικών (NikAzis, 2009α).

1.6.4.5 Επίδοση

Η σχέση μεταξύ της επίδοσης στα Μαθηματικά και των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά έχει μελετηθεί σε πολλές χώρες στο παρελθόν. Η έρευνα, ωστόσο, απέτυχε να παράσχει συνεπή ευρήματα σχετικά με αυτήν τη σχέση, καθώς ορισμένοι ερευνητές βρήκαν μια θετική σχέση μεταξύ των δύο μεταβλητών, αλλά άλλοι όχι. Όπως αναφέρουν οι Nicolaidou και Philippou (2003), είναι δύσκολο να αναφερθεί η σχέση αιτίας - αποτελέσματος μεταξύ του στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά και του επιτεύγματος (επίδοσης). Ενώ στην έρευνά τους εξετάζουν τις σχέσεις μεταξύ των στάσεων των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά, των πεποιθήσεων αυτοεκτίμησης στην επίλυση προβλημάτων και την επίτευξη (επίδοση). Εξετάζουν επίσης, αν οι στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά και η πεποίθηση της αυτοεκτίμησης μπορούν να προβλέψουν την επίδοση στην επίλυση προβλημάτων. Κλίμακες στάσεων και αυτοεκτίμησης ολοκληρώθηκαν από 238 μαθητές πέμπτης τάξης δημοτικού. Η απόδοση επίλυσης προβλημάτων μετρήθηκε με ένα ειδικά

προετοιμασμένο τεστ, συμπεριλαμβανομένων απλών και σύνθετων (με πολλαπλά βήματα) προβλημάτων. Η ανάλυση των δεδομένων έδειξε σημαντική σχέση μεταξύ στάσεων και επιτευγμάτων (επίδοσης). Συμπεραίνουν, δηλαδή, ότι οι μαθητές με θετικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά έχουν υψηλές πεποιθήσεις αυτοεκτίμησης σε έναν συγκεκριμένο τομέα και αποδίδουν καλύτερα. Επίσης ότι οι στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά και οι πεποιθήσεις αυτοεκτίμησης μπορούν να προβλέψουν την απόδοση.

Οι Ma και Xu (2004) διερεύνησαν την αιτιώδη διάταξη μεταξύ μαθηματικής στάσης και μαθηματικών επιτευγμάτων 3.116 μαθητών δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στις Ηνωμένες Πολιτείες Αμερικής. Οι μαθητές επιλέχθηκαν τυχαία από τους μαθητές της 7ης από διάφορα σχολεία και παρακολούθηθηκαν για έξι χρόνια έως ότου έφτασαν στη 12η τάξη. Οι μαθητές ολοκλήρωσαν τεστ επίτευξης βασικών δεξιοτήτων, άλγεβρας, γεωμετρίας και ποσοτικής συλλογιστικής και ένα ερωτηματολόγιο σχετικά με τη στάση απέναντι στα Μαθηματικά. Η ανάλυση δεδομένων αποκάλυψε ότι για όλα τα επίπεδα τάξεων το προηγούμενο επίτευγμα προβλέπει σημαντικά τη μελλοντική στάση. Ωστόσο, η προηγούμενη στάση δεν προβλέπει σημαντικά το μελλοντικό επίτευγμα. Κατέληξαν λοιπόν στο συμπέρασμα ότι το επίτευγμα έδειξε αιτιώδη υπεροχή (προτεραιότητα) έναντι της στάσης σε ολόκληρο το σχολείο δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης.

Οι Soleymani και Rekabdar (2016), διερεύνησαν τη σχέση ανάμεσα στις επιδόσεις 142 φοιτητών, Χημικών Μηχανικών και Ηλεκτρολόγων Μηχανικών τεσσάρων τάξεων, στο πανεπιστήμιο Άζαντ και τις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά κατά τη διδασκαλία του ίδιου βιβλίου Μαθηματικών. Οι φοιτητές συμπλήρωσαν δύο ερωτηματολόγια και οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η προηγούμενη βαθμολογική επίδοση των φοιτητών έχει θετική επίδραση στις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά.

Πιο συγκεκριμένα, οι Herges et al. (2017) διεξήγαγαν έρευνα σε 903 μαθητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης στις ΗΠΑ. Μετά τη συμπλήρωση σχετικού ερωτηματολογίου, οι ερευνητές κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι όταν οι μαθητές δευτεροβάθμιας τα πηγαίνουν καλά στα Μαθηματικά (μεγαλύτεροι βαθμοί), βιώνουν μεγαλύτερη ευχαρίστηση. Επιπλέον, όταν τα πηγαίνουν καλά στα Μαθηματικά (μεγαλύτεροι βαθμοί), έχουν περισσότερη αυτοπεποίθηση.

Ενώ στην έρευνα των Monteiro et al. (2017), οι συμμετέχοντες ήταν 1.494 Πορτογάλοι μαθητές από την έκτη και την όγδοη τάξη, οι οποίοι ρωτήθηκαν για τις αντιλήψεις τους για την υποστήριξη των δασκάλων και των συνομηλίκων τους και τα συναισθήματά τους για τα Μαθηματικά (πλήξη, απελπισία, θυμό, άγχος, απόλαυση, υπερηφάνεια και ανακούφιση) σε δύο διαφορετικά περιβάλλοντα (τάξη και δοκιμή-τεστ). Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι οι μαθητές με υψηλότερους βαθμούς Μαθηματικών βρέθηκαν να έχουν υψηλότερες βαθμολογίες σε θετικά συναισθήματα και χαμηλότερες βαθμολογίες σε αρνητικά συναισθήματα τόσο στην τάξη όσο και στις καταστάσεις δοκιμών (τεστ).

1.7 Στάσεις των Δασκάλων απέναντι στα Μαθηματικά

Σύμφωνα με τους Hourigan και Leavy (2019), η στάση ενός ατόμου απέναντι στα Μαθηματικά μπορεί να είναι άσχετη με το αν η σταδιοδρομία του δεν σχετίζεται με τα Μαθηματικά, ενώ η σημασία των εκπαιδευτικών που έχουν θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά έχει επισημανθεί (Chalambous et al, 2009). Σύμφωνα με τη Wilkins (2008), οι δάσκαλοι με αρνητική στάση απέναντι στα Μαθηματικά χρησιμοποιούν στρατηγικές βασισμένες σε κανόνες, κατευθυνόμενες από τους ίδιους, σε αντίθεση με τους δασκάλους με θετικές στάσεις που επικεντρώνονται στην κατανόηση, την εξερεύνηση και την ανακάλυψη των Μαθηματικών σχέσεων. Και συνεχίζοντας αναφέρει ότι η στάση των εκπαιδευτικών απέναντι στα μαθηματικά και η διδασκαλία των μαθηματικών μπορούν να επηρεάσουν τον τρόπο που παρουσιάζονται τα μαθηματικά στην αίθουσα διδασκαλίας.

Οι Charalambous et al (2009), αναφέρουν πως δεν πρέπει να υποτιμάται η αρνητική στάση των εκπαιδευτικών απέναντι στα Μαθηματικά, δεδομένου ότι συχνά οι δάσκαλοι λειτουργούν ως μοντέλα για τους μαθητές τους. Οι δάσκαλοι που ανοιχτά παραδέχονται ότι δεν τους αρέσουν τα Μαθηματικά, είναι πιθανό να επηρεάσουν τη στάση των μαθητών τους απέναντι στο μάθημα. Ως εκ τούτου, τα προγράμματα εκπαίδευσης εκπαιδευτικών πρέπει να βοηθήσουν τους μελλοντικούς δασκάλους να αναπτύξουν πιο παραγωγικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά.

Η σημασία των στάσεων αναγνωρίζεται ευρέως στη μαθηματική εκπαίδευση. Οι μελλοντικοί δάσκαλοι έχουν στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά που αποκτήθηκαν κατά τα προηγούμενα χρόνια φοίτησης ως μαθητές (Bekdemir, 2010· Philiprou &

Christou, 1998). Σύμφωνα με τους Philippou και Christou (1998), διάφορες μελέτες έδειξαν ότι τα παιδιά ξεκινούν κανονικά τη φοίτηση με μάλλον θετικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά. Αυτές οι στάσεις, ωστόσο, τείνουν να γίνονται λιγότερο θετικές καθώς τα παιδιά μεγαλώνουν και συχνά γίνονται αρνητικές στο λύκειο. Η πίεση που ασκείται στα παιδιά για να ανταπεξέλθουν σε εξαιρετικά απαιτητικά καθήκοντα, συχνά με ρυθμό πέρα από τις φιλοδοξίες τους, μαζί με την χωρίς φαντασία διδασκαλία και τις μη θετικές στάσεις των δασκάλων, έχουν καταστροφικές επιπτώσεις στις αντιλήψεις τους για τα Μαθηματικά.

Στη μελέτη της η Hoyles (1982) ανακάλυψε ότι οι 14χρονοι μαθητές τείνουν να συσχετίζουν τις κακές μαθηματικές τους εμπειρίες με συναισθήματα άγχους, ντροπής και απελπισίας. Οι Philippou και Christou (1998), αναφέρουν ότι μερικοί από αυτούς τους μαθητές επιλέγουν να γίνουν δάσκαλοι και τελικά βρίσκονται σε θέση να διδάξουν ένα αντικείμενο που δεν τους αρέσει. Ασυνείδητα, αυτοί οι δάσκαλοι επηρεάζουν αρνητικά τις στάσεις των μαθητών τους και το σύστημα κινείται σε έναν φαύλο κύκλο. Και θέτουν το κρίσιμο ερώτημα, πότε και πώς θα σπάσει αυτός ο κύκλος.

Η στάση των δασκάλων, ιδίως των μελλοντικών δασκάλων - όχι μόνο απέναντι στα Μαθηματικά, αλλά και απέναντι στη διδασκαλία των Μαθηματικών - είναι σημαντική διότι υπάρχει σημαντική σχέση μεταξύ της στάσης των δασκάλων απέναντι στη διδασκαλία των Μαθηματικών και της πρακτικής τους στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ως αποτέλεσμα, έχουν ισχυρή επιρροή στη στάση των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά (Ernest, 2003). Αναφέρεται ότι η ψυχική, σωματική και κοινωνική ανάπτυξη των παιδιών είναι αρκετά γρήγορη κατά την παιδική ηλικία. Ως αποτέλεσμα, η ανάπτυξη κατά τη διάρκεια της περιόδου πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης είναι ιδιαίτερα σημαντική για το μέλλον των παιδιών. Για το λόγο αυτό, οι δάσκαλοι της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης έχουν ισχυρό αντίκτυπο στα Μαθηματικά επιτεύγματα των παιδιών (Frakes & Kline, 2000).

Οι Hill και Bilgin (2018), υποθέτουν λοιπόν ότι μελετώντας τη στάση των μελλοντικών δασκάλων πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης απέναντι στα Μαθηματικά, μπορούμε να αποκτήσουμε κάποια εικόνα για τις δυσκολίες τους, οι οποίες θα μπορούσαν να χρησιμοποιηθούν για τον σχεδιασμό μαθημάτων για να τις ξεπεράσουν. Τότε, όπως αναφέρουν, ίσως μπορέσουμε να βοηθήσουμε τους φοιτητές να επιτύχουν τα καλύτερα μαθησιακά αποτελέσματα σε αυτά τα μαθήματα.

Οι μελλοντικοί δάσκαλοι είναι σημαντικοί άνθρωποι στη διαμόρφωση των μελλοντικών γενιών, καθώς θα είναι οι δάσκαλοι του μέλλοντος και το πρώτο πρόσωπο των Μαθηματικών που συναντά ένα νεαρό παιδί όταν ξεκινά το σχολείο. Δεδομένου ότι ο αριθμητικός αλφαριθμητισμός καθίσταται τόσο σημαντικός όσο και ο ίδιος ο αλφαριθμητισμός για την υποστήριξη αποφάσεων βάσει αποδεικτικών στοιχείων, είναι σημαντικό να εκπαιδευτεί η μελλοντική γενιά των εκπαιδευτικών ώστε να είναι όσο το δυνατόν πιο αποτελεσματικοί στις ικανότητές τους να διδάσκουν Μαθηματικά.

1.8 Στάσεις και Κατασκευή Προβλήματος

Οι Bragg και Nicol (2008) διερεύνησαν το κατά πόσο η κατασκευή προβλημάτων θα μπορούσε να επηρεάσει τις απόψεις των μελλοντικών δασκάλων σχετικά με τα Μαθηματικά ως κλάδο. Κατά την ολοκλήρωση της πορείας των μεθόδων τους που περιλάμβανε την αντιστοίχιση των προβλημάτων - εικόνων, οι συγγραφείς διένειμαν ένα ερωτηματολόγιο 15 ερωτήσεων στο διαδίκτυο. Τέσσερα από τα στοιχεία σχεδιάστηκαν για να μετρήσουν τις αντιλήψεις των συμμετεχόντων σχετικά με την εργασία που τους ανατέθηκε. Οι μελλοντικοί δάσκαλοι ανέφεραν ότι βρήκαν το έργο ενδιαφέρον και επίσης ότι κατά τη διάρκεια του εξαμήνου το βρήκαν ευκολότερο να ξεκινήσουν με μια μαθηματική αντίληψη και στη συνέχεια να βρουν φωτογραφίες για να το απεικονίσουν. Όσον αφορά την άποψή τους για τα Μαθηματικά, οι μελλοντικοί δάσκαλοι επιβεβαίωσαν ότι, αφού συμμετείχαν σε δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων, ήταν πιο εύκολο να δουν τα Μαθηματικά στο καθημερινό τους περιβάλλον. Επιπλέον, ο σχεδιασμός των ανοιχτών προβλημάτων έδωσε στο ένα τέταρτο των συμμετεχόντων μια αίσθηση «ενδυνάμωσης», αποκτώντας την κυριότητα των δημιουργηθέντων προβλημάτων τους και μια συνακόλουθη αίσθηση εμπιστοσύνης στην ικανότητά τους να τα χρησιμοποιούν στη μελλοντική διδασκαλία τους. Στην ίδια έρευνα, οι Bragg και Nicol (2008), θεωρώντας την κατασκευή προβλημάτων ως παιδαγωγικό εργαλείο για τον εκπαιδευτή του δασκάλου των Μαθηματικών, προέβλεψαν ότι η συμμετοχή στην κατασκευή προβλήματος θα επηρέαζε τις στάσεις και τις αντιλήψεις των δασκάλων για τα Μαθηματικά και τις ιδέες τους για το τι σχετίζεται με τη διδασκαλία τους.

Οι Akay και Boz (2010), αναφέρουν στην έρευνά τους ότι η ικανότητα κατασκευής προβλημάτων, η στάση απέναντι στα Μαθηματικά και η μαθηματική αυτοεκτίμηση

θεωρούνται ως τρεις θεμελιώδεις έννοιες μεταξύ των σημαντικότερων χαρακτηριστικών της μαθηματικής μάθησης και της διδασκαλίας και έχουν στενές σχέσεις με την επιτυχία στα Μαθηματικά (Brown&Walter, 1993· English, 1998· Nicolaou & Philippou, 2004· Silver, Mamona-Downs, Leung & Kenney, 1996, όπως αναφέρονται στο Akay & Boz, 2010). Παράλληλα στην έρευνά τους εξετάζουν την επίδραση των οδηγιών κατασκευής προβλήματος στις στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά και την στα Μαθηματικά των μελλοντικών δασκάλων. Στη μελέτη τους χρησιμοποίησαν ως πειραματικό σχέδιο τη διάταξη pretest (ερωτηματολόγιο) → παρέμβαση → post-test (ερωτηματολόγιο). Το δείγμα περιλάμβανε 82 μελλοντικούς δασκάλους στοιχειώδους εκπαίδευσης. Το αποτέλεσμα της καθοδήγησης στην κατασκευή προβλημάτων στις στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά καθώς και στην αυτοεκτίμηση στα Μαθηματικά των μελλοντικών δασκάλων στοιχειώδους εκπαίδευσης ήταν θετικά και μάλιστα σε σημαντικό επίπεδο.

Συμπεραίνουν, λοιπόν, ότι η κατασκευή προβλήματος μπορεί να μειώσει τους κοινούς φόβους και τις ανησυχίες για τα Μαθηματικά και να προωθήσει μια πιο θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά. Επιπλέον, τα αποτελέσματά τους, όπως υποστηρίζουν, είναι σύμφωνα με τα ευρήματα των Brown και Walter (1993) και των Silver et al. (1996), που αναφέρουν ότι οι δραστηριότητες κατασκευής προβλήματος βελτιώνουν τη στάση των μελλοντικών δασκάλων απέναντι στα Μαθηματικά, μετριάζουν τις παρεξηγήσεις για τη φύση των Μαθηματικών και αρχίζουν να πιστεύουν ότι τα Μαθηματικά θα ήταν χρήσιμα για τη δουλειά τους, αρχίζουν να νιώθουν περισσότερη ευθύνη (Akay & Boz, 2010).

Τέλος, σύμφωνα με τους Ellerton et al. (2015), εάν οι εκπαιδευτικοί έχουν λίγη εμπιστοσύνη στην ικανότητά τους να δημιουργούν προβλήματα, οι προσπάθειές τους να υλοποιήσουν τις δραστηριότητες κατασκευής προβλήματος και τα καθήκοντα που απαιτούνται σε οποιοδήποτε πρόγραμμα σπουδών που εκπονείται από το σχολείο, την περιφέρεια, το κράτος ή το έθνος, είναι πιθανό να είναι αδέξιες και χωρίς έμπνευση.

Και συνεχίζουν αναφέροντας ότι, όσο νωρίτερα οι εκπαιδευτικοί αποκτήσουν πείρα στην κατασκευή προβλημάτων ή ανακαλύψουν τρόπους με τους οποίους μπορούν να χρησιμοποιήσουν την κατασκευή προβλήματος με τους μαθητές τους, τόσο πιθανότερο είναι να θεωρούν ότι η κατασκευή προβλήματος είναι μια φυσική και θεμελιώδης πτυχή της όλης διαδικασίας της διδασκαλίας και της μάθησης των Μαθηματικών.

Κεφάλαιο 2 - Κατασκευή Προβλήματος

2.1 Ορισμοί

Σύμφωνα με το λεξικό νεοελληνικής γλώσσας⁴, γενικά πρόβλημα είναι ένα ερώτημα - ζήτημα, στο οποίο επιζητείται και επιχειρείται να δοθεί απάντηση με επιστημονικό τρόπο, με επιστημονική μέθοδο. Στη διδασκαλία και τη μάθηση των Μαθηματικών, σύμφωνα με το Siswono (2008), ένας αποδεκτός ορισμός της έννοιας του «προβλήματος» είναι η σκέψη που λαμβάνει χώρα όταν ένα άτομο αντιμετωπίζει μια κατάσταση ή ένα ερώτημα που δεν έχει άμεση λύση και ο λύτης του προβλήματος αποδέχεται την πρόκληση να το αντιμετωπίσει.

Ο Bell (1981), όπως αναφέρει ο Siswono (2008), υποστηρίζει ότι ένα πρόβλημα έχει τέσσερα χαρακτηριστικά:

- ένα άτομο πρέπει να συνειδητοποιήσει μια κατάσταση για να είναι πρόβλημα για αυτόν ή αυτήν.
- πρέπει να αναγνωρίσει το γεγονός ότι η κατάσταση απαιτεί κάποιες ενέργειες.
- το άτομο πρέπει είτε να χρειαστεί είτε να θέλει να ενεργήσει επί της κατάστασης και πρέπει να κάνει κάποια ενέργεια.
- η επίλυση της κατάστασης δεν πρέπει να είναι άμεσα προφανής στο άτομο που ενεργεί σε αυτήν. Μια άλλη λέξη, μια κατάσταση ή ερώτηση γίνεται πρόβλημα για κάποιον, εάν αυτός έχει προηγούμενη ή αρχική γνώση, τον προκαλεί και ο αλγόριθμος της μεθόδου λύσης δεν είναι άμεσα προφανής

Ένα μαθηματικό πρόβλημα στη διαδικασία διδασκαλίας και εκμάθησης εφαρμόζεται ως δραστηριότητα με σκοπό να κατευθύνει τους μαθητές να αναπτύξουν μαθηματικές δεξιότητες. Τα προβλήματα μπορούμε να τα διακρίνουμε σε ανοιχτού τύπου (open-ended) και κλειστού τύπου (closed). Ανοιχτού τύπου εργασίες, σύμφωνα με τον Pehkonen (2007), λέγονται εκείνες, των οποίων η αρχική κατάσταση ή η κατάσταση του στόχου δεν έχει δοθεί ακριβώς. Το ανοιχτό είναι αντίθετο από το κλειστό, με την έννοια ότι μια εργασία λέγεται ότι είναι κλειστή, εάν η αρχική κατάσταση έχει δοθεί ακριβώς, δηλαδή η εργασία είναι καλά καθορισμένη και υπάρχει ένα συγκεκριμένο αποτέλεσμα. Σε ανοιχτές εργασίες οι μαθητές έχουν

⁴http://www.greek-language.gr/greekLang/modern_greek/tools/lexica/triantafyllides/search.html?lq=%CF%80%CF%81%CF%8C%CE%B2%CE%BB%CE%B7%CE%BC%CE%B1&dq=

ελευθερία, πιθανώς ακόμη και στην διατύπωση της ερώτησης, αλλά τουλάχιστον στην επίλυση της εργασίας. Στην πράξη αυτό σημαίνει ότι μπορεί να καταλήξουν με διαφορετικές, αλλά εξίσου σωστές λύσεις, ανάλογα με τις πρόσθετες επιλογές που έγιναν και την έμφαση που δόθηκε κατά τη διάρκεια της διαδικασίας λύσης τους. Επομένως, οι ανοιχτές εργασίες συνήθως έχουν αρκετές σωστές απαντήσεις. Τα παραδοσιακά προβλήματα, λοιπόν, είναι καλά διατυπωμένα και η σωστή απάντηση είναι μοναδική. Αυτά ονομάζονται «πλήρη» ή «κλειστά» προβλήματα.

Σύμφωνα με όσα αναφέρει ο Siswono (2008), η σημασία των ανοιχτών προβλημάτων έγκειται στο γεγονός ότι σπάζουν το στερεότυπο ότι κάθε πρόβλημα έχει μια σωστή λύση. Επιτρέπουν επίσης σε κάθε μαθητή να εργάζεται στο ίδιο πρόβλημα ανάλογα με τις ικανότητές του. Ωστόσο, η πρωταρχική σημασία των προβλημάτων αυτού του είδους στηρίζεται στο γεγονός ότι μπορούν να χρησιμοποιηθούν για να μάθουν διάφορες στρατηγικές και έτσι να εμβαθύνουν τις μαθηματικές γνώσεις των μαθητών και να αναπτύξουν τη δημιουργική τους μαθηματική σκέψη.

Η κατασκευή προβλήματος βρίσκεται στην καρδιά της μαθηματικής δραστηριότητας και αναγνωρίζεται γενικά ως ένας σημαντικός στόχος της μάθησης και της διδασκαλίας των Μαθηματικών (Crespo, 2003· Crespo & Sinclair, 2008). Σημαντικοί μαθηματικοί και επιστήμονες έχουν εδώ και καιρό υπογραμμίσει τη σημασία της κατασκευής προβλημάτων στην προώθηση και εμβάθυνση της γνώσης και της κατανόησης. Για παράδειγμα, οι Einstein και Infeld (1938), όπως αναφέρουν οι Stoyanova και Ellerton (1996), υποστήριξαν ότι το να διατυπώνει κανείς ένα πρόβλημα είναι συχνά πιο σημαντικό από το να το επιλύει καθώς η επίλυσή του μπορεί να είναι απλώς θέμα Μαθηματικών ή πειραματικών ικανοτήτων. Και συνεχίζουν λέγοντας πως για να δημιουργηθούν νέα ερωτήματα, νέες δυνατότητες, για να αντιμετωπιστούν παλιά προβλήματα από μια νέα γωνία, απαιτείται δημιουργική φαντασία και αυτό σηματοδοτεί πραγματική πρόοδο στην επιστήμη.

Η κατασκευή προβλήματος μπορεί να οριστεί ως η αναδιατύπωση των προβλημάτων, καθώς και η δημιουργία νέων προβλημάτων και Μαθηματικών ερωτημάτων (Cai & Hwang, 2003· Silver, Mamona-Downs, Leung & Kenney, 1996). Οι Stoyanova και Ellerton (1996) την ορίζουν ως διαδικασία στην οποία οι ερμηνείες που βασίζονται σε συγκεκριμένες καταστάσεις μετατρέπονται σε Μαθηματικά προβλήματα. Ενώ οι Cai και Hwang (2019, *in press*) στηριζόμενοι στη βιβλιογραφία ορίζουν την κατασκευή προβλημάτων:

- ως τη δημιουργία προβλημάτων που βασίζονται σε μια δεδομένη μαθηματική έκφραση (Chen & Cai, *in press*)
- ως αναδιατύπωση (τροποποίηση / προσαρμογή) για την επίτευξη του παιδαγωγικού / φιλοσοφικού στόχου να γίνει ένα πρόβλημα περισσότερο ομαδικό. Ένας σχεδιασμός εργασιών από τους εκπαιδευτικούς για τους μαθητές (Crespo & Harper, *in press*, όπως αναφέρεται στο Cai & Hwang, 2019).
- ως αυθεντική μαθηματική δραστηριότητα: τα νέα προβλήματα δεν τίθενται μόνο ως ασκήσεις αλλά για να ικανοποιήσουν γνήσιες μαθηματικές ή παιδαγωγικές ανάγκες. (Koichu, *in press*, όπως αναφέρεται στο Cai & Hwang, 2019)
- ως δραστηριότητες κατασκευής προβλήματος, όπως αυτές που απαιτούν από τους καθηγητές ή τους μαθητές να δημιουργήσουν νέα προβλήματα και ερωτήσεις που βασίζονται είτε σε δεδομένες καταστάσεις είτε σε μαθηματικές εκφράσεις ή διαγράμματα. Η κατασκευή προβλήματος αποτελείται από τρεις συγκεκριμένες πνευματικές δραστηριότητες: α) οι ίδιοι οι εκπαιδευτικοί θέτουν Μαθηματικά προβλήματα που βασίζονται σε δεδομένες καταστάσεις ή σε μαθηματικές εκφράσεις ή διαγράμματα, β) οι εκπαιδευτικοί προβλέπουν τα είδη των προβλημάτων που οι μαθητές μπορούν να κατασκευάσουν με βάση συγκεκριμένες καταστάσεις ή σε μαθηματικές εκφράσεις ή διαγράμματα και (γ) οι εκπαιδευτικοί σχεδιάζουν Μαθηματικά δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων για τους σπουδαστές για να κατασκευάσουν προβλήματα. (Cai et al., *in press*)
- η δημιουργία νέων προβλημάτων δίνοντας μια προβληματική κατάσταση. Οι σπουδαστές δημιουργούν προβλήματα, ενώ οι δάσκαλοι προβλέπουν τα προβλήματα που θα δημιουργήσουν οι μαθητές (Xu et al., *in press*, όπως αναφέρεται στο Cai & Hwang, 2019)

Οι ίδιοι, Cai και Hwang (2019), ορίζοντας την κατασκευή προβλημάτων στην εκπαίδευση των Μαθηματικών, αναφέρονται σε διάφορους συναφείς τύπους δραστηριοτήτων που συνεπάγονται ή υποστηρίζουν τους εκπαιδευτικούς και τους μαθητές να διαμορφώνουν (ή να αναδιαμορφώνουν) και να εκφράζουν ένα πρόβλημα

ή μια εργασία που βασίζεται σε ένα συγκεκριμένο πλαίσιο (στο οποίο αναφέρονται ως πρόβλημα ή περιστατικό).

2.2 Πλαίσια Κατασκευής Προβλήματος

Ο Κίλις (2017), αναφέρει ότι η βιβλιογραφία κατατάσσει τις καταστάσεις κατασκευής προβλήματος με διάφορους τρόπους και ότι αυτά τα διαφορετικά πλαίσια ταξινόμησης μπορούν να εφαρμοστούν για την ανάλυση της απόδοσης στην κατασκευή προβλήματος και την κατανόηση των διαδικασιών κατασκευής προβλήματος. Ο Silver (1994) ταξινομεί τις καταστάσεις κατασκευής προβλήματος ανάλογα με το αν θα πραγματοποιηθούν πριν, κατά τη διάρκεια ή μετά την επίλυση προβλημάτων. Οι τρεις κατηγορίες του Silver είναι:

1. η κατασκευή πριν την επίλυση, στην οποία κάποιος δημιουργεί πρωτότυπα προβλήματα από μια παρουσιαζόμενη κατάσταση διέγερσης.
2. κατασκευή κατά τη διάρκεια της λύσης, στην οποία αναδιαμορφώνεται ένα πρόβλημα καθώς αυτό λύνεται και
3. η κατασκευή μετά την επίλυση, στην οποία κάποιος τροποποιεί τους στόχους ή τις συνθήκες ενός ήδη λυμένου προβλήματος για να δημιουργήσει νέα προβλήματα.

Οι Stoyanova και Ellerton (1996) πρόσφεραν ένα διαφορετικό πλαίσιο τριών κατηγοριών που διακρίνει τις μορφές κατασκευής προβλήματος με βάση τη δραστηριότητα:

- Σε ελεύθερη κατάσταση, όπου οι μαθητές καλούνται να δημιουργήσουν ένα πρόβλημα από μια δεδομένη, επινοημένη ή φυσική κατάσταση, όπως π.χ. αναφέρει ο Κίλις (2017), να συνθέτουν ένα δύσκολο ή ένα πρόβλημα χρήματος.
- Σε ημι-δομημένη, όπου οι μαθητές έχουν μια ανοιχτή κατάσταση και καλούνται να διερευνήσουν τη δομή και να την ολοκληρώσουν εφαρμόζοντας τις γνώσεις, τις δεξιότητες, τις έννοιες και τις σχέσεις από προηγούμενες μαθηματικές εμπειρίες. Παραδείγματα αυτού του τύπου, σύμφωνα με τον Κίλις (2017), μπορεί να περιλαμβάνουν κατασκευή προβλήματος με βάση εικόνες ή εξισώσεις.

- Σε δομημένη κατάσταση που εμφανίζεται όταν υπάρχει ένα καλά δομημένο πρόβλημα ή προβληματική κατάσταση και ζητείται να δημιουργηθούν νέα προβλήματα.

Παράδειγμα ενός εργαλείου για τη δομημένη κατασκευή προβλημάτων είναι η στρατηγική «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» - «What-if-not?» (Brown & Walter, 2005), η οποία θα χρησιμοποιηθεί στην παρούσα έρευνα.

2.3 Κατασκευή προβλήματος από εκπαιδευτικούς

Οι Cai και Hwang (2019) τονίζουν ότι η κατασκευή προβλημάτων από τους δασκάλους δεν είναι απαραίτητως το ίδιο με την κατασκευή προβλημάτων από τους μαθητές, είτε στην πρόθεσή είτε στην εκτέλεση. Υποστηρίζουν πως μια γενική ικανότητα στην κατασκευή Μαθηματικών προβλημάτων - με την αρχική της έννοια - θα ήταν κοινή τόσο για τους μαθητές όσο και τους δασκάλους. Οι εκπαιδευτικοί όμως, πρέπει να αναπτύξουν άλλες επαγγελματικά ειδικές ικανότητες,

- αν θέλουν να είναι ικανοί να διδάξουν με τρόπους που να βοηθούν τους μαθητές να γίνουν ειδήμονες στο να κατασκευάζουν προβλήματα και
- να χρησιμοποιήσουν ευρύτερα την κατασκευή προβλήματος ως εργαλείο στη διδασκαλία τους.

Σύμφωνα με τους ανωτέρω, οι δάσκαλοι πρέπει να είναι σε θέση να κατασκευάσουν σημαντικά και αξιόλογα Μαθηματικά προβλήματα για να χρησιμοποιήσουν αποτελεσματικά την κατασκευή Μαθηματικών προβλημάτων ως παιδαγωγικό εργαλείο κατανοώντας τη μαθηματική σκέψη των μαθητών τους. Έρευνες που έχουν γίνει στο παρελθόν έχουν διερευνήσει τα είδη των προβλημάτων που οι δάσκαλοι μπορούν να κατασκευάσουν. Στις μελέτες αυτές, που αφορούν την κατασκευή προβλημάτων από δασκάλους, τυπικά δίνεται ένα πρόβλημα και ζητείται από τους δασκάλους να κατασκευάσουν προβλήματα τα οποία μπορούν να επιλυθούν χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που δίνονται στην κατάσταση. Τέτοιες μελέτες έχουν διερευνήσει τις επιδόσεις των υποψηφίων δασκάλων και των εν ενεργεία δασκάλων (π.χ. Crespo, 2003· Ma, 1999· Silver, Mamona-Downs, Leung & Kenney, 1996· Stickles, 2011) και υποστήριξαν γενικά τον ισχυρισμό ότι τόσο οι μεν όσο και οι δε, μπορούν να κατασκευάσουν ενδιαφέροντα και σημαντικά Μαθηματικά προβλήματα.

Παρόλο που οι έρευνες έχουν δείξει ότι οι εκπαιδευτικοί μπορούν να θέσουν χρήσιμα Μαθηματικά προβλήματα, οι ερευνητές έχουν επίσης διαπιστώσει ότι μερικές φορές κατασκευάζουν προβλήματα που είναι άσχετα, μη Μαθηματικά ή δεν μπορούν να επιλυθούν. Για παράδειγμα, οι Silver et al. (1996) διαπίστωσαν ότι ένας σημαντικός αριθμός προβλημάτων που κατασκευάστηκαν από τους εκπαιδευτικούς ήταν μη Μαθηματικά και πολλά δεν ήταν καθόλου προβλήματα, παρόλο που οι οδηγίες ζητούσαν να κατασκευαστούν προβλήματα. Οι Leung και Silver (1997) ανέφεραν παρόμοια ευρήματα.

Ωστόσο, οι εκπαιδευτικοί που συμμετείχαν στην κατασκευή προβλήματος στο εργαστήριο επαγγελματικής εξέλιξης, όπως αναφέρουν οι Cai et al. (2019), ήταν λιγότερο πιθανό να δημιουργήσουν τέτοιου τύπου μη παραγωγικά προβλήματα. Η έρευνα των Cai et al. (2019) διερεύνησε τις επιπτώσεις ενός εργαστηρίου κατασκευής προβλημάτων σχετικά με τις αντιλήψεις και τις δεξιότητες των δασκάλων στην κατασκευή προβλημάτων, καθώς και τις αντιλήψεις τους και το σχεδιασμό Μαθηματικών μαθημάτων που χρησιμοποιούν την προσέγγιση της κατασκευής προβλημάτων. Τα ευρήματα έδειξαν ότι παρόλο που η μεγάλη πλειονότητα των εκπαιδευτικών είχαν πολύ λίγη εμπειρία με την κατασκευή προβλημάτων πριν από το εργαστήριο, οι δάσκαλοι ήταν σε θέση να κατασκευάσουν Μαθηματικά προβλήματα σε μια ποικιλία καταστάσεων. Μετά το εργαστήριο, οι δάσκαλοι αισθάνονταν πολύ πιο εξοικειωμένοι με την κατασκευή προβλημάτων καθώς και με τη διδασκαλία των Μαθηματικών με τη χρήση αυτής της στρατηγικής. Στην πραγματικότητα, δεδομένου ότι κανένας από τους δασκάλους δεν χρησιμοποιούσε πριν από το εργαστήριο στοιχεία της κατασκευής προβλήματος στα σχέδια των μαθημάτων τους, μετά το εργαστήριο πάνω από το 80% των σχεδίων μαθήματος των δασκάλων περιλάμβανε τέτοια στοιχεία. Αυτό υποδηλώνει ότι η κατάλληλα στοχοθετημένη επαγγελματική εξέλιξη μπορεί να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να ενασχοληθούν με την κατασκευή πιο παραγωγικών και αξιολογικών προβλημάτων.

Επομένως, είναι επιτακτική ανάγκη οι εκπαιδευτικοί να λάβουν ολοκληρωμένη προετοιμασία για το πώς να δημιουργήσουν προβλήματα και να ενσωματώσουν την κατασκευή προβλήματος στις αίθουσες διδασκαλίας τους (Lee et al., 2019).

2.4 Κατασκευή Προβλήματος και Προγράμματα Σπουδών

Οι εκπαιδευτικοί διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο στην ενσωμάτωση των δραστηριοτήτων κατασκευής προβλημάτων στο πρόγραμμα σπουδών (Gonzales, 1996).

Ωστόσο, αν και η κατασκευή προβλήματος αναγνωρίζεται ως μια σημαντική εκπαιδευτική μέθοδος, πολλοί μαθητές δεν έχουν την ευκαιρία να τη βιώσουν κατά τη διάρκεια των σπουδών τους στα Μαθηματικά (Silver, Mamona-Downs, Leung & Kenney, 1996). Σε πολλές περιπτώσεις, οι εκπαιδευτικοί τείνουν να δίνουν έμφαση στις δεξιότητες, τους κανόνες και τις διαδικασίες που αποτελούν την ουσία της μάθησης, αντί να εστιάζουν σε μέσα για την ανάπτυξη της κατανόησης και της λογικής (Ernest, 1991, όπως αναφέρεται στο Lavy & Shriki, 2010). Κατά συνέπεια, οι δάσκαλοι Μαθηματικών δεν εκμεταλλεύονται την ευκαιρία τόσο για να υποστηρίξουν τους μαθητές τους στην ανάπτυξη δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων όσο και για να τους βοηθήσουν να οικοδομήσουν/αποκτήσουν την απαιτούμενη εμπιστοσύνη στη διαχείριση άγνωστων καταστάσεων. Οι εκπαιδευτικοί σπάνια χρησιμοποιούν την κατασκευή προβλήματος επειδή δυσκολεύονται να την εφαρμόσουν στις αίθουσες διδασκαλίας και επειδή οι ίδιοι δεν διαθέτουν τις απαιτούμενες δεξιότητες (Leung & Silver, 1997).

Ως εκ τούτου, όταν οι μελλοντικοί δάσκαλοι εισέρχονται στα πανεπιστήμια, πολλοί από αυτούς δεν γνωρίζουν τις δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων και όταν εκτίθενται σε τέτοιες δραστηριότητες, αναφέρονται σε αυτές ως ασυνήθιστες (Tichá & Hošpesoná, 2013). Οι μελλοντικοί δάσκαλοι πρέπει πρώτα να βιώσουν καινοτόμες διδακτικές προσεγγίσεις όπως οι δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων ως μαθητευόμενοι κατά τη διάρκεια των προγραμμάτων εκπαίδευσής τους, πριν μπορέσουν να τις ενσωματώσουν αποτελεσματικά τη διδασκαλία τους (Abramovich & Cho, 2006· Crespo & Sinclair, 2008).

Τα Μαθηματικά του δημοτικού σχολείου είναι η περίοδος κατά την οποία διαμορφώνονται τα θεμέλια για την έννοια, την απεικόνιση και τη μελλοντική κατανόηση των Μαθηματικών και για τη θετική στάση απέναντι στον κλάδο. Η διδασκαλία των Μαθηματικών σε επίπεδο πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης μπορεί να γίνει κατανοητό ως ένα σύστημα προπαρασκευαστικό των Μαθηματικών εννοιών και

μεθόδων επίλυσης. Από αυτή την οπτική γωνία, οι απαιτήσεις σχετικά με τη διδακτική ικανότητα ενός εκπαιδευτικού είναι ειδικές (Hošpesoná & Tichá, 2015).

Λόγω των ωφελειών από τη χρήση δραστηριοτήτων κατασκευής προβλήματος για την ενθάρρυνση των δεξιοτήτων επίλυσης προβλημάτων των μαθητών, ομάδες εκπαιδευτικών και ερευνητών, όπως το Εθνικό Συμβούλιο Καθηγητών Μαθηματικών ([NCTM], 2000), έχουν υποστηρίξει την ενσωμάτωση στόχων κατασκευής προβλήματος σε τυποποιημένες κατευθυντήριες γραμμές διδακτέας ύλης σε εθνικό επίπεδο. Ωστόσο, αρκετοί παράγοντες μπορεί να προβληματίζουν τη διαδικασία της επιτυχούς ενσωμάτωσης της κατασκευής προβλήματος στις αίθουσες διδασκαλίας. Παραδείγματος χάριν, ακόμα και όταν περιλαμβάνεται στο πρόγραμμα σπουδών, μπορεί να είναι ασαφές πώς και πού η κατασκευή προβλήματος συμβαδίζει με τα προγράμματα διδασκαλίας και τα χρονοδιαγράμματα (Ellerton, 2013· Lee, Capraro & Capraro, 2018)

Σύμφωνα με όσα αναφέρονται στο Διαθεματικό ενιαίο πλαίσιο προγράμματος σπουδών Μαθηματικών στην Υποχρεωτική Εκπαίδευση στην Ελλάδα⁵, γενικός στόχος (που αφορά γνώσεις, δεξιότητες, στάσεις και αξίες) είναι, για όλες τις τάξεις του δημοτικού, στον άξονα γνωστικού περιεχομένου (επίλυση προβλήματος), οι μαθητές να είναι σε θέση να εξερευνούν μία κατάσταση, να κατασκευάζουν ερωτήσεις και προβλήματα με βάση συγκεκριμένα δεδομένα, να διατυπώνουν διαφορετικά το ίδιο πρόβλημα, να αναγνωρίζουν και περιγράφουν ανάλογες καταστάσεις, να ερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις, να χρησιμοποιούν τα Μαθηματικά στην καθημερινή ζωή και να εξοικειώνονται με τις νέες τεχνολογίες. Το γεγονός αυτό υποδηλώνει την άρρηκτη σχέση μεταξύ επίλυσης και κατασκευής προβλήματος.

Στο Αναλυτικό Πρόγραμμα Σπουδών Μαθηματικών Δημοτικού στους ειδικούς στόχους αναφέρεται:

- Η απόκτηση βασικών μαθηματικών γνώσεων και ικανοτήτων.
- Η καλλιέργεια της μαθηματικής γλώσσας ως μέσο επικοινωνίας.
- Η κατανόηση στοιχειωδών μαθηματικών μεθόδων.

⁵http://ebooks.edu.gr/info/cps/11deppsaps_math.pdf

- Η εξοικείωση με τη διαδικασία παραγωγής συλλογισμών και την αποδεικτική διαδικασία.
- Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων.
- Η ανάδειξη της δυνατότητας εφαρμογής και πρακτικής χρήσης των Μαθηματικών.
- Η καλλιέργεια θετικής στάσης απέναντι στα Μαθηματικά.

Από την άλλη, όσον αφορά τα Προγράμματα Σπουδών των Τμημάτων Δημοτικής Εκπαίδευσης των Πανεπιστημίων, αυτά έχουν ενσωματώσει την κατασκευή προβλήματος στα τελευταία εξάμηνα σπουδών (που συνδυάζονται με πρακτική στα σχολεία), έτσι ώστε να προετοιμάσουν και να δώσουν τα απαραίτητα εφόδια στους μελλοντικούς δασκάλους για να μπορέσουν να διδάξουν και να εφαρμόσουν την κατασκευή προβλήματος στην αίθουσα διδασκαλίας. Παράδειγμα αποτελούν τα προπτυχιακά μαθήματα Μαθηματικών του τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων⁶, όπως το μάθημα Διδακτική Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση του 6ου εξαμήνου σπουδών, στο οποίο υλοποιήθηκε και η παρέμβαση της έρευνάς μας, καθώς και το μάθημα Θέματα Διδασκαλίας Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο του 7ου εξαμήνου. Στα περιεχόμενα του μαθήματος Διδακτική Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση περιλαμβάνονται, εκτός των άλλων, οι ενότητες:

- Επίλυση προβλήματος: Εισαγωγή και παραδείγματα, χρήση ευρετικών, κλειστά και ανοιχτά προβλήματα
- Η ρεαλιστική μαθηματική εκπαίδευση
- Ρεαλιστικά Μαθηματικά και μοντελοποίηση

ενώ για το δεύτερο μάθημα, που έχει ως προαπαιτούμενο το προαναφερθέν μάθημα περιλαμβάνονται, εκτός των άλλων, οι ενότητες:

- Χρήση και είδη ερωτήσεων μέσα στην τάξη
- Κατασκευή ερωτήσεων με βάση το επίπεδο δυσκολίας τους
- Κατασκευή προβλημάτων, η διδακτική της χρήσης και η αξιολόγηση αυτών
- Διαφοροποιημένη διδασκαλία και κριτική της θεώρησης

⁶https://ptde.uoi.gr/ptde_files/ODIGOS_PTDE_2019-20.pdf

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι τα προγράμματα σπουδών των παιδαγωγικών τμημάτων Δημοτικής Εκπαίδευσης έχουν προσαρμοστεί στις ανάγκες που επιβάλλει η εποχή και ότι είναι εναρμονισμένα με τα προγράμματα σπουδών του δημοτικού. Τέλος, είναι φανερό ότι οι φοιτητές του παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής εκπαίδευσης διδάσκονται και δημιουργούν δραστηριότητες κατασκευής προβλήματος μέσα από την καθημερινή ζωή, ώστε να μπορούν μελλοντικά να ενισχύσουν και να υποστηρίξουν το έργο τους μέσα στις αίθουσες διδασκαλίας.

Σύμφωνα με την έρευνα της Παπαδοπούλου (2019), όπου αναλύει τα σχολικά εγχειρίδια διδασκαλίας των Μαθηματικών του Δημοτικού στο Ελληνικό Εκπαιδευτικό Σύστημα, τα σχολικά εγχειρίδια αποτελούν τα εργαλεία για τη επίτευξη των στόχων και των σκοπών της εκπαίδευσης και είναι συνυφασμένα με το πρόγραμμα σπουδών. Οι Έλληνες/ίδες εκπαιδευτικοί, παρά το γεγονός ότι μπορούν να εισάγουν επικουρικά εναλλακτικό εκπαιδευτικό υλικό, βασίζονται σχεδόν ολοκληρωτικά τη διδασκαλία τους στα σχολικά εγχειρίδια (Παπαδοπούλου, 2019). Στην έρευνα αυτή προκύπτει ότι για κάθε τάξη του δημοτικού τα ποσοστά των δραστηριοτήτων, από το σύνολο των δραστηριοτήτων που εμπεριέχονται στα εγχειρίδια, Βιβλίο Μαθητή και Τετράδιο Μαθητή και αφορούν πρώτον την Κατασκευή προβλημάτων και δεύτερον τα Ανοιχτά (Ρεαλιστικά) προβλήματα, είναι αντίστοιχα (Πίνακας 2)

Πίνακας 2: Στοιχεία από τα εγχειρίδια διδασκαλίας των Μαθηματικών του Δημοτικού (Παπαδοπούλου, 2019)

		ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ	ΑΝΟΙΧΤΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ
Α' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	Βιβλίο Μαθητή	2,40%	4,80%
	Τετράδιο Μαθητή	1,40%	4,80%
Β' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	Βιβλίο Μαθητή	2,70%	4,90%
	Τετράδιο Μαθητή	3,30%	5,30%
Γ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	Βιβλίο Μαθητή	3,40%	4,20%
	Τετράδιο Μαθητή	5,70%	4,50%
Δ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	Βιβλίο Μαθητή	3,40%	6,30%
	Τετράδιο Μαθητή	0,40%	1,40%
Ε' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	Βιβλίο Μαθητή	1,90%	5,00%
	Τετράδιο Μαθητή	4,40%	4,80%
ΣΤ' ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ	Βιβλίο Μαθητή	5,00%	3,00%
	Τετράδιο Μαθητή	6,30%	3,10%

Από τον Πίνακα 2 είναι φανερό το μικρό ποσοστό των δραστηριοτήτων που αφορούν την κατασκευή προβλήματος και τα ανοιχτά (ρεαλιστικά) προβλήματα και με τα οποία καλούνται να ασχοληθούν οι μαθητές. Γίνεται αντιληπτό ότι οι μαθητές έρχονται ελάχιστα σε επαφή με τη στρατηγική κατασκευής προβλήματος και τα ρεαλιστικά Μαθηματικά στη σχολική ζωή τους στο δημοτικό. Αυτό γίνεται χειρότερο στις τάξεις του Γυμνασίου και Λυκείου όπου η πίεση της ύλης, η μαθηματικοποίηση και τυποποίηση των Μαθηματικών δεν αφήνει περιθώρια για ενασχόληση με την κατασκευή προβλημάτων που ενισχύει την κριτική σκέψη και τη δημιουργικότητα, σύμφωνα με όσα έχουν αναφερθεί προηγουμένως με βάση τη βιβλιογραφία, ούτε με τα ρεαλιστικά Μαθηματικά που ενισχύουν την κατανόηση και τη λογική των μαθητών, καθώς συνδυάζουν τα προβλήματα της καθημερινότητας με τα Μαθηματικά.

Σύμφωνα με την Lavy (2015), εάν οι καθηγητές πανεπιστημίου επιθυμούν οι μελλοντικοί δάσκαλοι να εφαρμόσουν την κατασκευή προβλήματος στα μελλοντικά τους μαθήματα, θα πρέπει να τους παρέχουν ευκαιρίες να αποκτήσουν εμπειρία σε αυτό.

Είναι σημαντικό λοιπόν να διδαχθούν οι δάσκαλοι, πριν μπουν στην τάξη, πώς να ενσωματώσουν τις δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων στα μαθήματά τους ως μέρος των εκπαιδευτικών προγραμμάτων στα οποία συμμετέχουν.

2.5 Κατασκευή Προβλημάτων και οφέλη στη διδασκαλία Μαθηματικών

Σύμφωνα με τους Chen και Cai (2019), ο τομέας της μαθηματικής εκπαίδευσης μόλις άρχισε να εξερευνά την κατασκευή προβλημάτων ως έναν τρόπο διδασκαλίας των Μαθηματικών. Επίσης αναφέρουν ότι η διδασκαλία μέσω κατασκευής Μαθηματικών προβλημάτων έχει μεγαλύτερες δυνατότητες από τη διδασκαλία μέσω της επίλυσης προβλημάτων, και τα πιθανά οφέλη της διδασκαλίας Μαθηματικών μέσω της δημιουργίας προβλημάτων αναγνωρίζονται ευρέως (Cai et al., 2015). Συγκεκριμένοι λόγοι για αυτό είναι ο ανοικτός χαρακτήρας της δημιουργίας Μαθηματικών προβλημάτων, οι πιθανές συνδέσεις που μπορούν να κάνουν οι μαθητές (μεταξύ γνώσης και εμπειριών πραγματικής ζωής) ενώ προσπαθούν να δημιουργήσουν προβλήματα, και η αυξημένη συμμετοχή των μαθητών σε αυτή τη διαδικασία δημιουργίας προβλημάτων.

Στηριζόμενοι στην έρευνά τους, οι Chen και Cai (2019) αναφέρουν τα ακόλουθα πλεονεκτήματα της χρήσης της κατασκευής προβλημάτων στην τάξη:

1. *Οι μαθητές, στο μάθημα της κατασκευής προβλημάτων, ενεργοποιούν τη σκέψη και συμμετέχουν σε μια ατμόσφαιρα ζωντανής τάξης.* Στη συγκεκριμένη έρευνα, οι μαθητές της τετάρτης δημοτικού δεν είχαν ποτέ ασχοληθεί με την εμπειρία να παρουσιάσουν τα δικά τους προβλήματα στο παρελθόν. Τόσο η μορφή όσο και το περιεχόμενο του μαθήματος ήταν νέα, πρωτότυπα, ενδιαφέροντα και ζωντανά. Παρουσιάζοντας τα δικά τους προβλήματα, ήταν σε θέση να δημιουργήσουν ουσιαστικά προβλήματα πραγματικής ζωής ευθυγραμμισμένα με τη δική τους ζωή και τις μαθησιακές τους εμπειρίες, ενώ παράλληλα ασχολήθηκαν πλήρως με την ενεργητική σκέψη.
2. *Η δημιουργία προβλημάτων διεγείρει τη σκέψη των μαθητών.* Χρησιμοποιώντας την κατασκευή προβλήματος ως στρατηγική, οι μαθητές εκπαιδεύονται να αρχίσουν να σκέφτονται με εικόνες και εμπειρίες από την πραγματική ζωή από τις οποίες προβάλλουν Μαθηματικά προβλήματα. Διαφορετική από την παραδοσιακή εκπαιδευτική προσέγγιση της επίλυσης προβλημάτων, η προσέγγιση κατασκευής προβλημάτων επιτρέπει στους μαθητές να κατανοήσουν βαθιά τη θεμελιώδη σημασία της επιμεριστικής ιδιότητας, ενώ συνδέονται με την εικονική εμπειρία και ασχολούνται με τις δραστηριότητες της δημιουργίας προβλημάτων, της επίλυσης προβλημάτων, της επικοινωνίας και της αιτιολόγησης των μεθόδων και των αποτελεσμάτων της επίλυσης αυτών των προβλημάτων. Με τον τρόπο αυτό, το μυαλό των μαθητών διεγείρεται ώστε να σκέφτονται δημιουργικά και διαφορετικά. Διευκολύνει επίσης τη δημιουργικότητα των μαθητών, πράγμα που είναι δύσκολο να επιτευχθεί κατά την επίλυση προβλημάτων ρουτίνας (Silver, 1997).
3. *Προωθεί την κατανόηση των εννοιών και την αποσαφήνιση των Μαθηματικών αρχών από τους μαθητές.* Στο μάθημα κατασκευής προβλήματος, οι μαθητές των διαφορετικών ομάδων παρουσίασαν τα δικά τους προβλήματα και μάντεψαν τις εκφράσεις των άλλων ομάδων. Στη διαδικασία εμπλοκής στις εκπαιδευτικές δραστηριότητες, οι μαθητές παρήγαγαν δραστηριότητες για άλλους. Παρουσιάζοντας προβλήματα, η σκέψη των σπουδαστών διεγέρθηκε όχι μόνο για να κατανοήσουν βαθιά τη δομή της επιμεριστικής ιδιότητας

δηλαδή να απαντηθεί το ερώτημα «τι είναι», αλλά και να ανακαλύψουν τη σιωπηρή μαθηματική ουσία της ιδιότητας, με άλλα λόγια, το ζήτημα του «γιατί είναι». Μέσα από τα μαθήματα κατασκευής προβλημάτων, οι δάσκαλοι μπορούν να σπάσουν αποτελεσματικά το γνωστικό χάσμα των μαθητών μεταξύ της μορφής και της φύσης ή της ουσίας της επιμεριστικής ιδιότητας και να βοηθήσουν τους μαθητές να επιτύχουν μια εις βάθος, σταθερή και σαφή κατανόηση της ουσίας τους.

4. Τέλος, εξαλείφει τις διακρίσεις μεταξύ μαθητών με διαφορετικό επίπεδο απόδοσης. Οι μαθητές όλων των Μαθηματικών υποβάθρων μπορούν να συμμετάσχουν εξίσου στην κατασκευή σημαντικών προβλημάτων.

Οι Brown και Walter (2005), υποστηρίζουν ότι η κατασκευή προβλήματος όχι μόνο κάνει τους μαθητές να δημιουργούν νέες ιδέες, αλλά και να τις κατανοούν βαθύτερα. Ο Silver (1994), αναφέρει ότι οι μαθητές αντιλαμβάνονται τον κόσμο μέσα στον οποίο ζουν μέσω τέτοιων δραστηριοτήτων. Εκτός από τα προαναφερθέντα οφέλη, οι δραστηριότητες κατασκευής προβλήματος ενισχύουν τη δημιουργικότητα, τη συλλογιστική και τον προβληματισμό των μαθητών (Bonotto, 2013· Cunningham, 2004). Σε μια άλλη μελέτη της η Bonotto (2009) αναφέρει ότι δραστηριότητες κατασκευής προβλήματος προετοιμάζουν τους μαθητές να αντιμετωπίσουν άλλα προβλήματα που μπορούν να αντιμετωπίσουν στην καθημερινότητά τους.

Οι Hourigan και Leavy (2019) υποστηρίζουν ότι η κατασκευή προβλήματος είναι σημαντική για διάφορους λόγους. Είναι πολύτιμη ως αυτοσκοπός, αλλά αποτελεί επίσης μέσο για την επίτευξη μυριάδων άλλων Μαθηματικών στόχων, όπως η ανάπτυξη αυτοπεποίθησης στα Μαθηματικά, η εμβάθυνση της μαθηματικής κατανόησης, η προώθηση Μαθηματικών ικανοτήτων επίλυσης προβλημάτων και η ανάπτυξη μαθηματικής ικανότητας και αυτονομίας μάθησης (English, 1998· Kilpatrick 1987· Silver, 1994, όπως αναφέρονται στο Leavy & Hourigan, 2019).

Αυτή η έρευνα, των Hourigan και Leavy (2019), διερεύνησε την επίδραση της συμμετοχής σε ένα εκπαιδευτικό μάθημα Μαθηματικών σχετικά με τις δεξιότητες κατασκευής προβλήματος σε 415 υποψήφιους δασκάλους πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης. Μια εκπαιδευτική ενότητα διάρκειας 3 εβδομάδων υλοποιήθηκε αποτελούμενη από μια σειρά από διαλέξεις και σεμινάρια σχετικά με την επίλυση και την κατασκευή προβλημάτων. Ένα ερωτηματολόγιο που εξέταζε τις αντιλήψεις των

συμμετεχόντων και την ικανότητα να δημιουργούν προβλήματα, δόθηκε πριν και μετά. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι υπήρξαν βελτιώσεις στις αντιλήψεις για το τι κάνει ένα πρόβλημα καλό και στην ικανότητα να δημιουργούν καλά προβλήματα. Τα αρχικά προβλήματα ήταν γενικά αριθμητικά, απαιτούσαν ένα βήμα προς επίλυση και είχαν μόνο μία σωστή λύση, ενώ μετά την εκπαιδευτική ενότητα δόθηκε προσοχή στο σχεδιασμό προβλημάτων που είχαν τη δυνατότητα χρήσης πολλαπλών στρατηγικών, πολλαπλών πιθανών σωστών λύσεων, πολλαπλών τρόπων αναπαράστασης και ενσωμάτωσης εξωγενών πληροφοριών. Παρά τις βελτιώσεις αυτές, φάνηκε στην έρευνα τόσο η πολυπλοκότητα της κατασκευής προβλήματος όσο και οι προκλήσεις που εξακολουθούν να υφίστανται για τους υποψήφιους δασκάλους στην κατασκευή καλών προβλημάτων. Συγκεκριμένα, αναπτύχθηκαν δεξιότητες για τον εντοπισμό Μαθηματικά αξιόλογων προβλημάτων από μια σειρά προβλημάτων ή για την αναδιατύπωση συγκεκριμένων προβλημάτων για να γίνουν καλύτερα, τα οποία υποστηρίζουν τους υποψήφιους δασκάλους στην ανάπτυξη των γνώσεων και των κατανοήσεων που απαιτούνται για να κατασκευάζουν αξιόλογα προβλήματα.

Οι δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων θεωρούνται ως γνωστικά απαιτητικές εργασίες (Cai & Hwang, 2002), συνεπώς μπορούν να προσφέρουν τα πνευματικά πλαίσια για την Μαθηματική ανάπτυξη των μαθητών (Cai et al., 2013) καθώς είτε πρόκειται για τη δημιουργία νέων προβλημάτων που βασίζονται σε μια δεδομένη κατάσταση είτε για την αναδιατύπωση ενός δεδομένου προβλήματος, η κατασκευή προβλήματος συχνά απαιτεί από τον κατασκευαστή του προβλήματος να υπερβεί τις διαδικασίες επίλυσης προβλημάτων για να προβληματιστεί σχετικά με τη μεγαλύτερη διάρθρωση και σκοπό του έργου (Cai et al., 2013).

Όσον αφορά τα οφέλη που αποκομίζουν οι δάσκαλοι, οι δραστηριότητες κατασκευής προβλημάτων παρέχουν πληροφορίες για το πώς οι μαθητές κατανοούν τα Μαθηματικά και πώς μπορούν έτσι, οι δραστηριότητες αυτές, να αποτελέσουν ένα χρήσιμο εργαλείο αξιολόγησης (Lin, 2004).

Η κατασκευή προβλήματος είναι επίσης σημαντική για τους εκπαιδευτικούς, καθώς τους επιτρέπει να κατανοήσουν τι σκέφτονται οι σπουδαστές τους ή τι είδους παρερμηνείες ή δυσκολίες έχουν οι μαθητές τους (Silver, 1994). Ως εκ τούτου, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να επιτρέψουν στους μαθητές τους να δημιουργήσουν προβλήματα για να ενισχύσουν τις μαθηματικές διδασκαλίες τους (Dogan-Coskun, 2019).

Πάνω στο ίδιο θέμα, οι Barlow και Cates (2006), υποστηρίζουν ότι η κατασκευή προβλήματος στις τάξεις του δημοτικού επηρεάζει θετικά τις πεποιθήσεις των εκπαιδευτικών για τα ίδια τα Μαθηματικά και τις μαθηματικές διδασκαλίες.

Επίσης οι Lavy και Shriki (2010) αναφέρουν πως όταν οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί αναγνωρίσουν την εμπειρία της κατασκευής προβλημάτων ως ουσιαστική και αποδοτική, τότε θα μπορούν μελλοντικά να γοητεύσουν και τους μαθητές τους σε αυτή τη διαδικασία.

Σύμφωνα με τους Guvercin και Verbovskiy (2014), η κατασκευή προβλήματος βελτιώνει όχι μόνο τις στάσεις των μαθητών αλλά και τις στάσεις των εκπαιδευτικών. Αμβλύνει την παρανόηση σχετικά με τη φύση των Μαθηματικών και δίνει μεγαλύτερη ευθύνη στους μαθητές, οι οποίοι έχουν κίνητρα να δημιουργούν προβλήματα κατά τη διάρκεια του μαθήματος των Μαθηματικών. Κύριος στόχος δεν είναι να δημιουργηθούν οι καλύτεροι κατασκευαστές προβλημάτων. Αντί για αυτό, πρέπει η κατασκευή προβλήματος να χρησιμοποιηθεί ως εργαλείο για την παραγωγή καλών λυτών Μαθηματικών προβλημάτων (Guvercin & Verbovskiy, 2014).

Τέλος, ο Lednický (2015) αναφέρει πως η σκόπιμη χρήση των στρατηγικών κατασκευής προβλήματος μπορούν να αυξήσουν την ποσότητα και την ποιότητα των σχεδιασμένων εργασιών.

Κεφάλαιο 3 - Η στρατηγική What-if-not (WIN)

3.1 Γενικά

Μεγάλη πρόοδος στη γνώση έχει πραγματοποιηθεί από ανθρώπους που είχαν το θάρρος να εξετάσουν ένα σύνολο χαρακτηριστικών και να ρωτήσουν: «What-if-not?»- «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;». Πολλές φορές μάλιστα με προσωπικό κόστος καθώς έχουμε πολλά παραδείγματα ανθρώπων στην ιστορία που κάηκαν ή δηλητηριάστηκαν για τις διατυπώσεις «What-if-not?» («Τι θα συνέβαινε αν δεν...; ») μιας ιδέας! Μέχρι τον 18ο αιώνα, οι μαθηματικοί μάταια προσπαθούσαν να αποδείξουν το αξίωμα των παραλλήλων ως θεώρημα. Χρειάστηκαν 2000 χρόνια για να μπορέσουν να διατυπώσουν ακόμη και την ερώτηση, «Τι θα συνέβαινε αν δεν ισχύει ότι μέσω ενός συγκεκριμένου εξωτερικού σημείου περνάει μόνο μία ευθεία παράλληλη σε μια δεδομένη ευθεία; Τι γίνεται αν υπήρχαν τουλάχιστον δύο; Καμία; Τι θα προκαλούσε αυτό στα θεμέλια της γεωμετρίας;» (Brown & Walter, 2005, σελ. 48).

Οι Brown και Walter (2005), πρότειναν μια νέα προσέγγιση στην κατασκευή και την επίλυση προβλημάτων στη διδασκαλία των Μαθηματικών χρησιμοποιώντας τη στρατηγική «What-if-not? »- «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;». Βασίζεται στην ιδέα ότι η τροποποίηση των χαρακτηριστικών ενός δεδομένου προβλήματος θα μπορούσε να δώσει νέα και ενδιαφέροντα προβλήματα που μπορεί τελικά να οδηγήσουν σε ενδιαφέρουσες έρευνες. Η στρατηγική των Brown και Walter δίνει μεγαλύτερη έμφαση στο να τεθεί μια ερώτηση ή ένα πρόβλημα από τους μαθητές από το να απαντηθεί μια ερώτηση. Αυτή η μέθοδος διδασκαλίας απαιτεί από τους μαθητές να δημιουργήσουν νέα προβλήματα με βάση ένα πρόβλημα που έχει επιλυθεί, μέσα από μια διαδικασία διαφοροποίησης των συνθηκών ή των στόχων του αρχικού προβλήματος (Silver, 1997). Με την εφαρμογή αυτής της προσέγγισης οι εκπαιδευτικοί είναι πιθανό να υποστηρίξουν την ανάπτυξη της δημιουργικότητας των μαθητών στα Μαθηματικά (Shriki, 2013).

Οι Brown και Walter (2005:35) αναφέρουν πως μεγάλο μέρος της Μαθηματικής σκέψης αρχίζει με την υπόθεση ότι παίρνουμε το «δοθέν» ως δεδομένο και ότι εκπαιδευόμαστε να ξεκινήσουμε μια απόδειξη κάνοντας αναφορά και αποδοχή του δεδομένου. «Αυτή η στρατηγική μπορεί να αποκαλύψει στους μαθητές αρκετά

σημαντικά σημεία που έχουν σχέση με τη Μαθηματική σκέψη, σκέψη που παρεμποδίζεται όταν θεωρούμε ως δεδομένο το *δοθέν*» (Seo, 1998:14).

Σύμφωνα με τους Brown και Walter (2005), υπάρχουν οπωσδήποτε πολύ περισσότερα στα Μαθηματικά από το να κάνουμε μόνο αποδείξεις και καταγράφουν κάποιες λογικές μαθηματικές δραστηριότητες χρησιμοποιώντας τη στρατηγική «Τι θα συνέβαινε αν δεν...; » όπως:

- δημιουργία μιας νέας ιδέας,
- εύρεση μιας κατάλληλης εικόνας για να μπορέσουμε να διατηρήσουμε μια παλαιά,
- αξιολόγηση της σημασίας μιας ιδέας που ίσως έχουμε ήδη μάθει,
- ανακάλυψη νέων συνδέσεων.

Για όλες αυτές τις δραστηριότητες λοιπόν, χρειαζόμαστε μια διαφορετική αντίληψη από το να προσδιορίσουμε απλά και να αποδεχτούμε το δεδομένο για να επιλύσουμε κάποιο πρόβλημα.

3.2 Περιγραφή στρατηγικής

Με βάση αυτή την προσέγγιση κατασκευής προβλήματος των Brown και Walter, οι μαθητές ενθαρρύνονται να περάσουν από τρία επίπεδα ξεκινώντας από την επανεξέταση ενός συγκεκριμένου προβλήματος, προκειμένου να αντλήσουν συναφή νέα προβλήματα. Στο πρώτο επίπεδο (Επίπεδο 1) οι μαθητές καλούνται να κάνουν μια λίστα με τα χαρακτηριστικά του προβλήματος. Στο δεύτερο επίπεδο (Επίπεδο 2) θα πρέπει να διατυπώνουν την ερώτηση «What-if-not?» - «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» και να προτείνουν εναλλακτικές λύσεις στα αναφερόμενα χαρακτηριστικά. Στο τρίτο επίπεδο (Επίπεδο 3) δημιουργούν νέες ερωτήσεις, εμπνευσμένες από τις εναλλακτικές λύσεις. Η στρατηγική επιτρέπει την απομάκρυνση από μια άκαμπτη διδακτική μορφή που κάνει τους μαθητές να πιστεύουν ότι υπάρχει μόνο ένας «σωστός τρόπος» να αναφερθούν σε ένα δεδομένο πρόβλημα. Η χρήση αυτής της στρατηγικής δημιουργίας προβλημάτων παρέχει στους φοιτητές την ευκαιρία να συζητήσουν ένα ευρύ φάσμα ιδεών και να εξετάσουν το νόημα του προβλήματος αντί να εστιάζουν μόνο στην εξεύρεση λύσης (Lavy & Shriki, 2007).

Σύμφωνα με το Seo (1998), η στρατηγική «What-if-not?» (WIN), όπως περιγράφεται από τους Brown και Walter, είναι μία από τις πιο σημαντικές αποτελεσματικές στρατηγικές κατασκευής προβλημάτων. Η εφαρμογή της στρατηγικής WIN επιτρέπει στους εκπαιδευτικούς να επεκτείνουν το διδακτικό τους ρεπερτόριο δημιουργώντας περιβάλλοντα μάθησης που ενθαρρύνουν τη συζήτηση διαφόρων ιδεών και επιδεικνύουν στους μαθητές ότι συχνά υπάρχουν περισσότεροι από ένας «σωστός τρόπος» για την επίλυση ενός συγκεκριμένου προβλήματος. Αυτή η προσέγγιση επιτρέπει επίσης στους μαθητές να εξετάσουν το νόημα ενός προβλήματος, αντί να εστιάζουν απλώς στην εξεύρεση λύσης (Seo, 1997).

Ο Lednický (2015), συμπληρώνει τη στρατηγική των πέντε επιπέδων των Brown και Walter:

Επίπεδο 0 - Επιλογή ενός σημείου εκκίνησης:

Ως σημείο εκκίνησης για την κατασκευή προβλήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί ένα αληθινό υλικό, ένα υπάρχον πρόβλημα ή ένα θεώρημα.

Επίπεδο 1 - Λίστα χαρακτηριστικών:

Κοιτάζτε τι δίνεται και βρείτε τα σημαντικά χαρακτηριστικά του σημείου εκκίνησης.

Επίπεδο 2 - What-if-not-ing:

Επιλέξτε ένα ή περισσότερα χαρακτηριστικά από τη λίστα και ρωτήστε «Αν όχι αυτό το χαρακτηριστικό;» και παραθέστε ορισμένες εναλλακτικές για αυτό το χαρακτηριστικό.

Επίπεδο 3 - Ερώτηση που τίθεται ή κατασκευή προβλήματος:

Επιλέξτε μια εναλλακτική λύση για το χαρακτηριστικό και θέστε μια ερώτηση ή ένα πρόβλημα.

Επίπεδο 4 - Ανάλυση του προβλήματος:

Η ανάλυση και η προσπάθεια να απαντηθεί η ερώτηση μας δίνει μια βαθύτερη εικόνα του προβλήματος.

(συμπλήρωμα του Lednickýοι προτάσεις με πλάγια γράμματα)

Στη διεθνή βιβλιογραφία, καθώς και στο βιβλίο των Brown και Walter (2005), *The Art of problem posing*, αναφέρονται πολλά παραδείγματα εφαρμογής της στρατηγικής «What-if-not?», στα Μαθηματικά, σε μια προσπάθεια να την ερευνήσουν και να την επεξηγήσουν. Για να γίνει κατανοητή η στρατηγική αυτή θα παρουσιαστούν κάποια παραδείγματα από τη βιβλιογραφία, με κυρίαρχο το παράδειγμα 1 των Brown και Walter που αφορά στο Πυθαγόρειο Θεώρημα.

3.2.1 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

Παράδειγμα 1

Διατύπωση Πυθαγόρειου Θεωρήματος : Σε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές α , β , γ (όπου α , β κάθετες και γ η υποτείνουσα), το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών ισούται με το τετράγωνο της υποτείνουσας, δηλαδή $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2$

Επίπεδο 0 - Επιλογή σημείου εκκίνησης

Το Πυθαγόρειο Θεώρημα

Επίπεδο 1 - Λίστα Χαρακτηριστικών

1. Η δήλωση ότι είναι ένα θεώρημα
2. Το θεώρημα ασχολείται με τα μήκη των τριών πλευρών.
3. Το θεώρημα ασχολείται με ένα ορθογώνιο τρίγωνο.
4. Το θεώρημα ασχολείται με εμβαδά.
5. Το θεώρημα ασχολείται με τετράγωνα.
6. Υπάρχουν τρεις μεταβλητές που συνδέονται με το θεώρημα.
7. Οι μεταβλητές σχετίζονται με το «=».
8. Υπάρχει το σύμβολο «+» ανάμεσα σε 2 από τις μεταβλητές
9. Υπάρχουν 3 εκθέτες, που είναι όλοι οι ίδιοι
10. Οι εκθέτες είναι θετικοί ακέραιοι.

Επίπεδο 2 - What-if-not-ing:

(Επιλογή ενός χαρακτηριστικού από τη λίστα κάθε φορά και ερώτηση «Αν όχι αυτό το χαρακτηριστικό;» και παράθεση ορισμένων εναλλακτικών για αυτό το χαρακτηριστικό. Συμβολίζουμε τις εναλλακτικές λύσεις με (~ 1), πράγμα που σημαίνει «όχι

χαρακτηριστικό 1» και σημειώσουμε τις διάφορες εναλλακτικές λύσεις με δείκτες όπως $(\sim 1)_2$)

1. Η δήλωση ότι είναι ένα θεώρημα

$(\sim 1)_1$, Κατασκευάστε τη δήλωση ως ορισμό.

$(\sim 1)_2$, Κατασκευάστε τη δήλωση ως αξίωμα.

$(\sim 1)_3$, Υποθέστε ότι η δήλωση είναι ψευδής, δηλαδή $\alpha^2 + \beta^2 \neq \gamma^2$.

2. Το θεώρημα ασχολείται με τα μήκη των τριών πλευρών.

$(\sim 2)_1$, Εξετάστε τα μισά μήκη των πλευρών.

$(\sim 2)_2$, Κοιτάξτε τις διαφορές προεξοχές των τριών πλευρών.

$(\sim 2)_3$, Κοιτάξτε τον προσανατολισμό των τριών πλευρών.

3. Το θεώρημα ασχολείται με ένα ορθογώνιο τρίγωνο.

$(\sim 3)_1$, Εξετάστε ένα οξυγώνιο τρίγωνο.

$(\sim 3)_2$, Εξετάστε ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο.

4. Το θεώρημα ασχολείται με εμβαδά.

$(\sim 4)_1$, Ας υποθέσουμε ότι ασχολείται με τον όγκο.

$(\sim 4)_2$, Εξετάστε υψηλότερες (ή χαμηλότερες) διαστάσεις.

5. Το θεώρημα ασχολείται με τετράγωνα.

$(\sim 5)_1$, Εξετάστε ορθογώνια στις πλευρές.

$(\sim 5)_2$, Εξετάστε τρίγωνα στις πλευρές.

$(\sim 5)_3$, Εξετάστε παρόμοια πολύγωνα στις πλευρές.

$(\sim 5)_4$, Εξετάστε τυχαία πολύγωνα στις πλευρές.

6. Υπάρχουν τρεις μεταβλητές που συνδέονται με το θεώρημα.

$(\sim 6)_1$, Ας υποθέσουμε ότι υπήρχαν 4 μεταβλητές,

$$\text{π.χ. } \alpha^2 + \beta^2 = \delta^2 + \gamma^2 \text{ ή } \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \delta^2.$$

$(\sim 6)_2$, Ας υποθέσουμε ότι υπήρχαν δύο μεταβλητές, π.χ., $\alpha^2 = \beta^2$

$(\sim 6)_3$, Ας υποθέσουμε ότι υπήρχαν 3 μεταβλητές και ορισμένες σταθερές π.χ. $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2 + n$

(~ 6)₄, Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν δύο μεταβλητές και μια σταθερή π.χ. $\alpha^2 + \beta^2 = n$

7. Οι μεταβλητές σχετίζονται με το « = ».

(~ 7)₁, Οι μεταβλητές σχετίζονται με «<»: $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$.

(~ 7)₂, Οι μεταβλητές σχετίζονται με «<=»: $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$.

(~ 7)₃, Οι μεταβλητές σχετίζονται με διαίρεση: $\alpha^2 + \beta^2$ δια γ^2 .

(~ 7)₄, Οι μεταβλητές σχετίζονται με το «>»: $\alpha^2 + \beta^2 > \gamma^2$.

(~ 7)₅, $\alpha^2 + \beta^2$ και γ^2 έχουν μεγάλη-υψηλή συσχέτιση

(~ 7)₆, $\alpha^2 + \beta^2$ διαφέρει από το γ^2 με μια σταθερά.

8. Υπάρχει το σύμβολο «+» ανάμεσα σε 2 από τις μεταβλητές

(~8)₁, $\alpha^2 - \beta^2 = \gamma^2$.

(~8)₂, $\alpha^2 * \beta^2 = \gamma^2$.

(~8)₃, $(\alpha^2)^{\beta^2} = \gamma^2$.

(~8)₄, $\alpha^2: \beta^2 = \gamma^2$

9. Υπάρχουν 3 εκθέτες, που είναι όλοι οι ίδιοι

(~9)₁, $\alpha + \beta^2 = \gamma^2$.

(~9)₂, $\alpha + \beta = \gamma^2$.

(~9)₃, $\alpha^2 + \beta^3 = \gamma^5$.

(~9)₄, $\alpha^2 + \beta^2 = c$.

10. Οι εκθέτες είναι θετικοί ακέραιοι.

(-10)₁, $\alpha^{1/2} + \beta^{1/2} = \gamma^{1/2}$

(-10)₂, $\alpha^{-1} + \beta^{-1} = \gamma^{-1}$

(-10)₃, $\alpha^{\sqrt{2}} + \beta^{\sqrt{2}} = \gamma^{\sqrt{2}}$

Έχουμε λοιπόν 10 χαρακτηριστικά του Πυθαγόρειου θεωρήματος και παρουσιάζονται δύο ή περισσότερες εναλλακτικές λύσεις για κάθε ένα από αυτά. Για το χαρακτηριστικό 7 δημιουργήθηκαν 6 εναλλακτικές λύσεις και συνολικά πάνω από 30 εναλλακτικές λύσεις. Με αυτή τη λίστα των εναλλακτικών λύσεων «Τι θα

συνέβαινε αν δεν...;» περνάμε στο *Επίπεδο 3*, δηλαδή στην ερώτηση (Asking). Στο τρίτο αυτό επίπεδο εξετάζεται μια από τις εναλλακτικές του χαρακτηριστικού 7.

Επίπεδο 3 - Ερώτηση ή κατασκευή προβλήματος

Από τις εναλλακτικές λύσεις επιλέγουμε την $(\sim 7)_1$ για να δείξουμε πώς οι εναλλακτικές λύσεις του χαρακτηριστικού αυτού μπορούν να οδηγήσουν σε νέες έρευνες.

$(\sim 7)_1$, Οι μεταβλητές σχετίζονται με «<»: $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$.

Τι ερωτήματα έρχονται στο νου;

$(\sim 7)_1\alpha$) Έχει το $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$ οποιαδήποτε γεωμετρική σημασία;

$(\sim 7)_1\beta$) Για ποιους αριθμούς αληθεύει η σχέση, $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$;

$(\sim 7)_1\gamma$) Πόσες περιπτώσεις υπάρχουν για τις οποίες το $\alpha^2 + \beta^2$ διαφέρει από το γ^2 κατά μια συγκεκριμένη σταθερά; (δηλαδή, $\alpha^2 + \beta^2 = k + \gamma^2$ για σταθερό k).

$(\sim 7)_1\delta$) Ποιο είναι το γράφημα του $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$;

Υποβάλλοντας μια ερώτηση λοιπόν, είναι φανερό ότι υπάρχει μεγάλη πιθανότητα να προκύψει κάτι νέο, μια νέα έρευνα.

Επίπεδο 4 - Ανάλυση του προβλήματος

Θα αναλύσουμε το πρώτο ερώτημα, «Το $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$ έχει κάποια γεωμετρική σημασία;»

Πρώτα θα διατυπώσουμε την παραπάνω αλγεβρική ανισότητα γεωμετρικά: *Το άθροισμα των τετραγώνων των δύο πλευρών ενός ορθογώνιου τριγώνου είναι μικρότερο από το τετράγωνο της υποτείνουσας. Αν και γνωρίζουμε από το Πυθαγόρειο θεώρημα ότι αυτό δεν ισχύει στην περίπτωση ενός ορθογωνίου τριγώνου, κάτω από ποιες συνθήκες μπορεί να είναι $\alpha^2 + \beta^2$ μικρότερο από γ^2 και ποια είναι η γεωμετρική σημασία;*

Ο νόμος των συνημίτονων αναφέρει ότι για κάθε τρεις πλευρές α , β και γ ενός τριγώνου, ισχύει $\alpha^2 + \beta^2 = \gamma^2 + 2\alpha\beta\cos\Gamma$. Ως εκ τούτου $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$, όποτε η τιμή $\cos\Gamma$ είναι αρνητική, το οποίο συμβαίνει μόνο όταν η γωνία Γ είναι αμβλεία.

Οι Brown και Walter συνεχίζουν την έρευνά τους μιμούμενοι τη διαδικασία απόδειξης του θεωρήματος από τον Ευκλείδη και προσπαθούν να αιτιολογήσουν με γεωμετρικούς όρους την ανισότητα $\alpha^2 + \beta^2 < \gamma^2$.

Τέλος, οι Brown και Walter (2005) κάνουν αναφορά στην επαναληπτική (cycling) τεχνική που μπορεί να επιτευχθεί μέσα από τη στρατηγική «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;»:

Το σχέδιό μας, ωστόσο, δεν είναι τόσο γραμμικό όσο φαίνεται από τον κατάλογο αυτό. Σχεδόν κάθε μέρος μπορεί (και επηρεάζει) να επηρεάσει και άλλα. Μια νέα ερώτηση μπορεί να ενεργοποιήσει ένα νέο χαρακτηριστικό, και ένα νέο χαρακτηριστικό μπορεί με τη σειρά του να ενεργοποιήσει μια νέα ερώτηση (για παράδειγμα). Αυτό με τη σειρά του μπορεί σας επιτρέπει να δείτε το αρχικό φαινόμενο υπό νέα οπτική. (σελ. 60)

Παράδειγμα 2

Οι Haghverdi και Gholami (2015) παρουσιάζουν τα επίπεδα αυτής της στρατηγικής όπως φαίνεται στον πίνακα 3.1:

Πίνακας 3.1: Στάδια στρατηγικής «What-if-not?»

Επίπεδο 0	Επιλογή ενός σημείου εκκίνησης:	Τα ύψη στις ίσες πλευρές ισοσκελούς τριγώνου είναι μεταξύ τους ίσα.
Επίπεδο 1	Λίστα χαρακτηριστικών του δοθέντος προβλήματος	• Ύψη • Τρίγωνο • Ισοσκελές
Επίπεδο 2	Διατύπωση ερώτησης «Αν όχι αυτό το χαρακτηριστικό,» για κάθε χαρακτηριστικό	Αν δεν είναι ύψη; (π.χ. είναι διάμεσοι, είναι διχοτόμοι)
Επίπεδο 3	Διατύπωση ερωτήματος ή κατασκευή προβλήματος	Οι διάμεσοι στις ίσες πλευρές ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες;
Επίπεδο 4	Ανάλυση και απάντηση της νέας ερώτησης	Αυτή η ερώτηση είναι διαφορετική από την αρχική ερώτηση και είναι αρκετά σωστή. Χρειαζόμαστε μια νέα προσέγγιση για την επίλυση αυτού του ζητήματος και...

Παράδειγμα 3

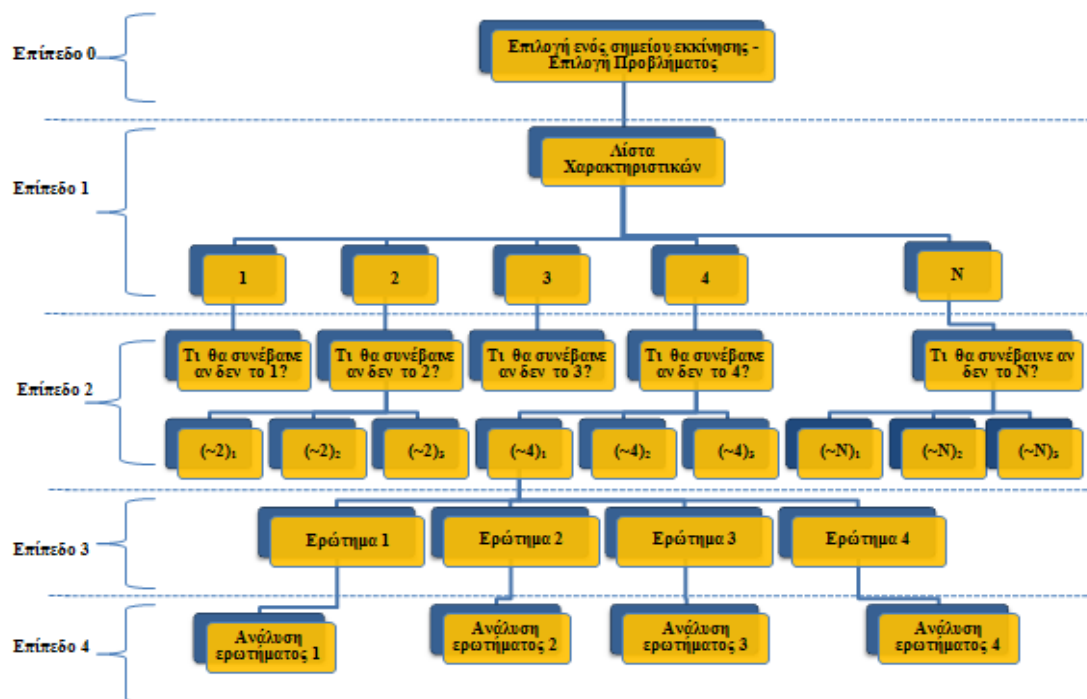
Οι Lavy και Bershadsky (2003), για να περιγράψουν τη στρατηγική παραθέτουν το ακόλουθο παράδειγμα: Ποια είναι η απόσταση (OP) από το κέντρο της βάσης μιας

κανονικής τριγωνικής πυραμίδας στο πλευρικό πρόσωπο της πυραμίδας δεδομένου ότι το ύψος (SO) της πυραμίδας είναι 10 εκατοστά και η διεδρική γωνία (η γωνία μεταξύ των δύο όψεων) είναι 67° .

Σύμφωνα με τους παραπάνω ερευνητές, ο φοιτητής πρέπει να κάνει μια λίστα με όλα τα στοιχεία των δεδομένων και το ζήτημα του προβλήματος, να ρωτήσει «τι θα συνέβαινε αν δεν...;» για κάθε ένα από αυτά και στη συνέχεια να προτείνει διαφορετικές εναλλακτικές λύσεις. Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, αναφερόμενοι στο χαρακτηριστικό «μία πυραμίδα», οι φοιτητές μπορούν να προτείνουν ως εναλλακτική λύση «ένας κύβος, ένας κύλινδρος, μια σφαίρα ή άλλο στερεό σχήμα». Για κάθε μία από αυτές τις εναλλακτικές λύσεις, μπορεί να δημιουργηθεί ένα νέο πρόβλημα και πρέπει κανείς να αναρωτηθεί πρώτα αν είναι ένα έγκυρο μαθηματικό πρόβλημα και δεύτερον, αν είναι επιλύσιμο ή όχι. Χρησιμοποιώντας τη στρατηγική «τι θα συνέβαινε αν δεν...;» μπορεί κανείς να αλλάξει δύο ή περισσότερα στοιχεία δεδομένων και να αντιμετωπίσει ένα νέο πρόβλημα.

Στην πραγματικότητα, σύμφωνα με τους Lavy και Bershadsky (2003), η στρατηγική αποτελείται από δύο επίπεδα: Επίπεδο 1 και Επίπεδο 2. Στο Επίπεδο 1 πρέπει να καταχωρίσουμε όλα τα χαρακτηριστικά που περιλαμβάνονται στη δήλωση του προβλήματος και στο Επίπεδο 2 πρέπει να αρνηθεί κανείς κάθε μία από τις αναφερόμενες ιδιότητες με το ερώτημα «τι θα συνέβαινε εάν δεν...;» το «χαρακτηριστικό k;» Στη συνέχεια, πρέπει να γίνει μια λίστα με εναλλακτικές λύσεις για το χαρακτηριστικό για το οποίο έχουμε άρνηση. Κάθε μία από τις προσφερόμενες εναλλακτικές λύσεις δημιουργεί μια νέα προβληματική κατάσταση, ένα νέο πρόβλημα.

Με βάση τις παραπάνω περιγραφές και τα παραδείγματα, η συγκεκριμένη στρατηγική κατασκευής προβλήματος «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» (What-if-not?) θα μπορούσε να απεικονιστεί όπως φαίνεται στην Εικόνα 3:



Εικόνα 3: Σχηματική περιγραφή της στρατηγικής «What-if-not? »

Κεφάλαιο 4 - Μεθοδολογία

Με βάση την προαναφερθείσα βιβλιογραφία, η στάση των δασκάλων, ιδίως των μελλοντικών δασκάλων τόσο απέναντι στα Μαθηματικά, όσο και απέναντι στη διδασκαλία των Μαθηματικών, είναι σημαντική διότι υπάρχει σημαντική σχέση ανάμεσα στη στάση τους απέναντι στη διδασκαλία των Μαθηματικών και της πρακτικής τους στη διδασκαλία των Μαθηματικών. Ως αποτέλεσμα, έχουν ισχυρή επιρροή στη στάση των μαθητών απέναντι στα Μαθηματικά (Ernest, 2003).

Οι Akay και Boz (2010), αναφέρουν ότι η ικανότητα κατασκευής προβλημάτων, η στάση απέναντι στα Μαθηματικά και η μαθηματική αυτοεκτίμηση θεωρούνται τρεις θεμελιώδεις έννοιες μεταξύ των σημαντικότερων χαρακτηριστικών της μαθηματικής μάθησης και της διδασκαλίας και έχουν στενές σχέσεις με την επιτυχία στα Μαθηματικά. Συμπεραίνουν στην έρευνά τους, λοιπόν, ότι η κατασκευή προβλήματος μπορεί να μειώσει τους κοινούς φόβους και τις ανησυχίες για τα Μαθηματικά και να προωθήσει μια πιο θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά. Ωστόσο, κατά την ανασκόπηση της βιβλιογραφίας δεν φαίνεται να υπάρχει σημαντικός αριθμός ερευνών στον Ελλαδικό χώρο, που να εξετάζουν τον τρόπο με τον οποίο μια στρατηγική κατασκευής προβλήματος, όπως η «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;», μπορεί να επιδράσει στις στάσεις των μελλοντικών δασκάλων.

Λαμβάνοντας υπόψη τα παραπάνω, η συγκεκριμένη ποσοτική έρευνα επιδιώκει να απαντήσει μέσω μιας συστημικής προσέγγισης στο βασικό ερώτημα *Επιδρά η στρατηγική κατασκευής προβλημάτων «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» στις στάσεις των φοιτητών του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων;* το οποίο διερευνάται μέσω των επιμέρους ερωτημάτων - υποθέσεων:

1. Καταγράφεται διαφοροποίηση των στάσεων φοιτητών και φοιτητριών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων απέναντι στα Μαθηματικά πριν και μετά από μια παρέμβαση σχετικά με τη χρήση της στρατηγικής «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» (What-if-not?) στην κατασκευή προβλήματος;
2. Καταγράφεται συσχέτιση ανάμεσα στο πλήθος των διαφορετικών τύπων προβλημάτων που κατασκεύασαν (ανοικτά, κλειστά και συνολικά) και στις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά;

3. Καταγράφεται συσχέτιση μεταξύ της επίδοσης τους σε εισαγωγικό μάθημα Μαθηματικών και των στάσεων τους απέναντι στα Μαθηματικά καθώς και ανάμεσα στις στάσεις μετά την παρέμβαση και τον τελικό βαθμό στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση»;

4.1 Δείγμα

Η έρευνα πραγματοποιήθηκε από τον Μάρτιο έως τον Ιούνιο του 2019 και συμμετείχαν 78 φοιτητές και φοιτήτριες του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Από το σύνολο των συμμετεχόντων οι 11 ήταν άντρες με ποσοστό 14,1% και οι 67 γυναίκες με ποσοστό 85,9%. Οι ηλικίες των συμμετεχόντων κυμαίνονται από 20 ετών έως 50. Στην ηλικία των 20 ετών έχουμε 30 φοιτητές/τριες (38,5%), των 21 ετών 28 φοιτητές (35,9%), των 22 ετών 8 φοιτητές (10,3%), των 25 ετών 3 (3,8%), στις ηλικίες 31, 33, 35, 36, 38, 44 και 50 από 1 φοιτητή/τρια (1,3% για κάθε μια) και στην ηλικία των 39 ετών 2 φοιτητές/τριες (2,6%). Οι φοιτητές διδάσκονται το μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική άσκηση», κατά τη διάρκεια του οποίου διεξήχθη η έρευνα, στο 6ο εξάμηνο σπουδών (3ο έτος) σύμφωνα με το πρόγραμμα σπουδών του τμήματος και με βάση αυτό παρακολουθούν διδασκαλίες σε Δημοτικά Σχολεία για μία (1) εβδομάδα. Τις τρεις (3) ημέρες παρακολουθούν διδασκαλία και την 4η ή 5η μέρα υλοποιούν μία (1) ωριαία διδασκαλία στο μάθημα των Μαθηματικών. Δηλαδή στα πλαίσια του μαθήματος καλούνται να εφαρμόσουν πρακτικές διδασκαλίας, πράγμα που κάνει ακόμα πιο σημαντική την συγκεκριμένη έρευνα.

4.2 Μέσα συλλογής δεδομένων

Προκειμένου να συλλεχθούν τα δεδομένα της έρευνας, χρησιμοποιήθηκε ένα ερωτηματολόγιο (βλ. Παράρτημα Α), το οποίο ήταν χωρισμένο σε δυο μέρη. Στο πρώτο μέρος αναγράφονται ο σκοπός της έρευνας, οι οδηγίες για τη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου καθώς επίσης διασφαλίζεται και το απόρρητο των προσωπικών δεδομένων. Επίσης, ο συμμετέχων πέρα από το ονοματεπώνυμο και τον αριθμό μητρώου στη σχολή, καλείται να συμπληρώσει την ηλικία, το έτος και τον τρόπο εισαγωγής του στο τμήμα καθώς και το βαθμό του στο μάθημα «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» προηγούμενου εξαμήνου.

Στο δεύτερο μέρος ο συμμετέχων καλείται να σημειώσει το επίπεδο συμφωνίας ή διαφωνίας του με τις δηλώσεις που αναγράφονται στο ερωτηματολόγιο ATMI (Attitudes Toward Mathematics Inventory) των Tapia και Marsh (2004), όπως αυτό μεταφράστηκε από την Ματαμαδιώτου (2018) και οι συμμετέχοντες το συμπλήρωσαν ηλεκτρονικά μέσω του Google Forms, πριν και μετά την παρέμβαση. Επίσης εδώ, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι δόθηκε ένα βαθμολογικό μόνον από τον διδάσκοντα του συγκεκριμένου μαθήματος και ταυτόχρονα επιβλέποντα καθηγητή της έρευνας, στους φοιτητές που θα συμμετείχαν σε αυτή.

Για την κατασκευή προβλημάτων με χρήση της στρατηγικής «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» χρησιμοποιήθηκαν δύο προβλήματα από το βιβλίο Μαθηματικών της ΣΤ' Δημοτικού (βλ. Παράρτημα Β) για καθένα από τα οποία ζητήθηκε από τους φοιτητές να διατυπώσουν δύο προβλήματα, ένα ανοιχτού τύπου και ένα κλειστού τύπου.

4.3 Περιγραφή έρευνας

Στα τέλη Μαρτίου του 2019, στα πλαίσια του μαθήματος «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική άσκηση», ζητήθηκε από τους φοιτητές να συμπληρώσουν, μέσω ενός συνδέσμου που δόθηκε την ηλεκτρονική πλατφόρμα του μαθήματος, το ερωτηματολόγιο ATMI (Tapia & Marsh, 2004), 40 ερωτήσεων (βλ. Παράρτημα Β). Για την μέτρηση των στάσεων των φοιτητών και για την καταγραφή τους χρησιμοποιήθηκαν οι τέσσερις μεταβλητές όπως: η αξία των Μαθηματικών για τη ζωή μας, η ευχαρίστηση – απόλαυση που αντλούμε από την ενασχόληση με τα Μαθηματικά, τα κίνητρα που μας ωθούν να ασχοληθούμε με τα Μαθηματικά και τέλος η αυτοπεποίθηση που νιώθουμε κατά την ενασχόλησή μας με αυτά.

Η απάντηση των δηλώσεων του ερωτηματολογίου γίνεται με τη χρήση μιας πενταβάθμιας κλίμακας Likert με επιλογές που κυμαίνονται από το «Διαφωνώ απόλυτα» (1) μέχρι και το «Συμφωνώ απόλυτως» (5). Επιπλέον, 11 από τις 40 δηλώσεις είναι αρνητικά διατυπωμένες και οι υπόλοιπες θετικά, έτσι ώστε από την αξιολόγησή τους να προκύπτει είτε θετική είτε αρνητική στάση απέναντι Μαθηματικά.

Ακόμη, θα πρέπει να αναφέρουμε ότι πραγματοποιήθηκε αντιστροφή της αρχικής κωδικοποίησης στις απαντήσεις των αρνητικά διατυπωμένων δηλώσεων, προκειμένου να αποτυπώνεται σωστά η διαβάθμιση των στάσεων.

Η βαθμολογία του ερωτηματολογίου ATMI κυμαίνεται από 40 (βαθμολογία 1 για κάθε μία από τις 40 δηλώσεις) έως 200 (βαθμολογία 5 για κάθε μία από τις 40 δηλώσεις).

Η υποκλίμακα της απόλαυσης (ENJOYMENT) μετρήθηκε με τις ακόλουθες δέκα (10) διατυπώσεις - εκφράσεις: «Παίρνω μεγάλη ικανοποίηση από την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος», «Συνήθως απολάμβανα να μελετώ μαθηματικά στο σχολείο», «Τα μαθηματικά είναι ανιαρό και βαρετό μάθημα», «Μου αρέσει να επιλύω καινούργια προβλήματα στα μαθηματικά», «Θα προτιμούσα να κάνω μια εργασία στα μαθηματικά από το να γράψω ένα δοκίμιο», «Τα μαθηματικά μου αρέσουν πραγματικά», «Είμαι πιο ευτυχισμένος/η σε μια τάξη μαθηματικών από ό, τι σε οποιαδήποτε άλλη τάξη», «Τα μαθηματικά είναι ένα πολύ ενδιαφέρον μάθημα», «Νιώθω άνετα εκφράζοντας τις ιδέες μου για τον τρόπο που ψάχνω λύσεις για ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα» και «Νιώθω άνετα να απαντώ σε ερωτήσεις την ώρα των μαθηματικών», η υποκλίμακα των κινήτρων (MOTIVATION) μετρήθηκε με τη βοήθεια πέντε (5) διατυπώσεων: «Είμαι βέβαιος/η ότι θα μπορούσα να μάθω ανώτερα μαθηματικά», «Θα ήθελα να αποφύγω τη χρήση των μαθηματικών στο πανεπιστήμιο», «Είμαι πρόθυμος/η να αποκτήσω περισσότερη μαθηματική γνώση από αυτήν που απαιτείται», «Σκοπεύω να ασχοληθώ με όσο το δυνατόν περισσότερα μαθηματικά μπορώ κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής μου», «Η πρόκληση των μαθηματικών είναι ελκυστική για μένα», η υποκλίμακα της αυτοπεποίθησης (SELF-CONFIDENCE) μετρήθηκε με τις παρακάτω δεκαπέντε (15) δηλώσεις: «Τα μαθηματικά είναι ένα από τα μαθήματα που φοβάμαι περισσότερο», «Το μυαλό μου είναι κενό και δεν είμαι σε θέση να σκεφτώ καθαρά, όταν ασχολούμαι με τα μαθηματικά», «Το να μελετώ μαθηματικά με κάνει να νιώθω αγχωμένος/η», «Τα μαθηματικά με κάνουν να νιώθω άβολα», «Είμαι πάντα κάτω από μια φοβερή πίεση την ώρα των μαθηματικών», «Όταν ακούω τη λέξη μαθηματικά, μου προκαλείται ένα αίσθημα απέχθειας», «Μου προκαλεί άγχος και μόνο να σκεφτώ ότι πρέπει να επιλύσω ένα μαθηματικό πρόβλημα», «Τα μαθηματικά δεν με φοβίζουν καθόλου», «Αναμένω να επιδοθώ πολύ καλά σε οποιαδήποτε τάξη μαθηματικών και αν συμμετέχω», «Είμαι πάντα σε μια σύγχυση την ώρα των μαθηματικών», «Έχω πολλή αυτοπεποίθηση όταν πρόκειται να ασχοληθώ με τα μαθηματικά», «Είμαι σε θέση να επιλύω προβλήματα μαθηματικών, χωρίς μεγάλη δυσκολία», «Νιώθω μια αίσθηση ανασφάλειας όταν επιχειρώ / δοκιμάζω να ασχοληθώ με τα μαθηματικά», «Μαθαίνω μαθηματικά εύκολα», «Πιστεύω πως είμαι καλός/η

στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων». Τέλος, η υποκλίμακα της αξίας (VALUE) των μαθηματικών για τη ζωή μας μετρήθηκε με τις παρακάτω δέκα (10) προτάσεις: «Τα μαθηματικά είναι ένα σημαντικό και απαραίτητο μάθημα», «Θέλω να βελτιώσω τις δεξιότητές μου στα μαθηματικά», «Τα μαθηματικά βοηθούν στην ανάπτυξη του νου και μαθαίνουν ένα άτομο να σκέφτεται», «Τα μαθηματικά είναι σημαντικά στην καθημερινή ζωή», «Τα μαθηματικά είναι ένα από τα πιο σημαντικά μαθήματα που πρέπει να μελετούν οι άνθρωποι», «Τα μαθηματικά στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση θα ήταν πολύ χρήσιμα, ανεξάρτητα από το τι θα αποφασίσω να σπουδάσω στο μέλλον», «Μπορώ να σκεφτώ πολλούς τρόπους που χρησιμοποιώ τα μαθηματικά εκτός από το σχολείο», «Νομίζω πως η μελέτη ανώτερων μαθηματικών είναι χρήσιμη», «Πιστεύω ότι η μελέτη των μαθηματικών με βοηθάει στην επίλυση προβλημάτων σε άλλους τομείς», «Ένα ισχυρό μαθηματικό υπόβαθρο θα μπορούσε να με βοηθήσει στην επαγγελματική μου ζωή».

Μετά την παρέλευση σχεδόν ενός μήνα πραγματοποιήθηκε η παρέμβαση, η οποία ξεκίνησε παρουσιάζοντας την στρατηγική «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» και τα επίπεδα που την απαρτίζουν μέσω παραδειγμάτων και έγινε αναφορά και περιγραφή στους φοιτητές των ανοιχτών και κλειστών προβλημάτων κατά τη διάρκεια μιας ώρας. Οι φοιτητές μέχρι τότε δεν είχαν έρθει σε επαφή κατά τη διάρκεια των σπουδών τους ούτε με τη συγκεκριμένη στρατηγική ούτε με τις έννοιες των ανοιχτών και κλειστών προβλημάτων.

Στη συνέχεια τους δόθηκαν δύο προβλήματα (Εικόνες 4.1 και 4.2) και είχαν σχεδόν δύο ώρες για να διατυπώσουν για καθένα από αυτά δύο προβλήματα, ένα ανοιχτού και ένα κλειστού τύπου.

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το παρτέρι στη νησίδα ανάμεσα σε δύο δρόμους στη Θεσσαλονίκη. Κάθε άνοιξη ο Δήμος αλλάζει τα λουλούδια στα παρτέρια του και χρειάζεται να υπολογίζει τις επιφάνειες των παρτεριών. Αν αυτή η εργασία κοστίζει κατά μέσο όρο 3 € το τετραγωνικό μέτρο, πόσο κοστίζει η αλλαγή των λουλουδιών σ' αυτή τη νησίδα; Μετρήσαμε και βρήκαμε ότι το ύψος είναι 3 εκ. και η βάση 4 εκ. Δίνεται ότι το εμβαδό τριγώνου υπολογίζεται με βάση τον τύπο: $E = 1/2 * \text{βάση} * \text{ύψος}$ (Βιβλίο μαθητή, ΣΤ' Δημοτικού)



Εικόνα 4.1: Το 1ο Πρόβλημα που δόθηκε στους φοιτητές/τριες από το βιβλίο μαθητή της ΣΤ' Δημοτικού

Στους εκλογικούς καταλόγους είναι γραμμένα 16.000 άτομα. Από αυτά ψήφισαν στις δημοτικές εκλογές 85%. Η παράταξη Α' πήρε 51%, ενώ η παράταξη Β' πήρε 34% των ψήφων. Οι υπόλοιποι ψήφισαν λευκό ή άκυρο. Πόσα άτομα ψήφισαν και πόσες ψήφους πήρε κάθε παράταξη; (Βιβλίο μαθητή, ΣΤ' Δημοτικού)



Εικόνα 4.2: Το 2ο Πρόβλημα που δόθηκε στους φοιτητές/τριες από το βιβλίο μαθητή της ΣΤ' Δημοτικού

Τους ζητήθηκε αφού τα διατυπώσουν να προσπαθήσουν και να τα επιλύσουν. Σε όλη τη διάρκεια ο διδάσκων απαντούσε σε ερωτήσεις και έδινε διευκρινίσεις στους φοιτητές. Μετά την ολοκλήρωση της παρέμβασης, ο διδάσκων αφιέρωσε και το επόμενο μάθημα στις παραπάνω έννοιες και τη συγκεκριμένη στρατηγική.

Τέλος, οι φοιτητές συμπλήρωσαν πάλι ηλεκτρονικά το ερωτηματολόγιο που τους είχε δοθεί αρχικά. Λόγω του ότι όλα τα πεδία στο ερωτηματολόγιο ήταν υποχρεωτικά, δεν προέκυψαν missing values. Θα πρέπει εδώ να αναφέρουμε ότι στην αρχική συμπλήρωση του ερωτηματολογίου (pretest) συμμετείχαν 135 φοιτητές, στην παρέμβαση και στην κατασκευή προβλημάτων 165, μιας και το μάθημα ήταν υποχρεωτικό, ενώ στη συμπλήρωση του ερωτηματολογίου στο τέλος (posttest) συμμετείχαν 87. Οι 78 φοιτητές, της παρούσας έρευνας, ήταν αυτοί που συμμετείχαν και στις τρεις διαδικασίες. Στο τέλος του εξαμήνου δόθηκαν και οι βαθμοί στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών-Πρακτική Άσκηση», κατά τη διάρκεια του οποίου διενεργήθηκε η έρευνα.

4.4 Ανάλυση

Αναφορικά με την στατιστική επεξεργασία των δεδομένων μας, χρησιμοποιήθηκε το λογισμικό πακέτο Statistical Package for Social Sciences (SPSS) 23.

Μετά την εισαγωγή των δεδομένων υπολογίστηκαν οι μέσοι όροι για κάθε υποκλίμακα (enjoyment, motivation, value, self-confidence) με βάση τις απαντήσεις των φοιτητών στα ερωτήματα της κάθε κλίμακας, τόσο για το pretest όσο και για το posttest, καθώς και το συνολικό άθροισμα των απαντήσεων των φοιτητών/τριών στο pretest. Προκειμένου να διερευνηθεί η στάση των εκπαιδευτικών απέναντι στα Μαθηματικά, πριν την παρέμβαση, το συνολικό άθροισμα στο pretest χωρίστηκε σε πέντε κατηγορίες: Έντονα Αρνητική, Αρνητική, Ουδέτερη, Θετική, Έντονα Θετική (Sweeting, 2011). Όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, το συνολικό άθροισμα του ATMI μπορεί να είναι από 40 έως 200. Έτσι ορίσαμε τα διαστήματα από 40-72 (Έντονα Αρνητική), από 73-104 (Αρνητική), από 105-135 (Ουδέτερη), από 136-168 (Θετική) και από 169-200 (Έντονα Θετική). Επίσης για κάθε πρόβλημα που ζητήθηκε δημιουργήθηκαν διχότομες μεταβλητές Ναι/Όχι, για τα προβλήματα κλειστού τύπου δημιουργήθηκαν οι μεταβλητές closed_1 και closed_2, ενώ για να ανοιχτού τύπου οι μεταβλητές open_ended_1 και open_ended_2. Ο αριθμός 1 αφορά τα προβλήματα (κλειστού - ανοιχτού τύπου) που έπρεπε να δημιουργήσουν οι φοιτητές για το πρώτο δοθέν πρόβλημα, ενώ ο αριθμός 2 χαρακτηρίζει τα προβλήματα (κλειστού, ανοιχτού τύπου) για το δεύτερο δοθέν πρόβλημα. Στη συνέχεια, αφού μετασχηματίστηκαν οι διχότομες μεταβλητές παίρνοντας τις τιμές 0 για το Όχι και 1 για το Ναι, υπολογίστηκαν τα αθροίσματα (Σύνολα) των κλειστών προβλημάτων, των ανοιχτών και του συνολικού αριθμού των προβλημάτων που διατύπωσαν οι φοιτητές/φοιτήτριες.

Η εσωτερική συνάφεια, αξιοπιστία του ερευνητικού εργαλείου (ερωτηματολόγιο ATMI), μετρήθηκε με τον δείκτη Cronbach's alpha για τις υποκλίμακες της Ευχαρίστησης (Enjoyment)=0,927, Κινήτρου (Motivation)= 0,799, Αυτοπεποίθησης (Self-Confidence)= 0,954 και Αξίας (Value)= 0,866. Όλοι οι παραπάνω δείκτες alpha είναι > 0,70 και είναι συγκρίσιμοι με τις τιμές που αναφέρθηκαν από τους Tapia και Marsh (2002). Συνεπώς η αξιοπιστία του ερευνητικού εργαλείου, των υποκλιμάκων που διερευνά, είναι αρκετά ικανοποιητική για το δείγμα μας.

Το ερωτηματολόγιο έχει ελεγχθεί για την εγκυρότητά του σε έρευνες των δημιουργών του Tapia και Marsh (2000, 2002), τόσο σε μαθητές δευτεροβάθμιας όσο και σε 134 φοιτητές κολεγίου, και είναι ένα διεθνώς αναγνωρισμένο εργαλείο. Το 2005, η Schackow καθόρισε την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων του ATMI σε μια πιλοτική μελέτη 31 φοιτητών που φοίτησαν σε εκπαιδευτικό πρόγραμμα του πανεπιστημίου της Νότιας Φλόριντα, για τις σχολές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης, ενώ οι Khun-Inkeeree et al. (2017) το χρησιμοποίησαν σε 72 μαθητές πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης στην Ταϊλάνδη και ο Abosalem (2015) το χρησιμοποίησε σε 88 φοιτητές του Πανεπιστημίου Χαλίφα στο Αμπού Ντάμπι των Ηνωμένων Αραβικών Εμιράτων διερευνώντας τις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά. Στην Ελλάδα χρησιμοποιήθηκε από τους Mavridis et al. (2017) σε 79 μαθητές γυμνασίου σε σχολείο της Θεσσαλονίκης. Στη μελέτη τους εξέτασαν τα αποτελέσματα της χρήσης ενός διαδικτυακού ευέλικτου εκπαιδευτικού παιχνιδιού στις στάσεις των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά σε σύγκριση με την παραδοσιακή μέθοδο επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων. Στην έρευνά που πραγματοποίησε η Αναστασιάδου (2011), σε 76 μαθητές Λυκείου από δύο Σχολεία Διαπολιτισμικής Εκπαίδευσης της Θεσσαλονίκης, εξέτασε την αξιοπιστία της κλίμακας ATMI (Attitudes Toward Mathematics Inventory) των Tapia και Marsh (2004), με πέντε διαφορετικές μεθόδους. Καταλήγοντας στο συμπέρασμα ότι δεν μπορεί να αμφισβητηθεί η αξιοπιστία της κλίμακας ATMI ως εργαλείου έρευνας.

Για την επιλογή ενός στατιστικού ελέγχου, θα πρέπει να γίνει έλεγχος των προϋποθέσεων και για το λόγο αυτό ελέγχθηκε αρχικά η κανονικότητα των δεδομένων βάσει των ελέγχων Kolomogorov-Smirnov και Shapiro-Wilk. Τα αποτελέσματα αυτών των αναλύσεων έδειξαν την μη κανονικότητα των υποκλιμάκων. Συνεπώς επιλέχθηκαν μη παραμετρικές στατιστικές μέθοδοι. Για τη σύγκριση των στάσεων των φοιτητών πριν και μετά την παρέμβαση εφαρμόστηκε το μη-παραμετρικό τεστ Wilcoxon Rank Test, ενώ η γραμμική συσχέτιση των μεταβλητών διερευνήθηκε με το μη παραμετρικό Kendall τ . Σύμφωνα με τον Cohen (1988, σελ 77-81), οι συντελεστές συσχέτισης της τάξης του 0,10 είναι «μικροί», εκείνοι των 0,30 είναι «μεσαίοι» και των 0,50 είναι «μεγάλοι» όσον αφορά το μέγεθος της επίδρασης των μεγεθών. Επίσης, επίπεδο στατιστικής σημαντικότητας επιλέχθηκε $P < 0,05$.

Κεφάλαιο 5 - Αποτελέσματα

Αρχικά, από τις απαντήσεις που έδωσαν οι φοιτητές στο ερωτηματολόγιο που τους δόθηκε, πριν την παρέμβαση, δημιουργήσαμε τον πίνακα συχνοτήτων για το συνολικό άθροισμα του pretest, σύμφωνα με τον χωρισμό σε κατηγορίες της Sweeting (2011) και προέκυψε ο Πίνακας 5.1:

Πίνακας 5.1: Οι στάσεις των φοιτητών/τριών απέναντι στα Μαθηματικά, πριν την παρέμβαση.

<i>Μεταβλητή</i>	<i>Συχνότητα</i>	<i>Ποσοστό^a</i>	<i>Έγκυρο ποσοστό^b</i>	<i>Αθροιστικό Ποσοστό</i>
Αρνητική	4	5,1	5,1	5,1
Ουδέτερη	22	28,2	28,2	33,3
Θετική	40	51,3	51,3	84,6
Έντονα Θετική	12	15,4	15,4	100,0
Σύνολο	78	100,0	100,0	

Σημειώσεις: Δεν υπάρχουν απύσες τιμές γιατί όλες οι ερωτήσεις του ερωτηματολογίου στο Google Forms ήταν υποχρεωτικές.

a Το ποσοστό της μεταβλητής στο σύνολο του δείγματος,

b Το ποσοστό αφού αφαιρεθούν οι απύσες τιμές (missing values)

Από τον Πίνακα 5.1 προκύπτει ότι 52 (από τους συνολικά 78) φοιτητές/τριες έχουν θετική έως έντονα θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά, που αντιστοιχεί σε ποσοστό 66,7%. Μόνο 4 έχουν αρνητική στάση, που αντιστοιχεί στο 5,1% και τέλος 22 διατηρούν ουδέτερη στάση και αντιστοιχεί στο 28,2% των φοιτητών/τριών. Οι πλειοψηφία λοιπόν των φοιτητών παρουσιάζει θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά.

Εξετάζοντας τους μέσους όρους ανά κλίμακα (pretest), προκύπτει ο Πίνακας 5.2 από την περιγραφική στατιστική:

Πίνακας 5.2: Μέσοι όροι των τεσσάρων διαστάσεων του ATMI στο pretest

	<i>Πλήθος Φοιτητών/τριών(N)</i>	<i>Μέσος όρος</i>	<i>Τυπική Απόκλιση</i>
Μέσος Όρος Ευχαρίστησης	78	3,57	,75
Μέσος Όρος Κινήτρου	78	3,51	,68
Μέσος Όρος Αξίας	78	4,14	,46
Μέσος Όρος Αυτοπεποίθησης	78	3,46	,77
Πλήθος (χωρίς απύσες τιμές)	78		

Από τον Πίνακα 5.2, ως προς τις τιμές των μεταβλητών που εξετάζουμε, παρατηρούμε ότι και οι τέσσερις μεταβλητές εμφανίζουν τιμές κοντά στο 3,5 με την «Αξία» να έχει σχετικά υψηλότερη τιμή. Γενικά, θα λέγαμε ότι οι φοιτητές παρουσιάζουν μια ουδέτερη προς θετική στάση απέναντι στην «*Ευχαρίστηση-απόλαυση που αντλούν από τα Μαθηματικά*», με μέση τιμή 3,57. Περίπου ίδια τιμή έχουμε και στη μεταβλητή των «*Κινήτρων*» με μέση τιμή 3,51 και της «*Αυτοπεποίθησης*» με μέση τιμή 3,46, ενώ ελαφρά αυξημένη σε σχέση με αυτές, είναι η τιμή της «*Αξίας*», με 4,14, γεγονός που φανερώνει ότι αναγνωρίζουν την αξία που έχουν τα Μαθηματικά στη ζωή μας.

Τα ποσοστά των απαντήσεων των φοιτητών/τριών για κάθε ερώτηση του ερωτηματολογίου δίνονται στο Παράρτημα Γ, λόγω του μεγέθους του πίνακα.

5.1 Αλλαγή των στάσεων των φοιτητών μετά την εφαρμογή της στρατηγικής κατασκευής προβλήματος «Τι θα συνέβαινε αν δεν...».

Για να απαντήσουμε στο πρώτο ερώτημα-υπόθεση της έρευνας, αν καταγράφεται αλλαγή στις στάσεις των φοιτητών μετά την εφαρμογή της στρατηγικής κατασκευής προβλήματος «Τι θα συνέβαινε αν δεν...», υπολογίστηκαν οι μέσοι όροι των απαντήσεων κάθε φοιτητή ανά μεταβλητή τόσο στο pretest όσο και στο posttest και στη συνέχεια η διαφορά των δύο αυτών μέσων όρων. Ακολούθησε έλεγχος της κανονικότητας των υποκλιμάκων βάσει των ελέγχων Kolomogorov-Smirnov και Shapiro-Wilk. Τα αποτελέσματα αυτών των αναλύσεων φαίνονται στον Πίνακα 5.3:

Πίνακας 5.3: Έλεγχος Κανονικότητας Υποκλιμάκων ATMI

	<i>Kolmogorov-Smirnov^a</i>			<i>Shapiro-Wilk</i>		
	<i>Statistic</i>	<i>df</i>	<i>Sig.</i>	<i>Statistic</i>	<i>df</i>	<i>Sig.</i>
Διαφορά Μέσου Όρου Ευχαρίστησης πριν-μετά	,147	78	,000	,919	78	,000
Διαφορά Μέσου Όρου Κινήτρου πριν-μετά	,137	78	,001	,936	78	,001
Διαφορά Μέσου Όρου Αξίας πριν-μετά	,106	78	,029	,938	78	,001
Διαφορά Μέσου Όρου Αυτοπεποίθησης πριν-μετά	,114	78	,014	,973	78	,101

a. Lilliefors Διόρθωση σημαντικότητας

Αφού το δείγμα μας $78 > 50$, ελέγχουμε το τεστ Kolmogorov-Smirnov, όπου για την ευχαρίστηση το $P=0,000 < 0,05$, άρα δεν έχουμε κανονικότητα. Το ίδιο ισχύει για το Κίνητρο με $P=0,001 < 0,05$, την Αξία με $P=0,029 < 0,05$ και την Αυτοπεποίθηση με $P=0,014 < 0,05$. Αφού δεν έχουμε κανονικότητα, θα εφαρμόσουμε το μη-παραμετρικό Wilcoxon Rank Test για τα ζεύγη μεταβλητών posttest-pretest. Από το τεστ προκύπτει ο Πίνακας 5.4:

Πίνακας 5.4: Στατιστικός Έλεγχος- Wilcoxon Signed Ranks Test

	Μέσος Όρος Ευχαρίστησης Posttest - Μέσος Όρος Ευχαρίστησης Pretest	Μέσος Όρος Κινήτρου Posttest - Μέσος Όρος Κινήτρου Pretest	Μέσος Όρος Αξίας Posttest - Μέσος Όρος Αξίας Pretest	Μέσος Όρος Αυτοπεποίθησης Posttest - Μέσος Όρος Αυτοπεποίθησης Pretest
Z	-,602 ^a	-,480 ^a	-,610 ^b	-,697 ^b
Asymp. Sig. (2-tailed)	,547	,631	,542	,486

a. Βασίζεται σε αρνητικές τάξεις.

b. Βασίζεται σε θετικές τάξεις.

Το Wilcoxon Rank Test, κατά τη σύγκριση των *Μέσων Όρων Ευχαρίστησης πριν* με τους *Μέσους Όρους Ευχαρίστησης μετά*, υποδεικνύει πως δεν υπάρχει στατιστικά σημαντική διαφορά στις στάσεις που αφορούν την ευχαρίστηση των φοιτητών πριν και μετά την παρέμβαση καθώς το $Z=-0.602$ και $P=0,547 > 0,05$. Το ίδιο βλέπουμε και στις άλλες διαστάσεις του Κινήτρου με $Z=-0,480$ και $P=0,631 > 0,05$, της Αξίας με $Z= -0,610$ και $P=0,542 > 0,05$ και τέλος της Αυτοπεποίθησης με $Z= -0,697$ και $P=0,486 > 0,05$.

5.2 Σχέση πλήθους διαφορετικών τύπων προβλημάτων (ανοικτά, κλειστά και συνολικά) και των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά.

Για να απαντήσουμε στο δεύτερο ερώτημα-υπόθεση της έρευνας, αν υπάρχει συσχέτιση ανάμεσα στο πλήθος των διαφορετικών τύπων προβλημάτων που κατασκεύασαν και στις στάσεις των φοιτητών απέναντι στα Μαθηματικά, εφαρμόστηκε συσχέτιση Kendall τ επειδή η κατανομή των μεταβλητών δεν είναι κανονική. Πραγματοποιήθηκε συσχέτιση ανάμεσα στο *Συνολικό αριθμό των κατασκευασμένων προβλημάτων*, του *Συνόλου των κλειστών προβλημάτων*, του

Συνόλου των Ανοιχτών προβλημάτων και των Μέσων Όρων των 4 διαστάσεων στο post-test. Τα αποτελέσματα της συσχέτισης φαίνονται στον Πίνακα 5.5:

Πίνακας 5.5: Συσχέτιση του Συνολικού αριθμού των κατασκευασμένων προβλημάτων, του Συνόλου των κλειστών προβλημάτων, του Συνόλου των Ανοιχτών προβλημάτων και των Μέσων Όρων των 4 διαστάσεων στο post-test

			Μέσος Όρος Ευχαρίστησης Posttest	Μέσος όρος Κινήτρου Posttest	Μέσος Όρος Αξίας Posttest	Μέσος Όρος Αυτοπεποίθησης Posttest
Kendall τ	Συνολικός αριθμός κατασκευασμένων προβλημάτων	Συντελεστής συσχέτισης (τ)	,036	,099	-,059	,156
		Τιμή Σημαντικότητας(P)	,679	,256	,495	,067
	Σύνολο κλειστού τύπου προβλημάτων	Συντελεστής συσχέτισης (τ)	-,074	-,059	-,115	,051
		Τιμή Σημαντικότητας(P)	,415	,523	,207	,571
	Σύνολο ανοιχτού τύπου προβλημάτων	Συντελεστής συσχέτισης (τ)	,155	,254**	,020	,229*
		Τιμή Σημαντικότητας(P)	,089	,006	,824	,011

Σημειώσεις: Το πλήθος των φοιτητών/τριών είναι 78. **. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,01. *. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,05.

Με βάση τον Πίνακα 5.5 δεν καταγράφεται στατιστικώς σημαντική συσχέτιση κάποιας διάστασης των στάσεων με το *Σύνολο των κατασκευασμένων προβλημάτων* όπως επίσης δεν καταγράφεται στατιστικώς σημαντική συσχέτιση κάποιας διάστασης των στάσεων με το *Σύνολο των κατασκευασμένων Κλειστών προβλημάτων*.

Υπάρχει όμως στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση (Cohen, 1988) ανάμεσα στο *Σύνολο των Ανοιχτών προβλημάτων* και των στάσεων του Κινήτρου ($P=0,006<0,05$ και $\tau=0,254$) και της Αυτοπεποίθησης ($P=0,011<0,05$ και $\tau=0,229$), κάτι που δείχνει ότι οι φοιτητές που δημιούργησαν περισσότερα ανοιχτού τύπου προβλήματα καταγράφουν μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση και αυξημένο κίνητρο για να ασχοληθούν περισσότερο με τα Μαθηματικά.

5.3 Σχέση βαθμολογικής επίδοσης στο μάθημα των Μαθηματικών και των στάσεων απέναντι στα Μαθηματικά.

Τέλος, για να απαντηθεί το τρίτο ερώτημα - υπόθεση, αν καταγράφεται συσχέτιση μεταξύ της επίδοσης των φοιτητών/τριών σε εισαγωγικό μάθημα Μαθηματικών «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» και των στάσεων τους απέναντι στα Μαθηματικά καθώς επίσης των στάσεων με τον τελικό βαθμό στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση», εφαρμόστηκε Kendall τ , ανάμεσα στο Βαθμό στις «Βασικές Έννοιες των Μαθηματικών» και των Μέσων Όρων των διαστάσεων, Ευχαρίστηση, Κίνητρο, Αξία και Αυτοπεποίθηση του pretest και του posttest. Τα αποτελέσματα της συσχέτισης παρουσιάζονται στους Πίνακες 5.6 και 5.7 αντίστοιχα:

Πίνακας 5.6: Συσχέτιση Βαθμού στο μάθημα «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» με τις διαστάσεις του ATMI (Pretest)

Kendall τ	Βαθμός «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών»	Συντελεστής συσχέτισης (τ)	Μέσος Όρος Ευχαρίστησης Pretest	Μέσος Όρος Κινήτρου Pretest	Μέσος Όρος Αξίας Pretest	Μέσος Όρος Αυτοπεποίθησης Pretest
			,194*	,159	,060	,223**
		Τιμή	,022	,064	,480	,008
		Σημαντικότητας (P)				
		Πλήθος (N)	77	77	77	77

Σημειώσεις: **. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,01. *. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,05.

Από τον Πίνακα 5.6 είναι φανερό ότι έχουμε στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση (Cohen, 1988) ανάμεσα στο Βαθμό και την Ευχαρίστηση ($P=0,022<0,05$ και $\tau=0,194$) και ανάμεσα στο Βαθμό και την Αυτοπεποίθηση ($P=0,008<0,05$ και $\tau=0,223$) πριν την παρέμβαση. Η συσχέτιση που υπάρχει ανάμεσα στον Βαθμό στο εισαγωγικό μάθημα, την Ευχαρίστηση και την Αυτοπεποίθηση σημαίνει ότι όταν αυξάνεται ο Βαθμός, αυξάνονται η Ευχαρίστηση και η Αυτοπεποίθηση, ενώ το αντίθετο συμβαίνει όταν μειώνεται ο Βαθμός. Δηλαδή, φοιτητές οι οποίοι είχαν μεγαλύτερο βαθμό στις «Βασικές Έννοιες των Μαθηματικών» παρουσιάζουν την τάση να αντλούν μεγαλύτερη ευχαρίστηση από την ενασχόλησή τους με τα

Μαθηματικά και να νιώθουν μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση και το αντίστροφο. Τέλος, στον Πίνακα 5.7 παρατηρούμε ότι $N=77$, επειδή ένας φοιτητής/τρια δήλωσε ότι δεν έχει δώσει το μάθημα, οπότε ορίστηκε ως missing value.

Πίνακας 5.7: Συσχέτιση Βαθμού στο μάθημα «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» με τις διαστάσεις του ATMI (Posttest)

Kendall τ	Βαθμός	Συντελεστής συσχέτισης (τ)	Μέσος Όρος Ευχαρίστησης Posttest	Μέσος Όρος Κίνητρου Posttest	Μέσος Όρος Αξίας Posttest	Μέσος Όρος Αυτοπεποίθησης Posttest
	«Βασικές έννοιες Μαθηματικών»	Τιμή	,216*	,227**	-,034	,240**
		Σημαντικότητας (P)	,011	,009	,689	,004
		Πλήθος (N)	77	77	77	77

Σημειώσεις: **. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,01. *. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,05.

Από τον παραπάνω Πίνακα 5.7 είναι φανερό ότι έχουμε στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση (Cohen, 1988) ανάμεσα στο Βαθμό και την Ευχαρίστηση ($P=0,011<0,05$ και $\tau=0,216$), ανάμεσα στο Βαθμό και την Αυτοπεποίθηση ($P=0,004<0,05$ και $\tau=0,240$) και ανάμεσα στο Βαθμό και το Κίνητρο ($P=0,009<0,05$ και $\tau=0,227$) μετά την παρέμβαση. Η συσχέτιση που υπάρχει ανάμεσα στον Βαθμό στο εισαγωγικό μάθημα, την Ευχαρίστηση, το Κίνητρο και την Αυτοπεποίθηση σημαίνει ότι όταν αυξάνεται ο Βαθμός, αυξάνονται η Ευχαρίστηση, το Κίνητρο και η Αυτοπεποίθηση, ενώ το αντίθετο συμβαίνει όταν μειώνεται ο Βαθμός. Εδώ σε σχέση με το pretest, μετά την παρέμβαση, βλέπουμε μια μεταβολή στο κίνητρο ενασχόλησης των φοιτητών με τα Μαθηματικά. Δηλαδή, φοιτητές με μεγαλύτερο βαθμό στο εισαγωγικό μάθημα παρουσιάζουν την τάση να αντλούν μεγάλη ευχαρίστηση με το να ασχολούνται με τα Μαθηματικά και αυτοπεποίθηση, μετά την παρέμβαση έχουν και αυξημένο κίνητρο για να ασχοληθούν με τα Μαθηματικά, κάτι που μπορούμε να υποθέσουμε ότι οφείλεται στην παρέμβαση.

Επίσης, έγινε έλεγχος για συσχέτιση των διαστάσεων που μελετάμε, όπως αυτές διαμορφώθηκαν στο posttest και των τελικών βαθμών στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση», του εξαμήνου και προέκυψε ο πίνακας 5.8:

Πίνακας 5.8: Συσχέτιση Βαθμού στο μάθημα ΣΤ' Εξαμήνου «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση» με διαστάσεις ATMI(Posttest)

			Μέσος Όρος Ενγάριαση Posttest	Μέσος Όρος Κίνητρο Posttest	Μέσος Όρος ΑξίαςPosttest	Μέσος Όρος Αυτοπεριποίησης Posttest
Kendall τ	Βαθμός	Συντελεστής				
	«Διδακτική	συσχέτισης (τ)	,140	,197*	,016	,158
	Μαθηματικών -	Τιμή Σημαντικότητας				
	Πρακτική	(P)	,099	,023	,851	,061
	Άσκηση» (ΣΤ')	Πλήθος (N)	77	77	77	77

Σημειώσεις: **. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,01. *. Στατιστικώς σημαντικές συσχετίσεις επιπέδου 0,05.

Στον Πίνακα 5.8 βλέπουμε ότι έχουμε σημαντική μικρή θετική συσχέτιση (Cohen, 1988) ανάμεσα στο Βαθμό στη «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση» και το Κίνητρο ($P=0,023<0,05$ και $\tau=0,197$). Οι φοιτητές που, μετά την παρέμβαση, φαίνεται μέσα από το posttest να έχουν υψηλό κίνητρο ενασχόλησης με τα Μαθηματικά, έχουν και μεγαλύτερους βαθμούς στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση».

Από τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούμε να υποθέσουμε ότι η παρέμβαση, με χρήση της στρατηγικής κατασκευής προβλήματος «Τι θα συνέβαινε αν δεν...» (What-if-not?) ενίσχυσε το κίνητρο ενασχόλησης των φοιτητών/τριών με τα Μαθηματικά που οδήγησε σε καλύτερες βαθμολογικές επιδόσεις.

Κεφάλαιο 6 -Συζήτηση

Σκοπός αυτής της μελέτης ήταν η διερεύνηση της επίδρασης της στρατηγικής κατασκευής προβλημάτων «Τι θα συνέβαινε αν δεν...», στις στάσεις των φοιτητών - μελλοντικών δασκάλων - του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Παράλληλα, διερευνήθηκε η σχέση ανάμεσα στο συνολικό αριθμό των προβλημάτων που κατασκευάστηκαν (κλειστού, ανοιχτού και συνολικά) και των στάσεων στο posttest, καθώς και η σχέση στον βαθμό στο εισαγωγικό μάθημα «Βασικές έννοιες Μαθηματικών» και στις στάσεις των φοιτητών πριν και μετά την παρέμβαση, των στάσεων που διαμορφώθηκαν μετά την παρέμβαση (posttest) και στον τελικό βαθμό στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση», στο οποίο έλαβε χώρα η παρέμβαση.

Αρχικά θα πρέπει να αναφερθούμε στα αποτελέσματα του pretest, όπως αυτά παρουσιάστηκαν στον Πίνακα 5.1, όπου διαπιστώθηκε ότι οι φοιτητές του Παιδαγωγικού Δημοτικής Εκπαίδευσης Ιωαννίνων έχουν θετικές ως έντονα θετικές στάσεις ως προς τα Μαθηματικά, όντας στο 3ο έτος σπουδών. Το παραπάνω αποτέλεσμα συμφωνεί με τα ευρήματα άλλων ερευνών σε φοιτητές κολεγίου και πανεπιστημίου (Karjanto, 2017· Yee, 2010), ενώ έρχονται σε αντίθεση με την έρευνα των Philippou και Christou (1998), σύμφωνα με τους οποίους οι μελλοντικοί δάσκαλοι φέρνουν στην τριτοβάθμια εκπαίδευση παρεννοήσεις και αρνητικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά.

Με βάση την ανάλυση των δεδομένων των ερωτηματολογίων του pretest και posttest (Πίνακας 5.4), τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν υπήρχε σημαντική διαφορά στις στάσεις των φοιτητών απέναντι στα Μαθηματικά πριν και μετά τη χρήση της στρατηγικής κατασκευής προβλημάτων «Τι θα συνέβαινε αν δεν...» και στις τέσσερις υποκλίμακες του ATMI. Αυτό ίσως οφείλεται στη μικρή διάρκεια της παρέμβασής μας. Επίσης, όπως αναφέρθηκε πιο πάνω, η πλειοψηφία των φοιτητών έχει ήδη διαμορφώσει μια θετική ως έντονα θετική στάση απέναντι στα Μαθηματικά και η δυνατότητα για να υπάρξει κάποια βελτίωση, όσον αφορά τις στάσεις, είναι μικρή. Ένα ή δύο μαθήματα 3 ωρών σίγουρα δεν αρκεί για να επηρεαστούν οι στάσεις των φοιτητών, καθώς για να αλλάξει μια στάση απαιτείται μεγάλο χρονικό διάστημα. Σύμφωνα με τους Nicolaidou et al. (2003), οι στάσεις είναι σχετικά ανθεκτικές, δηλαδή τα αισθήματα των ανθρώπων προς τα αντικείμενα και τα θέματα είναι

σχετικά σταθερά με την πάροδο του χρόνου, και δεν πρέπει να περιμένουμε μη αναστρέψιμες αλλαγές για σύντομο χρονικό διάστημα.. Τα παραπάνω αποτελέσματα της έρευνάς μας συμφωνούν με τα ευρήματα της έρευνας των Ozdemir και Sahal (2018) και είναι αντίθετα με αυτά των ερευνών των Akay και Boz (2010), Demir (2005), Guvercin και Verbovskiy (2014) οι οποίοι στις έρευνές τους χρησιμοποιώντας την στρατηγική κατασκευής προβλήματος κατέγραψαν βελτίωση στις στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά.

Με βάση την ανάλυση των δεδομένων προκειμένου να απαντήσουμε στο δεύτερο ερευνητικό ερώτημα, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι δεν καταγράφεται στατιστικώς σημαντική συσχέτιση κάποιας διάστασης των στάσεων με το Σύνολο των κατασκευασμένων προβλημάτων όπως και με το Σύνολο των κατασκευασμένων Κλειστών προβλημάτων. Ενώ διαπιστώθηκε ότι υπάρχει μια στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση ανάμεσα στο Σύνολο των Ανοιχτών προβλημάτων και των στάσεων του Κινήτρου και της Αυτοπεποίθησης, δεν βρέθηκε σχετική βιβλιογραφία που να επιβεβαιώσει ή μη τα παραπάνω αποτελέσματα και αυτό αποτελεί το καινοτόμο στοιχείο στην έρευνά μας. Θα αναφέραμε όμως ότι με βάση την υπάρχουσα βιβλιογραφία, η κατασκευή ανοιχτών προβλημάτων μπορεί να προωθήσει τη Μαθηματική δημιουργικότητα, να βελτιώσει την κατανόησή τους και να παρακινήσει τους μαθητές να αναπτύξουν τις ιδέες τους (Siswono, 2008), ενώ σύμφωνα με τους Bragg και Nicol (2008), όπως αναφέρθηκε ήδη, ο σχεδιασμός των ανοιχτών προβλημάτων δίνει στους συμμετέχοντες μια αίσθηση «ενδυνάμωσης», καθώς φέρουν την κυριότητα των δημιουργηθέντων προβλημάτων και μια συνακόλουθη αίσθηση εμπιστοσύνης στην ικανότητά τους να τα χρησιμοποιούν στη μελλοντική διδασκαλία τους.

Προκειμένου να απαντήσουμε στο τρίτο ερώτημα, τα αποτελέσματα έδειξαν ότι έχουμε στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση ανάμεσα στον εισαγωγικό Βαθμό (Βασικές Έννοιες Μαθηματικών) και την Ευχαρίστηση και ανάμεσα στον εισαγωγικό Βαθμό(Βασικές Έννοιες Μαθηματικών) και την Αυτοπεποίθηση πριν την παρέμβαση. Αντίθετα δεν έχουμε συσχέτιση του παραπάνω Βαθμού με το Κίνητρο και την Αξία των Μαθηματικών. Η συσχέτιση που υπάρχει ανάμεσα στον Βαθμό(Βασικές Έννοιες Μαθηματικών), την Ευχαρίστηση και την Αυτοπεποίθηση σημαίνει ότι όταν αυξάνεται ο Βαθμός, αυξάνονται η Ευχαρίστηση και η

Αυτοπεποίθηση, ενώ το αντίθετο συμβαίνει όταν μειώνεται ο Βαθμός. Δηλαδή, φοιτητές οι οποίοι είχαν μεγαλύτερο βαθμό στις «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» παρουσιάζουν την τάση να αντλούν μεγαλύτερη ευχαρίστηση από την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά και να νιώθουν μεγαλύτερη αυτοπεποίθηση. Τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με τα ευρήματα των ερευνών των Ma και Xu (2004) ότι τα επιτεύγματα των προηγούμενων χρόνων στα Μαθηματικά μπορούν να προβλέψουν τις μελλοντικές στάσεις των μαθητών, καθώς και των Soleymani και Rekabdar (2016), οι οποίοι διερευνώντας τη σχέση ανάμεσα στις επιδόσεις των φοιτητών και τις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά, κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η προηγούμενη βαθμολογική επίδοση των φοιτητών έχει θετική επίδραση στις στάσεις τους απέναντι στα Μαθηματικά, καθώς και του Karjanto (2017), ο οποίος επιβεβαιώνει με την έρευνά του την ύπαρξη μιας θετικής συσχέτισης μεταξύ των προηγούμενων υψηλών επιτευγμάτων στα Μαθηματικά (βαθμούς στο λύκειο) και της θετικής στάσης των φοιτητών απέναντι στα Μαθηματικά κατά την είσοδό τους στο πανεπιστήμιο. Και πιο συγκεκριμένα, με την έρευνα των Herges et al. (2017), σύμφωνα με την οποία, όταν μαθητές δευτεροβάθμιας τα καταφέρνουν στα Μαθηματικά (έχουν καλύτερους βαθμούς), αυτοί νιώθουν μεγαλύτερη ευχαρίστηση και έχουν περισσότερη αυτοπεποίθηση και με την έρευνα των Monteiro et al. (2017), τα αποτελέσματα της οποίας έδειξαν ότι οι μαθητές με υψηλότερους βαθμούς στα Μαθηματικά βρέθηκαν να έχουν υψηλότερες βαθμολογίες σε θετικά συναισθήματα (Ευχαρίστηση, Υπερηφάνεια και Ανακούφιση).

Επίσης, έχουμε στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση ανάμεσα εισαγωγικό Βαθμό (Βασικές έννοιες Μαθηματικών) και την Ευχαρίστηση, ανάμεσα στον εισαγωγικό Βαθμό (Βασικές έννοιες Μαθηματικών) και την Αυτοπεποίθηση και ανάμεσα στον εισαγωγικό Βαθμό (Βασικές έννοιες Μαθηματικών) και το Κίνητρο, μετά την παρέμβαση, ενώ δεν βρέθηκε συσχέτιση του παραπάνω Βαθμού με την Αξία των Μαθηματικών. Η μικρή θετική συσχέτιση που υπάρχει ανάμεσα στον Βαθμό (Βασικές έννοιες Μαθηματικών), την Ευχαρίστηση, την Αυτοπεποίθηση, και το Κίνητρο σημαίνει ότι όταν αυξάνεται ο Βαθμός, αυξάνονται η Ευχαρίστηση, το Κίνητρο και η Αυτοπεποίθηση. Εδώ θα μπορούσαμε να σχολιάσουμε ότι οι τιμές της συσχέτισης του Βαθμού με την Ευχαρίστηση και την Αυτοπεποίθηση, όπως φαίνονται στον Πίνακα 5.7, είναι ελάχιστα μεγαλύτερες από τις αντίστοιχες στο pretest. Δηλαδή φοιτητές με μεγαλύτερο βαθμό στο εισαγωγικό μάθημα που

παρουσιάζουν την τάση να αντλούν ευχαρίστηση με το να ασχολούνται με τα Μαθηματικά και νιώθουν αυτοπεποίθηση, μετά την παρέμβαση, έχουν και αυξημένο κίνητρο για να ασχοληθούν με τα Μαθηματικά, επιβεβαιώνοντας τα ευρήματα της βιβλιογραφίας των Guvercin et al. (2014), σύμφωνα με τα οποία η χρήση της στρατηγικής κατασκευής προβλήματος στη διδασκαλία παράγει σημαντικά θετικά αποτελέσματα στη στάση των μαθητών απέναντι σε προβλήματα λέξεων και τα Μαθηματικά, ενώ η ενεργός συμμετοχή και η μεγαλύτερη συμμετοχή δίνουν στους μαθητές περισσότερη αυτοπεποίθηση και θετικές στάσεις. Η διαπίστωσή μας σχετικά με τη θετική επίδραση της κατασκευής προβλήματος στο κίνητρο των μαθητών είναι σύμφωνη με άλλες μελέτες (Christidamayani & Kristanto 2020· Irvine, 2017).

Τέλος, στην έρευνά μας προέκυψε ότι έχουμε στατιστικώς σημαντική μικρή θετική συσχέτιση ανάμεσα στον τελικό Βαθμό στη «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση» και το Κίνητρο, ενώ δεν έχουμε με τις διαστάσεις της Ευχαρίστησης, της Αξίας και της Αυτοπεποίθησης. Οι φοιτητές που, μετά την παρέμβαση, φαίνεται μέσα από το posttest να έχουν αναπτύξει υψηλό κίνητρο ενασχόλησης με τα Μαθηματικά, έχουν και μεγαλύτερους τελικούς βαθμούς στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση», επιβεβαιώνοντας τα ευρήματα της βιβλιογραφίας των Guy et al. (2015), όπου σύμφωνα με την έρευνά τους, βρέθηκε σημαντική θετική συσχέτιση ανάμεσα στο Κίνητρο, που προέκυψε από το ερωτηματολόγιο ATMI κατά τη χρήση του σε έρευνα που διενεργήθηκε σε Αμερικανούς μαθητές τοπικού κολλεγίου, και τον τελικό βαθμό τους στις εξετάσεις.

6.1 Περιορισμοί - Μελλοντικές έρευνες

Ως περιορισμούς της έρευνας οφείλουμε να αναφέρουμε το σχετικά μικρό δείγμα το οποίο επιλέχθηκε για την υλοποίηση της ερευνητικής διαδικασίας, το ότι δεν υπήρξε ομάδα ελέγχου για να πραγματοποιηθεί σύγκριση, τη μικρή χρονική διάρκεια της παρέμβασης καθώς επίσης και το γεγονός ότι βασίστηκε σε ένα δείγμα ευκολίας το οποίο ενδέχεται να μην είναι αντιπροσωπευτικό του όλου πληθυσμού των φοιτητών του ΠΤΔΕ. Οι φοιτητές/τριες προέρχονται μόνο από ένα Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης της χώρας. Τέλος, το ότι δόθηκε βαθμολογικό μπόνους για τη συμμετοχή στην έρευνα καθώς και το ότι συμμετείχε ο ίδιος ο διδάσκοντας και ταυτόχρονα επιβλέποντας καθηγητής στην έρευνα μπορεί να επηρέασε τις απαντήσεις

των φοιτητών/τριών. Οι περιορισμοί αυτοί δεν μας επιτρέπουν να γενικεύσουμε τα αποτελέσματα.

Από τα προβλήματα που δημιουργήθηκαν από τους φοιτητές επιλέξαμε εκείνα που ήταν επιλύσιμα. Μελλοντικά θα μπορούσε να διερευνηθεί το είδος των προβλημάτων που δημιουργήθηκαν από τους φοιτητές χρησιμοποιώντας τη στρατηγική κατασκευής προβλημάτων «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» (What-if-not?). Είχαν τα προβλήματα αυτά στοιχεία - δείκτες δημιουργικότητας, όπως ευχέρεια (fluency), ευελιξία (flexibility) και πρωτοτυπία (originality), όπως αυτές οι έννοιες ορίζονται από τους Khutobah et al. (2017); Ήταν συνηθισμένα (routine) ή μη συνηθισμένα προβλήματα (non-routine); Έρευνα επίσης θα μπορούσε να γίνει όσον αφορά στα άλυτα προβλήματα που διατυπώθηκαν ή δεν διατυπώθηκαν καθόλου ώστε να διερευνηθούν οι δυσκολίες που αντιμετώπισαν οι φοιτητές, και από τα συμπεράσματα της έρευνας να μπορέσουν να γίνουν αλλαγές στο πανεπιστημιακό εκπαιδευτικό πρόγραμμα, στις πρακτικές διδασκαλίας των Μαθηματικών, με σκοπό την καλύτερη προετοιμασία των μελλοντικών δασκάλων.

Κεφάλαιο 7 - Συμπεράσματα

Συμπερασματικά, στην έρευνά μας διαπιστώσαμε ότι οι μελλοντικοί δάσκαλοι έχουν γενικά θετικές στάσεις απέναντι στα Μαθηματικά, κάτι που έχει σχέση και επιδρά, όπως αναφέραμε βιβλιογραφικά, στις στάσεις των μελλοντικών μαθητών τους αλλά και στις στρατηγικές διδασκαλίας που θα ακολουθήσουν. Οι θετικές στάσεις τους προέρχονται πιθανώς από τις δικές τους μαθητικές εμπειρίες όσον αφορά τα Μαθηματικά στη δευτεροβάθμια εκπαίδευση αλλά και στην Αξία (πίνακας 5.2) που αναγνωρίζουν ότι έχουν τα Μαθηματικά στη ζωή τους. Στάσεις οι οποίες δεν διαφοροποιήθηκαν μετά την παρέμβαση. Ο Βαθμός στο εισαγωγικό μάθημα «Βασικές Έννοιες Μαθηματικών» διαπιστώσαμε ότι έχει σχέση με την ευχαρίστηση που αντλούν από την ενασχόλησή τους με τα Μαθηματικά και νιώθουν αυτοπεποίθηση ότι θα τα καταφέρουν στα Μαθηματικά με ό,τι και αν ασχοληθούν. Ενώ μετά την εφαρμογή της παρέμβασης, διαπιστώθηκε σχέση του παραπάνω βαθμού και με τη διάσταση του Κινήτρου. Τα κίνητρα αυξάνονται όταν οι σπουδαστές έχουν να αντιμετωπίσουν απαιτητικά μαθήματα Μαθηματικών (Cleary & Chen, 2009). Τέλος, οι φοιτητές/τριες με υψηλά κίνητρα ενασχόλησης με τα Μαθηματικά, όπως αυτά διαμορφώθηκαν μετά την παρέμβαση, παρουσίασαν υψηλές βαθμολογικές επιδόσεις στο μάθημα «Διδακτική των Μαθηματικών - Πρακτική Άσκηση»

Τα ανοιχτά προβλήματα θεωρούνται μη συνηθισμένα προβλήματα και σίγουρα οι Έλληνες μαθητές και μετέπειτα φοιτητές δεν έχουν εκπαιδευτεί στα μαθητικά χρόνια τους να διατυπώνουν τέτοιου είδους προβλήματα, άρα εφόσον δεν έχουν ενασχοληθεί και δεν έχουν κατασκευάσει τέτοια προβλήματα, δυσκολεύονται. Η σχέση που βρέθηκε ανάμεσα στα προβλήματα αυτά και τις διαστάσεις της Αυτοπεποίθησης και του Κινήτρου επιβεβαιώνει πως όταν οι σπουδαστές ολοκληρώσουν ένα δύσκολο έργο, η πίστη στην ικανότητα στα Μαθηματικά αυξάνεται και εν συνεχεία αυξάνονται τα κίνητρα για μάθηση των Μαθηματικών (Middleton, 1995). Άρα τα προγράμματα σπουδών πρέπει να συνεχίσουν και να εμπλουτίσουν τις πρακτικές διδασκαλίας τους με τέτοιες στρατηγικές κατασκευής προβλημάτων, όπως η «Τι θα συνέβαινε αν δεν...;» (What-if-not?), ώστε οι μελλοντικοί δάσκαλοι να διαθέτουν αυτοπεποίθηση και ισχυρά κίνητρα ενασχόλησης με τα Μαθηματικά, τους τρόπους και τις στρατηγικές διδασκαλίας στην τάξη. Επιπλέον, ο Crespo (2003) διαπίστωσε

ότι το να έχεις ένα αυθεντικό κοινό, όπως οι μελλοντικοί εκπαιδευτικοί που κατασκευάζουν προβλήματα για μικρά παιδιά, είναι ένας παράγοντας υποστήριξης που βοηθά τους μελλοντικούς δασκάλους να μετακινηθούν από την κατασκευή προβλημάτων τύπου διαδικαστικού υπολογισμού σε πιο ανοιχτά προβλήματα.

Τέλος, έχοντας ισχυρά κίνητρα να ασχοληθούν περαιτέρω με τα Μαθηματικά, αυτό έχει ως αποτέλεσμα μεγαλύτερη τελική, βαθμολογική επιτυχία ή και εργασιακή.

Μία παρατήρηση που θα μπορούσαμε να κάνουμε εδώ, είναι ότι ενώ στην αρχή οι φοιτητές/τριες φαίνονται να αναγνωρίζουν την Αξία των Μαθηματικών στη ζωή τους, η διάσταση της Αξίας δεν παρουσιάζει, στη συνέχεια, κάποια συσχέτιση σε όσες συγκρίσεις κάναμε. Αυτό ενδεχομένως χρειάζεται περαιτέρω διερεύνηση.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- Abosalem, Y. (2015). Khalifa University students' attitudes towards mathematics in the light of variables such as gender, nationality, mathematics scores and the course they are attending. *Education Journal*, 4(3), 123-131.
- Abramovich, S., & Cho, E. (2006). Technology as a medium for elementary preteachers' problem-posing experience in mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 25(4), 309-323.
- Akay, H., & Boz, N. (2010). The effect of problem posing oriented analyses-II course on the attitudes toward mathematics and mathematics self-efficacy of elementary prospective mathematics teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(1), 6.
- Al-Shara, I. (2015). Learning And Teaching Between Enjoyment And Boredom As Realized By The Students: A Survey From The Educational Field. *European Scientific Journal*, 11(19).
- Awofala, A. O. (2017). Attitudes towards mathematics as predictors of preservice teachers' achievement in senior secondary school chemistry. *Bulgarian Journal of Science & Education Policy*, 11(2), 384-416.
- Ayob, A., & Yasin, R. M. (2017). Factors affecting attitudes towards mathematics. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 7(11), 1100-1109.
- Barlow, A. T., & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics*, 106(2), 64-73.
- Baumeister, R. F., & Vohs, K. D. (2007). Self-Regulation, ego depletion, and motivation. *Social and personality psychology compass*, 1(1), 115-128.
- Bekdemir, M. (2010). The pre-service teachers' mathematics anxiety related to depth of negative experiences in mathematics classroom while they were students. *Educational Studies in Mathematics*, 75(3), 311-328.
- Bishop, A. J. (1999). Mathematics teaching and values education—An intersection in need of research. *ZDM*, 31(1), 1-4.
- Bishop, A. J. (2008). Teachers' mathematical values for developing mathematics thinking in classrooms: Theories, research and policy. *The Mathematics Educator*, 11 (1/2), 79-88.
- Bonotto, C. (2009). *Working towards teaching realistic mathematical modeling and problem posing in Italian classrooms*. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 297-313). Rotterdam: Sense Publishers.
- Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 37-55.
- Bragg, L., & Nicol, C. (2008). Designing open-ended problems to challenge preservice teachers' views on mathematics and pedagogy. *Paper presented at the PME 32: Mathematical ideas: history, education and cognition: Proceedings of the 32nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Brown, S. I., & Walter, M. I. (1983). *The art of problem posing*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Brown, S. I. & Walter, M. I. (1993). *Problem posing: Reflection and application*. Hillsdale, NJ: Erlbaum Associates.

- Brown, S., & Walter, M. (2005). *The art of problem posing*: Psychology Press.
- Cai, J., Chen, T., Li, X., Xu, R., Zhang, S., Hu, Y., ... & Song, N. (2019). Exploring the impact of a problem-posing workshop on elementary school mathematics teachers' conceptions on problem posing and lesson design. *International Journal of Educational Research*(in press).
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 21(4), 401-421.
- Cai, J., & Hwang, S. (2003). A Perspective for Examining the Link between Problem Posing and Problem Solving. *International Group For The Psychology Of Mathematics Education*, 3, 103-110.
- Cai, J., & Hwang, S. (2019). Learning to teach through mathematical problem posing: Theoretical considerations, methodology, and directions for future research. *International Journal of Educational Research*(in press).
- Cai, J., Hwang, S., Jiang, C., & Silber, S. (2015). *Problem posing research in mathematics: Some answered and unanswered questions*. In F. M. Singer, N. Ellerton, & J. Cai (Eds.). *Mathematical problem posing: From research to effective practice*. New York, NY: Springer.
- Cai, J., Moyer, J. C., Wang, N., Hwang, S., Nie, B., & Garber, T. (2013). Mathematical problem posing as a measure of curricular effect on students' learning. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 57–69.
- Chamberlin, S. A. (2010). A review of instruments created to assess affect in mathematics. *Journal of Mathematics education*, 3(1), 167-182.
- Charalambous, C. Y., Panaoura, A., & Philippou, G. (2009). Using the history of mathematics to induce changes in preservice teachers' beliefs and attitudes: Insights from evaluating a teacher education program. *Educational Studies in Mathematics*, 71(2), 161.
- Chen, T., & Cai, J. (2019). An elementary mathematics teacher learning to teach using problem posing: A case of the distributive property of multiplication over addition. *International Journal of Educational Research* (in press).
- Cleary, T. J., & Chen, P. P. (2009). Self-regulation, motivation, and math achievement in middle school: Variations across grade level and math context. *Journal of school psychology*, 47(5), 291-314.
- Cohen, J. (1998). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd ed.) Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 243–270.
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(5), 395-415.
- Cretchley, P. (2008). Advancing research into affective factors in mathematics learning: Clarifying key factors, terminology and measurement. *Paper presented at the Navigating currents and charting directions: Proceedings of the 31 st Annual conference of Mathematics Education Research of Australasia*.
- Christidamayani, A. P., & Kristanto, Y. D. (2020). The Effects of Problem Posing Learning Model on Students' Learning Achievement and Motivation. *arXiv preprint arXiv:2002.04447*.

- Cunningham, R. (2004). Problem posing: An opportunity for increasing student responsibility. *Mathematics and Computer Education*, 38(1), 83-89.
- Daskalogianni, K. & Simpson, A. (2000). Towards a definition of attitude: the relationship between the affective and the cognitive in pre-university students. *Proceedings of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol.2, 217-224. Hiroshima, Japan.
- De Bellis, V. & Goldin, G. (1999). Aspects of affect: mathematical intimacy, mathematical integrity. *Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol.2, 249-256. Haifa, Israel.
- Demir, B. B. (2005). The effect of instruction with problem posing on tenth grade students' probability achievement and attitudes toward probability. *Unpublished master's thesis, Middle East Technical University, Ankara.*
- Di Martino, P., & Zan, R. (2001). Attitude toward mathematics: some theoretical issues. In *PME conference* (Vol. 2, pp. 3-351).
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). 'Me and maths': Towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of mathematics teacher education*, 13(1), 27-48.
- Dogan-Coskun, S. (2019). The Analysis of the Problems Posed by Pre-Service Elementary Teachers for the Addition of Fractions. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1517-1532.
- Eagly, A. H., & Chaiken, S. (1993). *The psychology of attitudes*: Harcourt Brace Jovanovich College Publishers.
- Ellerton, N. F. (2013). Engaging pre-service middle-school teacher-education students in mathematical problem posing: Development of an active learning framework. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 87-101.
- Ellerton, N. F., Singer, F. M., & Cai, J. (2015). Problem posing in mathematics: Reflecting on the past, energizing the present, and foreshadowing the future. In *Mathematical problem posing* (pp. 547-556). Springer, New York, NY.
- Ernest, P. (2003). Images of mathematics, values and gender: A philosophical perspective. In *Mathematics Education* (pp. 21-35). Routledge.
- Frakes, C., & Kline, K. (2000). Teaching young mathematicians: The challenges and rewards. *Teaching Children Mathematics*, 6(6), 376-381.
- Goetz, T., Frenzel, A. C., Hall, N. C., & Pekrun, R. (2008). Antecedents of academic emotions: Testing the internal/external frame of reference model for academic enjoyment. *Contemporary Educational Psychology*, 33(1), 9-33.
- Gonzales, N. A. (1996). Problem formulation: Insights from student generated questions. *School Science and Mathematics*, 96(3), 152-157.
- Gonzales, N. A. (1998). A blueprint for problem posing. *School Science and Mathematics*, 98(8), 448-456.
- Guvercin, S., & Verbovskiy, V. (2014). The effect of problem posing tasks used in mathematics instruction to mathematics academic achievement and attitudes toward mathematics. *International Online Journal of Primary Education (IOJPE)* ISSN: 1300-915X, 3(2).
- Guy, G. M., Cornick, J., & Beckford, I. (2015). More than Math: On the Affective Domain in Developmental Mathematics. *International Journal for the Scholarship of Teaching and Learning*, 9(2), n2

- Haghverdi, M., & Gholami, M. (2015). A Study of the Effect of using "What-if-not" Strategy in Posing Geometry Problems. In *3rd International Conference of The Mathematics Education for the Future Project, Catania, Italy*.
- Hannula, M. S. (2006). Motivation in mathematics: Goals reflected in emotions. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 165-178.
- Hart, L. E. (1989). Describing the affective domain: Saying what we mean. In *Affect and mathematical problem solving* (pp. 37-45). Springer, New York, NY.
- Hartley, D. (2006). Excellence and enjoyment: The logic of a 'contradiction'. *British Journal of Educational Studies*, 54(1), 3-14.
- Herges, R. M., Duffied, S., Martin, W., & Wageman, J. (2017). Motivation and achievement of middle school mathematics students. *The Mathematics Educator*, 26(1).
- Hill, D., & Bilgin, A. A. (2018). Pre-Service Primary Teachers' Attitudes towards Mathematics in an Australian University. *Creative Education*, 9, 597-614. <https://doi.org/10.4236/ce.2018.94042>
- Hoyles, C. (1982). The pupil's view of mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 13(4), 349-372.
- Hošpesová, A., & Tichá, M. (2015). Problem posing in primary school teacher training. In *Mathematical problem posing* (pp. 433-447). Springer, New York, NY.
- Hourigan, M., & Leavy, A. M. (2019). The influence of entry route to teaching on Irish pre-service primary teachers' attitudes towards mathematics. *Journal of Further and Higher Education*, 43(7), 869-883.
- Irvine, J. (2017). Problem posing in consumer mathematics classes: Not just for future mathematicians. *The Mathematics Enthusiast*, 14(1), 387-412
- Karjanto, N. (2017). Attitude toward mathematics among the students at Nazarbayev University Foundation Year Programme. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(6), 849-863.
- Khun-Inkeeree, H., Omar-Fauzee, M. S., & Othman, M. K. H. (2017). The Effect of Students Confidence Level toward Mathematics Performance among Southern Thailand Primary School Children. *International Journal of Academic Research in Progressive Education and Development*, 6(2), 20-34.
- Khutobah, K., Yuliati, N., Indriati, D. T., & Hussen, S. (2017). Problem Posing Creativity in the "What-if-not"(Win) Strategy. *The International Journal of Social Sciences and Humanities Invention*, 4(8), DOI: 10.18535/ijsshi/v4i8.04
- Kilic, C. (2017). A New Problem-Posing Approach Based on Problem-Solving Strategy: Analyzing Pre-service Primary School Teachers' Performance. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 17(3), 771-789.
- Krech, D., & Crutchfield, R. S. (1948). The field and problems of social psychology. In D. Krech & R. S. Crutchfield, *Theory and problems of social psychology* (p. 3-28). McGraw-Hill. <https://doi.org/10.1037/10024-001>
- Lavy, I. (2015). Problem-posing activities in a dynamic geometry environment: When and how. In *Mathematical problem posing* (pp. 393-410). Springer, New York, NY.
- Lavy, I., & Bershadsky, I. (2003). Problem posing via "What-if-not?" strategy in solid geometry—a case study. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(4), 369-387.
- Lavy, I., & Shriki, A. (2007). Problem posing as a means for developing mathematical knowledge of prospective teachers. *Paper presented at the Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*.

- Lavy, I., & Shriki, A. (2010). Engaging in problem posing activities in a dynamic geometry setting and the development of prospective teachers' mathematical knowledge. *The Journal of Mathematical Behavior*, 29(1), 11-24. doi:10.1016/j.jmathb.2009.12.002
- Lednický, L. (2015). Problem Posing as a Tool for Developing and Designing Tasks. *Acta Mathematica Nitriensia*, 1(1), 92-99.
- Lee, Y., Bicer, A., Kwon, H., & Capraro, R. M. (2019). Pre-service Teachers' Preparedness for Problem Posing: Pedagogical Content Knowledge and Subject Matter Knowledge. *Electronic International Journal of Education, Arts, and Science (EIJEAS)*, 4(10).
- Lee, Y., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2018). Mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge in problem posing. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 75-90.
- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24.
- Lin, L. C. (2012). Measuring adult learners' foreign language anxiety, motivational factors, and achievement expectations: a comparative study between chinese as a second-language students and english as a second-language students. (*Doctoral dissertation, Cleveland State University*).
- Lin, P. J. (2004). Supporting Teachers on Designing Problem-Posing Tasks as a Tool of Assessment to Understand Students' Mathematical Learning. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*.
- Lim, S. Y., & Chapman, E. (2013). Development of a short form of the attitudes toward mathematics inventory. *Educational Studies in Mathematics*, 82(1), 145-164.
- Ma, L. (1999). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics: Teacher's Understanding Of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Lawrence Erlbaum Associates, Incorporated.
- Ma, X., & Xu, J. (2004). Determining the causal ordering between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *American journal of education*, 110(3), 256-280.
- Majeed, A. A., Darmawan, I. G. N., & Lynch, P. (2013). A confirmatory factor analysis of attitudes toward mathematics inventory (ATMI). *The Mathematics Educator*, 15(1), 121-135.
- Mavridis, A., Katmada, A., & Tsiatsos, T. (2017). Impact of online flexible games on students' attitude towards mathematics. *Educational Technology Research and Development*, 65(6), 1451-1470.
- Maxwell, K. (2001). *Positive learning dispositions in mathematics*.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 575-596.
- Mensah, J. K., Okyere, M., & Kuranchie, A. (2013). Student attitude towards Mathematics and performance Does the teacher attitude matter. *Journal of Education and Practice*, 4(3), 132-139.
- Middleton, J. (1995). A Study of Intrinsic Motivation in the Mathematics Classroom: A Personal Constructs Approach. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(3), 254-279. doi:10.2307/749130
- Moenikia, M., & Zahed-Babelan, A. (2010). A study of simple and multiple relations between mathematics attitude, academic motivation and intelligence quotient with

- mathematics achievement. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 2(2), 1537-1542.
- Monteiro, V., Peixoto, F., Mata, L., & Sanches, C. (2017). Mathematics: I don't like it! I like it! Very much, a little, not at all... Social support and emotions in students from 2nd and 3rd cycles of education. *Análise Psicológica*, 35(3), 281-296
- Mullis, I.V., Martin, M.O., Foy, P., & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 International Results in Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.
- NEALE, D. (1969). The role of attitudes in learning mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 16(8), 631-640. Retrieved June 30, 2020, from www.jstor.org/stable/41187564
- Nicolaidou, M., & Philippou, G. (2003). Attitudes towards mathematics, self-efficacy and achievement in problem solving. *European Research in Mathematics Education III. Pisa: University of Pisa*, 1-11.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). "Accepting emotional complexity": A socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 193-207.
- Ozdemir, A. S., & Sahal, M. (2018). The Effect of Teaching Integers through the Problem posing Approach on Students' Academic Achievement and Mathematics Attitudes. *Eurasian Journal of Educational Research*, 18(78), 117-138.
- Özen, S. O. (2017). The Effect of Motivation on Student Achievement *The Factors Effecting Student Achievement* (pp. 35-56): Springer.
- Pa, N. A. N., & Tapsir, R. (2013). Analysis of instruments measuring values of mathematics education. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 90, 449-457.
- Pantziara, M., & Philippou, G. N. (2015). Students' motivation in the mathematics classroom. Revealing causes and consequences. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(2), 385-411.
- Pehkonen, E. (2007). Problem solving in mathematics education in Finland. WG2, Topic, 8, 9.
- Pekrun, R., Goetz, T., Titz, W., & Perry, R. P. (2002). Academic Emotions in Students' Self-Regulated Learning and Achievement: A Program of Qualitative and Quantitative Research. *Educational Psychologist*, 37(2), 91-105. doi:10.1207/S15326985EP3702_4.
- Pekrun, R. (2006). The control-value theory of achievement emotions: Assumptions, corollaries, and implications for educational research and practice. *Educational psychology review*, 18(4), 315-341.
- Petty, R. E. (2018). *Attitudes and persuasion: Classic and contemporary approaches*. Routledge.
- Philippou, G. N., & Christou, C. (1998). The effects of a preparatory mathematics program in changing prospective teachers' attitudes towards mathematics. *Educational studies in mathematics*, 35(2), 189-206.
- Pintrich, P. R. (2003). A motivational science perspective on the role of student motivation in learning and teaching contexts. *Journal of Educational Psychology*, 95(4), 667.
- Putwain, D. W., Becker, S., Symes, W., & Pekrun, R. (2018). Reciprocal relations between students' academic enjoyment, boredom, and achievement over time. *Learning and Instruction*, 54, 73-81.

- Reyes, L. (1984). Affective Variables and Mathematics Education. *The Elementary School Journal*, 84(5), 558-581. Retrieved June 27, 2020, from www.jstor.org/stable/1001237
- Ruffell, M., Mason, J., & Allen, B. (1998). Studying attitude to mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 35(1), 1-18.
- Schackow, Joy Bronston, "Examining the Attitudes Toward Mathematics of Preservice Elementary School Teachers Enrolled in an Introductory Mathematics Methods Course and the Experiences That Have Influenced the Development of These Attitudes" (2005). *Graduate Theses and Dissertations*.
- Schukajlow, S. (2015). Effects of enjoyment and boredom on students' interest in mathematics and vice versa. *Proceedings of PME 39*, 4, 137-144.
- Seah, W. T., & Andersson, A. (2015). Valuing diversity in mathematics pedagogy through the volitional nature and alignment of values. In *Diversity in mathematics education* (pp. 167-183). Springer, Cham.
- Seah, W. T., & Kalogeropoulos, P. (2006). Teachers of effective mathematics lessons: what gets valued in their practice?. In *Mathematics-The Way Forward* (pp. 279-287). The Mathematical Association of Victoria.
- Seo, H. S. (1997). On the Use of What-if-not Strategy for Posing Problem. *Use of open-ended problems in mathematics classroom*, 176, 85.
- Seo, H. S. (1998). An Important Component on Using the What-if-not Strategy. *Research in Mathematical Education*, 2(1), 13-19.
- Shriki, A. (2013). A model for assessing the development of students' creativity in the context of problem posing. *Creative Education*, 4(7), 430.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *Zdm*, 29(3), 75-80.
- Silver, E. A., Mamona-Downs, J., Leung, S. S., & Kenney, P. A. (1996). Posing mathematical problems: An exploratory study. *Journal for research in mathematics Education*, 293-309.
- Siswono, T. Y. E. (2008). Promoting creativity in learning mathematics using open-ended problems. *Educational Research and Review*, 548-553.
- Soleymani, B., & Rekabdar, G. (2016). Relation between math self-efficacy and mathematics achievement with control of math attitude. *Applied Mathematics*, 6(1), 16-19.
- Stickles, P. (2011). An analysis of secondary and middle school teachers' mathematical problem posing. *Investigations in Mathematics Learning*, 3(2), 1-34.
- Stigler, J. W., & Hiebert, J. (2004). Improving mathematics teaching. *Educational leadership*, 61(5), 12-17.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing in school mathematics. *Technology in mathematics education*, 518-525.
- Sweeting, K. (2011). Early years teachers' attitudes towards mathematics (*Doctoral dissertation, Queensland University of Technology*).
- Symonds, R., Lawson, D., & Robinson, C. (2010). An investigation of Physics undergraduates' attitudes towards mathematics. *Teaching Mathematics and Its Applications: International Journal of the IMA*, 29(3), 140-154.
- Tapia, M. (1996). The Attitudes toward Mathematics Instrument.

- Tapia, M., & Marsh, G. E. (2000). *Attitudes toward mathematics instrument: An investigation with middle school students*. Bowling Green: Paper presented at the Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association.
- Tapia, M., & Marsh, G. E. (2002). *Confirmatory factor analysis of the attitudes toward mathematics inventory*. Chattanooga: Paper presented at the Annual Meeting of the Mid-South Educational Research Association
- Tapia, M., & Marsh, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly*, 8(2), 16-22.
- Tichá, M., & Hošpesová, A. (2013). Developing teachers' subject didactic competence through problem posing. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 133-143.
- Triandis, H. C. (1971). *Attitude and attitude change*. New York: Wiley.
- Waterman, A. S. (2005). When effort is enjoyed: Two studies of intrinsic motivation for personally salient activities. *Motivation and Emotion*, 29(3), 165-188.
- Wilkins, J. L. (2008). The relationship among elementary teachers' content knowledge, attitudes, beliefs, and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 139-164.
- Yee, L. S. (2010). Mathematics Attitudes and Achievement of Junior College Students in Singapore. *Mathematics Education Research Group of Australasia*.
- Yenilmez, K., Girginer, N., & Uzun, O. (2007). Mathematics anxiety and attitude level of students of the faculty of economics and business administrator: The Turkey model. In *International Mathematical Forum* (Vol. 2, No. 41, pp. 1997-2021).
- Αναστασιάδου Σ. (2011). Αξιολόγηση Αξιοπιστίας Κλίμακας Στάσεων προς τα Μαθηματικά από Αλλοδαπούς Μαθητές Γενικών Λυκείων Διαπολιτισμικής Εκπαίδευσης. Στο: 14ο Διεθνές Συνέδριο Διαπολιτισμικής Εκπαίδευσης "Διαπολιτισμική Εκπαίδευση - Μετανάστευση - Διαχείριση Συγκρούσεων και Παιδαγωγική της Δημοκρατίας"- Βόλος, 13-15 Μαΐου 2011, Τόμος II. σελ.87-100
- Κουνέλη, Β. (2016). Διδασκαλία και διδακτικό υλικό της ελληνικής γλώσσας. Μια ερευνητική προσέγγιση σε πολιτισμικά διαφορετικούς ομιλητές. (Doctoral dissertation - Πανεπιστήμιο Πατρών, Παιδαγωγικό Δημοτικής Εκπαίδευσης).
- Ματαμαδιώτου, Φ. (2018). Συγκριτική μελέτη των απόψεων για τα Μαθηματικά, φοιτητών Παιδαγωγικών τμημάτων Ελλάδας και Κροατίας. *Αδημοσίευτη Μεταπτυχιακή εργασία, Πανεπιστήμιο Δυτικής Μακεδονίας, Παιδαγωγική Σχολή Φλώρινας, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης*
- Παπαδοπούλου, Δ. Γ. (2019). Μια μελέτη για τις τάσεις της σύγχρονης Μαθηματικής εκπαίδευσης: η επιρροή των διεθνών συστημάτων αξιολόγησης PISA και TIMSS: η περίπτωση της ρεαλιστικής Μαθηματικής εκπαίδευσης (RME) και η επίδραση των ΤΠΕ στην εφαρμογή της. *Αδημοσίευτη Μεταπτυχιακή εργασία- Πανεπιστήμιο Αιγαίου, Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης*
- Στύλος, Γ. Κ. (2014). Στάσεις και πρακτικές των εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης σχετικά με τη διδασκαλία των Φυσικών Επιστημών. *Αδημοσίευτη Διδακτορική διατριβή, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων*.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑΤΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

Στάσεις - αντιλήψεις των φοιτητών/τριών του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων για τα Μαθηματικά (pretest -posttest)

Αγαπητέ φοιτητή / Αγαπητή φοιτήτρια,

Αρχικά, θα ήθελα να σε ευχαριστήσω για τη συμμετοχή σου σε αυτή τη έρευνα.

Σκοπός αυτής της έρευνας είναι η μέτρηση των στάσεων για τα μαθηματικά των φοιτητών/τριών του Παιδαγωγικού τμήματος Δημοτικής εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων. Μέσα από αυτή τη σύντομη έρευνα, οι απαντήσεις σου θα είναι χρήσιμες προκειμένου να δημιουργηθεί μια καλύτερη κατανόηση των στάσεων των φοιτητών/τριών για τα μαθηματικά. Η έρευνα αυτή απαιτεί μόνο 10 - 15 λεπτά περίπου από τον χρόνο σου για να ολοκληρωθεί. Οι απαντήσεις σου θα χρησιμοποιηθούν μόνο για τους σκοπούς της έρευνας και να είσαι σίγουρος/η ότι όλες οι απαντήσεις που θα δώσεις θα φυλαχτούν με απόλυτη εχεμύθεια.

Σε ευχαριστώ πολύ για το χρόνο σου!

Όνομα:
Επώνυμο:
Αριθμός Μητρώου (ΑΜ):
Ηλικία:
Έτος εισαγωγής:
Τρόπος εισαγωγής:
Βαθμός της τελευταίας σας εξέτασης στο μάθημα "Βασικές έννοιες Μαθηματικών" του 1ου εξαμήνου. : (Αν δεν έχετε δώσει εξετάσεις στο μάθημα, γράψτε "Δεν έδωσα".)

Παρακαλώ επιλέξτε μια μόνο απάντηση για κάθε μία από τις ακόλουθες προτάσεις.

(Καλείσαι να σημειώσεις το επίπεδο της συμφωνίας ή διαφωνίας σου με κάθε μία από τις ακόλουθες δηλώσεις)

1. Παίρνω μεγάλη ικανοποίηση από την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

2. Συνήθως απολάμβανα να μελετώ μαθηματικά στο σχολείο

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

3. Τα μαθηματικά είναι ανιαρό και βαρετό μάθημα

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

4. Μου αρέσει να επιλύω καινούρια προβλήματα στα μαθηματικά.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

5. Θα προτιμούσα να κάνω μια εργασία στα μαθηματικά από το να γράψω ένα δοκίμιο.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

6. Τα μαθηματικά μου αρέσουν πραγματικά

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

7. Είμαι πιο ευτυχισμένος/η σε μια τάξη μαθηματικών από ό,τι σε οποιαδήποτε άλλη τάξη.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

8. Τα μαθηματικά είναι ένα πολύ ενδιαφέρον μάθημα.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

9. Νιώθω άνετα εκφράζοντας τις ιδέες μου για τον τρόπο που ψάχνω λύσεις για ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

10. Νιώθω άνετα να απαντώ σε ερωτήσεις την ώρα των μαθηματικών.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

11. Είμαι βέβαιος/η ότι θα μπορούσα να μάθω ανώτερα μαθηματικά.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

12. Θα ήθελα να αποφύγω τη χρήση των μαθηματικών στο πανεπιστήμιο.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

13. Είμαι πρόθυμος/η να αποκτήσω περισσότερη μαθηματική γνώση από αυτήν που απαιτείται.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

14. Σκοπεύω να ασχοληθώ με όσο το δυνατόν περισσότερα μαθηματικά μπορώ κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής μου.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

15. Η πρόκληση των μαθηματικών είναι ελκυστική για μένα.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

16. Τα μαθηματικά είναι ένα από τα μαθήματα που φοβάμαι περισσότερο.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

17. Το μυαλό μου είναι κενό και δεν είμαι σε θέση να σκεφτώ καθαρά, όταν ασχολούμαι με τα μαθηματικά.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

18. Το να μελετώ μαθηματικά με κάνει να νιώθω αγχωμένος/η.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

19. Τα μαθηματικά με κάνουν να νιώθω άβολα.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

20. Είμαι πάντα κάτω από μια φοβερή πίεση την ώρα των μαθηματικών.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

21. Όταν ακούω τη λέξη μαθηματικά, μου προκαλείται ένα αίσθημα απέχθειας.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

22. Μου προκαλεί άγχος και μόνο να σκεφτώ ότι πρέπει να επιλύσω ένα μαθηματικό πρόβλημα.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

23. Τα μαθηματικά δεν με φοβίζουν καθόλου.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

24. Αναμένω να αποδώσω πολύ καλά σε οποιαδήποτε τάξη μαθηματικών και αν συμμετέχω.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

25. Είμαι πάντα σε μια σύγχυση την ώρα των μαθηματικών.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

26. Έχω πολλή αυτοπεποίθηση όταν πρόκειται να ασχοληθώ με τα μαθηματικά.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

27. Είμαι σε θέση να επιλύω προβλήματα μαθηματικών, χωρίς μεγάλη δυσκολία.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

28. Νιώθω μια αίσθηση ανασφάλειας όταν επιχειρώ / δοκιμάζω να ασχοληθώ με τα μαθηματικά.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

29. Μαθαίνω μαθηματικά εύκολα.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

30. Πιστεύω πως είμαι καλός/ή στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

31. Τα μαθηματικά είναι ένα σημαντικό και απαραίτητο μάθημα.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

32. Θέλω να βελτιώσω τις δεξιότητές μου στα μαθηματικά.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

33. Τα μαθηματικά βοηθούν στην ανάπτυξη του νου και μαθαίνουν ένα άτομο να σκέφτεται.

Διαφωνώ απόλυτα ☐	Διαφωνώ ☐	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ ☐	Συμφωνώ ☐	Συμφωνώ Απολύτως ☐
---	-------------------------------------	---	-------------------------------------	--

34. Τα μαθηματικά είναι σημαντικά στην καθημερινή ζωή.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

35. Τα μαθηματικά είναι ένα από τα πιο σημαντικά μαθήματα που πρέπει να μελετούν οι άνθρωποι.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

36. Τα μαθηματικά στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση θα ήταν πολύ χρήσιμα, ανεξάρτητα από το τι αποφασίζω να σπουδάσω στο μέλλον.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

37. Μπορώ να σκεφτώ πολλούς τρόπους που χρησιμοποιώ τα μαθηματικά εκτός από το σχολείο.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

38. Νομίζω πως η μελέτη ανώτερων μαθηματικών είναι χρήσιμη.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

39. Πιστεύω ότι η μελέτη των μαθηματικών με βοηθάει στην επίλυση προβλημάτων σε άλλους τομείς.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

40. Ένα ισχυρό μαθηματικό υπόβαθρο θα μπορούσε να με βοηθήσει στην επαγγελματική μου ζωή.

Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ Απολύτως
☐	☐	☐	☐	☐

Σας ευχαριστώ!!!

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

(Κατασκευή Προβλημάτων - Problem Posing)

Ονοματεπώνυμο φοιτητή/τριας:..... Α.Μ.

Πρόβλημα 1ο	Νέα Προβλήματα	Λύσεις
Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το παρτέρι στη νησίδα ανάμεσα σε δύο δρόμους στη Θεσσαλονίκη. Κάθε άνοιξη ο Δήμος αλλάζει τα λουλούδια στα παρτέρια του και χρειάζεται να υπολογίζει τις επιφάνειες των παρτεριών. Αν αυτή η εργασία κοστίζει κατά μέσο όρο 3 € το τετραγωνικό μέτρο, πόσο κοστίζει η αλλαγή των λουλουδιών σ' αυτή τη νησίδα; Μετρήσαμε και βρήκαμε ότι το ύψος είναι 3 εκ. και η βάση 4 εκ. Δίνεται ότι το εμβαδό τριγώνου υπολογίζεται με βάση τον τύπο: $E = 1/2 * \text{βάση} * \text{ύψος}$ (Βιβλίο μαθητή, ΣΤ' Δημοτικού) 	Κλειστό:	Πιθανές δυσκολίες ή λάθη:
	Ανοιχτό:	Πιθανές δυσκολίες ή λάθη:
Χρησιμοποιώντας τη στρατηγική " <i>What-if-not</i> ", κατασκευάστε και επιλύστε προβλήματα για την ΣΤ' Δημοτικού..		

Πρόβλημα 2ο	Νέα Προβλήματα	Λύσεις
Στους εκλογικούς καταλόγους είναι γραμμένα 16.000 άτομα. Από αυτά ψήφισαν στις δημοτικές εκλογές 85%. Η παράταξη Α΄ πήρε 51%, ενώ η παράταξη Β΄ πήρε 34% των ψήφων. Οι υπόλοιποι ψήφισαν λευκό ή άκυρο. Πόσα άτομα ψήφισαν και πόσες ψήφους πήρε κάθε παράταξη; (Βιβλίο μαθητή, ΣΤ' Δημοτικού) 	Κλειστό:	Πιθανές δυσκολίες ή λάθη:
	Ανοιχτό:	Πιθανές δυσκολίες ή λάθη:
Χρησιμοποιώντας τη στρατηγική " <i>What-if-not</i> ", κατασκευάστε και επιλύστε προβλήματα για την ΣΤ' Δημοτικού.		

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Γ

Ποσοστά απαντήσεων Pretest

			Διαφωνώ απόλυτα	Διαφωνώ	Ούτε διαφωνώ ούτε συμφωνώ	Συμφωνώ	Συμφωνώ απόλυτα
ΕΥΧΑΡΙΣΤΗΣΗ	1	Παίρνω μεγάλη ικανοποίηση από την επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος	0,00%	3,8%	6,4%	55,1%	34,6%
	2	Συνήθως απολαμβάνω να μελετώ μαθηματικά στο σχολείο	1,3%	21,8%	26,9%	25,6%	24,4%
	3	Τα μαθηματικά είναι ανιαρό και βαρετό μάθημα *	32,1%	44,9%	19,2%	3,8%	0,0%
	4	Μου αρέσει να επιλύω καινούρια προβλήματα στα μαθηματικά.	2,6%	10,3%	15,4%	52,6%	19,2%
	5	Θα προτιμούσα να κάνω μια εργασία στα μαθηματικά από το να γράψω ένα δοκίμιο.	12,8%	16,7%	24,4%	30,8%	15,4%
	6	Τα μαθηματικά μου αρέσουν πραγματικά	2,6%	12,8%	24,4%	46,2%	14,1%
	7	Είμαι πιο ευτυχισμένος/η σε μια τάξη μαθηματικών από ό, τι σε οποιαδήποτε άλλη τάξη.	5,1%	32,1%	37,2%	21,8%	3,8%
	8	Τα μαθηματικά είναι ένα πολύ ενδιαφέρον μάθημα.	1,3%	3,8%	9,0%	56,4%	29,5%
	9	Νιώθω άνετα εκφράζοντας τις ιδέες μου για τον τρόπο που ψάχνω λύσεις για ένα δύσκολο μαθηματικό πρόβλημα.	3,8%	21,8%	32,1%	32,1%	10,3%
	10	Νιώθω άνετα να απαντώ σε ερωτήσεις την ώρα των μαθηματικών.	0,0%	26,9%	25,6%	41,0%	6,4%
	11	Είμαι βέβαιος/η ότι θα μπορούσα να μάθω ανώτερα μαθηματικά.	6,4%	20,5%	44,9%	20,5%	7,7%
	12	Θα ήθελα να αποφύγω τη χρήση των μαθηματικών στο πανεπιστήμιο.*	30,8%	44,9%	15,4%	7,7%	1,3%
ΚΙΝΗΤΡΟ	13	Είμαι πρόθυμος/η να αποκτήσω περισσότερη μαθηματική γνώση από αυτήν που απαιτείται.	0,0%	5,1%	30,8%	46,2%	17,9%
	14	Σκοπεύω να ασχοληθώ με όσο το δυνατόν περισσότερα μαθηματικά μπορώ κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσής	0,0%	17,9%	46,2%	26,9%	9,0%
	15	Η πρόκληση των μαθηματικών είναι ελκυστική για μένα.	0,0%	16,7%	26,9%	42,3%	14,1%
	16	Τα μαθηματικά είναι ένα από τα μαθήματα που φοβάμαι περισσότερο*	14,1%	32,1%	17,9%	23,1%	12,8%
ΑΥΤΟΠΕΠΟΙΩ ΗΣΗ	17	Το μυαλό μου είναι κενό και δεν είμαι σε θέση να σκεφτώ καθαρά, όταν ασχολούμαι με τα μαθηματικά.*	21,8%	48,7%	16,7%	12,8%	0,0%
	18	Το να μελετώ μαθηματικά με κάνει να νιώθω αγχωμένος/η.*	11,5%	42,3%	21,8%	20,5%	3,8%
	19	Τα μαθηματικά με κάνουν να νιώθω άβολα.*	25,6%	35,9%	21,8%	16,7%	0,0%
	20	Είμαι πάντα κάτω από μια φοβερή πίεση την ώρα των μαθηματικών.*	17,9%	42,3%	30,8%	6,4%	2,6%
	21	Όταν ακούω τη λέξη μαθηματικά, μου προκαλείται ένα αίσθημα απέχθειας.*	39,7%	35,9%	19,2%	5,1%	0,0%
	22	Μου προκαλεί άγχος και μόνο να σκεφτώ ότι πρέπει να επιλύσω ένα μαθηματικό πρόβλημα.*	26,9%	33,3%	21,8%	17,9%	0,0%

	23	Τα μαθηματικά δεν με φοβίζονται καθόλου.	6,4%	25,6%	29,5%	32,1%	6,4%
	24	Αναμένω να αποδώσω πολύ καλά σε οποιαδήποτε τάξη μαθηματικών και αν συμμετέχω.	2,6%	15,4%	37,2%	29,5%	15,4%
	25	Είμαι πάντα σε μια σύγχυση την ώρα των μαθηματικών.*	14,1%	53,8%	25,6%	5,1%	1,3%
	26	Έχω πολλή αυτοπεποίθηση όταν πρόκειται να ασχοληθώ με τα μαθηματικά.	6,4%	28,2%	37,2%	23,1%	5,1%
	27	Είμαι σε θέση να επιλύω προβλήματα μαθηματικών, χωρίς μεγάλη δυσκολία.	1,3%	23,1%	42,3%	28,2%	5,1%
	28	Νιώθω μια αίσθηση ανασφάλειας όταν επιχειρώ / δοκιμάζω να ασχοληθώ με τα μαθηματικά.*	10,3%	44,9%	16,7%	26,9%	1,3%
	29	Μαθαίνω μαθηματικά εύκολα.	1,3%	10,3%	30,8%	50%	7,7%
	30	Πιστεύω πως είμαι καλός/ή στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.	2,6%	15,4%	33,3%	43,6%	5,1%
ΛΕΙΑ	31	Τα μαθηματικά είναι ένα σημαντικό και απαραίτητο μάθημα.	0,0%	0,0%	2,6%	41,0%	56,4%
	32	Θέλω να βελτιώσω τις δεξιότητές μου στα μαθηματικά.	0,0%	1,3%	5,1%	47,4%	46,2%
	33	Τα μαθηματικά βοηθούν στην ανάπτυξη του νου και μαθαίνουν ένα άτομο να σκέφτεται.	0,0%	1,3%	2,6%	38,5%	57,7%
	34	Τα μαθηματικά είναι σημαντικά στην καθημερινή ζωή.	0,0%	0,0%	5%	35%	60%
	35	Τα μαθηματικά είναι ένα από τα πιο σημαντικά μαθήματα που πρέπει να μελετούν οι άνθρωποι.	0,0%	1,3%	14,1%	47,4%	37,2%
	36	Τα μαθηματικά στην δευτεροβάθμια εκπαίδευση θα ήταν πολύ χρήσιμα, ανεξάρτητα από το τι αποφασίζω να σπουδάσω στο μέλλον.	0,0%	3,8%	12,8%	53,8%	29,5%
	37	Μπορώ να σκεφτώ πολλούς τρόπους που χρησιμοποιώ τα μαθηματικά εκτός από το σχολείο.	0,0%	2,6%	14,1%	56,4%	26,9%
	38	Νομίζω πως η μελέτη ανώτερων μαθηματικών είναι χρήσιμη.	1,3%	9,0%	61,5%	24,4%	3,8%
	39	Πιστεύω ότι η μελέτη των μαθηματικών με βοηθάει στην επίλυση προβλημάτων σε άλλους τομείς.	0,0%	2,6%	23,1%	56,4%	17,9%
	40	Ένα ισχυρό μαθηματικό υπόβαθρο θα μπορούσε να με βοηθήσει στην επαγγελματική μου ζωή.	0,0%	2,6%	25,6%	51,3%	20,5%

Με το * είναι οι αρνητικές δηλώσεις - διατυπώσεις.