Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Διπλωματική Εργασία

Μη γραμμική τιμολόγηση σε μονοπωλιακή αγορά αποθηκεύσιμων αγαθών

Μεταπτυχιακός Φοιτητής:

Αθάνατος Ντομουχτσής

Επιβλέπων:

Φάμπιο Αντωνίου

Επίκουρος Καθηγητής

Ιανουάριος 2019

Περίληψη

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η μονοπωλιακή αγορά δύο περιόδων ενός αποθηκεύσιμου αγαθού. Ο μονοπωλητής προβαίνει σε μη γραμμική τιμολόγηση και στην αρχή της πρώτης περιόδου ανακοινώνει και δεσμεύεται για τους συνδυασμούς τιμής-προσφερόμενης ποσότητας κάθε περιόδου (πλήρης δέσμευση). Ο καταναλωτής αποφασίζει για το επίπεδο αποθήκευσης που μεγιστοποιεί το πλεόνασμα του. Αντίθετα σκοπός του μονοπωλητή είναι να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του. Αρχικά γίνεται αναφορά στα αποτελέσματα του στατικού μονοπωλίου και εξετάζεται το κίνητρο του καταναλωτή για αποθήκευση. Στη συνέχεια διερευνάται η ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση και υπό περιορισμένη δέσμευση, με το κόστος αποθήκευσης του καταναλωτή να παίζει καθοριστικό ρόλο στην πρώτη περίπτωση. Τελικά συγκρίνονται τα αποτελέσματα των δύο αυτών ισορροπιών ως προς τα κέρδη του μονοπωλητή. Διαπιστώνεται πως όταν το κόστος αποθήκευσης είναι μικρότερο μιας κρίσιμης τιμής, ο μονοπωλητής με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης «μιμείται» το μονοπωλητή υπό περιορισμένη δέσμευση.

Λέξεις κλειδιά: μονοπώλιο, αποθηκεύσιμα αγαθά, μη γραμμική τιμολόγηση, πλήρης δέσμευση, περιορισμένη δέσμευση

Θα ήθελα να ευχαριστήσω τον κύριο Αντωνίου Φάμπιο για την πολύτιμη βοήθεια του και υποστήριξη καθόλη τη διάρκεια της εκπόνησης της εργασίας.

Περιεχόμενα

Συμβολισμοί 4

1. Εισαγωγή 5

2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση 7

3. Το μοντέλο 11

4. Η λύση 13

4.1 Το στατικό πρόβλημα και το κίνητρο του καταναλωτή για αποθήκευση 13

4.2 Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση (Full Commitment) 15

4.3 Ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση (Limited Commitment) 21

4.4 Σύγκριση κερδών υπό πλήρη και περιορισμένη δέσμευση 24

5. Συμπεράσματα 25

Παράρτημα 27

Το στατικό πρόβλημα και το κίνητρο του καταναλωτή για αποθήκευση 27

Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση (Full Commitment) 29

Ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση (Limited Commitment) 37

Σύγκριση κερδών μονοπωλητή υπό πλήρη και περιορισμένη δέσμευση 40

Βιβλιογραφία 41

Συμβολισμοί

Μεταβλητές

$\boldsymbol{t}$ - χρονική περίοδος

$\boldsymbol{x_t}$ - κατανάλωση του αγαθού την περίοδο t

$\boldsymbol{U(x_t)}$ - χρησιμότητα από την κατανάλωση ποσότητας x_t

$\boldsymbol{MU(x_t)}$ - οριακή χρησιμότητα από την κατανάλωση ποσότητας x_t

$\boldsymbol{V_t}$ - πλεόνασμα του καταναλωτή την περίοδο t

$\boldsymbol{V}$ - συνολικό πλεόνασμα του καταναλωτή

$\boldsymbol{q_t}$ - προσφερόμενη ποσότητα αγαθού από το μονοπωλητή την περίοδο t

$\boldsymbol{P_t}$ - τιμή της προσφερόμενης ποσότητας αγαθού την περίοδο t

$\boldsymbol{P}$ - άθροισμα των τιμών του αγαθού όλων των περιόδων

$\boldsymbol{c}$ - μέσο (=οριακό) κόστος παραγωγής του αγαθού

$\boldsymbol{s}$ – ποσότητα αποθήκευσης αγαθού από τον καταναλωτή

$\boldsymbol{sb}$ –κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα αγαθού

$\boldsymbol{\Pi_t}$ - κέρδος του μονοπωλητή την περίοδο t

$\boldsymbol{\Pi}$ - συνολικό κέρδος του μονοπωλητή

Δείκτες

$\boldsymbol{m}$ – στατικό μονοπώλιο

$\boldsymbol{lc}$ – περιορισμένη δέσμευση

$\boldsymbol{c}$ – πλήρης δέσμευση

1. Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται η μονοπωλιακή αγορά δύο περιόδων ενός αποθηκεύσιμου αγαθού. Ένα αγαθό, σύμφωνα με τους Hendel, Lizzeri και Roketskiy (2014), θεωρείται αποθηκεύσιμο, όταν οι καταναλωτές μπορούν να βάλουν στην άκρη μονάδες αγαθού για κατανάλωση σε μια επόμενη περίοδο. Όπως επισημαίνουν, η αποθηκευσιμότητα ενός αγαθού δίνει στον καταναλωτή τη δυνατότητα να αποσυνδέσει το χρόνο της αγοράς από το χρόνο της κατανάλωσης και εισάγει μια δυναμική μορφή των περιορισμών συμμετοχής, αφού ο μονοπωλητής πρέπει να διασφαλίσει ότι ο καταναλωτής δεν επιθυμεί να αποθηκεύσει τα αγαθά προσδοκώντας να παρακάμψει μια αγορά. Ο μονοπωλητής προβαίνει σε μη γραμμική τιμολόγηση.

Κατά τον Wilson (1993), η μη γραμμική τιμολόγηση αφορά τις περιπτώσεις που η συνολική τιμή της προσφερόμενης ποσότητας ενός αγαθού δεν είναι αυστηρά ανάλογη της ποσότητας που προσφέρεται. Στην παρούσα ανάλυση ο μονοπωλητής αποφασίζει και θέτει για κάθε περίοδο ένα συνδυασμό ή «πακέτο» τιμής-προσφερόμενης ποσότητας αγαθού. Όταν ο μονοπωλητής είναι σε θέση να δεσμευτεί στην αρχή της πρώτης περιόδου για τα «πακέτα» τιμής-ποσότητας και των δύο περιόδων τότε ο μονοπωλητής έχει δυνατότητα πλήρους δέσμευσης. Στην περίπτωση που ο μονοπωλητής δεν μπορεί να δεσμευτεί στην αρχή της πρώτης περιόδου για το «πακέτο» τιμής ποσότητας της δεύτερης περιόδου, παρά μόνο για το πακέτο τιμής-ποσότητας της πρώτης περιόδου, τότε ενεργεί υπό περιορισμένη δέσμευση. Στόχος του μονοπωλητή είναι να θέσει τις προσφερόμενες ποσότητες αγαθού και τιμές που θα μεγιστοποιήσουν το κέρδος του συνολικά και για τις δύο περιόδους.

Ο καταναλωτής σε μία αγορά αποθηκεύσιμου αγαθού δύο περιόδων έχει τη δυνατότητα να αποθηκεύει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο και να την καταναλώνει την επόμενη περίοδο. Η αποθήκευση ποσότητας αγαθού για τον καταναλωτή είναι ένα εργαλείο για να μεγιστοποιήσει το συνολικό του πλεόνασμα.

Είναι σημαντικό να αποσαφηνιστούν τα στάδια εξέλιξης της ιστορίας όταν υπάρχει πλήρης δέσμευση του μονοπωλητή. Στην αρχή της πρώτης περιόδου, ο μονοπωλητής ανακοινώνει και δεσμεύεται για τα επίπεδα της προσφερόμενης ποσότητας του αγαθού για κάθε περίοδο και τις τιμές που θα το προσφέρει (πλήρης δέσμευση). Ο καταναλωτής βλέπει τα πακέτα τιμών-προσφερόμενων ποσοτήτων που θέτει ο μονοπωλητής και ανάμεσα σε συγκεκριμένες επιλογές που έχει, επιθυμεί να μεγιστοποιήσει το πλεόνασμα του αποφασίζοντας ταυτόχρονα για την ποσότητα αγαθού που θα αποθηκεύσει. Ο μονοπωλητής από τη μεριά του θέτει τα κατάλληλα «πακέτα» τιμών-προσφερόμενων ποσοτήτων που θα μεγιστοποιήσουν τα συνολικά του κέρδη.

Τα στάδια υπό περιορισμένη δέσμευση είναι τα εξής. Ο μονοπωλητής δεν μπορεί να δεσμευτεί για την προσφερόμενη ποσότητα και την τιμή της δεύτερης περιόδου. Ο καταναλωτής βλέπει μόνο το «πακέτο» της πρώτης περιόδου και αποφασίζει για το επίπεδο της αποθήκευσης που θα μεγιστοποιήσει το πλεόνασμα του. Ο μονοπωλητής «γνωρίζει» το επίπεδο αποθήκευσης που αποφασίζει ο καταναλωτής και προσφέρει τη δεύτερη περίοδο ποσότητα που μεγιστοποιεί το κέρδος του τη δεύτερη περίοδο. Γνωρίζοντας την εξέλιξη της ιστορίας ο μονοπωλητής αποφασίζει για τις ποσότητες και τιμές που θα τον οδηγήσουν στο μέγιστο συνολικό κέρδος.

Στην επόμενη ενότητα (ενότητα 2) γίνεται μία βιβλιογραφική ανασκόπηση που αφορά τα αποθηκεύσιμα αγαθά. Στην ενότητα 3 παρουσιάζονται οι υποθέσεις του υποδείγματος, τα κίνητρα του μονοπωλητή και του καταναλωτή καθώς και τα στάδια εξέλιξης της ιστορίας. Στην ενότητα 4 αναλύεται αρχικά μία μονοπωλιακή αγορά στην οποία ο καταναλωτής δεν έχει τη δυνατότητα να αποθηκεύει και παρουσιάζεται τι συμβαίνει στην περίπτωση που δίνεται η δυνατότητα αποθήκευσης. Η υπο-ενότητα αυτή έχει ως σκοπό να παρουσιάσει τα αποτελέσματα του στατικού μονοπωλίου και να δείξει τη διαφορετική συμπεριφορά του καταναλωτή και μονοπωλητή μεταξύ αποθηκεύσιμων και μη αποθηκεύσιμων αγαθών. Στην ίδια ενότητα γίνεται η εύρεση της ισορροπίας υπό πλήρη και περιορισμένη δέσμευση και εν συνεχεία συγκρίνονται τα αποτελέσματα των δύο αυτών ισορροπιών. Τέλος η ενότητα 5 συνοψίζει τα αποτελέσματα της εργασίας.

2. Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Η παραγωγή, η κατανάλωση αλλά και η αποθήκευση των αγαθών είναι διαδικασίες της αγοράς που επηρεάζουν και επηρεάζονται από τη συμπεριφορά των επιχειρήσεων και των καταναλωτών. Η αποθήκευση των αγαθών από τις επιχειρήσεις και από τους καταναλωτές εξετάζεται συνήθως ξεχωριστά στη βιβλιογραφία, όπως επισημαίνεται από τους Antoniou και Fiocco (2019).

Πολλές μελέτες έχουν επικεντρωθεί στην αναζήτηση των βέλτιστων μεθόδων αξιοποίησης των αποθηκευμένων αγαθών από την πλευρά των επιχειρήσεων. Για παράδειγμα, η μελέτη των Arya και Mittendorf (2013) επικεντρώνεται στο πώς οι εκπτώσεις μπορούν να ωφελήσουν ταυτόχρονα τόσο τους παραγωγούς όσο και τους καταναλωτές. Τα αποτελέσματα της μελέτης τους καταδεικνύουν ότι οι καταναλωτικές εκπτώσεις μπορεί να είναι πολύ χρήσιμες όταν μια εφοδιαστική αλυσίδα έρχεται αντιμέτωπη με ανεπάρκειες που πηγάζουν από τη συσσώρευση αποθεμάτων από τους λιανοπωλητές. Το συμπέρασμά τους είναι ότι οι εκπτώσεις μπορεί να χρησιμεύσουν ως πρόσχημα για να πουλήσουν οι λιανοπωλητές και όχι μόνο για να αγοράσουν οι καταναλωτές. Σύμφωνα με τα ευρήματά τους ο παραγωγός, ο λιανοπωλητής και οι καταναλωτές επωφελούνται από τη χρήση των εκπτώσεων, παρά το γεγονός ότι ο παραγωγός χρησιμοποιεί τις εκπτώσεις για το δικό του συμφέρον και ως μια κίνηση στρατηγικής. Στο ζήτημα της αξιοποίησης των αποθηκευμένων αγαθών από τους παραγωγούς, εντάσσεται και η μελέτη των Arya, Frimor και Mittendorf (2014) στην οποία περιγράφουν λεπτομερώς το συμφέρον μιας επιχείρησης για το πώς να χρησιμοποιήσει τα αποθέματά της, με σκοπό να επηρεάσει την τιμολόγηση από τους προμηθευτές.

Η παρούσα ανάλυση εντάσσεται στις μελέτες που αφορούν την αποθήκευση των αγαθών από την πλευρά των καταναλωτών. Οι Hendel και Nevo (2006) αναφέρονται στις εκπτώσεις που κάνουν οι επιχειρήσεις στα αποθηκεύσιμα αγαθά και ερευνούν τη συμπεριφορά των καταναλωτών. Κατασκευάζοντας ένα δυναμικό υπόδειγμα προτιμήσεων του καταναλωτή, καταλήγουν, εκτός των άλλων, στο συμπέρασμα ότι οι καταναλωτές σε περίοδο εκπτώσεων τείνουν να αγοράζουν περισσότερη ποσότητα, να αγοράζουν νωρίτερα και να μεταθέτουν την επόμενη αγορά τους.

Εν συνεχεία οι ίδιοι μελετητές (Hendel και Nevo, 2004) αναφέρουν τη δυνατότητα που η αποθηκευσιμότητα παρέχει στους καταναλωτές να ορίσουν χρονικά τις αγορές τους ώστε να αξιοποιήσουν τις διακυμάνσεις των τιμών. Έτσι, η ζήτηση εξαρτάται μεν από τις εκάστοτε τωρινές τιμές, αλλά και από τις αναμενόμενες μελλοντικές τιμές. Ερευνούν τις ενδείξεις που υπονοούν ότι οι καταναλωτές αποθηκεύουν και συμπεραίνουν πως η δυνατότητα αποθήκευσης από τους καταναλωτές προσφέρει μία δυναμική στην αγορά και επηρεάζει εκτός των άλλων και τη βέλτιστη πολιτική των επιχειρήσεων.

Οι Anton και Das Varma (2005) μελετούν ένα υπόδειγμα δύο περιόδων στο οποίο ο καταναλωτής αποθηκεύει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο ώστε να αποκτήσει οφέλη από το διαχρονικό arbitrage. Αναλύουν την επιρροή της αποθηκευσιμότητας στο «μονοπάτι» που ακολουθούν οι τιμές, υπό καθεστώς δυοπωλίου, μονοπωλίου και ανταγωνισμού. Στην περίπτωση του δυοπωλίου, όταν οι καταναλωτές είναι υπομονετικοί και το κόστος αποθήκευσης είναι χαμηλό, οι τιμές αυξάνονται διαχρονικά. Οι μικρές αρχικές τιμές είναι συνέπεια της προσπάθειας των επιχειρήσεων να αποκτήσουν μελλοντικά μεγαλύτερο μερίδιο αγοράς από τον αντίπαλο τους. Αντίθετα στην περίπτωση του μονοπωλίου και του ανταγωνισμού δεν παρατηρείται τέτοια δυναμική στις τιμές. Η αιτία είναι η έλλειψη κινήτρου για απόκτηση μελλοντικού μεριδίου αγοράς στις δύο αυτές αγορές.

Οι Dudine, Hendel και Lizzeri (2006) παρουσιάζουν ένα γραμμικό υπόδειγμα δύο περιόδων ενός μονοπωλίου αποθηκεύσιμου αγαθού. Σκοπός τους είναι να αναλυθεί πως επηρεάζεται η ισορροπία από τις έννοιες της αποθηκευσιμότητας από τη μεριά του καταναλωτή και της δέσμευσης από την πλευρά του μονοπωλητή. Ο καταναλωτής είναι σε θέση να αποθηκεύσει ποσότητα αγαθού και να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο και ο μονοπωλητής μπορεί είτε να δεσμευτεί, είτε να μη δεσμευτεί για τις μελλοντικές τιμές. Η ζήτηση θεωρείται ότι μεταβάλλεται ντετερμινιστικά τη δεύτερη περίοδο και το κόστος αποθήκευσης του αγαθού είναι γραμμικό. Υπό αυτές τις υποθέσεις καταλήγουν στο συμπέρασμα πως σε σύγκριση με την περίπτωση της μη δέσμευσης, όταν ο μονοπωλητής δεσμεύεται, οι τιμές και η αποθήκευση είναι χαμηλότερες, ενώ τα κέρδη του μονοπωλητή και το πλεόνασμα του καταναλωτή είναι μεγαλύτερα.

Οι Hendel et al. (2014) μελετούν ένα υπόδειγμα δύο περιόδων μιας μονοπωλιακής αγοράς ενός αποθηκεύσιμου αγαθού. Στο μοντέλο αυτό ο μονοπωλητής προβαίνει σε μη γραμμική τιμολόγηση και στην αρχή της πρώτης περιόδου ανακοινώνει και δεσμεύεται για τις τιμές και τις προσφερόμενες ποσότητες κάθε περιόδου. Ο καταναλωτής έχει τη δυνατότητα να αποθηκεύσει ποσότητα από την πρώτη περίοδο για να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο. Δεν υπάρχει κάποιο κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα αγαθού για τον καταναλωτή, όμως ο χώρος αποθήκευσης του είναι περιορισμένος. Σε αυτό το πλαίσιο συμπεραίνουν πως όταν η χωρητικότητα της «αποθήκης» του καταναλωτή είναι μικρότερη της ποσότητας της κατανάλωσης του στατικού αποτελεσματικού, ο μονοπωλητής προσφέρει την πρώτη περίοδο ποσότητα μεγαλύτερη του στατικού αποτελεσματικού και τη δεύτερη ποσότητα μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού. Ο καταναλωτής αντίστοιχα την πρώτη περίοδο καταναλώνει ποσότητα ίση με το στατικό αποτελεσματικό και τη δεύτερη περίοδο ποσότητα μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού.

Βέβαια η ομάδα των καταναλωτών δεν είναι ομοιογενής και δεν τείνουν όλοι να αποθηκεύουν αγαθά, ανεξαρτήτως ευκαιριών, όπως είναι για παράδειγμα οι εκπτώσεις. Οι Jeuland και Narasimhan (1985) ανέπτυξαν ένα μοντέλο στο οποίο ο μονοπωλητής μπορεί να κάνει εκπτώσεις ως ένα εργαλείο διάκρισης τιμών μεταξύ των καταναλωτών με βάση τη δυνατότητα τους για αποθήκευση αλλά και τη ζήτηση τους για το αποθηκεύσιμο αγαθό. Οι καταναλωτές κατηγοριοποιούνται με βάση τη ζήτηση, σε αυτούς που παρουσιάζουν μεγάλη ζήτηση και μικρή ζήτηση, και με βάση την αποθηκευσιμότητα τους, σε αυτούς που έχουν μεγάλο κόστος αποθήκευσης και σε αυτούς που έχουν μικρό. Από την ανάλυση τους καταλήγουν στο συμπέρασμα πως η διάκριση τιμών είναι δυνατή και επικερδής για το μονοπωλητή, όταν οι καταναλωτές με την αυξημένη ζήτηση έχουν ταυτόχρονα υψηλό κόστος αποθήκευσης και οι καταναλωτές με τη μειωμένη ζήτηση παρουσιάζουν μικρό κόστος αποθήκευσης. Το χρονικό διάστημα των εκπτώσεων οι καταναλωτές που παρουσιάζουν υψηλή ζήτηση αποτρέπονται από την αγορά και αποθήκευση μεγάλων ποσοτήτων λόγω του υψηλού κόστους αποθήκευσης και δίνεται η ευκαιρία στο μονοπωλητή να προσφέρει ποσότητες αγαθού και στην ομάδα των καταναλωτών με χαμηλή ζήτηση και χαμηλό κόστος αποθήκευσης.

Η προσφορά εκπτώσεων, ως εργαλείο διάκρισης τιμών από τις επιχειρήσεις, εξετάστηκε επίσης από τους Hendel και Nevo (2013). Λαμβάνοντας υπόψη την επιθυμία των καταναλωτών για αποθήκευση, θεωρήθηκαν δύο ομάδες καταναλωτών. Η μία ομάδα είναι ευαίσθητη στη μεταβολή των τιμών και αποθηκεύει ποσότητα αγαθού και η δεύτερη ομάδα περιέχει τους καταναλωτές που επηρεάζονται λιγότερο από τις τιμές και δεν αποθηκεύουν ποσότητα αγαθού. Στις υποθέσεις τους δεν υπάρχει κόστος αποθήκευσης αλλά το αγαθό χάνει την αξία του μετά από κάποιες περιόδους Τ. Για τις ίδιες περιόδους Τ, οι καταναλωτές γνωρίζουν τη ζήτηση τους, και είτε έχουν τέλεια προβλεπτικότητα για τις μελλοντικές τιμές είτε έχουν ορθολογικές προσδοκίες. Στην περίπτωση που ο μονοπωλητής δεσμεύεται για τις τιμές των συγκεκριμένων περιόδων, η βέλτιστη πολιτική τιμών παρουσιάζει ένα επαναλαμβανόμενο μοτίβο, όπου μία περίοδος εκπτώσεων ακολουθείται από Τ «κανονικές» περιόδους, στις οποίες αγοράζουν μόνο οι καταναλωτές που δεν αποθηκεύουν. Από την εμπειρική τους μελέτη προέκυψε πως οι πωλήσεις καλύπτουν ένα σημαντικό ποσοστό του χάσματος μεταξύ των περιπτώσεων της μη-διάκρισης τιμών και της διάκρισης τιμών τρίτου βαθμού, αυξάνουν τη συνολική ευημερία και έχουν μία μικρή επίδραση στην ευημερία του καταναλωτή.

Οι Antoniou και Fiocco (2019) παρουσιάζουν ένα πλαίσιο ταυτόχρονης διερεύνησης της αποθηκευτικής συμπεριφοράς του παραγωγού και των μελλοντικών αγοραστών που στοχεύουν να αποθηκεύσουν, εν αναμονή υψηλότερων μελλοντικών τιμών.

3. Το μοντέλο

Μονοπωλητής Θεωρούμε μία μονοπωλιακή αγορά δύο περιόδων t=1,2 για ένα αποθηκεύσιμο αγαθό στην οποία ο μονοπωλητής αποφασίζει να προσφέρει ποσότητα q_t σε συγκεκριμένη τιμή P_t σε κάθε περίοδο t. Θέτει λοιπόν σε κάθε περίοδο ένα συνδυασμό ή «πακέτο» τιμής-ποσότητας $\{P_t, q_t\}$. Προβαίνει σε μη γραμμική τιμολόγηση και δεσμεύεται για το συνδυασμό κάθε περιόδου στην αρχή της πρώτης περιόδου (πλήρης δέσμευση). Το κίνητρο του είναι να μεγιστοποιήσει τα συνολικά του κέρδη και στις δύο περιόδους, τα οποία δίνονται από την παρακάτω συνάρτηση.

$$\Pi = \sum_{t=1}^{2}(\Pi_t) = \sum_{t=1}^{2}(P_t - c * q_t) \quad \mu\varepsilon\ c > 0$$

Όπου: P_t – η τιμή του πακέτου της περιόδου t

q_t – η προσφερόμενη ποσότητα του αγαθού την περίοδο t

c – το μέσο (=οριακό) σταθερό κόστος παραγωγής του αγαθού

Καταναλωτής Θεωρούμε τους καταναλωτές ότι είναι ομοιογενείς και ότι αντλούν την ίδια χρησιμότητα $U(x_t)$ από την ίδια κατανάλωση x_t του αγαθού. Η χρησιμότητα του καταναλωτή δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση.

$$U(x_t) = a * x_t - \frac{1}{2} * {x_t}^2 \quad \mu\varepsilon\ a > c > 0$$

$$MU(x_t) = \frac{dU(x_t)}{dx} = a - x_t$$

$$\frac{d^2U(x_t)}{d{x_t}^2} = -1 < 0$$

Πρόκειται για μία κοίλη συνάρτηση που δηλώνει πως η χρησιμότητα που αντλεί ο καταναλωτής από κάθε επόμενη μονάδα του αγαθού είναι μικρότερη από την προηγούμενη. Η μονοπωλιακή αγορά των δύο περιόδων ενός αποθηκεύσιμου αγαθού δίνει τη δυνατότητα στον καταναλωτή να αποθηκεύει ποσότητα αγαθού $\boldsymbol{s}$ από την προσφερόμενη ποσότητα q_1 της πρώτης περιόδου t=1 και να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο t=2. Ο καταναλωτής έχει απεριόριστο χώρο αποθήκευσης αλλά αντιμετωπίζει ένα θετικό κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα αγαθού $sb > 0$. Το συνολικό πλεόνασμα V του καταναλωτή συνεπώς θα ισούται με τη διαφορά της χρησιμότητας που αντλεί από την κατανάλωση του αγαθού και στις δύο περιόδους, των τιμών που θέτει ο μονοπωλητής και του κόστους αποθήκευσης των s μονάδων αγαθού. Ο στόχος του καταναλωτή είναι να αποθηκεύσει ποσότητα αγαθού s τέτοια ώστε να μεγιστοποιήσει το συνολικό του πλεόνασμα. Το συνολικό του πλεόνασμα, δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση.

$$V = \sum_{t=1}^{2} (U(x_t) - P_t) - s * sb$$

Τα στάδια

Υπό πλήρη δέσμευση ο μονοπωλητής ανακοινώνει και δεσμεύεται για τα επίπεδα της προσφερόμενης ποσότητας του αγαθού για κάθε περίοδο και τις τιμές που θα το προσφέρει (πλήρης δέσμευση) , στην αρχή της πρώτης περιόδου $t = 1$. Ο καταναλωτής στη συνέχεια αποφασίζει για το επίπεδο της αποθήκευσης του αγαθού την πρώτη περίοδο και συνεπώς για τα επίπεδα κατανάλωσης του αγαθού σε κάθε περίοδο.

Η ιστορία υπό περιορισμένη δέσμευση έχει ως εξής. Ο μονοπωλητής δεν μπορεί να δεσμευτεί για την προσφερόμενη ποσότητα και την τιμή της δεύτερης περιόδου. Ο καταναλωτής βλέπει μόνο το «πακέτο» της πρώτης περιόδου και αποφασίζει για το επίπεδο της αποθήκευσης που θα μεγιστοποιήσει το πλεόνασμα του. Ο μονοπωλητής «γνωρίζει» το επίπεδο αποθήκευσης που αποφασίζει ο καταναλωτής και προσφέρει τη δεύτερη περίοδο ποσότητα που μεγιστοποιεί το κέρδος του τη δεύτερη περίοδο. Γνωρίζοντας την εξέλιξη της ιστορίας ο μονοπωλητής αποφασίζει για τις ποσότητες και τιμές που θα τον οδηγήσουν στο μέγιστο συνολικό κέρδος.

Οι υπολογισμοί για τη λύση του υποδείγματος περιγράφονται λεπτομερώς στο Παράρτημα.

4. Η λύση

4.1 Το στατικό πρόβλημα και το κίνητρο του καταναλωτή για αποθήκευση

Προκειμένου να κατανοήσουμε το κίνητρο του καταναλωτή για αποθήκευση, μελετάμε αρχικά την περίπτωση που δεν υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης του αγαθού από τον καταναλωτή. Είναι προφανές πως οι προσφερόμενες ποσότητες q_t σε κάθε περίοδο t θα αντιστοιχούν στις ποσότητες που καταναλώνονται την ίδια περίοδο x_t. Συνεπώς το πρόβλημα δύο περιόδων χωρίς τη δυνατότητα αποθήκευσης αγαθού από τον καταναλωτή αφορά το στατικό πρόβλημα.

Ο καταναλωτής αγοράζει το προϊόν όταν η χρησιμότητα που αντλεί από την κατανάλωση του αγαθού είναι μεγαλύτερη από την τιμή P_t που θέτει ο μονοπωλητής ή διαφορετικά όταν το πλεόνασμά του είναι θετικό ή οριακά μηδενικό. Ο μονοπωλητής γνωρίζει τις προτιμήσεις του καταναλωτή και αποφασίζει για την προσφερόμενη ποσότητα q_t και κατά συνέπεια για την τιμή P_t μεγιστοποιώντας το κέρδος του. Από τη λύση του στατικού προβλήματος που αναλυτικά παρουσιάζεται στο Παράρτημα προκύπτει:

Ο μονοπωλητής

$$q_{t,m} = a - c$$

$$\Pi_{t,m} = \frac{1}{2}(a-c)^2$$

$$P_{t,m} = \frac{1}{2}(a-c)^2 + c * q_{t,m} = \frac{1}{2}(a^2 - c^2)$$

Ο καταναλωτής

$$x_{t,m} = q_{t,m} = a - c$$

$$\mathrm{U_{t,m}} = \frac{1}{2}(\mathrm{a}^2 - \mathrm{c}^2)$$

$$V_{t,m} = U(x_t) - P_t = U_{t,m} - P_{t,m} = 0$$

Συνεπώς, στο πρόβλημα δύο περιόδων χωρίς τη δυνατότητα αποθήκευσης από τον καταναλωτή, ο μονοπωλητής προσφέρει και στις δύο περιόδους t=1,2 τους εξής ίδιους συνδυασμούς τιμών-ποσοτήτων $\{P_t, q_t\}$.

$$\{P_{1,m}\,, q_{1,m}\} = \{P_{2,m}\,, q_{2,m}\} = \{\ \frac{1}{2}(a^2 - c^2)\ \ , \alpha - c\ \}$$

Τα συνολικά κέρδη του μονοπωλητή στις δύο περιόδους είναι:

$$\Pi_m = \ \Pi_{1,m} + \Pi_{2,m} = 2 * \frac{1}{2}(a - c)^2 = (a - c)^2$$

Ο μονοπωλητής καταφέρνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή.

$$V_m = V_{1,m} + V_{2,m} = 0$$

Στη συνέχεια μελετάμε τη συμπεριφορά του καταναλωτή όταν υπάρχει η δυνατότητα να αποθηκεύσει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο και να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο. Υποθέτουμε πως ο μονοπωλητής προσφέρει τους συνδυασμούς τιμών-ποσοτήτων του στατικού προβλήματος.

$$\{P_{1,m}\,, q_{1m}\} = \{P_{2,m}\,, q_{2,m}\} = \{\ \frac{1}{2}(a^2 - c^2)\ \ , \alpha - c\ \}$$

Το κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος θεωρείται προς απλούστευση μηδενικό, $sb = 0$. Υποθέτουμε ότι ο καταναλωτής αγοράζει το αγαθό μόνο την πρώτη περίοδο και αποθηκεύει ποσότητα αγαθού s για να την καταναλώσει τη δεύτερη περίοδο. Συνεπώς την πρώτη περίοδο καταναλώνει ποσότητα $x_1 = q_1 - s$ και τη δεύτερη ποσότητα $q_2 = s$. Η ποσότητα s που αποθηκεύει είναι αυτή που μεγιστοποιεί το συνολικό του πλεόνασμα.

$$V = max_s\{U(x_1) + U(x_2) - P_{1,m}\} = max_s\{U(q_1 - s) + U(s) - P_{1,m}\}$$

Από τη μεγιστοποίηση προκύπτει:

$$s = \frac{q_{1,m}}{2}$$

$$max_s\{V\} = \frac{1}{4}(a-c)^2 > 0$$

Το πλεόνασμα του καταναλωτή είναι θετικό, ενώ στην περίπτωση του στατικού προβλήματος ήταν μηδενικό. Ο καταναλωτής λοιπόν έχει κίνητρο να αγοράσει μόνο την πρώτη περίοδο και να κατανείμει την προσφερόμενη ποσότητα προς κατανάλωση και στις δύο περιόδους. Αντίθετα τα κέρδη του μονοπωλητή μειώνονται καθώς ο καταναλωτής δεν αγοράζει τη δεύτερη περίοδο. Συνεπώς για το μονοπωλητή η λύση του στατικού προβλήματος δεν είναι η βέλτιστη στην περίπτωση των αποθηκεύσιμων αγαθών.

4.2 Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση (Full Commitment)

Υπό πλήρη δέσμευση ο μονοπωλητής ανακοινώνει και δεσμεύεται για τους συνδυασμούς τιμών-ποσοτήτων $\{P_1, q_1\}, \{P_2, q_2\}$ των δύο περιόδων στην αρχή της πρώτης περιόδου. Ο καταναλωτής στη συνέχεια έχει τρεις επιλογές. Η πρώτη επιλογή είναι να αγοράσει τις προσφερόμενες ποσότητες αγαθού και τις δύο περιόδους. Η δεύτερη επιλογή είναι να αγοράσει την προσφερόμενη ποσότητα αγαθού μόνο την πρώτη περίοδο και να κατανείμει την ποσότητα αυτή και στις δύο περιόδους μέσω της αποθήκευσης. Η τελευταία επιλογή του καταναλωτή είναι να αγοράσει το αγαθό μόνο τη δεύτερη περίοδο και να μην καταναλώσει καθόλου την πρώτη περίοδο. Και στις τρεις περιπτώσεις ο καταναλωτής επιθυμεί να μεγιστοποιήσει το πλεόνασμα του αποφασίζοντας για την ποσότητα αγαθού που θα αποθηκεύσει. Επίσης απαιτεί το πλεόνασμα αυτό να είναι τουλάχιστον μηδενικό. Συνεπώς:

α) Όταν ο καταναλωτής αγοράζει και στις δύο περιόδους μεγιστοποιεί τη συνάρτηση:

$$max_s\{U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb - P_1 - P_2\} \geqslant 0$$

β) Όταν αγοράζει μόνο την πρώτη περίοδο, μεγιστοποιεί τη συνάρτηση:

$$max_s\{ U(q_1 - s) + U(s) - s * sb - P_1 \} \geqslant 0$$

γ) Ενώ όταν αγοράζει το αγαθό μόνο τη δεύτερη περίοδο, προκύπτει η συνάρτηση:

$$max_s\{\, U(q_2) - P_2 \,\} \geqslant 0$$

Ο μονοπωλητής επιθυμεί να μεγιστοποιήσει τα συνολικά του κέρδη και αυτό συμβαίνει όταν ο καταναλωτής αγοράζει το αγαθό και στις δύο περιόδους. Σκοπός του μονοπωλητή είναι να θέτει τέτοιες τιμές ώστε το πλεόνασμα του καταναλωτή να προκύπτει μεγαλύτερο όταν αυτός αγοράζει το αγαθό και στις δύο περιόδους.

Αρχικά, ο πρώτος περιορισμός για το άθροισμα των τιμών που θέτει ο μονοπωλητής, πηγάζει από την απαίτηση του καταναλωτή να έχει θετικό πλεόνασμα όταν αγοράζει και στις δύο περιόδους.

$$max_s\{U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb - P_1 - P_2 \,\} \geqslant 0 \Rightarrow$$

$$P = P_1 + P_2 \leq max_s\{\, U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \,\}$$

Ο δεύτερος περιορισμός είναι περιορισμός συμμετοχής και τίθεται προκειμένου ο καταναλωτής να μην παραλείψει την αγορά του αγαθού τη δεύτερη περίοδο. Ο μονοπωλητής θέτει τους κατάλληλους συνδυασμούς τιμών- ποσοτήτων αγαθού, ώστε το πλεόνασμα του καταναλωτή να προκύπτει μεγαλύτερο όταν αγοράζει και στις δύο περιόδους από το να αγόραζε μόνο την πρώτη περίοδο. Απαιτείται λοιπόν:

$$max_s\{\, U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb - P_1 - P_2 \,\} \geqslant max_s\{\, U(q_1 - s) + U(s) - s * sb - P_1 \,\} \Rightarrow$$

$$P_2 \leq max_s\{\, U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \,\} - max_s\{U(q_1 - s) + U(s) - s * sb \,\}$$

Ο τρίτος περιορισμός είναι περιορισμός συμμετοχής και τίθεται προκειμένου ο καταναλωτής να μην παραλείψει την αγορά του αγαθού την πρώτη περίοδο. Ο μονοπωλητής θέτει τους κατάλληλους συνδυασμούς τιμών- ποσοτήτων αγαθού, ώστε το πλεόνασμα του καταναλωτή να προκύπτει μεγαλύτερο όταν αγοράζει και στις δύο περιόδους από το να αγόραζε μόνο τη δεύτερη περίοδο. Προκύπτει πως:

$$max_s\{\, U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb - P_1 - P_2 \,\} \geqslant max_s\{\, U(q_2) - P_2 \,\} \Rightarrow$$

$$P_1 \leq max_s\{U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \,\} - U(q_2)$$

Αθροίζοντας κατά μέλη τους δύο περιορισμούς συμμετοχής προκύπτει ένας περιορισμός για το άθροισμα των τιμών.

$$P = P_1 + P_2 \leq 2 * max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} \\ - max_s\{ U(q_1 - s) + U(s) - s * sb \} - U(q_2)$$

Αποδεικνύεται (λόγω της κοίλης συνάρτησης χρησιμότητας του καταναλωτή) πως από τους δύο παραπάνω περιορισμούς που αφορούν το άθροισμα των τιμών που θέτει ο μονοπωλητής, δεσμευτικός είναι αυτός που προέρχεται από τους επιμέρους περιορισμούς συμμετοχής.

$$P = P_1 + P_2 \leq 2 * max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} \\ - max_s\{ U(q_1 - s) + U(s) - s * sb \} - U(q_2)$$

Μεγιστοποιώντας τις επιμέρους εκφράσεις ως προς την ποσότητα αποθήκευσης και αντικαθιστώντας στην παραπάνω συνάρτηση προκύπτει το μέγιστο άθροισμα τιμών που μπορεί να θέσει ο μονοπωλητής:

$$P = \begin{matrix} \frac{1}{4}(-3{q_1}^2 - 2{q_2}^2 + 4a(q_1 + q_2) + 2q_1 * sb - sb^2) & q_1 \in (sb, q_2 + sb]\,, q_2 \in (0, \infty) \\ \frac{1}{4}(-{q_1}^2 + 4a(q_1 + q_2) - 2q_1(2q_2 + sb) + sb(4q_2 + sb)) & q_1 \in (q_2 + sb, \infty)\,, q_2 \in [0, \infty) \end{matrix}$$

Η συνάρτηση κερδών του μονοπωλητή δίνεται από τη διαφορά του αθροίσματος των τιμών και του κόστους παραγωγής του αγαθού.

$$\Pi = \begin{matrix} \frac{1}{4}(-3{q_1}^2 - 2{q_2}^2 + 4a(q_1 + q_2) + 2q_1 * sb - sb^2) - c(q_1 + q_2) & q_1 \in (sb, q_2 + sb]\,, q_2 \in (0, \infty) \\ \frac{1}{4}\left(-{q_1}^2 + 4a(q_1 + q_2) - 2q_1(2q_2 + sb) + sb(4q_2 + sb)\right) - c(q_1 + q_2) & q_1 \in (q_2 + sb, \infty)\,, q_2 \in [0, \infty) \end{matrix}$$

Το πρώτο σκέλος της συνάρτησης κερδών αναφέρεται στην περίπτωση που ο καταναλωτής δεν αποθηκεύει ποσότητα αγαθού, $s = 0$. Αντίθετα το δεύτερο σκέλος αφορά την περίπτωση που ο καταναλωτής αποθηκεύει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο για να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο. Η ποσότητα που επιλέγει να αποθηκεύσει ο καταναλωτής σε αυτή την περίπτωση είναι $s = \frac{q_1 - q_2 - sb}{2}$.

Από την μεγιστοποίηση της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή προέκυψαν δύο λύσεις, οι οποίες αποτελούν συνάρτηση του κόστους αποθήκευσης sb.

$$max_{q_1,q_2}\{\Pi\} = \begin{cases} \frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2)\ ,\ q_1 = \frac{1}{3}(2a-2c+sb)\ ,q_2 = a-c\ , \quad s=0 \\ (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2}\ ,\ q_1 = 2a-2c-sb\ ,\ q_2 = 0\ , \quad s = \frac{q_1-q_2-sb}{2} \end{cases}$$

Η βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή εξαρτάται λοιπόν από το επίπεδο του κόστους αποθήκευσης sb. Λύνοντας την ανισότητα μεταξύ του πρώτου και δεύτερου σκέλους και περιορίζοντας τη λύση σε μικρές τιμές του κόστους αποθήκευσης sb προκύπτει μία κρίσιμη τιμή του κόστους αποθήκευσης,

$$\widetilde{sb} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}(a-c)$$

η οποία καθορίζει τη βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή.

Είναι σημαντικό να σημειωθεί πως τα αποτελέσματα αυτά αφορούν το μονοπωλητή που ενεργεί υπό πλήρη δέσμευση, δηλαδή το μονοπωλητή που δεσμεύεται για τις τιμές όλων των περιόδων.

Όμως ο μονοπωλητής με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης, έχει τη δυνατότητα είτε να δεσμευτεί και για τις μελλοντικές τιμές (πλήρης δέσμευση) είτε να μη δεσμευτεί για τις μελλοντικές τιμές (περιορισμένη δέσμευση). Συνεπώς για να βρεθεί η βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης χρειάζεται να αναλυθεί και η ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση και να συγκριθούν τα αποτελέσματα των δύο αυτών ισορροπιών. Η ανάλυση αυτή παρατίθεται στις δύο επόμενες υπο-ενότητες.

Με αντικατάσταση των τιμών των μεταβλητών και με υπολογισμούς που περιγράφονται πλήρως στο Παράρτημα προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα για την ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση.

I) Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση ($sb \leq \widetilde{sb}$)

Η βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή για τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb \leq \widetilde{sb}$ είναι να προσφέρει μόνο την πρώτη περίοδο ποσότητα μεγαλύτερη του στατικού αποτελεσματικού $q_{1,c}^{I} > q_{1,m}$ και καθόλου τη δεύτερη περίοδο $q_{2,c}^{I} = 0$. Ο καταναλωτής αποθηκεύει ποσότητα αγαθού $s_c^I = a - c - sb$ την πρώτη περίοδο και την καταναλώνει τη δεύτερη περίοδο. Ο μονοπωλητής αντλεί όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή $V_c^I = 0$.

Ο μονοπωλητής

$q_{1,c}^{I} = 2a - 2c - sb$

$q_{2,c}^{I} = 0$

$q_c^I = 2a - 2c - sb$

$\Pi_c^I = (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2}$

$P_c^I = -c^2 - a * sb + \frac{sb^2}{2}$

$P_{1,c}^{I} = P_c^I = a^2 - c^2 - a * sb + \frac{sb^2}{2}$

$P_{2,c}^{I} = 0$

Ο καταναλωτής

$s_c^I = a - c - sb$

$x_{1,c}^{I} = q_{1,c}^{I} - s_c^I = a - c$

$x_{2,c}^{I} = s_c^I = a - c - sb$

$x_c^I = 2a - 2c - sb$

$V_c^I = 0$

Θεωρώντας ότι το κόστος αποθήκευσης τείνει στο μηδέν ($sb \to 0$) καταλήγουμε σε αποτελέσματα που συμφωνούν με την παρατήρηση των Hendel et al. (2014), κατά την οποία η βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή, όταν υπάρχει μηδενικό κόστος αποθήκευσης και απεριόριστος χώρος αποθήκευσης, είναι να προσφέρει την πρώτη περίοδο ποσότητα αγαθού διπλάσια του στατικού αποτελεσματικού με τη διπλάσια αντίστοιχη τιμή και να μην προσφέρει καθόλου τη δεύτερη περίοδο.

II) Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση ($sb > \widetilde{sb}$)

Για τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb > \widetilde{sb}$, είναι προτιμότερο για το μονοπωλητή να προσφέρει την πρώτη περίοδο ποσότητα αγαθού μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού $q_{1,c}^{II} < q_{1,m}$, τη δεύτερη περίοδο την ποσότητα του στατικού αποτελεσματικού $q_{2,c}^{II} = q_{2,m}$ και να αποτρέψει την αποθήκευση από τον καταναλωτή $s_c^{II} = 0$. Στην περίπτωση αυτή ο μονοπωλητής, παρόλο που μεγιστοποιεί το κέρδος του, δεν επιτυγχάνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή $V_c^{II} > 0$.

Ο μονοπωλητής

$$q_{1,c}^{II} = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$$

$$q_{2,c}^{II} = a - c$$

$$q_c^{II} = \frac{1}{3}(5a - 5c + \mathrm{sb})$$

$$\Pi_c^{II} = \frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2)$$

$$P_c^{II} = \frac{1}{6}(5a^2 - 5c^2 + 2a * sb - sb^2)$$

Ο καταναλωτής

$$s_c^{II} = 0$$

$$x_{1,c}^{II} = q_{1,c}^{II} = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$$

$$x_{2,c}^{II} = q_{2,c}^{II} = a - c$$

$$x_c^{II} = \frac{1}{3}(5a - 5c + \mathrm{sb})$$

$$V_c^{II} = \frac{1}{9}(a - c - \mathrm{sb})^2 > 0$$

Πρόταση 1 *Υπό πλήρη δέσμευση, ένα από τα ακόλουθα αποτελέσματα προκύπτουν:*

(I) Όταν $sb \leq \widetilde{sb}$,

i. *ο καταναλωτής αποθηκεύει* $s_c^I = a - c - sb > 0$

ii. *ο μονοπωλητής προσφέρει* $q_{1,c}^I = 2a - 2c - sb > q_{1,m}$, $q_{2,c}^I = 0$

iii. *ο μονοπωλητής αντλεί όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή* $V_c^I = 0$.

(II) Όταν $sb > \widetilde{sb}$,

i. *ο καταναλωτής δεν αποθηκεύει* $s_c^{II} = 0$

ii. *ο μονοπωλητής προσφέρει* $q_{1,c}^{II} = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb) < q_{1,m}$,$q_{2,c}^{II} = a - c = q_{2,m}$

iii. *ο μονοπωλητής δεν αντλεί όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή* $V_c^{II} > 0$.

Παρατηρείται πως για σχετικά μεγάλες τιμές του κόστους αποθήκευσης ο μονοπωλητής θέτει συνδυασμούς τιμών-ποσοτήτων που αποτρέπουν την αποθήκευση του αγαθού από τον καταναλωτή. Ο λόγος είναι ότι, σε αυτή την περίπτωση, το κόστος αποθήκευσης γίνεται δαπανηρό για τον καταναλωτή και συνεπώς το πλεόνασμα που μπορεί να αντλήσει ο μονοπωλητής μειώνεται. Ο μονοπωλητής προσφέρει την πρώτη περίοδο ποσότητα μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού προκειμένου να αποτρέψει τον καταναλωτή από το να αγοράσει μόνο την πρώτη περίοδο και να παραλείψει την αγορά του αγαθού τη δεύτερη περίοδο. Με αυτή την πολιτική του μονοπωλητή, ο καταναλωτής απολαμβάνει θετικό πλεόνασμα. Τη δεύτερη περίοδο ο μονοπωλητής προσφέρει ποσότητα ίση με την ποσότητα του στατικού αποτελεσματικού. Αντίθετα για μικρές τιμές του κόστους αποθήκευσης sb ο μονοπωλητής δεν αποτρέπει τον καταναλωτή από το να αποθηκεύει. Προσφέρει μόνο την πρώτη περίοδο και αντλεί όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή.

4.3 Ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση (Limited Commitment)

Υποθέτουμε πως ο μονοπωλητής δεν μπορεί να δεσμευτεί για το «πακέτο» τιμής-ποσότητας $\{P_2, q_2\}$ που θα προσφέρει τη δεύτερη περίοδο. Με την μέθοδο της οπισθογενούς επαγωγής λύνουμε το υπόδειγμα υπό περιορισμένη δέσμευση.

Στην περίοδο $t = 2$ ο μονοπωλητής αποφασίζει για το «πακέτο» τιμής-ποσότητας του αγαθού που θα προσφέρει. Σκοπός του μονοπωλητή είναι για "δεδομένη" αποθήκευση του καταναλωτή s από την πρώτη περίοδο να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του Π_2 τη δεύτερη περίοδο. Η μέγιστη τιμή που μπορεί να θέσει είναι ίση με τη χρησιμότητα που αντλεί ο καταναλωτής από την επιπλέον κατανάλωση q2 του αγαθού πέραν της ποσότητας s που αποθήκευσε από την πρώτη περίοδο και δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση, όπου $MU(x)$ είναι η οριακή χρησιμότητα του καταναλωτή.

$$P_2 = \int_{s}^{q_2+s} MU(x)\,dx$$

Το κέρδος του μονοπωλητή ως διαφορά της τιμής και του κόστους παραγωγής του αγαθού γράφεται:

$$\Pi_2 = P_2 - c * q_2$$

Μεγιστοποιώντας το κέρδος Π_2 του μονοπωλητή προκύπτουν τα εξής:

$$q_{2,lc} = a - c - s$$

$$P_{2,lc} = \frac{1}{2}(a^2 - c^2 - 2as + s^2)$$

Την περίοδο $t = 1$, ο καταναλωτής, γνωρίζοντας πως η τιμή $P_{2,lc}$ που θα θέσει ο μονοπωλητής τη δεύτερη περίοδο εξαρτάται από το επίπεδο αποθήκευσης s της πρώτης περιόδου, αποφασίζει για το επίπεδο αποθήκευσης, το οποίο μεγιστοποιεί το συνολικό του πλεόνασμα. Το επίπεδο της αποθήκευσης στο οποίο συμβαίνει αυτό είναι:

$$s_{lc} = \frac{q_1 - sb}{2}$$

Ο μονοπωλητής στην αρχή της περιόδου t=1, γνωρίζοντας ότι το επίπεδο αποθήκευσης του καταναλωτή εξαρτάται από την ποσότητα q1 και το κόστος αποθήκευσης sb, αποφασίζει για την προσφερόμενη ποσότητα q_1 που μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος του $\Pi = \Pi_1 + \Pi_2$. Η συνάρτηση των κερδών του μονοπωλητή γράφεται ως:

$$\Pi = \left(\int_0^{q_1 - s_{lc}} MU(x)\, dx + \int_0^{q_{2,lc} + s_{lc}} MU(x)\, dx - s * sb\right) - c\left(q_1 + q_{2,\mathrm{lc}}\right)$$

Από τη μεγιστοποίηση της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή προκύπτει η προσφερόμενη ποσότητα του αγαθού την πρώτη περίοδο.

$$q_{1,lc} = 2a - 2c - 3sb \quad \mu\varepsilon \;\; sb < \frac{a-c}{2}$$

Με αντικατάσταση των τιμών των μεταβλητών και με υπολογισμούς που περιγράφονται πλήρως στο Παράρτημα προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα για την ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση.

Ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση

Ο μονοπωλητής

$q_{1,lc} = 2a - 2c - 3sb$

$q_{2,lc} = 2sb$

$q_{lc} = 2a - 2c - sb$

$P_{1,lc} = a^2 - c^2 - a * sb - \frac{1}{2} sb(4c + sb)$

$P_{2,lc} = 2sb(c + sb)$

$P_{lc} = a^2 - c^2 - a * sb + \frac{3sb^2}{2}$

$\Pi_{1,lc} = (a - c)^2 - \frac{sb^2}{2} + (c - a)sb$

$\Pi_{2,lc} = 2sb^2$

$\Pi_{lc} = (a - c)^2 + (-a + c)sb + \frac{3sb^2}{2}$

Ο καταναλωτής

$s_{lc} = a - c - 2sb$

$x_{1,lc} = a - c - sb$

$x_{2,lc} = a - c$

$x_{lc} = 2a - 2c - sb$

$V_{lc} = 0$

Πρόταση 2 *Η ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση παρουσιάζει τα εξής χαρακτηριστικά.*

i. *ο καταναλωτής αποθηκεύει* $s_{lc} = a - c - 2sb > 0$
ii. *ο μονοπωλητής προσφέρει* $q_{1,lc} = 2a - 2c - 3sb > q_{1,m}$, $q_{2,lc} = 2sb < q_{2,m}$
iii. *ο μονοπωλητής αντλεί όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή* $V_{lc} = 0$

Υπό περιορισμένη δέσμευση ο μονοπωλητής δεν αποτρέπει την αποθήκευση του αγαθού από τον καταναλωτή. Ο καταναλωτής αγοράζει την πρώτη περίοδο ποσότητα μεγαλύτερη του στατικού αποτελεσματικού και την κατανέμει για κατανάλωση και στη δεύτερη περίοδο. Ο μονοπωλητής προσφέρει ποσότητα αγαθού και τη δεύτερη περίοδο (μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού) γεγονός που μετριάζει την ποσότητα που αποθηκεύει ο καταναλωτής. Τόσο στην πρώτη περίοδο όσο και τη δεύτερη, ο μονοπωλητής θέτει τιμές που αντλούν το αντίστοιχο πλεόνασμα του καταναλωτή.

4.4 Σύγκριση κερδών υπό πλήρη και περιορισμένη δέσμευση

Στην ενότητα αυτή μελετάμε τη βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης. Ελέγχουμε τις λύσεις στην ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση και στην ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση και συγκρίνουμε τα κέρδη του μονοπωλητή για δύο περιπτώσεις του κόστους αποθήκευσης.

Για τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb \leq \widetilde{sb}$, διαπιστώνουμε πως τα κέρδη του μονοπωλητή στην ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση Π_{lc} είναι μεγαλύτερα από ότι στην ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση Π_c^I για κάθε τιμή του κόστους αποθήκευσης.

$$\Pi_{lc} > \Pi_c^{II} \Rightarrow \cdots \Rightarrow sb^2 > 0$$

Θεωρώντας το κόστος αποθήκευσης μεγαλύτερο του $\widetilde{sb}$, το κέρδος του μονοπωλητή υπό πλήρη δέσμευση γίνεται Π_c^{II} και από τη σύγκριση με τα κέρδη της ισορροπίας υπό περιορισμένη δέσμευση και περιορίζοντας τα αποτελέσματα σε μικρές τιμές του κόστους αποθήκευσης προκύπτει:

$$\Pi_{lc} > \Pi_c^{II} \Rightarrow \cdots \Rightarrow sb < \frac{4-\sqrt{6}}{10}(a-c)$$

Υπάρχει λοιπόν μία κρίσιμη τιμή,

$$\widehat{sb} = \frac{4-\sqrt{6}}{10}(a-c)$$

μεγαλύτερη του $\widetilde{sb}$, που καθορίζει τη συμπεριφορά του μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης. Από την παραπάνω σύγκριση καταλήξαμε πως όταν το κόστος αποθήκευσης είναι μικρότερο του $\widehat{sb}$, είναι προτιμότερο για το μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης να μη δεσμευτεί στην αρχή της περιόδου $t = 1$ για το μελλοντικό συνδυασμό τιμής-προσφερόμενης ποσότητας του αγαθού $\{P_2 , q_2\}$.

Πρόταση 3 *Όταν $sb \leq \widehat{sb}$, ο μονοπωλητής με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης υιοθετεί τη βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή υπό περιορισμένη δέσμευση.*

Για σχετικά μικρές τιμές του κόστους αποθήκευσης, στην ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση, ο μονοπωλητής προσφέρει ποσότητα αγαθού και τη δεύτερη περίοδο, αντίθετα με την ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση που δεν προσφέρει. Αυτό οδηγεί, στην ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση, τον καταναλωτή να αποθηκεύει λιγότερη ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο και συνεπώς να αντιμετωπίζει μικρότερο κόστος αποθήκευσης. Το γεγονός αυτό αυξάνει το πλεόνασμα του καταναλωτή που μπορεί να αντλήσει ο μονοπωλητής και κατά συνέπεια τα κέρδη του μονοπωλητή.

5. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία αναλύθηκε μία μονοπωλιακή αγορά δύο περιόδων ενός αποθηκεύσιμου αγαθού. Ο μονοπωλητής εφάρμοζε μη γραμμική τιμολόγηση και δεσμευόταν στην αρχή της πρώτης περιόδου για τις προσφερόμενες ποσότητες και τιμές του αγαθού και για τις δύο περιόδους. Ο καταναλωτής είχε τη δυνατότητα να αποθηκεύει ποσότητα την πρώτη περίοδο και να την καταναλώνει τη δεύτερη περίοδο. Ο καταναλωτής αποφάσιζε για το επίπεδο της αποθήκευσης που θα μεγιστοποιούσε το συνολικό του πλεόνασμα και ο μονοπωλητής έθετε τις τιμές με τις αντίστοιχες προσφερόμενες ποσότητες που θα μεγιστοποιούσε τα συνολικά του κέρδη.

Στην περίπτωση της ισορροπίας υπό πλήρη δέσμευση προέκυψε πως το κόστος αποθήκευσης παίζει κρίσιμο ρόλο στη βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή. Για τιμές του κόστους αποθήκευσης κάτω από μία κρίσιμη τιμή $\widetilde{sb}$ ο μονοπωλητής προσφέρει μόνο την πρώτη περίοδο ποσότητα μεγαλύτερη του στατικού αποτελεσματικού και καθόλου τη δεύτερη περίοδο. Δεν αποτρέπει την αποθήκευση του αγαθού από τον καταναλωτή προκειμένου να την καταναλώσει τη δεύτερη περίοδο αλλά επιτυγχάνει να του αντλήσει όλο το πλεόνασμα. Για τιμές κόστους αποθήκευσης μεγαλύτερες από την κρίσιμη τιμή, ο μονοπωλητής προσφέρει την πρώτη περίοδο ποσότητα αγαθού μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού, τη δεύτερη περίοδο την ποσότητα του στατικού αποτελεσματικού και αποτρέπει την αποθήκευση από τον καταναλωτή. Στην περίπτωση αυτή ο μονοπωλητής, παρόλο που μεγιστοποιεί το κέρδος του, δεν επιτυγχάνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή.

Στην ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση, ο μονοπωλητής προσφέρει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο μεγαλύτερη του στατικού αποτελεσματικού και τη δεύτερη περίοδο ποσότητα μικρότερη του στατικού αποτελεσματικού. Δεν αποτρέπει την αποθήκευση αγαθού από τον καταναλωτή αλλά αντλεί το σύνολο του πλεονάσματος του.

Συγκρίνοντας τα κέρδη του μονοπωλητή στην ισορροπία υπό πλήρη και περιορισμένη δέσμευση προέκυψε μία άλλη κρίσιμη τιμή του κόστους αποθήκευσης $\widehat{sb}$ η οποία καθορίζει τη συμπεριφορά του μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης. Διαπιστώθηκε πως όταν η τιμή του κόστους αποθήκευσης είναι μικρότερη της κρίσιμης τιμής $\widehat{sb}$, ο μονοπωλητής που έχει τη δυνατότητα πλήρους δέσμευσης υιοθετεί τη βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή της ισορροπίας υπό περιορισμένη δέσμευση.

Παράρτημα

Το στατικό πρόβλημα και το κίνητρο του καταναλωτή για αποθήκευση

Μελετάμε αρχικά την περίπτωση που δεν υπάρχει δυνατότητα αποθήκευσης του αγαθού από τον καταναλωτή. Είναι προφανές πως οι προσφερόμενες ποσότητες q_t σε κάθε περίοδο t θα αντιστοιχούν στις ποσότητες που καταναλώνονται την ίδια περίοδο x_t, θα ισχύει δηλαδή ότι $x_t = q_t$. Συνεπώς το πρόβλημα δύο περιόδων χωρίς τη δυνατότητα αποθήκευσης αγαθού από τον καταναλωτή αφορά το στατικό πρόβλημα.

Ο καταναλωτής αγοράζει το προϊόν όταν η χρησιμότητα $U(x_t) = a * x_t - ½ * x_t^2$ που αντλεί από την κατανάλωση του αγαθού είναι μεγαλύτερη από την τιμή Pt που θέτει ο μονοπωλητής ή διαφορετικά όταν το πλεόνασμά του είναι θετικό ή οριακά μηδενικό $\mathrm{V_t} = \mathrm{U}(x_t) - \mathrm{P_t} \geq 0$. Από τα παραπάνω προκύπτει η σχέση:

$$P_t \leq a * q_t - ½ * q_t^2$$

Ο μονοπωλητής γνωρίζει τις προτιμήσεις του καταναλωτή και αποφασίζει για την προσφερόμενη ποσότητα qt και κατά συνέπεια για την τιμή Pt μεγιστοποιώντας το κέρδος του:

$$max_{q_t}\{\Pi_t\} = max_{q_t}\{P_t - c * q_t\} = max_{q_t}\{\mathrm{a} * \mathrm{q_t} - ½ * \mathrm{q_t^2} - c * q_t\}$$

Από τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης προκύπτει:

$$\frac{\partial \Pi_t}{\partial q_t} = a - q_t - c = 0 \Longrightarrow q_{tm} = q_m = a - c$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_t}{\partial q_t^2} = -1 < 0$$

Αντικαθιστώντας την παραπάνω έκφραση στη συνάρτηση κερδών του μονοπωλητή προκύπτει:

$$\Pi_{t,m} = \frac{1}{2}(a - c)^2, \quad t = 1,2$$

Η τιμή που θέτει ο μονοπωλητής συνδυάζοντας τις παραπάνω σχέσεις είναι:

$$P_{t,m} = \frac{1}{2}(a^2 - c^2)$$

Η χρησιμότητα που αντλεί ο καταναλωτής κάθε περίοδο t από την κατανάλωση $\mathrm{q_{t,m}} = \mathrm{a} - \mathrm{c}$ είναι : $\mathrm{U_{t,m}} = \frac{1}{2}(\mathrm{a}^2 - \mathrm{c}^2)$ και το πλεόνασμα του είναι μηδενικό:

$V_{t,m} = U(x_t) - P_t = U_{t,m} - P_{t,m} = 0.$

Στο πρόβλημα δύο περιόδων χωρίς τη δυνατότητα αποθήκευσης από τον καταναλωτή, ο μονοπωλητής προσφέρει και στις δύο περιόδους t=1,2 τους εξής ίδιους συνδυασμούς τιμών-ποσοτήτων $\{P_t, q_t\}$

$$\{P_{1,m}\ , q_{1,m}\} = \{P_{2,m}\ , q_{2,m}\} = \{\ \frac{1}{2}(a^2 - c^2)\ \ , \alpha - c\ \}$$

Τα συνολικά κέρδη του μονοπωλητή στις δύο περιόδους είναι:

$$\Pi_m = \ \Pi_{1,m} + \Pi_{2,m} = 2 * \frac{1}{2}(a - c)^2 = (a - c)^2$$

Ο μονοπωλητής καταφέρνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή.

$$V_m = 0$$

Μελετάμε στη συνέχεια τη συμπεριφορά του καταναλωτή όταν υπάρχει η δυνατότητα να αποθηκεύσει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο και να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο. Αρχικά υποθέτουμε πως ο μονοπωλητής προσφέρει τους συνδυασμούς τιμών-ποσοτήτων του στατικού προβλήματος.

$$\{P_{1,m}\ , q_{1m}\} = \{P_{2,m}\ , q_{2,m}\} = \{\ \frac{1}{2}(a^2 - c^2)\ \ , \alpha - c\ \}$$

Το κόστος αποθήκευσης ανά μονάδα προϊόντος θεωρείται προς απλούστευση μηδενικό, sb=0. Ο καταναλωτής αγοράζει το αγαθό μόνο την πρώτη περίοδο και αποθηκεύει ποσότητα αγαθού s για να την καταναλώσει τη δεύτερη περίοδο. Συνεπώς την πρώτη περίοδο καταναλώνει ποσότητα $x_1 = q_1 - s$ και τη δεύτερη ποσότητα $q_2 = s$. Η ποσότητα s που αποθηκεύει είναι αυτή που μεγιστοποιεί το συνολικό πλεόνασμά του:

$$V = max_s\{U(x_1) + U(x_2) - P_{1,m}\} = max_s\{U(q_1 - s) + U(s) - P_{1,m}\}$$

Από τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης προκύπτει:

$$\frac{\partial V}{\partial \mathrm{s}} = \mathrm{q}_{1,\mathrm{m}} - 2 * \mathrm{s} = 0 \Rightarrow \mathrm{s} = \frac{\mathrm{q}_{1,\mathrm{m}}}{2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \mathrm{s}^2} = -2 < 0$$

Αντικαθιστώντας την τιμή της ποσότητας αποθήκευσης, το πλεόνασμα του καταναλωτή προκύπτει θετικό.

$$V = \frac{1}{4}(a - c)^2 > 0$$

Συνεπώς ο καταναλωτής έχει κίνητρο να αγοράσει μόνο την πρώτη περίοδο και να κατανείμει την ποσότητα προς κατανάλωση και στις δύο περιόδους. Αντίθετα τα κέρδη του μονοπωλητή μειώνονται καθώς ο καταναλωτής δεν αγοράζει τη δεύτερη περίοδο.

Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση (Full Commitment)

Υπό πλήρη δέσμευση ο μονοπωλητής ανακοινώνει και δεσμεύεται για τους συνδυασμούς τιμών -ποσοτήτων των δύο περιόδων στην αρχή της πρώτης περιόδου.

Ο καταναλωτής επιθυμεί να μεγιστοποιήσει το συνολικό του πλεόνασμα και έχει τις εξής τρεις επιλογές:

1) Να αγοράσει το αγαθό και τις δύο περιόδους, οπότε μεγιστοποιεί τη συνάρτηση:

$$max_s\{\, U(q_1 - s) + U(q_2 + s) – s * sb - P_1 - P_2 \,\} \geqslant 0$$

2) Να αγοράσει το αγαθό μόνο την πρώτη περίοδο, οπότε μεγιστοποιεί τη συνάρτηση:

$$max_s\{\, U(q_1 - s) + U(s) – s * sb - P_1 \,\} \geqslant 0$$

3) Να αγοράσει το αγαθό μόνο τη δεύτερη περίοδο, οπότε η συνάρτηση προκύπτει:

$$max_s\{\, U(q_2) - P_2 \,\} \geqslant 0$$

Ο μονοπωλητής επιθυμεί να πουλήσει το αγαθό και στις δύο περιόδους και αντιμετωπίζει τους παρακάτω περιορισμούς για τις τιμές που θα θέσει.

Ο πρώτος περιορισμός προκύπτει από τη συνάρτηση πλεονάσματος (….) του καταναλωτή. Αυτό το λαμβάνει υπόψη του ο παραγωγός στην τιμολόγηση και προσφέρει ποσότητες q_1 και q_2 θέτοντας τις υψηλότερες δυνατές τιμές P_1, P_2 . Ο πρώτος περιορισμός είναι:

$$max_s\{U(q_1 - s) + U(q_2 + s) – s * sb - P_1 - P_2 \,\} \geqslant 0 \Rightarrow$$

$$P = P_1 + P_2 \leq max_s\{\, U(q_1 - s) + U(q_2 + s) – s * sb \,\}$$

Ο δεύτερος περιορισμός προκύπτει από το κίνητρο του καταναλωτή να μην αγοράσει το προσφερόμενο συνδυασμό τιμής-ποσότητας της δεύτερης περίοδού και να κατανείμει την ποσότητα της πρώτης περιόδου q1 και στη δεύτερη περίοδο. Αυτό το λαμβάνει υπόψη του ο παραγωγός στην τιμολόγηση και προσφέρει ποσότητες q_1 και q_2 στις τιμές P_1, P_2 ώστε ο καταναλωτής να μεγιστοποιεί το πλεόνασμα του αγοράζοντας το αγαθό και τη δεύτερη περιόδου. Ο δεύτερος περιορισμός είναι:

$$max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb - P_1 - P_2 \} \geqslant max_s\{ U(q_1 - s) + U(s) - s * sb - P_1 \} \Rightarrow$$

$$P_2 \leq max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} - max_s\{U(q_1 - s) + U(s) - s * sb \}$$

Ο τρίτος περιορισμός προκύπτει από το κίνητρο του καταναλωτή να μην αγοράσει το προσφερόμενο συνδυασμό τιμής-ποσότητας της πρώτης περιόδου αλλά μόνο της δεύτερης περιόδου. Αυτό το λαμβάνει υπόψη του ο παραγωγός στην τιμολόγηση και προσφέρει ποσότητες q_1 και q_2 στις τιμές P_1, P_2 ώστε ο καταναλωτής να μεγιστοποιεί το πλεόνασμα του αγοράζοντας το αγαθό και την πρώτη περίοδο. Ο τρίτος περιορισμός γράφεται ως:

$$max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb - P_1 - P_2 \} \geqslant max_s\{ U(q_2) - P_2 \} \Rightarrow$$

$$P_1 \leq max_s\{U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} - U(q_2)$$

Αποδεικνύεται από τους τρεις παραπάνω περιορισμούς (λόγω της κοίλης συνάρτησης χρησιμότητας U(x) του καταναλωτή) ότι οι δύο τελευταίοι περιορισμοί θέτουν το δεσμευτικό περιορισμό για το άθροισμα των τιμών έναντι του πρώτου περιορισμού Hendel et al. (2014). Προκύπτει συνεπώς ο παρακάτω δεσμευτικός περιορισμός για το άθροισμα των τιμών που θέτει ο μονοπωλητής:

$$P = P_1 + P_2 \leq max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} - U(q_2) + max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} - max_s\{ U(q_1 - s) + U(s) - s * sb \} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P \leq 2 * max_s\{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb \} - max_s\{ U(q_1 - s) + U[s] - s * sb \} - U(q_2)$$

Θέτουμε $A = \{ U(q_1 - s) + U(q_2 + s) - s * sb\}$ και $B = \{ U(q_1 - s) + U[s] - s * sb \}$, οπότε η ανισότητα γράφεται ως εξής:

$$P \leq 2 * max_s\{ A \} - max_s\{ B \} - U[q_2]$$

Αντικαθιστούμε τη συνάρτηση χρησιμότητας του καταναλωτή και μεγιστοποιούμε τις παραπάνω σχέσεις ως προς το επίπεδο αποθήκευσης s, απαιτώντας να είναι θετικό ή μηδενικό.

$$A = a * q_1 - \frac{{q_1}^2}{2} + a * q_2 - \frac{{q_2}^2}{2} + q_1 * s - q_2 * s - s^2 - s * sb$$

$$max_s\{A\} = \begin{cases} a(q_1 + q_2) + \frac{1}{2}(-{q_1}^2 - {q_2}^2) & q_1 \leq q_2 + sb, \quad s = 0 \\ \frac{1}{4}(4a(q_1 + q_2) - (q_1 + q_2)^2 + 2(-q_1 + q_2)sb + sb^2) & q_1 > q_2 + sb, \text{s} = \frac{q_1 - q_2 - sb}{2} \end{cases}$$

$$B = a * q_1 - \frac{{q_1}^2}{2} + q_1 * s - s^2 - s * sb$$

$$max_s\{B\} = \frac{1}{4}(4a * q_1 - {q_1}^2 - 2q_1 * sb + sb^2) \qquad q_1 > sb$$

$$s = \frac{q_1 - sb}{2}$$

Η περίπτωση $q_1 \leq sb$ υποθέτει μεγάλες τιμές του κόστους αποθήκευσης sb και για το λόγο αυτό η ανάλυση μας περιορίζεται σε τιμές του q_1 μεγαλύτερες του sb.

Αντικαθιστούμε τα μέγιστα των εκφράσεων A και B στη συνάρτηση του αθροίσματος των τιμών που θέτει ο μονοπωλητής:

$$P = \begin{cases} \frac{1}{4}(-3{q_1}^2 - 2{q_2}^2 + 4a(q_1 + q_2) + 2q_1 * sb - sb^2) & q_1 \in (sb, q_2 + sb]\,, q_2 \in (0, \infty) \\ \frac{1}{4}(-{q_1}^2 + 4a(q_1 + q_2) - 2q_1(2q_2 + sb) + sb(4q_2 + sb)) & q_1 \in (q_2 + sb, \infty)\,, q_2 \in [0, \infty) \end{cases}$$

Η συνάρτηση κερδών του μονοπωλητή δίνεται από τη διαφορά του αθροίσματος των τιμών και του κόστους παραγωγής του αγαθού.

$$\Pi = \begin{cases} \frac{1}{4}(-3{q_1}^2 - 2{q_2}^2 + 4a(q_1 + q_2) + 2q_1 * sb - sb^2) - c(q_1 + q_2) & q_1 \in (sb, q_2 + sb]\,, q_2 \in (0, \infty) \\ \frac{1}{4}\big(-{q_1}^2 + 4a(q_1 + q_2) - 2q_1(2q_2 + sb) + sb(4q_2 + sb)\big) - c(q_1 + q_2) & q_1 \in (q_2 + sb, \infty)\,, q_2 \in [0, \infty) \end{cases}$$

Το πρώτο σκέλος της συνάρτησης κερδών αναφέρεται στην περίπτωση που ο καταναλωτής δεν αποθηκεύει ποσότητα αγαθού ($s = 0$). Αντίθετα το δεύτερο σκέλος αφορά την περίπτωση που ο καταναλωτής αποθηκεύει ποσότητα αγαθού την πρώτη περίοδο για να την καταναλώσει την επόμενη περίοδο ($s = \frac{q_1 - q_2 - sb}{2}$).

<u>Μεγιστοποίηση πρώτου σκέλους της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή</u>

Εξετάζουμε το πρώτο σκέλος της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή για να εντοπίσουμε το ολικό μέγιστο στο πεδίο ορισμού του και συγκεκριμένα δύο υποπεριπτώσεις, όταν $q_1 \in (sb, q_2 + sb)$, $q_2 \in (0, \infty)$ και όταν $q_1 = q_2 + sb$, $q_2 \in (0, \infty)$.

- $q_1 \in (sb, q_2 + sb), q_2 \in (0, \infty)$

Συνθήκη πρώτης τάξης:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{1}{2}(2a - 2c - 3q_1 + sb) = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = a - c - q_2 = 0 \Rightarrow q_2 = a - c$$

Συνθήκη δεύτερης τάξης:

$$H = \begin{matrix} \partial_{q1,q1}\Pi_{12} & \partial_{q1,q2}\Pi_{12} \\ \partial_{q1,q2}\Pi_{12} & \partial_{q2,q2}\Pi_{12} \end{matrix} = \begin{matrix} -3/2 & 0 \\ 0 & -1 \end{matrix}$$

Ο Εσσιανός πίνακας είναι αρνητικά ορισμένος, οπότε πρόκειται για τοπικό μέγιστο. Αντικαθιστώντας τις τιμές των q1,q2 στο πρώτο σκέλος της συνάρτησης κερδών προκύπτει:

$$max_{q_1,q_2}\{\Pi\} = \frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2)$$

$$q_1 = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$$

$$q_2 = a - c$$

- $q_1 = q_2 + sb, q_2 \in (0, \infty)$

Ελέγχουμε και το μέγιστο στο άκρο του πεδίου ορισμού της συνάρτησης κερδών, δηλαδή όταν ισχύει η ισότητα $q_1 = q_2 + sb$. Με αντικατάσταση του q_1 το πρώτο σκέλος της συνάρτησης κερδών γίνεται:

$$\Pi = -\frac{1}{4}q_2(8c + 5q_2) - (c + q_2)sb - \frac{sb^2}{2} + a(2q_2 + sb)$$

Εφαρμόζουμε τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης ως προς την ποσότητα q_2.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = 2a + \frac{1}{4}(-8c - 5q_2) - \frac{5q_2}{4} - sb = 0 \;\Rightarrow\; q_2 = \frac{2}{5}(2a - 2c - sb)$$

$$q_1 = q_2 + sb \;\Rightarrow q_1 = \frac{1}{5}(4a - 4c + 3sb)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial {q_2}^2} = -\frac{5}{2} < 0$$

Διαπιστώνουμε πως πρόκειται για τοπικό μέγιστο. Συγκεντρωτικά:

$$max_{q_1,q_2}\{\Pi\} = \frac{1}{10}(2a - 2c - sb)(4a - 4c + 3sb)$$

$$q_1 = \frac{1}{5}(4a - 4c + 3sb)$$

$$q_2 = \frac{2}{5}(2a - 2c - sb)$$

Συγκρίνοντας τα δύο τοπικά μέγιστα που προέκυψαν από το πρώτο σκέλος της συνάρτησης κερδών καταλήγουμε πως για οποιαδήποτε θετική τιμή του κόστους αποθήκευσης sb, το ολικό μέγιστο βρίσκεται στο ανοικτό διάστημα $q_1 \in (sb, q_2 + sb)$. Συνεπώς το ολικό μέγιστο όταν $q_1 \in (sb, q_2 + sb]$, $q_2 \in (0, \infty)$ θα δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$max_{q_1,q_2}\{\Pi\} = \frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2)$$

$$q_1 = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$$

$$q_2 = a - c$$

Μεγιστοποίηση δεύτερου σκέλους της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή

Εξετάζουμε το δεύτερο σκέλος της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή για να εντοπίσουμε το ολικό μέγιστο στο πεδίο ορισμού και συγκεκριμένα δύο υποπεριπτώσεις, όταν $\{q_1 \in (q_2 + sb, \infty), q_2 \in (0, \infty)\}$ και όταν $\{q_1 \in (q_2 + sb, \infty), q_2 = 0\}$.

- $q_1 \in (q_2 + sb, \infty), q_2 \in (0, \infty)$

Εφαρμόζουμε τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης ως προς τις ποσότητες q_1 και q_2.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{1}{4}(4a - 4c - 2q_1 - 2(2q_2 + sb)) = 0$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_2} = \frac{1}{4}(4a - 4c - 4q_1 + 4sb) = 0$$

$$q_1 = a - c + sb$$

$$q_2 = \frac{1}{2}(a - c - 2sb)$$

$$H = \begin{matrix} \partial_{q1,q1}\Pi_{12} & \partial_{q1,q2}\Pi_{12} \\ \partial_{q1,q2}\Pi_{12} & \partial_{q2,q2}\Pi_{12} \end{matrix} = \begin{matrix} -1/2 & -1 \\ -1 & 0 \end{matrix}$$

Ο Εσσιανός πίνακας δεν είναι ούτε θετικά ούτε αρνητικά ορισμένος, οπότε η λύση δεν αποτελεί τοπικό μέγιστο ή ελάχιστο.

- $q_1 \in (q_2 + sb, \infty), q_2 = 0$

Θέτοντας $q_2 = 0$ στο δεύτερο σκέλος της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή προκύπτει:

$$\Pi = \frac{1}{4}(4a * q_1 - q_1(4c + q_1) - 2q_1 * sb + sb^2)$$

Εφαρμόζουμε τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης.

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{1}{4}(4a - 4c - 2q_1 - 2sb) = 0 \Rightarrow q_1 = 2a - 2c - sb$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial {q_1}^2} = -\frac{1}{2} < 0$$

Συνεπώς πρόκειται για τοπικό μέγιστο. Συγκεντρωτικά:

$$max_{q_1,q_2}\{\Pi\} = (a - c)^2 + (-a + c)sb + \frac{sb^2}{2}$$

$$q_1 = 2a - 2c - sb$$

$$q_2 = 0$$

Από την παραπάνω ανάλυση προέκυψαν δύο λύσεις μεγιστοποίησης της συνάρτησης κερδών του μονοπωλητή και οι οποίες αποτελούν συνάρτηση του κόστους αποθήκευσης sb.

$$max_{q_1,q_2}\{\Pi\} = \\ = \begin{matrix} \frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2)\ ,\ q_1 = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)\ ,q_2 = a - c\ , & s = 0 \\ (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2}\ ,\ q_1 = 2a - 2c - sb\ ,\ q_2 = 0\ , & s = \frac{q_1 - q_2 - sb}{2} \end{matrix}$$

Η βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή εξαρτάται λοιπόν από το επίπεδο του κόστους αποθήκευσης sb. Λύνουμε την ανισότητα μεταξύ του πρώτου και δεύτερου σκέλους ώστε να βρεθούν οι τιμές του κόστους αποθήκευσης sb οι οποίες καθορίζουν τη βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή, δηλαδή για ποιες τιμές του κόστους αποθήκευσης είναι προτιμότερο για το μονοπωλητή να αποτρέψει την αποθήκευση ποσότητας από τον καταναλωτή και για ποιες δεν είναι σε θέση να το κάνει.

$$\frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2) > (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2} \ \Rightarrow$$

$$\frac{2-\sqrt{3}}{2}(a-c) < sb$$

Προκύπτει πως για τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb > \frac{2-\sqrt{3}}{2}(a-c)$ είναι προτιμότερο για το μονοπωλητή να προσφέρει την πρώτη περίοδο μικρότερη ποσότητα του στατικού αποτελεσματικού $q_1 = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$, τη δεύτερη περίοδο την ποσότητα του στατικού αποτελεσματικού $q_2 = a - c$ και να αποτρέψει την αποθήκευση από τον καταναλωτή $s = 0$.

Αντίθετα, για τιμές του κόστους αποθήκευσης $0 < sb < \frac{2-\sqrt{3}}{2}(a-c)$ η βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή είναι να προσφέρει μόνο την πρώτη περίοδο ποσότητα $q_1 = 2a - 2c - sb$ μεγαλύτερη του στατικού αποτελεσματικού και καθόλου τη δεύτερη περίοδο $q_2 = 0$. Ο καταναλωτής αποθηκεύει ποσότητα $s = \frac{q_1 - q_2 - sb}{2} = \frac{q1 - sb}{2}$ και την καταναλώνει τη δεύτερη περίοδο.

Υπάρχει λοιπόν μία κρίσιμη τιμή του κόστους αποθήκευσης,

$$\widetilde{sb} = \frac{2-\sqrt{3}}{2}(a-c)$$

η οποία καθορίζει τη βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή και οι λύσεις για τις διάφορες τιμές του κόστους αποθήκευσης sb διακρίνονται συνοπτικά παρακάτω.

I) Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση $(\mathbf{0} < \boldsymbol{sb} \leq \widetilde{\boldsymbol{sb}})$

Ο μονοπωλητής

$q_{1,c}^{I} = 2a - 2c - sb$

$q_{2,c}^{I} = 0$

$q_{c}^{I} = 2a - 2c - sb$

$$\Pi_c^I = (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2}$$

$$P_c^I = (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2} + c * q_{1,c}^I = a^2 - c^2 - a * sb + \frac{sb^2}{2}$$

$$P_{1,c}^I = P_c^I = a^2 - c^2 - a * sb + \frac{sb^2}{2}$$

$P_{2,c}^I = 0$

Ο καταναλωτής

$$s_c^I = \frac{q_{1,c}^I - q_{2,c}^I - sb}{2} = \frac{2a - 2c - sb - sb}{2} = a - c - sb$$

$x_{1,c}^I = q_{1,c}^I - s_c^I = a - c$

$x_{2,c}^I = s_c^I = a - c - sb$

$x_c^I = 2a - 2c - sb$

$V_c^I = \mathrm{U}(x_{1,c}^I) + \mathrm{U}(x_{2,c}^I) - s_c^I * \mathrm{sb} - P_{1,c}^I = 0$

Συνεπώς για μικρές τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb \leq \widetilde{sb}$ ο μονοπωλητής καταφέρνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή $V_c^I = 0$.

Αν στην παραπάνω λύση θεωρήσουμε πολύ μικρό κόστος αποθήκευσης το οποίο τείνει στο μηδέν ($sb \to 0$) και υπολογίσουμε το όριο της προσφερόμενης ποσότητας της πρώτης περιόδου και το όριο της αντίστοιχης τιμής,

$$\lim_{sb\to 0} q_{1,c}^I = \lim_{sb\to 0}(2a - 2c - sb) = 2(a - c) = 2q_{t,m}$$

$$\lim_{sb\to 0} P_{1,c}^I = \lim_{sb\to 0}(a^2 - c^2 - a * sb + \frac{sb^2}{2}) = a^2 - c^2 = 2P_{t,m}$$

διαπιστώνουμε πως τα αποτελέσματα αυτά συμφωνούν με την παρατήρηση των Hendel et al. (2014) κατά την οποία η βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή, όταν υπάρχει μηδενικό κόστος αποθήκευσης και απεριόριστος χώρος αποθήκευσης, είναι να προσφέρει την πρώτη περίοδο ποσότητα αγαθού διπλάσια του στατικού αποτελεσματικού με τη διπλάσια αντίστοιχη τιμή και να μην προσφέρει τη δεύτερη περίοδο.

II) Ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση $(\boldsymbol{sb} > \widetilde{\boldsymbol{sb}})$

Ο μονοπωλητής

$q_{1,c}^{II} = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$

$q_{2,c}^{II} = a - c$

$q_c^{II} = \frac{1}{3}(5a - 5c + \mathrm{sb})$

$\Pi_c^{II} = \frac{1}{6}(5(a - c)^2 + 2(a - c)sb - sb^2)$

$P_c^{II} = \Pi_c^{II} + c * (q_{1,c}^{II} + q_{2,c}^{II}) = \frac{1}{6}(5a^2 - 5c^2 + 2a * sb - sb^2)$

Ο καταναλωτής

$s_c^{II} = 0$

$x_{1,c}^{II} = q_{1,c}^{II} = \frac{1}{3}(2a - 2c + sb)$

$x_{2,c}^{II} = q_{2,c}^{II} = a - c$

$x_{c}^{II} = \frac{1}{3}(5a - 5c + \mathrm{sb})$

$V_{c}^{II} = U(x_{1,c}^{II}) + U(x_{2,c}^{II}) - P_{c}^{II} = \frac{1}{9}(a - c - \mathrm{sb})^2 > 0$

Στην περίπτωση που το κόστος αποθήκευσης ξεπερνά μία κρίσιμη τιμή $sb > \widetilde{sb}$ ο μονοπωλητής, παρόλο που μεγιστοποιεί το κέρδος του, δεν επιτυγχάνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή, το οποίο προκύπτει θετικό.

Ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση (Limited Commitment)

Υποθέτουμε πως ο μονοπωλητής δεν μπορεί να δεσμευτεί για το «πακέτο» τιμής-ποσότητας $\{P_2\ , q_2\}$ που θα προσφέρει τη δεύτερη περίοδο. Με την μέθοδο της οπισθογενούς επαγωγής λύνουμε το υπόδειγμα υπό περιορισμένη δέσμευση.
Στην περίοδο $t = 2$ ο μονοπωλητής αποφασίζει για το «πακέτο» τιμής-ποσότητας του αγαθού που θα προσφέρει. Σκοπός του μονοπωλητή είναι για "δεδομένη" αποθήκευση του καταναλωτή s από την πρώτη περίοδο να μεγιστοποιήσει τα κέρδη του Π_2 τη δεύτερη περίοδο. Η μέγιστη τιμή που μπορεί να θέσει είναι ίση με τη χρησιμότητα που αντλεί ο καταναλωτής από την επιπλέον κατανάλωση q2 του αγαθού πέραν της ποσότητας s που αποθήκευσε από την πρώτη περίοδο και δίνεται από την παρακάτω συνάρτηση, όπου $MU(x)$ είναι η οριακή χρησιμότητα του καταναλωτή.

$$P_2 = \int_{s}^{q_2+s} MU(x)\,dx = -\frac{1}{2}q_2 * (-2a + q_2 + 2s)$$

Το κέρδος του μονοπωλητή ως διαφορά της τιμής και του κόστους παραγωγής του αγαθού γράφεται:

$$\Pi_2 = P_2 - c * q_2 = -c * q_2 - \frac{1}{2}q_2 * (-2a + q_2 + 2s)$$

Από τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης προκύπτει:

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = a - c - q_2 - s = 0 \Rightarrow q_{2,lc} = a - c - s$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial {q_2}^2} = -1 < 0$$

Ο μονοπωλητής μεγιστοποιεί το κέρδος του τη δεύτερη περίοδο για επίπεδο q2 ίσο με: $q_{2,lc} = a - c - s$ και η τιμή που θέτει ισούται με:

$$P_{2,lc} = \frac{1}{2}(a^2 - c^2 - 2as + s^2)$$

Ο καταναλωτής μεγιστοποιεί το πλεόνασμα του $V = max_s\{\sum_{t=1}^{2}(U(x_t) - P_t) - s * sb\}$ για τις δύο περιόδους γνωρίζοντας πως η τιμή P_2 που θα θέσει ο μονοπωλητής τη δεύτερη περίοδο εξαρτάται από το επίπεδο αποθήκευσης s της πρώτης περιόδου:

$$V = \left(\int_0^{q_1 - s} MU(x)\,dx + \int_0^{q_{2,lc}+s} MU(x)\,dx - s * sb - P_1 - P_{2,lc}\right)$$
$$= -P1 + a * q_1 - \frac{{q_1}^2}{2} + q_1 * s - s(s + sb)$$

Από τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης προκύπτει:

$$\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial s} = q_1 - 2s - sb = 0 \Rightarrow s_{lc} = \frac{q_1 - sb}{2}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial s^2} = -2 < 0$$

Ο μονοπωλητής μεγιστοποιεί το συνολικό κέρδος του Π γνωρίζοντας ότι το επίπεδο αποθήκευσης του καταναλωτή εξαρτάται από την ποσότητα q1 και το κόστος αποθήκευσης sb:

$$\Pi = \left(\int_0^{q_1 - s_{lc}} MU(x)\,dx + \int_0^{q_{2,lc}+s_{lc}} MU(x)\,dx - s * sb\right) - c\big(q_1 + q_{2,\mathrm{lc}}\big) =$$

$$= \frac{1}{8}(4a^2 + 4c^2 - {q_1}^2 - 6q_1 * sb + 3sb^2 - 4c(q_1 + sb) + 4a(-2c + q_1 + sb))$$

Από τις συνθήκες πρώτης και δεύτερης τάξης προκύπτει:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \frac{1}{4}(2a - 2c - q_1 - 3sb) \Rightarrow q_{1,lc} = 2a - 2c - 3sb$$

$$\frac{\partial^2 \Pi}{\partial {q_1}^2} = -\frac{1}{4} < 0$$

Επειδή η ποσότητα αποθήκευσης δεν μπορεί να λάβει αρνητικές τιμές, ένας περιορισμός στη λύση είναι η ποσότητα $s_{lc} = \frac{q_{1,ns} - sb}{2}$ να είναι θετική, από την οποία προκύπτει περιορισμός ως προς το κόστος αποθήκευσης $sb \leq \frac{a-c}{2}$. Οι τιμές που αφορά ο περιορισμός είναι οι τιμές του κόστους αποθήκευσης που μας ενδιαφέρουν, μικρές θετικές τιμές του κόστους αποθήκευσης sb.

Ο μονοπωλητής

$$q_{1,lc} = 2a - 2c - 3sb$$

$$q_{2,lc} = 2sb$$

$$q_{lc} = 2a - 2c - sb$$

$$P_{1,lc} = a^2 - c^2 - a * sb - \frac{1}{2}sb(4c + sb)$$

$$P_{2,lc} = 2sb(c + sb)$$

$$P_{lc} = a^2 - c^2 - a * sb + \frac{3sb^2}{2}$$

$$\Pi_{1,lc} = (a - c)^2 - \frac{sb^2}{2} + (c - a)sb$$

$$\Pi_{2,lc} = 2sb^2$$

$$\Pi_{lc} = (a - c)^2 + (-a + c)sb + \frac{3sb^2}{2}$$

Ο καταναλωτής

$$s_{lc} = a - c - 2sb$$

$$x_{1,lc} = a - c - sb$$

$$x_{2,lc} = a - c$$

$$x_{lc} = 2a - 2c - sb$$

$$V_{lc} = \int_0^{q_{1,lc} - s_{lc}} MU(x)\,dx + \int_0^{q_{2,lc} + s_{lc}} MU(x)\,dx - s_{lc} * sb - P_{1,lc} - P_{2,lc} = 0$$

Το πλεόνασμα του καταναλωτή μετά από την αντικατάσταση των τιμών των μεταβλητών προκύπτει μηδενικό. Ο μονοπωλητής υπό περιορισμένη δέσμευση κατορθώνει να αντλήσει όλο το πλεόνασμα του καταναλωτή.

Σύγκριση κερδών μονοπωλητή υπό πλήρη και περιορισμένη δέσμευση

Στην ενότητα αυτή μελετάμε τη βέλτιστη πολιτική για το μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης.

Για τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb \leq \widetilde{sb}$, διαπιστώνουμε πως τα κέρδη του μονοπωλητή στην ισορροπία υπό περιορισμένη δέσμευση Π_{lc} είναι μεγαλύτερα από ότι στην ισορροπία υπό πλήρη δέσμευση Π_c^I για κάθε τιμή του κόστους αποθήκευσης.

$$\Pi_{lc} > \Pi_c^I = (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{3sb^2}{2} > (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{sb^2}{2} \Rightarrow sb^2 > 0$$

Για τιμές του κόστους αποθήκευσης $sb > \widetilde{sb}$, το κέρδος του μονοπωλητή υπό πλήρη δέσμευση γίνεται Π_c^{II} και από τη σύγκριση με τα κέρδη της ισορροπίας υπό περιορισμένη δέσμευση και περιορίζοντας τα αποτελέσματα σε μικρές τιμές του κόστους αποθήκευσης προκύπτει:

$$\Pi_{lc} > \Pi_c^{II} \Rightarrow (a-c)^2 + (-a+c)sb + \frac{3sb^2}{2} > \frac{1}{6}(5(a-c)^2 + 2(a-c)sb - sb^2) \Rightarrow$$

$$sb < \frac{4-\sqrt{6}}{10}(a-c)$$

Υπάρχει λοιπόν μία κρίσιμη τιμή,

$$\widehat{sb} = \frac{4-\sqrt{6}}{10}(a-c)$$

μεγαλύτερη του $\widetilde{sb}$, που καθορίζει τη συμπεριφορά του μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης. Από την παραπάνω σύγκριση καταλήξαμε πως όταν το κόστος αποθήκευσης είναι μικρότερο του $\overline{sb}$, είναι προτιμότερο για το μονοπωλητή με δυνατότητα πλήρους δέσμευσης να υιοθετήσει τη βέλτιστη πολιτική του μονοπωλητή υπό περιορισμένη δέσμευση.

Βιβλιογραφία

- Anton, J., & Gopal Das Varma. (2005). Storability, Market Structure, and Demand-Shift Incentives. *The RAND Journal of Economics, 36*(3), 520-543.

- Antoniou, F., & Fiocco, R. (2019). Strategic inventories under limited commitment. *Forthcoming Rand Journal of Economics*.

- Arya, A., & Mittendorf, B. (2013). Managing strategic inventories via manufacturer-to-consumer rebates. *Management Science,59*(4), 813-818.

- Arya, A., Frimor, H., & Mittendorf, B. (2014). Decentralized procurement in light of strategic inventories. *Management Science, 61*(3), 578-585.

- Dudine, P., Hendel, I., & Lizzeri, A. (2006). Storable Good Monopoly: The Role of Commitment. *The American Economic Review, 96*(5), 1706-1719.

- Hendel, I., & Nevo, A. (2004). Intertemporal Substitution and Storable Products. *Journal of the European Economic Association, 2*(2/3), 536-547.

- Hendel, I., & Nevo, A. (2006). Sales and consumer inventory. *The RAND Journal of Economics*, *37*(3), 543-561.

- Hendel, I., & Nevo, A. (2013). Intertemporal Price Discrimination in Storable Goods Markets. *The American Economic Review,103*(7), 2722-2751.

- Hendel, I., Lizzeri, A., & Roketskiy, N. (2014). Nonlinear pricing of storable goods. *American Economic Journal: Microeconomics*, *6*(3), 1-34.

- Jeuland, A. P., & Narasimhan, C. (1985). Dealing-temporary price cuts-by seller as a buyer discrimination mechanism. Journal of business, 295-308.

- Wilson, R. B. (1993). Nonlinear pricing. Oxford University Press on Demand.