

Νικολέττα Ιστυρολίδου* & Δημήτρης Χασάπης**

Η συγκρότηση μιας ευκλείδειας έννοιας της ευθείας γραμμής με τη διαμεσολάβηση του χάρακα: Πρακτικοί και νοητικοί χειρισμοί μαθητών των πρώτων τάξεων του Δημοτικού Σχολείου

Περίληψη

Στο άρθρο αυτό παρουσιάζονται και σχολιάζονται οι νοητικοί και οι πρακτικοί χειρισμοί, τους οποίους ανέπτυξαν μαθητές και μαθήτριες των πρώτων τάξεων του Δημοτικού σχολείου καθώς διαπραγματεύονταν με την ερευνήτρια και την διαμεσολάβηση του χάρακα την Ευκλείδεια έννοια της ευθείας γραμμής. Όπως διαπιστώνεται η κοινωνική γνώση για το ρόλο του χάρακα, ως πολιτισμικά καθιερωμένου εργαλείου χάραξης ευθειών, κυριαρχεί στη σκέψη των υποκειμένων άλλοτε σηματοδοτώντας και άλλοτε αναστέλλοντας τη συγκρότηση μιας τυπικής, ευκλείδειας, έννοιας της ευθείας γραμμής.

Λέξεις κλειδιά: συγκρότηση εννοιών, έννοιες γεωμετρίας, κοινωνικοπολιτισμικές προσεγγίσεις.

The formation of an Euclidean concept of a line mediated by the use of straight - edge: Practical and cognitive operations of early elementary school children

Abstract

In this paper they are presented findings on mental and manual manipulations which were developed by lower primary school children during an activity of drawing lines using a ruler while at the same time negotiating with the researcher the formal concept of a straight line. The main result is that the social knowledge about the ruler as a culturally established tool for drawing straight lines dominated children's thinking supporting or restraining according to the case the formation of a formal Euclidean concept of the straight line.

Key words: concept formation, geometry concepts, socio-cultural approaches.

* Υποψήφια Διδάκτωρ στην Παιδαγωγική Σχολή του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης

** Επίκουρος Καθηγητής στο Παιδαγωγικό Τμήμα Δημοτικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Αθηνών

Θεωρητικό πλαίσιο

Η διαμεσολάβηση των πολιτισμικών εργαλείων στην ανθρώπινη σκέψη

Μια θεμελιώδης θέση των κοινωνικο-ιστορικών προσεγγίσεων της ανθρώπινης γνώσης, οι οποίες εκκινούν από τις αναλύσεις του Vygotsky, είναι ότι οι νοητικές λειτουργίες του ανθρώπου και η συγκρότηση της γνώσης αναπτύσσονται μέσα από κοινωνικά οργανωμένες δραστηριότητες στις οποίες τα πολιτισμικά εργαλεία διαδραματίζουν έναν κρίσιμο ρόλο.

Εργαλεία, τα οποία διαμεσολαβούν την ανθρώπινη πρακτική στις νοητικές λειτουργίες και αντίστροφα νοητικές λειτουργίες, οι οποίες προ-σχεδιάζουν την ανθρώπινη πρακτική, έχουν αναπτυχθεί ιστορικά σε κάθε πολιτισμό και έχουν γίνει αναπόσπαστο στοιχείο κάθε ανθρώπινης δραστηριότητας, λειτουργώντας ουσιαστικά ως ‘μεταφορείς’ των κοινωνικο-πολιτισμικών προτύπων και της θεσμοθετημένης σε μια κοινωνία γνώσης στα άτομα.

Στα πολιτισμικά εργαλεία που διαμεσολαβούν την ανθρώπινη σκέψη περιλαμβάνονται σύμφωνα με μια διατύπωση του Vygotsky (1981, σ. 137):

‘η γλώσσα, διάφορα συστήματα για αρίθμηση, τεχνικές μνήμης, αλγεβρικά συμβολικά συστήματα, έργα τέχνης, γραφή, σχήματα, διαγράμματα, χάρτες και μηχανικά σχήματα. Όλα τα είδη των συμβατικών σημείων’.

Τα πολιτισμικά εργαλεία δομούν ως διαμεσολαβητές την ανθρώπινη πρακτική δραστηριότητα και προβάλλοντας διαφοροποιημένες νοητικές διαδικασίες αναδιαμορφώνουν ποιοτικά αυτή την ίδια την πρακτική δραστηριότητα. Συνεπώς τα μέσα της διαμεσολάβησης μαζί με τις νοητικές διαδικασίες και τις πρακτικές δραστηριότητες διαπλέκονται λειτουργικά κατά την ανάπτυξή τους και αλληλοδιαμορφώνονται σε μια διαλεκτική αλληλεξάρτηση.

Με αφετηρία τη θέση αυτή, ο Zichenko (1985) υποστήριξε ότι μία πράξη διαμεσολαβημένη από εργαλεία πρέπει να θεωρηθεί ως η κατάλληλη μονάδα ανάλυσης για μία κοινωνικο-ιστορική ανάλυση των ανθρώπινων νοητικών λειτουργιών, γιατί μία πράξη διαμεσολαβημένη από εργαλεία και προσανατολισμένη σε ένα στόχο, συμπεριλαμβάνει απαραίτητα και συμπυκνώνει σε μία ενότητα όλες τις αμοιβαία συσχετιζόμενες ενδο-ψυχολογικές και δια-ψυχολογικές λειτουργίες ενός ατόμου.

Σύμφωνα με τη θεώρηση του Vygotsky (1981, σ. 139-140),

‘η συμπερίληψη ενός εργαλείου στη διαδικασία της συμπεριφοράς (α) εισάγει πολλές νέες λειτουργίες που συνδέονται με τη χρήση του δεδομένου εργαλείου και τον έλεγχό του, (β) καταργεί και καθιστά μη αναγκαίες πολλές φυσικές διαδικασίες, των οποίων η εργασία εκτελείται από το εργαλείο. Αλλάζει την πορεία και τα ατομικά χαρακτηριστικά (την ένταση, τη διάρκεια, τη συνέχεια κλπ.) όλων των νοητικών διαδικασιών που συμμετέχουν στη σύνθεση της εργαλειακής πράξης, αντικαθιστώντας μερικές λειτουργίες με άλλες, (δηλαδή αναδημιουργεί και αναδιοργανώνει όλη τη δομή της συ-

μπεριφοράς ακριβώς όπως ένα τεχνικό εργαλείο αναδημιουργεί όλη τη δομή της λειτουργίας ενός εργαστηρίου'.

Παράλληλα, η διαμεσολάβηση της ανθρώπινης νοητικής συμπεριφοράς από τη χρήση πολιτισμικών εργαλείων, όπως τέθηκε από το Vygotsky παρέχει *'τη σύνδεση ή τη γέφυρα από τη μια μεταξύ των συγκεκριμένων πράξεων που εκτελούνται από άτομα και ομάδες και των πολιτισμικών, θεσμικών και ιστορικών περιβαλλόντων από την άλλη'* (Wertsch, del Rio & Alvarez 1995, σ. 21) ή απλούστερα του ατόμου και της κοινωνίας.

Ο διαμεσολαβητικός ρόλος των εργαλείων στη μάθηση και στην χρήση των μαθηματικών εννοιών

Τα μαθηματικά και ως επιστήμη και ως σχολικό μάθημα περιλαμβάνουν ένα μεγάλο πλήθος συμβολικών και υλικών εργαλείων διαφόρων τύπων. Από την οπτική της ανάλυσης μας, ως εργαλεία των μαθηματικών που διαμεσολαβούν την πρακτική του ατόμου στις νοητικές λειτουργίες του και οργανώνουν τη μαθηματική του σκέψη μπορεί να θεωρηθούν, οι θεμελιώδεις-γενεσιουργές έννοιες των μαθηματικών, τα βασικά θεωρήματα (π.χ. πυθαγόρειο θεώρημα), οι μέθοδοι (π.χ. αλγορίθμοι πράξεων, μέθοδοι απόδειξης), τα συστήματα συμβολικών παραστάσεων (δεκαδικό σύστημα αρίθμησης, σύστημα συντεταγμένων, διανύσματα), τα υλικά όργανα (χάρακας, διαβήτη, γνώμων, υπολογιστές). Στις δραστηριότητες του σχολικού περιβάλλοντος η χρήση των εργαλείων αυτών οριοθετείται και προσδιορίζεται από τα μαθηματικά ως επιστημονική πρακτική και τη θέση που κατέχουν στη συγκεκριμένη κοινωνία και παράλληλα από το συγκεκριμένο σχολικό πλαίσιο, αφού αποτελούν αντικείμενο μάθησης και χρήσης στην επίλυση προβλημάτων. Οι μαθητές συμμετέχουν ταυτόχρονα και σε μια μαθησιακή διαδικασία της μαθηματικής δραστηριότητας αλλά και στον κατάλληλο χειρισμό των μαθηματικών εργαλείων. Το Πυθαγόρειο Θεώρημα, για παράδειγμα, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα σημαντικό αποτέλεσμα-συμπέρασμα μίας ερευνητικής δραστηριότητας ή ως ένα εργαλείο κατάλληλο για την επίλυση προβλημάτων που απαιτούν το συνδυασμό γεωμετρικών και αριθμητικών δεδομένων.

Ένας σημαντικός αριθμός εμπειρικών μελετών διερευνά το διαμεσολαβητικό ρόλο των πολιτισμικών εργαλείων στη μάθηση των μαθηματικών και στη χρήση τους για την επίλυση προβλημάτων, οι οποίες όπως επισημαίνει μία επισκόπηση τους (Abreu 2000) μπορεί θεματολογικά να διακριθούν σε τέσσερις κατηγορίες. Έρευνες της υλικής δομής ή/και της λογικής οργάνωσης των διάφορων μαθηματικών εργαλείων, έρευνες της επίδρασης συγκεκριμένων εργαλείων στον περιορισμό ή στην εμπλουτισμό των δυνατοτήτων εκτέλεσης ενός μαθηματικού έργου, έρευνες για τους περιορισμούς στη χρήση συγκεκριμένων εργαλείων, οι οποίοι επιβάλλονται από συγκεκριμένες κοινωνικές πρακτικές και έρευνες για

τη χρήση «παλιών» εργαλείων σε «νέα» περιβάλλοντα, όπως των υπολογιστών. Τα στοιχεία που παρουσιάζονται στην παρούσα εισήγηση προέρχονται από μια ευρύτερη έρευνα για την υλική δομή διάφορων εργαλείων και την οργάνωση της μαθηματικής δραστηριότητας στην οποία χρησιμοποιούνται. Πιο συγκεκριμένα διερευνάται η επίδραση των χαρακτηριστικών συγκεκριμένων εργαλείων στις στρατηγικές που χρησιμοποιεί ένα πρόσωπο για να σκεφτεί και να λύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα (Chassapis 1999).

Η κατανόηση της δομής των διάφορων εργαλείων και της οργάνωσης της μαθηματικής δραστηριότητας την οποία υποβάλλουν είναι ένα ερευνητικό αίτημα που αιτιολογείται από τη θεωρητική θέση ότι η δομή και το περιεχόμενο της μαθηματικής σκέψης δεν βρίσκεται στον ατομικού νου στον οποίο σε κάθε συγκεκριμένη περίπτωση αναπτύσσεται, αλλά στους τρόπους με τους οποίους έχουν επινοηθεί συγκεκριμένα μαθηματικά εργαλεία και έχει οργανωθεί κοινωνικοπολιτισμικά η χρήση τους. Τα χαρακτηριστικά συγκεκριμένων μαθηματικών εργαλείων, η υλική δομή και η λογική οργάνωση αυτών των χαρακτηριστικών, οι σχέσεις μεταξύ διαφορετικών μαθηματικών εργαλείων, καθώς και η επίδραση των χαρακτηριστικών συγκεκριμένων εργαλείων στις στρατηγικές που χρησιμοποιεί ένα πρόσωπο για να σκεφτεί και να λύσει ένα μαθηματικό πρόβλημα αποτελούν τα πιο χαρακτηριστικά ερωτήματα αυτής της ερευνητικής προσπάθειας.

Αυθόρμητες και επιστημονικές έννοιες της ευθείας γραμμής

Στην θεωρητική οπτική που προαναφέρθηκε, όλα τα είδη των καθημερινών εννοιών, οι οποίες δεν αναπτύσσονται κατά τη διαδικασία οικειοποίησης ενός συστήματος γνώσεων όπως αυτές μεταδίδονται στο παιδί από την εκπαίδευση, αλλά διαμορφώνονται κατά τη διαδικασία της πρακτικής του δραστηριότητας και της άμεσης επαφής με τους ανθρώπους του περιβάλλοντός του αποκαλούνται αυθόρμητες έννοιες. Αντίθετα, επιστημονικές θεωρούνται οι έννοιες οι οποίες συγκροτούνται με τη διαμεσολάβηση συμβολικών εργαλείων, πρωτίστως της γλώσσας και τεχνικών εργαλείων, διανύοντας κατά τη συγκρότησή τους μια εξελικτική πορεία..

Όπως υποστηρίχθηκε από το Vygotsky (1988) (α) “οι επιστημονικές έννοιες του παιδιού δεν προσλαμβάνονται και δε μαθαίνονται, δεν καταγράφονται από τη μνήμη, αλλά γεννιούνται και διαμορφώνονται με εξαιρετική ένταση όλης της δραστηριότητας της σκέψης του”(σ. 226), (β) “οι επιστημονικές έννοιες του παιδιού κατά την πορεία της έρευνας δεν φανερώνουν μόνο χαρακτηριστικά αντίθετα σ’ αυτά των αυθόρμητων εννοιών, αλλά και κοινά με τούτες” (σ. 227) και (γ) “οι επιστημονικές έννοιες ανώτατου τύπου δεν μπορούν να δημιουργηθούν αλλιώς παρά από τους ήδη υπαρκτούς κατώτερους και στοιχειωδέστερους τύπους της γενίκευσης αλλά με κανένα τρόπο δεν εισάγονται στη συνείδηση του παιδιού απ’ έξω”(σ. 228).

Διαχωριστική γραμμή, επομένως, ανάμεσα στην εξέλιξη των επιστημονικών και των αυθόρμητων εννοιών δεν υπάρχει. Κινούνται διαρκώς εξελικτικά και βρίσκονται σε μια κατάσταση συνεχούς αλληλεπίδρασης. Είναι άρρηκτα συνδεδεμένες μεταξύ τους, αφού ενώ η ωρίμανση των αυθόρμητων εννοιών αποτελεί νοητικό εφάλητρο για την εξέλιξη των επιστημονικών εννοιών, οι επιστημονικές έννοιες δεν μπορεί παρά να επηρεάζουν και να προκαλούν διαφοροποιήσεις στη δομή των προγενέστερα διαμορφωμένων αυθόρμητων εννοιών.

Για την έννοια της ευθείας γραμμής, η οποία εδώ μας ενδιαφέρει διερευνούμε τον μετασχηματισμό των αυθόρμητων εννοιών της στην ευκλείδεια έννοια της ευθείας γραμμής, η οποία αποτελεί μια μαθηματικά αποδεκτή έννοια.

Όπως αναφέρεται από τους Ascher & Ascher (1986), η αυθόρμητη έννοια της ευθείας γραμμής συγκροτήθηκε στο Δυτικό πολιτισμό με αναφορά στη φύση, στο Θεό, στην επίτευξη στόχων και στην εξέλιξη του ανθρώπου, ενώ παράλληλα είναι μια έννοια ενστικτωδώς ριζωμένη στην κιναισθητική των ανθρώπων και στις οπτικές τους εικόνες. Το σώμα μας αισθάνεται το βάδισμα του σε ευθεία και τα μάτια μας βλέπουν τους άλλους να περπατούν σε πορεία ευθείας γραμμής. Η αλληλεπίδραση των δύο αυτών αισθήσεων μας δίνει την έννοια της ευθείας γραμμής, ως μιας σταθεράς η οποία μας επιτρέπει να την χειριστούμε νοερά σαν να ήταν ένα πραγματικό αντικείμενο που θα το χειριζόμασταν με τα χέρια μας. Ένα παιδί, λοιπόν, μεγαλώνοντας εσωτερικεύει την έννοια της ευθείας γραμμής σε τέτοιο βαθμό που να θεωρεί ότι πρόκειται για ένα αιώνιο νοητικό αντικείμενο. Μια αιώνια αλήθεια η οποία υπήρχε πάντοτε και κάθε φορά ανακαλείται στην ανθρώπινη νόηση ή αν το όνομά του δεν είναι Πλάτωνας, αλλά Αριστοτέλης, φαντάζεται ότι η ευθεία γραμμή είναι μια πτυχή της φύσης, δηλαδή μία αφαίρεση που έχει παρατηρήσει στον κόσμο των φυσικών αντικειμένων.

Σε μια από τις ελάχιστες έρευνες οι οποίες άμεσα ή έμμεσα αναφέρονται στη συγκρότηση των αυθόρμητων και στην οικειοποίηση των επιστημονικών εννοιών της ευθείας γραμμής, η Prokova (2005) διερεύνησε τη σχέση ανάμεσα στην ιστορική εξέλιξη της επιστημονικής έννοιας του σημείου, της ευθείας γραμμής και της μεταξύ τους σχέσης (φυλογένεση) και την ανάπτυξη των εννοιών αυτών σε παιδιά ηλικίας 9-18 χρονών (οντογένεση). Υποστηρίζει συμπερασματικά, ότι σε γενικές γραμμές, οι μαθητές φαίνεται να συγκροτούν αυθόρμητες έννοιες του σημείου, της ευθείας και της μεταξύ τους σχέσης παρόμοιες με τις ιδέες που διατυπώθηκαν από τους μαθηματικούς διαφόρων εποχών κατά την ιστορική εξέλιξη των εννοιών αυτών.

Στην ευκλείδεια γεωμετρία η έννοια της ευθείας γραμμής θεωρείται αρχική έννοια, όπως και η έννοια του σημείου και του επιπέδου. Στα «Στοιχεία» του Ευκλείδη (2001) ορίζεται ότι «ευθεία γραμμή είναι εκείνη η γραμμή η οποία κείται εξ ίσων προς τα σημεία της» (ορισμός 4), ενώ «γραμμή είναι αυτό που έχει

μήκος χωρίς πλάτος» (ορισμός 2) και «σημείο είναι κάθε τι που δεν έχει μέρη» (διαστάσεις) (ορισμός 1). Σύμφωνα, επίσης, με τα αιτήματα της ευκλείδειας γεωμετρίας από ένα δοθέν σημείο του χώρου σε ένα άλλο σημείο είναι δυνατόν να χαραχθεί μια μοναδική ευθεία γραμμή (αίτημα 1), η οποία μπορεί να προεκταθεί απεριόριστα και από τα δύο μέρη, που ορίζουν τα δύο σημεία της (αίτημα 2). Η ευκλείδεια ευθεία γραμμή, επομένως, είναι μία γραμμή χωρίς αρχή και τέλος, η οποία χαράζεται μεταξύ δύο σημείων.

Η μέθοδος της έρευνας

Επιδιώκοντας να διερευνηθεί η επίδραση της διαμεσολάβησης του χάρακα, στη συγκρότηση της μαθηματικής έννοιας της ευθείας γραμμής παρουσιάζονται στην παρούσα εισήγηση δεδομένα μιας ευρύτερης έρευνας, τα οποία αφορούν στους πρακτικούς και νοητικούς χειρισμούς που αναπτύσσουν μαθητές και μαθήτριες των πρώτων τάξεων του Δημοτικού Σχολείου κατά τον χειρισμό του χάρακα για την χάραξη ευθειών.

Τα εμπειρικά δεδομένα της έρευνας προέρχονται από ένα πείραμα, το οποίο περιλάμβανε δύο φάσεις. Στην πρώτη φάση του πειράματος, η ερευνήτρια ζήτησε από τα υποκείμενα της έρευνας να χαράξουν με μολύβι μια ευθεία γραμμή σε ένα χαρτί, ενώ στη δεύτερη να κόψουν με ψαλίδι ένα χαρτί σε ευθεία γραμμή. Στην παρούσα εισήγηση παρουσιάζονται και σχολιάζονται δεδομένα από την πρώτη φάση του πειράματος. Στη διάθεση των υποκειμένων της έρευνας υπήρχαν ένας χάρακας, ένα ψαλίδι, μολύβια και χαρτιά, καθώς επίσης και αντικείμενα καθημερινής χρήσης, όπως σχοινάκια, ξύλινες ράβδοι και άλλα που μπορεί να χρησιμοποιηθούν ως βοηθητικά μέσα για τη χάραξη ευθειών. Το πείραμα διενεργήθηκε τον Απρίλιο του σχολικού έτους 2003-2004 σε Δημοτικό σχολείο της Θεσσαλονίκης και συμμετείχαν σ' αυτό μαθητές και μαθήτριες της πρώτης και της δεύτερης τάξης. Για την καταγραφή των δεδομένων του πειράματος χρησιμοποιήθηκε από την ερευνήτρια μαγνητόφωνο και τηρήθηκαν αναλυτικές σημειώσεις.

Ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων

Από την ανάλυση των εμπειρικών δεδομένων της έρευνας διαπιστώνονται τρεις διαφορετικού τύπου νοητικοί χειρισμοί των παιδιών κατά τη δραστηριότητα χάραξης ευθειών με τη χρήση του χάρακα, οι οποίοι περιγράφονται με ενδεικτικά παραδείγματα στη συνέχεια.

(i) Η κυριαρχία της πρακτικής δραστηριότητας στην χάραξη της ευθείας γραμμής

Ο πρώτος τύπος περιλαμβάνει νοητικούς χειρισμούς εργαλειακού χαρακτήρα, οι οποίοι κατευθύνουν τις πράξεις των μαθητών και μαθητριών, κυρίως Α' τά-

ξης του Δημοτικού σχολείου. Στις ενέργειές των παιδιών αυτών επικρατεί η τάση της πρακτικής δραστηριότητας, η οποία αιτιολογείται από την κοινωνική τους γνώση για το λειτουργικό ρόλο του χάρακα στη χάραξη της ευθείας γραμμής, με αντίστοιχα αυθόρμητους ασταθείς εννοιολογικούς ορισμούς της ευθείας γραμμής.

Στο παράδειγμα που ακολουθεί ο μαθητής δεν ορίζει την γραμμή ως ευθεία επειδή είναι κατασκευασμένη με χάρακα, αλλά επειδή είναι χαραγμένη σε οριζόντια διεύθυνση. Συγχέει και ταυτίζει τη μερική έννοια της οριζόντιας ευθείας γραμμής με την γενική έννοια της ευθείας γραμμής και δεν έχει κατανοήσει το ρόλο του χάρακα στην κατασκευή και την αναπαράσταση της ευθείας γραμμής. Απλά επιστρατεύει την κοινωνική του γνώση ότι ο χάρακας ως εργαλείο χρησιμοποιείται για να χαράζουμε ευθείες γραμμές.

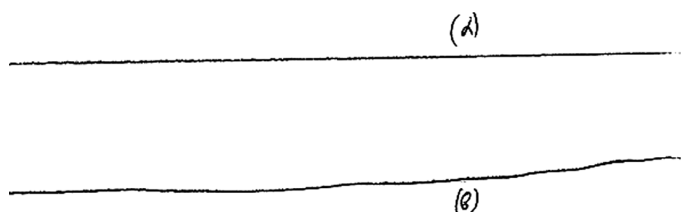
E: Βαγγέλη θέλω να μου φτιάξεις μια ευθεία.

M: γραμμή;

E: Ναι. Τι θα χρειαστείς;

M: Τον χάρακα και το μολύβι.

Ο μαθητής χρησιμοποιώντας το χάρακα χαράζει τη γραμμή (α) (εικόνα 1)



Εικόνα 1

E: Βαγγέλη αυτή που έφτιαξες με το χάρακα είναι μια ευθεία γραμμή, θα μπορούσες τώρα να φτιάξεις και μια ευθεία γραμμή χωρίς το χάρακα;

Ο μαθητής χαράζει με το χέρι τη γραμμή (β) (εικόνα 1)

E: Είναι αυτή η γραμμή ευθεία;

M: Όχι

E: Γιατί δεν είναι ευθεία;

M: Διγίζει από εκεί. (και δείχνει με το δάχτυλό του την ανοδική πορεία της γραμμής εννοώντας ότι δεν είναι οριζόντια)

E: Δηλαδή η ευθεία γραμμή πως είναι;

M: Ίσια όπως αυτή.

Επικαλούμενος την ιδέα του για την ευθεία γραμμή υποδεικνύει μια οριζόντια

γραμμή.

E: Αν ήθελες αποδείξεις σε κάποιον ότι αυτή η γραμμή (β) δεν είναι ευθεία, τι θα έκανες; Πως θα το έδειχνες;

M:

E: Αν έβαζες το χάρακα δίπλα σ' αυτή τη γραμμή (β), τι παρατηρείς;

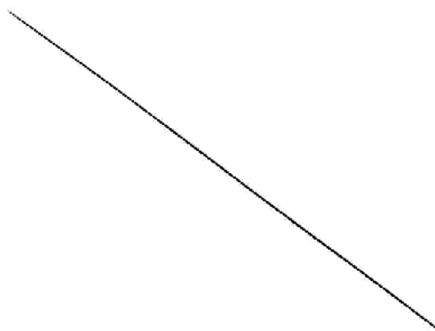
M: Ότι είναι στραβή, λυγίζει.

Εννοεί ότι η γραμμή που χάραξε δεν είναι ευθεία και δεν είναι οριζόντια. Δεν κάνει, δηλαδή, διάκριση του χαρακτηριστικού, το οποίο ορίζει την ευθεία γραμμή.

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της κατηγορίας αυτής χρησιμοποιούν το χάρακα για να χαράξουν μια ευθεία γραμμή, αλλά στη συνέχεια αδυνατούν να αντιστρέψουν νοητικά τον πρακτικό χειρισμό τους και να χρησιμοποιήσουν το χάρακα για να επιχειρηματολογήσουν κατ' αρχήν και να αποδείξουν στη συνέχεια ότι μία γραμμή δεν είναι ευθεία όταν δεν εφαρμόζει σ' αυτήν ο χάρακας. Αδυνατούν, δηλαδή, να διακρίνουν τα χαρακτηριστικά γνωρίσματα της ευθείας γραμμής χωρίς την καθοδήγηση της ερευνήτριας. Σύμφωνα με όλες τις ενδείξεις, δεν εντοπίζεται κανένα στοιχείο συγκρότησης μιας έννοιας της ευθείας γραμμής και δεν διακρίνεται στην σκέψη των παιδιών μια, έστω υποτυπώδης, συγκρότηση ενός εννοιολογικού συστήματος εντός του οποίου νοηματοδοτείται μια ευκλείδεια έννοια της ευθείας γραμμής. Όμως, οι μαθητές και οι μαθήτριες της κατηγορίας αυτής ενώ δεν κατάφεραν στην πρώτη φάση του πειράματος να διακρίνουν τα χαρακτηριστικά της ευθείας γραμμής, στη συνέχεια υποβοηθήθηκαν από τη χρήση του χάρακα και τον προσανατολισμένο διάλογο με την ερευνήτρια να επισημάνουν χαρακτηριστικά γνωρίσματα της ευθείας γραμμής.

E: Θέλω τώρα Βαγγέλη να μου φτιάξεις μια ευθεία γραμμή αλλά να είναι έτσι (η ερευνήτρια δείχνει μια λοξή διεύθυνση).

Ο μαθητής χρησιμοποιώντας το χάρακα χαράζει μια ευθεία γραμμή (εικόνα 2)



Εικόνα 2

E: Είναι ευθεία αυτή η γραμμή;

M: Είναι λοξή.

E: Μας πειράζει που είναι λοξή;

M: Ναι

E: Και τι μας πειράζει, τι είπαμε εμείς, μια γραμμή πότε είναι ίσια;

M: Όταν δεν λυγίζει.

Η έκφραση «δεν λυγίζει» αποκτά εδώ διαφορετική σημασία από ότι είχε αρχικά (πλάγια ευθεία) και περιορίζεται τώρα στην έννοια της «ευθειότητας», δηλαδή στη σταθερότητα μιας διεύθυνσης της γραμμής (Πατρώνης 2001)

E: Αυτή λυγίζει; Αν βάλουμε το χάρακα τι παρατηρούμε;

Με τη βοήθεια του χάρακα το παιδί κάνει ένα νοητικό άλμα και συγκροτώντας την έννοια της ευθείας γραμμής απαντά:

M: Είναι ευθεία

Ο Βαγγέλης καταφέρνει με τη βοήθεια του χάρακα να πετύχει την αφαίρεση και τη γενίκευση των χαρακτηριστικών της έννοιας της ευθείας γραμμής και να κατανοήσει επιπλέον ότι η έννοια της ευθείας γραμμής είναι ανεξάρτητη από την θέση της στο επίπεδο. Με τον όρο γενίκευση στο θεωρητικό πρότυπο του Vygotsky εννοούμε ένα σχήμα εμπλουτισμού της πραγματικότητας με τους πολυπλαπλούς συσχετισμούς μιας έννοιας με μία ή περισσότερες άλλες έννοιες.

Σε άλλους μαθητές και μαθήτριες της ίδιας ομάδας δεν παρατηρήθηκε παρόμοια εννοιολογική αλλαγή. Διέκριναν μεν το χαρακτηριστικό της ευθειότητας με τη διαμεσολάβηση του χάρακα, δεν κατάφεραν όμως να αποσυνδέσουν την έννοια της ευθείας γραμμής από την οριζόντια θέση της στο επίπεδο.

E: Δηλαδή αν τη γραμμή την έγραφε με το χάρακα έτσι (η ερευνητριά τοποθετεί το χάρακα λοξά) τότε η γραμμή αυτή είναι ευθεία;

M: Όχι

E: Για φτιάξε μου Μαρία σ' αυτό το χαρτί μια ευθεία γραμμή.

M: Χωρίς χάρακα;

E: Θεεσ οπωσδήποτε χάρακα ε;

M: Ναι.

E: Γιατί επιλέγεις να βάλεις το χάρακα έτσι (οριζόντια) και όχι αλλιώς;

M: Δηλαδή πως;

Δ: Να έτσι (και προτείνει η δασκάλα την λοξή θέση του χάρακα).

M: Γιατί έτσι είναι ευθεία, ενώ έτσι είναι λοξά.

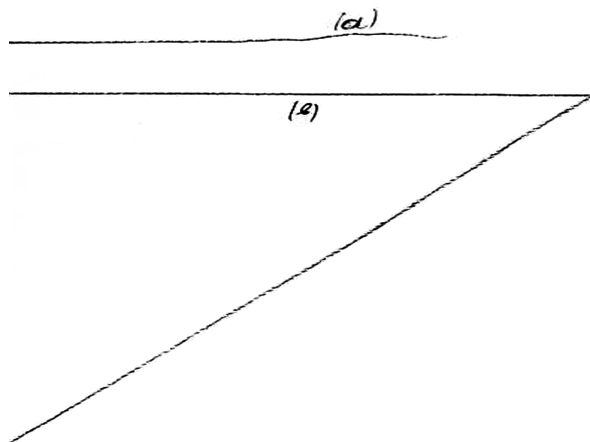
Η μαθήτριά διατηρεί αναλλοίωτη την ιδέα της ότι δεν είναι δυνατόν μία ευθεία γραμμή να είναι πλάγια και αδυνατεί, επομένως, να προχωρήσει σε μια γενική έννοια της ευθείας γραμμής.

(ii) Η πρακτική δραστηριότητα θεωρητικοποιείται από τον ρόλο του χάρακα στην χάραξη της ευθείας γραμμής

Στους νοητικούς χειρισμούς των μαθητών και μαθητριών της κατηγορίας αυτής, κυρίως Β' τάξης του Δημοτικού σχολείου, είναι εμφανής η κυριαρχία της κοινωνικής γνώσης τους για το λειτουργικό ρόλο του χάρακα, όχι μόνο στη χάραξη ευθειών, αλλά και στην υποστήριξη των αυθόρμητων εννοιών τους ή γενικότερα των ιδεών τους για την ευθεία γραμμή. Από την θεωρητική οπτική μας, η κατάσταση αυτή θεωρείται ως η έναρξη μιας διαδικασίας αλληλεπίδρασης μεταξύ των αυθόρμητων εννοιών και της επιστημονικής έννοιας της ευθείας γραμμής κατά την διάρκεια της πρακτικής δραστηριότητας των παιδιών, η οποία αποτελεί και ένα πρώτο στάδιο στη συγκρότηση μιας τυπικής-ευκλείδειας έννοιας της ευθείας γραμμής.

E Μαρία θέλω να φτιάξεις μια ευθεία γραμμή, τι θα χρησιμοποιήσεις;

M: Ένα μολύβι και ένα χαρτί



Εικόνα 3

Χαράζει μια γραμμή με το χέρι, αλλά δεν είναι ικανοποιημένη και σχολιάζει:

M: Μάλλον χρειαζόμουν και έναν χάρακα.

E: Πολύ ωραία, γιατί λες ότι χρειαζόσουν χάρακα;

M: Γιατί μερικές φορές την ευθεία την κάνω στραβά

E: Δηλαδή τι εννοείς;

M: Δεν την κάνω ακριβώς ίσια.

E: Και τι έχει αυτή η ευθεία, δηλαδή, και δεν είναι ακριβώς ίσια;

M: Εδώ πέρα είναι λίγο κυματιστό.

Εφαρμόζει το χάρακα στη γραμμή που χάραξε για να δείξει ότι δεν είναι ευθεία. Στην πράξη αυτή διακρίνουμε στοιχεία αναλυτικής σκέψης, σκέψης δηλαδή η οποία συσχετίζει τα επιμέρους συστατικά στοιχεία μιας έννοιας μεταξύ τους.

E: Δηλαδή εμείς για να κάνουμε μια ευθεία τι χρειαζόμαστε;

M: Χάρακα

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της κατηγορίας αυτής, αν και αναγνωρίζουν τον πολιτισμικά καθιερωμένο ρόλο του χάρακα, ως εργαλείου χάραξης ευθειών, προτιμούν να αποτυπώσουν τις ιδέες τους για την ευθεία γραμμή χωρίς αναφορές στη χρήση του χάρακα και αρχικά κινούνται έξω από ένα σύστημα εννοιών. Όπως υποστηρίζουν οι Piaget και Inhelder (1956, p.156) η διαφορά ανάμεσα στο να αναγνωρίζουν τα παιδιά την εικόνα της ευθείας γραμμής και στο να χαράζουν ευθείες γραμμές είναι ουσιαστική και ενδεικτική μιας α συστηματοποίησης σκέψης. Στο πείραμά που εκτίθεται εδώ παρατηρούμε ότι σταδιακά ο χάρακας ως εργαλείο χάραξης ευθειών βοηθά τα παιδιά να συστηματοποιήσουν την σκέψη τους και να εισάγουν στους συλλογισμούς τους ένα συναφές εννοιολογικό σύστημα.

Κατά τον Vygotsky (1988, σ. 258) «*το σύστημα και η συνειδητότητα που συνδέεται με αυτό δεν εισάγεται από τα έξω στη σφαίρα των παιδικών εννοιών απωθώντας τον ιδιόμορφο τρόπο του παιδιού να σχηματίζει και να χρησιμοποιεί έννοιες αλλά ότι η συνειδητότητα προϋποθέτει ήδη την ύπαρξη σχετικά πλούσιων και ώριμων παιδικών εννοιών και ότι το αναπτυσσόμενο σύστημα στην περιοχή των αναπτυσσόμενων εννοιών δομικά μεταφέρεται και στην περιοχή των καθημερινών εννοιών, όπου τις μετασχηματίζει και μεταβάλλει την εσωτερική υφή τους κατά κάποιο τρόπο από τα πάνω*». Αυτή η αλληλεξαρτώμενη σχέση επιβολής και υποβολής των αυθόρμητων και των επιστημονικών εννοιών, απορρέει από την χαρακτηριστική σχέση που αναπτύσσεται ανάμεσα σε ένα αντικείμενο και στην επιστημονική του έννοια. Η σχέση αυτή στηρίζεται στο γεγονός ότι μια επιστημονική έννοια μεταδίδεται μέσω μιας άλλης έννοιας και συνεπώς περιέχει ταυτόχρονα με την σχέση της προς το αντικείμενο και την σχέση της με μια άλλη έννοια, περιέχει δηλαδή τα πρώτα στοιχεία ενός εννοιολογικού συστήματος.

Κάποιοι μαθητές και μαθήτριες της κατηγορίας αυτής, χρησιμοποιώντας τον χάρακα προβάλλουν στοιχεία αναλυτικής σκέψης καθώς επιστημαίνουν και γεμίζουν χαρακτηριστικά της ευθείας γραμμής.

E: Αν βάλουμε το χάρακα έτσι, να στρίβει λίγο ο χάρακας και μου φτιάξεις μια γραμμή έτσι «στριμμένη»;

Η ερευνήτρια τοποθετεί τον χάρακα πλάγια στο χαρτί.

M: (γέλιο) Θα βγει όμως ίσια.

E: (δείχνοντας μια πλάγια γραμμή) Αυτή είναι στριμμένη γραμμή ή ίσια;

M: Ίσια.

Η ερευνήτρια προβάλλοντας «επιχειρήματα» προσπαθεί να αμφισβητήσει την ιδέα του μαθητή για την έννοια της ευθείας γραμμής.

E: Ίσια γραμμή είναι; Αφού γέρνει, δεν την βλέπεις ότι γέρνει; Πως είναι ίσια;

Ο μαθητής παίρνει το χάρακα, τον εφαρμόζει πάνω στην γραμμή.

M: Ορίστε είναι ίσια.

Άλλοι μαθητές και μαθήτριες, ενώ κάνουν διάκριση των χαρακτηριστικών της ευθείας γραμμής με τη βοήθεια του χάρακα, συνεχίζουν να ισχυρίζονται ότι μια γραμμή κατασκευασμένη με χάρακα σε πλάγια θέση δεν είναι ευθεία γραμμή. Ο χάρακας και η διάκριση του χαρακτηριστικού της «ευθειότητας» δεν αρκούν για να υποστηρίξουν τη συγκρότηση μιας τυπικής έννοιας της ευθείας γραμμής.

E: Αν βάλουμε το χάρακα έτσι (βάζει η ερευνήτρια το χάρακα διαγώνια στο χαρτί) μπορούμε να φτιάξουμε μια ευθεία γραμμή;

M: Όχι

E: Φτιάξε την πρώτα και μετά μου απαντάς. Φτιάξε μία γραμμή έτσι (η ερευνήτρια προτείνει την πλάγια θέση του χάρακα στο χαρτί), είναι αυτή η γραμμή μας ευθεία;

M: Ναι γέρνει λίγο, γιατί....ο χάρακας δεν ήταν ευθείος έτσι (δείχνει την οριζόντια θέση του χάρακα).

E: Δηλαδή αυτή η λοξή γραμμή δεν είναι ευθεία λες, ε;

M: Όχι

E: Προηγουμένως όμως τι είπαμε ότι είναι ευθεία γραμμή;

M: Είπαμε ότι ευθεία είναι η γραμμή που δεν έχει ζικ-ζακ.

E: Αυτή η γραμμή έχει ζικ-ζακ; (δείχνει την πλάγια γραμμή που κατασκευάστηκε με το χάρακα)

M: Όχι.

E: Είναι ευθεία;

M: Όχι

E: Επειδή γέρνει;

M: Ναι.

Στα παιδιά αυτά, που η αφετηρία των νοητικών τους λειτουργιών απορρέει από την κοινωνική τους γνώση για το λειτουργικό χαρακτήρα του χάρακα φαίνεται να είναι βαθιά ριζωμένη η ιδέα ότι μια ευθεία γραμμή είναι οπωσδήποτε και οριζόντια.

Παρατηρούμε, ότι και στις δύο προηγούμενες κατηγοριοποιήσεις, δηλαδή και στην εργαλειακού χαρακτήρα κυριαρχία της πρακτικής δραστηριότητας και στην κυριαρχία της κοινωνικής γνώσης για τον ρόλο του χάρακα στην χάραξη της ευθείας γραμμής, η σκέψη των παιδιών παραμένει προσκολλημένη

στην ψευδο-έννοια της ευθείας γραμμής. Μια ψευδο-έννοια οικοδομείται από τα παιδιά στο πλαίσιο μιας πολύπλοκης σύνδεσης πραγματικών αντικειμένων που φαινομενικά παραπέμπουν στην μορφή των πραγματικών εννοιών και η συγκρότηση της αυτή διαφέρει από την γενετική και εξελικτική πορεία της συγκρότησης των εννοιών καθώς και από τις αιτιώδεις-δυναμικές βάσεις που δομούν μια έννοια.

Στη σκέψη μερικών μαθητών και μαθητριών της ίδιας κατηγορίας φαίνεται να επικρατούν πλουσιότερες σχέσεις γενικότητας, δηλαδή σχέσεις μιας έννοιας με μια ή περισσότερες άλλες έννοιες, στο νοητικό χειρισμό της ευθείας γραμμής.

Μια μαθήτρια της Α' τάξης, στηριζόμενη στην αυθόρμητη έννοιά της για την ευθεία γραμμή διακρίνει και κάνει αφαίρεση του χαρακτηριστικού της ευθειότητας:

Μ: Δεν μπορώ να την φτιάξω τόσο ίσια, και γνωρίζει και επικαλείται το ρόλο του χάρακα στη χάραξη ευθειών:

Ε: Τι θα χρειαστείς για να τη φτιάξεις.

Μ: Χάρακα

Παρόλα αυτά, η μαθήτρια παραλείπει το χάρακα και σχεδιάζει την ευθεία γραμμή με το χέρι της, γεγονός που ερμηνεύεται ως μη συνειδητοποίηση του λειτουργικού ρόλου του χάρακα.

Η μαθήτρια παίρνει το χαρτί και το μολύβι και ρωτά την ερευνήτρια:

Μ: Έτσι ή έτσι; (εννοώντας να φτιάξει την ευθεία γραμμή σε κατακόρυφη ή σε οριζόντια θέση)

Είναι φανερό, ότι η αυθόρμητη έννοια αυτού του παιδιού για την ευθεία γραμμή είναι πλουσιότερη και γενικότερη, περιορισμένη, όμως, από τα συστήματα αναφοράς (οριζόντιου και κατακόρυφου) του φυσικού περιβάλλοντος. Για την Ντε Μερντιέ (1991) η έννοια της οριζόντιας γραμμής στο παιδικό σχέδιο ξεκινάει από την ανάγκη του παιδιού να ορίσει δύο σταθερά συστήματα αναφοράς, τη γη και τον ουρανό, και κατά τον Καντίνσκι (1996) τα αρχέτυπα είδη των ευθειών είναι τρία: η οριζόντια, η κατακόρυφη και η διαγώνια ευθεία γραμμή. Οι υπόλοιπες γραμμές είναι παραλλαγές αυτών των τριών ειδών. Ένα παρόμοιο στοιχείο προκύπτει από τις πρακτικές και νοητικές δραστηριότητες των παιδιών για τη χάραξη μιας ευθείας γραμμής που περιγράφονται εδώ.

Ε: Αυτή η γραμμή (ευθεία χαραγμένη διαγώνια στο χαρτί) είναι ευθεία γραμμή;

Μ: Είναι.

Ε: Αφού γέρνει, μας πειράζει;

Μ: Είναι στο πλάι

Ε: Είναι ευθεία γραμμή;

Μ: Ναι.

E: Δεν μας πειράζει που είναι στο πλάι;

M: Όχι.

Μετά από κάποιες δραστηριότητες και συζητήσεις.

E: Εμείς τι ξέρουμε για την ευθεία γραμμή, επομένως, τι μας βοήθησε ο χάρακας να καταλάβουμε;

M: Ευθεία είναι αυτή που κάνουμε με το χάρακα. (επιμένει στο λειτουργική χρήση του χάρακα)

E: Τι καταφέρνουμε δηλαδή να κάνουμε με το χάρακα; Τι είδους γραμμή;

M: Γραμμή που να μην έχει λακκούβες.

E: Να είναι δηλαδή;

M: Ίσια, ολίσια.

Οι μαθητές και οι μαθήτριες της κατηγορίας αυτής αρχικά συναρτούν και συγχέουν την έννοια της ευθείας γραμμής με την θέση της στο επίπεδο και στη συνέχεια αρχίζουν να διαμορφώνουν μια έννοια της ευθείας γραμμής, η οποία έχει πολλά στοιχεία με την ευκλείδεια έννοια, μέσα από τη διαμεσολάβηση της σκέψης τους ή της μνήμης τους από τα λειτουργικά χαρακτηριστικά του χάρακα.

(iii) Η διαμεσολάβηση του χάρακα στην συγκρότηση μιας έννοιας της ευθείας γραμμής

Στην κατηγορία αυτή καταχωρήθηκαν οι πρακτικοί χειρισμοί μιας ομάδας μαθητών και μαθητριών, οι οποίοι στηρίζονταν αρχικά σε ένα συνδυασμό διαισθητικών συλλογισμών και αναλυτικής σκέψης.

E: Παναγιώτη θέλω να μου φτιάξεις μια ευθεία

M: Τι ευθεία, γραμμή; Με χάρακα;

E: Όπως νομίζεις ότι θα μπορέσεις να την φτιάξεις.

Ο Παναγιώτης παίρνει μια κόλλα χαρτί και μονολογεί «θα τα καταφέρω με πολύ προσπάθεια.....» και σύρει τη μύτη του μολυβιού του ελέγχοντας συγχρόνως την ευθύτητα της γραμμής. Στο τέλος αναφωνεί:

M: Να μια ευθεία γραμμή

E: Είσαι σίγουρος ότι αυτή είναι μια ευθεία γραμμή;

M: Όχι κάπως στραβή

E: Πως μπορούμε να είμαστε σίγουροι ότι η γραμμή σου είναι ευθεία ;

Ο Παναγιώτης προτείνει στην αρχή την οπτική μέθοδο για την απόδειξη της ευθύτητας.

M: Με το μάτι... (συγχρόνως σκύβει, κοιτάζει και εξηγεί ότι διακρίνει μέρη της γραμμής που ξεφεύγουν) ... είναι λίγο από δω και λίγο από κει ..

Οι χαρακτηρισμοί ‘ακριβώς ίσια’, ‘λίγο κυματιστό’, ‘κάπως στραβή’ που χρησιμοποιούν συστηματικά οι μαθητές και οι μαθήτριες της κατηγορίας αυτής φανερώνουν μια νοηματικά πληρέστερη, αλλά πάντα αυθόρμητη, έννοια της ευθείας

γραμμής. Στη σκέψη τους είναι εμφανής η έννοια της ευθειότητας, αλλά για να υποστηρίξουν την έννοια της ευθείας γραμμής χρησιμοποιούν τον λειτουργικό ρόλο του χάρακα.

E: Για να ήταν ευθεία η γραμμή, πως έπρεπε να είναι;

M: Με χάρακα, να έτσι (παίρνει το χάρακα και τον εφαρμόζει πάνω στην γραμμή που έγραψε).

Η επιλογή τους να χρησιμοποιούν το χάρακα για την κατασκευή της ευθείας γραμμής οφείλεται στην κοινωνική τους γνώση για το χάρακα, ως εργαλείο χάραξης ευθειών: «είναι ένα πράγμα που μας βοηθάει να κάνουμε μια ευθεία γραμμή».

Πρέπει να σημειώσουμε ότι η ευθεία γραμμή που σχεδιάζουν κάθε φορά τα παιδιά της κατηγορίας αυτής, τείνει να έχει οριζόντια θέση. Αυτό μας επιτρέπει να διατυπώσουμε την υπόθεση ότι τα παιδιά της κατηγορίας αυτής διατηρούν ακόμη ίχνη της αισθητηριακής τους αντίληψης για την ευθεία γραμμή.

E: Για δες η ευθεία σου δεν είναι εντελώς ίσια, γέρνει λίγο.

M: Δεν μας πειράζει αυτό, αρκεί να μη προεξέχει (κοιτάζει τα ζικ-ζακ) και εφαρμόζει το χάρακα.

Οι μαθητές της κατηγορίας αυτής κάνουν εκτιμήσεις, διακρίσεις, επιχειρηματολογούν και κινούνται αποδεικτικά, χρησιμοποιώντας τον χάρακα για να υποστηρίξουν την αυθόρμητη ιδέα τους για την έννοια της ευθείας γραμμής. Όλοι αυτοί οι πρακτικοί και νοητικοί χειρισμοί τους οδηγούν στο συμπέρασμα ότι προσεγγίζουν στη συγκρότηση μιας τυπικής έννοιας της ευθείας γραμμής αξιοποιώντας τη χρήση του χάρακα για τη χάραξη ευθειών, με ταυτόχρονη ιδιοποίηση των χαρακτηριστικών του για τον ορισμό μιας ευθείας γραμμής.

Συμπερασματικά

Στην εισήγηση αυτή εκτίθεται μία διερεύνηση των νοητικών και πρακτικών χειρισμών, τους οποίους ανέπτυξαν μαθητές και μαθήτριες της πρώτης σχολικής ηλικίας αξιοποιώντας το χάρακα ως εργαλείο για τη χάραξη ευθειών.

Μαθητές και οι μαθήτριες του πειράματός μας, κυρίως Α' τάξης του Δημοτικού σχολείου, (1^η κατηγορία) χρησιμοποιώντας το χάρακα για την χάραξη μιας ευθείας γραμμής, αναπτύσσουν μια σκέψη η οποία έχει πρακτική κατεύθυνση και χαρακτηρίζεται αναπαγωγής καθιερωμένων κοινωνικά πρακτικών χρήσης του χάρακα. Στους χειρισμούς μαθητών και μαθητριών, κυρίως Β' τάξης του Δημοτικού σχολείου (2^η κατηγορία), διακρίνονται στοιχεία ανάπτυξης μιας εννοιολογικής σκέψης, τα οποία υποκινούνται από τη διαμεσολάβηση του χάρακα στη χάραξη της ευθείας γραμμής. Μέσα από την πρακτική, δηλαδή, δραστηριότητα χρήσης του χάρακα για τη χάραξη ευθειών υποκινείται μια διαδικασία συγκρότησης μιας τυπικής έννοιας της ευθείας γραμμής. Λειτουργίες επικέντρωσης της προσοχής, σύγκρισης, διάκρισης και γενίκευσης του χαρακτηριστικού της ευ-

θειότητας σηματοδοτούν την έναρξη μιας τέτοιας διαδικασίας. Άλλοι μαθητές και μαθήτριες του πειράματος μας, Α' και Β' τάξης (3^η κατηγορία), που επιστρατεύουν αρχικά διαισθητικές μεθόδους εννοιολογικής προσέγγισης της ευθείας γραμμής φαίνεται να έχουν συγκροτημένες πληρέστερες αυθόρμητες έννοιες, τις οποίες καθώς διαπραγματεύονται νοητικά με τη διαμεσολάβηση του χάρακα και λεκτικά με την ερευνήτρια οδηγούνται σε μια πορεία συγκρότησης μιας τυπικής έννοιας της ευθείας γραμμής. Αυτή η διαφοροποίηση των πρακτικών και νοητικών χειρισμών των παιδιών μπορεί να ερμηνευθεί από το θετικό ρόλο της εκπαίδευσης στη συγκρότηση των επιστημονικών εννοιών (Λούρια 1995).

Τα δεδομένα της έρευνας υπογραμμίζουν τη συμβολή της διαμεσολάβησης των πολιτισμικών εργαλείων στη συγκρότηση των μαθηματικών εννοιών και παράλληλα προβάλλουν τον κοινωνικό χαρακτήρα των νοητικών διεργασιών. Οι μαθητές και οι μαθήτριες του πειράματος μας αλληλεπιδρώντας με το χάρακα για την χάραξη ευθειών και την ερευνήτρια στη συζήτηση για τη δραστηριότητα αυτή διαπραγματεύτηκαν εποικοδομητικά τις ιδέες τους για την ευθεία γραμμή. Ανέπτυξαν νοητικούς και πρακτικούς χειρισμούς στους οποίους κυριαρχούσε, κατά περίπτωση, η κοινωνική γνώση τους για το ρόλο του χάρακα ως εργαλείου χάραξης ευθειών, μία εμπειρική μέθοδος την οποία υποστήριζαν εντέλει με τη διαμεσολάβηση του χάρακα ή μια αναλυτικού τύπου σκέψη, η οποία συνιστούσε επιχείρημα και απόδειξη της ορθότητας των ενεργειών τους υποστηριζόμενη από τη διαμεσολάβηση του χάρακα. Συμπερασματικά, ο ρόλος του χάρακα αποτελούσε το κυρίαρχο στοιχείο των νοητικών και πρακτικών χειρισμών και εντέλει της σκέψης των παιδιών στη συγκεκριμένη δραστηριότητα. Η κοινωνική γνώση για το ρόλο του χάρακα, ως καθιερωμένου εργαλείου χάραξης ευθειών, κυριαρχεί στη σκέψη τους, άλλοτε σηματοδοτώντας και άλλοτε αναστέλλοντας τη συγκρότηση μιας τυπικής, ευκλείδειας, έννοιας της ευθείας γραμμής.

Βιβλιογραφικές αναφορές

- Abreu, G. De (2000). Relationships between macro and micro socio-cultural contexts: implications for the study of interactions in the mathematics classroom, *Educational Studies in Mathematics*, 41, 1–29.
- Ascher, M. & Ascher, R.(1986), *Ethnomathematics, History of Science*, 24, 125-144.
- Chassapis, D. (1999). The mediation of tools in the development of formal mathematical concepts: The compass and the circle as an example, *Educational Studies in Mathematics*, 37, 275-293.
- Ευκλείδης, *Στοιχεία*, (2001). Τόμος Ι, Αθήνα.: Έκδοση Κ.Ε.ΕΠ.ΕΚ.
- Καντίνσκι, Β. (1996). *Σημείο, Γραμμή, Επίπεδο συμβολή στην ανάλυση των ζωγραφικών στοιχείων*, εκδόσεις, Αθήνα- Γιάννινα: Δωδώνη.
- Λούρια, Α. (1995). *Γνωστική ανάπτυξη*, Αθήνα: Ελληνικά Γράμματα.
- Ντε Μερσεντιέ Φλοράνς (1991). *Το παιδικό σχέδιο*, Αθήνα: Υποδομή.
- Πατρώνης, Τ. (2001). *Θεμελιώδεις μαθηματικές έννοιες και παιδική σκέψη*, Αθήνα: Δίπτυχο.
- Piaget J.& Inhelder B. (1956). *The child's conception of space*, London: Routledge and Kegan Paul.
- Vygotsky, L.S.(1988). *Σκέψη και Γλώσσα*, Αθήνα: Γνώση,
- Vygotsky, L.S.(1997). *Νους στην Κοινωνία*, Αθήνα: Gutenberg,
- Vygotsky, L. S. (1981). The instrumental method in psychology (originally written in 1930). Στο J. V. Wertsch.,(Ed. & Trans.), *The concept of activity in soviet psychology*, N.Y.: M. E. Sharpe, Armonk., 134-143.
- Wertsch, J. V., Del Rio, P. & Alvarez, A. (1995). Sociocultural studies: history, action and mediation. Στο Wertsch, J. V., Del Rio, P. & Alvarez, A. (Eds.), *Sociocultural studies of mind*, New York: Cambridge University Press, 1-34.
- Zichenko, V.P. (1985). Vygotsky's ideas about units for the analysis of mind. Στο J.V. Wertsch (ed.), *Culture, Communication and Cognition: Vygotskian Perspectives*, Cambridge: Cambridge University Press, 94–118.
- Prokopova, M.(2005), Public and Personal Interpretation of a Point, a Straight Line and their Relation: A Comparison of Phylogenesis and Ontogenesis. Στο B. Hudson, and K. Enser (eds), *Researching the teaching and learning of mathematics*, Trauner Verlag, Linz, 160-175.