

**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΩΝ, ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΚΑΙ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗΣ
ΕΡΕΥΝΑΣ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ
ΠΑΡΙΝΤΗ ΧΡΙΣΤΙΑΝΑ**

ΔΡΟΜΟΛΟΓΗΣΗ ΠΛΟΙΩΝ ΚΑΙ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΑΠΟΘΕΜΑΤΩΝ

ΙΩΑΝΝΙΝΑ, 2014

Η παρούσα Μεταπτυχιακή Διατριβή εκπονήθηκε στο πλαίσιο των σπουδών για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στη

ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ ΚΑΙ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΗ ΕΡΕΥΝΑ

που απονέμει το Τμήμα Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.
Εγκρίθηκε την 23/01/2014 από την εξεταστική επιτροπή:

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ

ΒΑΘΜΙΑΔΑ

ΥΠΟΓΡΑΦΗ

Σκούρη Κωνσταντίνα (Επιβλέπων) Επίκουρος Καθηγήτρια

Ζωγράφος Κωνσταντίνος

Καθηγητής

Παρσόπουλος Κωνσταντίνος

Επίκουρος Καθηγητής

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ

"Δηλώνω υπεύθυνα ότι η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε κάτω από τους διεθνείς ηθικούς και ακαδημαϊκούς κανόνες δεοντολογίας και προστασίας της πνευματικής ιδιοκτησίας. Σύμφωνα με τους κανόνες αυτούς, δεν έχω προβεί σε ιδιοποίηση ξένου επιστημονικού έργου και έχω πλήρως αναφέρει τις πηγές που χρησιμοποίησα στην εργασία αυτή."

ΑΦΙΕΡΩΣΗ

Η αφιέρωση της συγκεκριμένης Μεταπτυχιακής Εργασίας στην οικογένεια μου είναι το ελάχιστο ευχαριστώ απέναντι στην ανιδιοτελή τους υποστήριξη καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Με το πέρας αυτής της διατριβής θα ήθελα να απευθύνω θερμές ευχαριστίες στην επιβλέπουσα καθηγήτρια μου, κ. Κωνσταντίνα Σκούρη, Επίκουρο Καθηγήτρια του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων για την εποικοδομητική και αρμονική συνεργασία καθώς και την αμέριστη συμπαράσταση και υποστήριξή της, σε όλους τους τομείς καθ' όλη την διάρκεια της εκπόνησής της. Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους κκ. Κ. Ζωγράφο Καθηγητή του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων και Κ. Παρσόπουλο Επίκουρο Καθηγητή του Τμήματος Μηχανικών Ηλεκτρονικών Υπολογιστών και Πληροφορικής του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων για τη συμμετοχή τους στην τριμελή επιτροπή εξέτασης της διατριβής και τη στήριξή τους.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ	11
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 Μεταφορά δια θαλάσσης και διαχείριση αποθέματος χύμα ξηρών προϊόντων	
1.1 Το πρόβλημα της δρομολόγησης πλοίων για τη μεταφορά ενός χύμα ξηρού προϊόντος και της διαχείρισης του αποθέματος του με προκαθορισμένα χρονικά περιθώρια (Inventory Pickup & Delivery Problem with Time Windows-IPDPTW).....	21
1.1.1 Εισαγωγή.....	21
1.1.2 Περιγραφή ενός πραγματικού προβλήματος.....	21
1.1.3 Ένα απλό πρόβλημα προς επίλυση	24
1.1.4 Σύγκριση με τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.....	26
1.2 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος.....	27
1.2.1 Το αναλυτικό μοντέλο.....	28
1.3 Περιγραφή του τρόπου διάσπασης του προβλήματος IPDPTW.....	33
1.3.1 Ανακατασκευή του αναλυτικού μοντέλου.....	33
1.3.2 Η προσεγγιστική διαδικασία Dantzig-Wolfe Decomposition.....	35
1.3.3 Το συνδυαστικό μοντέλο.....	38
1.3.4 Συνοπτική περιγραφή της διαδικασίας Column Generation.....	39
1.3.5 Το υποπρόβλημα της δρομολόγησης πλοίου.....	41
1.3.6 Το υποπρόβλημα της διαχείρισης αποθεμάτων στο λιμάνι.....	42
1.4 Προπαρασκευαστικό στάδιο διαδικασίας επίλυσης και απλοποίηση του προβλήματος.....	46
1.4.1 Απλοποίηση του προβλήματος	46
1.4.2 Απλοποίηση των δικτύων	46
1.4.3 Μείωση του εύρους των χρονικών περιθωρίων.....	47
1.4.4 Περιορισμός των εφικτών διαδρομών	50
1.5 Ισχυροποίηση των περιορισμών για τα αποθέματα.....	51
1.5.1 Εμπλουτισμός του πραγματικού προβλήματος με νέα δεδομένα.....	51
1.5.2 Εισαγωγή των προειδοποιητικών ορίων αποθέματος (alarm levels).....	52
1.5.3 Το αναλυτικό μοντέλο.....	54
1.6 Διάσπαση του προβλήματος	59
1.6.1 Ανακατασκευή του αναλυτικού μοντέλου.....	59
1.6.2 Το συνδυαστικό μοντέλο	61

1.6.3	Η διαδικασία Column Generation.....	63
1.6.4	Τα υποπροβλήματα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθέματος στα λιμάνια.....	64
1.6.5	Μεταβολές στο πρόβλημα διαχείρισης αποθέματος στο λιμάνι <i>i</i>	64

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 Μεταφορά και διαχείριση αποθέματος Υγροποιημένου Φυσικού Αεριού

2.1	Η αλυσίδα εφοδιασμού Υγροποιημένου Φυσικού Αεριού (ΥΦΑ).....	69
2.1.1	Εισαγωγή.....	69
2.1.2	Περιγραφή του προβλήματος.....	70
2.2	Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος	74
2.2.1	Το αναλυτικό μοντέλο.....	74
2.2.2	Το συνδυαστικό μοντέλο	83
2.2.3	Ο αλγόριθμος απαρίθμησης των διαδρομών των πλοίων για το συνδυαστικό πρόβλημα	84
2.3	Αλλαγή του αντικειμενικού στόχου του προβλήματος μεταφοράς ΥΦΑ	88
2.3.1	Περιγραφή του προβλήματος.....	88
2.4	Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος	90
2.4.1	Συμβολισμός	90
2.4.2	Το μαθηματικό μοντέλο	94
2.5	Μέθοδος επίλυσης του προβλήματος	96
2.5.1	Construction Heuristic (CH)	96
2.5.2	Time-window improvement heuristic (TWH).....	99
2.5.3	Two-ship improvement heuristic (2SIH)	99
ΕΠΙΛΟΓΟΣ– ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ		107
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ		

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Πολλές εταιρείες αντιμετωπίζουν καθημερινά την πρόκληση της αποτελεσματικής διαχείρισης της εφοδιαστικής τους αλυσίδας, ώστε να ικανοποιούν τη ζήτηση των πελατών τους με το ελάχιστο δυνατό κόστος. Προβλήματα τέτοιου τύπου έχουν μελετηθεί εκτενώς για οδικά και σιδηροδρομικά δίκτυα καθώς και συνδυασμού αυτών και οι προτεινόμενες λύσεις τους συνέβαλαν στην πρόοδο του διεθνούς εμπορίου. Ωστόσο, η παγκοσμιοποίηση του εμπορίου έχει δημιουργήσει νέες συνθήκες για τη θαλάσσια ναυσιπλοΐα. Έτσι, πολλά από τα σημαντικότερα λιμάνια του κόσμου έχουν εγκαταστήσει σύγχρονο εξοπλισμό για τη φόρτωση/εκφόρτωση και αποθήκευση του συνεχώς αυξανόμενου όγκου των εμπορευμάτων που διέρχονται από αυτά. Για την καλύτερη δυνατή λειτουργία των σύγχρονων λιμανιών και ταυτόχρονα για την μείωση των εξόδων των ναυτιλιακών εταιρειών, είναι απαραίτητη η βέλτιστη δρομολόγηση και ο προγραμματισμός των πλοίων.

Η αύξηση του πληθυσμού, το υψηλό βιοτικό επίπεδο και η εκβιομηχάνιση της Άπω Ανατολής, οδήγησαν στην αύξηση της ζήτησης για τη χρήση των θαλάσσιων δικτύων μεταφοράς, τόσο για την εισαγωγή χύμα πρώτων υλών όσο και την εξαγωγή εμπορευματοκιβωτίων βιομηχανικών προϊόντων. Όπως φαίνεται στον Πίνακα 1 κατά την πρώτη δεκαετία της νέας χιλιετίας, η μεταφορική ικανότητα των πετρελαιοφόρων αυξήθηκε κατά 60%, των πλοίων μεταφοράς χύμα ξηρού φορτίου αυξήθηκε κατά 65%, και των πλοίων μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων υπερδιπλασιάστηκε με αύξηση 164% (Christiansen et al., 2013). Η αύξηση της μεταφορικής ικανότητας διευκολύνει την ταχεία επέκταση του θαλάσσιου διεθνούς εμπορίου το οποίο αυξήθηκε κατά 40% κατά την ίδια δεκαετία (Πίνακα 2, Christiansen et al., 2013). Ο αποτελεσματικός προγραμματισμός της λειτουργίας του παγκόσμιου στόλου συνεπάγεται την αύξηση της παραγωγής προϊόντων ανά τον κόσμο και του βιοτικού επιπέδου ζωής. Συνεπώς, η κατάλληλη δρομολόγηση και ο προγραμματισμός του είναι ζητήματα ζωτικής σημασίας.

Έτος	Πετρελαιοφόρα	Χύμα Ξηρού Φορτίου	Γενικού Φορτίου	Εμπορευματοκιβωτίων	Άλλα	Σύνολο
1980	339	186	116	11	31	683
1985	261	232	106	20	45	664
1990	246	235	103	26	49	659
1995	268	262	104	44	58	736
2000	282	276	101	64	75	798
2005	336	321	92	98	49	896
2010	450	457	108	169	92	1276

Πίνακας 1. Δυναμικότητα του παγκόσμιου στόλου σε εκατομμύρια deadweight tonnage (dwt) λαμβάνοντας υπόψη πλοία χωρητικότητας άνω των 100 gross tons

Είναι σαφές ότι το κόστος για τη μεταφορά προϊόντων συνιστά ένα σημαντικό μέρος των οικονομιών των πιο ανεπτυγμένων κρατών. Αναφορικά με το μερίδιο που αντιστοιχεί στις θαλάσσιες μεταφορές, παγκοσμίως, περίπου το 90% του όγκου και το 70% της αξίας όλων των αγαθών μεταφέρεται δια θαλάσσης. Λόγω της παγκοσμιοποίησης των πολυεθνικών εταιρειών, η ζήτηση για θαλάσσιες μεταφορές θα μπορούσε να ξεπεράσει την προσφορά, με αποτέλεσμα να προκληθεί αύξηση των τιμών στα τελικά προϊόντα. Επομένως, λαμβάνοντας υπόψη τους σχετικά μεγάλους χρόνους παράδοσης που σχετίζονται με τις θαλάσσιες μεταφορές, η αναποτελεσματικότητα στη θαλάσσια ναυσιπλοΐα έχει αντίκτυπο σε όλη την αλυσίδα εφοδιασμού.

Έτος	Έλαια	Κυρίως Ξηρά Προϊόντα	Χύμα Δευτερεύοντα Ξηρά Προϊόντα	Σύνολο
1980	1871	796	1037	3704
1990	1755	968	1285	4008
2000	2163	1288	2533	5984
2010	2752	2333	3323	8408

Πίνακας 2. Παγκόσμιο θαλάσσιο εμπόριο (εκατομμύρια τόνων που φορτώθηκαν)

Τα κύρια χαρακτηριστικά των θαλάσσιων μεταφορών, τα οποία λαμβάνονται υπόψη για τη διαμόρφωση των μαθηματικών μοντέλων που αφορούν στην αποτελεσματική χρήση ενός στόλου δίνονται στον Πίνακα 3 (Hwang, 2005). Η παρουσία ή απουσία οποιουδήποτε χαρακτηριστικού σε ένα μοντέλο εξαρτάται από τις ιδιαιτερότητες του εκάστοτε προβλήματος. Ωστόσο στα περισσότερα πραγματικά προβλήματα δρομολόγησης πρέπει να εξεταστούν περισσότερα στοιχεία από όσα καταγράφονται, καθιστώντας έτσι το πρόβλημα πολύ περίπλοκο. Μια ειδική κατάσταση, όπως ο περιορισμός για ελάχιστη ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης ή την ανάγκη, ιδιαίτερα

για τα χημικά προϊόντα, για συγκεκριμένους χρόνους φόρτωσης ή εκφόρτωσης των διαφόρων φορτίων διαφοροποιεί ουσιαστικά τα δεδομένα ενός προβλήματος. Στη συνέχεια αναλύονται τα χαρακτηριστικά που παρουσιάζονται στον Πίνακα 3.

Ένα εμπόρευμα μπορεί να χαρακτηριστεί κατά μία έννοια ως «διακριτό» ή «συνεχές». Τα «διακριτά» φορτία αποθηκεύονται σε κιβώτια και μεταφέρονται από τα πλοία μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων. Κάθε φορτίο χαρακτηρίζεται από το λιμάνι φόρτωσης του, το λιμάνι παράδοσης του, τα χρονικά περιθώρια, κλπ. Τα «συνεχή» εμπορεύματα είναι αυτά που συνήθως ονομάζουμε χύμα προϊόντα. Συνηθίζεται, τα χύμα εμπορεύματα να χωρίζονται σε ξηρά και υγρά χύμα προϊόντα. Τα χύμα ξηρά προϊόντα είναι συνήθως ο χάλυβας, η ξυλεία, ο χαρτοπολτός, το χαρτί, τα σιτηρά, ο άνθρακας, τα λιπάσματα, κ.λπ. Τα περισσότερα (αλλά όχι όλα) από τα (πετρο)χημικά προϊόντα ανήκουν στην κατηγορία των υγρών χύμα προϊόντων και μεταφέρονται σε ειδικές δεξαμενές των οποίων οι προδιαγραφές καθορίζονται από τα χαρακτηριστικά των εν λόγω χημικών ουσιών. Για παράδειγμα, για την μεταφορά του Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (ΥΦΑ), προκειμένου να διατηρηθεί σωστά, θα πρέπει να υπάρχουν συνθήκες υψηλής πίεσης στις δεξαμενές. Ακόμη, για ορισμένες χημικές ουσίες, τα πλοία μεταφοράς θα πρέπει να παρέχουν προστασία από τις χημικές αντιδράσεις του προϊόντος στη δεξαμενή. Ως εκ τούτου, η μεταφορά χύμα υγρών προϊόντων γίνεται συνήθως με ειδικά δεξαμενόπλοια ή σε ειδικά διαμορφωμένα χωρίσματα των πλοίων μεταφοράς διαφόρων ειδών προϊόντων.

Τα λιμάνια συνήθως προσφέρουν εγκαταστάσεις για την αποθήκευση συγκεκριμένων φορτίων, σιδηροδρομικές υπηρεσίες, εξοπλισμό χειρισμού των προϊόντων (όπως αγωγούς, ανελκυστήρες φόρτωσης/εκφόρτωσης βαρέων αντικειμένων) καθώς και άλλες γενικές υπηρεσίες (όπως η παροχή καυσίμων για τα πλοία). Δεδομένου ότι κάθε λιμάνι προσφέρει διαφορετικά επίπεδα της εν λόγω υποδομής, οι ναυτιλιακές εταιρείες για τη βέλτιστη κάλυψη των απαιτήσεων τους επιλέγουν τα λιμάνια που πρέπει να επισκεφθούν σε ένα πρόβλημα δρομολόγησης. Το πρόβλημα παραμένει η εύρεση της καλύτερης από άποψη κόστους ακολουθίας επισκέψεων στα λιμάνια, εντός των επιτρεπτών χρονικών περιθωρίων με στόχο την ικανοποίηση της ζήτησης.

ΚΑΤΗΓΟΡΙΕΣ	ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ
Εμπόρευμα	<ul style="list-style-type: none"> • Είδη εμπορευμάτων • Ποσότητα κάθε φορτίου • Λιμάνια φόρτωσης για κάθε είδος φορτίου • Λιμάνια εκφόρτωσης για κάθε είδος φορτίου • Χρονικά περιθώρια για την φόρτωση και την εκφόρτωση των φορτίων
Λιμάνια	<ul style="list-style-type: none"> • Αριθμός λιμανιών • Χωρητικότητα λιμανιών • Πλωτό βάθος του νερού • Αποστάσεις μεταξύ των λιμανιών • Διάρκεια φόρτωσης/εκφόρτωσης για κάθε είδος φορτίου • Διαθέσιμος αποθηκευτικός χώρος για κάθε είδος φορτίου • Εξοπλισμός που απαιτείται για την φόρτωση/εκφόρτωση κάθε είδους φορτίου
Πλοία	<ul style="list-style-type: none"> • Χωρητικότητα • Αριθμός χωρισμάτων • Αριθμός πλοίων του στόλου • Τύπος του στόλου (ομοιογενής ή ανομοιογενής) • Περιορισμοί διέλευσης σε λιμάνια ή κανάλια • Μέγιστη ταχύτητα • Θέση των πλοίων κατά την έναρξη του ορίζοντα προγραμματισμού • Διαθεσιμότητα των πλοίων του στόλου
Κόστος	<ul style="list-style-type: none"> • Χρονομίσθωση του στόλου • Τέλη λιμανιών και καναλιών • Κόστος λόγω αργοπορίας πλοίων • Κόστος λειτουργίας των πλοίων του στόλου <ul style="list-style-type: none"> ○ Προσωπικό του στόλου ○ Καύσιμα των πλοίων ○ Συντήρηση στόλου ○ Μίσθωση λιμανιών

Πίνακας 3. Κύρια χαρακτηριστικά των θαλάσσιων μεταφορών

Στις θαλάσσιες μεταφορές χρησιμοποιούνται διάφοροι τύποι πλοίων (Hwang, 2005). Σε γενικές γραμμές, μπορούν να ταξινομηθούν ως φορτηγά πλοία, πλοία μεταφοράς χύμα προϊόντων (υγρών ή ξηρών) και πλοία μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων (κοντέινερ). Επιπλέον υπάρχουν ειδικά πλοία μεταφοράς για τα αυτοκίνητα, για το Υγροποιημένο Φυσικό Αέριο (ΥΦΑ) και για επιβάτες. Τα φορτηγά πλοία έχουν τυποποιημένες διαστάσεις είτε 26×175 (μέτρηση σε πόδια) είτε 34×195 (μέτρηση σε πόδια) και δυνατότητα μεταφοράς έως και 40000 τόνους (Hwang, 2005). Τα πλοία φόρτωσης χύμα προϊόντων είναι δύο ειδών και προορίζονται για τη μεταφορά χύμα υγρών προϊόντων, όπως το αργό πετρέλαιο, χημικών και πετροχημικών και τη μεταφορά χύμα ξηρών προϊόντων, όπως ο άνθρακας, άμμος, κλπ. Ανάλογα με την χρήση του πλοίου, μπορεί να έχει πολλά χωρίσματα, συμπεριλαμβανομένων των

αποκλειστικών χωρισμάτων για τα χύμα υγρά προϊόντα ή/και κινητά χωρίσματα για τη μεταφορά χύμα ξηρών προϊόντων, προσθέτοντας ευελιξία ως προς τη χωρητικότητα των χωρισμάτων για την αποθήκευση φορτίου ποικίλων διαστάσεων. Ένα μεσαίου μεγέθους πλοίο μεταφοράς χύμα υγρού προϊόντος όπως το αργό πετρέλαιο έχει $200000 m^3$ χωρητικότητα, ενώ για την μεταφορά χύμα ξηρού προϊόντος η χωρητικότητα είναι περίπου $100000 m^3$ (Hwang, 2005). Τα πλοία διαφοροποιούνται επίσης και ως προς τον τρόπο λειτουργίας τους (Christiansen et al., 2013). Έτσι με αυτήν την κατηγοριοποίηση, υπάρχουν τρία είδη πλοίων: τα πλοία τακτικών γραμμών (liner ships), τα εμπορευματικά πλοία (industrial ships) και τα ελεύθερα φορηγά πλοία (tramp ships). Τα πλοία τακτικών γραμμών ακολουθούν μια καθορισμένη διαδρομή με βάση ένα προκαθορισμένο πρόγραμμα, και προσπαθούν να μεγιστοποιήσουν το κέρδος, με ανάλογο τρόπο όπως τα μέσα μαζικής μεταφοράς. Ως προς τα εμπορευματικά πλοία ο αποστολέας κατέχει τα πλοία και έχει ως στόχο να ελαχιστοποιήσει το συνολικό κόστος αποστολής, όπως συμβαίνει και με έναν ιδιωτικό στόλο. Τα ελεύθερα φορηγά πλοία, μεταφέρουν τα διαθέσιμα φορτία (μερικά από τα οποία μπορεί να είναι προαιρετικό να μεταφερθούν), προσπαθώντας επίσης να μεγιστοποιήσουν το κέρδος, με ανάλογο τρόπο όπως τα ταξί. Η λήψη αποφάσεων για την δρομολόγηση και τον προγραμματισμό βιομηχανικών και ελεύθερων φορηγών πλοίων γίνεται με παρόμοιο τρόπο (η διαφορά εντοπίζεται στην προαιρετική μεταφορά συγκεκριμένων φορτίων για τα ελεύθερα φορηγά πλοία). Ωστόσο κάθε ένας από τους παραπάνω τρόπους λειτουργίας των πλοίων μπορεί να έχει ιδιαίτερα χαρακτηριστικά, όπως συμβαίνει με τη μεταφορά του Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (ΥΦΑ) από εμπορευματικά ή ελεύθερα φορηγά πλοία, όπου ο αριθμός των θέσεων αγκυροβόλησης μπορεί να είναι πολύ περιορισμένος (οι αφίξεις πλοίων πρέπει να συντονίζονται) και το φορτίο είναι επικίνδυνο. Εν κατακλείδι θα μπορούσε να γίνει η αντιστοίχιση: industrial ship - ιδιόκτητο αυτοκίνητο, tramp ship - ταξί και liner ship - αστικό λεωφορείο με σαφή χρονοδιαγράμματα και προκαθορισμένη διαδρομή. Στην παρούσα διατριβή τα προβλήματα που παρουσιάζονται αφορούν εμπορευματικά ή ελεύθερα φορηγά πλοία.

Τα προϊόντα που κυρίως μεταφέρονται με εμπορευματικά ή ελεύθερα φορηγά πλοία είναι τα χύμα (υγρά ή ξηρά) φορτία τα οποία αποστέλλονται σε μεγάλες ποσότητες, όπως το αργό πετρέλαιο, ο άνθρακας, το σιδηρομέταλλευμα, τα σιτηρά, τα διάφορα προϊόντα πετρελαίου και οι χημικές ουσίες. Τα σημαντικότερα χύμα προϊόντα συνήθως αποστέλλονται με πλήρως φορτωμένα πλοία από το λιμάνι φόρτωσής τους προς το λιμάνι προορισμού τους, ενώ η μεταφορά δευτερευόντων χύμα προϊόντων μπορεί να απαιτεί διαδρομές όπου απαιτούνται πολλές στάσεις. Μεταξύ των φορτίων των εμπορευματικών (ή των ελεύθερων φορηγών πλοίων), συμπεριλαμβάνονται μια ποικιλία από ημι-χύμα αγαθά, όπως αυτοκίνητα, βιομηχανικός εξοπλισμός, προϊόντα αγροτικής παραγωγής (π.χ. εσπεριδοειδή, μπανάνες, ανανάδες) κρέας κ.α, μερικά από τα οποία μπορεί να αποθηκεύονται σε κιβώτια.

Στις μεταφορές προϊόντων με την χρήση εμπορευματικών ή ελεύθερων φορτηγών πλοίων, τρία είναι τα είδη των προβλημάτων που προκύπτουν (Christiansen et al., 2013):

- 1) Ο προσδιορισμός του αριθμού των πλοίων και η σύσταση του στόλου, ιδιαίτερα όταν πρόκειται να μεταφερθούν δευτερεύοντα χύμα προϊόντα μέσω διαδρομών με συχνές στάσεις.
- 2) Η δρομολόγηση και ο προγραμματισμός των πλοίων με βάση τα φορτία.
- 3) Η δρομολόγηση και ο προγραμματισμός των πλοίων με βάση τα αποθέματα.

Στην πρώτη περίπτωση προγραμματισμού των διαδρομών των πλοίων, τα φορτία που πρόκειται να μεταφερθούν είναι γνωστά εκ των προτέρων και χρησιμοποιούνται ως δεδομένα στην διαδικασία εύρεσης του βέλτιστου προγράμματος των πλοίων. Αντίθετα, στην δεύτερη περίπτωση δρομολόγησης, τα φορτία που πρόκειται να μεταφερθούν είναι άγνωστα και προσδιορίζονται μέσα από την διαδικασία εύρεσης του βέλτιστου προγράμματος των πλοίων. Στην παρούσα διατριβή θα παρουσιαστούν προβλήματα εφοδιασμού ενός προϊόντος και προγραμματισμού των θαλάσσιων μεταφορών με βάση τα αποθέματα στα λιμάνια.

Το χαμηλό κόστος είναι ένας από τους κυριότερους λόγους προτίμησης της μεταφοράς προϊόντων δια θαλάσσης. Στον Πίνακα 4 καταγράφεται (Hwang, 2005) το κόστος ανά τόνο προϊόντος ανά μίλι για κάθε τρόπο μεταφοράς (κατά το έτος 1996). Από την τελευταία στήλη του πίνακα προκύπτει ότι το κόστος θαλάσσιας μεταφοράς αντιστοιχεί στο 3% του κόστους μεταφοράς οδικά, το κόστος μεταφοράς μέσω σωληναγωγών αντιστοιχεί στο 6% του κόστους μεταφοράς οδικά και τέλος το κόστος σιδηροδρομικών μεταφορών αντιστοιχεί στο 10% του κόστους μεταφοράς οδικά. Παρόλο που το κόστος θαλάσσιας μεταφοράς (τόνος/μίλι) είναι χαμηλό, άλλες δαπάνες, όπως το κόστος μίσθωσης του τερματικού σταθμού, τα λιμενικά τέλη, καθώς και το κόστος για τη φόρτωση ή εκφόρτωση των φορτίων είναι σχετικά υψηλές. Η διαφορά αυτή όμως μειώνεται σημαντικά όσο περισσότερο αυξάνει η απόσταση και το μέγεθος αποστολής. Έτσι, είναι επόμενο να υπάρχει ανάγκη για όλο και μεγαλύτερα πλοία. Επιπλέον, όταν χρησιμοποιούνται αρκετά μεγάλα πλοία, η θάλασσα προσφέρει το λιγότερο δαπανηρό τρόπο μεταφοράς για σημαντικές ποσότητες χύμα εμπορευμάτων σε μεγάλες αποστάσεις.

ΤΡΟΠΟΣ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ (i)	ΚΟΣΤΟΣ (ΤΟΝΟΣ/ΜΙΛΙ)	κόστος μεταφοράς με το τρόπο i (τόνος/μίλι)
		$\frac{\text{κόστος μεταφοράς}}{\text{οδικά (τόνος/μίλι)}} 100\%$
Οδικά	25.08	100
Μέσω σιδηρόδρομων	2.50	10
Μέσω σωληναγωγών	1.40	6
Μέσω θαλάσσης	0.73	3
Μέσω εναέριου δικτύου	58.75	234

Πίνακας 4. Μέσο κόστος μεταφοράς (τόνος/μίλι) ανάλογα τον τρόπο μεταφοράς κατά το έτος 1996

Μια κλασική εφοδιαστική αλυσίδα ξεκινά με την παραγωγή των πρώτων υλών, τη μεταφορά των υλικών στις εγκαταστάσεις επεξεργασίας, την αποθήκευση τους σε αυτές τις εγκαταστάσεις, την επεξεργασία των υλικών, την αποθήκευση των μεταποιημένων προϊόντων και τέλος, τη μεταφορά και την αποθήκευση των τελικών προϊόντων στον χώρο του πελάτη. Όταν πρόκειται για μεγάλες ποσότητες που μεταφέρονται σε μεγάλες αποστάσεις, η μεταφορά μέσω θάλασσας είναι η προφανής επιλογή.

Στην παρούσα διατριβή θα παρουσιαστούν δύο χαρακτηριστικοί τύποι προβλημάτων συντονισμένης δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων (Maritime Inventory Routing - MIR). Συγκεκριμένα, θα παρουσιαστεί ένα πρόβλημα δρομολόγησης και διαχείρισης αποθεμάτων χύμα ξηρών προϊόντων και ένα πρόβλημα μεταφοράς Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (Liquefied Natural Gas Transportation). Από τα προβλήματα αυτά προκύπτουν κάτω από εναλλακτικές υποθέσεις τα υπόλοιπα προβλήματα που περιγράφονται στη διατριβή.

Το πρώτο πρόβλημα ορίζεται ως ένα πρόβλημα σχεδιασμού όπου θα πρέπει να ληφθούν αποφάσεις για τη διαχείριση των αποθεμάτων καθώς και για τη δρομολόγηση και τον προγραμματισμό των πλοίων. Το βασικό πρόβλημα MIR αφορά τη μεταφορά ενός μόνο προϊόντος. Το προϊόν αποθηκεύεται σε συγκεκριμένα λιμάνια φόρτωσης (εργοστάσια παραγωγής) και μεταφέρεται διά θαλάσσης στα λιμάνια εκφόρτωσης (εργοστάσια κατανάλωσης). Οι δυνατότητες αποθήκευσης αποθεμάτων είναι καθορισμένες για όλα τα λιμάνια και οι ρυθμοί παραγωγής και κατανάλωσης είναι γνωστοί και δίνονται για όλα τα λιμάνια. Χρησιμοποιείται ένας ετερογενής στόλος πλοίων για την μεταφορά του προϊόντος. Κάθε πλοίο έχει μια δεδομένη χωρητικότητα και ταχύτητα πλεύσης. Τα πλοία μπορούν να περιμένουν εκτός των λιμανιών πριν από την είσοδο τους για την (εκ) φόρτωση προϊόντος. Ένα πλοίο μπορεί τόσο να φορτώσει ή να εκφορτώσει προϊόν σε πολλά διαδοχικά λιμάνια. Η αρχική θέση και το φορτίο εντός του σκάφους, κατά την έναρξη του ορίζοντα σχεδιασμού είναι γνωστά για κάθε πλοίο. Το κόστος κίνησης του πλοίου, τα έξοδα αναμονής και τα έξοδα που

προορίζονται για το λιμάνι είναι όλα συνδεδεμένα με τα πλοία. Ο στόχος του προβλήματος MIR είναι η σχεδίαση των δρομολογίων για το σύνολο του στόλου που ελαχιστοποιούν το κόστος της παράδοσης του προϊόντος, και ο προσδιορισμός της ποσότητας φόρτωσης/εκφόρτωσης σε κάθε επίσκεψη στα λιμάνια, χωρίς να υπερβαίνει τις δυνατότητες αποθήκευσης. Ένας τυπικός ορίζοντας σχεδιασμού μπορεί να είναι από μία εβδομάδα έως και αρκετούς μήνες (Christiansen et al., 2013). Τα έξοδα για την φύλαξη των αποθεμάτων συνήθως δεν λαμβάνονται υπόψη διότι όλα τα εργοστάσια που δραστηριοποιούνται ανήκουν στην ίδια την ναυτιλιακή εταιρεία.

Ένα συμβατικό πρόβλημα δρομολόγησης με βάση τα φορτία πραγματοποιείται συχνά υπό αυστηρούς περιορισμούς. Κάθε φορτίο καθορίζεται από ένα συγκεκριμένο ζεύγος λιμανιών φόρτωσης και εκφόρτωσης και τα μεγέθη των φορτίων δίνονται ακριβώς, χωρίς (ή με ελάχιστη) ευελιξία. Επιπλέον, τα χρονικά περιθώρια για τις αφίξεις μπορεί να είναι αμετάβλητα. Αντίθετα, στο πρόβλημα MIR δεν υπάρχει προκαθορισμένος αριθμός κλήσεων σε ένα συγκεκριμένο λιμάνι κατά τη διάρκεια του ορίζοντα σχεδιασμού, και η ποσότητα φόρτωσης/εκφόρτωσης σε κάθε λιμάνι δεν είναι γνωστή. Επίσης, στο πρόβλημα MIR δεν υπάρχουν προκαθορισμένα ζεύγη λιμανιών παραλαβής και παράδοσης προϊόντος. Συνήθως, τα χρονικά περιθώρια δεν δίνονται ρητά και υπολογίζονται με βάση τα αποθέματα. Ωστόσο, συμβαίνει αυτά τα χρονικά περιθώρια να είναι πολύ μεγάλα, ιδίως προς το τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού. Συνεπώς ο συνδυασμός της διαχείρισης των αποθεμάτων και της δρομολόγησης των πλοίων δημιουργεί ένα πολύ σύνθετο πρόβλημα προς επίλυση. Ωστόσο η αποτελεσματική επίλυση αυτού του είδους των προβλημάτων μπορεί να οδηγήσει στην επίτευξη σημαντικών κερδών, στην ευελιξία στον τομέα των υπηρεσιών και στην τόνωση της αξιοπιστίας της εταιρείας. Αυτό έχει προκαλέσει αυξημένο ενδιαφέρον για προβλήματα MIR τόσο από επιστημονικής όσο και από πρακτικής πλευράς.

Η σταθερή αύξηση της ζήτησης για την παραγωγή υγροποιημένου φυσικού αερίου (ΥΦΑ), κατά την τελευταία δεκαετία έχει οδηγήσει σε σημαντική αύξηση της μεταφορικής ικανότητας δεξαμενόπλοιων ΥΦΑ (Christiansen et al., 2013). Επιπλέον, ο όγκος των δεξαμενόπλοιων ΥΦΑ αυξάνεται διαρκώς. Αυτός είναι και ο λόγος που έχει δοθεί ιδιαίτερη έμφαση στην αποτελεσματική διαχείριση της αλυσίδας εφοδιασμού ΥΦΑ. Για την ασφαλή μεταφορά του φυσικού αερίου, το προϊόν ψύχεται ώστε να επέλθει σε υγρή κατάσταση. Αυτή η διαδικασία μειώνει τον όγκο του αερίου και διευκολύνει τη μεταφορά και αποθήκευση του, αλλά αυξάνει κατά πολύ το κόστος των εγκαταστάσεων διαχείρισης ΥΦΑ, λόγος που δικαιολογεί και το μικρό αριθμό τέτοιου είδους εγκαταστάσεων. Συνήθως, στη βιβλιογραφία, το ενδιαφέρον εστιάζεται στην διαχείριση των αποθεμάτων στις μονάδες υγροποίησης και εξαέρωσης ΥΦΑ, καθώς και στη δρομολόγηση και τον προγραμματισμό των δεξαμενόπλοιων ΥΦΑ.

Το πρόβλημα της συντονισμένης δρομολόγησης των δεξαμενόπλοιων ΥΦΑ και διαχείρισης των αποθεμάτων στις εγκαταστάσεις επεξεργασίας του ΥΦΑ παρουσιάστηκε από τους Grønhaug and Christiansen (2009). Το πρόβλημα αφορά τη λήψη αποφάσεων σχετικά με τη δρομολόγηση και τον προγραμματισμό των

δεξαμενόπλοιων υγροποιημένου φυσικού αερίου, καθώς και τη διαχείριση των αποθεμάτων τόσο σε εγκαταστάσεις υγροποίησης όσο σε εγκαταστάσεις εξαέρωσης. Τα δεξαμενόπλοια ΥΦΑ έχουν διάφορες δεξαμενές φορτίου. Τα πλοία φορτώνονται πάντα σύμφωνα με την αποθηκευτική τους ικανότητα, αλλά είναι δυνατόν να εκφορτώσουν σε έναν προορισμό μόνο ορισμένες από τις δεξαμενές. Κατά τη διάρκεια ενός ταξιδιού μέρος του όγκου ΥΦΑ εξατμίζεται και το αέριο αυτό, που θεωρείται ως απώλεια λόγω βρασμού, χρησιμοποιείται ως καύσιμο για το πλοίο. Το γεγονός της ύπαρξης απώλειας προϊόντος λόγω εξατμίσεων αυξάνει σημαντικά την πολυπλοκότητα του μοντέλου.

Έτσι στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας περιγράφεται αναλυτικά το βασικό συνδυαστικό πρόβλημα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων ενός συγκεκριμένου προϊόντος (αμμωνία). Δίνεται το μαθηματικό μοντέλο που προσαρμόζεται στα δεδομένα του προβλήματος και παρουσιάζεται ο τρόπος επίλυσης του. Επιπλέον, παρουσιάζεται μία παραλλαγή του προβλήματος όπου επιβάλλονται χρηματικές ποινές για την μη τήρηση των επιτρεπτών ορίων για τα αποθέματα στα λιμάνια.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται το πρόβλημα εφοδιασμού του υγροποιημένου φυσικού αερίου (ΥΦΑ) και δίνεται το σχετικό μαθηματικό μοντέλο. Περαιτέρω, εξετάζεται μία παραλλαγή του προβλήματος και γίνεται αναφορά στον τρόπο επίλυσης του.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

Μεταφορά δια θαλάσσης και διαχείριση αποθέματος χύμα ξηρών προϊόντων

1.1 Το πρόβλημα της δρομολόγησης πλοίων για τη μεταφορά ενός χύμα ξηρού προϊόντος και της διαχείρισης του αποθέματος του με προκαθορισμένα χρονικά περιθώρια (Inventory Pickup & Delivery Problem with Time Windows-IPDPTW)

1.1.1 Εισαγωγή

Ο προγραμματισμός μεταφορών προϊόντων έχει μελετηθεί ευρέως στη βιβλιογραφία, με έμφαση όμως στο συντονισμό οχημάτων που κινούνται κυρίως στο οδικό δίκτυο μεταφοράς. Υπάρχει σχετικά μικρή βιβλιογραφία που αφορά στην δρομολόγηση και στον προγραμματισμό ενός στόλου πλοίων, αν και τα οικονομικά οφέλη που μπορούν να επιτευχθούν είναι πραγματικά αξιόλογα. Η ναυτιλία είναι ένας από τους κύριους τρόπους μεταφοράς, ο οποίος αναμένεται να αναπτυχθεί ραγδαία με τη συνεχή αύξηση του παγκόσμιου πληθυσμού και την εξάντληση των τοπικών πόρων.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστεί ένα πραγματικό πρόβλημα θαλάσσιας μεταφοράς ενός προϊόντος, δρομολόγησης του στόλου και διαχείρισης αποθεμάτων στα λιμάνια παραλαβής και διανομής του προϊόντος. Το πρόβλημα αυτό παρουσιάζει συνάφεια με το πρόβλημα προγραμματισμού διαφόρων τύπων οχημάτων τα οποία παραλαμβάνουν και μεταφέρουν ένα προϊόν από και προς διάφορους προορισμούς εντός ορισμένων χρονικών περιθωρίων, γνωστό στην βιβλιογραφία ως multi Pickup & Delivery Problem with Time Windows (m-PDPTW). Το πρόβλημα προγραμματισμού μεταφοράς προϊόντος και το πρόβλημα της διαχείρισης αποθεμάτων είναι σχεδόν αλληλένδετα. Ένας κακός προγραμματισμός του στόλου μπορεί να επιφέρει ελλείψεις ή και πλεονάζουσα παραγωγή προϊόντος, και συνεπώς οικονομική επιβάρυνση για τις εταιρείες. Στη συνέχεια θα γίνει η περιγραφή του πραγματικού προβλήματος το οποίο εύκολα μπορεί να εμπλουτιστεί με νέα δεδομένα ώστε να καλυφθεί ένα ευρύ φάσμα προβλημάτων που απασχολούν τις ναυτιλιακές εταιρείες.

1.1.2 Περιγραφή ενός πραγματικού προβλήματος

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί ένα πραγματικό πρόβλημα θαλάσσιας μεταφοράς ενός προϊόντος, όπως περιγράφεται από τους Christiansen and Nygreen (1998 a,b). Συνοπτικά αναφέρεται στην βιβλιογραφία ως Inventory Pickup & Delivery Problem with Time Windows (IPDPTW). Συγκεκριμένα, μια ναυτιλιακή εταιρεία αναλαμβάνει την διακίνηση ενός προϊόντος, σε δεδομένα σημεία, σε πεπερασμένο

χρονικό ορίζοντα. Πρόκειται για έναν συνδυασμό του προβλήματος σχεδιασμού δρομολόγησης στόλου και διαχείρισης αποθεμάτων στις εγκαταστάσεις της. Επιπρόσθετα, λαμβάνονται υπόψη τα χρονικά περιθώρια, τα οποία πρέπει να τηρούνται για την πραγματοποίηση των αφίξεων των πλοίων και την έναρξη της διαδικασίας φόρτωσης ή εκφόρτωσης.

Συγκεκριμένα, η εταιρεία Norsk Hydro ASA παράγει και καταναλώνει αμμωνία στα εργοστάσια της, τα οποία βρίσκονται σε διάφορα σημεία. Η εταιρεία διαθέτει εγκαταστάσεις όπου παράγει αμμωνία, οι οποίες στην συνέχεια εφοδιάζουν άλλες ιδιόκτητες εγκαταστάσεις της, όπου καταναλώνεται η αμμωνία. Επίσης υπάρχουν εργοστάσια τα οποία αποτελούν τόσο σημεία παραγωγής όσο και κατανάλωσης της αμμωνίας. Στόχος είναι να εξασφαλιστεί η επάρκεια της αμμωνίας στα εργοστάσια κατανάλωσης, ενώ για τα εργοστάσια παραγωγής επιδιώκεται η ποσότητα αμμωνίας να μην ξεπερνά τη συνολική διαθέσιμη χωρητικότητα της αποθήκης που παραχωρείται για την φύλαξη της. Καθώς η εταιρεία έχει στην κατοχή της όλα τα εργοστάσια δεν την απασχολεί το κόστος αποθήκευσης προϊόντος.

Όλα τα εργοστάσια, είτε παραγωγής είτε κατανάλωσης διαθέτουν αποθηκευτικό χώρο πεπερασμένης χωρητικότητας για την αποθήκευση της αμμωνίας. Στο εξής, και για διευκόλυνση, θα ταυτίζουμε τα εργοστάσια με τα λιμάνια στα οποία είναι εγκατεστημένα ή βρίσκονται κοντά σ' αυτά. Έτσι, όταν μιλάμε για λιμάνια φόρτωσης (pickup or supply ports) θα αναφερόμαστε ταυτόχρονα στα εργοστάσια παραγωγής. Όμοια, όταν μιλάμε για λιμάνια εκφόρτωσης (delivery or demand ports) θα αναφερόμαστε ταυτόχρονα στα εργοστάσια κατανάλωσης. Ως προς τα εργοστάσια όπου παράγεται αλλά και καταναλώνεται αμμωνία, τα χαρακτηρίζουμε με γνώμονα την δραστηριότητα που εκτελείται κυρίως. Τέλος, σημειώνουμε ότι η διανομή της αμμωνίας πραγματοποιείται από διάφορα (ένα ή περισσότερα) λιμάνια φόρτωσης προς διάφορα λιμάνια εκφόρτωσης.

Η πεπερασμένη χωρητικότητα των αποθηκευτικών χώρων στα εργοστάσια, περιορίζει, προφανώς, ως προς την ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης σ' αυτά, αλλά και ως προς τον χρόνο έναρξης της εξυπηρέτησης στα λιμάνια για την φόρτωση ή την εκφόρτωση προϊόντος. Είναι σημαντικός ο προσδιορισμός χρονικών περιθωρίων έναρξης της εξυπηρέτησης για τα εργοστάσια κατανάλωσης, ώστε να αποφευχθεί πιθανή εξάντληση του αποθέματος, και συνεπώς πρόβλημα στην ομαλή λειτουργία τους. Εξίσου σημαντικά όμως είναι τα χρονικά περιθώρια και για τα εργοστάσια παραγωγής όπου αποφεύγεται η πλήρης κάλυψη του αποθηκευτικού χώρου. Κάτι τέτοιο μπορεί να επιφέρει διακοπή της παραγωγής και στην συνέχεια μία εκ νέου έναρξη της, με μεγάλο κόστος εκκίνησης. Καθώς το κόστος αυτό δεν μπορεί να συνυπολογιστεί στο κόστος μεταφοράς, το οποίο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί, υποθέτουμε συνθήκες συνεχούς παραγωγής.

Για να εξασφαλίσει η εταιρεία μεγαλύτερα οικονομικά οφέλη, πραγματοποιεί συναλλαγές με εργοστάσια άλλων εταιρειών. Έτσι, η εταιρεία είτε πουλά/εκφορτώνει είτε αγοράζει/φορτώνει ποσότητα αμμωνίας σε/από εξωτερικά λιμάνια. Τα λιμάνια στα

οποία βρίσκονται τα ιδιόκτητα εργοστάσια της Hydro ονομάζονται εσωτερικά ενώ όλα τα υπόλοιπα εξωτερικά. Είναι προτιμότερο για αυτήν να αγοράσει αμμωνία όταν το εξωτερικό λιμάνι βρίσκεται πιο κοντά στο λιμάνι εκφόρτωσης από το να κατευθύνει το πλοίο σε κάποιο μακρινό λιμάνι φόρτωσης, επιβαρύνοντας έτσι το συνολικό κόστος μεταφοράς. Επιπλέον, η εταιρεία μπορεί να πουλήσει αμμωνία όταν υπάρχει πλεονάζουσα παραγωγή σε κάποιο εργοστάσιο, μειώνοντας έτσι το κόστος μεταφοράς και ταυτόχρονα αποφεύγοντας την διακοπή της παραγωγής, κάτι το οποίο είναι απαγορευτικό γ' αυτήν. Τα εξωτερικά λιμάνια έχουν βοηθητικό ρόλο και καθώς δεν ανήκουν στην Hydro, δεν την απασχολεί το πρόβλημα της διαχείρισης αποθεμάτων σε αυτά.

Για τα εσωτερικά λιμάνια είναι γνωστά τα επίπεδα αποθεμάτων κάθε χρονική στιγμή και ο ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης της αμμωνίας στα εργοστάσια. Οι ρυθμοί παραγωγής ή κατανάλωσης διαφέρουν από εργοστάσιο σε εργοστάσιο και επιδέχονται εποχιακές αλλαγές από περίοδο σε περίοδο. Στη συνέχεια όμως θα θεωρούμε ότι ο ορίζοντας σχεδιασμού δεν είναι πολύ μεγάλος έτσι ώστε να αγνοούνται οι εποχιακές επιδράσεις. Σημειώνεται ότι για τα εργοστάσια όπου λαμβάνουν χώρα και οι δύο δραστηριότητες είναι γνωστός ο καθαρός ρυθμός είτε παραγωγής είτε κατανάλωσης ανάλογα με το τι υπερισχύει.

Κάθε λιμάνι μπορεί να δεχτεί αρκετές επισκέψεις εντός της προγραμματισμένης περιόδου από το ίδιο πλοίο ή διαφορετικά πλοία του στόλου. Είναι προφανές ότι ο αριθμός των αφίξεων εξαρτάται από την ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται. Οι ποσότητες αυτές προσδιορίζονται από τον ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης, τα πιθανά επίπεδα αποθέματος και από το πλοίο που θα χρησιμοποιηθεί. Το επίπεδο αποθέματος σε κάθε χρονική στιγμή μπορεί να προσδιοριστεί από το αρχικό διαθέσιμο απόθεμα κατά την έναρξη της προγραμματισμένης περιόδου, τον ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης στο εργοστάσιο και την συνολική ποσότητα που έχει φορτωθεί ή εκφορτωθεί μέχρι αυτή την στιγμή στο λιμάνι. Τέλος, είναι δυνατό να τεθεί ή να υπολογιστεί ένα ανώτατο όριο και ένα κατώτατο όριο αφίξεων στα λιμάνια.

Τα πλοία που είναι διαθέσιμα για τη μεταφορά της αμμωνίας διαφοροποιούνται μεταξύ τους ως προς το κόστος λειτουργίας τους, την διαθέσιμη χωρητικότητα τους και ως προς διάφορα εξατομικευμένα χαρακτηριστικά. Έτσι, η εταιρεία διαθέτει έναν ετερογενή στόλο για την εξυπηρέτηση των εγκαταστάσεων της, τον οποίο και εκμεταλλεύεται πλήρως. Κάθε πλοίο εξυπηρετεί ένα ή περισσότερα λιμάνια. Η αρχική θέση του πλοίου είναι γνωστή, και μπορεί να είναι είτε κάποιο από τα υπάρχοντα εσωτερικά λιμάνια είτε κάποιο σημείο μέσα στη θάλασσα. Η τελική θέση του πλοίου κατά το πέρας της προγραμματισμένης περιόδου μπορεί να είναι οποιοδήποτε εσωτερικό λιμάνι. Είναι δυνατόν τα πλοία να μην έχουν πρόσβαση σε όλα τα λιμάνια, όταν, για παράδειγμα, υπάρχουν στενά κανάλια στην διαδρομή. Το γεγονός αυτό επηρεάζει το πλήθος των αφίξεων σε κάποιο λιμάνι.

Η ανομοιογένεια του στόλου έχει ως αποτέλεσμα διαφορετικό λειτουργικό κόστος για κάθε πλοίο. Στο λειτουργικό κόστος συνυπολογίζεται το κόστος μίσθωσης του

πλοίου και το κόστος μετακίνησης του. Υπάρχει χρονομίσθωση για όλα τα πλοία του στόλου. Καθώς ο ορίζοντας σχεδιασμού θεωρείται μικρός, ο στόλος δεν μεταβάλλεται κατά την διάρκεια του και έτσι το κόστος μίσθωσης του στόλου είναι γνωστό και σταθερό. Για την μετακίνηση του πλοίου λαμβάνεται υπόψη το κόστος για την προσάραξη στο λιμάνι (το οποίο διαφέρει για κάθε λιμάνι), το κόστος για τα διόδια διέλευσης καναλιών και το κόστος για τα καύσιμα.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, η πειθαρχία στα χρονικά περιθώρια έναρξης της εξυπηρέτησης στο λιμάνι είναι ζωτικής σημασίας. Έτσι, αν κάποιο πλοίο φθάσει πριν τον νωρίτερο επιτρεπτό χρόνο θα πρέπει να περιμένει μέχρι να ξεκινήσει την διαδικασία φόρτωσης ή εκφόρτωσης που έχει αναλάβει. Ακόμη, θα μπορούσε να υπάρξει αναμονή στην περίπτωση όπου το πλοίο βρισκόταν σε κάποιο λιμάνι φόρτωσης και κρινόταν αναγκαία η φόρτωση επιπλέον ποσότητας προϊόντος. Αντίστοιχα, στα λιμάνια εκφόρτωσης μπορεί να παρουσιαστεί η ανάγκη για επιπλέον ποσότητα αμμωνίας. Τέλος, λαμβάνεται υπόψη και η ανασφάλεια που σχετίζεται με την ομαλή λειτουργία των πλοίων λόγω δυσμενών καιρικών συνθηκών ή πιθανών μηχανικών προβλημάτων. Συνεπώς επιτρέπεται η αναμονή των πλοίων στα λιμάνια.

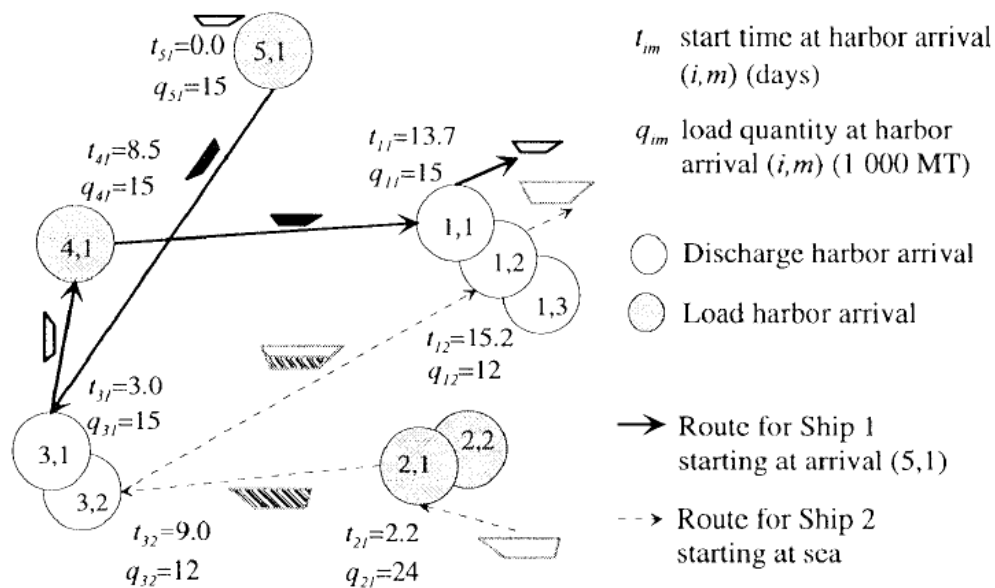
Το πρόβλημα είναι δύσκολο να επιλυθεί, αφού απαιτείται η δρομολόγηση ενός στόλου αρκετών πλοίων από ένα σύνολο λιμανιών φόρτωσης προς ένα σύνολο λιμανιών εκφόρτωσης. Ταυτόχρονα πρέπει να ακολουθούνται πιστά τα χρονικά περιθώρια έναρξης της εξυπηρέτησης που έχουν τεθεί. Στόχος συνεπώς είναι η εύρεση ενός βέλτιστου τρόπου προγραμματισμού για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων, διατηρώντας την διάσταση του προβλήματος σχετικά μικρή με χρήση κατάλληλων μεταβλητών απόφασης.

1.1.3 Ένα απλό πρόβλημα προς επίλυση

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί μία απλή περίπτωση του προβλήματος προγραμματισμού για μία ορισμένη χρονική περίοδο. Σκοπός είναι να δρομολογηθούν δύο πλοία $v=1$ και $v=2$ χωρητικότητας 15000 και 24000 τόνων αντίστοιχα. Υπάρχουν πέντε λιμάνια εκ των οποίων τα λιμάνια 1, 2 και 3 είναι εσωτερικά ενώ τα λιμάνια 4 και 5 είναι εξωτερικά. Ακόμα, στα λιμάνια 2, 4 και 5 φορτώνεται ποσότητα ενώ στα λιμάνια 1 και 3 εκφορτώνεται ποσότητα αμμωνίας. Κάθε άφιξη στα λιμάνια υποδεικνύεται με κόμβους οι οποίοι χαρακτηρίζονται από το ζεύγος (i, m) .

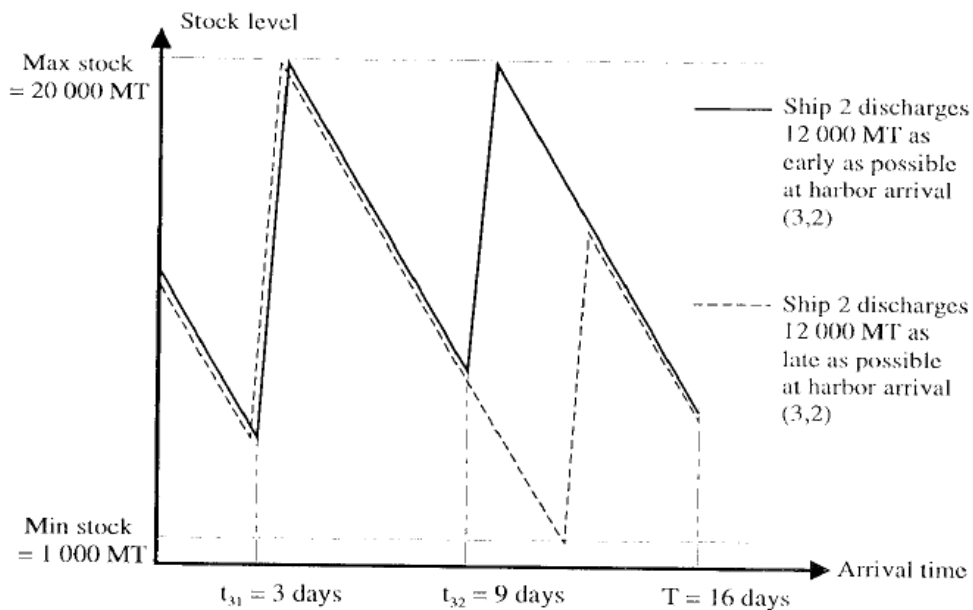
Στο Σχήμα 1.1 απεικονίζονται με την βοήθεια των τόξων οι διαδρομές των πλοίων οι οποίες ικανοποιούν τα χρονικά περιθώρια, διατηρούν τα επίπεδα των αποθεμάτων εντός ορίων και ικανοποιούν τους περιορισμούς των ποσοτήτων φόρτωσης για τα εξωτερικά λιμάνια. Παρατηρούμε ότι το λιμάνι 1 δέχεται 3 επισκέψεις εντός της προγραμματισμένης περιόδου αγγίζοντας τον μέγιστο αριθμό επισκέψεων που έχει οριστεί. Το λιμάνι 5 είναι το σημείο εκκίνησης του πλοίου 1. Το πλοίο φορτώνεται πλήρως καλύπτοντας την χωρητικότητα του πριν καταλάβει τον κόμβο (3,1) και εκφορτώσει όλη την ποσότητα. Το πλοίο 2 βρίσκεται αρχικά σε κάποιο σημείο στην θάλασσα και αναλαμβάνει την εξυπηρέτηση του λιμανιού 2 στην πρώτη άφιξη έπειτα από 2.2 ημέρες. Εκεί φορτώνει ποσότητα προϊόντος ίση με την χωρητικότητα του και

στην συνέχεια κατευθύνεται προς το λιμάνι 3 πραγματοποιώντας την δεύτερη άφιξη σ' αυτό. Η φόρτωση ποσότητας στο λιμάνι (2,1) και το ταξίδι προς το λιμάνι (3,2) διήρκεσαν συνολικά 3.8 ημέρες. Έτσι, ήταν δυνατό η εξυπηρέτηση στο λιμάνι (3,2) να ξεκινήσει την εβδομη ημέρα. Αντ' αυτού η εκφόρτωση της μισής ποσότητας ξεκινά την ένατη ημέρα. Το πλοίο 2 καθυστερεί την έναρξη της εξυπηρέτησης λόγω των περιορισμών για τα αποθέματα όπως φαίνεται και στο Σχήμα 1.2. Στην συνέχεια καταλαμβάνει τον κόμβο (1,2) εκφορτώνοντας την εναπομένουσα ποσότητα εντός του πλοίου. Αξίζει να σημειωθεί ότι στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε δύο διαδοχικές επισκέψεις σε δύο λιμάνια ίδιου τύπου.



Σχήμα 1.1 Πιθανές διαδρομές σε ένα τεχνητό πρόβλημα

Στο Σχήμα 1.2 φαίνεται ότι το λιμάνι 3 δέχεται επισκέψεις αρκετές φορές μέσα στην προγραμματισμένη περίοδο. Η συμπαγής γραμμή εκφράζει το επίπεδο αποθέματος στο λιμάνι κάθε χρονική στιγμή. Το πλοίο 2 εκφορτώνει 12.000 τόνους όσο το δυνατό πιο σύντομα στο λιμάνι 3 κατά την δεύτερη άφιξη. Η διακεκομμένη γραμμή υποδεικνύει μία ακραία περίπτωση όπου το πλοίο 2 ξεκινά την εξυπηρέτηση το αργότερο δυνατό. Συγκρίνοντας τους χρόνους όπου πραγματοποιήθηκαν οι δύο διαδοχικές αφίξεις στα λιμάνια εκφόρτωσης 1 και 3 διαπιστώνουμε πως το εργοστάσιο 1 έχει μεγαλύτερη ανάγκη σε αμμωνία. Και αυτό γιατί ο χρόνος που μεσολάβησε μεταξύ των δύο αφίξεων ήταν μόλις 1.5 ημέρες έναντι των 6 ημερών που αναμέναμε για την δεύτερη άφιξη στο λιμάνι 3. Τελικά ο ρυθμός κατανάλωσης αμμωνίας στο λιμάνι 3 είναι πιο αργός από το λιμάνι 1.



Σχήμα 1.2 Τα επίπεδα αποθεμάτων στο λιμάνι 3 κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου

1.1.4 Σύγκριση με τα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων

Το υπό συζήτηση πρόβλημα διαφοροποιείται από τα προβλήματα δρομολόγησης άλλου τύπου οχημάτων σε πολλά σημεία Christiansen and Nygreen (1988 a, b) και αναφέρεται στη βιβλιογραφία ως multi-ship pickup & delivery problem with two types of time windows.

Χρησιμοποιούνται δύο τύποι χρονικών περιθωρίων έναρξης εξυπηρέτησης φόρτωσης ή εκφόρτωσης προϊόντος. Πρόκειται για τα χρονικά περιθώρια που καθορίζονται εξ αρχής και τα χρονικά περιθώρια που προσδιορίζονται έμμεσα. Όσον αφορά τα τελευταία, προσδιορίζονται από την πληροφορία που έχουμε για το απόθεμα, τον ρυθμό παραγωγής ή κατανάλωσης και την ποσότητα που έχει φορτωθεί ή εκφορτωθεί συνολικά. Όταν προκαθορίσουμε εξ αρχής τα χρονικά περιθώρια για όλα τα λιμάνια, τότε το πρόβλημα είναι παρόμοιο με τα υπόλοιπα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων.

Έχοντας γνωστά τα χρονικά περιθώρια έναρξης εξυπηρέτησης για όλα τα λιμάνια, αρχικά προχωράμε στον προγραμματισμό της δρομολόγησης του στόλου και στην συνέχεια προσδιορίζουμε τις ποσότητες φόρτωσης ή εκφόρτωσης. Αντίθετα, όταν τα χρονικά περιθώρια προκύπτουν έμμεσα, αρχικά καθορίζουμε τις ποσότητες φόρτωσης ή εκφόρτωσης δίνοντας προσοχή στους περιορισμούς για τα αποθέματα. Έπειτα, με βάση την πληροφορία που έχουμε για τα αποθέματα υπολογίζουμε τα χρονικά περιθώρια και τέλος προγραμματίζουμε τις διαδρομές των πλοίων.

Στα προβλήματα δρομολόγησης άλλου τύπου οχημάτων είναι γνωστό το πόσες επισκέψεις θα δεχτεί κάθε προορισμός. Η διαδρομή που ακολουθεί το κάθε όχημα συνδέεται με την αρχή και το τέλος της διαδρομής. Όλα τα οχήματα έχουν κοινή αρχή και κοινό τελικό προορισμό με διαφορετική ή και ίδια αλληλουχία ενδιάμεσων σταθμών. Κάθε όχημα εξυπηρετεί διάφορους πελάτες/σταθμούς, οι οποίοι καταναλώνουν συγκεκριμένη ποσότητα. Έχουμε γνωστό πλήθος παραγγελιών/αφίξεων και κατά συνέπεια προκαθορισμένα ζεύγη προορισμών φόρτωσης και εκφόρτωσης. Η ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται εξαρτάται μόνο από τις απαιτήσεις των πελατών. Τέλος, υπάρχει κεντρικός προμηθευτής που διασφαλίζει το να μην εξαντλείται το απόθεμα στους πελάτες.

Στα προβλήματα δρομολόγησης πλοίων δεν είναι γνωστό το πόσες επισκέψεις θα δεχτεί κάθε εσωτερικό λιμάνι. Αυτό εξαρτάται από τις απαιτήσεις που έχει το εργοστάσιο σε απόθεμα αλλά και την τοποθεσία όπου είναι εγκατεστημένο. Γι' αυτό, μπορούμε να ορίσουμε έναν ελάχιστο και έναν μέγιστο αριθμό αφίξεων σε κάθε λιμάνι. Η αρχή και το τέλος της διαδρομής κάθε πλοίου δεν είναι γνωστά εκ των προτέρων και δεν είναι ίδια για όλα τα πλοία. Αρχικά, το πλοίο μπορεί να βρίσκεται είτε σε λιμάνι είτε σε σημείο στη θάλασσα και μπορεί να ολοκληρώσει το ταξίδι του σε οποιοδήποτε λιμάνι. Επιπλέον, δεν έχουμε προκαθορισμένα ζεύγη προορισμών φόρτωσης και εκφόρτωσης και έτσι καλούμαστε να βρούμε τους βέλτιστους συνδυασμούς. Τέλος, δεν υπάρχει κεντρικός προμηθευτής που να παρακολουθεί το απόθεμα στα εργοστάσια εξασφαλίζοντας την ομαλή λειτουργία τους.

1.2 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

1.2.1 Το αναλυτικό μοντέλο

Το πρόβλημα IPDPTW μοντελοποιείται ως ένα ντετερμινιστικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους όπως αναλυτικά δίνεται από την Christiansen (1999). Αρχικά, θα δοθούν οι περιορισμοί που αφορούν στην δρομολόγηση των πλοίων. Στην συνέχεια θα γίνει αναφορά στις συνθήκες φόρτωσης ή εκφόρτωσης του προϊόντος, στους χρονικούς περιορισμούς για τις αφίξεις των πλοίων στα λιμάνια και τέλος στους περιορισμούς για τα αποθέματα. Οι αρχικές συνθήκες για τα πλοία και οι αρχικές συνθήκες για τα αποθέματα είναι γνωστές κατά την έναρξη του προγραμματισμένου χρονικού ορίζοντα.

Το δίκτυο ροής

Ας είναι H_T το σύνολο όλων των λιμανιών και V το σύνολο όλων των πλοίων των οποίων θα πρέπει να προγραμματιστεί η διαδρομή τους. Καθώς τα πλοία δεν μπορούν να επισκεφθούν όλα τα λιμάνια ορίζεται το υποσύνολο $H_v \subseteq H_T$ των λιμανιών που

επισκέπτεται το συγκεκριμένο πλοίο $v \in V$. Καθώς υπάρχουν δύο τύποι λιμανιών θεωρούμε το υποσύνολο $I \subseteq H_T$ των εσωτερικών λιμανιών. Κάθε λιμάνι i δέχεται πλοία αρκετές φορές μέσα στην προγραμματισμένη περίοδο. Με M_{T_i} δηλώνεται το σύνολο των πιθανών αφίξεων στο λιμάνι i ενώ με M_{i_v} εκφράζεται το σύνολο των αφίξεων στο λιμάνι i που μπορούν να πραγματοποιηθούν από το πλοίο v . Κάθε κόμβος στο δίκτυο ροής αναπαρίσταται με το ζεύγος (i, m) , όπου $i \in H_T$ και $m \in M_{T_i}$. Μάλιστα, μπορούν να κατασκευαστούν ξεχωριστά δίκτυα για κάθε πλοίο με κόμβους (i, m) , όπου $i \in H_v$ και $m \in M_{i_v}$. Τέλος, A_v είναι το σύνολο όλων των εφικτών τόξων για το πλοίο v , το οποίο είναι υποσύνολο του $\{(i, m) | i \in H_v, m \in M_{i_v}\} \times \{(i, m) | i \in H_v, m \in M_{i_v}\}$.

Για την διατύπωση των περιορισμών που αφορούν στην ροή των πλοίων ορίζονται οι μεταβλητές απόφασης:

$$\text{Οι μεταβλητές ροής: } x_{imjnv} = \begin{cases} 1 & \text{όταν το πλοίο } v \text{ μπορεί να πλεύσει απευθείας} \\ & \text{από το } (i, m) \text{ στο } (j, n) \text{ με } (i, m, j, n) \in A_v, v \in V \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\text{Οι μεταβλητές χαλαρότητας: } y_{im} = \begin{cases} 1 & \text{αν δεν πραγματοποιηθεί η άφιξη } m \\ & \text{στο λιμάνι } i, \text{ με } i \in I, m \in M_{i_v} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$\text{Οι μεταβλητές τέλους: } z_{imv} = \begin{cases} 1 & \text{όταν το πλοίο } v \text{ ολοκληρώνει το ταξίδι του} \\ & \text{στον κόμβο } (i, m) \text{ με } v \in V, i \in H_v, m \in M_{i_v} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Ο λόγος που ορίζονται οι μεταβλητές χαλαρότητας είναι ότι μπορεί κάποιες από τις πιθανές αφίξεις στο λιμάνι i να μην πραγματοποιηθούν στην διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου. Πρόκειται για τις αφίξεις με αριθμό μεγαλύτερο από το ελάχιστο επιθυμητό πλήθος αφίξεων.

Έτσι, η διατύπωση των περιορισμών έχει ως εξής:

$$(1) \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{j_v}} x_{jnimv} - \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{j_v}} x_{imjnv} - z_{imv} = 0, \quad \forall v \in V, i \in H_v, m \in M_{i_v},$$

$$(2) \sum_{v \in V} \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{j_v}} x_{jnimv} + y_{im} = 1, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{T_i},$$

$$(3) \quad y_{im} - y_{i(m-1)} \geq 0, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

Ο περιορισμός (1) εκφράζει ότι κάθε πλοίο που θα επισκεφθεί κάποιο λιμάνι, στην συνέχεια είτε θα το εγκαταλείψει κατευθυνόμενο προς άλλο λιμάνι προς εξυπηρέτηση είτε θα επιλέξει να ολοκληρώσει το ταξίδι του σε αυτό το λιμάνι. Ο περιορισμός (1) θα εφαρμόζεται από την πρώτη άφιξη που πραγματοποιεί κάθε πλοίο δείχνοντας αν το πλοίο θα χρησιμοποιηθεί για την μεταφορά προϊόντος ή θα παραμείνει ανεκμετάλλευτο. Ο περιορισμός (2) υποδηλώνει ότι κάθε άφιξη στο λιμάνι θα πραγματοποιείται μόνο μία φορά. Ο περιορισμός αυτός είναι αναγκαίος γιατί κατά τον προγραμματισμό της δρομολόγησης μπορεί να προκύψει ότι κάποιος κόμβος (i, m) καταλαμβάνεται δύο φορές. Ο περιορισμός (2) περιγράφει τις κινήσεις των πλοίων στα λιμάνια. Όταν κάποιο πλοίο v επισκεφθεί κάποιο λιμάνι i πραγματοποιώντας την υπ' αριθμόν m άφιξη σ' αυτό τότε και στο λιμάνι θα πρέπει αντίστοιχα να καταγράφεται αυτή η άφιξη. Για να αποφευχθούν πιθανές συμμετρικές λύσεις κατασκευάζεται ο περιορισμός (3) για τις αφίξεις (i, m) που πιθανόν δεν πραγματοποιούνται. Αυτό σημαίνει ότι αν $y_{im} = 1$ τότε και για τις αφίξεις με $m' > m$ θα έχουμε $y_{im'} = 1$.

Φόρτωση και εκφόρτωση προϊόντος

Η ποσότητα προϊόντος εντός των πλοίων είναι γνωστή κάθε στιγμή, πρέπει να βρίσκεται εντός των ορίων φόρτωσης Q_{MXimv} , Q_{MNim} και να είναι μικρότερη από τη συνολική χωρητικότητα του πλοίου C_{APv} . Η μεταβλητή q_{Vimv} δηλώνει την ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται στο (i, m) . Επιπλέον η συνεχής μεταβλητή l_{imv} εκφράζει την ποσότητα εντός του πλοίου v κατά την αναχώρηση του από το (i, m) . Η J_i παίρνει την τιμή $J_i = 1$ εάν το λιμάνι i είναι λιμάνι φόρτωσης και την τιμή $J_i = -1$ αν το λιμάνι i είναι λιμάνι εκφόρτωσης. Οι περιορισμοί που αφορούν στην ποσότητα προϊόντος εντός των πλοίων περιγράφονται ως εξής:

$$(4) \quad x_{imjnv} [l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv}] = 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(5) \quad l_{imv} - \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{jv}} C_{APv} x_{jnimv} \leq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_v, m \in M_{iv},$$

$$(6) \quad q_{Vimv} - \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{jv}} Q_{MXimv} x_{jnimv} \leq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_v, m \in M_{iv},$$

$$(7) \quad \sum_{v \in V} q_{Vimv} - Q_{MNim} y_{im} \leq Q_{MNim}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Ο περιορισμός (4) δείχνει ότι η ποσότητα προϊόντος εντός του πλοίου κατά την αναχώρηση του από κάποιο λιμάνι εξαρτάται από την ποσότητα που υπήρχε κατά την άφιξη του σ' αυτό και την ποσότητα που φορτώθηκε ή εκφορτώθηκε. Σημειώνεται ότι ο περιορισμός (4) δεν είναι γραμμικός γεγονός που δημιουργεί πρόβλημα στην επίλυση του προβλήματος με τα συμβατικά λογισμικά βελτιστοποίησης έτσι γραμμικοποιείται ως ακολούθως:

$$(8) \quad l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv} + C_{APv} x_{imjnv} \leq C_{APv}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(9) \quad l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv} + C_{APv} x_{imjnv} \geq -C_{APv}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

Η συνολική χωρητικότητα του πλοίου C_{APv} είναι η μέγιστη τιμή που μπορεί να λάβει η ποσότητα $(l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv})$ και έτσι ο περιορισμός (8) είναι περιττός αν $x_{imjnv} = 0$. Ο περιορισμός (5) αφορά τη συνολική χωρητικότητα του πλοίου. Έτσι, η ποσότητα εντός του πλοίου ύστερα από κάθε αναχώρηση είναι μικρότερη ή ίση από την συνολική χωρητικότητα του, καθώς επιτρέπεται η μερική φόρτωση του πλοίου. Οι περιορισμοί (6) και (7) είναι περιορισμοί για την ποσότητα φόρτωσης στο πλοίο και στο λιμάνι αντίστοιχα. Ο περιορισμός (6) δηλώνει ότι η ποσότητα φόρτωσης στο πλοίο είναι μικρότερη ή ίση με την μέγιστη δυνατή ποσότητα που μπορεί να φορτωθεί. Ο περιορισμός (7) δηλώνει ότι η συσσωρευμένη ποσότητα στο λιμάνι είναι μεγαλύτερη ή ίση από την ελάχιστη δυνατή ποσότητα που μπορεί να φορτωθεί στο λιμάνι. Η ποσότητα Q_{MXimv} προκύπτει από την πληροφορία για το απόθεμα και τις χωρητικότητες των πλοίων. Η ποσότητα Q_{MNim} μπορεί για κάποια λιμάνια φόρτωσης να μην έχει συμπληρωθεί όταν πραγματοποιηθεί η άφιξη m .

Χρονικοί περιορισμοί

Η εξυπηρέτηση στο λιμάνι i σε κάποια άφιξη m πρέπει να ξεκινά εντός των προγραμματισμένων χρονικών περιθωρίων. Το χρονικό αυτό διάστημα είναι το διάστημα που μεσολαβεί από τον νωρίτερο χρόνο έναρξης T_{wSim} μέχρι τον αργότερο χρόνο έναρξης T_{wEim} . Στο προπαρασκευαστικό στάδιο επίλυσης του προβλήματος, γίνεται προσπάθεια μείωσης του εύρους του διαστήματος αυτού με βάση τις πληροφορίες που υπάρχουν σχετικά με την αρχική θέση του πλοίου, τις δυνατές διαδρομές και το επίπεδο των αποθεμάτων. T_{Qi} είναι ο χρόνος που απαιτείται για τη φόρτωση μίας μονάδας προϊόντος στο λιμάνι i , T_{Sijv} είναι ο αναμενόμενος χρόνος ταξιδιού από το λιμάνι i στο λιμάνι j , t_{im} είναι ο χρόνος έναρξης της εξυπηρέτησης και το τέλος της t_{Eim} . Έτσι ορίζονται οι περιορισμοί:

$$(10) \quad t_{im} + \sum_{v \in V} T_{Qi} q_{Vimv} - t_{Eim} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(11) \quad x_{imjnv} [t_{Eim} + T_{Sijv} - t_{jn}] \leq 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(12) \quad t_{im} - t_{Ei(m-1)} + T_{Bi} y_{im} \geq T_{Bi}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(13) \quad T_{WSim} \leq t_{im} \leq T_{WEim}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Ο περιορισμός (10) εκφράζει ότι η μεταβλητή t_{Eim} ισούται με το άθροισμα του χρόνου έναρξης της εξυπηρέτησης και του χρόνου φόρτωσης της ποσότητας στο λιμάνι. Ο περιορισμός (11) εκφράζει ότι ο χρόνος έναρξης της εξυπηρέτησης στο (j, n) είναι ίσος με το τέλος της εξυπηρέτησης στο (i, m) και τον χρόνο που διαρκεί το ταξίδι του πλοίου v απευθείας από το (i, m) στο (j, n) . Ο περιορισμός (11) είναι ανισότητα καθώς επιτρέπεται η αναμονή στο λιμάνι. Κατά τον ίδιο τρόπο με τον περιορισμό (4) γραμμικοποιείται ο περιορισμός (11) (Hwang, 2005) ως εξής:

$$(14) \quad t_{Eim} + T_{Sijv} - t_{jn} + T x_{imjnv} \leq T, \text{ όπου } T \text{ είναι ο χρονικός ορίζοντας σχεδιασμού.}$$

Ο περιορισμός (12) εξασφαλίζει ότι οι εξυπηρετήσεις στις αφίξεις να μην αλληλεπικαλύπτονται και να διατηρείται η σωστή σειρά των αφίξεων. Το κάθε πλοίο πρέπει να ολοκληρώσει την εξυπηρέτηση του ώστε το επόμενο πλοίο ξεκινήσει τη διαδικασία φόρτωσης ή εκφόρτωσης. Για κάποια λιμάνια απαιτείται ένας ελάχιστος χρόνος T_{Bi} μεταξύ της αναχώρησης κάποιου πλοίου μέχρι την άφιξη του επόμενου πλοίου λόγω της μικρής διαθέσιμης περιοχής ή λόγω στενών καναλιών που παρεμβάλλονται από το λιμάνι προς τον σταθμό. Ο περιορισμός (13) δίνει τα όρια μέσα στα οποία εντάσσεται η μεταβλητή t_{im} .

Τα αποθέματα προϊόντος

Τα αποθέματα εξετάζονται μόνο στα εσωτερικά λιμάνια $i \in I$. Ο ρυθμός παραγωγής της αμμωνίας R_i είναι θετικός αν το εργοστάσιο i την παράγει και αρνητικός αν το εργοστάσιο i την καταναλώνει. Η μεταβλητή s_{im} ορίζει το απόθεμα κατά την έναρξη της εξυπηρέτησης και η s_{Eim} κατά την ολοκλήρωσή της. Έτσι ως προς τα αποθέματα ισχύουν οι ακόλουθοι περιορισμοί:

$$(15) \quad s_{im} - \sum_{v \in V} J_i q_{Vimv} + R_i t_{Eim} - R_i t_{im} - s_{Eim} = 0, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

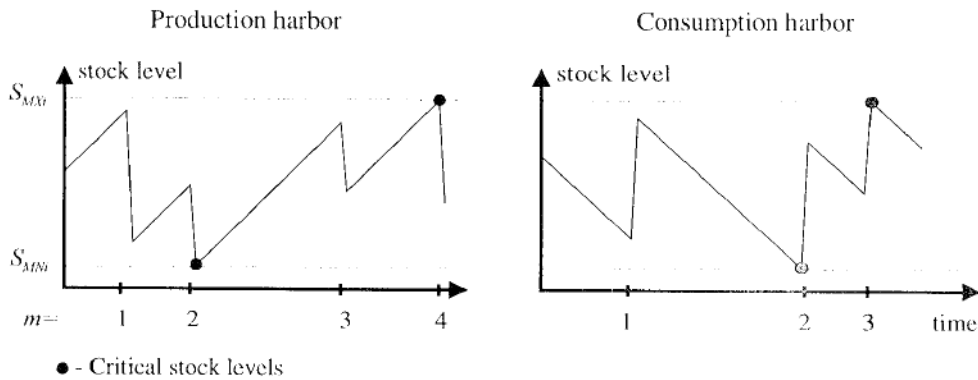
$$(16) \quad s_{Ei(m-1)} + R_i t_{im} - R_i t_{Ei(m-1)} + s_{im} = 0, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(17) \quad s_{MNi} \leq s_{im} \leq s_{MXi}, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(18) \quad s_{MNi} \leq s_{Eim} \leq s_{MXi}, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(19) \quad s_{MNi} \leq s_{Eim} + R_i(T - t_{Eim}) \leq s_{MXi}, \quad \forall i \in I, m = M_{MXi},$$

Ο περιορισμός (15) υπολογίζει το συνολικό απόθεμα όταν ολοκληρωθεί η εξυπηρέτηση στο λιμάνι. Το απόθεμα κατά την έναρξη της εξυπηρέτησης, η ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης στο λιμάνι και η παραγωγή ή κατανάλωση προϊόντος κατά την παραμονή του πλοίου στο λιμάνι δίνουν το απόθεμα όταν λήξει η εξυπηρέτηση. Ο περιορισμός (16) δίνει το απόθεμα κατά την άφιξη m στο λιμάνι i με βάση την πληροφορία για το απόθεμα στην προηγούμενη άφιξη $(i, m-1)$ και την ποσότητα φόρτωσης σε αυτήν. Οι περιορισμοί (17) και (18) οριοθετούν το απόθεμα ανάμεσα στο κατώτερο επιτρεπτό και στο ανώτερο επιτρεπτό επίπεδο σύμφωνα με τις ανάγκες κάθε λιμανιού. Τέλος, ο περιορισμός (19) δηλώνει ότι το απόθεμα για κάθε λιμάνι και μέχρι το πέρας του χρονικού οριζοντα σχεδιασμού θα βρίσκεται εντός των καθορισμένων ορίων. Κατά την τελευταία άφιξη στο λιμάνι μέχρι το τέλος της προγραμματισμένης περιόδου υπάρχει παραγωγή ή κατανάλωση προϊόντος η οποία πρέπει να λαμβάνεται υπόψη ώστε να μην παραβιάζονται οι απαιτήσεις για το απόθεμα.



Σχήμα 1.3 Πιθανά επίπεδα αποθεμάτων κατά την διάρκεια μιας προγραμματισμένης περιόδου στους δύο τύπους εργοστασίων.

Η αντικειμενική συνάρτηση

$$(20) \quad \min z = \sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in A_v} C_{ijn} x_{imjnv}$$

Ο αντικειμενικός στόχος είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς του προϊόντος ενώ δεν υπάρχει κόστος αποθήκευσης του. Το κόστος για την επίσκεψη του πλοίου και την διέλευση καναλιών εξαρτάται από το μέγεθός του. Επιπλέον το κόστος

στα κανάλια εξαρτάται από το μέγεθος του φορτίου στο πλοίο και ποικίλει στα διάφορα κανάλια. Για την κίνηση των πλοίων χρησιμοποιούνται διάφοροι τύποι καύσιμων υλών και κάθε πλοίο καταναλώνει συγκεκριμένο τύπο. Ο ρυθμός κατανάλωσης καυσίμων είναι γνωστός είτε όταν το πλοίο κινείται άδειο ή γεμάτο και η κατανάλωση εξαρτάται από τον χρόνο ταξιδιού. Επιπρόσθετα, άλλες ανάγκες για ενέργεια όπως θέρμανση, φωτισμός και διάφορες μηχανικές λειτουργίες καλύπτονται με τη χρήση πετρελαίου. Η κατανάλωση πετρελαίου διαφέρει από πλοίο σε πλοίο και είναι προφανώς μικρότερη όταν τα πλοία είναι αγκυροβολημένα σε κάποιο λιμάνι σε σχέση με το αν βρίσκονται εν πλω. Η αντικειμενική συνάρτηση (20) παρουσιάζει το συνολικό κόστος που αφορά στο λιμάνι, στα κανάλια, στα καύσιμα και στο πετρέλαιο για όλα τα ταξίδια που γίνονται στα λιμάνια ανά ζεύγη και για όλα τα πλοία του στόλου.

1.3 Περιγραφή του τρόπου διάσπασης του προβλήματος IPDPTW

Το μοντέλο που παρουσιάστηκε στην ενότητα 1.2 μπορεί να λυθεί με μεθοδολογίες για προβλήματα μικτού ακέραιου προγραμματισμού. Ωστόσο, επειδή πρόκειται για αρκετά πολύπλοκο, από άποψη πλήθους μεταβλητών απόφασης, πρόβλημα η βέλτιστη λύση μπορεί να βρεθεί μόνο για μικρού μεγέθους προβλήματα.

Έτσι αναπτύσσεται μία ειδική διαδικασία προσέγγισης της βέλτιστης λύσης και οι μεταβλητές του μοντέλου αυτού επαναπροσδιορίζονται ώστε στη συνέχεια, το πρόβλημα να μοντελοποιηθεί με την βοήθεια της μεθόδου Dantzig-Wolfe Decomposition. Θα ακολουθήσει η παρουσίαση του συνδυαστικού μοντέλου και της διαδικασίας επίλυσης του. Έπειτα θα γίνει μία συνοπτική περιγραφή της δομής και των τεχνικών επίλυσης των υποπροβλημάτων δρομολόγησης των πλοίων του στόλου και των υποπροβλημάτων διαχείρισης αποθεμάτων στα λιμάνια.

1.3.1 Ανακατασκευή του αναλυτικού μοντέλου

Δεν είναι εύκολη η διάσπαση του μοντέλου καθώς υπάρχουν οι μεταβλητές απόφασης για τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης, t_{im} , και της ποσότητας φόρτωσης, q_{vimv} . Η μεταβλητή t_{im} περιγράφει τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης για μία συγκεκριμένη άφιξη στο λιμάνι i και ταυτόχρονα αφορά όλα τα πλοία. Ακόμα, η μεταβλητή $q_{vi'm'v}$ ορίζει την ποσότητα φόρτωσης για το πλοίο v και αφορά μία συγκεκριμένη άφιξη στο λιμάνι i' , (i', m') . Έτσι, εισάγονται νέες μεταβλητές χρόνου έναρξης εξυπηρέτησης και ποσότητας φόρτωσης για όλους τους (i, m, v) -συνδυασμούς, (t_{vimv}, q_{vimv}) , και όλες τις αφίξεις στα λιμάνια, (t_{im}, q_{im}) . Έτσι, οι συμβολισμοί συγκεκριμενοποιούνται στα πλοία και στα λιμάνια ώστε είναι φανεροί οι περιορισμοί που αφορούν τα πλοία και τα λιμάνια.

Οι συνδυαστικοί περιορισμοί που παρουσιάζονται στη συνέχεια εξασφαλίζουν ότι οι αποφάσεις που αφορούν ένα πλοίο έχουν αντίκτυπο στο τι συμβαίνει σε ένα λιμάνι. Επομένως, ο χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης για κάποιο πλοίο σε ένα λιμάνι και η ποσότητα που αναλαμβάνει να παραδώσει ή να παραλάβει σ' αυτό, ταυτίζονται με τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης και την ποσότητα φόρτωσης στο αυτό λιμάνι όταν δέχεται την συγκεκριμένη άφιξη.

$$(21) \quad t_{im} - \sum_{v \in V} t_{vimv} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(22) \quad q_{im} - \sum_{v \in V} q_{vimv} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti}.$$

Επιπλέον, το σύνολο των περιορισμών του προβλήματος μπορεί να κατηγοριοποιηθεί σε τρεις ανεξάρτητες ομάδες. Η πρώτη ομάδα περιορισμών περιλαμβάνει τους περιορισμούς που αφορούν στα πλοία και συνιστούν το πρόβλημα δρομολόγησης των πλοίων, με τα χρονικά περιθώρια έναρξης εξυπηρέτησης και την ποσότητα που βρίσκεται εντός των πλοίων να λαμβάνονται υπόψη. Τα ανεξάρτητα χρονικά περιθώρια για κάθε πλοίο, (E_{imv}, F_{imv}) μπορούν να υπολογιστούν και να χρησιμοποιηθούν στους χρονικούς περιορισμούς (13), οι οποίοι μετασχηματίζονται ως:

$$(23) \quad \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{jv}} E_{imv} x_{jnimv} \leq t_{vimv} \leq \sum_{j \in H_v} \sum_{n \in M_{jv}} F_{imv} x_{jnimv},$$

$$\forall v \in V, i \in H_v, m \in M_{Ti}$$

Η μεταβλητή t_{Eimv} μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να αντικαταστήσει την μεταβλητή t_{Eim} στους περιορισμούς (11). Στην ομάδα περιορισμών που αφορούν στα πλοία περιλαμβάνονται επίσης ο (1) και οι (4)-(7) καθώς ορίζονται για όλα τα πλοία.

Η επόμενη ομάδα περιορισμών περιλαμβάνει τους περιορισμούς που αφορούν στα πλοία και περιγράφουν το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων για κάθε εσωτερικό λιμάνι. Οι χρονικοί περιορισμοί (13) και τα επιτρεπτά όρια της ποσότητας φόρτωσης (6) και (7) ανήκουν στην κατηγορία αυτή. Ωστόσο, οι μεταβλητές που χρησιμοποιούνται θα πρέπει να αντικατασταθούν με τις κατάλληλες μεταβλητές ώστε οι περιορισμοί να είναι αφοσιωμένοι μόνο στα λιμάνια. Δηλαδή, όπου εμφανίζεται η μεταβλητή q_{vimv} αντικαθίσταται από την q_{im} και όπου εμφανίζεται η μεταβλητή t_{vimv} αντικαθίσταται από την t_{im} . Με την λογική αυτή οι περιορισμοί (3), (12), (14)-(18) ανήκουν επίσης στο πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων.

Οι εναπομείναντες περιορισμοί συνιστούν την ομάδα των κοινών περιορισμών τόσο για τα πλοία όσο και για τα λιμάνια. Παρατηρούμε ότι, οι συνδυαστικοί περιορισμοί (21) και (22) ορίζονται μόνο για τα εσωτερικά λιμάνια αφού και οι μεταβλητές (q_{im}, t_{im})

που χρησιμοποιούνται, ορίζονται μόνο για τα εσωτερικά λιμάνια. Στο σύνολο των κοινών περιορισμών περιλαμβάνονται επίσης και οι περιορισμοί για την επισκεψιμότητα των πλοίων στα λιμάνια (2).

Όταν μία επίσκεψη σε ένα λιμάνι δεν πραγματοποιείται, δηλαδή $y_{im} = 1$, οι χρονικοί περιορισμοί για τα πλοία (22) δίνουν $t_{v_{imv}} = 0, \forall v \in V$, ενώ η μεταβλητή t_{im} για τους περιορισμούς των λιμανιών ικανοποιεί τους περιορισμούς (13), με $t_{im} > t_{i(m-1)}$. Οι περιορισμοί για τα λιμάνια προσαρμόζονται στην νέα εκδοχή του μοντέλου ώστε $t_{im} = 0$ για τις αφίξεις που δεν πραγματοποιούνται.

1.3.2 Η προσεγγιστική διαδικασία Dantzig-Wolfe Decomposition

Σύμφωνα με την προσεγγιστική διαδικασία Dantzig-Wolfe Decomposition οι κοινοί περιορισμοί συνιστούν το συνδυαστικό πρόβλημα. Κανένας από τους περιορισμούς που αφορούν στα πλοία δεν αλληλεπιδρά μεταξύ των πλοίων του στόλου και κατά συνέπεια οι περιορισμοί αυτοί μπορούν να χωριστούν σε ανεξάρτητα υποπροβλήματα για κάθε πλοίο. Όμοια, κανένας από τους περιορισμούς που αφορούν στα εσωτερικά λιμάνια δεν αλληλεπιδρά μεταξύ των λιμανιών και έτσι μπορούν να χωριστούν σε ανεξάρτητα υποπροβλήματα για κάθε εσωτερικό λιμάνι.

Για κάθε υποπρόβλημα πλοίου, μας απασχολεί το πρόβλημα δρομολόγησης του και απαιτείται η εύρεση της διαδρομής που θα ακολουθήσει το πλοίο μεταξύ όλων των πιθανών διαδρομών, λαμβάνοντας υπόψη αυστηρά τα χρονικά περιθώρια και την χωρητικότητα του πλοίου. Κάθε διαδρομή r , που λειτουργεί ως το πρόγραμμα του πλοίου, πέραν του ότι δηλώνει τη σειρά εξυπηρέτησης των λιμανιών, περιλαμβάνει και πληροφορίες για τα χρονικά περιθώρια άφιξης και έναρξης της εξυπηρέτησης καθώς και τις απαιτούμενες ποσότητες φόρτωσης ή εκφόρτωσης σ' αυτά. Έτσι, μπορεί δύο ή περισσότερες ίδιες γεωγραφικά διαδρομές να διαφοροποιούνται ως προς τις πληροφορίες τις οποίες φέρουν. Ορίζεται η μεταβλητή λ_{vr} , η οποία περιγράφει τις εφικτές διαδρομές του πλοίου v . Συγκεκριμένα ισχύει $\lambda_{vr} = 1$ όταν το πλοίο v επιλέγει να ακολουθήσει την διαδρομή r , η οποία είναι μοναδική ως προς τις πληροφορίες τις οποίες φέρει. Ωστόσο, αν μεταξύ των εφικτών διαδρομών υπάρχει η διαδρομή r αλλά με μία ή περισσότερες εναλλακτικές προτάσεις σχετικά με τις πληροφορίες για τα χρονικά περιθώρια και την ποσότητα φόρτωσης σε κάθε άφιξη, τότε ισχύει $\lambda_{vr} > 0$. Έτσι, η λύση μπορεί να περιλαμβάνει θετικές τιμές της μεταβλητής λ_{vr} . Τελικά, παίρνοντας τον κυρτό συνδυασμό των μεταβλητών για κάθε πλοίο και δίνοντας τα κατάλληλα βάρη στις όμοιες γεωγραφικά διαδρομές, λαμβάνεται ο χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης και την ποσότητα φόρτωσης σε κάθε άφιξη σε λιμάνι. Για την διατύπωση του συνδυαστικού μοντέλου χρησιμοποιούνται οι παρακάτω μεταβλητές:

$$X_{imjnr} = \begin{cases} 1 & \text{όταν στην διαδρομή } r \text{ είναι προγραμματισμένο} \\ & \text{το ταξίδι από το λιμάνι } (i, m) \text{ προς το λιμάνι } (j, n) \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

A_{imvr} : αριθμός φορών που πραγματοποιείται η επίσκεψη (i, m) από το πλοίο v κατά τη διαδρομή r .

Q_{Vimvr} : Ποσότητα φόρτωσης κατά την άφιξη (i, m) από το πλοίο v κατά την διαδρομή r .

T_{Vimvr} : Χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης στο (i, m) από το πλοίο v κατά την διαδρομή r . Τέλος, το είναι

C_{Tvr} : Συνολικό κόστος πλεύσης του πλοίου v κατά την διαδρομή r .

Σε κάθε υποπρόβλημα λιμανιού προκύπτει το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων και στόχος είναι η εύρεση της κατάλληλης ακολουθίας των πλοίων που τα επισκέπτονται. Κάθε αλληλουχία επισκέψεων για το λιμάνι i περιλαμβάνει πληροφορίες για το πλήθος των επισκέψεων, τους χρόνους έναρξης εξυπηρέτησης σε κάθε άφιξη πλοίου και την ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης σ' αυτές. Είναι σημαντική η πρώτη άφιξη στο λιμάνι γιατί η ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης και ο χρόνος εξυπηρέτησης μπορεί να επηρεάσει τις ποσότητες και τους χρόνους εξυπηρέτησης στις επόμενες αφίξεις. Στη συνέχεια ορίζεται η μεταβλητή θ_{is} , η οποία αφορά στις εφικτές αλληλουχίες επισκέψεων στο λιμάνι i . Ισχύει ότι $\theta_{is} = 1$ όταν για το λιμάνι i επιλεγεί η αλληλουχία επισκέψεων s , η οποία είναι μοναδική ως προς τις πληροφορίες τις οποίες φέρει. Είναι πιθανό να έχουμε δύο ή περισσότερες ίδιες αλληλουχίες επισκέψεων s (το πλήθος των αφίξεων είναι ίδιο και χρησιμοποιούνται τα ίδια πλοία στις αφίξεις) οι οποίες όμως δίνουν διαφορετικές πληροφορίες σχετικά με τους χρόνους έναρξης και την ποσότητα φόρτωσης. Σ' αυτή την περίπτωση έχουμε $\theta_{is} > 0$. Για τα εξωτερικά λιμάνια δεν υπάρχουν μεταβλητές απόφασης αλληλουχίας επισκέψεων. Οι διαδρομές των πλοίων που θα αναλάβουν την εξυπηρέτηση τους παρέχουν όλες τις πληροφορίες για τον χρόνο άφιξης και τις ποσότητες φόρτωσης. Για την διατύπωση του συνδυαστικού μοντέλου χρησιμοποιούνται οι παρακάτω μεταβλητές:

$$Y_{ims} = \begin{cases} 1 & \text{αν δεν πραγματοποιείται η άφιξη } (i, m) \text{ στο λιμάνι } i \\ & \text{όταν τηρείται η αλληλουχία } s \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Q_{Hims} : Ποσότητα φόρτωσης κατά την άφιξη (i, m) όταν τηρείται η αλληλουχία s .

T_{Hims} : Ο χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης στο (i, m) όταν τηρείται η αλληλουχία s .

Καθώς τα υποπροβλήματα των πλοίων και των λιμανιών καλούνται να προσδιορίσουν είτε διαδρομές πλοίων είτε αλληλουχίες επισκέψεων, οι πιθανές τους λύσεις αντιπροσωπεύουν μονοπάτια στα σχετικά δίκτυα των πλοίων και των λιμανιών.

Το σύνολο $S_{\lambda v}$ περιλαμβάνει τις πιθανές διαδρομές για το πλοίο v . Κάθε λύση, x_{imjnv} , q_{Vimv} , t_{Vimv} που ικανοποιεί τους περιορισμούς για τα πλοία μπορεί να εκφραστεί ως μη αρνητικός κυρτός συνδυασμός αυτών των πιθανών διαδρομών:

$$(24) \quad x_{imjnv} = \sum_{r \in S_{\lambda v}} X_{imjnv r} \lambda_{vr}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(25) \quad x_{imjnv} \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(26) \quad q_{Vimv} = \sum_{r \in S_{\lambda v}} Q_{Vimv r} \lambda_{vr}, \quad \forall v \in V, i \in H_v, m \in M_{iv},$$

$$(27) \quad t_{Vimv} = \sum_{r \in S_{\lambda v}} T_{Vimv r} \lambda_{vr}, \quad \forall v \in V, i \in H_v, m \in M_{iv},$$

$$(28) \quad \sum_{r \in S_{\lambda v}} \lambda_{vr} = 1, \quad \forall v \in V,$$

$$(29) \quad \lambda_{vr} \geq 0, \quad \forall v \in V, r \in S_{\lambda v},$$

Το σύνολο $S_{\theta i}$ περιλαμβάνει τις πιθανές αλληλουχίες επισκέψεων για το εσωτερικό λιμάνι i . Όπως συμβαίνει με τις λύσεις του υποπροβλήματος του πλοίου, όμοια κάθε λύση του υποπροβλήματος του λιμανιού y_{im} , q_{im} , t_{im} , που ικανοποιεί τους περιορισμούς μπορεί να εκφραστεί ως μη αρνητικός κυρτός συνδυασμός αυτών των πιθανών αλληλουχιών επισκέψεων:

$$(30) \quad y_{im} = \sum_{s \in S_{\theta i}} Y_{im s} \theta_{is}, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(31) \quad y_{im} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(32) \quad q_{im} = \sum_{s \in S_{\theta i}} Q_{Hims} \theta_{is}, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(33) \quad t_{im} = \sum_{s \in S_{\theta i}} T_{Hims} \theta_{is}, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti},$$

$$(34) \quad \sum_{s \in S_{\theta i}} \theta_{is} = 1, \quad \forall i \in I,$$

$$(35) \quad \theta_{is} \geq 0, \quad \forall i \in I, s \in S_{\theta i}.$$

1.3.3 Το συνδυαστικό μοντέλο

Το συνδυαστικό μοντέλο (Christiansen, 1999) διατυπώνεται κατά τον ακόλουθο τρόπο:

$$(36) \quad \min z = \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda_v}} C_{Tr} \lambda_{vr} ,$$

Κάτω από τους περιορισμούς:

$$(37) \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda_v}} A_{imvr} \lambda_{vr} + \sum_{s \in S_{\theta_i}} Y_{ims} \theta_{is} = 1, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti} ,$$

$$(38) \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda_v}} Q_{Vimvr} \lambda_{vr} - \sum_{s \in S_{\theta_i}} Q_{Hims} \theta_{is} = 0, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti} ,$$

$$(39) \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda_v}} T_{Vimvr} \lambda_{vr} - \sum_{s \in S_{\theta_i}} T_{Hims} \theta_{is} = 0, \quad \forall i \in I, m \in M_{Ti} ,$$

$$(40) \quad \sum_{r \in S_{\lambda_v}} \lambda_{vr} = 1, \quad \forall v \in V ,$$

$$(41) \quad \sum_{s \in S_{\theta_i}} \theta_{is} = 1, \quad \forall i \in I ,$$

$$(42) \quad \lambda_{vr} \geq 0, \quad \forall v \in V, r \in S_{\lambda_v} ,$$

$$(43) \quad \theta_{is} \geq 0, \quad \forall i \in I, s \in S_{\theta_i} ,$$

$$(44) \quad \sum_{r \in S_{\lambda_v}} X_{imjnv} \lambda_{vr} \in \{0,1\} , \quad \forall v \in V .$$

Καθώς δεν υπάρχει κόστος αποθήκευσης της αμμωνίας, ο αντικειμενικός στόχος της εταιρείας είναι η ελαχιστοποίηση των εξόδων για την μεταφορά του προϊόντος. Συνεπώς, η αντικειμενική συνάρτηση (36) εκφράζει το κόστος μεταφοράς μεταξύ όλων των εφικτών διαδρομών των πλοίων.

Ο περιορισμός (37) εξασφαλίζει ότι κάθε άφιξη σε κάποιο λιμάνι, (i, m) , πραγματοποιείται το πολύ μία φορά. Καθώς η μεταβλητή A_{imvr} περιγράφει το πλήθος των επισκέψεων που κάνει το πλοίο v κατά την διαδρομή του, r , για να υπάρξουν εφικτές διαδρομές των πλοίων θα πρέπει η μεταβλητή A_{imvr} να παίρνει τις τιμές 0 και 1. Διαφορετικά, η διαδρομή λ_{vr} από όπου προκύπτει $A_{imvr} > 1$ απορρίπτεται και δεν επιλέγεται στο τελικό πρόγραμμα του πλοίου. Όταν ο πρώτος όρος της εξίσωσης είναι θετικός τότε ο δεύτερος όρος της μηδενίζεται και αντίστροφα. Ο περιορισμός αυτός αντιστοιχεί τις αφίξεις στα λιμάνια με τις επισκέψεις των πλοίων σε αυτά. Άρα αν η άφιξη (i, m) πραγματοποιηθεί, τότε θα υπάρχει κάποιο πλοίο v που στην διαδρομή του περιλαμβάνεται αυτή η επίσκεψη.

Παρόμοια αντιστοίχιση με τις αφίξεις των πλοίων στα λιμάνια έχουμε και για τις ποσότητες φόρτωσης αλλά και για τους χρόνους έναρξης εξυπηρέτησης στις αφίξεις. Κάθε δραστηριότητα των πλοίων θα πρέπει να αντιστοιχεί σε λιμάνια. Συνδέονται επομένως οι διαδρομές των πλοίων με τις αλληλουχίες επισκέψεων των λιμανιών σύμφωνα με τις πληροφορίες που φέρουν. Έχουμε συνολικά τον περιορισμό αντιστοιχίας των αφίξεων (37), των ποσοτήτων φόρτωσης (38) και των χρόνων έναρξης εξυπηρέτησης στις αφίξεις (39).

Οι κυρτοί συνδυασμοί που παρουσιάζονται στους περιορισμούς (40) και (41) υποδηλώνουν ότι κάθε πλοίο θα ακολουθήσει μία και μοναδική διαδρομή και κάθε λιμάνι θα τηρήσει μία και μοναδική αλληλουχία επισκέψεων. Στην συνέχεια οι περιορισμοί (42) και (43) δίνουν τον ορισμό της διαδρομής και της αλληλουχίας επισκέψεων.

Για κάποιο πλοίο είναι δυνατό να λάβουμε θετικές τιμές λ για διαδρομές που περιλαμβάνουν τα ίδια ζεύγη (i, m) στην ίδια σειρά. Συνεπώς, στη λύση του προβλήματος μπορεί να λάβουμε θετικές τιμές της μεταβλητής λ για το ίδιο πλοίο v . Η παρέκκλιση αυτή είναι αποδεκτή αν και μόνο αν οι θετικές αυτές τιμές αφορούν τις ίδιες γεωγραφικά διαδρομές οι οποίες διαφοροποιούνται ως προς το χρόνο πραγματοποίησης των αφίξεων ή/και τις ποσότητες φόρτωσης. Παίρνοντας στην συνέχεια τον κυρτό συνδυασμό τους μπορεί να προκύψει ο χρόνος άφιξης και η ποσότητα φόρτωσης σε κάθε (i, m) . Αυτό σημαίνει ότι η μεταβλητή λ_{vr} δεν θεωρείται δίτιμη μεταβλητή. Επίσης, είναι δυνατόν να υπάρχουν αντίστοιχα θετικές τιμές της μεταβλητής θ για το ίδιο λιμάνι, καθώς θετικές μεταβλητές θ δίνουν τον ίδιο αριθμό επισκέψεων σε κάθε λιμάνι. Συνεπώς, η μεταβλητή θ_{is} μπορεί επίσης να θεωρηθεί συνεχής μεταβλητή.

Στον περιορισμό (44) δίνονται οι τιμές που λαμβάνει η μεταβλητή X_{imjnv} , με $X_{imjnv} = 0$ όταν στην διαδρομή r δεν εκτελείται το ταξίδι από το λιμάνι i προς το λιμάνι j , ενώ $X_{imjnv} = 1$ όταν στην διαδρομή r περιλαμβάνεται το ταξίδι αυτό.

1.3.4 Συνοπτική περιγραφή της διαδικασίας Column Generation

Το μαθηματικό μοντέλο που παρουσιάστηκε βασίζεται στις μεταβλητές απόφασης για όλες τις δυνατές διαδρομές των πλοίων και όλες τις δυνατές αλληλουχίες επισκέψεων των λιμανιών. Αν οι μεταβλητές απόφασης (ή διαφορετικά οι στήλες πλοίων και λιμανιών) που χρησιμοποιούνται για την επίλυση του συνδυαστικού προβλήματος αντιπροσώπευαν μόνο τις εφικτές μερικές λύσεις για τα πλοία και τα λιμάνια τότε η τελική λύση του προβλήματος θα ήταν η βέλτιστη. Οι εφικτές μερικές λύσεις τόσο για τα πλοία όσο και για τα λιμάνια επηρεάζονται από τον τύπο και την χωρητικότητα των πλοίων. Όμως, η διαδικασία εντοπισμού όλων των εφικτών μερικών λύσεων είναι αρκετά χρονοβόρα και ενδέχεται το πλήθος στηλών να είναι ιδιαίτερα

μεγάλο. Έτσι, επιλέγονται οι πιο υποσχόμενες στήλες για την επίλυση του συνδυαστικού προβλήματος που οδηγούν στη μεγαλύτερη μείωση του συνολικού κόστους μεταφοράς. Για τον σκοπό αυτό κατασκευάζονται τα υποπροβλήματα πλοίων και λιμανιών, των οποίων οι λύσεις αποτελούνται από στήλες με το μικρότερο ευκαιριακό κόστος (reduced cost) για το συνδυαστικό πρόβλημα.

Είδαμε την μέθοδο με την οποία το αναλυτικό πρόβλημα διασπάται σε δύο υποπροβλήματα, γνωστή ως Dantzig-Wolfe Decomposition. Το υποπρόβλημα δρομολόγησης του πλοίου παράγει διαδρομές και το υποπρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων στα λιμάνια παράγει αλληλουχίες. Η επαναληπτική διαδικασία επίλυσης, η οποία εναλλάσσεται μεταξύ του συνδυαστικού προβλήματος και των υποπροβλημάτων και ολοκληρώνεται όταν πλέον δεν παράγονται νέες υποσχόμενες στήλες, καλείται Column Generation (Παραγωγή Στηλών).

1.3.5 Το υποπρόβλημα της δρομολόγησης πλοίου

Στο υποπρόβλημα δρομολόγησης του πλοίου απαιτείται η εύρεση: της διαδρομής του, του χρόνου έναρξης της διαδρομής, των χρονικών περιθωρίων για τις αφίξεις και την έναρξη της εξυπηρέτησης και τέλος την ποσότητα φόρτωσης σε κάθε άφιξη. Κατασκευάζεται με σκοπό την εύρεση της διαδρομής μικρότερου ευκαιριακού κόστους και περιλαμβάνει όλους τους περιορισμούς που αφορούν στην δρομολόγηση των πλοίων. Μεταξύ αυτών, τηρείται αυστηρά ο περιορισμός σχετικά με την υποχρεωτική εξυπηρέτηση των πλοίων εντός των προγραμματισμένων χρονικών περιθωρίων και ο περιορισμός σχετικά με την χωρητικότητα των πλοίων.

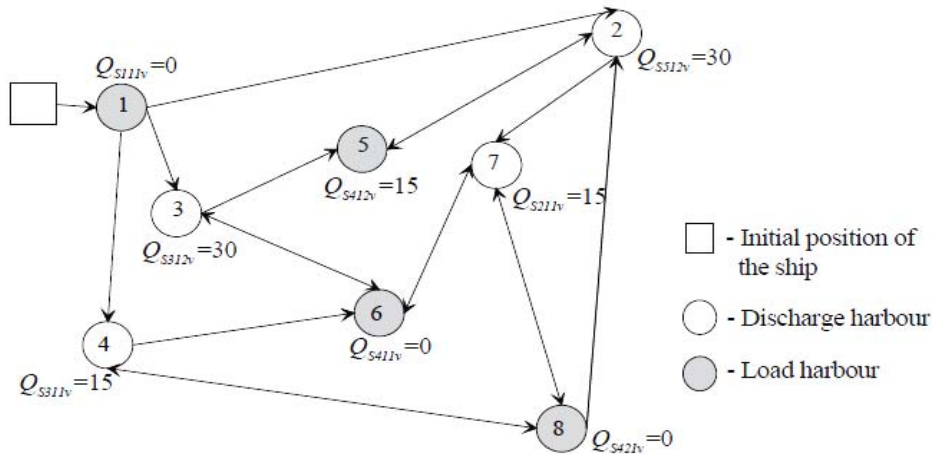
Το υποπρόβλημα της δρομολόγησης πλοίων διαχωρίζεται σε πολλά ανεξάρτητα προβλήματα εύρεσης του πιο σύντομου μονοπατιού, ανάλογα με το πόσα πλοία διαθέτει ο στόλος. Τα δίκτυα που σχεδιάζονται για κάθε πλοίο διαφέρουν μεταξύ τους εξαιτίας της ανομοιογένειας του στόλου και κατά συνέπεια και των τιμών που μπορεί να πάρουν οι ποσότητες φόρτωσης (ανάλογα με την χωρητικότητα τους). Επιπλέον, δεν πραγματοποιούν όλα τα πλοία το ίδιο αριθμό επισκέψεων στα λιμάνια.

Κάθε δίκτυο πλοίου που κατασκευάζεται, περιλαμβάνει κόμβους που αναπαρίστανται με το ζεύγος (i, m) , όπου κατά τα γνωστά με i απεικονίζεται το εσωτερικό λιμάνι και με m απαριθμείται η κάθε άφιξη. Τα διαφορετικά επίπεδα ποσότητας φόρτωσης εκφράζονται με την μεταβλητή p . Η μεταβλητή Q_{Simpv} δηλώνει την ακριβή ποσότητα εντός του πλοίου κατά την άφιξη του στο λιμάνι και πριν την έναρξη της διαδικασίας φόρτωσης ή εκφόρτωσης. Το σύνολο S_{SN} περιλαμβάνει όλους τους κόμβους (i, m, p, v) του δικτύου με $(i, m, p, v) \in S_{SN}$. Ακόμα, υπάρχει ένας τετράγωνος βοηθητικός κόμβος που δηλώνει την αρχική θέση του πλοίου στο δίκτυο και δεν περιγράφεται με τους αριθμούς (i, m, p) . Πρόκειται για μία τεχνητή θέση που αντικαθίσταται με την πραγματική αρχική θέση του πλοίου κατά την έναρξη της προγραμματισμένης περιόδου. Οι κόμβοι-λιμάνια τοποθετούνται στο δίκτυο δηλώνοντας την σειρά προτεραιότητας ανάλογα με το εύρος των χρονικών περιθωρίων.

Τα τόξα που ενώνουν τους κόμβους δίνουν τις εφικτές πορείες του πλοίου. Η μεταβλητή x_{imjnv} εκφράζει αυτή την πληροφορία παίρνοντας την τιμή $x_{imjnv} = 1$ όταν το πλοίο v ταξιδεύει απευθείας από τον κόμβο (i,m) στον κόμβο (j,n) και την τιμή $x_{imjnv} = 0$ διαφορετικά. Τα αμφίρροπα βέλη επιτρέπουν στο πλοίο να πλεύσει προς δύο κατευθύνσεις. Εύκολα, μπορεί να κανείς να υπολογίσει το ακριβές επίπεδο ποσότητας που διατέθηκε/παραλήφθηκε στο/από το λιμάνι της αρχής του τόξου (i,m) ,

$$(45) \quad q_{Simpv} = |Q_{Sjnqv} - Q_{Simpv}|$$

Το πλοίο μπορεί να ολοκληρώσει την διαδρομή του σε οποιοδήποτε κόμβο.



Σχήμα 1.4 Το δίκτυο ενός πλοίου

Στο Σχήμα 1.4 απεικονίζεται το δίκτυο ενός πλοίου χωρητικότητας 30 μονάδων προϊόντος. Οι δυνατές ποσότητες φόρτωσης είναι 15 και 30 μονάδες. Θεωρούμε την εφικτή διαδρομή $1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 7$. Το πλοίο ξεκινά αρχικά από τον κόμβο 1, άδειο. Στην θέση αυτή φορτώνει 30 μονάδες προϊόντος. Στην συνέχεια κατευθύνεται προς τον κόμβο 3 όπου εκφορτώνει όλη την ποσότητα. Συνεχίζει άδειο το ταξίδι του προς το λιμάνι (4,1) όπου και φορτώνει ποσότητα που καλύπτει την μισή χωρητικότητα του. Το πλοίο ολοκληρώνει την διαδρομή του στον κόμβο 7, δηλαδή στο λιμάνι (2,1) εκφορτώνοντας 15 μονάδες.

Η σημαντικότητα των χρονικών περιθωρίων φαίνεται και μέσα στο δίκτυο του πλοίου. Απαιτείται πάντα προσοχή στα χρονικά περιθώρια καθώς το δίκτυο μπορεί να επιτρέπει διαδρομές που όμως είναι ανέφικτες από άποψη χρόνου. Για παράδειγμα, η διαδρομή $1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 3$ συμφωνά με τα προηγούμενα είναι ανέφικτη αλλά παράλληλα

επιτρεπτή από το δίκτυο εφόσον τα χρονικά περιθώρια για την άφιξη στο λιμάνι (3,1) είναι μεγάλα.

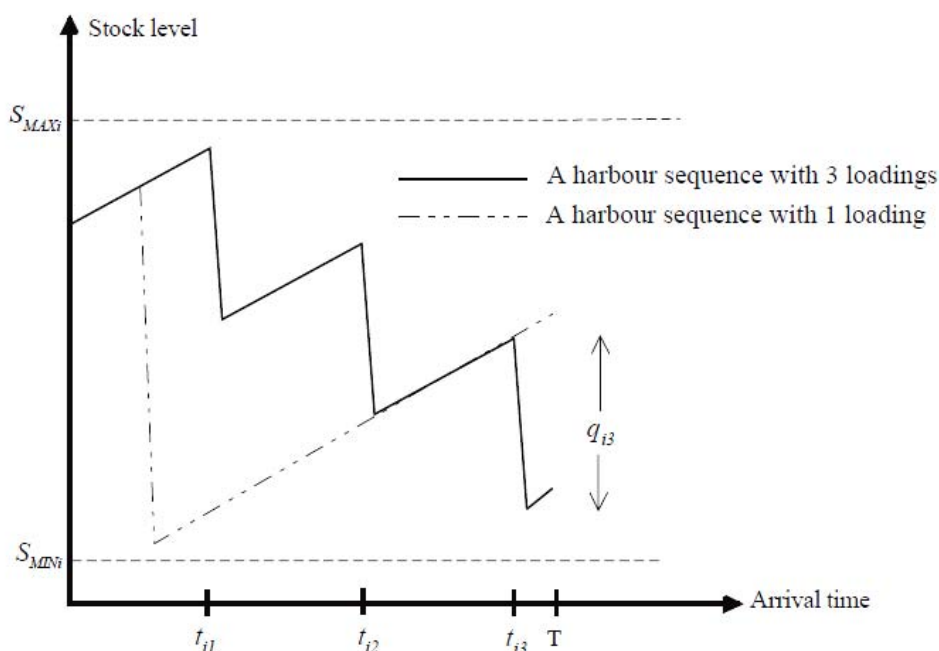
Όπως αναφέρθηκε οι κόμβοι χαρακτηρίζονται εκτός των άλλων και από τα χρονικά περιθώρια για την έναρξη της εξυπηρέτησης. Η διαδρομή του πλοίου δίνει πληροφορία και για τον χρόνο έναρξης της εξυπηρέτησης t_{imv} . Γνωρίζοντας ποια είναι αρχή των χρονικών περιθωρίων σε ένα προηγούμενο κόμβο και την ποσότητα φόρτωσης σε αυτόν μπορούν να αυξηθούν ή να μειωθούν τα χρονικά περιθώρια στον αυτό κόμβο. Παράλληλα, μπορεί να ληφθεί η αρχή των χρονικών περιθωρίων για τα τόξα. Το τέλος των χρονικών περιθωρίων για τα τόξα δεν μπορεί να προσδιοριστεί, αφού μπορεί να συμπίπτει με το τέλος των χρονικών περιθωρίων του κόμβου του πέρατος του τόξου, λόγω πιθανής αναμονής του πλοίου πριν ξεκινήσει την εξυπηρέτηση του λιμανιού.

Τα είδη κόστους που υπάρχουν, αφορούν στο λιμάνι και στο πλοίο, δηλαδή, στους κόμβους και στα τόξα αντίστοιχα. Στους κόμβους έχουμε τα έξοδα επίσκεψης του λιμανιού, τα οποία μεταβάλλονται ανάλογα με το μέγεθος του πλοίου. Στα τόξα έχουμε τα έξοδα μετακίνησης του πλοίου και τα έξοδα διέλευσης καναλιών.

Τα δίκτυα των πλοίων χρησιμοποιούνται για την εύρεση της μικρότερου ευκαιριακού κόστους διαδρομής χρησιμοποιώντας αλγόριθμο αναζήτησης του πιο σύντομου μονοπατιού, ενώ λαμβάνονται υπόψη τα χρονικά περιθώρια και τις πιθανές ποσότητες φόρτωσης. Μια διαδρομή μικρότερου ευκαιριακού κόστους αναπαρίσταται από μία στήλη στο συνδυαστικό πρόβλημα εάν το κόστος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι αρνητικό. Τα στοιχεία του ευκαιριακού κόστους είναι αυτά που αντιστοιχούν στους κόμβους και στα τόξα αλλά και σε δίτιμες μεταβλητές του μοντέλου.

1.3.6 Το υποπρόβλημα της διαχείρισης αποθεμάτων στο λιμάνι

Το υποπρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων διασπάται σε τόσα επιμέρους ανεξάρτητα προβλήματα όσα είναι και τα εσωτερικά λιμάνια. Για κάθε λιμάνι εντοπίζεται η αλληλουχία επισκέψεων όπου ορίζονται οι ποσότητες φόρτωσης στις αφίξεις q_{im} , τους χρόνους έναρξης t_{im} και το πλήθος των επισκέψεων. Ορίζεται η μεταβλητή y_{im} για την οποία $y_{im} = 1$ όταν κανένα πλοίο δεν επισκέπτεται το λιμάνι i στον αριθμό άφιξης m και $y_{im} = 0$ στην αντίθετη περίπτωση. Αναζητείται η αλληλουχία με το μικρότερο ευκαιριακό κόστος χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο εύρεσης του πιο σύντομου μονοπατιού. Μια αλληλουχία αναπαρίσταται από μία στήλη στο κυρίως πρόβλημα εάν το κόστος της αντικειμενικής συνάρτησης είναι αρνητικό.



Σχήμα 1.5 Δύο εφικτές αλληλουχίες επισκέψεων για ένα εργοστάσιο παραγωγής

Στο Σχήμα 1.5 παρουσιάζονται δύο εφικτές αλληλουχίες επισκέψεων για ένα εργοστάσιο παραγωγής. Οι απαιτήσεις του εργοστασίου παραγωγής μπορούν να ικανοποιηθούν από ένα πλοίο μεγάλης χωρητικότητας ή ακόμα και από ένα πλοίο μικρότερης συγκριτικά χωρητικότητας. Στην πρώτη περίπτωση το πλοίο φορτώνει μεγάλη ποσότητα, φτάνοντας σχεδόν στη μέγιστη χωρητικότητα του, με αποτέλεσμα η δεύτερη άφιξη στο λιμάνι να μην γίνεται σύντομα λαμβάνοντας υπόψη και τον ρυθμό παραγωγής. Στην δεύτερη περίπτωση φορτώνονται πιο συχνά μικρές ποσότητες προϊόντος. Έτσι προκύπτει μία εφικτή αλληλουχία με μεγαλύτερο πλήθος αφίξεων.

Σχεδιάζεται ένα δίκτυο για κάθε λιμάνι στο οποίο θα περιέχονται πληροφορίες για τα χρονικά περιθώρια αλλά και για τις ποσότητες φόρτωσης. Σε κάθε δίκτυο τοποθετούνται κόμβοι που περιγράφονται πλήρως από τους αριθμούς (i, m, p) με $(i, m, p) \in S_{HN}$. Συνεπώς, κάθε κόμβος χαρακτηρίζεται από το λιμάνι i για το οποίο σχεδιάζεται το δίκτυο, τον αριθμό άφιξης m και κάποια ποσότητα φόρτωσης προϊόντος, p . Η ακριβής τιμή της συσσωρευμένης ποσότητας προϊόντος πριν την έναρξη της εξυπηρέτησης στο λιμάνι δηλώνεται με Q_{imp} . Οι κόμβοι τοποθετούνται σε στήλες, ανάλογα με το μέγιστο δυνατό πλήθος αφίξεων στο λιμάνι και σε σειρά, σύμφωνα με την σειρά των αφίξεων. Το πλήθος των κόμβων σε κάθε στήλη αυξάνεται ανάλογα με το πόσα διαφορετικά επίπεδα ποσότητας φόρτωσης έχουμε θέσει. Χρησιμοποιείται μία επιπλέον στήλη τετράγωνων τελικών τεχνητών κόμβων που

συνιστούν το σύνολο S_{HE} . Το τελευταίο επίπεδο δίνει πληροφορίες για τις τελικές συνθήκες που επικρατούν στο λιμάνι. Το μονοπάτι ολοκληρώνεται σε έναν από αυτούς τους κόμβους.

Είναι φανερό πως τα πέρατα των τόξων ενώνουν κόμβους με αριθμό άφιξης μεγαλύτερο από τον κόμβο της αρχής του τόξου. Οι κόμβοι έχουν τοποθετηθεί κατά τέτοιο τρόπο ώστε να μην δημιουργούνται κύκλοι στην προσπάθεια εύρεσης του πιο σύντομου μονοπατιού. Έτσι, δεν είναι απαραίτητο τα τόξα να είναι προσανατολισμένα.

Σε κάθε κόμβο του δικτύου του λιμανιού, το επίπεδο αποθέματος πρέπει να βρίσκεται εντός του ανώτερου και του κατώτερου επιτρεπτού ορίου, S_{MAXi} και S_{MINi} . Η μεταβλητή R_i δηλώνει είτε τον ρυθμό παραγωγής προϊόντος παίρνοντας θετικές τιμές είτε τον ρυθμό κατανάλωσης προϊόντος παίρνοντας αρνητικές τιμές. Επιπλέον ορίζεται $J_i = 1$ όταν το λιμάνι i είναι λιμάνι φόρτωσης και $J_i = -1$ όταν το λιμάνι i είναι λιμάνι εκφόρτωσης. Το απόθεμα στο λιμάνι i κατά την έναρξη της προγραμματισμένης περιόδου ορίζεται με την μεταβλητή Q_{0i} . Το συνολικό απόθεμα σε κάθε κόμβο πρέπει να βρίσκεται εντός ορίων και βρίσκεται από το αρχικό απόθεμα, Q_{0i} , αφαιρώντας την συνολική ποσότητα που έχει φορτωθεί, Q_{imp} , και προσθέτοντας την συνολική ποσότητα που έχει παραχθεί μέχρι την έναρξη της εξυπηρέτησης, t_{im} . Ο περιορισμός για το απόθεμα σε κάθε κόμβο διατυπώνεται (Christiansen and Nygreen, 1998 a) ως εξής:

$$(46) \quad S_{MINi} \leq Q_{0i} - J_i Q_{imp} + R_i t_{im} \leq S_{MAXi}, \quad \forall (i, m, p).$$

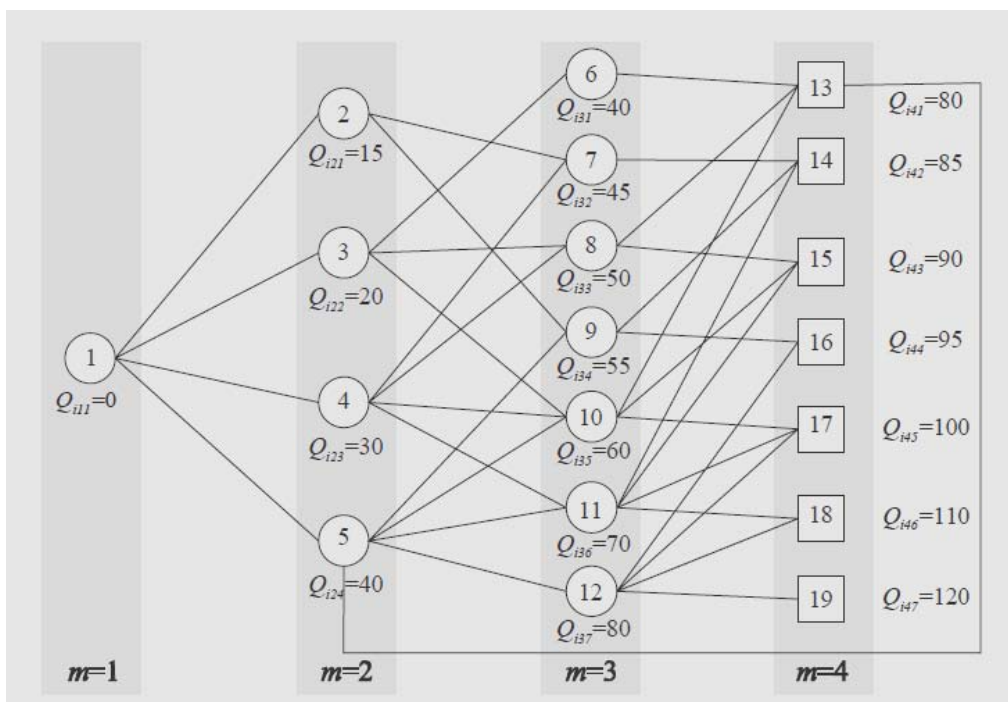
Ο περιορισμός για το απόθεμα μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον προσδιορισμό των χρονικών περιθωρίων έναρξης εξυπηρέτησης σε έναν κόμβο. Αυτό σημαίνει ότι τα χρονικά περιθώρια δρουν ως περιορισμοί για το απόθεμα και έτσι λαμβάνοντας υπόψη τις συσσωρευμένες ποσότητες μπορούμε να παραλείψουμε τον ακριβή περιορισμό. Αυτός ο τρόπος προσδιορισμού των χρονικών περιθωρίων μπορεί να περιορίσει τα χρονικά περιθώρια που δίνονται εξ αρχής και αυτά που υπολογίζονται.

Υπάρχει περίπτωση κάποια από τις πιθανές αφίξεις m να μην πραγματοποιηθεί. Τότε οι αφίξεις με μεγαλύτερο χαρακτηριστικό αριθμό m' με $m' > m$ θεωρούνται ως μη πραγματοποιήσιμες αφίξεις. Κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου μπορεί να προκύψουν λύσεις που δεν διατηρούν αυτό τον κανόνα, με αποτέλεσμα για $y_{im} = 1$ να έχουμε $y_{im'} = 0$ με $m' > m$. Για να αποφευχθούν τέτοιου είδους συμμετρικές λύσεις υπάρχει ο ακόλουθος περιορισμός για τις αφίξεις (i, m) που πιθανόν δεν πραγματοποιούνται:

$$(47) \quad y_{i(m+1)} + y_{im} \geq 0$$

- Όταν $y_{i(m+1)} = 1$ τότε ή $y_{im} = 1$ ή $y_{im} = 0$ και ισχύει $y_{i(m+1)} + y_{im} > 0$.
- Όταν $y_{i(m+1)} = 0$ τότε $y_{im} = 0$ και ισχύει $y_{i(m+1)} + y_{im} = 0$.

Η ελάχιστη συσσωρευμένη ποσότητα φόρτωσης Q_{MINi} σε ένα λιμάνι κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου καθορίζεται έτσι ώστε να βρίσκεται εντός των ορίων των αποθεμάτων μέχρι το τέλος της περιόδου. Αυτή η ποσότητα μπορεί να υπολογιστεί με την βοήθεια του περιορισμού για τα αποθέματα αν στην θέση της μεταβλητής Q_{imp} βάλουμε την Q_{MINi} και θεωρώντας ως $t_{im} = T$ όπου T είναι η ολοκλήρωση του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού.



Σχήμα 1.6 Το δίκτυο ενός λιμανιού εκφόρτωσης με τρεις πιθανές αφίξεις

Στο Σχήμα 1.6 απεικονίζεται το δίκτυο ενός εργοστασίου κατανάλωσης που δέχεται από δύο έως τρεις αφίξεις πλοίων το πολύ, εντός της προγραμματισμένης περιόδου. Έχουμε στη διάθεση μας έναν μικρό στόλο που αποτελείται από δύο πλοία χωρητικότητας 30 και 40 μονάδων. Το πλοίο χωρητικότητας 30 μονάδων μπορεί να φορτώσει ή να εκφορτώσει 15 και 30 μονάδες, ενώ το πλοίο χωρητικότητας 40 μονάδων μπορεί να φορτώσει ή να εκφορτώσει 40 μονάδες. Η πρώτη επίσκεψη στο λιμάνι γίνεται από κάποιο από τα διαθέσιμα πλοία και μπορούν να εκφορτωθούν 15, 30 ή 40 μονάδες ανάλογα με τις απαιτήσεις σε αμμωνία. Η ελάχιστη ποσότητα που ζητείται να εκφορτωθεί κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου είναι

$Q_{\min} = 80$. Η ελάχιστη αυτή απαίτηση μπορεί να καλυφθεί και με το λιγότερο δυνατό πλήθος αφίξεων, αν στις δύο αφίξεις εκφορτωθούν 40 μονάδες.

Όπως και στο υποπρόβλημα του πλοίου τα χρονικά περιθώρια υπάρχουν και στους κόμβους αλλά και στα τόξα. Η έναρξη των χρονικών περιθωρίων για την εξυπηρέτηση στο (i, m) εξαρτώνται από την ποσότητα που θα εκφορτωθεί. Μικρές ποσότητες φορτώνονται πιο σύντομα από τις μεγάλες ποσότητες. Αυτό σημαίνει ότι η έναρξη των χρονικών περιθωρίων σε έναν κόμβο μπορεί να προβλεφθεί από το τόξο που φεύγει από αυτόν.

1.4 Προπαρασκευαστικό στάδιο διαδικασίας επίλυσης και απλοποίηση του προβλήματος

1.4.1 Απλοποίηση του προβλήματος

Για κάθε εσωτερικό λιμάνι προσδιορίζεται ένα διάστημα για την ποσότητα φόρτωσης με βάση τον ρυθμό παραγωγής, τα επίπεδα αποθέματος και τα πλοία που μπορεί να φθάσουν στο λιμάνι. Για την απλοποίηση του προβλήματος γίνεται η διακριτοποίηση του μεγέθους της ποσότητας φόρτωσης. Αυτό θα επηρεάσει την δομή των υποπροβλημάτων των λιμανιών, η οποία θα γίνει πιο εύκολη. Το πλήθος των αφίξεων στο λιμάνι και η ποσότητα φόρτωσης σε αυτές παραμένουν άγνωστα. Επιπλέον διατηρούνται οι περιορισμοί για τα αποθέματα.

Εμπειρικά τα πλοία, ταξιδεύουν είτε άδεια είτε πλήρως φορτωμένα. Για κάθε πλοίο θεωρούνται μερικές δυνατές ποσότητες φόρτωσης. Οι δυνατές ποσότητες φόρτωσης εξαρτώνται από την χωρητικότητα των πλοίων και την πληροφορία που έχουμε για το επίπεδο αποθέματος.

Ωστόσο, θεωρούνται μερικές δεδομένες τιμές ποσότητας φόρτωσης για το μοντέλο και επιτρέπεται ως λύση ένας κυρτός συνδυασμός των ποσοτήτων αυτών βασιζόμενοι στην συζήτηση στην παράγραφο 1.3.2. Αν η ποσότητα φόρτωσης διαφοροποιηθεί σε πολλές τιμές, η εφικτή περιοχή του προβλήματος μεγαλώνει. Έτσι προτιμάται η διαίρεση της ποσότητας σε λίγες τιμές ώστε να προκύψει ένα απλοποιημένο μοντέλο για τον προγραμματισμό των πλοίων.

1.4.2 Απλοποίηση των δικτύων

Η πολυπλοκότητα και η έκταση του προβλήματος εξαρτάται από το πλήθος των πιθανών διαδρομών για τα πλοία. Αν επιτευχθεί η μείωση του αριθμού των κόμβων και των τόξων στα δίκτυα των πλοίων τότε η επίλυση του προβλήματος θα απλοποιηθεί.

Σε κάθε κόμβο αναφέρονται τα σχετικά χρονικά περιθώρια για τους πιθανούς χρόνους έναρξης εξυπηρέτησης στο λιμάνι. Αν το χρονικό επιτρεπτό διάστημα είναι μεγάλο μπορεί να προκύψουν μη επιτρεπτές διαδρομές, οι οποίες θα περιλαμβάνουν

κύκλους. Τουλάχιστον ένα ζεύγος (i, m) θα πραγματοποιείται δύο φορές, πράγμα που σύμφωνα με τους περιορισμούς του μοντέλου απαγορεύεται. Εάν τα χρονικά περιθώρια είναι στενά τέτοιου είδους λύσεις μπορεί να αποφευχθούν μέχρι ενός βαθμού με το πλήθος των κύκλων να μειώνεται.

Στην συνέχεια θα αναφερθούν τρόποι με τους οποίους το εύρος των χρονικών περιθωρίων και το πλήθος των κόμβων και των τόξων στα δίκτυα των πλοίων μπορούν να μειωθούν.

1.4.3 Μείωση του εύρους των χρονικών περιθωρίων

Έχει οριστεί ένα πιθανό χρονικό διάστημα για την έναρξη της εξυπηρέτησης σε κάθε (i, m) . Τα χρονικά περιθώρια δίνονται ρητά για τα εξωτερικά λιμάνια και για κάποια εσωτερικά. Για τα υπόλοιπα λιμάνια τα χρονικά περιθώρια υπολογίζονται σύμφωνα με την πληροφορία που ισχύει για τα αποθέματα και τους ρυθμούς παραγωγής ή κατανάλωσης. Όσο πιο στενά είναι τα χρονικά περιθώρια τόσο περισσότεροι κόμβοι θα διαγραφούν τελικά από τα δίκτυα των πλοίων και των λιμανιών. Χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που φέρουν οι διαδρομές των πλοίων αλλά και την γνώση για τα επίπεδα αποθεμάτων στα λιμάνια είναι δυνατή η προσαρμογή των χρονικών περιθωρίων για την επιθυμητή μείωση του αριθμού των κόμβων στα δίκτυα.

Κατά την έναρξη του χρονικού ορίζοντα είναι γνωστή η ακριβής θέση του πλοίου v και το πρώτο λιμάνι i που είναι προγραμματισμένο να ταξιδέψει προς. Αυτή η πληροφορία μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον επαναπροσδιορισμό των χρονικών περιθωρίων για τις επόμενες αφίξεις στο λιμάνι i και στα λιμάνια j που δεν αναμένουν άφιξη από κανένα πλοίο στην αρχή της προγραμματισμένης περιόδου. Έστω ότι το πλοίο v ταξιδεύει από το λιμάνι i στο λιμάνι j είτε απευθείας είτε με ενδιάμεσο σταθμό σε κάποιο άλλο λιμάνι. Ισχύει ότι:

*Αρχή χρονικών περιθωρίων στο λιμάνι j στην πρώτη άφιξη \geq
 Αρχή χρονικών περιθωρίων στο πρώτο λιμάνι i που επισκέπτεται το πλοίο v +
 Ελάχιστος χρόνος εξυπηρέτησης στο i +
 Συντομότερος χρόνος ταξιδιού προς το λιμάνι j .*

Σε πραγματικές συνθήκες του προβλήματος πάντα υπάρχει κάποιο λιμάνι στο οποίο έχει πρόσβαση μόνος ένας συγκεκριμένος τύπος πλοίου λόγω των καναλιών που παρεμβάλλονται στο ταξίδι. Έστω ότι το πλοίο v ταξιδεύει από το λιμάνι i στο λιμάνι j στο οποίο μόνο το πλοίο v έχει πρόσβαση. Έστω ότι και το τυχαίο λιμάνι x δέχεται αφίξεις από πλοία ίδιου τύπου με το λιμάνι j . Ισχύει ότι η αρχή των χρονικών περιθωρίων στο λιμάνι j μπορεί να καθυστερήσει όταν:

*Νωρίτερος χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης στο $(j, n-1)$ +
 Ελάχιστος χρόνος εξυπηρέτησης στο $(j, n-1)$ +
 Ελάχιστος χρόνος ταξιδιού προς το λιμάνι x +
 Επιστροφή από το λιμάνι x προς το λιμάνι $j \geq$
 Υπάρχουσα αρχή χρονικών περιθωρίων στο (j, n) .*

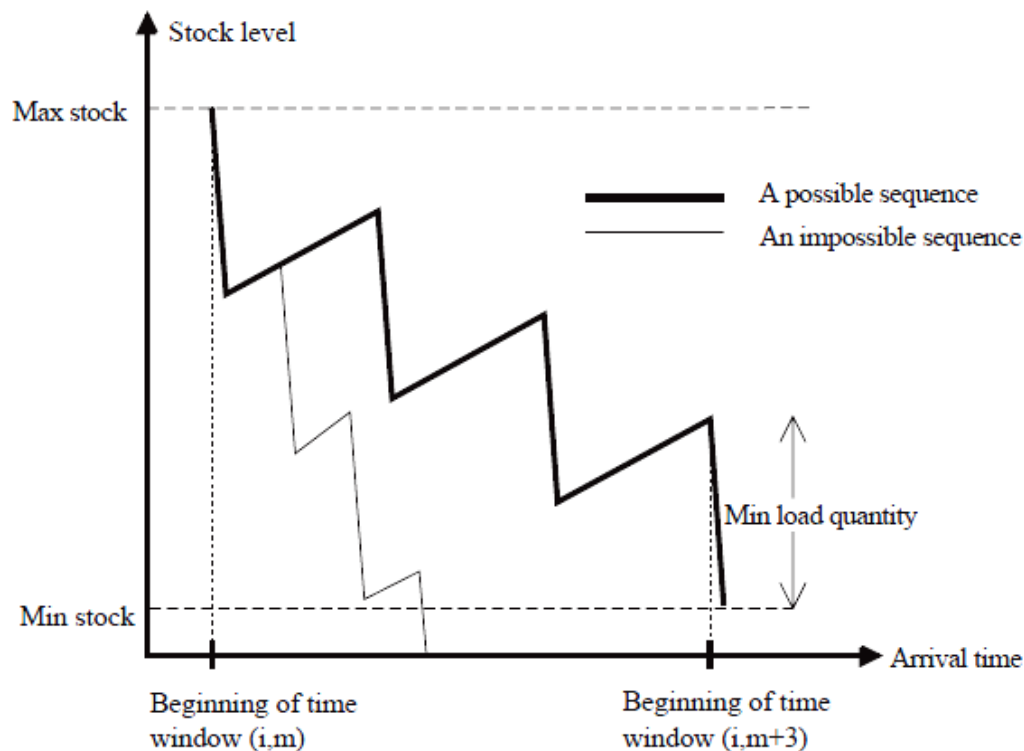
Ακολουθώντας την ίδια λογική γίνεται η μείωση του τέλους των χρονικών περιθωρίων για την έναρξη της εξυπηρέτησης για τα λιμάνια που τα επισκέπτονται συγκεκριμένα πλοία.

Στην μείωση του εύρους των χρονικών περιθωρίων συμβάλλουν και οι πληροφορίες που έχουμε για τα αποθέματα: τα επίπεδα αποθεμάτων, ο ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης και το αρχικό επίπεδο αποθέματος κατά την έναρξη του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού. Δεν είναι εφικτό να πραγματοποιούνται πολλές αφίξεις σύντομα, λόγω των επιτρεπτών ορίων για τα αποθέματα. Αυτά πρέπει να παρακολουθούνται για όλες τις αφίξεις σε όλα τα λιμάνια.

Σε ένα λιμάνι φόρτωσης είναι απαραίτητο το απόθεμα να βρίσκεται πάνω από το κατώτερο όριο κατά το πέρας της διαδικασίας φόρτωσης. Θεωρούμε τα χρονικά περιθώρια για τις αφίξεις από το (i, m) στο (i, n) με $n > m$. Ισχύει ότι:

*Μέγιστο επίπεδο αποθέματος στην αρχή εξυπηρέτησης του (i, m) +
 Παραγωγή από την άφιξη στο (i, m) μέχρι το τέλος φόρτωσης στο (i, n) –
 Ελάχιστη ποσότητα φόρτωσης σε κάθε άφιξη από m έως $n >$
 Ελάχιστο επίπεδο αποθέματος.*

Σύμφωνα με τον περιορισμό μπορούν να επαναπροσδιοριστούν τα χρονικά περιθώρια στο (i, n) .



Σχήμα 1.7 Επαναπροσδιορισμός της αρχής των χρονικών περιθωρίων σε εργοστάσιο παραγωγής

Η συμπαγής γραμμή στο Σχήμα 1.7 απεικονίζει μία εφικτή αλληλουχία επισκέψεων από την άφιξη m μέχρι την άφιξη $m+3$. Η αρχή των χρονικών περιθωρίων στην άφιξη $m+3$ είναι ο νωρίτερος δυνατός χρόνος έναρξης των χρονικών περιθωρίων και μπορεί να αλλάξει σύμφωνα με την πληροφορία που έχουμε για τα αποθέματα. Κάνοντας μία λάθος εκτίμηση λαμβάνεται η αλληλουχία που αντιστοιχεί στη λεπτή γραμμή. Σ' αυτή την περίπτωση η παραγωγή στο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την έναρξη των χρονικών περιθωρίων στην άφιξη m έως την έναρξη των χρονικών περιθωρίων στην άφιξη $m+3$ είναι μικρή. Το αποτέλεσμα είναι τελικά να μην μπορεί να φορτωθεί η ελάχιστη απαίτηση σε αμμωνία στην άφιξη $m+3$. Κατά αντιστοιχία είναι δυνατές ανέφικτες αλληλουχίες στα λιμάνια εκφόρτωσης επαναπροσδιορίζοντας το τέλος των χρονικών περιθωρίων σε κάθε άφιξη.

Τα ανώτερα όρια αποθέματος κατά την έναρξη της εξυπηρέτησης μπορεί να δημιουργήσουν πρόβλημα σε εργοστάσια παραγωγής ενώ τα κατώτερα όρια αποθέματος πρέπει να αποφεύγονται στα εργοστάσια κατανάλωσης. Έτσι, αν σε κάποια άφιξη το επίπεδο αποθέματος είναι πολύ κοντά στα μέγιστα ή ελάχιστα επιτρεπτά όρια το εύρος των χρονικών περιθωρίων πρέπει διαμορφωθεί κατάλληλα, μπορεί να μειωθεί ώστε να μην παραβιάζεται αυτός ο περιορισμός.

Σύμφωνα με αυτή την παραδοχή αρχικά γίνονται δοκιμές προσαρμόζοντας τα χρονικά περιθώρια σε κάποιο (i, m) χωρίς να μεταβληθούν τα χρονικά περιθώρια σε άλλους κόμβους. Η κατάλληλη μείωση των διαστημάτων των χρονικών περιθωρίων και η διαγραφή κόμβων και τόξων έχει επίδραση σε όλα τα δίκτυα. Επαναλαμβάνοντας συνεχώς τις δοκιμές εξασφαλίζεται μία συνεχής μείωση των διαστημάτων των χρονικών περιθωρίων και μία ολοένα απλοποίηση των δικτύων και κατ' επέκταση της διαδικασίας επίλυσης.

Όταν οι δοκιμές γίνονται στην αρχή των χρονικών περιθωρίων για κάποια άφιξη τότε οι επόμενες αφίξεις στο ίδιο λιμάνι ρυθμίζονται εάν η αρχή των χρονικών περιθωρίων στην προηγούμενη άφιξη είναι μεγαλύτερη από κάθε αρχή χρονικών περιθωρίων για τις επόμενες αφίξεις.

1.4.4 Περιορισμός των εφικτών διαδρομών

Σ' αυτή την παράγραφο θα περιγράψουν μερικοί λόγοι που επιτρέπουν την μείωση κόμβων και τόξων σε κάποιο δίκτυο πλοίου. Οι τετράγωνοι κόμβοι που αντιπροσωπεύουν την αρχική θέση του πλοίου δεν έχουν εισερχόμενα τόξα. Τα τόξα μεταξύ δύο κόμβων δηλώνουν ότι το πλοίο μπορεί να πλεύσει απευθείας ανάμεσα στα αντίστοιχα λιμάνια.

Μερικά εργοστάσια παράγουν ή καταναλώνουν μεγάλη ποσότητα αμμωνίας και έτσι η ελάχιστη δυνατή απαίτηση ποσότητας φόρτωσης είναι αναλόγως μεγάλη. Σε πραγματικές συνθήκες του προβλήματος είναι δυνατό ένα πλοίο ν να μην μπορεί να ταξιδέψει και να εξυπηρετήσει δύο λιμάνια διαδοχικά λόγω της μικρής χωρητικότητας του. Τα λιμάνια αυτά θα είναι ίδιου τύπου, δηλαδή, είτε φόρτωσης είτε εκφόρτωσης. Αν το πλοίο ν μικρής χωρητικότητας καταλάβει διαδοχικά τους κόμβους $(i, m) \rightarrow (j, n)$, όπου i, j είναι λιμάνια παραγωγής, αρχικά θα φορτώσει ορισμένη ποσότητα στο λιμάνι i πράγμα που στην συνέχεια θα το περιορίσει ώστε να φορτώσει την απαιτούμενη ποσότητα στο λιμάνι j . Αντίστοιχα, αν καταλάβει διαδοχικά τους κόμβους $(i, m) \rightarrow (j, n)$, όπου i, j είναι λιμάνια κατανάλωσης, αρχικά θα εκφορτώσει την ζητούμενη ποσότητα στο λιμάνι i ενώ στην συνέχεια δεν θα μπορεί να κάνει το ίδιο. Τελικά, τα τόξα που συνδέουν τέτοια λιμάνια στο δίκτυο του πλοίου ν μπορούν να εξαλειφθούν, αν η ποσότητα φόρτωσης που απαιτείται και στα δύο λιμάνια είναι μεγαλύτερη από την συνολική χωρητικότητα του πλοίου.

Εάν είναι αδύνατο το πλοίο να πλεύσει κατά την διαδρομή $(i, m) \rightarrow (j, n)$ ή να φτάσει εντός των προγραμματισμένων χρονικών περιθωρίων και στα δύο λιμάνια τότε το τόξο που συνδέει τα αντίστοιχα λιμάνια διαγράφεται οριστικά. Η απόφαση για την οριστική διαγραφή του τόξου που ενώνει τα i, j λαμβάνεται όταν:

Αρχή χρονικών περιθωρίων στο (i, m) +
Ελάχιστος χρόνος εξυπηρέτησης στο (i, m) +
Ελάχιστος χρόνος ταξιδιού μέχρι το (j, n) >
Τέλος χρονικών περιθωρίων στο (j, n) .

Ο λήπτης απόφασης έχει την ευχέρεια να εξαλείψει οποιοδήποτε συνδυασμό κρίνει απαραίτητο, σύμφωνα με την εμπειρία και την διορατικότητα του. Μάλιστα, είναι δυνατόν στη διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου να λάβει κάποια πληροφορία που ορίζει το πρόβλημα εκ νέου. Αυτό δίνει έναν καλύτερο έλεγχο των πραγμάτων ώστε το πρόβλημα τελικά να γίνεται περισσότερο ρεαλιστικό.

Στις περιπτώσεις όπου κάποιο λιμάνι εξυπηρετείται από ένα και μοναδικό πλοίο του στόλου μπορεί και πάλι να διαγράφονται τόξα στο δίκτυο του συγκεκριμένου πλοίου. Έστω ότι το λιμάνι i λόγω της ιδιαίτερης τοποθεσίας του εξυπηρετείται μόνο από το πλοίο ν κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου. Το πλοίο ν έχει αναλάβει να διασφαλίσει την σωστή λειτουργία του εργοστασίου i . Η διαδρομή $(i, m) \rightarrow (j, n)$ δεν πραγματοποιείται αν δεν υπάρχει επάρκεια χρόνου ώστε το πλοίο να επιστρέψει και να εξυπηρετήσει την $(i, m+1)$ εντός των χρονικών περιθωρίων, άρα η διαδρομή $(i, m) \rightarrow (j, n)$ πραγματοποιείται μόνο όταν μπορεί να πραγματοποιηθεί η διαδρομή $(i, m) \rightarrow (j, n) \rightarrow (i, m+1)$.

1.5 Ισχυροποίηση των περιορισμών για τα αποθέματα

1.5.1 Εμπλουτισμός του πραγματικού προβλήματος με νέα δεδομένα

Η ενότητα αυτή εξακολουθεί να πραγματεύεται το πραγματικό πρόβλημα μεταφοράς ενός προϊόντος που διαχειρίζεται η εταιρεία Norsk Hydro ASA, δίνοντας μεγαλύτερη έμφαση στην μη παραβίαση των επιτρεπτών ορίων για τα αποθέματα. Κατά τα γνωστά, πρόκειται για το συνδυαστικό πρόβλημα του προγραμματισμού δρομολόγησης ενός στόλου πλοίων και της διαχείρισης αποθεμάτων στις εγκαταστάσεις της εταιρείας. Ένα μοναδικό προϊόν παράγεται στα εργοστάσια κατανάλωσης τα οποία είναι εγκατεστημένα είτε στα λιμάνια φόρτωσης (είτε κοντά σε αυτά) και διανέμεται στα εργοστάσια κατανάλωσης που τοποθετούνται στα λιμάνια εκφόρτωσης.

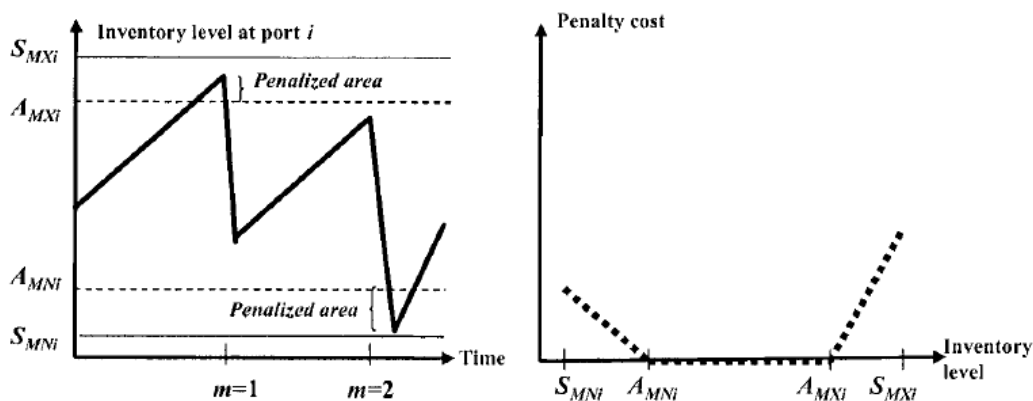
Για την διασφάλιση της μη παραβίασης των αυστηρών επιτρεπτών ορίων για τα αποθέματα στα λιμάνια, δημιουργούνται νέα όρια τα οποία εμπεριέχονται σ' αυτά. Τα νέα όρια λειτουργούν προειδοποιητικά όταν το απόθεμα τα ξεπερνά και τείνει να καλύψει τα αυστηρά όρια. Στην περίπτωση που το απόθεμα βρίσκεται εντός της περιοχής που ορίζουν τα άνω αυστηρά και προειδοποιητικά όρια και της περιοχής που ορίζουν τα κάτω αυστηρά και προειδοποιητικά όρια επιβάλλεται χρηματική ποινή ανάλογη του μεγέθους της παραβίασης. Καθώς ο αντικειμενικός στόχος της εταιρείας

είναι η επιτυχής διανομή του προϊόντος με το ελάχιστο δυνατό κόστος, αποφεύγεται σθεναρά η εν λόγω παραβίαση.

1.5.2 Εισαγωγή των προειδοποιητικών ορίων αποθέματος (alarm levels)

Η ναυτιλιακή βιομηχανία διακατέχεται συχνά από την αβεβαιότητα για την επιτυχή πραγματοποίηση των προγραμματισμένων ταξιδιών των πλοίων εντός των επιθυμητών χρόνων. Ακόμα, πολλές φορές έρχεται αντιμέτωπη με δυσμενείς καιρικές συνθήκες στην θάλασσα ή με διάφορα μηχανικά προβλήματα που εξαναγκάζουν την περαιτέρω αναμονή των πλοίων στα λιμάνια. Για να ληφθεί υπόψη η αβεβαιότητα αυτή σε ένα ντετερμινιστικό μοντέλο, μπορούν να τεθούν νέα προειδοποιητικά ανώτερα και κατώτερα όρια αποθέματος στα λιμάνια, ώστε τα αυστηρά όρια να μην επιτευχθούν. Όσο πιο ισχυρές είναι αυτές οι προσαρμογές τόσο λιγότερο πιθανή είναι η υπέρβαση των αυστηρών ορίων.

Για την αποφυγή της παραβίασης των επιπέδων αποθέματος στα εργοστάσια οριοθετείται ένα νέο μικρότερο διάστημα αποθέματος στα λιμάνια με την χρήση προειδοποιητικών ορίων (alarm levels/soft inventory bounds) εντός των αυστηρών ορίων (hard inventory bounds). Για την ισχυροποίηση αυτής της θέσης, μπορούν να τεθούν ποινές (penalty) όταν υπερβαίνονται τα προειδοποιητικά αυτά όρια. Για παράδειγμα, μεγάλες ποινές μπορούν να σχετίζονται με λιμάνια όπου υπάρχει μεγάλος ρυθμός παραγωγής και μικρός χώρος αποθήκευσης ή όταν τα προειδοποιητικά όρια βρίσκονται πολύ κοντά στα αυστηρά όρια. Αντίθετα, μικρές ποινές μπορούν να αποδίδονται στα λιμάνια με μεγαλύτερη ευελιξία.



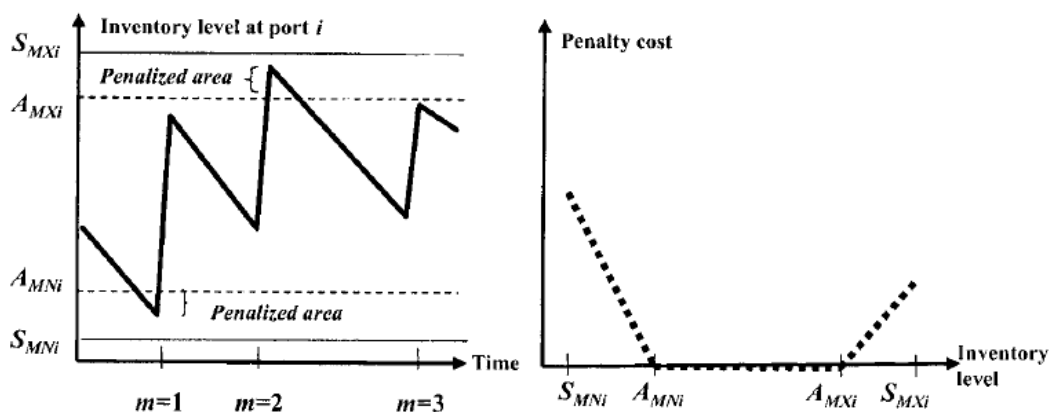
Σχήμα 1.8 α) Το επίπεδο αποθέματος και β) Συναρτήσεις ποινών σε ένα λιμάνι φόρτωσης

Στο Σχήμα 1.8α) δίνεται το επίπεδο αποθέματος κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου σε ένα εργοστάσιο παραγωγής. Τα αυστηρά όρια για το επίπεδο αποθέματος είναι $[S_{MNi}, S_{MXi}]$, ενώ τα όρια για το επίπεδο αποθέματος δίνονται

από τα προειδοποιητικά όρια $[A_{MNI}, A_{MXi}]$. Στην εικόνα 1.8α) η πρώτη άφιξη στο λιμάνι γίνεται καθυστερημένα και το επίπεδο αποθέματος ξεπερνά το άνω προειδοποιητικό όριο με αποτέλεσμα να επιβάλλεται ποινή. Ομοίως, καθυστερημένα πραγματοποιείται και η δεύτερη άφιξη στο λιμάνι ενώ το επίπεδο αποθέματος είναι κάτω από το προειδοποιητικό όριο κατά την αναχώρηση του πλοίου.

Είναι πιο κρίσιμο το πλοίο να καθυστερήσει από το να φθάσει νωρίτερα σε ένα εργοστάσιο παραγωγής, καθώς είναι πιθανό να σταματήσει η παραγωγή. Έτσι, στην εικόνα 1.8β) βλέπουμε ότι οι ποινές που επιβάλλονται για την παραβίαση των κατώτερων προειδοποιητικών ορίων είναι μικρότερες από τις ποινές που επιβάλλονται όταν παραβιάζονται τα ανώτερα προειδοποιητικά όρια. Αντιλαμβανόμαστε ότι η κάλυψη του αποθηκευτικού χώρου στα λιμάνια έχει περισσότερες επιπτώσεις για την εταιρεία σε σχέση με την κάλυψη της χωρητικότητας στα πλοία.

Στην εικόνα 1.8β), απεικονίζεται μία γραμμική συνάρτηση ποινής στην οποία το κόστος είναι αναλόγως αυξανόμενο με το μέγεθος της παραβίασης. Κάθε μονάδα κόστους ποινής διαφοροποιείται σε κάθε λιμάνι λόγω των διαφορετικών ρυθμών παραγωγής ή κατανάλωσης, των αυστηρών ορίων αποθέματος και των προειδοποιητικών ορίων. Η συνάρτηση κόστους και τα προειδοποιητικά όρια προσδιορίζονται από κοινού. Αυτό σημαίνει ότι αλλαγές στα προειδοποιητικά όρια επιφέρουν μεταβολή του διαστήματος που ορίζουν και κατά συνέπεια επηρεάζουν τις συναρτήσεις κόστους. Επιπλέον, τα προειδοποιητικά όρια πρέπει να είναι ήπια. Έτσι, είναι δυνατόν να μεταφέρονται στα αυστηρά όρια.



Σχήμα 1.9 α) Το επίπεδο αποθέματος και β) Συναρτήσεις ποινών σε ένα λιμάνι εκφόρτωσης

Στο Σχήμα 1.9 δίνεται το επίπεδο αποθέματος κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου σε ένα λιμάνι εκφόρτωσης και τις σχετικές ποινές ως

συναρτήσεις του επιπέδου αποθέματος. Στην εικόνα 1.9α) εντοπίζουμε τρεις αφίξεις πλοίων στο λιμάνι εκφόρτωσης κατά την προγραμματισμένη περίοδο. Σε αντίθεση με κάποιο λιμάνι φόρτωσης είναι σημαντικό να εξασφαλιστεί ότι το επίπεδο αποθέματος είναι μεγαλύτερο από το κατώτερο δυνατό όταν ξεκινά η εκφόρτωση προϊόντος και μικρότερο από το ανώτερο δυνατό όταν η εκφόρτωση προϊόντος ολοκληρώνεται. Για ένα λιμάνι εκφόρτωσης, όπως φαίνεται στην εικόνα 1.9β), είναι πιο κρίσιμο το κατώτερο όριο αποθέματος και αυτό μεταφέρεται στις ποινές όπου η κλίση της συνάρτησης στο κατώτερο όριο είναι μεγαλύτερη.

Ο στόλος λειτουργεί με μία γνωστή μέση ταχύτητα. Πρακτικά όμως, είναι πιθανό ο κυβερνήτης του πλοίου να αυξήσει την ταχύτητα του προκειμένου να καταφθάσει στο λιμάνι στον επιθυμητό χρόνο επιβαρύνοντας με επιπλέον κόστος. Η κατάσταση αυτή δεν μπορεί να μοντελοποιηθεί εύκολα αλλά με την εισαγωγή των συναρτήσεων ποινών γίνεται μια προσέγγισή της.

Ο αντικειμενικός στόχος της εταιρείας είναι η ελαχιστοποίηση του κόστους μεταφοράς του προϊόντος. Επιπλέον, λαμβάνεται υπόψη και το κόστος παραβίασης των προειδοποιητικών ορίων αποθέματος σαν προσπάθεια για την μη προσέγγιση των αυστηρών ορίων αποθέματος. Ταυτόχρονα, δίνεται προσοχή στα χρονικά περιθώρια, στην χωρητικότητα των πλοίων και στα φορτία που φορτώνονται ή εκφορτώνονται. Στην συνέχεια θα παρατεθεί το αναλυτικό μαθηματικό μοντέλο για το υπό συζήτηση πρόβλημα.

1.5.3 Το αναλυτικό μοντέλο

Το πρόβλημα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων μοντελοποιείται από τους Christiansen and Nygreen (2005) ως ένα ντετερμινιστικό πρόβλημα ελαχιστοποίησης κόστους. Για διευκόλυνση, θα παραλείπονται οι αρχικές και οι τελικές συνθήκες που αφορούν στην θέση των πλοίων, στο φορτίο εντός των πλοίων και στα επίπεδα αποθέματος στα λιμάνια. Στόχος είναι η μοντελοποίηση του προβλήματος διατηρώντας μια σχετικά μικρή διάσταση.

Δίνεται ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται για την μαθηματική διατύπωση του προβλήματος:

H_T : Το σύνολο όλων των λιμανιών, με $i, j \in H_T$.

H_p : Το σύνολο όλων των λιμανιών φόρτωσης, με $H_p \subset H_T$.

H_D : Το σύνολο όλων των λιμανιών εκφόρτωσης, με $H_D \subset H_T$.

V : Το σύνολο όλων των πλοίων για τα οποία θα προγραμματιστούν οι διαδρομές τους, με $v \in V$.

M_{Ti} : Το σύνολο των πιθανών αφίξεων στο λιμάνι i , με $m, n \in M_{Ti}$.

S_N : Το σύνολο των κόμβων σε ένα δίκτυο ροής. Οι κόμβοι δηλώνουν τις πιθανές αφίξεις σε ένα λιμάνι i , με $(i, m) \in N$ όπου $i \in H_T$, $m \in M_{Ti}$.

A_v : Το σύνολο των εφικτών τόξων για το πλοίο v . Τα τόξα συνδέουν τα λιμάνια που εξυπηρετεί το πλοίο v , με $A_v \subset \{(i, m) | i \in H_v, m \in M_{iv}\} \times \{(i, m) | i \in H_v, m \in M_{iv}\}$.

$$x_{imjnv} = \begin{cases} 1 & \text{όταν το πλοίο } v \text{ μπορεί να πλεύσει απευθείας} \\ & \text{από το } (i, m) \text{ στο } (j, n) \text{ με } (i, m, j, n) \in A_v, v \in V \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$y_{im} = \begin{cases} 1 & \text{αν δεν πραγματοποιηθεί η άφιξη } m \\ & \text{στο λιμάνι } i, \text{ με } i \in I, m \in M_{Ti} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

T_{Qi} : Ο απαιτούμενος χρόνος φόρτωσης μίας μονάδας προϊόντος στο λιμάνι i .

T_{Sijv} : Ο χρόνος ταξιδιού του πλοίου v από το λιμάνι i στο λιμάνι j .

$|T_{WSim}, T_{WMim}|$: Το χρονικό διάστημα έναρξης εξυπηρέτησης στο (i, m) .

T_{Bi} : Ο ελάχιστος χρόνος που παρεμβάλλεται μετά την αναχώρηση κάποιου πλοίου μέχρι την άφιξη του επόμενου στο λιμάνι i .

t_{im} : Ο χρόνος έναρξης της εξυπηρέτησης, με $i \in H_T$, $m \in M_{Ti}$.

$|Q_{MNim}, Q_{MXimv}|$: Το διάστημα ποσοτήτων φόρτωσης όπου Q_{MNim} είναι η ελάχιστη ποσότητα φόρτωσης και Q_{MXimv} είναι η μέγιστη ποσότητα φόρτωσης στο (i, m) από το πλοίο v .

C_{APv} : Η χωρητικότητα του πλοίου v .

$|S_{MNi}, A_{MNi}|$: Το κάτω προειδοποιητικό διάστημα αποθέματος με την σχετική ποινή ανά μονάδα προϊόντος C_{Pi}^- .

$|A_{MXi}, S_{MXi}|$: Το άνω προειδοποιητικό διάστημα αποθέματος με την σχετική ποινή ανά μονάδα προϊόντος C_{Pi}^+ .

R_i : Ο ρυθμός παραγωγής ή κατανάλωσης στο λιμάνι i με θετικές ή αρνητικές τιμές αντίστοιχα.

J_i : Η σταθερά η οποία παίρνει την τιμή $J_i = 1$ εάν το λιμάνι i είναι λιμάνι φόρτωσης και την τιμή $J_i = -1$ αν το λιμάνι i είναι λιμάνι εκφόρτωσης.

- l_{imv} : Η ποσότητα εντός του πλοίου v κατά την αναχώρηση του από το (i, m) , με $v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti}$.
- q_{Vimv} : Η ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται στο (i, m) , με $v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti}$.
- s_{im} : Το απόθεμα κατά την έναρξη της εξυπηρέτησης στο λιμάνι i , με $i \in H_T, m \in M_{Ti}$.
- s_{Eim} : Το απόθεμα κατά την λήξη της εξυπηρέτησης στο λιμάνι i , με $i \in H_T, m \in M_{Ti}$.
- a_{im}^- : Η ποσότητα αποθέματος που βρίσκεται κάτω από το κάτω προειδοποιητικό όριο στο λιμάνι i , A_{MNi} .
- a_{im}^+ : Η ποσότητα αποθέματος που βρίσκεται πάνω από το άνω προειδοποιητικό όριο στο λιμάνι i , A_{MXi} .
- C_{ijv} : Το συνολικό κόστος ταξιδιού από το λιμάνι i προς το λιμάνι j που περιλαμβάνει τα έξοδα παραμονής στα λιμάνια, τα έξοδα διοδίων και τα έξοδα για τα καύσιμα.

Η αντικειμενική συνάρτηση

Ο αντικειμενικός σκοπός της εταιρείας είναι η ελαχιστοποίηση του συνολικού κόστους μεταφοράς, λαμβάνοντας υπόψη και τις συνολικές ποινές για την παραβίαση των προειδοποιητικών ορίων των αποθεμάτων:

$$(48) \quad z = \sum_{v \in V} \sum_{(i,m,j,n) \in A_v} C_{ijv} x_{imjnv} + \sum_{i \in H_T} \sum_{m \in M_{Ti}} (C_{Pi}^- a_{im}^- + C_{Pi}^+ a_{im}^+)$$

Περιορισμοί για τις διαδρομές των πλοίων και τις επισκέψεις στα λιμάνια

$$(49) \quad \sum_{v \in V} \sum_{j \in H_T} \sum_{n \in M_{Tj}} x_{jnimv} + y_{im} = 1, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(50) \quad \sum_{j \in H_T} \sum_{n \in M_{Tj}} x_{jnimv} - \sum_{j \in H_T} \sum_{n \in M_{Tj}} x_{imjnv} = 0, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(51) \quad y_{im} - y_{i(m-1)} \geq 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti} - \{1\},$$

Περιορισμοί για τους χρόνους άφιξης

$$(52) \quad x_{imjnv} \left[t_{im} + T_{Qi} q_{Vimv} + T_{Sijv} - t_{jn} \right] \leq 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(53) \quad T_{WSim} \leq t_{im} \leq T_{WEim}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(54) \quad \left[t_{im} - t_{i(m-1)} + T_{Bi} y_{im} - \sum_{v \in V} T_{Qi} q_{Vi(m-1)v} \right] \geq T_{Bi}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Περιορισμοί για τα φορτία των πλοίων

$$(55) \quad x_{imjnv} [l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv}] = 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(56) \quad l_{imv} - \sum_{j \in H_T} \sum_{n \in M_{Tj}} C_{APv} x_{imjnv} \leq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(57) \quad q_{Vimv} - \sum_{j \in H_T} \sum_{n \in M_{Tj}} Q_{MXimv} x_{imjnv} \leq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(58) \quad \sum_{v \in V} q_{Vimv} - Q_{MNim} y_{im} \leq Q_{MNim}, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Περιορισμοί για τα αποθέματα στα λιμάνια

$$(59) \quad s_{i(m-1)} + \left[- \sum_{v \in V} J_i q_{Vi(m-1)v} + R_i (t_{im} - t_{i(m-1)}) \right] - s_{im} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(60) \quad s_{Eim} + \sum_{v \in V} (J_i - R_i T_{Qi}) q_{Vimv} - s_{im} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(61) \quad s_{im} - a_{im}^+ \leq A_{MXi}, \quad \forall i \in H_P, m \in M_{Ti},$$

$$(62) \quad s_{Eim} - a_{im}^+ \leq A_{MXi}, \quad \forall i \in H_D, m \in M_{Ti},$$

$$(63) \quad s_{im} - a_{im}^- \geq A_{MNi}, \quad \forall i \in H_P, m \in M_{Ti},$$

$$(64) \quad s_{im} - a_{im}^- \geq A_{MNi}, \quad \forall i \in H_D, m \in M_{Ti},$$

$$(65) \quad a_{im}^- \leq A_{MNi} - S_{MNi}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(66) \quad a_{im}^+ \leq S_{MNi} - A_{MNi}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Περιορισμοί για τον ορισμό μεταβλητών

$$(67) \quad x_{imjnv} \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(68) \quad y_{im} \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(69) \quad t_{im}, s_{im}, s_{Eim}, a_{im}^-, a_{im}^+ \geq 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(70) \quad l_{imv}, q_{Vimv} \geq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti}.$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (48) ελαχιστοποιεί το συνολικό κόστος μεταφοράς προϊόντος. Ο περιορισμός (49) εξασφαλίζει ότι κάθε (i, m) πραγματοποιείται μία φορά,

άρα δεν υπάρχει περίπτωση να έχουμε ότι μία άφιξη με αριθμό m πραγματοποιήθηκε δύο φορές στο ίδιο λιμάνι i . Ο περιορισμός (50) εκφράζει ότι το πλοίο v μπορεί να κατευθυνθεί από το λιμάνι $j \in H_T$ προς το λιμάνι $i \in H_T$ και στην συνέχεια να αναχωρήσει από το λιμάνι i κατευθυνόμενο προς το προκάτοχο λιμάνι j ή προς διαφορετικό προορισμό. Στον περιορισμό αυτό, γίνεται αντιληπτή η απουσία της μεταβλητής τέλους z_{imv} η οποία αναφέρεται στις τελικές συνθήκες για το πλοίο χάριν ευκολίας. Για να αποφευχθούν πιθανές λύσεις που δεν δίνουν λογικό νόημα, κατασκευάζεται ο περιορισμός (51) για τις αφίξεις (i, m) που πιθανόν δεν πραγματοποιούνται. Αυτό σημαίνει ότι αν $y_{im} = 1$ τότε και για τις αφίξεις με μεγαλύτερο χαρακτηριστικό αριθμό m' με $m' > m - 1$ θα έχουμε $y_{im'} = 1$. Εάν κανένα πλοίο δεν επισκεφτεί το (i, m) , τότε θεωρούμε ότι η άφιξη αυτή πραγματοποιείται από ένα φανταστικό πλοίο. Δηλαδή, οι αφίξεις με μεγαλύτερο χαρακτηριστικό αριθμό m' , με $m' > m - 1$ αναθέτονται σε φανταστικά πλοία.

Ο περιορισμός (52) παρακολουθεί τον χρόνο που μεσολαβεί μεταξύ των αφίξεων στα λιμάνια i, j όταν το πλοίο v πλέει απευθείας από το λιμάνι i προς το λιμάνι j .

Ο περιορισμός (53) παρουσιάζει τα χρονικά περιθώρια έναρξης της εξυπηρέτησης στο (i, m) . Όταν κανένα πλοίο δεν πραγματοποιεί το (i, m) λαμβάνουμε έναν πλασματικό χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης εντός των χρονικών περιθωρίων από ένα φανταστικό πλοίο. Ο περιορισμός (54) εμποδίζει την αλληλοεπικάλυψη των εξυπηρετήσεων ενώ ταυτόχρονα διασφαλίζεται η σωστή σειρά των επισκέψεων στο λιμάνι. Ένα πλοίο ξεκινά την εξυπηρέτηση αφού προηγουμένως έχει ολοκληρωθεί η εξυπηρέτηση από το προηγούμενο πλοίο. Ο περιορισμός (55) δείχνει την σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις μεταβλητές ροής και στο φορτίο του πλοίου σε κάθε άφιξη στο λιμάνι. Η ποσότητα προϊόντος εντός του πλοίου κατά την αναχώρηση του από κάποιο λιμάνι εξαρτάται από την ποσότητα που υπήρχε κατά την άφιξη του σ' αυτό και την ποσότητα που φορτώθηκε ή εκφορτώθηκε. Ο περιορισμός (56) επιβλέπει την συνολική χωρητικότητα του πλοίου. Έτσι, η ποσότητα εντός του πλοίου ύστερα από κάθε αναχώρηση είναι μικρότερη ή ίση από την συνολική χωρητικότητα του. Οι περιορισμοί (57) και (58) είναι περιορισμοί για την ποσότητα φόρτωσης στο πλοίο και στο λιμάνι αντίστοιχα.

Από τον περιορισμό (59) βρίσκουμε το επίπεδο αποθέματος σε κάθε (i, m) από το επίπεδο αποθέματος στην προηγούμενη άφιξη $(i, m - 1)$ το οποίο αναθεωρείται με βάση την ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης και την ποσότητα που παράχθηκε ή καταναλώθηκε μεταξύ των δύο αφίξεων. Από τον περιορισμό (60) υπολογίζουμε το απόθεμα στις αναχωρήσεις των πλοίων από το απόθεμα κατά τις αφίξεις, την ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης και την ποσότητα που παράχθηκε ή καταναλώθηκε μεταξύ της άφιξης και της αναχώρησης. Στους περιορισμούς (61) έως (66) δίνονται οι απαιτήσεις που αφορούν στο απόθεμα λαμβάνοντας υπόψη τα προειδοποιητικά όρια

και την ποσότητα αποθέματος που τα ξεπερνά. Οι περιορισμοί (67)-(70) δίνουν τους ορισμούς των μεταβλητών που χρησιμοποιήθηκαν.

Οι περιορισμοί (52) και (55) που είναι μη γραμμικοί μπορούν να γραμμικοποιηθούν (Christiansen, 1999, Hwang, 2005) ως εξής:

$$(71) \quad t_{im} + T_{Qi}q_{Vimv} + T_{Sijv} - t_{jn} + x_{imjnv}T \leq T, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(72) \quad l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv} + C_{APv}x_{imjnv} \leq C_{APv}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(73) \quad l_{imv} + J_j q_{Vjnv} - l_{jnv} + C_{APv}x_{imjnv} \geq -C_{APv}, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

1.6 Διάσπαση του προβλήματος

1.6.1 Ανακατασκευή του αναλυτικού μοντέλου

Σ' αυτή την παράγραφο θα γίνει μία προσπάθεια διαμόρφωσης του αναλυτικού μοντέλου με τη διάσπαση του σε τρία μέρη. Ουσιαστικά, οι περιορισμοί θα αναδιατυπωθούν κατά τέτοιο τρόπο ώστε να είναι φανερή η διάκριση των απαιτήσεων στα λιμάνια και των απαιτήσεων στα πλοία. Ο λόγος αυτής της διάσπασης είναι η πολυπλοκότητα του μοντέλου η οποία δυσκολεύει την εύρεση της βέλτιστης λύσης και τη χρήση της προσεγγιστικής μεθόδου Column Generation.

Η άμεση διάσπαση του προβλήματος δεν μπορεί να γίνει λόγω των μεταβλητών για τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης t_{im} που απευθύνεται στο λιμάνι και την ποσότητα φόρτωσης q_{Vimv} που σχετίζεται με το πλοίο στο οποίο φορτώνεται. Έτσι ορίζονται οι νέες μεταβλητές για τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης από τα πλοία t_{Vimv} και την ποσότητα φόρτωσης στο λιμάνι q_{im} . Ακολουθώντας προκύπτουν οι συνδυαστικοί περιορισμοί για τον χρόνο έναρξης της εξυπηρέτησης και την ποσότητα φόρτωσης αντίστοιχα:

$$(74) \quad (1 - y_{im}) \left(t_{im} - \sum_{v \in V} t_{Vimv} \right) = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(75) \quad q_{im} - \sum_{v \in V} q_{Vimv} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Ο περιορισμός (74) δηλώνει ότι ο χρόνος έναρξης εξυπηρέτησης στο λιμάνι i ισούται με τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης από κάποιο πλοίο v στο λιμάνι i , όταν η άφιξη m πραγματοποιείται. Είναι σημαντικό να μην συγκρίνονται χρόνοι έναρξης εξυπηρέτησης για λιμάνι και πλοίο όταν οι αφίξεις δεν πραγματοποιούνται. Τον σκοπό αυτό εξυπηρετεί η παρένθεση $(1 - y_{im})$. Ταυτόχρονα, πρέπει να εξασφαλιστεί ότι η μεταβλητή t_{Vimv} παίρνει θετική τιμή μόνο για ένα πλοίο το οποίο καταλαμβάνει το

(i, m) . Έτσι, δίνεται το άνω χρονικό περιθώριο για το t_{vimv} στον περιορισμό (76) που ακολουθεί:

$$(76) \quad t_{vimv} - \sum_{j \in H_T} \sum_{n \in M_{Tj}} T_{MXim} x_{imjnv} \leq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Επιπλέον απαιτούνται οι ακόλουθοι περιορισμοί:

$$(77) \quad t_{vimv} \geq 0, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(78) \quad q_{im} \geq 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Με την βοήθεια των νέων μεταβλητών μπορούν να αναδιατυπωθούν ορισμένοι περιορισμοί μετατρέποντας τις t_{im} , t_{in} σε t_{vimv} και t_{vjnv} στον περιορισμό (52) και την ποσότητα $\sum_{v \in V} q_{vimv}$ σε q_{im} στους περιορισμούς (54) και (58)-(60).

$$(79) \quad x_{imjnv} [t_{vimv} + T_{Qi} q_{vimv} + T_{Sijv} - t_{vjnv}] \leq 0, \quad \forall v \in V, (i, m, j, n) \in A_v,$$

$$(80) \quad [t_{im} - t_{i(m-1)} + T_{Bi} y_{im} - T_{Qi} q_{i(m-1)}] \geq T_{Bi}, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(81) \quad q_{im} - Q_{MNim} y_{im} \leq Q_{MNim}, \quad \forall v \in V, i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(82) \quad s_{i(m-1)} + [-J_i q_{i(m-1)} + R_i (t_{vimv} - t_{v(m-1)v})] - s_{im} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

$$(83) \quad s_{Eim} + (J_i - R_i T_{Qi}) q_{im} - s_{im} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti},$$

Τελικά, οι περιορισμοί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν σε τρεις κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τους κοινούς περιορισμούς (49), (74) και (75) οι οποίοι συνδέουν τις μεταβλητές των πλοίων με τις μεταβλητές των λιμανιών λαμβάνοντας υπόψη τις συνθήκες που επικρατούν στα πλοία μ' αυτές που επικρατούν στα λιμάνια. Οι περιορισμοί αυτοί αποτελούν το κυρίως πρόβλημα.

Η δεύτερη κατηγορία περιλαμβάνει τους περιορισμούς που αφορούν στην δρομολόγηση των πλοίων, (50), (52), (55), (56), (57) και (76). Κανένας από τους περιορισμούς δεν αφορά αλληλεπιδράσεις μεταξύ των πλοίων και έτσι το σύνολο τους συνιστά ένα πρόβλημα δρομολόγησης για κάθε πλοίο του στόλου. Παράλληλα, λαμβάνονται υπόψη τα χρονικά περιθώρια έναρξης εξυπηρέτησης και το φορτίο του πλοίου κάθε στιγμή.

Η τελευταία κατηγορία αποτελείται από τους περιορισμούς για τα αποθέματα, (51), (53), (54) και (58)-(66). Καθώς, δεν υπάρχουν αλληλεπιδράσεις μεταξύ των λιμανιών στην έκφραση των περιορισμών συμπεραίνουμε ότι το σύνολο τους περιγράφει το πρόβλημα διαχείρισης αποθέματος σε κάθε λιμάνι.

1.6.2 Το συνδυαστικό μοντέλο

Για την εφαρμογή της προσεγγιστικής μεθόδου επίλυσης Column Generation το συνδυαστικό πρόβλημα θα διατυπωθεί με την χρήση διαφορετικών μεταβλητών απόφασης από αυτές που χρησιμοποιήθηκαν στο αναλυτικό μοντέλο. Ας είναι S_{λ_v} , με $r \in S_{\lambda_v}$ το σύνολο όλων των δυνατών διαδρομών για το πλοίο v . Η μεταβλητή X_{imjnv} χρησιμοποιείται για να δείξει αν στην διαδρομή r είναι προγραμματισμένο το ταξίδι από το λιμάνι i προς το λιμάνι j . Πρόκειται για την αντίστοιχη μεταβλητή απόφασης με αυτή του αναλυτικού προβλήματος x_{imjnv} η οποία λαμβάνει τις ίδιες τιμές. Για κάθε συνδυασμό (v, r) ορίζονται οι ακόλουθες μεταβλητές απόφασης: Η A_{imvr} περιγράφει το πλήθος των αφίξεων στο (i, m) από το πλοίο v κατά την διαδρομή r . Η Q_{Vimvr} εκφράζει την ποσότητα φόρτωσης στο (i, m) από το πλοίο v κατά την διαδρομή r . Η T_{Vimvr} δίνει πληροφορία για τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης στο (i, m) από το πλοίο v κατά την διαδρομή r . Δε δίνονται πληροφορίες για την ποσότητα φόρτωσης και τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης σε μη πραγματοποιήσιμες αφίξεις που αποδίδονται σε φανταστικά πλοία. Το κόστος μεταφοράς όταν εκτελείται η διαδρομή r από το πλοίο v είναι C_{Vvr} .

Ο πιθανός τρόπος εξυπηρέτησης των λιμανιών από τα διαθέσιμα πλοία του στόλου καλείται αλληλουχία επισκέψεων. Ας είναι S_{θ_i} το σύνολο όλων των δυνατών αλληλουχιών επισκέψεων για το λιμάνι i με $s \in S_{\theta_i}$. Για κάθε (i, s) συνδυασμό ορίζονται οι ακόλουθες μεταβλητές: Η Y_{ims} φανερώνει αν πραγματοποιείται η άφιξη (i, m) στο λιμάνι i όταν τηρείται η αλληλουχία s στο λιμάνι. Όταν παίρνει την τιμή $Y_{ims} = 1$ η άφιξη (i, m) δεν πραγματοποιείται ή αλλιώς πραγματοποιείται από ένα φανταστικό πλοίο. Με Q_{Hims} δηλώνεται την ποσότητα φόρτωσης στο (i, m) όταν τηρείται η αλληλουχία s . Με T_{Hims} εκφράζεται ο χρόνος έναρξης της εξυπηρέτησης στο (i, m) όταν τηρείται η αλληλουχία s . Οι δύο τελευταίες μεταβλητές παίρνουν την τιμή μηδέν όταν το (i, m) πραγματοποιείται από φανταστικό πλοίο. Τέλος, το σύνολο των ποινών που αντιστοιχούν στο λιμάνι i όταν παραβιάζονται τα προειδοποιητικά όρια συμβολίζεται με C_{Pis} .

Θεωρούμε την μεταβλητή λ_{vr} , $v \in V$, $r \in S_{\lambda_v}$, η οποία παίρνει την τιμή 1 όταν το πλοίο v εκτελεί την διαδρομή r και την μεταβλητή θ_{is} , $i \in H_T$, $s \in S_{\theta_i}$, η οποία παίρνει την τιμή 1 όταν το λιμάνι i επιλέγει την αλληλουχία s για την εξυπηρέτηση του. Οι

μεταβλητές λ_{vr} και θ_{is} μπορούν να θεωρηθούν ποσοτικές σύμφωνα με την συζήτηση που κάναμε στην παράγραφο 1.3.2. Εάν όλες οι διαδρομές και οι αλληλουχίες είναι γνωστές η λύση του προβλήματος μεταθέεται στην επίλυση του συνδυαστικού προβλήματος αντί για την επίλυση του αναλυτικού. Η μαθηματική έκφραση του συνδυαστικού προβλήματος (Christiansen and Nygreen, 2005) είναι η ακόλουθη:

$$(84) \quad \min z = \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda v}} C_{Vvr} \lambda_{vr} + \sum_{i \in H_T} \sum_{s \in S_{\theta i}} C_{Pis} \theta_{is} ,$$

Κάτω από τους περιορισμούς:

$$(85) \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda v}} A_{imvr} \lambda_{vr} + \sum_{s \in S_{\theta i}} Y_{ims} \theta_{is} = 1, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti} ,$$

$$(86) \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda v}} Q_{Vimvr} \lambda_{vr} - \sum_{s \in S_{\theta i}} Q_{Hims} \theta_{is} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti} ,$$

$$(87) \quad \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda v}} T_{Vimvr} \lambda_{vr} - \sum_{s \in S_{\theta i}} T_{Hims} \theta_{is} = 0, \quad \forall i \in H_T, m \in M_{Ti} ,$$

$$(88) \quad \sum_{r \in S_{\lambda v}} \lambda_{vr} = 1, \quad \forall v \in V ,$$

$$(89) \quad \sum_{s \in S_{\theta i}} \theta_{is} = 1, \quad \forall i \in H_T ,$$

$$(90) \quad \lambda_{vr} \geq 0, \quad \forall v \in V, r \in S_{\lambda v} ,$$

$$(91) \quad \theta_{is} \geq 0, \quad \forall i \in H_T, s \in S_{\theta i} ,$$

$$(92) \quad \sum_{r \in S_{\lambda v}} X_{imjnv} \lambda_{vr} \in \{0,1\}, \quad \forall v \in V, (i,m,j,n) \in A_v .$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (84) ελαχιστοποιεί το κόστος μεταφοράς και το συνολικό κόστος των ποινών όταν παραβιάζονται τα προειδοποιητικά όρια. Ο περιορισμός (85) χρησιμοποιείται για το συγχρονισμό των επισκέψεων που πραγματοποιούνται από τα πλοία στα λιμάνια. Σε αντίθεση με τα υπόλοιπα προβλήματα δρομολόγησης που λύνονται με την προσεγγιστική μέθοδο Column Generation χρησιμοποιούνται ακόμα δύο συνδυαστικοί περιορισμοί για την ποσότητα φόρτωσης και τους χρόνους έναρξης οι οποίοι εξασφαλίζουν τον σωστό προγραμματισμό των πλοίων και την κατάλληλη διαχείριση αποθέματος στα λιμάνια. Πρόκειται για τους περιορισμούς (86) και (87). Οι κυρτοί συνδυασμοί παρουσιάζονται στις σχέσεις (88) και (89). Στις σχέσεις (90) έως (92) δίνονται οι ορισμοί των μεταβλητών.

1.6.3 Η διαδικασία Column Generation

Αν όλες οι εφικτές διαδρομές πλοίων και οι εφικτές αλληλουχίες επισκέψεων στα λιμάνια ήταν γνωστές τότε η βέλτιστη λύση του προβλήματος θα προερχόταν από την επίλυση του συνδυαστικού προβλήματος. Ωστόσο, λαμβάνοντας υπόψη τη μεγάλη έκταση του πραγματικού προβλήματος είναι αρκετά χρονοβόρα η απαρίθμηση όλων των εφικτών μερικών λύσεων και ενδέχεται το πλήθος στηλών (διαδρομές ή αλληλουχίες επισκέψεων) να είναι ιδιαίτερα μεγάλο. Επομένως, λύνεται η χαλαρότητα του περιορισμένου συνδυαστικού προβλήματος το οποίο διαφέρει από το συνδυαστικό πρόβλημα ως προς το πλήθος των μεταβλητών που χρησιμοποιούνται. Αρχικά, επιλύεται ένα μικρής διάστασης περιορισμένο συνδυαστικό πρόβλημα. Στη συνέχεια προστίθενται νέες στήλες στο αρχικό περιορισμένο συνδυαστικό πρόβλημα. Αυτές οι στήλες αντιστοιχούν σε διαδρομές και αλληλουχίες επισκέψεων με το μικρότερο ευκαιριακό κόστος στην λύση του συνδυαστικού προβλήματος. Αυτό σημαίνει ότι οι τιμές των μεταβλητών από τη λύση του περιορισμένου συνδυαστικού προβλήματος μεταφέρονται στα υποπροβλήματα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων στα λιμάνια. Τα υποπροβλήματα λύνονται και συνεπώς παράγονται νέες διαδρομές πλοίων και αλληλουχίες επισκέψεων. Το περιορισμένο συνδυαστικό πρόβλημα επαναπροσδιορίζεται ύστερα από την προσθήκη των νέων στηλών και βελτιστοποιείται εκ νέου, δίνοντας νέες τιμές στις μεταβλητές απόφασης του. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι το σημείο όπου δεν παράγονται νέες στήλες με αρνητικό ευκαιριακό κόστος και δεν είναι εφικτές περαιτέρω βελτιώσεις. Τελικά, λαμβάνεται έμμεσα η βέλτιστη λύση του συνδυαστικού προβλήματος. Η βέλτιστη λύση του περιορισμένου συνδυαστικού προβλήματος είναι βέλτιστη και για το πραγματικό συνδυαστικό πρόβλημα.

Για την εκτέλεση της διαδικασίας Column Generation χρησιμοποιούνται οι δυικές μεταβλητές (dual variables) D_{Yim} , D_{Qim} , D_{Tim} , D_{Ar} , $D_{\Theta i}$ για τους περιορισμούς (85) έως (89) αντίστοιχα. Οι συναρτήσεις ευκαιριακού κόστους είναι:

$$(93) \quad \overline{C}_{Vvr} = C_{Vvr} - \sum_{i \in H_T} \sum_{m \in M_{T_i}} A_{imvr} D_{Yim} - \sum_{i \in H_T} \sum_{m \in M_{T_i}} Q_{Vimvr} D_{Qim} - \sum_{i \in H_T} \sum_{m \in M_{T_i}} T_{Vimvr} D_{Tim} - D_{Ar}$$

και

$$(94) \quad \overline{C}_{Pis} = C_{Pis} - \sum_{m \in M_{T_i}} Y_{ims} D_{Yim} + \sum_{m \in M_{T_i}} Q_{Hims} D_{Qim} + \sum_{m \in M_{T_i}} T_{Hims} D_{Tim} - D_{\Theta i} \quad .$$

1.6.4 Τα υποπροβλήματα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθέματος στα λιμάνια

Τα υποπροβλήματα μοντελοποιούνται ως προβλήματα εύρεσης του πιο σύντομου μονοπατιού και επιλύονται με την χρήση του δυναμικού προγραμματισμού ο οποίος εφαρμόζεται στα σχετικά δίκτυα για τα πλοία και τα λιμάνια.

Στα υποπροβλήματα γίνεται διακριτοποίηση της επιτρεπτής ποσότητας φόρτωσης (επιτρέπεται η μεταβλητή που εκφράζει την ποσότητα φόρτωσης να παίρνει μερικές δυνατές τιμές από το να θεωρείται ως συνεχής μεταβλητή). Στα δίκτυα των πλοίων χρησιμοποιείται ξεχωριστός κόμβος για κάθε δυνατή τιμή ποσότητας φόρτωσης ενώ στα δίκτυα των λιμανιών χρησιμοποιείται ξεχωριστός κόμβος για κάθε συσσωρευμένη ποσότητα φόρτωσης η οποία προσαρμόζεται σύμφωνα με τις δυνατές ποσότητες φόρτωσης.

Ο χρόνος άφιξης θεωρείται συνεχής μεταβλητή. Το πλήθος των αφίξεων στα λιμάνια κατά την διάρκεια του ορίζοντα προγραμματισμού είναι άγνωστος όπως και η ποσότητα φόρτωσης στις αφίξεις. Οι περιορισμοί που αφορούν στα αποθέματα παραμένουν ενεργοί.

1.6.5 Μεταβολές στο πρόβλημα διαχείρισης αποθέματος στο λιμάνι i

Σ' αυτή την παράγραφο εξετάζεται αν τα προειδοποιητικά όρια που χρησιμοποιήθηκαν για την ισχυροποίηση των περιορισμών για τα αποθέματα επηρεάζουν τα υποπροβλήματα και με ποιο τρόπο. Καθώς το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων απασχολεί μόνο τα λιμάνια είναι επόμενο τα υποπροβλήματα των λιμανιών να υφίστανται αλλαγές. Τα προειδοποιητικά όρια ποικίλουν στα λιμάνια και οι ποινές λόγω της υπέρβασης των σχετικών προειδοποιητικών ορίων σε κάποιο λιμάνι δεν επηρεάζουν τα υπόλοιπα. Συνεπώς θα περιγραφεί το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων σε κάποιο από τα εσωτερικά λιμάνια. Η μοντελοποίηση των υποπροβλημάτων διαφέρει στα σημεία για τα λιμάνια φόρτωσης και εκφόρτωσης. Θα ακολουθήσει η περιγραφή του υποπροβλήματος διαχείρισης αποθεμάτων σε ένα λιμάνι φόρτωσης, με $i \in H_P$. Με ανάλογο τρόπο περιγράφεται και το πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων σε ένα λιμάνι εκφόρτωσης.

Αρχικά, δίνεται η αντικειμενική συνάρτηση για το υποπρόβλημα του λιμανιού i βάσει της συνάρτησης ευκαιριακού κόστους (94). Η συνάρτηση ευκαιριακού κόστους ορίζεται βάσει των μεταβλητών y_{im} , q_{im} , t_{im} . Κάθε φορά που λύνεται το υποπρόβλημα οι δυικές μεταβλητές έχουν καθορισμένες τιμές και έτσι η αντικειμενική συνάρτηση για το υποπρόβλημα λιμανιού έχει ως εξής:

$$(95) \quad \min \sum_{m \in M_T} [C_{P_i}^- a_{im}^- + C_{P_i}^+ a_{im}^+ - D_{Y_{im}} y_{im} + D_{Q_{im}} q_{im} + D_{T_{im}} t_{im}]$$

Οι σχέσεις (94) και (95) διαφέρουν ως προς τον όρο $-D_{\Theta_i}$. Αυτός ο όρος παραμένει σταθερός σε κάθε επίλυση του υποπροβλήματος και έτσι δεν λαμβάνεται υπόψη στην αντικειμενική συνάρτηση. Η στήλη που προκύπτει από την επίλυση του υποπροβλήματος μεταφέρεται στο συνδυαστικό πρόβλημα μόνο όταν η τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι μικρότερη από την τιμή της μεταβλητής D_{Θ_i} .

Όπως έχει αναφερθεί η μεταβλητή που περιγράφει τη δυνατή ποσότητα φόρτωσης είναι διακριτή, επομένως η μεταβλητή P_{im} , με $p, q \in P_{im}$, που περιγράφει την συσσωρευμένη ποσότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης πριν πραγματοποιηθεί το (i, m) , να είναι επίσης διακριτή. Q_{imp} ορίζεται η ακριβής τιμή της συσσωρευμένης ποσότητας προϊόντος πριν την έναρξη της εξυπηρέτησης στο λιμάνι. Τα ανώτερα και τα κατώτερα επίπεδα συσσωρευμένου φορτιού κατά την διάρκεια της προγραμματισμένης περιόδου σε ένα λιμάνι, υπολογίζονται με βάση το αρχικό απόθεμα, τους ρυθμούς παραγωγής ή κατανάλωσης και την διαθέσιμη χωρητικότητα.

Το δίκτυο εύρεσης του πιο σύντομου μονοπατιού για το λιμάνι i περιλαμβάνει κόμβους οι οποίοι χαρακτηρίζονται από τους δείκτες (i, m, p) για το συγκεκριμένο λιμάνι, τον αριθμό που αποδίδεται στην άφιξη του πλοίου στο λιμάνι και για το επίπεδο συσσωρευμένης ποσότητας πριν την άφιξη. Εκτός από τους κόμβους για κάθε επίπεδο συσσωρευμένης ποσότητας χρησιμοποιούνται και τετράγωνοι τεχνητοί κόμβοι για τα επίπεδα συσσωρευμένης ποσότητας στο τέλος της προγραμματισμένης περιόδου. Τα τόξα που καταλήγουν στους τελικούς κόμβους καλούνται τελικά τόξα. Εφόσον κάθε κόμβος δίνει πληροφορία για την συσσωρευμένη ποσότητα στο λιμάνι πριν την άφιξη σ' αυτό, η πραγματική ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται κατά την εξυπηρέτηση προσδιορίζεται με την βοήθεια του τόξου που φεύγει από τον κόμβο.

Για να γίνει η κατάλληλη διάκριση των κόμβων με βάσει τα επίπεδα συσσωρευμένης ποσότητας απαιτείται ο επαναπροσδιορισμός μερικών μεταβλητών. Η μεταβλητή t_{Himp} (αντίστοιχη της t_{im}) χρησιμοποιείται για τον χρόνο έναρξης εξυπηρέτησης στον κόμβο (i, m, p) . Ακόμα, η μεταβλητή q_{Himpnq} (αντίστοιχη της q_{im}) δηλώνει την ποσότητα που φορτώθηκε ή εκφορτώθηκε στον κόμβο (i, m, p) όταν ο επόμενος κόμβος είναι ο (i, n, q) . Οι τιμές των μεταβλητών q_{Himpnq} προσαρμόζονται σύμφωνα με τις απόλυτες διαφορές των συσσωρευμένων ποσοτήτων φόρτωσης στον κόμβους (i, m, p) και (i, n, q) :

$$(96) \quad q_{Himpnq} = Q_{imp} - Q_{inq}, \quad \forall n, m \in M_{Ti}, \quad \forall p, q \in P_{im}.$$

Οι ποσότητες παραβίασης των προειδοποιητικών ορίων στην άφιξη σε κάθε κόμβο είναι a_{Himp}^- (αντίστοιχο του a_{im}^-) και a_{Himp}^+ (αντίστοιχο του a_{im}^+).

Ο περιορισμός (60) χρησιμοποιείται για την εξάλειψη του όρου s_{Eim} . Καθώς η συσσωρευμένη ποσότητα προϊόντος στο λιμάνι πριν την πραγματοποίηση της άφιξης είναι γνωστή μπορεί να υπολογιστεί το απόθεμα κατά την άφιξη στο λιμάνι s_{Himp} (αντίστοιχη της s_{im}) λαμβάνοντας υπόψη το αρχικό απόθεμα Q_{0i} ως εξής:

$$(97) \quad s_{Himp} = Q_{0i} - J_i Q_{imp} + R_i t_{Himp}, \quad \forall m \in M_{Ti}, p \in P_{im}.$$

Αφού πραγματοποιήθηκαν οι κατάλληλες αντικαταστάσεις μεταβλητών και ορίστηκαν οι μεταβλητές s_{Himp} και q_{Himpnq} μπορούν να γίνουν τροποποιήσεις στους περιορισμούς (53) και (54) κατά τον ακόλουθο τρόπο:

$$(98) \quad T_{WSim} \leq t_{Himp} \leq T_{WEim}, \quad \forall m \in M_{Ti}, p \in P_{im},$$

$$(99) \quad [t_{Himp} - t_{Hi(m-1)p}] \geq T_{Bi} + T_{Qi} Q_{imq} - T_{Qi} Q_{i(m-1)p}, \quad \forall m \in M_{Ti}, p, q \in P_{im}.$$

Οι περιορισμοί (59) και (60) μετασχηματίζονται ως εξής:

$$(100) \quad t_{Himp} \leq \frac{1}{R_i} (S_{MXi} - Q_{0i} + J_i Q_{imp}), \quad \forall m \in M_i, p \in P_{im},$$

$$(101) \quad t_{Himp} \geq \frac{1}{R_i} (S_{MNi} - Q_{0i} + J_i Q_{imp} + (J_i - R_i T_{Qi})(Q_{imq} - Q_{imp})),$$

$$\forall m \in M_{Ti}, p, q \in P_{im},$$

Οι ποσότητες αποθέματος που ξεπερνούν τα προειδοποιητικά όρια επίσης αλλάζουν:

$$(102) \quad a_{Himp}^- = \max[0, A_{MNi} - Q_{0i} + J_i Q_{imp} - R_i t_{Himp}], \quad \forall m \in M_{Ti}, p \in P_{im},$$

$$(103) \quad a_{Himp}^+ = \max[0, Q_{0i} - A_{MXi} - J_i Q_{imp} + R_i t_{Himp}], \quad \forall m \in M_{Ti}, p \in P_{im}.$$

Ο περιορισμός (98) δίνει τα χρονικά περιθώρια για την πραγματοποίηση της άφιξης σε ένα κόμβο. Ο ελάχιστος χρόνος μεταξύ των κόμβων παρουσιάζεται στον περιορισμό (99). Στον περιορισμό (100) δίνεται ο αργότερος δυνατός χρόνος πραγματοποίησης της άφιξης ενώ ο νωρίτερος δυνατός χρόνος καταγράφεται στον περιορισμό (101). Οι τέσσερις αυτοί περιορισμοί συνδέονται με το πρόβλημα εύρεσης του πιο σύντομου μονοπατιού σε κάποιο λιμάνι i .

Η αντικειμενική συνάρτηση προφανώς θα αλλάξει ύστερα από τις αλλαγές στις μεταβλητές απόφασης. Χωρίς την αντικατάσταση των μη γραμμικών εκφράσεων των μεταβλητών a_{Himp}^- και a_{Himp}^+ που δίνονται στις σχέσεις (102) και (103) έχουμε την αντικειμενική συνάρτηση:

$$(104) \quad \min \sum_{m \in M_{Ti}} \left[C_{Pi}^- a_{Himp}^- + C_{Pi}^+ a_{Himp}^+ - D_{Yim} y_{im} + D_{Qim} q_{Himpnq} + D_{Tim} t_{Himp} \right].$$

Η μεταβλητή x_{Himpnq} λαμβάνει την τιμή $x_{Himpnq} = 1$ όταν το τόξο που συνδέει τους κόμβους (i, m, p) και (i, n, q) περιλαμβάνεται στο πιο σύντομο μονοπάτι. Η άφιξη που καθιστά το τέλος της προγραμματισμένης περιόδου είναι η $n = |M_{Ti}| + 1$. Για τελικά τόξα που προέρχονται από κόμβους με αριθμό άφιξης $m < |M_{Ti}|$ και ενώνουν κόμβους μέχρι το $n = |M_{Ti}| + 1$ έχουμε $y_{ik} = 1$ για $m < k < n$. Με την βοήθεια της μεταβλητής x_{Himpnq} και των σχέσεων (96), (102) και (103) η αντικειμενική συνάρτηση παίρνει τη μορφή:

$$(105) \quad \begin{aligned} & \min \left\{ \sum_{m \in M_{Ti}} \sum_{p \in P_{im}} \sum_{n > m} \sum_{q \in P_{in}} C_{Pi}^- \max \left[0, A_{MNi} - Q_{0i} + J_i Q_{imp} - R_i t_{Himp} \right] x_{Himpnq} \right. \\ & + \sum_{m \in M_{Ti}} \sum_{p \in P_{im}} \sum_{n > m} \sum_{q \in P_{in}} C_{Pi}^+ \max \left[0, Q_{0i} - A_{MXi} - J_i Q_{imp} + R_i t_{Himp} \right] x_{Himpnq} \\ & + \sum_{m \in M_{Ti}} \sum_{p \in P_{im}} \sum_{n > m} \sum_{q \in P_{in}} D_{Tim} t_{Himp} x_{Himpnq} \\ & + \sum_{m \in M_{Ti}} \sum_{p \in P_{im}} \sum_{n > m} \sum_{q \in P_{in}} D_{Qim} (Q_{inq} - Q_{imp}) x_{Himpnq} \\ & \left. + \sum_{m \in M_{Ti}} \sum_{p \in P_{im}} \sum_{q \in P_{in}} \sum_{n = |M_{Ti}| + 1} \left(- \sum_{k = m + 1}^{n - 1} D_{Yik} \right) x_{Himpnq} \right\} \end{aligned}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Μεταφορά και διαχείριση αποθέματος Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου

2.1 Η αλυσίδα εφοδιασμού Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (ΥΦΑ)

2.1.1 Εισαγωγή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο παρουσιάστηκε ένα πρόβλημα μεταφοράς ενός προϊόντος από διάφορα λιμάνια παραγωγής προς διάφορα λιμάνια κατανάλωσης δίνοντας παράλληλα έμφαση στη διαχείριση των αποθεμάτων του και λαμβάνοντας υπόψη τα χρονικά περιθώρια που επιβάλλονται στις αφίξεις των πλοίων. Η έμφαση στη διαχείριση αποθεμάτων είναι ζήτημα ζωτικής σημασίας για πολλές εταιρείες δεδομένου του υψηλού κόστους εκκίνησης παραγωγής ή του υψηλού κόστους αποθήκευσης προϊόντος.

Στο παρόν κεφάλαιο θα παρουσιαστούν μοντέλα τα οποία αφορούν τη μεταφορά και διαχείριση αποθέματος Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (ΥΦΑ). Η επιλογή παρουσίασης μοντέλων που αφορούν το συγκεκριμένο προϊόν είναι συνδεδεμένη με αυτό καθαυτό το προϊόν. Το φυσικό αέριο υποκαθιστά το πετρέλαιο σε πολλές καθημερινές χρήσεις και επομένως το φυσικό αέριο αναμένεται να είναι η ταχύτερα αναπτυσσόμενη κατηγορία ορυκτών καυσίμων στον κόσμο καθώς η κατανάλωση του αυξάνεται συνεχώς. Όμως, η μεταφορά του δεν ακολουθεί τις αναμενόμενες συμβατικές συνθήκες. Το φυσικό αέριο χρήζει ιδιαίτερης αντιμετώπισης ως προς την επεξεργασία του αλλά και ως προς τις συνθήκες πίεσης και θερμοκρασίας των δεξαμενών όπου πρόκειται να αποθηκευτεί. Τέλος, οι πηγές απ' όπου εξάγεται δεν παραμένουν σταθερές εφόρου ζωής, πράγμα που καθιστά απαραίτητη τη διαρκή έρευνα. Υπάρχουν πολλές γνωστές πηγές φυσικού αερίου και άλλες οι οποίες δεν έχουν ανακαλυφθεί ακόμα και συνεχώς ερευνώνται. Σε πολλές περιπτώσεις οι πηγές αυτές βρίσκονται σε τοποθεσίες όπου δεν υπάρχει μεγάλη ανάγκη για κατανάλωση φυσικού αερίου ή και καθόλου ανάγκη (όπως Βόρεια και Δυτική Αφρική, Νότια Αμερική, Καραϊβική, Μέση Ανατολή, Ινδονησία, Μαλαισία και Νοτιοδυτική Αυστραλία). Ως εκ τούτου το φυσικό αέριο μεταφέρεται μέσω αγωγών ή με την βοήθεια ειδικών φορητών πλοίων σε υγροποιημένη μορφή σε περιοχές όπου η κατανάλωση του υπερβαίνει την εγχώρια παραγωγή (όπως Ιαπωνία, Ταϊβάν, Κορέα, Ευρώπη και ΗΠΑ). Για την μεταφορά του σε υγροποιημένη μορφή, το φυσικό αέριο υπόκειται σε μία πρώτη επεξεργασία για την απομάκρυνση των ακαθαρσιών. Το καθαρό πλέον φυσικό αέριο υποβάλλεται σε συνθήκες ψύξης με την θερμοκρασία να σημειώνει -163°C στις μονάδες υγροποίησης (ο όρος μονάδα υγροποίησης θα χρησιμοποιείται εναλλακτικά με τον όρο σταθμός παραγωγής καθώς σε αυτήν προκύπτει το τελικό προς μεταφορά

προϊόν). Ο όγκος του πλέον καταλαμβάνει μικρότερο αποθηκευτικό χώρο και έτσι η φύλαξη και η μεταφορά του γίνεται πιο αποτελεσματική. Το ΥΦΑ αποθηκεύεται σε ειδικούς χώρους αποθήκευσης στις μονάδες υγροποίησης πριν την φόρτωση του στα κατάλληλα φορτηγά πλοία για την μεταφορά του στις μονάδες εξαέρωσης (ο όρος μονάδα εξαέρωσης ουσιαστικά έχει τον ρόλο του σταθμού κατανάλωσης αφού σε αυτήν προκύπτει το τελικό προς κατανάλωση προϊόν). Το ΥΦΑ αποθηκεύεται παρόμοια σε ειδικούς χώρους αποθήκευσης στις μονάδες εξαέρωσης και στην συνέχεια διοχετεύεται στο τοπικό δίκτυο αγωγών φυσικού αερίου.

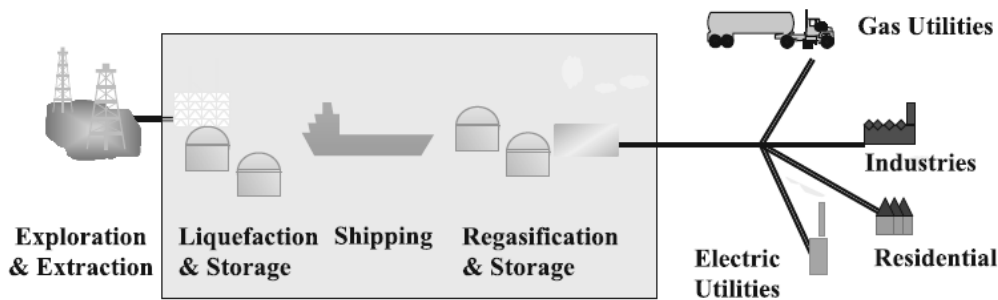
Το ΥΦΑ αντιπροσωπεύει ένα αυξανόμενο μερίδιο του παγκόσμιου εμπορίου και αναμένεται οι απαιτήσεις όσον αφορά τον διαθέσιμο αποθηκευτικό χώρο να διπλασιαστούν περί το τέλος του 2025 (Grønhaug and Christiansen ,2009). Όμοια, οι απαιτήσεις σε ειδικά φορτηγά πλοία αναμένεται να πολλαπλασιαστούν. Ως συνέπεια της αυξανόμενης ανάγκης για ΥΦΑ, η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας έχει γίνει πιο πολύπλοκη και η ανάγκη για την ανάπτυξη υποστηρικτικών συστημάτων λήψης αποφάσεων περισσότερο απαραίτητη. Ο βέλτιστος σχεδιασμός της αλυσίδας εφοδιασμού του ΥΦΑ θεωρείται εξαιρετικά σημαντικής σημασίας αφού μπορεί να επιφέρει αποδοτικότερες συνθήκες εμπορίου.

Στη συνέχεια θα περιγραφεί ένα πραγματικό πρόβλημα μεταφοράς υγροποιημένου φυσικού αερίου επιδιώκοντας την εξασφάλιση συγκεκριμένων επιπέδων αποθεμάτων στα λιμάνια, όπως μελετήθηκε από τους Grønhaug and Christiansen (2009). Το πρόβλημα έχει κοινά σημεία με τα προβλήματα που παρουσιάστηκαν στο πρώτο κεφάλαιο αλλά και διαφορές λόγω ακριβώς του τύπου προϊόντος που μεταφέρεται.

2.1.2 Περιγραφή του προβλήματος

Η αλυσίδα εφοδιασμού του ΥΦΑ συνίσταται από την παραγωγή φυσικού αερίου, την υγροποίηση του, την μεταφορά του, την αποθήκευση του, την εξαέρωση του και τελικά την πώλησή του.

Η διαχείριση της εφοδιαστικής αλυσίδας ΥΦΑ αφορά στον στρατηγικό και στον επιχειρησιακό σχεδιασμό. Ο στρατηγικός σχεδιασμός απαιτεί τη λήψη αποφάσεων που αναφέρονται στον καθορισμό του μεγέθους του στόλου και την σύνθεση του, την απόκτηση νέων μονάδων υγροποίησης και τερματικών μονάδων εξαέρωσης και την υπογραφή μακροπρόθεσμων συμβάσεων. Ο επιχειρησιακός σχεδιασμός σχετίζεται με αποφάσεις όπως ο προσδιορισμός της ταχύτητας κάθε φορτηγού πλοίου μεταφοράς ΥΦΑ. Εκτιμάται ότι ο συνήθης ορίζοντας σχεδιασμού της εφοδιαστικής αλυσίδας είναι από δύο έως τέσσερις μήνες.



Σχήμα 2.1 Η αλυσίδα εφοδιασμού του ΥΦΑ

Στο σχήμα 2.1 περιγράφεται μία συνήθης αλυσίδα εφοδιασμού του ΥΦΑ. Οι δραστηριότητες που αφορούν στην μεταφορά και διαχείριση αποθεμάτων του ΥΦΑ βρίσκονται στο κεντρικό πλαίσιο. Στις εγκαταστάσεις υγροποίησης το φυσικό αέριο ψύχεται ώστε να υγροποιηθεί. Στη συνέχεια, από τα λιμάνια που βρίσκονται κοντά στις μονάδες υγροποίησης, το ΥΦΑ μεταφέρεται με ειδικά φορτηγά πλοία στα λιμάνια που βρίσκονται κοντά στις μονάδες εξαέρωσης. Στους τερματικούς προορισμούς, το ΥΦΑ μετατρέπεται από την υγροποιημένη κατάσταση στην αέρια κατάσταση, έτοιμο να αποσταλεί στους τελικούς προορισμούς μέσω συστήματος αγωγών φυσικού αερίου.

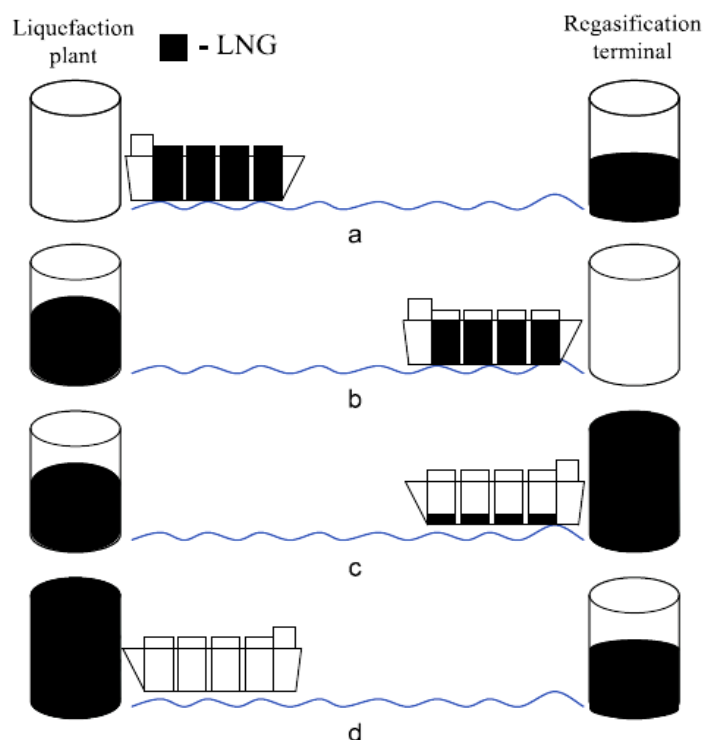
Στόχος είναι ο συντονισμός, η διαχείριση του στόλου, και η παρακολούθηση των αποθεμάτων στις μονάδες υγροποίησης και εξαέρωσης. Η παραγωγή του ΥΦΑ στις μονάδες υγροποίησης βρίσκεται εντός ενός κατώτερου και ενός ανώτερου προκαθορισμένου επίπεδου. Κάθε μονάδα έχει αποθηκευτικό χώρο δεδομένης χωρητικότητας. Το κόστος παραγωγής εξαρτάται από τον όγκο του προϊόντος που παράγεται και την αντίστοιχη χρηματική μονάδα αναφοράς σύμφωνα με το που είναι εγκατεστημένη η μονάδα υγροποίησης. Στο άλλο άκρο της αλυσίδας εφοδιασμού, το αέριο εκφορτώνεται από τα δεξαμενόπλοια ΥΦΑ και αποθηκεύεται σε χώρους με συγκεκριμένες συνθήκες αποθήκευσης.

Για κάθε λιμάνι καθορίζονται ανώτατα και κατώτατα όρια ζήτησης για φυσικό αέριο και τα αντίστοιχα ημερήσια έσοδα. Στην πραγματικότητα, η ζήτηση διαφέρει από μέρα σε μέρα.

Το ΥΦΑ μεταφέρεται από ένα στόλο ειδικών φορτηγών πλοίων (δεξαμενόπλοια) σε συνθήκες βρασμού. Τα δεξαμενόπλοια μεταφοράς ΥΦΑ διαφέρουν ως προς το κόστος χρήσης τους, τη χωρητικότητα και επίσης σε άλλα εξατομικευμένα χαρακτηριστικά. Δεδομένου ότι το φορτίο ΥΦΑ βρίσκεται σε κατάσταση βρασμού στις δεξαμενές των πλοίων, ένα μέρος του φορτίου εξατμίζεται καθημερινά. Η ημερήσια απώλεια φορτίου σε κάθε δεξαμενή θεωρείται σταθερή και ανάλογη της χωρητικότητας της δεξαμενής. Συνήθως η απώλεια φορτίου λόγω βρασμού χρησιμοποιείται ως καύσιμο. Το ίδιο το φορτίο διατηρεί την θερμοκρασία στις δεξαμενές σε χαμηλά επίπεδα. Έτσι εάν μια

δεξαμενή φορτίου αδειάσει, η θερμοκρασία θα αυξηθεί σταδιακά. Είναι δαπανηρή και χρονοβόρα η ψύξη των δεξαμενών φορτίου πριν από τη φόρτωση. Έτσι, θα πρέπει πάντα να υπάρχει κάποια ποσότητα ασφαλείας ΥΦΑ στις δεξαμενές φορτίου ώστε να διατηρούνται υπό ψύξη μέχρι την (επαν)έναρξη της φόρτωσης. Δεν υπάρχει απώλεια προϊόντος από τις δεξαμενές που εκφορτώνονται αλλά υπάρχει από αυτές που εκφορτώνονται. Η φόρτωση και εκφόρτωση του πλοίου, θεωρείται ότι απαιτεί ένα χρονικό διάστημα (μία ημέρα), ανεξάρτητα από την ποσότητα που φορτώνεται. Το απαιτούμενο επίπεδο ασφαλείας ΥΦΑ μπορεί να παραβλεφθεί αν με υπολογισμούς προσαρμοστεί η χωρητικότητα των δεξαμενών μειώνοντας την κατά το επίπεδο ασφάλειας. Ως εκ τούτου, σε μία «άδεια δεξαμενή φορτίου», ουσιαστικά υπάρχει πάντα ένα επίπεδο ασφάλειας του φορτίου στη δεξαμενή. Έτσι στο βέλτιστο σχεδιασμό, ένα δεξαμενόπλοιο ΥΦΑ φτάνει σε ένα λιμάνι φόρτωσης (μονάδα υγροποίησης) πάντα τη στιγμή που όλες οι δεξαμενές του είναι άδειες και αναχωρεί από το λιμάνι πλήρως φορτωμένο. Αντίθετα, στα λιμάνια εκφόρτωσης (μονάδες εξαέρωσης) είναι επιτρεπτή η μερική εκφόρτωση σε όρους ολόκληρων δεξαμενών φορτίων. Έτσι τα πλοία μπορούν, θεωρητικά να επισκέπτονται διαδοχικά αρκετούς τερματικούς σταθμούς εξαέρωσης με δεδομένο έναν μέγιστο αριθμό διαδοχικών σταθμών εξαέρωσης, στην πραγματικότητα όμως αυτός ο αριθμός είναι δύο. Λόγω προβλημάτων απώλειας για ορισμένους τύπους δεξαμενόπλοιων ΥΦΑ, είναι αδύνατο να εκφορτώσουν μερικώς τις δεξαμενές φορτίου. Επομένως, ένας αριθμός φορτίων για τα οποία έχει ληφθεί υπόψη η εκτιμώμενη απώλεια προϊόντος μέχρι την άφιξη σε ένα εργοστάσιο υγροποίησης, εκφορτώνεται στις ενδιάμεσες μονάδες εξαέρωσης.

Το σχήμα 2.2 δείχνει τέσσερις φάσεις από το ταξίδι ενός δεξαμενόπλοιου μεταφοράς ΥΦΑ που περιέχει τέσσερις δεξαμενές φορτίου. Στο σχήμα 2.2 a), το δεξαμενόπλοιο ΥΦΑ αναχωρεί από την μονάδα υγροποίησης πλήρως φορτωμένο αφήνοντας τον αποθηκευτικό χώρο άδειο. Το δεξαμενόπλοιο μεταφοράς ΥΦΑ πλέει κατευθυνόμενο σε τερματικό σταθμό εξαέρωσης στο οποίο πρέπει να φτάσει πριν αδειάσει ο αποθηκευτικός χώρος. Στο σχήμα 2.2 b), μέρος του φυσικού αερίου έχει εξατμιστεί όσο διαρκεί το ταξίδι. Φτάνοντας στον προορισμό του το δεξαμενόπλοιο μπορεί να εκφορτώσει μία ή περισσότερες από τις δεξαμενές φορτίου του. Στη συνέχεια, το δεξαμενόπλοιο επιστρέφει στην ίδια μονάδα υγροποίησης διατηρώντας στις δεξαμενές του μία ποσότητα ασφαλείας, όπως φαίνεται στο Σχήμα 3.3c). Η ποσότητα ασφαλείας αρκεί για όσο διαρκεί το ταξίδι προς την μονάδα υγροποίησης ώστε το πλοίο να είναι άδειο μόνο όταν είναι σε θέση να ξεκινήσει τη διαδικασία φόρτωσης.



Σχήμα 2.2 Το απόθεμα προϊόντος σε μία μονάδα υγροποίησης

Ο χρόνος ταξιδιού από το ένα λιμάνι στο άλλο υπολογίζεται με βάση την ταχύτητα του δεξαμενόπλοιου ΥΦΑ και την απόσταση που μεσολαβεί μεταξύ των λιμανιών, αλλά δεν εξαρτάται από το φορτίο στο πλοίο. Υπάρχουν ίσως αρκετές διαδρομές (μονοπάτια) ανάμεσα σε δύο λιμάνια και έτσι ο χρόνος μετάβασης και το κόστος πλεύσης διαφοροποιείται ανάλογα με το μονοπάτι που θα επιλεγεί τελικά. Ωστόσο, στη συνέχεια θα θεωρείται ότι υπάρχει μοναδική διαδρομή (μονοπάτι) μεταξύ των λιμανιών.

Η δυνατότητα αγκυροβόλησης στα λιμάνια είναι περιορισμένη. Έτσι, υπάρχει ένας μέγιστος αριθμός δεξαμενόπλοιων μεταφοράς ΥΦΑ που μπορούν να επισκεφθούν κάθε λιμάνι, σε κάθε χρονική περίοδο. Ωστόσο, είναι δυνατή η αναμονή εκτός λιμανιών πριν από τη φόρτωση ή την εκφόρτωση προϊόντος και ο μέγιστος αριθμός ημερών αναμονής είναι δεδομένος. Η ημερήσια απώλεια προϊόντος λόγω εξάτμισης κατά τη διάρκεια της εν λόγω αναμονής δε διαφέρει από εκείνη κατά τη διάρκεια του ταξιδιού. Ωστόσο, θεωρείται ότι δεν υπάρχει απώλεια προϊόντος για το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την άφιξη του πλοίου στον τελικό προορισμό του μέχρι το τέλος του οριζοντα σχεδιασμού. Δεν υπάρχει χώρος προσάραξης των δεξαμενόπλοιων. Η αρχική θέση για ένα δεξαμενόπλοιο ΥΦΑ μπορεί να είναι ένα λιμάνι ή ένα σημείο στη θάλασσα. Επιπλέον, το δεξαμενόπλοιο ΥΦΑ μπορεί να είναι άδειο ή γεμάτο και υπάρχει ένα σύνολο πρώτων υποψήφιων λιμανιών προς επίσκεψη. Δεδομένου ότι δεν υπάρχει χώρος προσάραξης για τα δεξαμενόπλοια μεταφοράς ΥΦΑ, δεν απαιτείται κάποια

συγκεκριμένη θέση για κάθε πλοίο στο τέλος του ορίζοντα σχεδιασμού. Οποιοδήποτε λιμάνι μπορεί να αποτελεί μία πιθανή τελική θέση για οποιοδήποτε φορτηγό πλοίο. Σε βραχυπρόθεσμο ορίζοντα, δεν υπάρχει η εναλλακτική αλλαγής του μεγέθους του στόλου. Η χρονοαύλωση για όλα τα πλοία του στόλου συμπεριλαμβάνεται στα πάγια έξοδα της εταιρείας ενώ τα έξοδα για τα λιμάνια, την διέλευση καναλιών και τα καύσιμα συνιστούν τα μεταβλητά έξοδα της εταιρείας.

Σε αντίθεση με τα άλλα προβλήματα δρομολόγησης οχημάτων για την διανομή προϊόντων ο αριθμός των επισκέψεων σε κάθε λιμάνι δεν είναι γνωστός, η ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται σε κάθε επίσκεψη είναι άγνωστη και τέλος δεν είναι εκ των προτέρων γνωστά τα ζεύγη μονάδων υγροποίησης και εξαέρωσης που αλληλοεξυπηρετούνται. Το πρόβλημα δρομολόγησης στόλου και διαχείρισης αποθεμάτων για το ΥΦΑ στοχεύει στη μεγιστοποίηση του κέρδους με τον προγραμματισμό δρομολόγιων πλοίων και τον σχεδιασμό χρονοδιαγραμμάτων για τον στόλο για ένα προκαθορισμένο ορίζοντα σχεδιασμού. Επιπλέον, θα πρέπει να προσδιοριστεί ο όγκο της παραγωγής του ΥΦΑ για την ικανοποίηση της ζήτησης. Τέλος, πρέπει να ικανοποιούνται οι περιορισμοί στα επίπεδα αποθεμάτων στα λιμάνια καθώς και εκείνοι που αφορούν τη χωρητικότητα του πλοίου λαμβάνοντας υπόψη και το ποσοστό εξάτμισης.

2.2 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

2.2.1 Το αναλυτικό μοντέλο

Στην ενότητα αυτή δίνεται το μαθηματικό μοντέλο του προβλήματος δρομολόγησης, διανομής και διαχείρισης αποθεμάτων ΥΦΑ που περιγράφηκε παραπάνω (Grønhaug and Christiansen, 2009). Αρχικά, στην παράγραφο 2.1.1 εισάγεται το δίκτυο και περιγράφονται οι περιορισμοί για το πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού του στόλου. Στην παράγραφο 2.1.2 παρουσιάζονται οι περιορισμοί που αφορούν τη διαχείριση των αποθεμάτων εντός των πλοίων. Η παράγραφος 2.1.3 αναφέρεται στις δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα στα λιμάνια, συμπεριλαμβανομένης της διαχείρισης των αποθεμάτων σ' αυτά. Τέλος, στην παράγραφο 2.1.4 δίνεται η αντικειμενική συνάρτηση.

Δρομολόγηση πλοίων

Για τη μαθηματική διατύπωση των περιορισμών που αφορούν στην κατάλληλη δρομολόγηση πλοίων θα χρησιμοποιηθεί ο ακόλουθος συμβολισμός:

H_T : Το σύνολο όλων των λιμανιών, με $i, j \in H_T$.

H_P : Το σύνολο όλων των λιμανιών φόρτωσης (μονάδες υγροποίησης), με $H_P \subset H_T$.

H_D : Το σύνολο όλων των λιμανιών εκφόρτωσης (μονάδες εξαέρωσης), με $H_D \subset H_T$.

V : Το σύνολο όλων των δεξαμενόπλοιων μεταφοράς ΥΦΑ για τα οποία θα προγραμματιστούν οι διαδρομές τους, με $v \in V$.

H_v : Το σύνολο των λιμανιών που επισκέπτεται το συγκεκριμένο πλοίο $v \in V$, με $H_v \subseteq H_T$.

$o_{(v)}$: Τεχνητός κόμβος προέλευσης.

$d_{(v)}$: Τεχνητός κόμβος προορισμού.

N_v : Το σύνολο των κόμβων στο σχετικό δίκτυο του πλοίου $v \in V$, με $N_v = H_v \cup \{o_{(v)}, d_{(v)}\}$.

A_v : Το σύνολο των τόξων στο σχετικό δίκτυο του πλοίου $v \in V$, με $A_v \subset \{i \in N_v\} \times \{j \in N_v\}$.

(N_v, A_v) : Το δίκτυο ροής του πλοίου $v \in V$.

H_v^P : Η τομή των συνόλων $H_P \cap H_v$.

H_v^D : Η τομή των συνόλων $H_D \cap H_v$.

T^{MX} : Το μήκος του προγραμματισμένου χρονικού ορίζοντα.

T : Το σύνολο των χρονικών περιόδων (πχ. ημέρες) σύμφωνα με τις οποίες διακριτοποιείται ο προγραμματισμένος χρονικός ορίζοντας, με $t \in T = \{1, 2, 3, \dots, T^{MX}\}$.

T_{Sijv} : Ο χρόνος ταξιδιού του πλοίου v από το λιμάνι i στο λιμάνι j .

$$T_{iiv} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ φτάνει και περιμένει εκτός του λιμανιού } i \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

T^W : Το μέγιστο χρονικό διάστημα που το πλοίο v δεν αγκυροβολεί στο λιμάνι ώστε να ξεκινήσει η διαδικασία φόρτωσης ή εκφόρτωσης.

W_v^{MX} : Το πλήθος των δεξαμενών του πλοίου v .

W_v : Το σύνολο που περιλαμβάνει τις διαφορετικές δεξαμενές φορτίου που περιλαμβάνει το πλοίο v , με $w \in W_v$.

$$x_{ivt} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ αναμένει εκτός του λιμανιου } i, i \in A_v \\ & \text{για τη χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

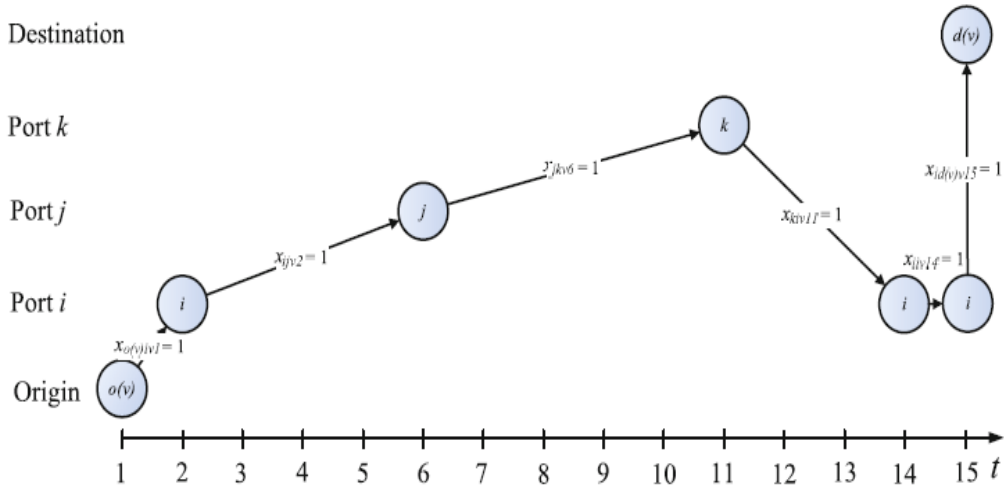
$$x_{ijvt} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ φτάνει και εξυπηρετεί το λιμάνι } i \\ & \text{τη χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX} \text{ πριν ταξιδεψει} \\ & \text{απευθείας για το λιμανι } j, i, j \in A_v, i \neq j \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$z_{iwnv} = \begin{cases} 1 & \text{αν η δεξαμενή } w, w \in W_v, \text{ του πλοίου } v \\ & \text{φορτώνεται ή εκφορτώνεται στο λιμάνι } i, i \in H_v, \\ & \text{την χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX}. \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$u_{ivt} = \begin{cases} 1 & \text{αν οποιαδήποτε δεξαμενή } w, w \in W_v, \text{ του πλοίου } v \\ & \text{φορτώνεται ή εκφορτώνεται στο λιμάνι } i, i \in H_v, \\ & \text{την χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX}. \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Μια πιθανή διαδρομή ενός πλοίου απεικονίζεται στο Σχήμα 2.3. Το πλοίο ξεκινά από τον κόμβο προέλευσης του μετά το πέρας μίας χρονικής περιόδου ($x_{o(v)iv1} = 1$). Το πλοίο είτε βρίσκεται στη θάλασσα και περνά μια περίοδο του χρόνου μέχρι να φθάσει στο λιμάνι i που είναι λιμάνι φόρτωσης είτε αναμένει έξω από το λιμάνι i σε αυτό το χρονικό διάστημα. Μετά την άφιξη στο λιμάνι i , ($x_{ijv2} = 1$), το πλοίο ολοκληρώνει την φόρτωση των δεξαμενών του στη χρονική περίοδο 2. Ο χρόνος πλεύσης μεταξύ των λιμανιών (i, j) είναι τρεις χρονικές περιόδους. Όταν το πλοίο έχει εκφορτώσει μερικές από τις δεξαμενές φορτίου του στο λιμάνι j στην περίοδο 6, ($x_{ikv6} = 1$), το πλοίο κατευθύνεται προς το λιμάνι k όπου ολοκληρώνεται η παράδοση προϊόντος στην περίοδο 11, ($x_{kiv11} = 1$). Εδώ, το πλοίο ξεφορτώνει το υπόλοιπο των δεξαμενών του και στη συνέχεια πλέει προς το λιμάνι i . Το πλοίο φτάνει στο λιμάνι i την χρονική περίοδο

14, $(x_{iiv14} = 1)$ και περιμένει μία χρονική περίοδο έξω από το λιμάνι, πριν το πλοίο φορτώσει όλες τις δεξαμενές του φορτίου και κατευθυνθεί προς τον κόμβο προορισμού, $d(v)$, $(x_{id(v)v15} = 1)$.



Σχήμα 2.3 Απεικόνιση μίας πιθανής επιτρεπτής διαδρομής στο δίκτυο ενός πλοίου

Οι περιορισμοί που αφορούν στο πρόβλημα δρομολόγησης του στόλου διατυπώνονται (Grønhaug and Christiansen, 2009) ως εξής:

$$(1) \sum_{i \in H_v} x_{jivt} - \sum_{i \in H_v, t > T_{Sijv}} x_{ijv(t-T_{Sijv})} = 0, \quad \forall j \in H_v, v \in V, t \in T,$$

$$(2) \sum_{j \in N_v} x_{o(v)jvt} = 1, \quad \forall v \in V, t = 1,$$

$$(3) \sum_{t \in T} \sum_{i \in H_v} x_{id(v)ivt} = 1, \quad \forall v \in V,$$

$$(4) \sum_{j \in N_v, j \neq i} x_{jivt} - u_{ivt} = 0, \quad \forall i \in H_v, v \in V, t \in T,$$

$$(5) x_{iivt} u_{ivt} = 0, \quad \forall i \in H_v, v \in V, t \in T,$$

$$(6) \sum_{\tau=t, \tau \leq T^{MX} - T^W - 2 \min_j \{T_{Sijv}\}}^{t+T^W + 2 \min_j \{T_{Sijv}\}} x_{iiv\tau} \leq T^W, \quad i \in H_v, v \in V, t \in T,$$

$$(7) x_{ijvt} \left(\sum_{w \in W_v} z_{iivwt} + \sum_{\tau=t, \tau \leq T^{MX} - T_{Sijv}}^{t+T^W} \sum_{w \in W_v} z_{jvw(\tau+T_{Sijv})} - W_v^{MX} \right) = 0, \\ \forall i \neq j, \{i, j\} \in H_v^D, (i, j) \in A_v, v \in V, t \in T,$$

$$(8) \quad z_{iwnv} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in H_v, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(9) \quad u_{ivt} \in \{0,1\}, \quad \forall i \in H_v, v \in V, t \in T,$$

$$(10) \quad x_{ijvt} \in \{0,1\}, \quad \forall (i,j) \in A_v, v \in V, t \in T.$$

Οι περιορισμοί (1) - (3) περιγράφουν τους κανόνες σύμφωνα με τους οποίους κινείται το πλοίο v . Αρχικά, η σχέση (1) περιορίζει ως προς τον χρόνο άφιξης και εξυπηρέτησης στο λιμάνι. Χρονικά η άφιξη και η εξυπηρέτηση στο λιμάνι i γίνεται συντομότερα κατά T_{Sijv} από την άφιξη και την ολοκλήρωση της εξυπηρέτησης στο λιμάνι j . Το πρώτο δρομολόγιο από τον κόμβο προέλευσης $o_{(v)}$ του πλοίου παρουσιάζεται στον περιορισμό (2), όπου ένα μόνο τόξο συνδέει τον αρχικό τεχνητό κόμβο με κάποιο από τα πιθανά λιμάνια ενώ η διαμονή του πλοίου στον αρχικό κόμβο ορίζεται να έχει διάρκεια μίας χρονικής περιόδου. Ο περιορισμός (3) εκφράζει ότι το πλοίο v πρέπει να ολοκληρώσει την διαδρομή του στο σημείο προορισμού, στον τεχνητό κόμβο $d_{(v)}$, σε κάποια χρονική περίοδο.

Στον περιορισμό (4) δίνεται η σχέση μεταξύ της διακίνησης φορτίου και της πλεύσης του πλοίου. Έτσι, αν το πλοίο πλέει ανάμεσα σε δύο λιμάνια, θα πρέπει να πραγματοποιείται είτε φόρτωση είτε εκφόρτωση στο λιμάνι της αρχής του τόξου που τα συνδέει, ανάλογα με τον τύπο του λιμανιού. Ο περιορισμός (5) εκφράζει ότι ένα πλοίο όταν αναμένει έξω από ένα λιμάνι δεν μπορεί να εκτελέσει κάποια διαδικασία εξυπηρέτησης. Ο περιορισμός (6) περιορίζει τον αριθμό των ημερών που κάποιο πλοίο v περιμένει εκτός από κάποιο λιμάνι i . Ο περιορισμός (7) δηλώνει ότι αν ένα πλοίο καλείται να εξυπηρετήσει διαδοχικά δύο μονάδες εξαέρωσης, τότε το προϊόν πρέπει να εκφορτωθεί από όλες τις δεξαμενές φορτίου του πλοίου σε αυτές.

Διαχείριση αποθεμάτων εντός των πλοίων

Αρχικά δίνεται ένας ορισμός απαραίτητος για την περιγραφή του μαθηματικού μοντέλου που αφορά στη διαχείριση των επιπέδων προϊόντος εντός των πλοίων. Υποδιαδρομή (duty), καλείται το ταξίδι που ξεκινά από ένα λιμάνι φόρτωσης (μονάδα υγροποίησης) όταν ένα πλοίο είναι πλήρως φορτωμένο και ολοκληρώνεται πριν το πλοίο ξεκινήσει να φορτώνει στο αμέσως επόμενο λιμάνι φόρτωσης. Επομένως μιλάμε για ένα ταξίδι μεταξύ δύο λιμανιών φόρτωσης συμπεριλαμβανομένου των ενδιάμεσων σταθμών εκφόρτωσης. Ακόμα, υποδιαδρομή θεωρείται και το ταξίδι που ξεκινά από τον κόμβο προέλευσης και ολοκληρώνεται όταν το πλοίο φθάνει στον κόμβο προορισμού.

Στην συνέχεια δίνεται ο συμβολισμός που θα χρησιμοποιηθεί για την διατύπωση των περιορισμών για τα αποθέματα προϊόντος εντός των πλοίων:

- L_{wv} : Είναι η χωρητικότητα της δεξαμενής φορτίου w στο πλοίο v .
- L_{wv}^0 : Πρόκειται για την αρχική ποσότητα προϊόντος που περιέχεται στη δεξαμενή w του πλοίου v όταν καταλαμβάνει τον τεχνητό κόμβο προέλευσης $o_{(v)}$ όπου δεν πραγματοποιείται φόρτωση ή εκφόρτωση.
- L_{wv}^E : Αντιπροσωπεύει την ποσότητα προϊόντος που περιέχεται στην δεξαμενή w του πλοίου v η οποία εκφορτώνεται σε ένα λιμάνι εκφόρτωσης όταν ακολουθεί αμέσως μετά επίσκεψη σε ένα λιμάνι φόρτωσης.
- J_i : Είναι σταθερά η οποία παίρνει την τιμή $J_i = 1$ εάν το λιμάνι i είναι λιμάνι φόρτωσης και την τιμή $J_i = -1$ αν το λιμάνι i είναι λιμάνι εκφόρτωσης.
- B_{wv}^{off} : Είναι η παράμετρος που εκφράζει την απώλεια προϊόντος λόγω εξάτμισης σε κάποια δεξαμενή φορτίου στο πλοίο v ανά χρονική περίοδο.
- $[T_{D_{iv}}^{MN}, T_{D_{iv}}^{MX}]$: Είναι τα κατώτερα και ανώτερα όρια για τον χρόνο διεκπεραίωσης μίας υποδιαδρομής όπου συμπεριλαμβάνονται ο χρόνος ταξιδιού και ο χρόνος αναμονής σε ένα λιμάνι φόρτωσης ενώ ακολουθεί το λιμάνι εκφόρτωσης i .
- l_{wvt} : Το φορτίο προϊόντος που βρίσκεται εντός των δεξαμενής w του πλοίου v κατά το πέρας της χρονικής περιόδου t , με $w \in W_v$, $v \in V$, $t \in T$. Σημειώνουμε ότι $L_{wv}^0 = l_{wv0}$.
- $q_{i w v t}$: Το φορτίο προϊόντος που φορτώνεται (ή εκφορτώνεται) στην (ή από την) δεξαμενή φορτίου κατά την χρονική περίοδο t , με $i \in H_T$, $w \in W_v$, $v \in V$, $t \in T$.

Οι περιορισμοί που αφορούν στο πρόβλημα διαχείρισης αποθεμάτων προϊόντος εντός των πλοίων διατυπώνονται (Grønhaug and Christiansen, 2009) ακολούθως:

$$(11) \quad -l_{wvt} + l_{wv(t-1)} + B_{wv}^{off} \left[\sum_{i \in H_v} z_{i w v t} + \sum_{i \in N_v} \sum_{\tau=1}^{t-1} x_{id_{(v)}\tau} \right] - \sum_{i \in H_v} J_i q_{i w v t} = B_{wv}^{off},$$

$$\forall w \in W_v, v \in V, t \in T$$

$$(12) \quad W_v^{MX} u_{ivt} - \sum_{w \in W_v} z_{i w v t} = 0, \quad \forall i \in H_v^P, v \in V, t \in T,$$

$$(13) \quad q_{i w v t} - L_{wv} z_{i w v t} = 0, \quad \forall i \in H_v^P, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(14) \quad u_{ivt} - z_{i w v t} \geq 0, \quad \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(15) \quad u_{ivt} - \sum_{w \in W_v} z_{i w v t} \leq 0, \quad \forall i \in H_v^D, v \in V, t \in T,$$

$$(16) \quad q_{i_{wvt}} - \left(L_{wv} - B_{wv}^{off} T_{D_{iv}}^{MX} \right) z_{i_{wvt}} \geq 0, \quad \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(17) \quad q_{i_{wvt}} - \left(L_{wv} - B_{wv}^{off} T_{D_{iv}}^{MN} \right) z_{i_{wvt}} \leq 0, \quad \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(18) \quad 0 \leq l_{wvt} \leq L_{wv}, \quad \forall w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(19) \quad x_{id_{(v)}vt} z_{i_{wvt}} \left(l_{wvt} - L_{wv}^E \right) = 0, \quad \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(20) \quad \sum_{\tau=t}^{t+T^w} x_{id_{(v)}v\tau} - \sum_{j \in H_v^D} x_{jiv(t-T_{Sjv})} \left(l_{wvt} - L_{wv}^E \right) = 0,$$

$$\forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T$$

Ο περιορισμός (11) υπολογίζει τον όγκο του ΥΦΑ σε κάθε δεξαμενή του φορτηγού πλοίου σε κάθε χρονική περίοδο. Η ποσότητα του υγραποποιημένου φυσικού αερίου σε μια δεξαμενή του πλοίου εν πλω μειώνεται κατά το ποσό B_{wv}^{off} σε κάθε χρονική περίοδο. Ωστόσο δεν υφίσταται εξάτμιση προϊόντος από μια δεξαμενή κατά την διάρκεια φόρτωσης ή εκφόρτωσης της. Επιπλέον, δεν υπάρχει απώλεια στον κόμβο προορισμού. Οι περιορισμοί (12)-(13) εξασφαλίζουν ότι όλες οι δεξαμενές φορτώνονται πλήρως στα λιμάνια φόρτωσης. Οι περιορισμοί (14)-(15) εξασφαλίζουν ότι αν ένα πλοίο εκτελεί κάποια διαδικασία εκφόρτωσης προϊόντος στα αντίστοιχα λιμάνια τότε τουλάχιστον μία από τις δεξαμενές του θα εκφορτωθεί. Ο περιορισμός (16) δίνει το χαμηλότερο όριο της ποσότητας ΥΦΑ που εκφορτώνεται στις μονάδες εξαέρωσης. Μάλιστα, η ποσότητα ΥΦΑ που δε θα παραδοθεί πρέπει να είναι μικρότερη ή ίση από τη συνολική απώλεια προϊόντος στη διάρκεια του μεγαλύτερου δυνατού ταξιδιού μεταξύ των δύο λιμανιών φόρτωσης. Το ανώτερο όριο για τον όγκο φορτίου που εκφορτώνεται στις μονάδες εξαέρωσης δίνεται στον περιορισμό (17). Στον περιορισμό (18) διατυπώνονται τα φράγματα για την ποσότητα προϊόντος εντός οποιασδήποτε δεξαμενής του πλοίου. Έτσι η ποσότητα αυτή δεν μπορεί να ξεπερνά τη συνολική χωρητικότητα της δεξαμενής.

Ο περιορισμός (19) εξασφαλίζει ότι εάν υπάρχει μια εκφόρτωση αμέσως πριν τον κόμβο προορισμού, το φορτίο που απομένει στις δεξαμενές φορτίου στον κόμβο εκφόρτωσης πρέπει να ισούται με L_{wv}^E . Η ποσότητα L_{wv}^E είναι η απαιτούμενη ποσότητα που πρέπει να βρίσκεται εντός του πλοίου για την άμεση ανταπόκριση του σε μία νέα προγραμματισμένη μεταφορά προϊόντος. Ο περιορισμός (20) εκφράζει ότι αν ένα πλοίο καλείται από δύο συνεχόμενες μονάδες εξαέρωσης τότε όλες οι δεξαμενές φορτίου πρέπει να έχουν εκφορτωθεί όταν το πλοίο αποχωρεί από το δεύτερο στη σειρά λιμάνι παράδοσης. Έτσι, δεν υπάρχει ανάγκη για την χρήση των μεταβλητών $z_{i_{wvt}}$ ή $z_{j_{wvt}}$ στον περιορισμό (21).

Οι περιορισμούς (19) και (20) οι οποίοι δεν είναι γραμμικοί μετατρέπονται σε γραμμικούς με κατάλληλους μετασχηματισμούς (Grønhaug and Christiansen, 2009).

Ξεκινώντας με την αναδιατύπωση του περιορισμού (124) λαμβάνονται οι ακόλουθοι γραμμικοί περιορισμοί:

$$(21) \quad (l_{wvt} - L_{wv}^E) x_{id(v)vt} \geq 0, \quad \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T,$$

$$(22) \quad l_{wvt} - L_{wv}^E (x_{id(v)vt} + z_{iwwt}) \leq 2L_{wv} + L_{wv}^E, \\ \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T$$

Ο περιορισμός (21) εξασφαλίζει ότι όλα τα πλοία θα πρέπει να έχουν τουλάχιστον την ποσότητα L_{wv}^E του υγροποιημένου φυσικού αερίου σε κάθε δεξαμενή φορτίου στο πλοίο, όταν φτάσουν στο κόμβο προορισμού. Ο περιορισμός (22) περιορίζει το φορτίο στη δεξαμενή φορτίου να είναι μικρότερο ή ίσο από L_{wv} όταν το πλοίο εκφορτώνει μια δεξαμενή του πριν από την αναχώρηση για το κόμβο προορισμού, δηλαδή όταν $x_{id(v)vt} z_{iwwt} = 1$.

Ο γραμμικός περιορισμός που αντικαθιστά ισοδύναμα τον περιορισμό (20) διατυπώνεται στην συνέχεια:

$$(23) \quad l_{wv(t+T_{Sid(v)v})} + L_{wv} \left(\sum_{\tau=t}^{t+T^w} x_{id(v)v\tau} - \sum_{j \in H_v^D} x_{jivt} \right) = 2L_{wv} + L_{wv}^E, \\ \forall i \in H_v^D, w \in W_v, v \in V, t \in T$$

Όταν ένα πλοίο εκφορτώνει σε δύο διαδοχικά λιμάνια εκφόρτωσης πριν από την αναχώρηση στον κόμβο προορισμού, θα πρέπει να εναπομένει ακριβώς η ποσότητα L_{wv}^E του υγροποιημένου φυσικού αερίου στις δεξαμενές φορτίου. Ο περιορισμός (23) οριοθετείται όταν ένα πλοίο εξυπηρετεί διαδοχικά λιμάνια εκφόρτωσης πριν από την αναχώρηση στον κόμβο προορισμού. Τότε, η ποσότητα φορτίου που απομένει σε κάθε δεξαμενή φορτίου θα πρέπει να είναι μικρότερη ή από ίση από την L_{wv}^E . Ως εκ τούτου, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον περιορισμό (23) σε συνδυασμό με τον περιορισμό (21) για την γραμμικοποίηση του περιορισμού (20).

Διαχείριση αποθεμάτων στα λιμάνια και εξασφάλιση της ομαλής λειτουργίας τους

Εδώ, παρουσιάζονται σύμφωνα με τους Grønhaug and Christiansen (2009) οι περιορισμοί για τη διαχείριση των λιμενικών εργασιών και των αποθεμάτων στα λιμάνια. Θα απαιτηθεί ο επιπλέον συμβολισμός :

$[Y_{it}^{MN}, Y_{it}^{MX}]$: Τα όρια της ημερήσιας παραγωγής ή ζήτησης ΥΦΑ στο λιμάνι i την χρονική στιγμή t .

$[S_{it}^{MN}, S_{it}^{MX}]$: Τα όρια του επιπέδου αποθέματος ΥΦΑ στο λιμάνι i την χρονική στιγμή t .

N_i^{CAP} : Το μέγιστο πλήθος πλοίων που μπορεί να φιλοξενήσει ένα λιμάνι σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο.

y_{it} : Η ποσότητα παραγωγής ή ζήτησης ΥΦΑ την χρονική περίοδο t στο λιμάνι i , με $y_{it} \in [Y_{it}^{MN}, Y_{it}^{MX}]$ και $i \in H_T, t \in T$.

s_{it} : Το επίπεδο αποθέματος ΥΦΑ την χρονική περίοδο t στο λιμάνι i , με $s_{it} \in [S_{it}^{MN}, S_{it}^{MX}]$ και $i \in H_T, t \in T$. Σημειώνεται ότι το s_{i0} είναι το απόθεμα κατά την έναρξη του χρονοδιαγράμματος διανομής.

$$(24) \quad s_{it} - s_{i(t-1)} - \sum_{v \in V} \sum_{w \in W_v} J_i q_{iwwt} + J_i y_{it} = 0, \quad \forall i \in H_T, t \in T,$$

$$(25) \quad \sum_{v \in V} u_{ivt} \leq N_i^{CAP}, \quad \forall i \in H_T, t \in T,$$

$$(26) \quad S_{it}^{MN} \leq s_{it} \leq S_{it}^{MX}, \quad \forall i \in H_T, t \in T,$$

$$(27) \quad Y_{it}^{MN} \leq y_{it} \leq Y_{it}^{MX}, \quad \forall i \in H_T, t \in T,$$

Η απαίτηση για την εξισορρόπηση των αποθεμάτων στα λιμάνια δίνεται από τον περιορισμό (24), όπου φαίνεται πως διαμορφώνεται το απόθεμα σε μία συγκεκριμένη χρονική περίοδο με βάση τις πληροφορίες για το απόθεμα, την παραγωγή και τις πωλήσεις στην αμέσως προηγούμενη χρονική περίοδο. Ο περιορισμός (25) εξασφαλίζει ότι η χωρητικότητα του λιμανιού ως προς τον αριθμό των πλοίων σε κάθε χρονική περίοδο δεν μπορεί να ξεπεραστεί. Τα ανώτερα και κατώτερα όρια για τις μεταβλητές δίνονται στους περιορισμούς (26) και (27).

Η αντικειμενική συνάρτηση

Σ' αυτή την παράγραφο διατυπώνεται η αντικειμενική συνάρτηση του προβλήματος. Απαιτείται ο ακόλουθος επιπλέον συμβολισμός.

REV_{it} : Έσοδα ανά μονάδα προϊόντος σε κάθε χρονική περίοδο από την πώληση ΥΦΑ προς τους πελάτες στα λιμάνια παράδοσης.

$COST_{it}$: Μοναδιαίο κόστος από την παραγωγή ΥΦΑ στα λιμάνια φόρτωσης.

C_{ijn} : Κόστος μεταφοράς που αντιστοιχεί στο κόστος διέλευσης του τόξου (i, j) από το πλοίο n . Το συγκεκριμένο κόστος αφορά το ημερήσιο κόστος λειτουργίας των πλοίων, τα λιμενικά τέλη στο λιμάνι i , και τα τέλη καναλιών.

Η αντικειμενική συνάρτηση προτάθηκε από τους Grønhaug and Christiansen (2009) στην ακόλουθη μορφή:

$$(28) \quad \max \sum_{i \in H_D} \sum_{t \in T} REV_{it} y_{it} - \sum_{i \in H_P} \sum_{t \in T} COST_{it} y_{it} - \sum_{(i,j) \in A} \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} C_{ijn} x_{ijn}$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (28) μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος από την πώληση υγροποιημένου φυσικού αερίου στους τελικούς πελάτες.

2.2.2 Το συνδυαστικό μοντέλο

Στη διαμόρφωση του μοντέλου, οι διαδρομές οι οποίες δίνουν πληροφορίες για το πλήθος των αφίξεων στα λιμάνια και τις ποσότητες φορτίου περιγράφονται αποδίδοντας κατάλληλες τιμές στις μεταβλητές απόφασης. Στην μοντελοποίηση του συνδυαστικού προβλήματος οι διαδρομές αυτές απαριθμούνται εκ των προτέρων και στην συνέχεια τροφοδοτούν την διαμόρφωση του μοντέλου ροής.

Μια διαδρομή $r \in S_{\lambda_n}$ περιλαμβάνει τη γεωγραφική πορεία και το χρονοδιάγραμμα με πληροφορίες σχετικά με τους χρόνους άφιξης για όλες τις κλήσεις από τα λιμάνια για το πλοίο n στον ορίζοντα σχεδιασμού. Επιπλέον, η διαδρομή περιέχει πληροφορίες σχετικά με τις ποσότητες που φορτώνονται και εκφορτώνονται στις τερματικές μονάδες υγροποίησης και εξαέρωσης αντίστοιχα.

Ο συμβολισμός που χρησιμοποιείται για την διαμόρφωση του συνδυαστικού μοντέλου δίνεται ακολούθως:

$$\lambda_{vr} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v, v \in V \text{ πλεύσει κατά την διαδρομή } r, r \in S_{\lambda_n} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$X_{ivtr} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ φτάνει στο λιμάνι } i \\ & \text{τη χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX} \text{ στη διαδρομή } r, r \in S_{\lambda_n} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Q_{ivtr} : Ο όγκος φόρτωσης ή εκφόρτωσης δίνεται στη χρονική περίοδο $t = 1, 2, \dots, T^{MX}$ κατά την διαδρομή r , $r \in S_{\lambda v}$.

C_{vr} : Το συνολικό κόστος πλεύσης κατά την διαδρομή r , $r \in S_{\lambda v}$, του πλοίου v .

Το συνδυαστικό πρόβλημα της δρομολόγησης του στόλου και της διαχείρισης αποθεμάτων ΥΦΑ μοντελοποιείται (Grønhaug and Christiansen, 2009) ως εξής:

$$(29) \quad \max \sum_{i \in H_D} \sum_{t \in T} REV_{it} y_{it} - \sum_{i \in H_P} \sum_{t \in T} COST_{it} y_{it} - \sum_{v \in V} \sum_{r \in R_v} C_{vr} \lambda_{vr}$$

Κάτω από τους περιορισμούς

$$(30) \quad s_{it} - s_{i(t-1)} - \sum_{v \in V} \sum_{r \in S_{\lambda v}} J_i Q_{ivtr} + J_i y_{it} = 0, \quad \forall i \in H_T, t \in T ,$$

$$(31) \quad \sum_{v \in V} X_{ivtr} \lambda_{vr} \leq N_i^{CAP}, \quad \forall i \in H_T, t \in T ,$$

$$(32) \quad S_{it}^{MN} \leq s_{it} \leq S_{it}^{MX}, \quad \forall i \in H_T, t \in T ,$$

$$(33) \quad Y_{it}^{MN} \leq y_{it} \leq Y_{it}^{MX}, \quad \forall i \in H_T, t \in T ,$$

$$(34) \quad \sum_{r \in S_{\lambda v}} \lambda_{vr} = 1, \quad \forall v \in V ,$$

$$(35) \quad \lambda_{vr} \in \{0,1\}, \quad \forall v \in V, r \in S_{\lambda v} .$$

Η αντικειμενική συνάρτηση (29) μεγιστοποιεί το κέρδος από τις πωλήσεις του υγροποιημένου φυσικού αερίου. Η διαχείριση αποθεμάτων δίνεται στον περιορισμό (30), ενώ ο περιορισμός λειτουργικότητας των λιμανιών δίνεται στην σχέση (31). Τα ανώτερα και κατώτερα φράγματα στους περιορισμούς (32) - (33) είναι πανομοιότυπα με τους περιορισμούς (26) - (27). Ο περιορισμός (34) περιορίζει τα πλοία να πλέουν κατά μία ακριβώς διαδρομή. Τέλος, το μοντέλο περιλαμβάνει τις δυαδικές απαιτήσεις στην σχέση (35) για τις μεταβλητές απόφασης λ_{vr} .

2.2.3 Ο αλγόριθμος απαρίθμησης των διαδρομών των πλοίων για το συνδυαστικό πρόβλημα

Στην παράγραφο αυτή θα παρουσιαστεί ένας αναδρομικός αλγόριθμος για την πλήρη απαρίθμηση όλων των δυνατών διαδρομών του προβλήματος. Με την βοήθεια του μπορούν να εντοπιστούν όλες οι πιθανές διαδρομές με πληροφορίες σχετικά με τη γεωγραφική χαρτογράφηση της κάθε διαδρομής, τους χρόνους άφιξης και τον αριθμό των δεξαμενών που φορτώνονται και εκφορτώνονται σε όλα τα λιμάνια. Για κάθε διαδρομή που προσδιορίζεται, ο αλγόριθμος υπολογίζει το σύνολο των υποδιαδρομών

(duties) κατά μήκος της. Οι υποδιαδρομές (οι οποίες είναι τα ταξίδια μεταξύ δύο λιμανιών φόρτωσης) στην πραγματικότητα διακρίνουν νοητά την διαδρομή. Ο αλγόριθμος επίσης καλείται να υπολογίσει την συνολική απώλεια προϊόντος λόγω εξάτμισης από κάθε δεξαμενή φορτίου κατά τη διάρκεια των υποδιαδρομών, προκειμένου να γίνει γνωστό το ακριβές φορτίο που εκφορτώνεται στα λιμάνια εκφόρτωσης. Για να εκφραστεί αυτό μαθηματικά εισάγεται ο επιπλέον συμβολισμός:

DU_{vr} : Το σύνολο των υποδιαδρομών που περιλαμβάνει η διαδρομή r κατά την οποία πλέει το πλοίο v , με $d \in DU_{vr}$.

B_{wvrd}^{off} : Η συνολική απώλεια προϊόντος σε κάποια δεξαμενή φορτίου w στο πλοίο v κατά την υποδιαδρομή d στη διαδρομή r .

$$X_{ijvtrd} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ διαγράφει το τόξο } (i, j) \text{ κατά την υποδιαδρομή } d, d \in DU_{vr}, \\ & \text{στη διαδρομή } r, r \in S_{\lambda v}, \text{ ξεκινώντας τη χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX} \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

$$Z_{iwnvtrd} = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ φορτώνει ή εκφορτώνει την δεξαμενή } w, w \in W_v, \\ & \text{τη χρονική περίοδο } t = 1, 2, \dots, T^{MX} \\ & \text{κατά την υποδιαδρομή } d, d \in DU_{vr}, \text{ στη διαδρομή } r, r \in S_{\lambda v}, \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι σχέσεις που δόθηκαν από τους Grønhaug and Christiansen (2009) για την απαρίθμηση όλων των δυνατών διαδρομών των πλοίων:

$$(36) \quad B_{wvrd}^{off} = B_{wv}^{off} \left(\sum_{(i,j) \in A_v} \sum_{t \in T} X_{ijvtrd} T_{Sijv} - \sum_{i \in H_v} \sum_{t \in T} Z_{iwnvtrd} \right),$$

$$\forall w \in W_v, v \in V, r \in S_{\lambda v}, d \in DU_{vr}$$

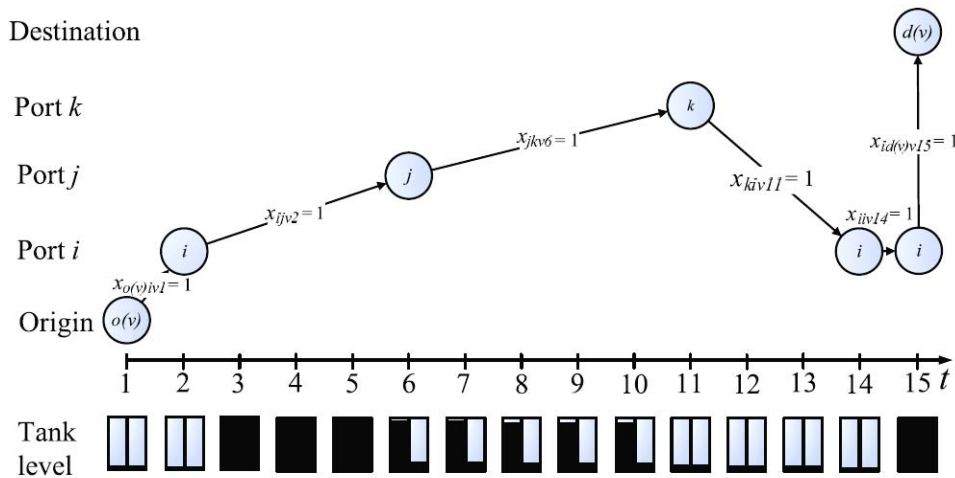
$$(37) \quad Q_{ivtr} = \sum_{w \in W_v} \sum_{d \in DU_{vr}} Z_{iwnvtrd} L_{wv}, \quad \forall i \in H_v^P, v \in V, t \in T, r \in S_{\lambda v},$$

$$(38) \quad Q_{ivtr} = \sum_{w \in W_v} \sum_{d \in DU_{vr}} Z_{iwnvtrd} (L_{wv} - B_{wvrd}^{off}), \quad \forall i \in H_v^D, v \in V, t \in T, r \in S_{\lambda v},$$

$$(39) \quad X_{ivtr} \geq Z_{iwnvtrd}, \quad \forall i \in N_v, w \in W_v, v \in V, t \in T, r \in S_{\lambda v}, d \in DU_{vr},$$

Αρχικά, η σχέση (36) υπολογίζει τη συνολική απώλεια προϊόντος σε κάθε υποδιαδρομή λαμβάνοντας υπόψη το χρόνο ταξιδιού που απαιτείται για την ολοκλήρωση μίας υποδιαδρομής, την υπόθεση ότι δεν υφίσταται απώλεια προϊόντος κατά την διάρκεια φόρτωσης ή εκφόρτωσης προϊόντος στα λιμάνια και το καθορισμένο ποσοστό απώλειας ανά χρονική περίοδο. Οι σχέσεις (37)-(38) περιγράφουν την φόρτωση ή εκφόρτωση στα λιμάνια φόρτωσης και εκφόρτωσης αντίστοιχα δίνοντας προσοχή στην απολεσθείσα ποσότητα προϊόντος για τα λιμάνια εκφόρτωσης. Η συνολική απώλεια προϊόντος που υπολογίστηκε στην σχέση (36) χρησιμοποιείται ως δεδομένο για τον υπολογισμό του πλήθους των δεξαμενών που φορτώνονται και εκφορτώνονται στους λιμένες στις εξισώσεις (37)-(38). Τέλος, η εξίσωση (39) εξηγεί πως για πραγματοποιηθεί κάποια διαδικασία φόρτωσης ή εκφόρτωσης προϊόντος σε οποιοδήποτε λιμάνι που περιλαμβάνεται σε κάποια υποδιαδρομή θα πρέπει να έχει προηγηθεί άφιξη του πλοίου στο αυτό λιμάνι.

Ο αλγόριθμος απαρίθμησης διαδρομής αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο μέρος προετοιμάζει τον αλγόριθμο καταμέτρησης των διαδρομών, ενώ στον δεύτερο μέρος δίνεται το επαναληπτικό τμήμα του αλγορίθμου που ψάχνει για όλες τις διαδρομές.



Σχήμα 2.4 Απεικόνιση μίας πιθανής διαδρομής στο δίκτυο ροής ενός πλοίου και των σχετικών επιπέδων προϊόντος στις δεξαμενές του πλοίου

Το Σχήμα 2.4 απεικονίζει μια δυνατή διαδρομή μέσω του δικτύου για ένα πλοίο με δύο δεξαμενές φορτίου. Το πλοίο φορτώνει πλήρως τις δύο δεξαμενές φορτίου του την χρονική περίοδο 2. Στην συνέχεια εκφορτώνει μία δεξαμενή φορτίου στο χρονικό διάστημα 6 και την άλλη στην χρονική περίοδο 11. Έχει απομείνει μία ποσότητα ασφαλείας ΥΦΑ στις δεξαμενές φορτίου εξαιτίας του φαινομένου των εξατμίσεων. Η ποσότητα προϊόντος λόγω εξατμίσεων κρατά τις δεξαμενές φορτίου δροσερές και

επιπλέον χρησιμοποιείται ως καύσιμο έως ότου οι δεξαμενές φορτίου είναι έτοιμες για επαναφόρτωση σε χρονικό διάστημα 15.

Για να φανεί πώς λειτουργεί ο αλγόριθμος χρησιμοποιούμε το παράδειγμα από το Σχήμα 2.4. Ο αλγόριθμος απαρίθμησης διαδρομών θα εντοπίσει αρχικά την πλήρη διαδρομή και στην συνέχεια θα προσδιορίσει τις τρεις υπηρεσίες στο πλαίσιο του δικτύου. Η πρώτη υπηρεσία ξεκινά από τον κόμβο προέλευσης $o_{(v)}$ και καταλήγει στο λιμάνι i στο χρονικό διάστημα 2. Η δεύτερη ξεκινά την χρονική περίοδο 2 όταν το πλοίο αποπλεύσει από το λιμάνι i και ολοκληρώνεται την χρονική περίοδο 15 όταν το πλοίο θα αποχωριστεί το λιμάνι i . Σημειώνουμε ότι ο χρόνος αναμονής εκτός του λιμένα i την χρονική περίοδο 14 θεωρείται ότι ανήκει στη δεύτερη υπηρεσία. Τέλος, η τρίτη υπηρεσία ξεκινά και ολοκληρώνεται στο χρονικό διάστημα 15, δεδομένου ότι καλύπτει τον απόπλου από το λιμάνι i στο κόμβο προορισμού $d_{(v)}$.

- **Μέρος 1^ο** (προετοιμασία απαρίθμησης):
για όλα $v \in V$ επανέλαβε
 $r = 0$, η απαρίθμηση των διαδρομών ξεκινά από το μηδέν για κάθε πλοίο
 $N^{LIST} = \emptyset$, η λίστα των κόμβων της διαδρομής
 κάλεσε την συνάρτηση $createPath(r, o_{(v)}, N^{LIST})$
τέλος
- **Μέρος 2^ο** ($createPath(r, i, N^{LIST})$):
 $N^{LIST} = N^{INLIST} \cup \{i\}$
για όλα τα $j \mid (i, j) \in A_v$ επανέλαβε
εάν $j \neq d_{(v)}$ τότε
 κάλεσε την συνάρτηση $createPath(r, j, N^{LIST})$
αλλιώς
 $N^{LIST} = N^{LIST} \cup \{j\}$
 Βρες όλες τις υποδιαδρομές στην N^{LIST} και δημιούργησε το σύνολο DU_{vr}
 και τους πίνακες X_{ijvtrd} , X_{ivtr} και Z_{ivvtrd}
 Υπολόγισε την απώλεια B_{vnr}^{off} , σε κάθε υποδιαδρομή με τις εξισώσεις (36)
 Υπολόγισε την ποσότητα που φορτώνεται ή εκφορτώνεται, Q_{ivtr} , με τις
 εξισώσεις (37)
 $r = r + 1$
τέλος
τέλος

Στο πρώτο μέρος γίνεται η αρχικοποίηση (πρώτη δημιουργία) της διαδρομής με μηδενικές τιμές. Για όλα τα $v \in V$ θεωρείται ότι ο αριθμός των διαδρομών του κάθε

πλοίου να ξεκινάει με 0. Το N^{LIST} δηλώνει το πόσοι κόμβοι υπάρχουν στην διαδρομή του κάθε πλοίου το οποίο επίσης τίθεται ίσο με μηδέν. Στην συνέχεια καλείται η `createPath` συνάρτηση, η οποία δημιουργεί τις διαδρομές του πλοίου. Στην `createPath` περνάνε ως ορίσματα το r που για το πρώτο βήμα είναι 0, ο κόμβος προέλευσης $o_{(v)}$ που είναι η αρχή του N^{LIST} που για το πρώτο βήμα είναι 0 και τέλος το N^{LIST} που επίσης ισούται με 0 στο πρώτο βήμα.

Το δεύτερο μέρος αρχικά κάνει τις αντιστοιχίσεις $r \equiv r$, $o_{(v)} \equiv i$, $N^{LIST} \equiv N^{ILIST}$ στην συνάρτηση `createPath`. Στη συνέχεια θέτει $N^{LIST} \equiv N^{ILIST} \cup \{i\}$ και μετά για κάθε $j | (i, j) \in A_v$:

- Εάν το $j \neq d_{(v)}$ (το j είναι διάφορο του τέλους της λίστας N^{LIST}) ο αλγόριθμος καλεί την συνάρτηση `createPath` με ορίσματα αυτή τη φορά το ίδιο r , το j και τέλος το N^{LIST} .
- Διαφορετικά ο αλγόριθμος κάνει το N^{LIST} ίσο με το $N^{ILIST} \cup \{j\}$.

Έπειτα, αναγνωρίζει όλες τις υποδιαδρομές που υπάρχουν μέσα στο N^{LIST} και δημιουργεί το σύνολο DU_{vr} και τους πίνακες X_{ijvtrd} , X_{ivtr} και Z_{iwwtrd} . Υπολογίζει τις απώλειες λόγω εξατμίσεων για κάθε υποδιαδρομές, B_{wvrd}^{off} , με την βοήθεια της σχέσης (36). Υπολογίζει την ποσότητα που φορτώνεται και εκφορτώνεται, Q_{ivtr} , με την βοήθεια της σχέσης (37). Τέλος αυξάνει το r κατά 1 κλείνοντας την εντολή `if` και τελικά ολοκληρώνει την εντολή επανάληψης `for`.

Για παράδειγμα εάν κάθε δεξαμενή φορτίου έχει χωρητικότητα $75000m^3$ και η απώλεια προϊόντος είναι $115m^3$, μπορεί να υπολογιστεί η συνολική απώλεια προϊόντος και η συνολική ποσότητα που εκφορτώνεται στα λιμάνια. Ο υπολογισμός της συνολικής απώλειας προϊόντος της δεξαμενής φορτίου 1 στην δεύτερη υποδιαδρομή είναι βασισμένος σε υποδιαδρομή διάρκειας 13 χρονικών περιόδων μειωμένη κατά δύο χρονικές περιόδους (μία για την φόρτωση και μία για την εκφόρτωση προϊόντος) :

$$B_{1vr2}^{off} = 115(13 - 2) = 1265m^3$$

Σημειώνεται ότι η φόρτωση στην χρονική περίοδο 15 ανήκει στην τρίτη υποδιαδρομή. Έτσι, εάν εκφορτωνόταν η δεξαμενή φορτίου 1 στο λιμάνι j την χρονική περίοδο 6, η συνολική ποσότητα εκφόρτωσης θα ήταν $73735m^3$. Δεδομένου ότι οι δύο δεξαμενές φορτίου είναι πανομοιότυπες, η δεύτερη δεξαμενή θα εκφορτώσει επίσης $73735m^3$ στο λιμάνι k στην χρονική περίοδο 11.

2.3 Αλλαγή του αντικειμενικού στόχου του προβλήματος μεταφοράς ΥΦΑ

2.3.1 Περιγραφή του προβλήματος

Στην ενότητα αυτή θα παρουσιαστεί ένα ακόμα πρόβλημα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων που αφορά το φυσικό αέριο. Ο στόχος του προβλήματος είναι να βρεθεί το βέλτιστο χρονοδιάγραμμα για μία ετερογενή ομάδα πλοίων που διανέμουν ΥΦΑ από ένα σύνολο τερματικών σταθμών υγροποίησης σε ένα σύνολο τερματικών σταθμών εξαέρωσης. Παράλληλα πρέπει να ικανοποιούνται οι περιορισμοί που αφορούν στα αποθέματα ΥΦΑ και στις υποχρεώσεις απέναντι στα λιμάνια και τις εμπορικές συμβάσεις. Για το πρόβλημα αυτό έχουν μεγάλη σημασία η σύνθεση του στόλου και το μέγεθος του, ο αποθηκευτικός χώρος των τερματικών εγκαταστάσεων και οι συνθήκες αγκυροβόλησης. Το πρόβλημα θεωρεί ένα σύνολο τερματικών σταθμών υγροποίησης και εξαέρωσης με πεπερασμένες δυνατότητες αποθήκευσης. Κάθε τερματικός σταθμός υγροποίησης έχει ένα συγκεκριμένο ρυθμό παραγωγής. Στους σταθμούς εξαέρωσης τα ποσοστά εξαέρωσης τίθενται εντός καθορισμένων ορίων σε καθημερινή βάση. Η ελάχιστη και μέγιστη ποσότητα ΥΦΑ που εξαερώνεται κατά την διάρκεια του ορίζοντα σχεδιασμού καθορίζονται για κάθε τερματικό σταθμό εξαέρωσης. Επιπλέον, η συνολική ζήτηση ΥΦΑ στην διάρκεια του ορίζοντα σχεδιασμού σε κάθε τερματικό σταθμό εξαέρωσης έχει επίσης καθοριστεί. Τέλος, κάθε τερματικός σταθμός έχει έναν πεπερασμένο αριθμό θέσεων αγκυροβόλησης για την εξυπηρέτηση του με την φόρτωση ή την εκφόρτωση φορτίων ΥΦΑ. Κάθε δραστηριότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης απαιτεί ένα χρονικό διάστημα για την ολοκλήρωσή της, υποχρεώνοντας το πλοίο να παραμένει σε μια θέση αγκυροβόλησης όσο διαρκεί.

Ο στόλος αποτελείται από ένα σύνολο ετερογενών πλοίων. Κάθε πλοίο θα φορτωθεί πλήρως σε ένα μόνο τερματικό σταθμό υγροποίησης και θα εκφορτωθεί πλήρως σε ένα μόνο τερματικό σταθμό εξαέρωσης. Η υπόθεσή αυτή είναι ρεαλιστική δεδομένου ότι αυτός είναι ο προτιμώμενος τρόπος λειτουργίας από τις εταιρείες διαχείρισης ΥΦΑ. Υπάρχει απώλεια λόγω εξάτμισης προϊόντος, αλλά αντιπροσωπεύει ένα μικρό ποσοστό του συνολικού μεγέθους του φορτίου και μικρές αποκλίσεις δεν αναμένεται να επηρεάσουν σημαντικά το σχεδιασμό της εφοδιαστικής αλυσίδας μακροπρόθεσμα.

Ο περιορισμένος αποθηκευτικός χώρος των τερματικών σταθμών και οι δεσμεύσεις για την ικανοποίηση της ζήτησης αποτελούν τα ουσιαστικά στοιχεία του προβλήματος. Πιο συγκεκριμένα, η πλεονάζουσα παραγωγή η οποία ξεπερνά το διαθέσιμο αποθηκευτικό χώρο σε ένα τερματικό σταθμό υγροποίησης θεωρείται ως απώλεια (lost production) καθώς δεν μπορεί πλέον να φυλαχτεί. Ομοίως, η εξαέρωση προϊόντος πάνω από τα επιτρεπτά όρια αποθεμάτων σε ένα τερματικό σταθμό εξαέρωσης θεωρείται ως πλεονάζον προϊόν (Stock-Out) και καθώς η υπέρβαση αυτή δεν μπορεί πλέον να αποθηκευτεί θα πρέπει να πωληθεί σε κάποιο σημείο αγοράς. Για τις ανωτέρω υπερβάσεις επιβάλλονται ποινές ώστε να μειωθούν αν όχι να εξαλειφθούν. Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθούν οι συνολικές ποινές που σχετίζονται με τις απώλειες παραγωγής στις μονάδες υγροποίησης και των Stock-Out στις μονάδες εξαέρωσης. Ακόμα, επιβάλλονται ποινές και λόγω των ανεκπλήρωτων απαιτήσεων ζήτησης από τους τερματικούς σταθμούς εξαέρωσης οι οποίες επίσης πρέπει να ελαχιστοποιηθούν.

Έτσι συνοπτικά στο συγκεκριμένο πρόβλημα έχουμε ετερογενή στόλο, χρόνους ταξιδιού που μεταβάλλονται εποχιακά, περιορισμένη διαθεσιμότητα θέσεων αγκυροβόλησης για τα πλοία στους τερματικούς σταθμούς, μεταβλητή παραγωγή, και διαφορετικούς ρυθμούς εξαέρωσης. Μια λύση στο παραπάνω πρόβλημα καλείται να δώσει απαντήσεις σχετικά με το μέγεθος των υποδομών των τερματικών σταθμών και τη διαχείριση του στόλου (βέλτιστο πρόγραμμα για το στόλο). Επίσης πρέπει να αξιολογήσει την ικανότητα της εφοδιαστικής αλυσίδας να εκπληρώσει τις συμβατικές υποχρεώσεις των τερματικών σταθμών αξιοποιώντας πλήρως το διαθέσιμο, προς δρομολόγηση, στόλο.

2.4 Μαθηματική διατύπωση του προβλήματος

2.4.1 Συμβολισμός

Δίνεται ο συμβολισμός που θα χρησιμοποιηθεί για την μαθηματική διατύπωση του προβλήματος (Goel et al., 2012):

CAP_i : Όγκος αποθηκευτικού χώρου στον τερματικό σταθμό i , με $i \in H_T$.

CAP_i^v : Όγκος προϊόντος που φορτώνεται/εκφορτώνεται στο/από το πλοίο v στον τερματικό σταθμό i .

DE_d : Ζήτηση σε έναν τερματικό σταθμό εξαέρωσης, $d \in H_D$, σε όλη την διάρκεια του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού.

R_{dt} : Ρυθμός ζήτησης προϊόντος σε έναν τερματικό σταθμό εξαέρωσης, $d \in H_D$, κατά την διάρκεια μίας χρονικής περιόδου, $t \in T$.

$[R_{dt}^{MN}, R_{dt}^{MX}]$: Διάστημα κατώτερου και ανώτερου ρυθμού εξαέρωσης σε έναν τερματικό σταθμό εξαέρωσης κατά την διάρκεια μίας χρονικής περιόδου, $t \in T$.

R_{pt} : Ρυθμός παραγωγής προϊόντος σε έναν τερματικό σταθμό υγροποίησης, , κατά την διάρκεια μίας χρονικής περιόδου, $t \in T$.

B_i : Σύνολο θέσεων αγκυροβόλησης σε έναν τερματικό σταθμό i .

S_i^0 : Αρχικό απόθεμα προϊόντος στον τερματικό σταθμό i .

I_v^0 : Αρχικός τερματικός σταθμός προορισμού για το πλοίο v .

$T_{I_v^0}$: Χρόνος άφιξης του πλοίου v στον αρχικό τερματικό σταθμό προορισμού.

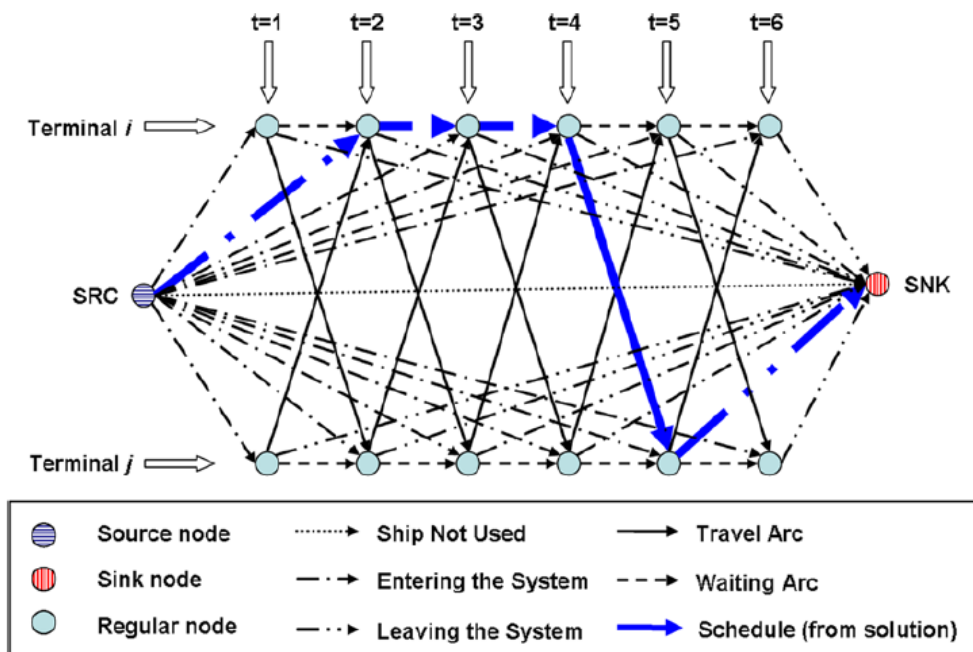
T_{Sijt} : Χρόνος ταξιδιού (συμπεριλαμβανομένου και του χρόνου αγκυροβόλησης στα λιμάνια) μεταξύ των τερματικών σταθμών i, j ξεκινώντας την χρονική περίοδο t .

W_{it} : Ποινή που επιβάλλεται στην μονάδα εξαέρωσης i ανά μονάδα απώλειας παραγωγής ανά χρονική στιγμή t .

W_d : Ποινή που επιβάλλεται ανά μονάδα ζητούμενης ποσότητα η οποία δεν ικανοποιείται.

Το δίκτυο χώρου-χρόνου

Σε αυτή την παράγραφο περιγράφεται το δίκτυο χώρου-χρόνου του προβλήματος που παρουσιάστηκε παραπάνω. Το δίκτυο χώρου-χρόνου ουσιαστικά απεικονίζει όλες τις δυνατές διαδρομές των πλοίων του στόλου μεταξύ των διαθέσιμων τερματικών σταθμών. Κάθε κόμβος που περιλαμβάνεται στο δίκτυο αντιπροσωπεύει μία δυνατή επίσκεψη σε έναν τερματικό σταθμό σε συγκεκριμένο χρόνο.



Σχήμα 2.5 Ένα δίκτυο χώρου-χρόνου

Το δίκτυο χώρου-χρόνου στο Σχήμα 2.5 περιλαμβάνει τους κόμβους προέλευσης (SRC) και τερματισμού (SNK) οι οποίοι αντιπροσωπεύουν τις αρχικές και τελικές θέσεις για τα πλοία. Το δίκτυο περιλαμβάνει επίσης κόμβους (αναφέρονται ως κανονικοί κόμβοι) που αντιπροσωπεύουν κάθε τερματικό σταθμό σε μια δεδομένη χρονική περίοδο. Υπάρχουν πέντε τύποι τόξων για κάθε πλοίο v . Το τόξο που συνδέει άμεσα τους κόμβους (SRC) και (SNK) δηλώνει ότι ένα πλοίο δε χρησιμοποιείται. Το

τόξο που συνδέει τον κόμβο προέλευσης (*SRC*) με έναν κανονικό κόμβο δηλώνει την άφιξη του πλοίου στο αρχικό προορισμό του. Ένα τόξο που συνδέει έναν κανονικό κόμβο με τον κόμβο τερματισμού (*SNK*) αντιπροσωπεύει την τελική αναχώρηση του πλοίου. Τα τόξα αναμονής επιτρέπουν σε ένα πλοίο να αναμένει σε ένα τερματικό σταθμό χωρίς να καταλαμβάνει υποχρεωτικά κάποια θέση αγκυροβόλησης. Αυτά τα τόξα συνδέουν κανονικούς κόμβους που αντιστοιχούν στον ίδιο τερματικό σταθμό σε διαδοχικές χρονικές περιόδους. Τέλος, ένα τόξο ταξιδιού από ένα κανονικό κόμβο n σε ένα κανονικό κόμβο n' αντιπροσωπεύει την εξυπηρέτηση στο τερματικό σταθμό που αντιστοιχεί στον κόμβο n και το ταξίδι που ακολουθεί αμέσως μετά προς τον τερματικό σταθμό που αντιστοιχεί στον κόμβο n' .

Αν το πρόγραμμα πλοίου είναι αρκετά χαλαρό, το πλοίο μπορεί είτε να περιμένει σε ένα τερματικό σταθμό υγροποίησης μετά τη φόρτωση ενός φορτίου, ή να ταξιδέψει στον τερματικό σταθμό εξαέρωσης και περιμένει προτού να εκφορτώσει ένα φορτίο, ή να μοιράσει τον χρόνο αναμονής μεταξύ των δύο τερματικών σταθμών.

Από τη σκοπιά του προγραμματισμού των πλοίων, αυτές θεωρούνται ως συμμετρικές λύσεις. Χρησιμοποιώντας κατάλληλα τόξα που δηλώνουν τις δραστηριότητες φόρτωσης ή εκφόρτωσης οι οποίες ακολουθούνται άμεσα από ταξίδι προς τον τερματικό σταθμό προορισμού μειώνονται οι συμμετρικές λύσεις. Χρησιμοποιείται ο ακόλουθος συμβολισμός:

N : Σύνολο των κόμβων, με $N = \{(i,t) / i \in H_v\} \cup (SRC) \cup (SNK)$.

N_R : Σύνολο κανονικών κόμβων, με $N_R = N / \{(SRC), (SNK)\}$.

A_v^0 : Το τόξο που συνδέει τους κόμβους (*SRC*) και (*SNK*) για το πλοίο v , με $A_v^0 = \{v, (SRC), (SNK)\}$.

A_v^I : Το σύνολο των τόξων που συνδέουν τον κόμβο προέλευσης (*SRC*) με τον κόμβο του αρχικού προορισμού (I_v^0, t_v^0) για το πλοίο v , με $A_v^I = \{v, (SRC), (I_v^0, t_v^0)\}$.

A_v^D : Το σύνολο των τόξων αναμονής για το πλοίο v , με $A_v^D = \{v, (i,t), (i,t+1) / i \in H_v\}$.

A_v^T : Το σύνολο των τόξων ταξιδιού για το πλοίο v , με $A_v^T = \{v, (d,t), (p,t+T_{Sdpt}) / d \in H_v^D, p \in H_v^P\} \cup \{v, (p,t), (d,t+T_{Sdpt}) / d \in H_v^D, p \in H_v^P\}$

A_v^F : Το σύνολο των τόξων που συνδέουν τους κανονικούς κόμβους με τον κόμβο τερματισμού για το πλοίο v , με $A_v^F = \{v, (i,t), (SNK) / i \in H_v\}$.

- A_v : Το σύνολο των τόξων για το πλοίο v , με $A_v = A_v^0 \cup A_v^I \cup A_v^D \cup A_v^T \cup A_v^F$.
- A : Το σύνολο όλων των τόξων, με $A = \bigcup_v A_v$.
- δ_n^+ : Το σύνολο των τόξων που «φεύγουν» από τον κόμβο n , με $n \in N$.
- δ_n^- : Το σύνολο των τόξων που «έρχονται» στον κόμβο n , με $n \in N$.

Σημειώνεται ότι, οι χρόνοι ταξιδιού πληρούν τις ακόλουθες προϋποθέσεις:

$$(40) \quad T_{Sii't} \leq T_{Sii'(t+1)} + 1, \quad \forall t \in T, \{i, i'\} \in H_T, i \neq i',$$

Η προϋπόθεση αυτή εξασφαλίζει ότι το δίκτυο δεν επιτρέπει σε ένα πλοίο να φτάσει στο τερματικό σταθμό προορισμού του νωρίτερα καθυστερώντας την αναχώρησή του.

Οι μεταβλητές απόφασης

Στο συγκεκριμένο πρόβλημα, στόχος είναι να καθοριστεί πότε ένα πλοίο αξιοποιεί κάποιο συγκεκριμένο τόξο που περιλαμβάνεται στο δίκτυο. Συνεπώς, πρέπει να γίνει η κατάλληλη επιλογή μεταξύ όλων των πιθανών διαδρομών του πλοίου μεταξύ των τερματικών σταθμών οι οποίες απεικονίζονται στο δίκτυο χώρου χρόνου. Επιπλέον, πρέπει να προσδιοριστούν τα επίπεδα εξαέρωσης σε κάθε τερματικό σταθμό εξαέρωσης κατά τη διάρκεια κάθε χρονικής περιόδου. Οι μεταβλητές που θα χρησιμοποιηθούν για τη μαθηματική διατύπωση του προβλήματος μικτού ακέραιου προγραμματισμού (Goel et al., 2012) παρουσιάζονται παρακάτω:

- S_{it} : Το επίπεδο αποθέματος στον τερματικό σταθμό i κατά το πέρας της χρονικής περιόδου t .
- D_{dt} : Η ποσότητα προϊόντος σε αέρια μορφή σε έναν τερματικό σταθμό εξαέρωσης κατά την διάρκεια της χρονικής περιόδου t .
- LP_{pt} : Η απολεσθείσα ποσότητα παραγωγής σε έναν τερματικό σταθμό υγροποίησης p κατά την διάρκεια της χρονικής περιόδου t .
- SO_{dt} : Η ποσότητα Stock-Out σε έναν τερματικό σταθμό εξαέρωσης κατά την διάρκεια της χρονικής περιόδου t .
- UD_a : Η ποσότητα προϊόντος που αδυνατεί ένας τερματικός σταθμός εξαέρωσης να καλύψει για την ικανοποίηση της ζήτησης κατά την διάρκεια του οριζόντα σχεδιασμού.

$$X_a = \begin{cases} 1 & \text{αν το πλοίο } v \text{ διαγράφει το τόξο } \alpha, \text{ με } \alpha \in A \\ 0 & \text{αλλιώς} \end{cases}$$

2.4.2 Το μαθηματικό μοντέλο

Το παραπάνω πρόβλημα οδηγεί στο επόμενο πρόβλημα μικτού ακέραιου προγραμματισμού σύμφωνα με τους Goel et al. (2012) :

$$(41) \quad \min \sum_{(p,t) \in N_R / p \in H_P} W_{pt} LP_{pt} + \sum_{(d,t) \in N_R / d \in H_D} W_{dt} SO_{dt} + \sum_{d \in H_D} W_d UD_d$$

Κάτω από τους περιορισμούς:

$$(42) \quad \sum_{a \in A_v \cap \delta_n^+} X_a - \sum_{a \in A_v \cap \delta_n^-} X_a = 0, \quad \forall v \in V, n \in N_R,$$

$$(43) \quad \sum_{a \in A_v \cap \delta_{(SRC)}^+} X_a = 1, \quad \forall v \in V,$$

$$(44) \quad \sum_{a \in A_v \cap \delta_{(SNK)}^-} X_a = 1, \quad \forall v \in V,$$

$$(45) \quad S_{pt} = S_{p(t-1)} + R_{pt} - \sum_{v \in V} \sum_{a \in (A_v^T \cup A_v^F) \cap \delta_{(pt)}^+} CAP_p^v X_a - LP_{pt}, \quad \forall p \in H_P, t \in T,$$

$$(46) \quad S_{dt} = S_{d(t-1)} + R_{dt} + \sum_{v \in V} \sum_{a \in (A_v^T \cup A_v^F) \cap \delta_{(dt)}^-} CAP_d^v X_a + SO_{dt}, \quad \forall d \in H_D, t \in T,$$

$$(47) \quad \sum_{v \in V} \sum_{a \in (A_v^T \cup A_v^F) \cap \delta_n^+} X_a \leq B_i, \quad \forall i \in H_T, t \in T, n = (i, t) \in N_R,$$

$$(48) \quad UD_d \geq DE_d - \sum_{v \in V} \sum_{t \in T} \sum_{a \in (A_v^T \cup A_v^F) \cap \delta_{(d,t)}^+} CAP_d^v X_a, \quad \forall d \in H_D,$$

$$(49) \quad R_{dt}^{MN} \leq R_{dt} \leq R_{dt}^{MX}, \quad \forall d \in H_D, t \in \{1, 2, \dots, T^{MX}\},$$

$$(50) \quad 0 \leq S_{it} \leq CAP_i, \quad \forall i \in H_T, t \in T,$$

$$(51) \quad LP_{pt} \geq 0, \quad \forall p \in H_P,$$

$$(52) \quad SO_{dt} \geq 0, \quad \forall d \in H_D,$$

$$(53) \quad UD_d \geq 0, \quad \forall d \in H_D,$$

$$(54) \quad X_a \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in A.$$

Ο στόχος είναι να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα ποινών λόγω: απωλειών παραγωγής, Stock-Out και μη ικανοποιηθείσας ζήτησης. Οι περιορισμοί (42)-(44) περιγράφουν τις κινήσεις των πλοίων στο δίκτυο ροής. Κάθε πλοίο θα αναχωρήσει από τον κόμβο προέλευσης, θα ταξιδέψει μεταξύ των κανονικών κόμβων και θα ολοκληρώσει το ταξίδι του στον κόμβο τερματισμού. Στους περιορισμούς (45) και (46), καταγράφονται οι

μεταβολές των επιπέδων των αποθεμάτων στους τερματικούς σταθμούς υγροποίησης και εξαέρωσης. Σε ένα τερματικό σταθμό υγροποίησης φυσικού αερίου, το απόθεμα σε κάποια χρονική περίοδο υπολογίζεται από το απόθεμα προϊόντος την προηγούμενη χρονική περίοδο προσαυξημένο κατά την ποσότητα παραγωγής μειωμένο κατά την ποσότητα φόρτωσης και την απώλεια παραγωγής. Αντίστοιχα, σε ένα τερματικό σταθμό εξαέρωσης φυσικού αερίου, το απόθεμα προϊόντος σε κάποια χρονική περίοδο υπολογίζεται από το απόθεμα προϊόντος την προηγούμενη χρονική περίοδο και λαμβάνοντας υπόψη τη ζήτηση του προϊόντος, την ποσότητα εκφόρτωσης και του Stock-Out. Ο περιορισμός (47) εξασφαλίζει ότι ο αριθμός των πλοίων που εκτελούν φόρτωση ή εκφόρτωση φορτίου σε ένα τερματικό σταθμό σε οποιαδήποτε χρονική περίοδο δεν υπερβαίνει τον επιτρεπτό αριθμό θέσεων αγκυροβόλησης. Υπενθυμίζεται ότι ένα πλοίο μπορεί να αναμένει σε ένα τερματικό σταθμό ώστε να τον εξυπηρετήσει, χωρίς να καταλαμβάνει κάποιο αγκυροβόλιο. Ο περιορισμός (48) επιβάλλει ένα κάτω φράγμα για την ζήτηση που δεν ικανοποιείται άμεσα με βάση τις συνολικές προγραμματισμένες παραδόσεις για έναν τερματικό σταθμό εξαέρωσης. Δεδομένου ότι η αντικειμενική συνάρτηση επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει την αδυναμία κάλυψης της ζήτησης θα απορρίπτεται κάθε λύση που οδηγεί σε μη ικανοποίηση της ζήτησης. Οι περιορισμοί (49)-(54) εξασφαλίζουν ότι όλες οι μεταβλητές ακολουθούν τον ορισμό που τους δόθηκε.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι, στο παραπάνω μοντέλο για το σωστό υπολογισμό της απώλειας παραγωγής και του ποσού Stock-Out, οι παράμετροι ποινής που αποδίδονται για απώλεια παραγωγής και Stock-Out θα πρέπει να μειώνονται με τον χρόνο, $W_{it} > W_{i(t+1)}$. Αυτό εξασφαλίζει ότι η λύση θα οδηγεί σε απώλεια παραγωγής (ή Stock-Out) μόνο όταν το απόθεμα καλύπτει το διαθέσιμο αποθηκευτικό χώρο. Για παράδειγμα, έστω ότι προκύπτει μια λύση όπου ο τερματικός σταθμός υγροποίησης d έχει μια απώλεια μονάδων προϊόντος e σε κάποια χρονική περίοδο t . Αν $W_{d(t-1)} = W_{dt}$, θα μπορούσε να κατασκευαστεί μια ισοδύναμη λύση όπου η απώλεια παραγωγής μοιράζεται στις περιόδους t και $t-1$. Αυτό θα ήταν ανακριβές αν το απόθεμα στον τερματικό σταθμό d την χρονική περίοδο $t-1$ δεν καλύπτει τον αποθηκευτικό χώρο. Μια φθίνουσα μείωση της ποινής αναλογικά με τον χρόνο εξασφαλίζει ότι οι υπολογισμοί της απώλειας παραγωγής και των Stock-Out είναι σωστοί.

Με βάση τις προγραμματισμένες συμβάσεις στη βιομηχανία του ΥΦΑ και τους τυπικούς χρόνους φόρτωσης και εκφόρτωσης, συνήθως ο ορίζοντας σχεδιασμού είναι ένα έτος με μια διακριτοποίηση του ανά ημέρα (Goel et al. 2012). Επιπλέον, περιορισμοί από το πρόβλημα μπορούν να αντιμετωπιστούν με την προσθήκη, αφαίρεση, ή και την σταθεροποίηση κόμβων και τόξων. Για παράδειγμα, η προγραμματισμένη συντήρηση σε ένα τερματικό σταθμό η οποία απαγορεύει οποιαδήποτε δραστηριότητα φόρτωσης ή εκφόρτωσης μπορεί να περιγραφεί στο μοντέλο με την αφαίρεση όλων των τόξων ταξιδιού από το τερματικό σταθμό όσο διαρκεί η δραστηριότητα.

2.5 Μέθοδος επίλυσης του προβλήματος

Οι γνωστές μέθοδοι επίλυσης προβλημάτων μικτού αέριου προγραμματισμού δεν μπορούν εφαρμοσθούν σε πραγματικά προβλήματα καθώς ο χρόνος επίλυσης που απαιτείται είναι μεγάλος. Στην παρούσα ενότητα, θα παρουσιαστούν μερικές από τις ευρετικές μεθόδους επίλυσης που έχουν αναπτυχθεί για την επίλυση πραγματικών προβλημάτων σε σύντομο χρόνο.

Η διαδικασία επίλυσης (Goel, et al., 2012) γίνεται σε τρία βήματα τα οποία περιγράφονται από τους ευρετικούς αλγόριθμους: Construction Heuristic, Time-Window Improvement Heuristic και τέλος τον Two-Ship Improvement Heuristic. Στον Construction Heuristic κατασκευάζεται μία αρχική εφικτή λύση μέσα από έναν επαναλαμβανόμενο προγραμματισμό των αναχωρήσεων των πλοίων του στόλου σε καθημερινή βάση. Το πρόγραμμα αναχωρήσεων των πλοίων κάθε ημέρας προσδιορίζεται με την χρήση ενός βοηθητικού ευρετικού τρόπου. Έπειτα, ακολουθούν ευρετικοί για την περαιτέρω βελτίωση της αρχικής εφικτής λύσης. Ο Time-Window Improvement Heuristic επιτρέπει στις ημερομηνίες αναχώρησης για κάθε ταξίδι να μεταβάλλονται μέσα σε ένα μικρό χρονικό διάστημα, οριοθετημένο γύρω από τις τρέχουσες ημερομηνίες αναχώρησης. Ο Two-Ship Improvement Heuristic με την σειρά του, επιτρέπει σε ένα υποσύνολο πλοίων να αλλάξουν χρονοδιαγράμματα για όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού. Τα υποπροβλήματα που προκύπτουν τελικά από τους ευρετικούς αλγόριθμους βελτίωσης της αρχικής εφικτής λύσης μπορούν να λυθούν ως προβλήματα μικτού γραμμικού προγραμματισμού με την χρήση των συμβατικών προγραμμάτων επίλυσης.

Στην συνέχεια παρουσιάζονται οι επιμέρους αλγόριθμοι που αποτελούν τον αλγόριθμο επίλυσης του προβλήματος

2.5.1 Construction Heuristic (CH)

Ο Construction Heuristic έχει ως στόχο την παράδοση όσο το δυνατόν μεγαλύτερου όγκου ΥΦΑ στους τερματικούς σταθμούς εξαέρωσης στο συντομότερο εφικτό χρόνο. Επιπλέον, επιδιώκει την ελαχιστοποίηση της απώλειας παραγωγής και των Stock-Out έχοντας ως προτεραιότητα ταξίδια σε τερματικούς σταθμούς που έχουν την μεγαλύτερη ανάγκη κατά τις επόμενες χρονικές περιόδους. Έχοντας πάντα ως γνώμονα την πιο επιτακτική ανάγκη των τερματικών σταθμών για παράδοση και παραλαβή προϊόντος ΥΦΑ, ο Construction Heuristic αναλαμβάνει τον προγραμματισμό των αναχωρήσεων των πλοίων προς όλους τους προορισμούς σε καθημερινή βάση. Μια αρχική εφικτή λύση παράγεται καθορίζοντας τις αποφάσεις για τις αναχωρήσεις των πλοίων που προκύπτουν επαναληπτικά για όλο τον ορίζοντα σχεδιασμού.

Algorithm 1 Construction Heuristic

Αρχικοποίησε τις θέσεις των πλοίων και τα επίπεδα αποθεμάτων στους τερματικούς σταθμούς

Όρισε τους ημερήσιους ρυθμούς εξαέρωσης για όλους τους τερματικούς σταθμούς

εξαέρωσης $d \in H_D$ να είναι $\frac{R_{dt}^{MN} + R_{dt}^{MX}}{2}$

για $t = 1, 2, \dots, T$ **επανάλαβε**

για όλους τους τερματικούς σταθμούς k **επανάλαβε**

Προσδιόρισε το επίπεδο αποθέματος προϊόντος στο τέλος της χρονικής περιόδου t γνωρίζοντας ότι κανένα πλοίο δεν αναχώρησε κατά τη διάρκεια αυτής της χρονικής περιόδου

V_k : Το σύνολο των πλοίων που βρίσκονται στον τερματικό σταθμό k την χρονική περίοδο t και μπορούν να ταξιδέψουν λόγω της χωρητικότητας τους σε συνδυασμό με το διαθέσιμο απόθεμα προϊόντος.

εφόσον υπάρχει διαθέσιμη θέση αγκυροβόλησης και $V_k \neq \emptyset$ **επανάλαβε**

K' : Το σύνολο των τερματικών σταθμών k' για τους οποίους τουλάχιστον ένα πλοίο v με $v \in V_k$ μπορεί να πλεύσει από τον τερματικό k προς τον τερματικό k'

Επέλεξε τον τερματικό σταθμό προορισμού $\hat{k} \in K'$ που έχει την πιο επείγουσα ανάγκη για τη χωρητικότητα των πλοίων

Επέλεξε το πλοίο \hat{v} που έχει την μεγαλύτερη χωρητικότητα συγκριτικά με τα υπόλοιπα πλοία που μπορούν να πλεύσουν από τον k στον \hat{k}

Προγραμματίσε την αναχώρηση του πλοίου \hat{v} από τον τερματικό k στον \hat{k} στην χρονική περίοδο t

Επαναπροσδιόρισε το επίπεδο αποθέματος για την χρονική περίοδο t με βάση την προγραμματισμένη αναχώρηση

τέλος

Υπολόγισε το Stock-Out ή την απώλεια παραγωγής στον σταθμό k στην χρονική περίοδο t .

τέλος

τέλος

Το πρώτο βήμα του Construction Heuristic είναι ο καθορισμός των επιπέδων αποθεμάτων σε όλους τους τερματικούς σταθμούς κατά την έναρξη του ορίζοντα σχεδιασμού και ο προσδιορισμός των αρχικών θέσεων και των χρόνων αφίξεων για κάθε πλοίο. Στην συνέχεια, για την αρχική εφικτή λύση θεωρεί ότι η ημερήσια τιμή εξαέρωσης σε κάθε τερματικό σταθμό εξαέρωσης είναι ίση με τη μέση τιμή εξαέρωσης την αντίστοιχη ημέρα. Έπειτα, η ευρετική μέθοδος επαναλαμβάνεται για κάθε χρονική

περίοδο για να καθορίσει τις αναχωρήσεις πλοίων από κάθε τερματικό σε οποιαδήποτε δεδομένη χρονική περίοδο. Ο προγραμματισμός των αναχωρήσεων γίνεται με παρόμοιο τρόπο τόσο στους τερματικούς σταθμούς υγροποίησης όσο στους τερματικούς σταθμούς εξαέρωσης. Θα παρουσιαστεί ο τρόπος προγραμματισμού αναχωρήσεων από τους τερματικούς σταθμούς υγροποίησης. Οι τροποποιήσεις για τον προγραμματισμό των αναχωρήσεων από τερματικούς σταθμούς εξαέρωσης δίνονται σε παρένθεση.

Για τον προγραμματισμό των αναχωρήσεων του τερματικού σταθμού k κατά την χρονική περίοδο t , αρχικά ο Construction Heuristic υπολογίζει το επίπεδο αποθεμάτων στο τέλος της χρονικής περιόδου εάν δεν επρόκειτο να πραγματοποιηθούν αναχωρήσεις πλοίων κατά την διάρκεια της με την βοήθεια του περιορισμού (45) (αντίστοιχα για τα τερματικά εξαέρωσης χρησιμοποιείται ο περιορισμός (46)). Το τελικό απόθεμα της χρονικής περιόδου t χρησιμοποιείται για να προσδιοριστεί το σύνολο των πλοίων V_k που μπορούν να αναχωρούν από το τερματικό σταθμό k κατά τη χρονική περίοδο t . Το σύνολο V_k περιλαμβάνει τα πλοία που βρίσκονται στον τερματικό σταθμό υγροποίησης k (εξαέρωσης) την χρονική περίοδο t τα οποία μπορούν να φορτωθούν (εκφορτωθούν) σύμφωνα με την διαθέσιμη χωρητικότητα τους και το υπολογισμένο τελικό απόθεμα της χρονικής αυτής περιόδου.

Ο Construction Heuristic προγραμματίζει τις αναχωρήσεις των πλοίων του συνόλου V_k από τον τερματικό σταθμό υγροποίησης (εξαέρωσης) k εφόσον είναι διαθέσιμη μία θέση αγκυροβόλησης και το τελικό απόθεμα επιτρέπει την φόρτωση (εκφόρτωση) κάποιων πλοίου του V_k . Για τον προγραμματισμό της επόμενης αναχώρησης, η ευρετική μέθοδος αρχικά βρίσκει τον τερματικό σταθμό προορισμού με την πιο επείγουσα ανάγκη για χρήση της χωρητικότητας των πλοίων. Η ανάγκη για τον διαθέσιμο όγκο των πλοίων σε έναν τερματικό σταθμό υγροποίησης (εξαέρωσης) κάποια χρονική περίοδο υπολογίζεται ως η διαφορά μεταξύ της συνολικής προγραμματισμένης υγροποίησης προϊόντος (εξαέρωσης) κατά το χρονικό διάστημα που μεσολαβεί από την δεδομένη χρονική περίοδο μέχρι το τέλος του χρονικού ορίζοντα σχεδιασμού και του συνολικού όγκου των πλοίων που είναι προγραμματισμένο να χρησιμοποιηθεί κατά αυτό το χρονικό διάστημα. Ο τερματικός σταθμός \hat{k} με την πιο επείγουσα ανάγκη για εξυπηρέτηση έχει επιλεγεί ως προορισμός για την επόμενη αναχώρηση από τον τερματικό σταθμό k . Τονίζεται ότι δεν είναι εφικτό για όλα τα πλοία να ταξιδεύουν προς όλους τους τερματικούς σταθμούς. Ακόμα, το προτεινόμενο μοντέλο δεν επιτρέπει στα πλοία να ταξιδεύουν από έναν τερματικό σταθμό υγροποίησης (εξαέρωσης) προς έναν μόνο τερματικό σταθμό εξαέρωσης (υγροποίησης). Ως εκ τούτου, η επιλογή του επόμενου προορισμού \hat{k} πρέπει να γίνεται έτσι ώστε να μπορεί τουλάχιστον ένα πλοίο στο V_k να ταξιδέψει από τον τερματικό k προς τον τερματικό \hat{k} .

Προκειμένου να μεγιστοποιηθεί ο συνολικός όγκος του υγροποιημένου φυσικού αερίου που παραδίδεται, η ευρετική μέθοδος επιλέγει το πλοίο με την μεγαλύτερη

δυνατότητα φόρτωσης (εκφόρτωσης) μεταξύ όλων των πλοίων στο V_k που μπορεί να ταξιδέψει από τον τερματικό σταθμό υγροποίησης (εξαέρωσης) k στο τερματικό \hat{k} . Η ευρετική μέθοδος στη συνέχεια προγραμματίζει την αναχώρηση για το πλοίο \hat{v} από το τερματικό k στο τερματικό \hat{k} στην χρονική περίοδο t και το τελικό επίπεδο των αποθεμάτων στον τερματικό k ενημερώνεται αναλόγως. Η προσέγγιση αυτή επαναλαμβάνεται έως ότου δεν μπορούν να προγραμματιστούν περαιτέρω αναχωρήσεις από τερματικό k στην χρονική περίοδο t . Ένα πλήρες πρόγραμμα για ολόκληρο τον χρονικό ορίζοντα είναι χτισμένο εφαρμόζοντας αυτήν την προσέγγιση για όλους τους τερματικούς σταθμούς σε όλες τις χρονικές περιόδους. Τέλος, η απώλεια παραγωγής (Stock-Out) για το σύνολο της παραγωγής (εξαέρωσης) στους τερματικούς σταθμούς μπορεί να υπολογιστεί με βάση τα προφίλ παραγωγής (εξαέρωσης) μαζί με το τελικό χρονοδιάγραμμα μεταφοράς.

2.5.2 Time-window improvement heuristic (TWH)

Ο ευρετικός αλγόριθμος Time-Window Improvement αντιστοιχεί σε μια μέθοδο «μεγάλης περιοχής αναζήτησης». Ο ευρετικός κατασκευάζει μια περιοχή αναζήτησης η οποία αποτελείται από λύσεις οι οποίες προκύπτουν όταν κάποια αναχώρηση πλοίου καθυστερεί ή πραγματοποιείται νωρίτερα το πολύ m ημέρες συγκριτικά με την ημερομηνία αναχώρησης που έχει προσδιοριστεί στην εισαγωγική εφικτή λύση του Construction Heuristic. Η βέλτιστη λύση σε αυτή την περιοχή μπορεί να επιτευχθεί από την επίλυση μιας τροποποίησης του αρχικού προτεινόμενου μοντέλου όπου αποκλείονται τα τόξα ταξιδιών για όλα τα δρομολόγια που αναχωρούν εκτός των $\pm m$ χρονικών περιθωρίων που περιγράφουν την παραπάνω περιοχή λύσεων. Το νέο μοντέλο μπορεί να λυθεί με τη χρήση οποιασδήποτε κλασικής μεθόδου επίλυσης προβλημάτων μικτού ακέραιου προγραμματισμού.

2.5.3 Two-ship improvement heuristic (2SIH)

Ο ευρετικός αλγόριθμος Two-Ship Improvement είναι μια μέθοδος «μεταβαλλόμενης περιοχής αναζήτησης». Σε κάθε επανάληψη, ο ευρετικός επιλέγει ένα ζευγάρι πλοίων και ορίζει η περιοχή αναζήτησης να αποτελείται από το σύνολο των εφικτών δρομολογίων για τα πλοία αυτά. Τα προγράμματα για όλα τα υπόλοιπα πλοία δεν μεταβάλλονται και κατά συνέπεια θεωρούνται σταθερά. Στην συνέχεια λύνεται ένα υποπρόβλημα για τη εύρεση των βέλτιστων δρομολογίων που ανήκουν σε αυτή την περιοχή. Ο ευρετικός επιλέγει κατ' επανάληψη ζεύγη πλοίων και λύνει τα αντίστοιχα υποπροβλήματα για τις αντίστοιχες περιοχές αναζήτησης. Η διαδικασία τερματίζεται όταν δεν προκύπτει καλύτερη λύση για $\binom{|V|}{2}$ επαναλήψεις. Δεδομένου ότι η

αντικειμενική συνάρτηση για το υποπρόβλημα έχει ως κατώτερο όριο το μηδέν, ο ευρετικός μπορεί επίσης να τερματίσει όταν επιτυγχάνεται η κατώτερη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης. Η βέλτιστη λύση του υποπρόβληματος που προκύπτει για κάθε ζευγάρι πλοίων μπορεί να επιτευχθεί με την επίλυση τροποποίησης του προτεινόμενου μοντέλου όπου οι μεταβλητές για όλα τα άλλα πλοία έχουν καθορισθεί με βάση την τρέχουσα λύση. Το νέο αυτό μοντέλο θα αναφέρεται ως υποπρόβλημα ζεύγους πλοίων.

Algorithm 2 Two Ship Improvement Heuristic

Αρχικοποίησε την λύση; $UB :=$ τιμή αντικειμενικής συνάρτησης
 $count := 0$

εφόσον $count \leq \binom{|V|}{2}$ and $UB > 0$ **επανάλαβε**

Επέλεξε τα πλοία v και v'

Όρισε τα προγράμματα για όλα τα πλοία εκτός από τα v και v'

Λύσε το υποπρόβλημα ζεύγους πλοίων

εάν υπάρχει καλύτερη λύση **τότε**

Αναπροσδιόρισε την λύση; $UB :=$ τιμή αντικειμενικής συνάρτησης

$count := 0$

αλλιώς

$count := count + 1$

τέλος

τέλος

Επιλογή των υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων

Η απόδοση του ευρετικού Two-Ship Improvement Heuristic εξαρτάται από την αλληλουχία των υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων που πρόκειται να λυθούν κατά την υλοποίηση του αλγορίθμου. Επιλέγοντας τα ζεύγη πλοίων που είναι πιο πιθανό να οδηγήσουν σε καλύτερες λύσεις, το πλήθος των υποπροβλημάτων και ο συνολικός χρόνος επίλυσης μπορούν να μειωθούν. Στην συνέχεια θα παρουσιαστούν τρεις μεθοδολογίες που ακολουθούνται για την επιλογή των υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων.

Λεξικογραφική επιλογή υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων

Για ένα πρόβλημα όπου ο στόλος των πλοίων αντιπροσωπεύεται από το διατεταγμένο σύνολο $\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_{|V|}\}$, θεωρούμε ότι το σύστημα επιλογής είναι λεξικογραφικό αν τα υποπροβλήματα ζεύγους πλοίων επιλέγονται με την ακόλουθη

σειρά: $(s_1, s_2), (s_1, s_3), \dots, (s_1, s_{|I|}), (s_2, s_3), \dots, (s_{|I|-1}, s_{|I|})$. Η λεξικογραφική επιλογή είναι μια πρακτική απόφαση όπου υπάρχει ιδιαίτερη σημασία η σειρά με την οποία τα πλοία έχουν ενταχθεί στον στόλο.

Μετρική επιλογή υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων

Στη μέθοδο αυτή, χρησιμοποιείται η τρέχουσα λύση από κοινού με τα ειδικά δεδομένα του προβλήματος για τον εντοπισμό του υποπροβλήματος ζεύγους πλοίων που είναι πιθανό να επιτύχει τη μεγαλύτερη αύξηση στην αντικειμενική συνάρτηση. Συγκεκριμένα, ορίζονται δύο μετρήσεις με βάση την τρέχουσα λύση ώστε να αποφασιστεί το επόμενο υποπρόβλημα ζεύγους πλοίων που πρόκειται να λυθεί. Αυτές οι μετρήσεις εκφράζουν τις εκτιμήσεις για την μέγιστη πιθανή μείωση και για την πιθανότητα επιτυχίας της μείωσης στην τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης, εάν το αντίστοιχο υποπρόβλημα ζεύγους πλοίων είχε βελτιστοποιηθεί. Το ζεύγος πλοίων που έχει την υψηλότερη πιθανότητα επίτευξης μιας μείωσης μεταξύ των ζευγών πλοίων που έχουν τις μεγαλύτερες δυνατότητες μείωσης έχει επιλεγεί.

Ο Αλγόριθμος 4 παρέχει μια λεπτομερή περιγραφή της μεθόδου επιλογής. Θεωρούμε ότι η έκφραση π_v^1 αντιπροσωπεύει την βελτίωση στην αντικειμενική συνάρτηση, αν το πρόγραμμα για το πλοίο v επαναπροσδιορίζεται. Η π_v^1 εκτιμάται ως η συνολική απώλεια παραγωγής και Stock-Out που μπορεί να μειωθεί εάν το πλοίο v θα μπορούσε να επαναπρογραμματιστεί ώστε η ακολουθία επισκέψεων στους τερματικούς σταθμούς να παραμένει αμετάβλητη και παράλληλα το πλοίο να φθάνει σε όλους τους τερματικούς σταθμούς όσο το δυνατόν συντομότερα. Συνεπώς, το εκ νέου βελτιστοποιημένο πρόγραμμα δεν συνεπάγεται καμία αναμονή. Η εκτίμηση για τη μείωση στην αντικειμενική συνάρτηση με την επίλυση του υποπροβλήματος του ζεύγους πλοίων (v_1, v_2) , $\Pi_{(v_1, v_2)}^1$, υπολογίζεται ως το μεγαλύτερο από τα $\pi_{v_1}^1$, $\pi_{v_2}^1$.

Η πιθανότητα επιτυχίας της μείωσης στην αντικειμενική συνάρτηση, $\Pi_{(v_1, v_2)}^2$, αξιολογείται με την επίλυση του υποπροβλήματος του ζεύγους πλοίων (v_1, v_2) , θεωρώντας ότι η ακολουθία των επισκέψεων των πλοίων στους τερματικούς σταθμούς στην βελτιστοποιημένη λύση θα παραμείνει αμετάβλητη σε σύγκριση με την τρέχουσα λύση. Ωστόσο, οι ημερομηνίες αναχώρησης από κάποιον τερματικό σταθμό για τα δύο πλοία θα μπορούσε να ανταλλαχθεί ή να επαναπροσδιοριστεί προκειμένου να μειωθεί η συνολική απώλεια παραγωγής και τα Stock-Out. Για την ποσοτικοποίηση αυτής της πιθανότητας, ορίζεται η $\pi_{(v_1, v_2)}^2$ η οποία δηλώνει το πόσες φορές έχει καθυστερήσει η αναχώρηση του πλοίου v_1 λόγω της αναχώρησης του πλοίου v_2 από τον ίδιο τερματικό σταθμό στην τρέχουσα λύση. Επομένως, μετρώνται οι περιπτώσεις όπου το πλοίο v_1 αναγκάζεται να περιμένει σε έναν τερματικό σταθμό κατά την αναχώρηση του πλοίου

v_2 από αυτόν. Επίσης, για τον υπολογισμό της $\pi_{(v_1, v_2)}^2$ προσμετρούνται και οι περιπτώσεις όπου το πλοίο v_2 είναι το τελευταίο πλοίο προς αναχώρηση από έναν τερματικό σταθμό και αναγκάζεται να περιμένει μέχρι την άφιξη του πλοίου v_1 σε αυτόν. Τέλος, η πιθανότητα επιτυχίας της μείωσης στην αντικειμενική συνάρτηση $\Pi_{(v_1, v_2)}^2$ προσεγγίζεται ως ο αριθμός των φορών που το πλοίο που εκτιμάται ότι θα οδηγήσει σε μεγαλύτερη μείωση στην αντικειμενική συνάρτηση καθυστερείται από το άλλο πλοίο στο ζευγάρι. Σημειώνουμε ότι τα $\Pi_{(v_1, v_2)}^1$ και $\Pi_{(v_1, v_2)}^2$ είναι συμμετρικά σε σχέση με τα (v_1, v_2) και ορίζουμε αυθαίρετα η σειρά των πλοίων να είναι $v_1 < v_2$.

Algorithm 3 (Metrics based two-ship subproblem selection)

για όλα τα πλοία v επανέλαβε

$\pi_v^1 :=$ η συνολική απώλεια παραγωγής και Stock-Out που μπορεί να μειωθεί εάν το πλοίο v θα μπορούσε να επαναπρογραμματιστεί ώστε η ακολουθία επισκέψεων στους τερματικούς σταθμούς να παραμένει αμετάβλητη και παράλληλα το πλοίο να φθάνει σε όλους τους τερματικούς σταθμούς όσο το δυνατόν συντομότερα.

τέλος

για όλα τα ζεύγη πλοίων (v_1, v_2) έτσι ώστε $v_1 < v_2$ επανέλαβε

$$\Pi_{(v_1, v_2)}^1 = \max\{\pi_{v_1}^1, \pi_{v_2}^1\}$$

τέλος

για όλα τα ζεύγη πλοίων (v_1, v_2) επανέλαβε

$\pi_{(v_1, v_2)}^2 :=$ το πλήθος των περιπτώσεων στην παρούσα λύση όπου η αναχώρηση του v_1 καθυστερεί λόγω της αναχώρησης του v_2 από τον ίδιο τερματικό σταθμό

τέλος

για όλα τα ζεύγη πλοίων (v_1, v_2) για τα οποία $v_1 < v_2$ επανέλαβε

$$\Pi_{(v_1, v_2)}^2 = \begin{cases} \pi_{(v_1, v_2)}^2 & \text{if } \pi_{v_1}^1 < \pi_{v_2}^1 \\ \pi_{(v_2, v_1)}^2 & \text{if } \pi_{v_2}^1 < \pi_{v_1}^1 \end{cases}$$

τέλος

$$\Pi^{1, \max} := \max_{(v_1, v_2)} \Pi_{(v_1, v_2)}^1, \Pi^{1, \min} := \min_{(v_1, v_2)} \Pi_{(v_1, v_2)}^1,$$

$$P := \{(v_1, v_2) / \Pi_{(v_1, v_2)}^1 \in \left[\Pi^{1, \max} - \frac{a}{100} (\Pi^{1, \max} - \Pi^{1, \min}), \Pi^{1, \max} \right]\}$$

$$(v_1^*, v_2^*) : \arg \max_{(v_1, v_2) \in P} \Pi_{(v_1, v_2)}^2$$

επέστρεψε (v_1^*, v_2^*)

Το σύνολο P περιλαμβάνει τα ζεύγη πλοίων (v_1, v_2) για τα οποία το $\Pi_{(v_1, v_2)}^1$ είναι μέχρι ένα a ποσοστό του εύρους του $\Pi_{(.,.)}^2$. Επιλέγεται το ζεύγος πλοίων που έχει την μεγαλύτερη εκτιμώμενη πιθανότητα για την μείωση της τιμής της αντικειμενικής συνάρτησης.

Επιλογή υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων με χρήση επιπλέον περιορισμών στο μοντέλο

Στην παρούσα τεχνική, το μαθηματικό μοντέλο εμπλουτίζεται με τρεις επιπλέον περιορισμούς προκειμένου να ληφθεί ένας τρόπος επιλογής υποπροβλημάτων ζεύγους πλοίων. Η απαίτηση ότι το πολύ δύο πλοία μπορούν να αλλάξουν το πρόγραμμά τους παρουσιάζεται στους περιορισμούς (55)-(57). Η μεταβλητή Y_v εκφράζει το αν το πλοίο v αλλάζει το χρονοδιάγραμμά του ή όχι. Η εξίσωση (55) ορίζει ότι το πολύ δύο πλοία είναι εφικτό να αλλάξουν το πρόγραμμά τους. Ο περιορισμός (56) προσδιορίζει την τιμή της Y_v βασιζόμενος στο αν το χρονοδιάγραμμα X του πλοίου v στην λύση είναι διαφορετικό από ότι στη δεδομένη λύση \tilde{X} .

$$(55) \quad \sum_v Y_v \leq 2$$

$$(56) \quad Y_v = 1 \Leftrightarrow \exists a \in A_v / X_a \neq \tilde{X}_a, \quad \forall v \in V$$

$$(57) \quad Y_v \in \{0, 1\}, \quad \forall v \in V$$

Η λύση του νέου μοντέλου θα εμφανίσει το υποπρόβλημα ζεύγους πλοίων που θα οδηγήσει στη μεγαλύτερη βελτίωση της αντικειμενικής συνάρτησης συγκριτικά με την υπάρχουσα λύση. Η με βάση το μοντέλο επιλογή υποπροβλημάτων περιλαμβάνει την επιλογή του ζεύγους πλοίων που σχετίζονται με τις μεγαλύτερες τιμές για την μεταβλητή Y_v στην επίλυση της χαλαρότητας του εμπλουτισμένου μοντέλου.

Στην πραγματικότητα για τα προβλήματα μεγάλης διάστασης, η επίλυση της χαλάρωσης του νέου μοντέλου μπορεί να είναι ακριβής. Σημειώνεται ότι οι περιορισμοί του νέου μοντέλου εξατομικεύονται ξεχωριστά για τα κάθε πλοίο του στόλου. Ωστόσο, οι περιορισμοί για τα επίπεδα αποθεμάτων των τερματικών σταθμών και των διαθέσιμων θέσεων αγκυροβόλησης, μαζί με τους περιορισμούς που προσδιορίζουν τον αριθμό των πλοίων που μπορούν να αλλάξουν το χρονοδιάγραμμα είναι από κοινού ορισμένοι για τα πλοία και τα λιμάνια με αποτέλεσμα το μοντέλο να είναι συνδυαστικό. Για την αντιμετώπιση του προβλήματος μπορούν να χρησιμοποιηθούν μέθοδοι διάσπασης, όπως η Dantzig-Wolfe Decomposition ή μέθοδος Lagrange Decomposition ώστε να είναι εφικτή η επίλυση του νέου μοντέλου όταν αυτό δεν μπορεί να γίνει αποτελεσματικά στην συνδυαστική του μορφή.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ-ΘΕΜΑΤΑ ΓΙΑ ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΕΡΕΥΝΑ

Στην παρούσα εργασία παρουσιάστηκαν χαρακτηριστικά προβλήματα δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων. Η επιλογή των προβλημάτων αυτών έγινε με γνώμονα την παρουσίαση ορισμένων ιδιαιτεροτήτων που αφορούν στη διαχείριση του αποθέματος στα λιμάνια και τον τύπο του προϊόντος που μεταφέρεται. Ωστόσο, η έρευνα και μελέτη προβλημάτων που αφορούν τη διαχείριση αποθεμάτων και τη δρομολόγηση πλοίων είναι αρκετά εκτενής και αναμένεται να εντατικοποιηθεί με την αύξηση του όγκου (και της αξίας) των προϊόντων που μεταφέρονται δια θαλάσσης (Christiansen et al., 2013). Έτσι έχουν αντιμετωπιστεί σε μεγάλο βαθμό προβλήματα που αφορούν στο σχεδιασμό δικτύων διαδρομών, στη διανομή προϊόντων με βάση τα αποθέματα στα λιμάνια και των θαλάσσιων αλυσίδων εφοδιασμού. Επιπλέον, πιο ειδικά προβλήματα προσελκύουν όλο και περισσότερο ενδιαφέρον όπως εκείνα που αφορούν την αλυσίδα εφοδιασμού ΥΦΑ, που γίνονται περισσότερο δύσκολα αν ληφθούν υπόψη η αύξηση των τιμών των καυσίμων των δεξαμενόπλοιων, η ταχύτητα των πλοίων και των περιβαλλοντικών επιπτώσεων λόγω της κίνησης των πλοίων.

Ωστόσο υπάρχουν και άλλα προβλήματα που η επιτυχής αντιμετώπιση τους αποτελεί πρόκληση (Christiansen et al., 2013). Σημαντικότερο πρόβλημα, κυρίως όσων αφορά τις οικονομικές επιπτώσεις, θεωρείται το πρόβλημα σχεδιασμού δικτύων τακτικών γραμμών. Ο προγραμματισμός και η δρομολόγηση πλοίων μεταφοράς εμπορευματοκιβωτίων, που μπορεί να αφορά πολλά πλοία, που εκτελούν πολλά δρομολόγια, εξυπηρετώντας διαφορετικά ζεύγη λιμανιών παραλαβής και παράδοσης εμπορευματοκιβωτίων, είναι ένα πολύπλοκο πρόβλημα. Ένα άλλο σημαντικό και σύνθετο πρόβλημα, πιθανά με μικρότερο οικονομικό αντίκτυπο, είναι το συνδυαστικό πρόβλημα δρομολόγησης και προγραμματισμού των πλοίων με την παράλληλη αντιμετώπιση ζητημάτων διαχείρισης στο λιμάνι (π.χ. οργάνωση των θέσεων αγκυροβόλησης). Το πρόβλημα αυτό αντιμετωπίζεται με μεγαλύτερη ευχέρεια όταν ο υπεύθυνος που ελέγχει τα πλοία ελέγχει και τα λιμάνια. Τέλος, δεδομένου ότι στον τομέα των θαλάσσιων μεταφορών, υπάρχει σημαντική αβεβαιότητα που αφορά στο χρόνο πλεύσης, στην τήρηση των χρονικών απαιτήσεων στα λιμάνια, στην ζήτηση, στο κόστος των πλοίων κλπ., η μοντελοποίηση της και η επίλυση των αντίστοιχων προβλημάτων αποτελεί ένα ακόμα σημαντικό ζήτημα προς αντιμετώπιση.

Περίληψη

Στην παρούσα μεταπτυχιακή εργασία παρουσιάζονται δύο χαρακτηριστικοί τύποι προβλημάτων συντονισμένης δρομολόγησης πλοίων και διαχείρισης αποθεμάτων (Maritime Inventory Routing - MIR). Συγκεκριμένα, παρουσιάζεται ένα πρόβλημα δρομολόγησης και διαχείρισης αποθεμάτων χύμα ξηρών προϊόντων και ένα πρόβλημα μεταφοράς και διαχείρισης αποθεμάτων Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (Liquefied Natural Gas Inventory Routing Problem). Από τα προβλήματα αυτά προκύπτουν κάτω από εναλλακτικές υποθέσεις τα υπόλοιπα προβλήματα που περιγράφονται στη διατριβή.

Έτσι στο πρώτο κεφάλαιο το βασικό πρόβλημα MIR αφορά τη μεταφορά ενός μόνο προϊόντος. Το προϊόν αποθηκεύεται σε συγκεκριμένα λιμάνια φόρτωσης (εργοστάσια παραγωγής) και μεταφέρεται διά θαλάσσης στα λιμάνια εκφόρτωσης (εργοστάσια κατανάλωσης) με ένα ετερογενή στόλο πλοίων. Το επίπεδο των αποθεμάτων θα πρέπει να διατηρείται εντός συγκεκριμένων ορίων στα λιμάνια, ώστε να αποφευχθεί η διακοπή της παραγωγής σε οποιαδήποτε από τα λιμάνια. Ο στόχος του προβλήματος MIR είναι η σχεδίαση των δρομολογίων για το σύνολο του στόλου και ο προσδιορισμός της ποσότητας φόρτωσης/εκφόρτωσης σε κάθε επίσκεψη στα λιμάνια, λαμβάνοντας υπόψη τις δυνατότητες αποθήκευσης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται το πρόβλημα της συντονισμένης δρομολόγησης των δεξαμενόπλοιων μεταφοράς Υγροποιημένου Φυσικού Αερίου (ΥΦΑ) και διαχείρισης των αποθεμάτων στις εγκαταστάσεις επεξεργασίας του ΥΦΑ. Στόχος είναι η λήψη αποφάσεων σχετικά με τη δρομολόγηση δεξαμενόπλοιων υγροποιημένου φυσικού αερίου, τη διαχείριση των αποθεμάτων στα λιμάνια και των επιπέδων ικανοποίησης της ζήτησης που μεγιστοποιούν το κέρδος.

Τέλος στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζονται θέματα για περαιτέρω έρευνα

Abstract

In this thesis two characteristic types of Maritime Inventory Routing (MIR) problems are presented: a ship routing and inventory management problem for a bulk product and a Liquefied Natural Gas (LNG) inventory routing problem. The other problems described in this thesis follow from the two basic problems under alternative assumptions.

So, in the first chapter a combined time constrained ship routing and inventory management problem is considered. A fleet of ships transports a single product between production and consumption harbors. The stock level should be kept within its limits at all harbors, and there should be no need to stop the production at any harbors due to

missing transportation possibilities. The number of arrivals to each harbor and the quantities loaded and discharged at each arrival are determined by the continuous production rates at the harbors, the stock limits and the actual ships visiting the harbors.

In the second chapter the LNG-inventory routing problem (LNG-IRP) is presented. The aim is the maximization of the profit by designing ship routes and schedules for the fleet in the planning period. Furthermore, the problem consists of deciding the production volumes of LNG, and determining the level of demand fulfillment.

Finally in the third chapter, topics for further research are indicated

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Al-Khayyal, F., Hwang, S.-J., (2007). Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk, Part I: Applications and model. *European Journal of Operational Research* 176: 106–130.

Andersson, H., Christiansen, M., Fagerholt, K., (2010a). Transportation planning and inventory management in the LNG supply chain. In: Bjorndal, E., Bjorndal, M., Pardalos, P.M., Ronnqvist, M. (Eds.), *Energy, Natural Resources and Environmental Economics*. Springer: 427–439.

Andersson, H., Hoff, A., Christiansen, M., Hasle, G., Løkketangen, A. (2010). Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. *Computers & Operations Research* 37 (9): 1515-1536

Brown, G.G., Graves, G.W., Ronen, D., (1987). Scheduling ocean transportation of crude oil. *Management Science* 33 (3): 335–346.

Chou, M., Song, M., Teo, C. P., (2003). Inventory-routing problem in sea freight: Direct versus transshipment model. Rapport technique, The Logistics Institute - Asia Pacific.

Christiansen, M., (1999). Decomposition of a combined inventory and time constrained ship routing problem. *Transportation Science* 33 (1): 3–16.

Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., Ronen, D., (2007). Maritime transportation. In: Barnhart, C., Laporte, G. (Eds.), *Handbooks in Operations Research and Management Science, Transportation*, vol. 14. North-Holland, Amsterdam: 189–284.

Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., Ronen, D., (2013). Ship routing and scheduling in a new millennium. *European Journal of Operational Research* 228 (3): 467-483.

Christiansen, M., Fagerholt, K., Ronen, D., (2004). Ship routing and scheduling: status and perspectives. *Transportation Science* 38 (1): 1–18.

Christiansen, M., Nygreen, B., (1998a). A method for solving ship routing problems with inventory constraints. *Annals of Operations Research* 81: 357–378.

Christiansen, M., Nygreen, B., (1998b). Modeling path flows for a combined ship routing and inventory management problem. *Annals of Operations Research* 82: 391–412.

Christiansen, M., Nygreen, B., (2005). Robust inventory ship routing by column generation. In: Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M.M. (Eds.), *Column Generation*. Springer-Verlag, New York: 197–224.

Desrosiers, J., Lubbecke, M.E., (2005). A primer in column generation. In: Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M.M. (Eds.), *Column Generation*. Springer, New York: 1–32.

Engineer, F. G., Furman, K. C., Nemhauser, G. L., Savelsbergh, M. W. P., Song, J.-H., (2012). A Branch-Price-and-Cut Algorithm for Single-Product Maritime Inventory Routing. *Operations Research* 60 (1): 106-122.

Goel, V., Furman, K. C., Song, J.-H., El-Bakry, A. S., (2012). Large neighborhood search for LNG inventory routing. *Journal of Heuristics* 18 (6): 821-848.

Gronhaug, R., Christiansen, M., (2009). Supply chain optimization for the liquefied natural gas business. *Innovations in Distribution Logistics, Lecture Notes in Economics & Mathematical Systems* 619: 195–218.

Gronhaug, R., Christiansen, M., Desaulniers, G., Desrosiers, J., (2010). A branch-and price method for a liquefied natural gas inventory routing problem. *Transportation Science* 44 (3): 400–415.

Hwang, S.-J., (2005). Inventory constrained maritime routing and scheduling for multi-commodity liquid bulk. Phd thesis, Georgia Institute of technology, Atlanta.

Siswanto, N., Essam, D., Sarker, R., (2011). Solving the ship inventory routing and scheduling problem with undedicated compartments. *Computers & Industrial Engineering* 61 (2): 289–299.

Song, J.-H., Furman, K. C., (2013). A Maritime Inventory Routing Problem: Practical Approach. *Computers and Operations Research* 40: 657-665.