



**ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ
«ΠΡΟΗΓΜΕΝΑ ΥΛΙΚΑ»
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΥΛΙΚΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**

**ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ
ΜΠΑΛΑΦΑ ΠΑΝΑΓΙΩΤΑ**

ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΩΝ ΠΟΛΥΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΩΝ ΥΛΙΚΩΝ



ΙΩΑΝΝΙΝΑ, 2017

Η παρούσα Μεταπτυχιακή Διατριβή εκπονήθηκε στο πλαίσιο των σπουδών για την απόκτηση του Μεταπτυχιακού Διπλώματος Ειδίκευσης στην εξειδίκευση:

ΣΥΝΘΕΤΑ ΥΛΙΚΑ

που απονέμει το Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων.

Εγκρίθηκε τηναπό την εξεταστική επιτροπή:

1.Χατζηγεωργίου Ευάγγελος, Αναπληρωτής Καθηγητής του ΤΜΕΥ της Σ.Θ.Ε. του Παν/μίου Ιωαννίνων **Επιβλέπων**

2.Μπέλτσος Κωνσταντίνος, Καθηγητής του ΤΜΕΥ της Σ.Θ.Ε. του Παν/μίου Ιωαννίνων,

3.Παναγιωτόπουλος Ιωάννης, Καθηγητής του ΤΜΕΥ της Σ.Θ.Ε. του Παν/μίου Ιωαννίνων,

ΥΠΕΥΘΥΝΗ ΔΗΛΩΣΗ

"Δηλώνω υπεύθυνα ότι η παρούσα διατριβή εκπονήθηκε κάτω από τους διεθνείς ηθικούς και ακαδημαϊκούς κανόνες δεοντολογίας και προστασίας της πνευματικής ιδιοκτησίας. Σύμφωνα με τους κανόνες αυτούς, δεν έχω προβεί σε ιδιοποίηση ξένου επιστημονικού έργου και έχω πλήρως αναφέρει τις πηγές που χρησιμοποίησα στην εργασία αυτή."

(Υπογραφή υποψηφίου)

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα μελέτη εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Μαθηματικής Μοντελοποίησης Υλικών και Επιστημονικών Υπολογισμών του τμήματος Μηχανικών Επιστήμης Υλικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων υπό την επίβλεψη του κ. Ευάγγελου Χατζηγεωργίου Αναπληρωτή Καθηγητή.

Θα ήθελα να εκφράσω τις ειλικρινείς ευχαριστίες μου στον επιβλέποντα Αναπληρωτή Καθηγητή κύριο Ευάγγελο Χατζηγεωργίου, για την υπόδειξη του θέματος, την επιστημονική καθοδήγηση, την υποστήριξη και τις πολύτιμες συμβουλές του.

Ευχαριστώ τον Καθηγητή κύριο Μπέλτσο Κωνσταντίνο και τον Καθηγητή κύριο Παναγιωτόπουλο Ιωάννη, οι οποίοι μαζί με τον επιβλέποντα Αναπληρωτή Καθηγητή κύριο Ευάγγελο Χατζηγεωργίου, αποτέλεσαν την τριμελή εξεταστική επιτροπή. Τους ευχαριστώ για την τιμή που μου έκαναν να συμμετάσχουν στην τριμελή επιτροπή της Μεταπτυχιακής μου Διατριβής και για τον πολύτιμο χρόνο που διέθεσαν.

Ευχαριστώ επίσης τον Καθηγητή κ. Α. Αυγερόπουλο, υπεύθυνο του προγράμματος μεταπτυχιακών σπουδών ΠΜΣ κατά τη διάρκεια φοίτησής μου, για την συμπαράσταση και βοήθειά του, και την Γραμματεία του τμήματος Μηχανικών Επιστήμης Υλικών του Πανεπιστημίου Ιωαννίνων για την υπευθυνότητα, την ευγένεια και την καλοσύνη που έδειξαν.

Τέλος ευχαριστώ την οικογένειά μου (Γιώργο, Αλέξανδρο, Σμαράγδα, Λαμπρινή, Νένα) για την υπομονή και στήριξη που έδειξαν και δείχνουν σε όποιες επιλογές μου.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα σύνθετα υλικά ελκύουν όλο και περισσότερο το ενδιαφέρον, χάρη στο ευρύ φάσμα των εφαρμογών τους. Συνδυάζοντας τις ιδιότητες της μήτρας και του εγκλείσματος ενός σύνθετου υλικού, έχουμε ένα υβριδικό υλικό με νέες ιδιότητες. Όταν το έγκλεισμα είναι υλικό με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες, το σύνθετο είναι πλέον ένα πολυλειτουργικό υλικό. Η κατασκευή ενός μοντέλου σύνθετου-πολυλειτουργικού υλικού με στόχο τον υπολογισμό των βέλτιστων ελαστικών - πιεζοηλεκτρικών ιδιοτήτων αυτού, η διαδικασία ομογενοποίησης δηλαδή του σύνθετου υλικού, αποτελεί το αντικείμενο μελέτης της παρούσας εργασίας.

Το έγκλεισμα που μελετήθηκε είναι πιεζοηλεκτρική ίνα. Κατά τη διαδικασία της ομογενοποίησης, σε μικρομηχανική ανάλυση θεωρείται ένας αντιπροσωπευτικός όγκος (RVE) του υλικού ο οποίος περιλαμβάνει την ίνα και την περιβάλλουσα ελαστική μήτρα η οποία είναι πιεζοηλεκτρικά ανενεργή. Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφονται τα γενικά χαρακτηριστικά και οι κατηγορίες των σύνθετων - έξυπνων υλικών. Στο δεύτερο κεφάλαιο δίνεται μια περιγραφή του φαινομένου του πιεζοηλεκτρισμού και των αρχών που διέπουν τα πιεζοηλεκτρικά υλικά. Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία της ομογενοποίησης καθώς και οι αρχές που τη διέπουν και στο τέταρτο κεφάλαιο αντιμετωπίζεται ένα πρόβλημα ομογενοποίησης συνθέτου υλικού με πιεζοηλεκτρικές ίνες και περιγράφονται αναλυτικά τα βήματα ομογενοποίησης και ο υπολογισμός των σχετικών σταθερών του υλικού.

Με την παρούσα μέθοδο μπορούν να υπολογιστούν, χρησιμοποιώντας τις σταθερές (ελαστικές, πιεζοηλεκτρικές) ίνας - μήτρας, οι συντελεστές οποιουδήποτε συνθέτου-υβριδικού υλικού (ελαστικοί - πιεζοηλεκτρικοί), συναρτήσει του κλάσματος όγκου των ινών. Ανάλογα με την προσδοκώμενη χρήση του υλικού μπορεί να επιτευχθεί κατασκευή συνθέτου με συγκεκριμένες ιδιότητες.

ABSTRACT

Composite materials have attracted considerable attention over recent decades due to their potential uses and advantages. In the most general case, a composite material consists of one or more discontinuous phases distributed in one continuous phase. The continuous phase is called the matrix and the discontinuous phase is called the reinforcement, or reinforced material. Combining the constituent materials, a new material with desired properties can be produced.

The object of the present study is the modelling of a unidirectional piezoelectric fiber-reinforced composite material and the calculation of its effective elastic, piezoelectric and dielectric properties, using an analytical method of homogenization.

In micromechanical analysis, a representative volume of material (RVE) which includes both piezoelectric fiber and the surrounding (piezoelectric inactive) elastic matrix, is considered.

The general characteristics and the categories of the composite-smart materials are described in the first chapter. In the second chapter, the piezoelectric phenomenon and the principles of the piezoelectric materials are presented. The basic principles of the homogenization procedure are described in the third chapter.

Finally, in the fourth chapter, the problem of analytic homogenization of the unidirectional piezoelectric fiber-reinforced composite material is resolved. The steps of the procedure and the analytical expressions of the material's constants are presented. Using this method, the effective material constants, for this kind of composite materials, can be calculated as a function of the matrix- and fiber- material constants and the volume fraction of the fibers. Depending on the use of the resulting material, the construction of a composite with specific properties can be achieved.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

ABSTRACT

Πίνακας Συμβολισμών

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1	1
ΣΥΝΘΕΤΑ (ΥΒΡΙΔΙΚΑ) –ΕΥΦΥΗ (ΠΟΛΥ-ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ) ΥΛΙΚΑ	
1.1 Σύνθετα (υβριδικά) υλικά	1
1.2 Ευφυή (πολύ-λειτουργικά) υλικά	3
1.3 Ταξινόμηση- Εφαρμογές	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2	18
ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ	
2.1 Ανακάλυψη του Πιεζοηλεκτρισμού	18
2.2 Περιγραφή φαινομένου	20
2.3 Μαθηματική Περιγραφή	22
2.4 Πιεζοηλεκτρικά υλικά	30
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3	34
ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ	
3.0 Εισαγωγή	34
3.1 Η Έννοια της Ομογενοποίησης	35
3.2 Θεμελιώδη στοιχεία ομογενοποίησης	36
3.3 Περιοδικότητα και συμμετρία των υλικών	38
3.4 Αντιπροσωπευτικός όγκος στοιχείου (Representative Volume Element)	40
3.5 Υλικές Σταθερές Ομογενοποιημένου Υλικού	43
3.6 Ο νόμος του Hooke για σύνθετα υλικά με ίνες ενιαίας κατεύθυνσης	44
3.7 Νόμος της σύνθεσης (Rule –of- Mixture)	45
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4	48
ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΟΥ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΙΚΕΣ ΙΝΕΣ	
4.1 Περιγραφή της μεθόδου	48

4.2 Περιγραφή μοντέλου	51
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ	93
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1	94
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2	104
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3	105

Πίνακας Συμβολισμών

σ_i^p	N/m ²	Τάση ίνας στη διεύθυνση i (i=x,y,z)
σ_i^m	N/m ²	Τάση μήτρας στη διεύθυνση i (i=x,y,z)
σ_i	N/m ²	Τάση συνθέτου στη διεύθυνση i (i=x,y,z)
C_{ij}^p	N/m ²	Ελαστική σταθερά ίνας
C_{ij}^m	N/m ²	Ελαστική σταθερά μήτρας
C_{ij}^c	N/m ²	Ελαστική σταθερά συνθέτου
ϵ_{ij}^p	N/m ²	Καταπόνηση ίνας (τροπή)
ϵ_{ij}^m	N/m ²	Καταπόνηση μήτρας (τροπή)
ϵ_{ij}^c	N/m ²	Καταπόνηση συνθέτου (τροπή)
e_{ij}^p	C/m ²	Πιεζοηλεκτρική σταθερά τάσης ίνας
e_{ij}^m	C/m ²	Πιεζοηλεκτρική σταθερά τάσης μήτρας
e_{ij}^c	C/m ²	Πιεζοηλεκτρική σταθερά τάσης συνθέτου
E_i^p	N/C ή V/m	Ηλεκτρικό πεδίο ίνας στην διεύθυνση i(i=x,y,z)
E_i^m	N/C ή V/m	Ηλεκτρικό πεδίο μήτρας στην διεύθυνση i(i=x,y,z)
E_i^c	N/C ή V/m	Ηλεκτρικό πεδίο συνθέτου στην διεύθυνση i(i=x,y,z)
ϵ_{ij}^p	F/m	Διηλεκτρική σταθερά ίνας
ϵ_{ij}^m	F/m	Διηλεκτρική σταθερά μήτρας
ϵ_{ij}^c	F/m	Διηλεκτρική σταθερά συνθέτου
D_i^p	C/m ²	Ηλεκτρική μετατόπιση ίνας στη διεύθυνση i(i=x,y,z)
D_i^m	C/m ²	Ηλεκτρική μετατόπιση μήτρας στη διεύθυνση i(i=x,y,z)
D_i^c	C/m ²	Ηλεκτρική μετατόπιση συνθέτου στη διεύθυνση i(i=x,y,z)
V_f	Κλάσμα όγκου ινών
V_m	Κλάσμα όγκου μήτρας

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΣΥΝΘΕΤΑ (ΥΒΡΙΔΙΚΑ) –ΕΥΦΥΗ (ΠΟΛΥ-ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΚΑ) ΥΛΙΚΑ

«Σύνθετο είναι ένα σύστημα που αποτελείται από δύο ή περισσότερες φάσεις φυσικά διακριτές των οποίων ο συνδυασμός οδηγεί σε βελτιωμένες ιδιότητες σε σχέση με αυτές των συστατικών από τα οποία αποτελείται [1]»



Εικόνα 1.1 (Πάπυρος - Περγαμινή) [2]

1.1 Σύνθετα (υβριδικά) υλικά

Πολλές από τις τεχνολογίες του σήμερα απαιτούν υλικά με ασυνήθιστους συνδυασμούς ιδιοτήτων οι οποίοι δεν μπορούν να ικανοποιηθούν από τα συμβατικά κράματα μετάλλων, κεραμικών και πολυμερών υλικών.

Ο συνδυασμός και το εύρος των ιδιοτήτων των υλικών έχουν επεκταθεί και επεκτείνονται με την εξέλιξη των συνθέτων υλικών. Γενικά μιλώντας, σύνθετο υλικό θεωρείται κάθε πολυφασικό υλικό το οποίο επιδεικνύει ένα μεγάλο ποσοστό από τις ιδιότητες και των δύο επιμέρους φάσεων ούτως ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερος συνδυασμός των ιδιοτήτων τους. Σύμφωνα με αυτή την αρχή της συνδυασμένης δράσης, καλύτεροι συνδυασμοί ιδιοτήτων διαμορφώνονται με τον επιλεκτικό συνδυασμό δύο ή περισσότερων διακριτών υλικών.

Ένα σύνθετο υλικό στην παρούσα θεώρηση είναι ένα πολυφασικό υλικό το οποίο παρασκευάζεται τεχνητά εν αντιθέσει με εκείνα τα οποία συναντώνται στη φύση ή σχηματίζονται με φυσικό τρόπο. Επιπρόσθετα, οι συνιστώσες φάσεις του συνθέτου, πρέπει να είναι χημικά ανόμοιες και να διαχωρίζονται χημικά με μια διακριτή επιφάνεια. Τα περισσότερα σύνθετα υλικά έχουν δημιουργηθεί για να βελτιωθούν οι συνδυασμοί των μηχανικών χαρακτηριστικών των υλικών όπως η δυσκαμψία, η δυσθραυστότητα αλλά και η αντοχή σε υψηλές θερμοκρασίες και σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος.

Η κύρια συνεχής φάση των Σύνθετων Υλικών είναι η μήτρα. Η μήτρα εκτελεί διάφορες κρίσιμες λειτουργίες, συμπεριλαμβανομένης της διατήρησης των συστατικών στον κατάλληλο προσανατολισμό και προσδίδοντας σχήμα και ακαμψία. Επιπλέον, η μήτρα ενισχύει την κατανομή των συστατικών μέσα στο Σύνθετο Υλικό και προστατεύει τη φάση διασποράς από την τριβή και τους περιβαλλοντικούς παράγοντες που προκαλούν την αποδόμησή της.

Η δευτερεύουσα φάση καλείται φάση διασποράς ή ενισχυμένη φάση ή έγκλεισμα. Η φάση διασποράς που είναι σφηνωμένη στη μήτρα, είναι συνήθως ανθεκτικότερη από αυτήν. Η ενισχυμένη φάση προσδίδει την αντοχή και την ακαμψία στο Σύνθετο Υλικό. Ο τύπος και η μορφή της ενίσχυσης επιλέγεται σύμφωνα με τις απαιτήσεις σχεδιασμού του Σύνθετου Υλικού. Μερικές από τις πιο επιθυμητές ιδιότητες των υλικών που χρησιμοποιούνται ως ενίσχυση είναι η υψηλή αντοχή, υψηλό μέτρο ελαστικότητας, μικρό βάρος, περιβαλλοντική αντοχή, χαμηλό κόστος, καλή επεξεργασιμότητα και ευκολία κατασκευής.

Ένα Σύνθετο Υλικό δεν μπορεί να διαθέτει όλες τις ιδιότητες στον βέλτιστο βαθμό ταυτόχρονα. Ανάλογα, όμως, με την εφαρμογή, το επιθυμητό είναι η δημιουργία υλικού που να πλεονεκτεί και να ανταποκρίνεται καλύτερα στις συγκεκριμένες κάθε φορά ανάγκες. Αυτή ακριβώς η απαίτηση καθίσταται εφικτή στην περίπτωση των Σύνθετων Υλικών γιατί οι επιθυμητές μηχανικές, φυσικές και χημικές ιδιότητες μπορούν να επιτευχθούν χρησιμοποιώντας κατάλληλα υλικά σαν συστατικά. Επίσης η κάθε φάση πρέπει να είναι παρούσα σε σημαντική αναλογία(π.χ. κλάσμα όγκου που υπερβαίνει το 0,02-0,05).Ακόμη το σύνθετο υλικό πρέπει να εμφανίζεται αισθητώς αναβαθμισμένο σε σχέση με το υλικό της μήτρας ως προς την τιμή της κυρίως –

επιθυμητής ιδιότητας, αλλά να διατηρεί τις υπόλοιπες επιθυμητές, για την υπόψη εφαρμογή, ιδιότητες σε ικανοποιητικό βαθμό. [3]

Τα Σύνθετα Υλικά μπορούν να δημιουργηθούν με την ανάμειξη διαφορετικών υλικών με τέτοιο τρόπο ώστε οι διαφορετικές φάσεις να μην σχηματίζονται από αντιδράσεις, μετασχηματισμούς φάσεων ή άλλα φαινόμενα [4]. Οι συνιστώσες φάσεις πρέπει να είναι χημικά ανόμοιες και να διαχωρίζονται με μια διακριτή επιφάνεια. Η βασική διαφορά μεταξύ των μιγμάτων και των Σύνθετων Υλικών είναι ακριβώς ότι τα δύο κύρια συστατικά, η μήτρα και η φάση διασποράς, στα Σύνθετα Υλικά παραμένουν αναγνωρίσιμες, πράγμα που μπορεί να μην συμβαίνει στα μίγματα.

Συνολικά, οι ιδιότητες του σύνθετου υλικού καθορίζονται από: α) τις ιδιότητες της μήτρας, β) της ιδιότητες της ενίσχυσης, γ) το ποσοστό των δύο φάσεων, δ) την γεωμετρία και τον προσανατολισμό της ενίσχυσης, ε) την πρόσφυση μήτρας/ενίσχυσης, και τέλος στ) την κατασκευαστική τεχνολογία.

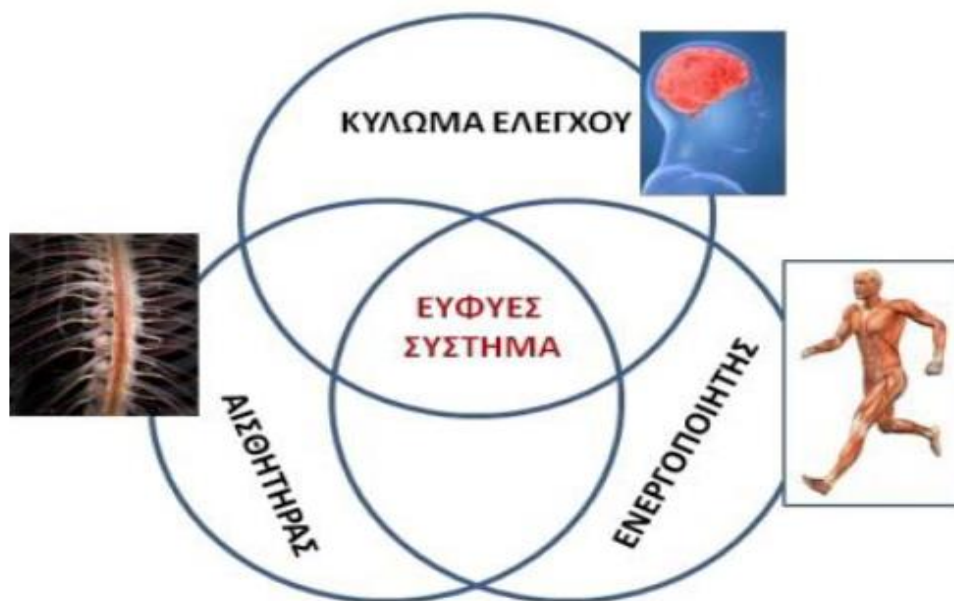
1.2 Ευφυή (πολύ-λειτουργικά) υλικά

Η συγχώνευση των επιτευγμάτων της τεχνολογίας των υλικών με αυτήν της πληροφορίας, οδήγησε στην ανάπτυξη των ευφυών υλικών ή συστημάτων. Ως ευφυή υλικά αναφέρονται συστήματα που έχουν την ικανότητα να μεταβάλλουν τη συμπεριφορά τους ή ορισμένα χαρακτηριστικά τους (σχήμα, ιδιοσυχνότητα, συντελεστής απόσβεσης δονήσεων και άλλα) με δεδομένο και ελεγχόμενο τρόπο, εξαιτίας μιας διέγερσης. Τα συστήματα αυτά ενσωματώνουν αισθητήρες και ενεργοποιητές, οι οποίοι συνδέονται μεταξύ τους με κατάλληλο βρόχο ελέγχου (**Σχήμα 1.1**). Έχουν τη δυνατότητα να εκτελούν «ευφυώς» συγκεκριμένες λειτουργίες, αποκρινόμενα σε εξωτερικές διεγέρσεις. Με τους αισθητήρες αισθάνονται αλλαγές στο εξωτερικό περιβάλλον (π.χ. επιβαλλόμενη τάση ή αλλαγή θερμοκρασίας) ή στη δομή τους (π.χ. ανάπτυξη ατελειών ή μεταβολή της κρυσταλλικής δομής) και αποκρίνονται σε αυτές με τους ενεργοποιητές, αλλάζοντας κάποια ιδιότητά τους προς ορισμένη κατεύθυνση (π.χ. δυσκαμψία, σχήμα, ικανότητα απόσβεσης).

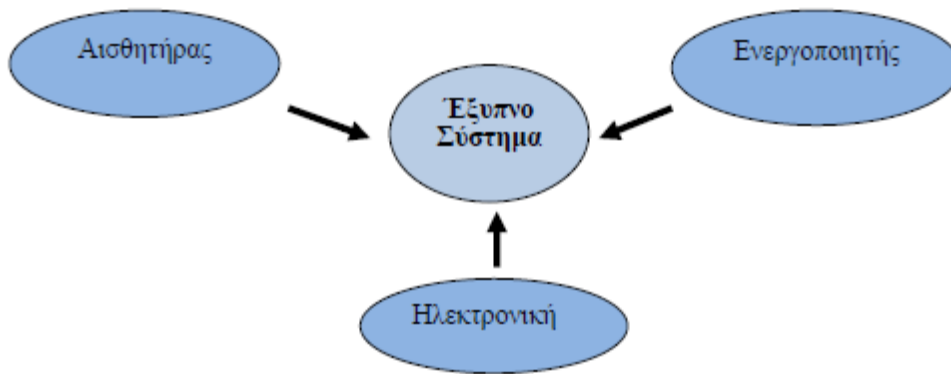
Εκμεταλλούμενοι τις ιδιότητες των ευφυών υλικών μπορούν να σχεδιαστούν κατασκευές που να αξιοποιούνται στα λειτουργικά και δομικά τους όρια χωρίς τον κίνδυνο να τα ξεπεράσουν. Επιπλέον, θα πληροφορούν τους χρήστες τους για όλη την ιστορία λειτουργίας τους, όπως για τη δημιουργία αστοχιών, το βαθμό ανάπτυξής τους και τα σημεία που συμβαίνουν, ενώ ταυτόχρονα θα έχουν τη δυνατότητα να

αντιδράσουν σε επικίνδυνες για αυτά συνθήκες, όπως υπερβολικές δονήσεις, ή να αυτοεπιδιορθωθούν. Ένα τέλειο ευφύες σύστημα είναι αυτό που η πηγή της απαραίτητης ενέργειας (η κινούσα δύναμη), για να λάβει χώρα η αντίδραση στο εξωτερικό ερέθισμα, είναι ενσωματωμένη στο ίδιο σύστημα και οι λειτουργίες του εκτελούνται από δομικά του στοιχεία. Στη βιβλιογραφία, συστήματα που είναι σε θέση να εκτελούν λειτουργίες,, αναφέρονται με διάφορους όρους όπως «έξυπνο», «ευφύες», «αυτοπροσαρμοζόμενο» και «σοφό».

Γενικά αυτοπροσαρμοζόμενο αναφέρεται το σύστημα που αισθάνεται ερεθίσματα από το περιβάλλον του, έξυπνο αυτό που αντιδρά στα ερεθίσματα με συγκεκριμένο τρόπο, ευφύες αυτό που η απαραίτητη ενέργεια για να λάβει χώρα η αντίδραση στο εξωτερικό ερέθισμα είναι ενσωματωμένη στο σύνθετο, και σοφό αυτό που μπορεί να με την πάροδο του χρόνου να αποφασίζει τις αντιδράσεις του. [5]



Σχήμα 1.1: «Έξυπνο» σύστημα. Το σημείο τομής των τριών κύκλων ορίζει την ύπαρξη των ευφύων υλικών.[5]



Σχήμα 1.2: Ένα έξυπνο σύστημα ανταποκρίνεται στα ερεθίσματα του περιβάλλοντός του

1.3 Ταξινόμηση- Εφαρμογές

Τα Σύνθετα Υλικά μπορούν να ταξινομηθούν με διαφορετικούς τρόπους και σε διάφορες κατηγορίες ανάλογα με το κριτήριο που θα επιλεγεί κάθε φορά. Για παράδειγμα, μία κατηγορία είναι τα **φυσικά** Σύνθετα Υλικά όπως το ξύλο. Το ξύλο είναι ένα τρισδιάστατο πολυμερές Σύνθετο Υλικό που αποτελείται κυρίως από κυτταρίνη, ημικυτταρίνη και Λιγνίνη.

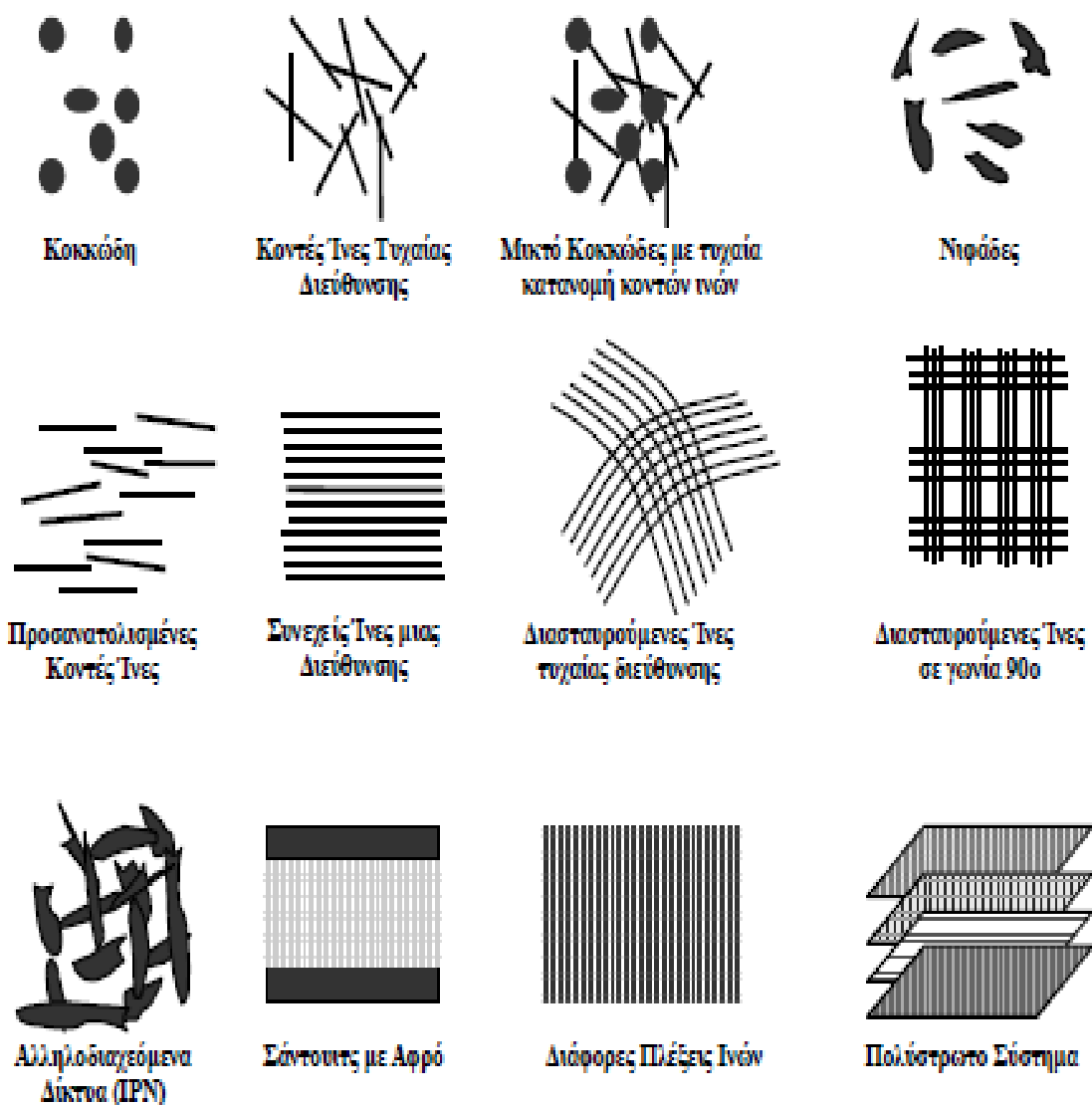


Εικόνα 1.2.(Φυσικό- Σύνθετο Υλικό, ξύλο – χαρτί)[6]

Τα **συνθετικά** Σύνθετα Υλικά είναι σύγχρονα συστήματα υλικών των οποίων τα διάφορα συστατικά απαντώνται στη φύση ή παράγονται με τεχνητό τρόπο ξεχωριστά το καθένα και μετά συνδυάζονται με ελεγχόμενο τρόπο προκειμένου να επιτευχθεί η επιθυμητή δομή, οι ιδιότητες και η γεωμετρία του τεμαχίου.

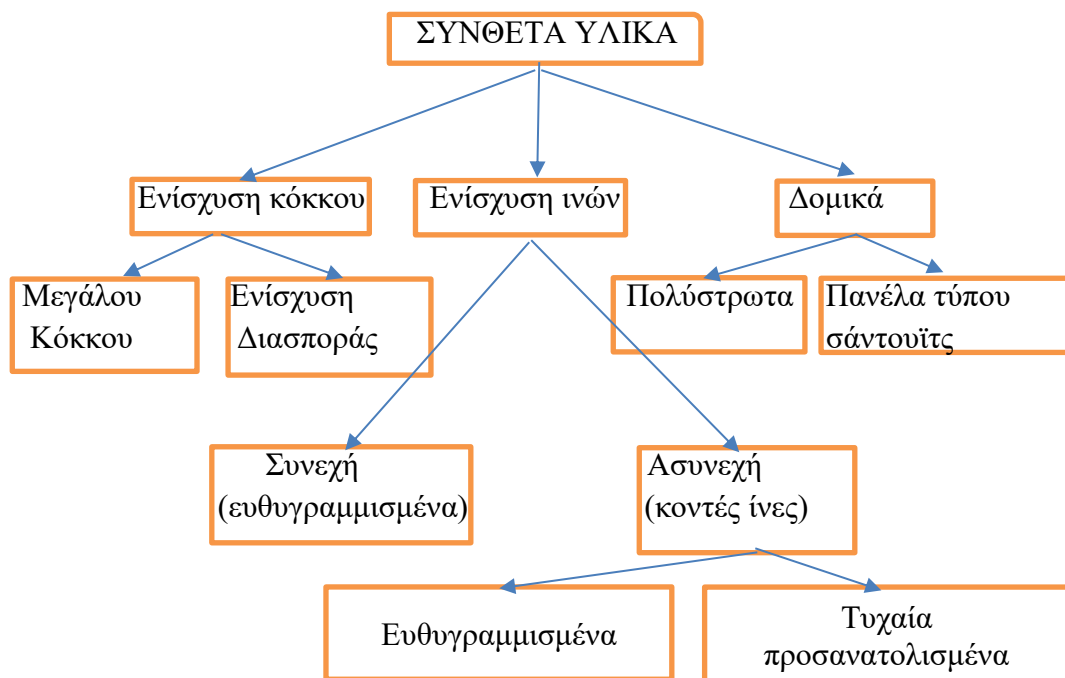
Σύμφωνα με το υλικό που χρησιμοποιείται για **ενίσχυση**, προκύπτει μια άλλη κατηγοριοποίηση των Σύνθετων Υλικών η οποία μπορεί να βασιστεί στο μέγεθος, την

προέλευση, το σχήμα και την κατανομή των δύο ή περισσότερων φάσεων διασποράς του υλικού.



Εικόνα 1.3. Τύποι ενίσχυσης [7]

Πίνακας 1. Ταξινόμηση των σύνθετων υλικών [1]



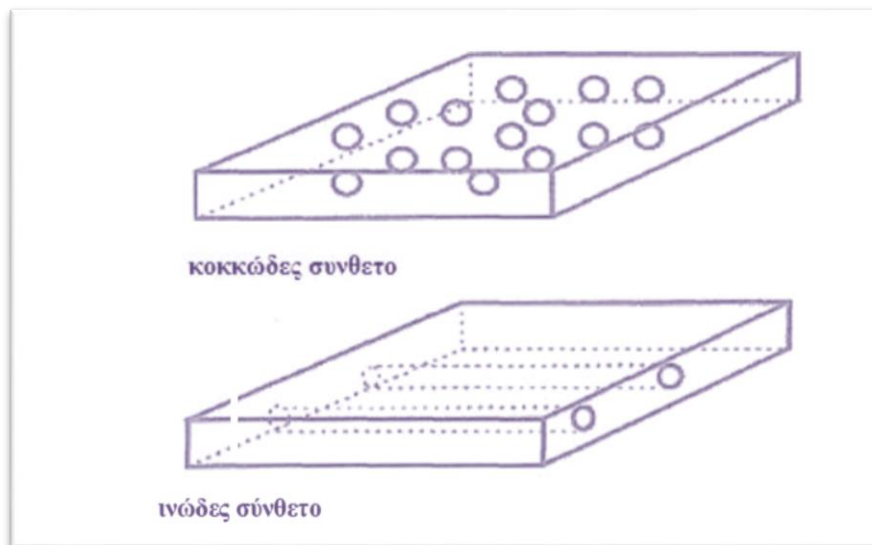
Με βάση τον τύπο του υλικού πλήρωσης προκύπτει κατηγοριοποίηση των Σύνθετων υλικών ως εξής:

Κοκκώδη Σύνθετα Υλικά, που έχουν σαν υλικό πλήρωσης σωματίδια διεσπαρμένα στο εσωτερικό της μήτρας. Το μέγεθος των σωματιδίων μπορεί να κυμαίνεται σε μια μεγάλη περιοχή της τάξης των μερικών nm έως αρκετά mm.

Ινώδη Σύνθετα Υλικά που περιέχουν ίνες σαν υλικό ενίσχυσης. Οι ίνες έχουν υψηλό λόγο διαστάσεων (l/d) πράγμα που σημαίνει ότι ο κατά μήκος άξονας είναι πολλές φορές μεγαλύτερος από τη διάμετρό τους. Τα ινώδη πολυμερή Σύνθετα Υλικά εμφανίζουν περιορισμένη ευαισθησία στη διάδοση των ρωγμών και στην ύπαρξη εγχοπών. Έτσι τα υλικά αυτά εμφανίζουν βελτιωμένη αντοχή σε κόπωση και διάρκεια ζωής έναντι άλλων συμβατικών υλικών. Επιπλέον, χαρακτηρίζονται από υψηλή ικανότητα ανάληψης των ασκούμενων φορτίων ακόμη και στην περίπτωση που κάποιες ίνες αστοχήσουν. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οι ίνες που παραμένουν γερές μπορούν να αναλάβουν το φορτίο και αυτών που σπάνε. Πρόσθετο πλεονέκτημα τους είναι η δυνατότητα ενίσχυσης συγκεκριμένων μόνο διευθύνσεων της κατασκευής οι οποίες παραλαμβάνουν το μεγαλύτερο μέρος των εξωτερικών φορτίων ή που η ανάλυση τάσεων έχει δείξει ότι είναι οι πιο επικίνδυνες να αστοχήσουν. Αυτή η δυνατότητα που απαντάται στα ινώδη Σύνθετα Υλικά, προσφέρει εξαιρετική ευελιξία κατά το σχεδιασμό και την επιλογή των ιδιοτήτων. Η μηχανική συμπεριφορά των

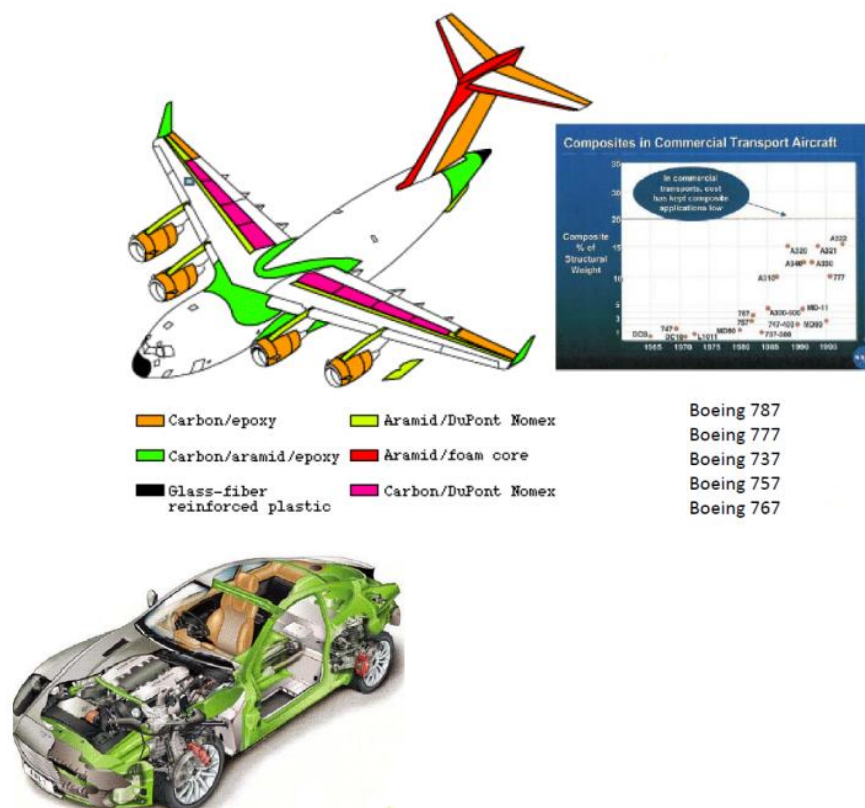
ενισχυμένων με συνεχείς, μακριές και παράλληλες ίνες συνθέτων, εξαρτάται από την ικανότητα του δεσμού που αναπτύσσεται μεταξύ τους, να μεταφέρει τα εξωτερικά φορτία. Η καλύτερη, πάντως, εκμετάλλευση των ιδιοτήτων των ινών γίνεται όταν αυτές είναι τοποθετημένες παράλληλα στη διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου. Λόγω των αναφερθέντων πλεονεκτημάτων, τα Ινώδη Σύνθετα Υλικά χρησιμοποιούνται σχεδόν σε κάθε τύπο προηγμένης μηχανικής κατασκευής, από την αεροπορία, το ναυτικό, τη βιομηχανία οχημάτων, τα sports και τη βιομηχανία διαστήματος μέχρι τις αστικές υποδομές όπως γέφυρες και κτίρια στους τομείς της αεροναυπηγικής και αεροδιαστημικής τεχνολογίας.

Διαστρωματωμένα Σύνθετα Υλικά. Τα Διαστρωματωμένα Σύνθετα Υλικά μπορούν να υποταξινομηθούν σε πολύστρωτα (laminates), sandwich ή περίπλοκα. Τα laminates είναι συγκροτήματα που συνήθως αποτελούνται από δύο ή περισσότερα στρώματα επίπεδων Σύνθετων Υλικών, στα οποία κάθε στρώμα (που καλείται επίσης lamina ή φύλλο) μπορεί να είναι από το ίδιο ή διαφορετικό υλικό. Τα sandwich είναι μια ειδική κατηγορία Σύνθετων Υλικών τα οποία κατασκευάζονται με την σύνδεση δύο λεπτών πλακών (skins) με ένα ελαφρύ πυρήνα. Τα εξωτερικά φύλλα μπορεί να είναι κατασκευασμένα από κράματα αλουμινίου, πλαστικά ενισχυμένα με ίνες, κράματα τιτανίου κλπ. Ο πυρήνας μπορεί να είναι κατασκευασμένος από μια κυψελοειδή μορφή από χαρτί, πολυπροπυλένιο, πολυστυρένιο ή από μέταλλο και/ή από άλλα αφρώδη όπως πολυβινυλοχλωρίδιο, πολυουραιθάνη, πολυαιθυλένιο κλπ. [7].



Σχήμα 1.3. Στοιχειώδη μοντέλα συνθέτων με ενίσχυση κόκκων και ινών, αντίστοιχα[8]

Με βάση την προέλευση του υλικού της ενίσχυσης, έχουμε την κατηγοριοποίηση σε φυσικά και συνθετικά Σύνθετα Υλικά. Ειδικότερα, τα φυσικά υλικά που χρησιμοποιούνται σε μηχανικές εφαρμογές χωρίζονται σε φυσικά υλικά ορυκτής προέλευσης (πχ μάρμαρο, γρανίτης, χαλαζίας, τουρμαλίνης, αμμόπετρα, ζαφείρι, ρουμπίνι), στα αντίστοιχα οργανικής προέλευσης (πχ άμυλο, άλευρο ξύλου, βαμβάκι, λινάρι) και στα υλικά ζωικής προέλευσης όπως το μαλλί και ίνες μεταξιού.



Εικόνα 1.4. Η χρήση των σύνθετων υλικών στην αεροναυπηγική και στην αυτοκινητοβιομηχανία [7].

Η χρήση των συνθέτων σε κατασκευές γίνεται όλο και πιο ευρεία λόγω των εξαιρετικών ιδιοτήτων τους. Ο συνδυασμός μικρού βάρους και υψηλών μηχανικών ιδιοτήτων προκρίνει τα σύνθετα υλικά ως τα υλικά του μέλλοντος.

ΠΙΝΑΚΑΣ 2. Σύνθετα υλικά και οι αντίστοιχοι τομείς τους [9]

ΑΕΡΟΝΑΥΠΗΓΙΚΗ	Πτέρυγες, πηδάλια, άτρακτοι, κινούμενα εξαρτήματα
ΑΥΤΟΚΙΝΗΤΟΒΙΟΜΗΧΑΝΙΑ	Ελαστικά, συμπλέκτες, φρένα, ποικίλες επιφάνειες, κινούμενα εξαρτήματα
ΝΑΥΠΗΓΙΚΗ	Κατάρτια, σχοινιά, κουπιά
ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗ	Αισθητήρες, μονωτές, διακόπτες
ΆΛΛΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ	ΙΑτρικά γάντια, δοχεία, αλεξίσφαιρα γιλέκα

Οι εφαρμογές υψηλών απαιτήσεων της σύγχρονης εποχής, καθιστούν αναγκαία την δημιουργία πολυλειτουργικών συνθέτων υλικών που εκτός από εξαιρετικές μηχανικές ιδιότητες θα μπορούν να φέρουν και θερμικά και ηλεκτρικά φορτία.



(α)



(β)

Εικόνα 1.5. Εφαρμογές των Σύνθετων υλικών (α) εξάτμιση μοτοσυκλέτας από carbon twin 2X2 (β) Οδοντιατρικά εμφυτεύματα [6]

Όταν η ενεργειακή κατάσταση ενός δεδομένου υλικού είναι ίση με την ενεργειακή κατάσταση του περιβάλλοντος που το περιστοιχίζει, τότε αυτό το υλικό λέγεται ότι βρίσκεται σε ισορροπία. Αν το υλικό είναι σε διαφορετική ενεργειακή κατάσταση, τότε δημιουργείται μια δυνατότητα που οδηγεί στην ανταλλαγή ενέργειας. Όλα τα υλικά που ανταλλάσσουν ενέργεια περιλαμβάνουν ενεργειακά επίπεδα ατόμου – η εισροή ενέργειας ανυψώνει το επίπεδο, η εκροή ενέργειας επιστρέφει το επίπεδο

στην αρχική κατάσταση. Για παράδειγμα, όταν η ηλιακή ακτινοβολία χτυπάει ένα φωτοβολταϊκό υλικό, η ενέργεια φωτονίου απορροφάται από τα άτομα του υλικού.

Δεδομένου ότι η ενέργεια συντηρείται, η επιπλέον ενέργεια πιέζει το άτομο να κινηθεί σε υψηλότερο ενεργειακό επίπεδο. Επειδή δεν έχει τη δυνατότητα να κρατήσει αυτό το επίπεδο, το άτομο πρέπει να απελευθερώσει μια αντίστοιχη ποσότητα ενέργειας. Χρησιμοποιώντας ημι-αγώγιμα υλικά, τα φωτοβολταϊκά έχουν τη δυνατότητα να εγκλωβίσουν αυτήν την απελευθέρωση της ενέργειας – παράγοντας ηλεκτρισμό. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι όλα τα υλικά – και τα παραδοσιακά και τα έξυπνα – πρέπει να συντηρούν ενέργεια και ως εκ τούτου το ενεργειακό επίπεδο του υλικού θα αυξηθεί οποτεδήποτε η ενέργεια εισρεύσει ή προστεθεί. Όμως, για τα περισσότερα υλικά, αυτή η αύξηση στην ενέργεια καταδεικνύεται με την αύξηση της εσωτερικής ενέργειας του υλικού, τις περισσότερες φορές με τη μορφή θερμότητας. Τα έξυπνα υλικά που ανταλλάσσουν ενέργεια διαχωρίζονται μεταξύ τους ανάλογα με την ικανότητα να ανακτήσουν αυτήν την εσωτερική ενέργεια με την πιο χρήσιμη μορφή.

Πολλά από τα υλικά που ανταλλάσσουν ενέργεια είναι επίσης διπλής κατεύθυνσης – η ενέργεια που εισρέει με την ενέργεια που εκρέει μπορούν να εναλλαχθούν. Εξαιρεση αποτελούν τα υλικά που ανταλλάσσουν ακτινοβολούμενη ενέργεια – η μεγάλη αναποτελεσματικότητα της ακτινοβολούμενης ενέργειας μεγαλώνει τη θερμοδυναμική μη-αναστρεψιμότητα. Επιπλέον, τα υλικά που ανταλλάσσουν ενέργεια, σε αντίθεση με τα περισσότερα (αλλά όχι όλα) τα υλικά που αλλάζουν ιδιότητες είναι σχεδόν πάντοτε σύνθετα υλικά – οι εξαιρέσεις περιλαμβάνουν μαγνητοσυστολικό σίδηρο και πιεζοηλεκτρικό χαλαζία ο οποίος προκύπτει με φυσικό τρόπο.

Εκτός των παραπάνω απαιτήσεων για τα υλικά, στην σύγχρονη εποχή η ανάγκη εύρεσης εναλλακτικών μορφών ενέργειας είναι επιτακτική. Όπως τα παλιά χρόνια ο άνθρωπος εκμεταλλευόταν νερό, αέρα και ήλιο για να πράξει ενέργεια, σήμερα στρέφει τις έρευνές του στην δημιουργία υλικών παραγωγής ενέργειας ή για την ακρίβεια μετατροπής ενέργειας σε εκμεταλλεύσιμη μορφή. Η ενέργεια που παράγεται από νερόμυλους, ανεμογεννήτριες, και φωτοβολταϊκά αποτελεί μια σημαντική προσπάθεια εναλλακτικών μορφών ενέργειας.

Ενέργεια όμως παράγεται καθημερινά και από τον ίδιο τον άνθρωπο, απ' τις δραστηριότητες του, απ' τις κινήσεις του. Σήμερα προστίθεται και ένας άλλος εναλλακτικός τρόπος συλλογής και μετατροπής ενέργειας μέσω του πιεζοηλεκτρισμού.

Κάποια υλικά, κυρίως κρυσταλλικά, όπως ο χαλαζίας, παράγουν ηλεκτρική τάση, όταν δέχονται μηχανική πίεση ή ταλάντωση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται πιεζοηλεκτρισμός. Οφείλεται στις κρυσταλλικές ασυμμετρίες και συμβαίνει λόγω της μεταφοράς ηλεκτρικών φορτίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος. Οι δυνατότητες του πιεζοηλεκτρισμού δεν έχουν φτάσει σε τελικό στάδιο. Ακόμα γίνονται έρευνες για το πώς μπορεί να αυξηθεί η απόδοση του πιεζοηλεκτρισμού έτσι ώστε να μπορεί να ενταχθεί και στο αστικό περιβάλλον αλλά και στην κατοικία. Αν και η χρήση του δεν είναι ευρέως διαδεδομένη, υπάρχουν παραδείγματα εφαρμογής του.

Τα πιεζοηλεκτρικά κεραμικά εντάσσονται σε τέσσερις κατηγορίες εφαρμογής: *γεννήτριες, αισθητήρες, ενεργοποιητές και μετατροπείς*. Τα πιεζοηλεκτρικά κεραμικά μπορούν να παράγουν τάσεις που μπορούν να προκαλέσουν εκκένωση ηλεκτροδίων, ως εκ τούτου μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εκκενωτές για ανάφλεξη καυσίμων, σε θερμάστρες αερίου, εξοπλισμό συγκολλήσεων και άλλες τέτοιες συσκευές. Τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα ανάφλεξης είναι απλά και έχουν πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με τα εναλλακτικά συστήματα που περιλαμβάνουν μόνιμους μαγνήτες ή μετασχηματιστές υψηλής τάσης και πυκνωτές. Εναλλακτικά, η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο μπορεί και να αποθηκευτεί.

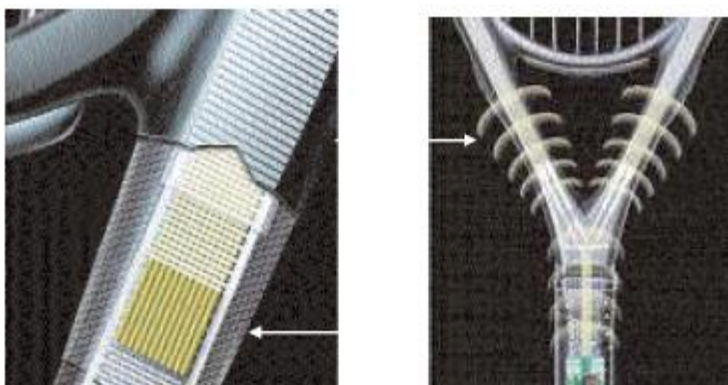
Οι πολυστρωματικές πιεζοηλεκτρικές γεννήτριες κατασκευάζονται με τις ίδιες τεχνικές που χρησιμοποιούνται για να κατασκευαστούν οι πολυστρωματικοί πυκνωτές. Τέτοιες πιεζοηλεκτρικές γεννήτριες είναι άριστες για εφαρμογές σε μπαταρίες των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

Ένας πιεζοηλεκτρικός αισθητήρας μετατρέπει μια φυσική παράμετρο, όπως η επιτάχυνση ή η πίεση, σε ένα ηλεκτρικό σήμα. Σε ορισμένους αισθητήρες η φυσική παράμετρος δρα άμεσα στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Σε άλλες συσκευές ένα ηχητικό σήμα καθιερώνει δονήσεις στο στοιχείο και οι δονήσεις με τη σειρά τους μετατρέπονται σε ηλεκτρικό σήμα. Συχνά, το σύστημα παρέχει μια οπτική, ακουστική, ή φυσική αντίδραση στην είσοδο του αισθητήρα ένα παράδειγμα που εφαρμόζεται είναι σε ζώνες ασφαλείας αυτοκινήτων.

Ένας πιεζοηλεκτρικός ενεργοποιητής μετατρέπει ένα ηλεκτρικό σήμα σε μια επακριβώς ελεγχόμενη φυσική μετατόπιση, προσαρμόζονται σε εργαλεία ακριβείας κατεργασιών, σε φακούς ή σε κάτοπτρα. Πιεζοηλεκτρικοί ενεργοποιητές χρησιμοποιούνται επίσης για τον έλεγχο σε υδραυλικές βαλβίδες, ενεργούν ως αντλίες μικρού όγκου ή κινητήρες ειδικού σκοπού. Οι Πιεζοηλεκτρικοί ενεργοποιητές είναι

ανεπηρέαστοι από τις απώλειες της ενεργειακής απόδοσης που περιορίζουν την σμίκρυνση των ηλεκτρομαγνητικών κινητήρων, και κατασκευάζονται σε μεγέθη κάτω των 1 cm³ . Ένα σημαντικό πρόσθετο πλεονέκτημα για τους πιεζοηλεκτρικούς ενεργοποιητές είναι η απουσία του ηλεκτρομαγνητικού θορύβου .

Οι πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια δόνησης , ήχων ή υπερήχων. Οι μετατροπείς που παράγουν ήχους παρουσιάζουν σημαντικά πλεονεκτήματα, σε σχέση με τις εναλλακτικές ηλεκτρομαγνητικές συσκευές . Ο πιεζοηλεκτρικός μετατροπέας είναι συμπαγής, απλός και εξαιρετικά αξιόπιστος, και με ελάχιστη ενέργεια μπορεί να παράγει ένα υψηλό επίπεδο ήχου. Αυτά τα χαρακτηριστικά θα πρέπει να ταιριάζουν στις ανάγκες του εξοπλισμού που τροφοδοτείται από μπαταρία . Επειδή το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο είναι αναστρέψιμο, ένας μετατροπέας μπορεί να παράγει ένα σήμα υπερήχων από ηλεκτρική ενέργεια και να μετατρέπει τους εισερχόμενους ήχους σε ηλεκτρικό σήμα. [10]



Εικόνα 1.6 Ρακέτα του τένις που περιλαμβάνει πιεζοηλεκτρικές ίνες (στα σημεία που δείχνει το βέλος) συνδεδεμένες με ηλεκτρόδια που μεταφέρουν το εναλλασσόμενο ρεύμα σε ένα μικροτσιπ (Cromer 2001) Ρακέτες δυναμικού τένις[5]



Εικόνα 1.7 Λεπτή, εύκαμπτη ταινία που περιέχει ένα πιεζοηλεκτρικό υλικό που αποκρίνεται στην κάμψη με την παραγωγή μιας τάσης που ανίχνευσε από τα ηλεκτρόδια που φαίνονται στο κατώτατο σημείο αριστερά της εικόνας.[5]

Εφαρμογές του πιεζοηλεκτρισμού έχουν πραγματοποιηθεί και στον κατασκευαστικό τομέα όπως:

Πιεζοηλεκτρισμός στο οδόστρωμα



Εικόνα 1.8 Πιεζοηλεκτρισμός στο οδόστρωμα[11]

Στο Ισραήλ γίνεται έρευνα έτσι ώστε τοποθετώντας πλάκες πιεζοηλεκτρισμού κάτω από το οδόστρωμα να μπορούν να μετατρέπουν σε ηλεκτρισμό την ενέργεια από

τα διερχόμενα αυτοκίνητα, τα οποία πιέζουν τις πλάκες. Ήδη έχουν τοποθετηθεί σε τμήμα δρόμου του Ισραήλ το οποίο πρόκειται να επεκταθεί σε μήκος ενός χιλιομέτρου και θα παράγουν περίπου 200 κιλοβατώρες για κάθε λωρίδα κυκλοφορίας.



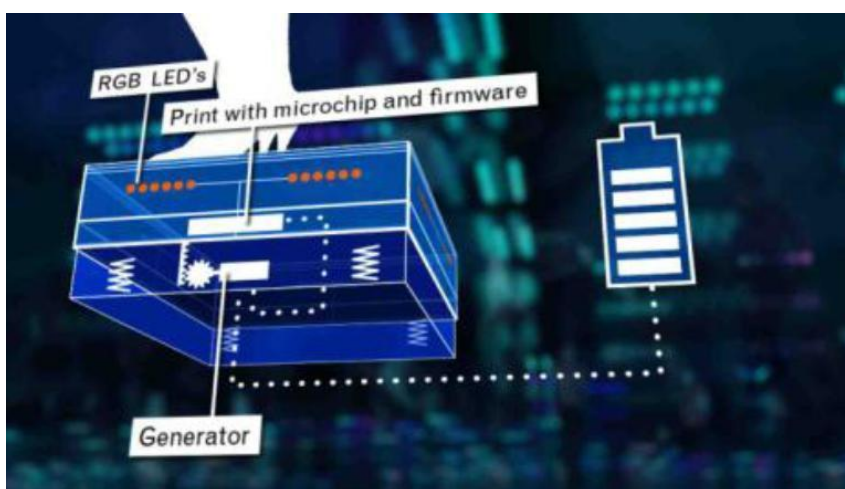
Εικόνα 1.9 Πιεζοηλεκτρισμός στο οδόστρωμα [11]

Μια ακόμα εφαρμογή υπάρχει σε μια αλυσίδα σούπερ μάρκετ στην Βρετανία όπου έχουν τοποθετήσει μια εγκατάσταση στην είσοδο του. Έχουν ενσωματώσει στο έδαφος τις πλάκες, πάνω από τις οποίες περνούν τα οχήματα, πιέζοντάς τες. Η πίεση αυτή ενεργοποιεί ένα υπόγειο υδραυλικό σύστημα το οποίο με τη σειρά του ενεργοποιεί τους ηλεκτροκινητήρες που βρίσκονται ακριβώς από κάτω, παράγοντας τελικά γύρω στα 30 kW/ώρα. Με αυτό λειτουργούν οι ταμιακές μηχανές του.

Πιεζοηλεκτρισμός στο πεζοδρόμιο

Μια πανόμοια εφαρμογή έχει γίνει και στην Τουλούζη της Γαλλίας όπου μέσω του πιεζοηλεκτρισμού και χρησιμοποιώντας την ενέργεια από τους πεζούς διατηρούνται ανοιχτά τα φώτα του δρόμου.

Πιεζοηλεκτρισμός στο club



Εικόνα 1.10 Πιεζοηλεκτρισμός στο club[11]

Με την ίδια λογική στο Sustainable Dance Club στην Ολλανδία, κατασκευάστηκε πίστα χορού που χρησιμοποιεί την ενέργεια που παράγουν οι άνθρωποι που χορεύουν και τη μετατρέπει σε ρεύμα. Ένα σύστημα που κόστισε γύρω στα 200.000 ευρώ για 270 τετραγωνικά ft κόστος πού όμως δεν θα αποσβηστεί από οικονομία ενέργειας, αφού από οκτώ πλάκες, μπορεί να παράγει 60watt ενέργειας, όσα δηλαδή χρειάζεται μια λάμπα. Το κόστος ενοικίασης της κάθε πλάκας για μία μέρα μαζί με την εγκατάσταση είναι 60 ευρώ.

Θέρμανση νερού μέσω Πιεζοηλεκτρισμού

Αρκετή ενέργεια δαπανάται στη σύγχρονη εποχή για τη θέρμανση του νερού. Για τον λόγο αυτό, ομάδα επιστημόνων και σχεδιαστών από το Μεξικό, τη Φινλανδία και τη Γερμανία ανέπτυξαν το «πιεζο-ντουζ», όπου είναι τοποθετημένα πιεζοηλεκτρικά υλικά τα οποία παράγουν ηλεκτρισμό από το τρεχούμενο νερό που πέφτει πάνω τους.

Εκτός από τις παραπάνω πιλοτικές εφαρμογές, η χρήση των πιεζοηλεκτρικών υλικών έχει προ καιρού αξιοποιηθεί σε πολλές διαφορετικές συσκευές. Η προφανώς, επιθυμητή ιδιότητα όπου η πίεση παράγει τάση, χρησιμοποιείται με πολλούς διαφορετικούς τρόπους. Στα κουδούνια της πόρτας, μια εφαρμοσμένη δύναμη παράγει τάση, που με τη σειρά της χρησιμοποιείται για να ελέγξει ένα ηλεκτρικό κύκλωμα προκαλώντας το εκνευριστικό στ' αυτιά κουδούνισμα ή το ευχάριστο βουητό. Επίσης πλειάδα πιεζοηλεκτρικών συσκευών με χρήση μικρών ενεργοποιητών που ελέγχονται με ηλεκτρισμό, χρησιμοποιούνται σε έναν μεγάλο αριθμό μηχανικών και βιομηχανικών περιπτώσεων όπου μικρή μικρή τάση προκαλεί και κίνηση ενός μέρους το οποίο ελέγχει κάτι άλλο, όπως η βαλβίδα.

Η πιεζοηλεκτρική επίδραση είναι στιγμιαία και οι πιεζοηλεκτρικές συσκευές μπορούν να είναι ιδιαίτερα ευαίσθητες σε μικρές πιέσεις ή τάσεις. Μικρόφωνα που κατασκευάζονται με πιεζοηλεκτρικά υλικά, μετατρέπουν μια ακουστική πίεση σε τάση. Εναλλακτικά, στα πιεζοηλεκτρικά ηχεία, η εφαρμογή ηλεκτρικής φόρτισης προκαλεί τη μηχανική παραμόρφωση, που με τη σειρά της δημιουργεί ακουστική πίεση.

Τα πιεζοηλεκτρικά υλικά έχουν χρησιμοποιηθεί ακόμη και σε χιονοπέδιλα προκειμένου να εξαλείψουν τις ανεπιθύμητες δονήσεις που προκύπτουν κάτω από ορισμένες συνθήκες. Η πιεζοηλεκτρική επίδραση εξαφανίζει τις δονήσεις μέσω της διασκόρπισης της ηλεκτρικής ενέργειας που αναπτύσσεται κατά μήκος μιας διακλάδωσης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΣΜΟΣ

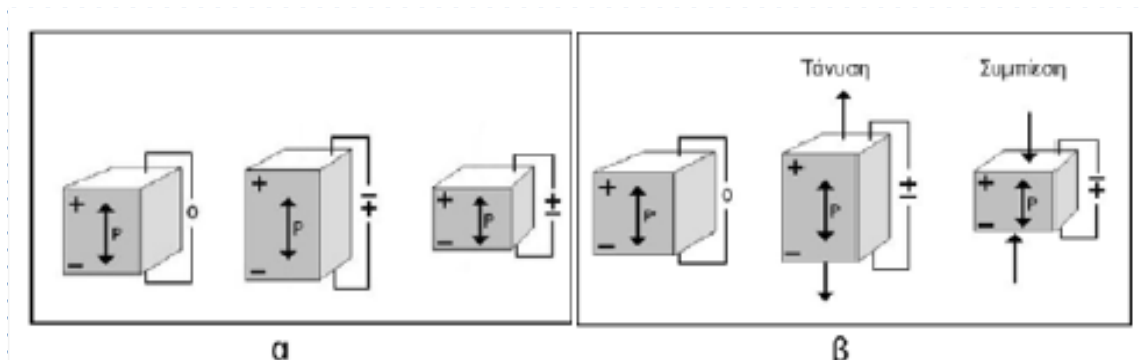
Πιεζοηλεκτρισμός είναι η ιδιότητα κάποιων υλικών (κυρίως κρυσταλλικών αλλά και μερικών κεραμικών), να παράγουν ηλεκτρική τάση όταν δέχονται κάποια μηχανική τάση/πίεση ή ταλάντωση. Το φαινόμενο μπορεί να εξηγηθεί ποιοτικά με τη μεταφορά ελεύθερων φορτίων στα άκρα του κρυσταλλικού πλέγματος. Επίσης, ο όρος περιλαμβάνει και το αντίστροφο φαινόμενο, κατά το οποίο το υλικό παραμορφώνεται, όταν βρεθεί κάτω από ηλεκτρική τάση. Ο πιεζοηλεκτρισμός οφείλεται σε κρυσταλλικές ασυμμετρίες και αποτελεί φαινόμενο πρώτης τάξης. Παραδείγματα υλικών με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες είναι ο χαλαζίας(SiO_2), το αλάτι Rochelle ή Seignette (τρυγικό καλιονάτριο, $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), το ADP (δισόξινο φωσφορικό αμμώνιο, $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$), το ένυδρο θειικό λίθιο, ($\text{LiSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$), ο τουρμαλίνης, το συνθετικό πολυμερές PVDF (polyvinylidene difluoride), κτλ. Πέρα από τα προαναφερθέντα υλικά στη δεκαετία του 1950-60 βρέθηκε ότι το ανθρώπινο οστό επίσης επιδεικνύει ένα πιεζοηλεκτρικό δυναμικό όταν εφαρμόζεται σε αυτό στρεπτική φόρτιση (Fukada & Yasuda 1957) [12]

2.1 Ανακάλυψη του Πιεζοηλεκτρισμού

Όπως προαναφέρθηκε Πιεζοηλεκτρικό ονομάζεται το φαινόμενο κατά το οποίο κάποια υλικά, κυρίως κρύσταλλοι και κεραμικά αναπτύσσουν ηλεκτρικό δυναμικό όταν στην επιφάνειά τους ασκείται κάποια μηχανική τάση. Η ανισοτροπία στην κρυσταλλική δομή του κεραμικού υλικού αποτελεί βασική προϋπόθεση για να υπάρξουν πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες. Το ηλεκτρικό δυναμικό σε μερικές τάξεις κρυστάλλων μεταφράζεται ως ομοιόμορφη κατανομή του ηλεκτρικού φορτίου σε όλο το κρυσταλλικό πλέγμα.

Εκτός από το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, τη δημιουργία δηλαδή ηλεκτρικού φορτίου σε ένα υλικό λόγω της πίεσης που ασκείται σε αυτό (**Σχήμα 2.1β**) υπάρχει και το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (**Σχήμα 2.1α**), κατά το οποίο παρατηρείται

εμφάνιση δυνάμεων που επιδρούν στο υλικό λόγω παρουσίας ηλεκτρικού πεδίου [10].

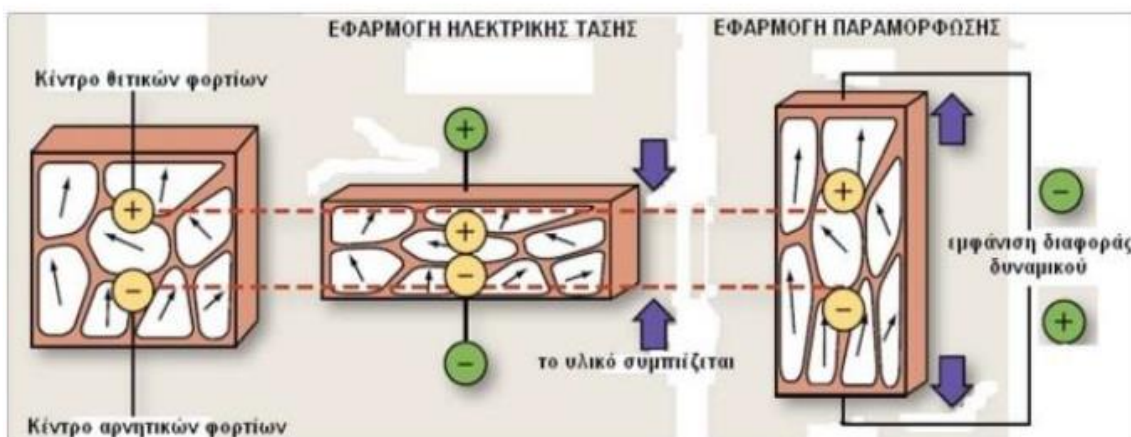


Σχήμα 2.1 (α) Αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο **(β)** Ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο[10],[15]

Το φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού παρατηρήθηκε πρώτη φορά από τα αδέρφια Curie το 1880 και η πειραματική διάταξη που χρησιμοποίησαν, περιλάμβανε όργανα που μπορούσαν να μετρήσουν το ηλεκτρικό φορτίο που δημιουργούνται σε ειδικά διαμορφωμένους κρυστάλλους έπειτα από την άσκηση δύναμης στην επιφάνειά τους. Το 1881 ο Gabriel Lippmann απέδειξε με τη χρήση μαθηματικών τύπων την ύπαρξη του αντίστροφου πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Την απόδειξη του Lippmann επιβεβαίωσαν λίγο αργότερα και πειραματικά οι αδερφοί Curie. Τα επόμενα χρόνια προσδιορίστηκαν οι είκοσι τάξεις κρυστάλλων οι οποίες εμφανίζουν πιεζοηλεκτρική συμπεριφορά.

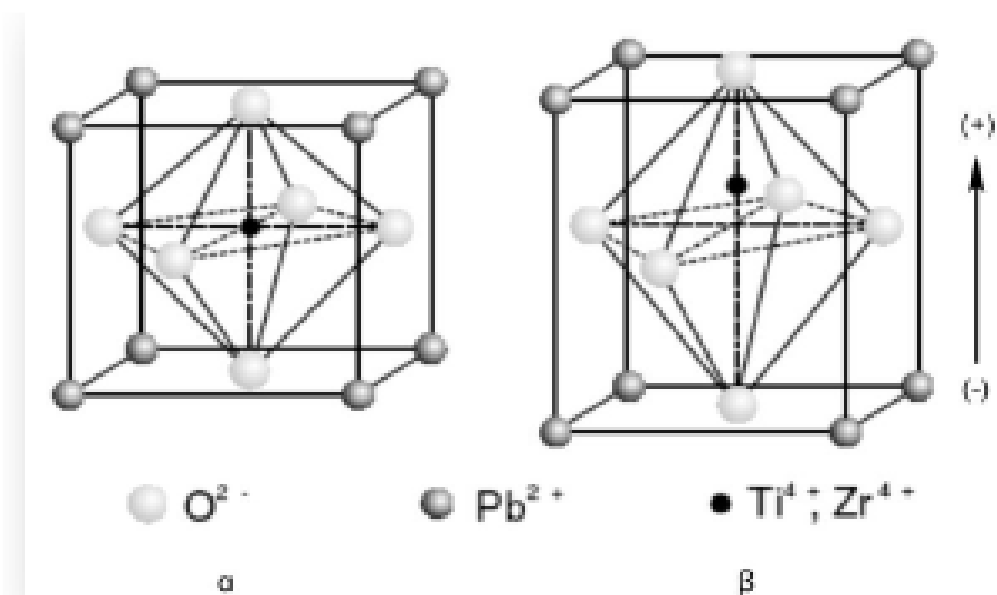
Λίγο αργότερα το 1920 ανακαλύφθηκε ο φεροηλεκτρισμός, ο οποίος εκφράζει την παρουσία αυθόρμητης διπολικής ροπής. Εδώ πρέπει να τονιστεί πως το πιεζοηλεκτρικό και το φεροηλεκτρικό είναι δύο διαφορετικά φαινόμενα. Όλα τα φεροηλεκτρικά υλικά είναι πιεζοηλεκτρικά αλλά το αντίθετο δεν ισχύει πάντα. Ένα φεροηλεκτρικό υλικό μετατρέπεται σε πιεζοηλεκτρικό όταν εφαρμοστεί στα άκρα του ισχυρό ηλεκτρικό πεδίο. Το πρώτο φεροηλεκτρικό κεραμικό υλικό ανακαλύφθηκε το 1943, του οποίου οι πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες εντοπίστηκαν από τον S.Roberts το 1947. Το 1954 ο B.Jaffe ανακάλυψε το πιεζοηλεκτρικό κεραμικό υλικό γνωστό ως **ζιρκο-κυανικός μόλυβδος** ή αλλιώς **PZT**, το οποίο αποτέλεσε και το κύριο συστατικό στην αντίστοιχη βιομηχανία της εποχής και είναι μέχρι και σήμερα το πιο ευρέως διαδεδομένο κεραμικό με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες. [10],[13].

2.2 Περιγραφή φαινομένου



Εικόνα 2.1 Σχηματική αναπαράσταση πιεζοηλεκτρικού φαινομένου όπως εκδηλώνεται και προς τις δύο κατευθύνσεις

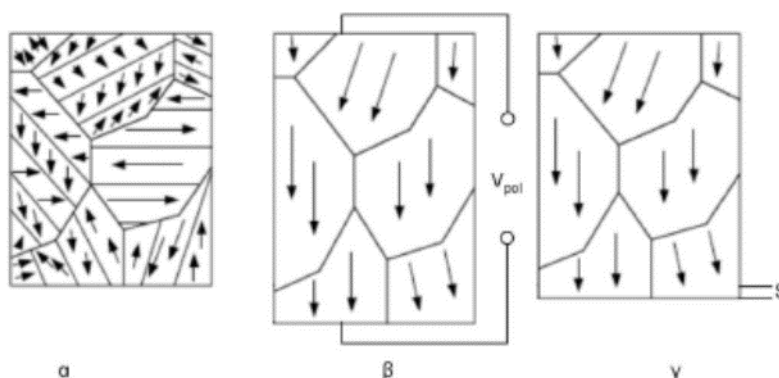
Από μια τιμή θερμοκρασίας και πάνω, η οποία λέγεται θερμοκρασία Curie, ο κρύσταλλος του κεραμικού υλικού έχει απλή κυβική συμμετρία και δεν παρουσιάζει διπολική ροπή (**Σχ. 2.2α**). Σε θερμοκρασίες χαμηλότερες της θερμοκρασίας Curie, ο κρύσταλλος αποκτά τετραγωνική ή ρομβοειδή συμμετρία καθώς και διπολική ροπή. Στο (**Σχ. 2.2β**) [13]. Τα γειτονικά δίπολα σχηματίζουν περιοχές ομοιόμορφης τοπικής ευθυγράμμισης.



Σχήμα 2.2 (α) Κρύσταλλος με απλή κυβική συμμετρία χωρίς διπολική ροπή **(β)** Κρύσταλλος με τετραγωνική συμμετρία και διπολική ροπή [14]

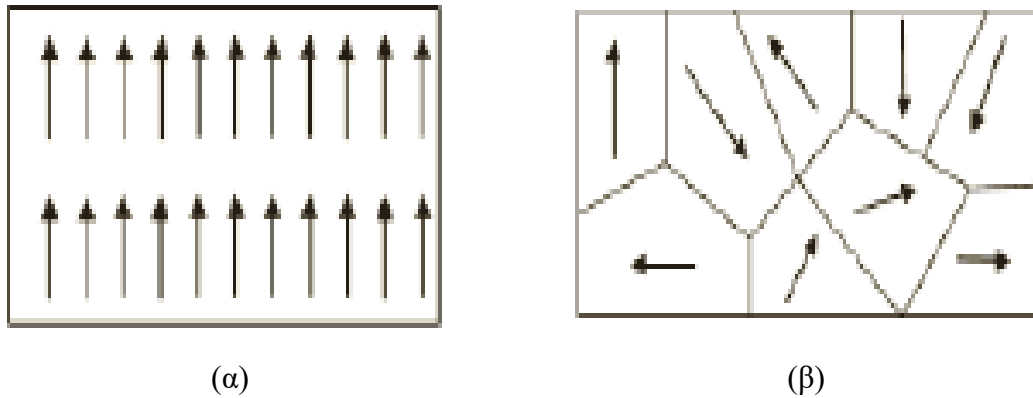
Ο τυχαίος προσανατολισμός των κόκκων του υλικού και η ύπαρξη των περιοχών διαφορετικής πολικότητας ευθύνεται για το ότι δεν υπάρχει καθαρή πόλωση (**Σχ.2.3α**).

Η εφαρμογή του ηλεκτρικού πεδίου στα άκρα κάνει το κεραμικό υλικό να πολωθεί και να αποκτήσει πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες. Πιο συγκεκριμένα με την εφαρμογή συνεχούς τάσης στο υλικό οι φεροηλεκτρικές περιοχές ευθυγραμμίζονται με τη φορά του ηλεκτρικού πεδίου κι έτσι δημιουργείται καθαρή πόλωση (**Σχ.2.3β**). Δεν ευθυγραμμίζονται όμως όλες οι περιοχές το ίδιο αλλά κάποιες μερικώς και άλλες καθόλου. Οι παράγοντες που καθορίζουν τον αριθμό των περιοχών αυτών είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου, η θερμοκρασία του υλικού και ο χρόνος εφαρμογής του πεδίου. Η μόνιμη αυτή πόλωση που αποκτά το υλικό έχει σαν αποτέλεσμα και την μόνιμη επιμήκυνσή του (**Σχ.2.3γ**). Για να αλλάξουμε την πολικότητα πρέπει να εφαρμόσουμε ηλεκτρικό πεδίο αντίθετης πολικότητας είτε αυξάνοντας τη θερμοκρασία πάνω από το σημείο Curie είτε ασκώντας μηχανική τάση.

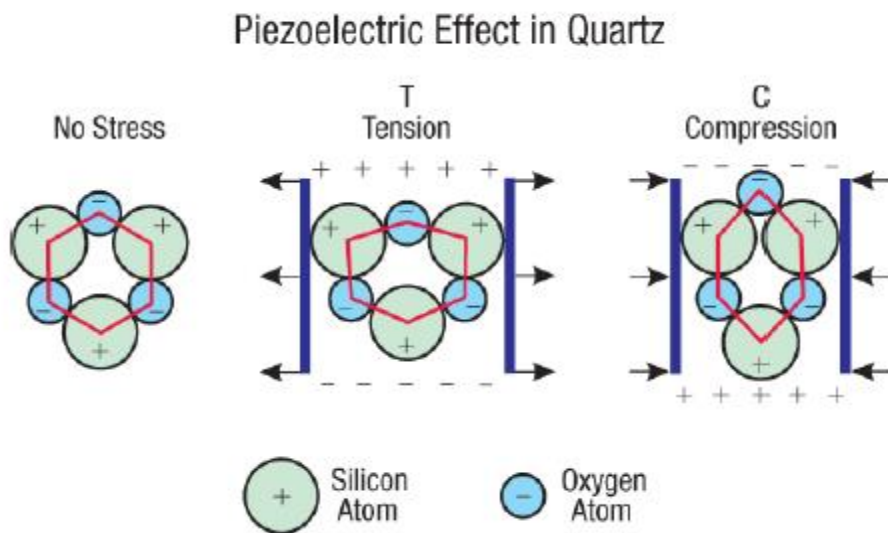


Σχήμα 2.3 (α) Μη πολωμένο φεροηλεκτρικό υλικό, **(β)** διαδικασία πόλωσης και **(γ)** μόνιμη πόλωση και επιμήκυνση [10]

Σε ένα μονοκρυσταλλικό υλικό οι πολικοί άξονες των διπόλων κείνται σε μία κατεύθυνση. Επομένως, η δομή αυτή εμφανίζει συμμετρία, καθώς, αν τμηθεί το μονοκρυσταλλικό υλικό, οι πολικοί άξονες των διπόλων στα προκύπτοντα κομμάτια θα κείνται, επίσης, στην ίδια κατεύθυνση. Αντίθετα, σε ένα πολυκρυσταλλικό υλικό, υπάρχουν περιοχές διαφορετικής πολικότητας, οι περιοχές Weiss. Η κατανομή της πολικότητας σε αυτό το υλικό είναι ασύμμετρη, καθώς δεν υπάρχει σημείο στο οποίο θα μπορούσε να κοπεί ο κρύσταλλος και τα προκύπτοντα κομμάτια να έχουν ίδια πολικότητα με τον αρχικό. Η έλλειψη συμμετρίας είναι η βασική αιτία εκπόρευσης του πιεζοηλεκτρικού φαινομένου. Το παρακάτω (**Σχήμα 2.4**) δείχνει την πολικότητα σε τυχαία κατάσταση για έναν μονοκρύσταλλο και έναν πολυκρύσταλλο αντίστοιχα.



Σχήμα 2.4: Πολικότητα σε τυχαία κατάσταση ενός **(α)** μονοκρυστάλλου και ενός **(β)** πολυκρυστάλλου.



Σχήμα 2.5 . Παράδειγμα πιεζοηλεκτρικής πόλωσης σε ένα κρύσταλλο χαλαζία. [16]

2.3 Μαθηματική Περιγραφή

Όσον αφορά τη μηχανική πλευρά, ισχύει ο νόμος του Hooke:

$$[\sigma_{ij}] = [C_{ijkl}] * [\epsilon_{kl}] \quad \text{όπου } i,j,k,l=1,2,3 \text{ και}$$

σ_{ij} : μηχανικές τάσεις

C_{ijkl} : ελαστικές σταθερές

ϵ_{kl} : μηχανικές τροπές

Επειδή στο φαινόμενο του πιεζοηλεκτρισμού λαμβάνουν χώρα και ηλεκτρικά φαινόμενα ισχύει και η καταστατική εξίσωση του ηλεκτρισμού, η οποία περιγράφει την κίνηση ενός ηλεκτρικού φορτίου όταν κάποιο διηλεκτρικό υποβάλλεται σε ηλεκτρικό πεδίο. Έτσι:

$[D_i] = [\epsilon_{ij}] * [E_i]$ όπου $i, j = 1, 2, 3$ και

D_i : ηλεκτρική μετατόπιση

ϵ_{ij} : ηλεκτρική διαπερατότητα του υλικού

E_i : η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου

Μετά από πράξεις καταλήγουμε στις γραμμικοποιημένες καταστατικές εξισώσεις του πιεζοηλεκτρισμού, οι οποίες δημοσιεύτηκαν αρχικά από την επιτροπή προτύπων της IEEE Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control Society το 1966 και αναθεωρήθηκαν το 1987. [15]

$$\epsilon = S_E * \sigma + d * E$$

$$D = d * \sigma + \epsilon_T * E$$

όπου S_E είναι η μήτρα της ελαστικότητας του υλικού όταν υποβάλλεται σε σταθερό ηλεκτρικό πεδίο, ϵ_T είναι η ηλεκτρική διαπερατότητα μετρημένη υπό σταθερή τάση και d είναι η μήτρα των πιεζοηλεκτρικών σταθερών σε C/N . Από τις παραπάνω εξισώσεις γίνεται αντιληπτό ότι η παραμόρφωση και η ηλεκτρική μετατόπιση του υλικού εξαρτώνται γραμμικά από τη μηχανική τάση και το ηλεκτρικό πεδίο στο οποίο υποβάλλονται. Σ' αυτές τις καταστατικές εξισώσεις δεν έχουν ληφθεί υπ' όψη οι μη γραμμικότητες των πιεζοηλεκτρικών (υστέρηση, ερπυσμός). [14]

Οι καταστατικές εξισώσεις που παρατέθηκαν πιο πάνω μπορούν να πάρουν διάφορες μορφές με την εφαρμογή κατάλληλων μετασχηματισμών. Στον **Πίνακα 2.1** φαίνονται όλοι οι τρόποι αναπαράστασης των καταστατικών εξισώσεων. Στις εξισώσεις αυτές χρησιμοποιούνται οι ακόλουθοι συμβολισμοί:

c: στιβαρότητα του υλικού

e: πιεζοηλεκτρική σταθερά σύζευξης για τη μορφή (2) σε C/m^2

g: πιεζοηλεκτρική σταθερά σύζευξης για τη μορφή (3) σε m^2/C

q: πιεζοηλεκτρική σταθερά σύζευξης για τη μορφή (4) σε N/C

Πίνακας 2.1 Μορφές καταστατικών εξισώσεων

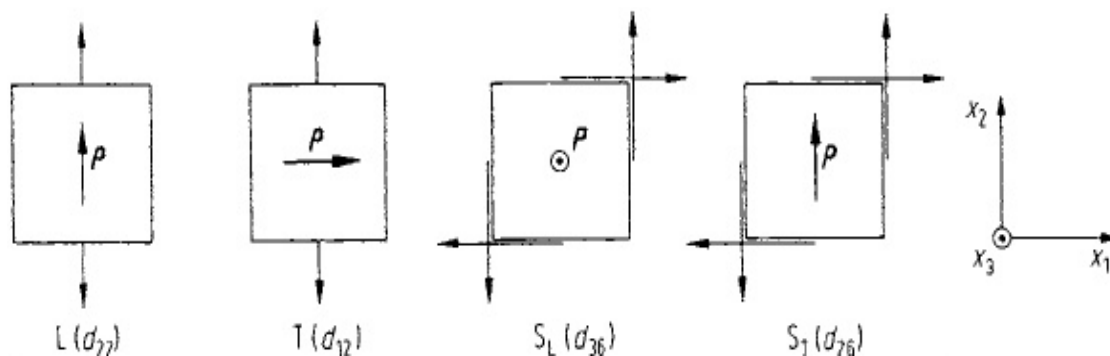
1) Μορφή παραμόρφωσης- φορτίου $S = [s_E] * T + [d] * E$ $D = [d] * T + [\epsilon_T] * E$	2) Μορφή μηχ. τάσης- φορτίου $T = [c_E] * S + [e] * E$ $D = [e] * T + [\epsilon_s] * E$
3) Μορφή παραμόρφωσης – ηλ. τάσης $S = [s_D] * T + [g] * D$ $E = [-g] * T + [\epsilon_T]^{-1} * D$	4) Μορφή μηχ. τάσης-ηλ. τάσης $T = [c_D] * S - [q] * D$ $E = [-q] * S + [\epsilon_s]^{-1} * D$

Για να προκύψουν οι πιο πάνω εξισώσεις απαιτείται η χρήση των κατάλληλων μετασχηματισμών οι οποίοι και παρουσιάζονται στον **Πίνακα 2.2**

Πίνακας 2.2 Μετασχηματισμοί για εναλλαγή της μορφής των καταστατικών εξισώσεων

Μορφή 1 → Μορφή 2 $C_E = S_E^{-1}$ $E = d * S_E^{-1}$ $\epsilon_s = \epsilon_T - d * S_E^{-1} * d^T$	Μορφή 1 → Μορφή 3 $s_D = s_E - d * \epsilon_T^{-1} * d^T$ $g = \epsilon_T^{-1} * d$
Μορφή 2 → Μορφή 4 $C_D = C_E - e * \epsilon_s^{-1} * e^T$ $q = \epsilon_s^{-1} * e$	Μορφή 3 → Μορφή 4 $C_D = S_D^{-1}$ $q = g * s_D^{-1}$ $\epsilon_s^{-1} = \epsilon_T^{-1} - g * S_D^{-1} * g^T$

Κάθε συντελεστής d_{ij} αντιστοιχεί σε μια συγκεκριμένη σχέση μεταξύ της αντίστοιχης μηχανικής τάσης σ_j και της αντίστοιχης ηλεκτρικής μετατόπισης D_i . Μπορούμε να διαχωρίσουμε τέσσερις διαφορετικές περιπτώσεις πιεζοηλεκτρικού φαινομένου ανάλογα με την διεύθυνση της ηλεκτρικής μετατόπισης και της μηχανικής τάσης. Οι περιπτώσεις αυτές παρουσιάζονται στο **Σχήμα 2.6**

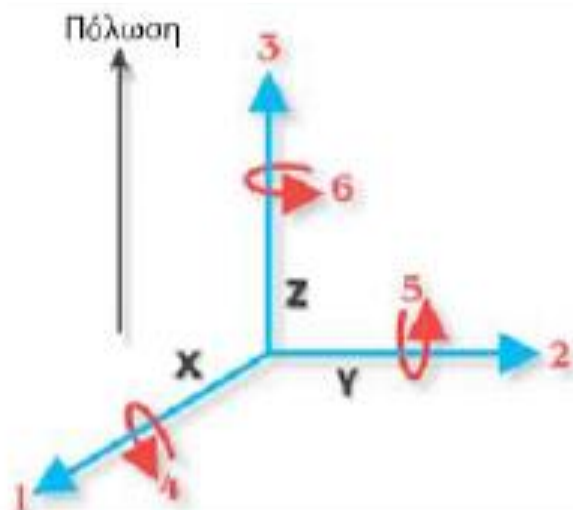


Σχήμα 2.6. Παραδείγματα των τεσσάρων διαφορετικών προσανατολισμών των διανυσμάτων της μηχανικής τάσης και της πιεζοηλεκτρικής πόλωσης. Οι πιεζοηλεκτρικοί συντελεστές θεωρούνται θετικοί.[16]

Οι συντελεστές d_{11} , d_{22} και d_{33} περιγράφουν το διαμήκη πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο (longitudinal piezoelectric effect). Η ορθή μηχανική τάση προκαλεί πιεζοηλεκτρική πόλωση παράλληλη στον άξονα της. Δεύτερη περίπτωση είναι αυτή που η ηλεκτρική πόλωση είναι κάθετη στην εφαρμοζόμενη ορθή τάση και το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται εγκάρσιο (transversal effect) και χαρακτηρίζεται με ένα από τους συντελεστές d_{12} , d_{13} , d_{23} , d_{21} , d_{31} ή d_{32} . Η εφαρμογή διατρητικών μηχανικών τάσεων μπορεί να οδηγήσει σε πιεζοηλεκτρική πόλωση κάθετη στο επίπεδο της εφαρμοζόμενης τάσης και τότε το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο ονομάζεται διαμήκη – διατμητικό και χαρακτηρίζεται με ένα από τους πιεζοηλεκτρικούς συντελεστές d_{14} , d_{25} , ή d_{36} . Αν η ηλεκτρική πόλωση είναι παράλληλη στο επίπεδο της εφαρμοζόμενης διατμητικής τάσης τότε το φαινόμενο ονομάζεται εγκάρσιο – διατμητικό και χαρακτηρίζεται με ένα από τους συντελεστές d_{15} , d_{16} , d_{24} , d_{26} , d_{34} ή d_{35}

Πιεζοηλεκτρικές σταθερές

Λόγω της ανισοτροπίας των πιεζοηλεκτρικών υλικών τα φαινόμενα που λαμβάνουν χώρα εξαρτώνται από τη διεύθυνση. Κάθε φυσική σταθερά που χρησιμοποιείται στις καταστατικές εξισώσεις έχει δύο δείκτες που υποδηλώνουν την κατεύθυνση κάποιων ποσοτήτων. Πιο συγκεκριμένα οι δείκτες 1,2,3 υποδηλώνουν κατεύθυνση X,Y,Z αντίστοιχα ενώ οι δείκτες 4,5 και 6 διάτμηση περί των αξόνων X,Y και Z αντίστοιχα.



Σχήμα 2.7 Ισοδυναμία δεικτών με το ορθοκανονικό σύστημα αξόνων

Πιεζοηλεκτρική σταθερά παραμόρφωσης ή φορτίου εξόδου d_{ij}

Όσον αφορά το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο, η σταθερά αυτή υποδηλώνει την πόλωση ανά μονάδα εφαρμοζόμενης μηχανικής τάσης. Ο πρώτος δείκτης συμβολίζει τη διεύθυνση της πόλωσης όταν το εφαρμοζόμενο ηλεκτρικό πεδίο είναι μηδέν και ο δεύτερος τη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Όσον αφορά τώρα το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο η σταθερά αυτή υποδηλώνει τη μηχανική παραμόρφωση ανά μονάδα εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου. Ο πρώτος δείκτης συμβολίζει τη διεύθυνση του εφαρμοζόμενου ηλεκτρικού πεδίου και ο δεύτερος τη διεύθυνση της παραμόρφωσης που προκύπτει.

Πιεζοηλεκτρική σταθερά ηλεκτρικής τάσης ή πεδίου εξόδου g_{ij}

Όταν εξετάζεται το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο η σταθερά αυτή υποδηλώνει το ηλεκτρικό πεδίο που παράγεται ανά μονάδα εφαρμοζόμενης μηχανικής τάσης. Ο πρώτος δείκτης συμβολίζει τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου που παράγεται και ο δεύτερος τη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης δύναμης.

Κατά το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο η σταθερά υποδηλώνει τη μηχανική παραμόρφωση ανά μονάδα εφαρμοζόμενης ηλεκτρικής μετατόπισης. Ο πρώτος δείκτης συμβολίζει τη διεύθυνση της εφαρμοζόμενης ηλεκτρικής μετατόπισης και ο δεύτερος τη διεύθυνση της παραμόρφωσης που προκύπτει.

Πιεζοηλεκτρική σταθερά ηλεκτρομηχανικής σύζευξης k_{ij}

Εκφράζει το ποσοστό μετατροπής της μηχανικής ενέργειας σε ηλεκτρική όταν εξετάζεται το ευθύ πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο και το ποσοστό μετατροπής της ηλεκτρικής ενέργειας σε μηχανική όταν εξετάζεται το αντίστροφο πιεζοηλεκτρικό

φαινόμενο. Ο πρώτος δείκτης συμβολίζει τη διεύθυνση της ηλεκτρικής ενέργειας που παράγεται ή εφαρμόζεται ενώ ο δεύτερος τη διεύθυνση της αντίστοιχης μηχανικής ενέργειας.

Πιεζοηλεκτρικές γεννήτριες

Τα πιεζοηλεκτρικά κεραμικά μπορούν να παράγουν τάσεις οι οποίες μπορούν να προκαλέσουν εκκένωση ηλεκτροδίων, ως εκ τούτου μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως εκκινήτες για ανάφλεξη σε καυσίμων, θερμάστρες αερίου, εξοπλισμό συγκολλητήσεων και άλλες τέτοιες συσκευές. Τα πιεζοηλεκτρικά συστήματα ανάφλεξης είναι απλά και έχουν πολλά πλεονεκτήματα σε σχέση με τα εναλλακτικά συστήματα που περιλαμβάνουν μόνιμους μαγνήτες ή μετασχηματιστές υψηλής τάσης και πυκνωτές. Εναλλακτικά, η ηλεκτρική ενέργεια που παράγεται από ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο μπορεί να αποθηκευτεί. Οι πολυστρωματικές πιεζοηλεκτρικές γεννήτριες κατασκευάζονται με τις ίδιες τεχνικές που χρησιμοποιούνται για να κατασκευαστούν οι πολυστρωματικοί πυκνωτές. Οι πιεζοηλεκτρικές γεννήτριες είναι κατάλληλες για εφαρμογές σε μπαταρίες για τα ηλεκτρονικά κυκλώματα.

Πιεζοηλεκτρικοί αισθητήρες

Ένας πιεζοηλεκτρικός αισθητήρας μετατρέπει μια φυσική παράμετρο, όπως η επιτάχυνση ή η πίεση, σε ένα ηλεκτρικό σήμα. Σε ορισμένους αισθητήρες η φυσική παράμετρος δρα άμεσα στο πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Σε άλλες συσκευές ένα ηχητικό σήμα καθιερώνει δονήσεις στο στοιχείο και οι δονήσεις με τη σειρά τους μετατρέπονται σε ηλεκτρικό σήμα. Συχνά, το σύστημα παρέχει μια οπτική, ακουστική, ή φυσική αντίδραση στην είσοδο του αισθητήρα ένα παράδειγμα που εφαρμόζεται είναι σε ζώνες ασφαλείας αυτοκινήτων.

Πιεζοηλεκτρικοί ενεργοποιητές

Ένας πιεζοηλεκτρικός ενεργοποιητής μετατρέπει ένα ηλεκτρικό σήμα σε μια επακριβώς ελεγχόμενη φυσική μετατόπιση, προσαρμόζονται σε εργαλεία ακριβείας κατεργασιών, σε φακούς ή σε κάτοπτρα. Πιεζοηλεκτρικοί ενεργοποιητές χρησιμοποιούνται επίσης για τον έλεγχο σε υδραυλικές βαλβίδες, ενεργούν ως αντλίες μικρού όγκου ή κινητήρες ειδικού σκοπού. Οι πιεζοηλεκτρικοί ενεργοποιητές δεν επηρεάζονται από απώλειες της ενεργειακής απόδοσης που περιορίζουν την σμίκρυνση των ηλεκτρομαγνητικών

κινητήρων, και έχουν κατασκευαστεί σε μεγέθη κάτω των 1 cm³ . Ένα σημαντικό πρόσθετο πλεονέκτημα για τους πιεζοηλεκτρικούς ενεργοποιητές είναι η απουσία του ηλεκτρομαγνητικού θορύβου .

Πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς

Οι πιεζοηλεκτρικοί μετατροπείς μετατρέπουν την ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια δόνησης , ήχων ή υπερήχων, που χρησιμοποιούνται για την εκτέλεση μιας εργασίας. Οι μετατροπείς που παράγουν ήχους έχουν σημαντικά πλεονεκτήματα, σε σχέση με τις εναλλακτικές ηλεκτρομαγνητικές συσκευές. Ο πιεζοηλεκτρικός μετατροπέας είναι συμπαγής, απλός και εξαιρετικά αξιόπιστος, και με ελάχιστη ενέργεια μπορεί να παράγει ένα υψηλό επίπεδο ήχου. Αυτά τα χαρακτηριστικά θα πρέπει να ταιριάζουν στις ανάγκες του εξοπλισμού που τροφοδοτείται από μπαταρία . Επειδή το πιεζοηλεκτρικό φαινόμενο είναι αναστρέψιμο, ένας μετατροπέας μπορεί να παράγει ένα σήμα υπερήχων από ηλεκτρική ενέργεια και μετατρέπει τους εισερχόμενους ήχους σε ηλεκτρικό σήμα. Μερικές συσκευές έχουν σχεδιαστεί για τη μέτρηση αποστάσεων, ρυθμών ροής, ή επίπεδα υγρών, αυτό επιτυγχάνεται με την ενσωμάτωση ενός ενιαίου πιεζοηλεκτρικού μετατροπέα στο σήμα αποστολής και λήψης, καθώς επίσης μπορούν να ενσωματωθούν και δύο διαφορετικοί μετατροπείς. [10],[14]

Μια λίστα με τους σημαντικότερους πιεζοηλεκτρικούς κρυστάλλους καθώς και τον βέλτιστο πιεζοηλεκτρικό συντελεστή δίνονται στον Πίνακα 2.3

Πίνακας 2.3. Ιδιότητες κοινών πιεζοηλεκτρικών κρυστάλλων [16]

Crystal name	Chemical formula	Point group	Max. piezoelec. charge coef.		Dielectric constant	
			(pC/N)	(d_{36})	K_{11}^T	K_{33}^T
Amonium Dihydrogen Phosphate (ADP)	$NH_4H_2PO_4$	$\bar{4}2m$	50.0	(d_{36})	55.0	15.0
Barium Sodium Niobate (BNN)	$Ba_2NaNb_5O_{15}$	mm2	52.0	(d_{24})	246.0	51.0
Barium Titanate	$BaTiO_3$	4mm	392.0	(d_{15})	2920.0	168.0
Ethylene Diamine Tartrate (EDT)	$C_6H_{14}N_2O_6$	2	-12.3	(d_{23})	5.0	6.0
Lead Barium Niobate (PBN)	$Pb_{0.37}Ba_{0.63}Nb_2O_6$	4mm	108.0	(d_{15})	600.0	135.0
Lead Potassium Niobate (PKN)	$Pb_2KNb_5O_{15}$	mm2	470.0	(d_{15})	1550.0	129.0
Lead Niobate	$PbNb_2O_6$	mm2	45.0	(d_{33})	—	180.0
Lithium Niobate	$LiNbO_3$	3m	68.0	(d_{15})	84.0	30.0
Lithium Sulfate	$LiSO_4 \cdot H_2O$	2	16.2	(d_{22})	5.6	6.5
Lithium Tantalate	$LiTaO_3$	3m	26.0	(d_{15})	51.0	45.0
Quartz	SiO_2	32	2.3	(d_{11})	4.6	4.7
Potassium Dihydrogen Phosphate (KDP)	KH_2PO_4	$\bar{4}2m$	23.2	(d_{36})	44.0	21.0
Rochelle Salt	$NaKC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$	222	2300.0	(d_{14})	1100.0	9.2
Sodium Chlorate	$NaClO_3$	23	1.7	(d_{14})	5.8	—
Triglycine Sulfide (TGS)	$(NH_2CH_2COOH)_3 \cdot H_2SO_4$	2	25.3	(d_{23})	8.6	5.7
Tourmaline	$CaAl_3Mn_6(BO_3)_3(SiO_3)_6(OH)_4$	3m	3.6	(d_{15})	8.2	7.5
Zinc Sulfide	ZnS	6mm	3.2	(d_{33})	8.6	8.0

Μια πλήρης περιγραφή των πιεζοηλεκτρικών ιδιοτήτων του PZT φαίνονται στον ακόλουθο πίνακα **Πίνακα 2.4**.

Πίνακας 2.4 Ιδιότητες σύνθετων κεραμικών μολύβδου-ζirkονίου-τιτανίου (PZT)[16]

Designation	T_c (°C)	d_{33} (pC/N)	d_{31} (pC/N)	d_{15} (pC/N)	K_{33}^T	k_{33}	k_{31}	k_{15}
PZT-2	370	152	-60	440	450	0.63	-0.28	0.70
PZT-4	325	285	-122	495	1300	0.70	-0.33	0.71
PZT-4D	320	315	-135	n/a	1450	0.71	-0.34	n/a
PZT-5A	365	374	-171	585	1700	0.71	-0.34	0.69
PZT-5B	330	405	-185	564	2000	0.66	-0.34	0.63
PZT-5H	195	593	-274	741	3400	0.75	-0.39	0.68
PZT-5J	250	500	-220	670	2600	0.69	-0.36	0.63
PZT-5R	350	450	-195	n/a	1950	n/a	-0.35	n/a
PZT-6A	335	189	-80	n/a	1050	0.54	-0.23	n/a
PZT-6B	350	71	-27	130	460	0.37	-0.15	0.38
PZT-7A	350	153	-60	360	425	0.67	-0.30	0.68
PZT-7D	325	225	-100	n/a	1200	n/a	-0.28	n/a
PZT-8	300	225	-97	330	1000	0.64	-0.30	0.55

Αν και οι κατασκευαστές PZT χρησιμοποιούν προστατευόμενες φόρμουλες, γενικά το PZT-5 είναι εμπλουτισμένο σε Νιόβιο (Nb), το PZT-6 σε Χρώμιο (Cr), το PZT-7 σε Λανθάνιο (La), και το PZT-4 σε Σίδηρο (Fe). Μια λίστα με σημαντικά

πιεζοκεραμικά υλικά και οι αντίστοιχες ιδιότητες τους φαίνονται στον παρακάτω

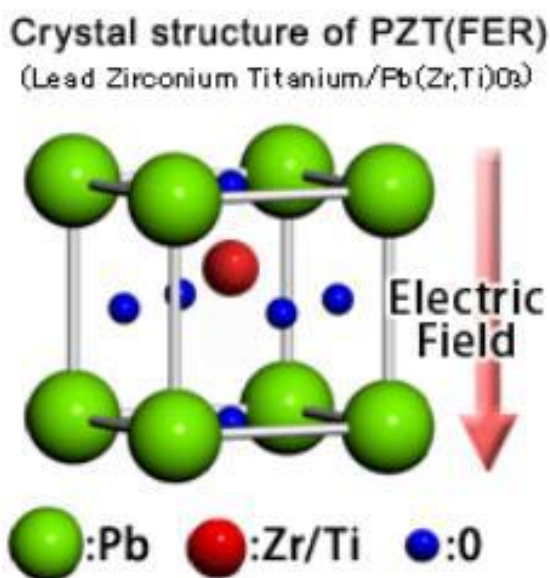
Πίνακα 2.5.

Πίνακας 2.5. Ιδιότητες άλλων κοινών πιεζοηλεκτρικών κεραμικών υλικών[16]

Chemical formula	Cryst. struct. #	T_c (°C)	K_{33}^T (pC/N)	d_{33} (pC/N)	d_{31} (pC/N)	d_{15}	k_{33}	k_{31}	k_{15}
BaTiO ₃	P	115	1700	190	-78	260	0.50	0.21	0.48
PbTiO ₃	P	470	190	56	—	68	0.45	—	—
PbNb ₂ O ₆	TB	570	225	85	9	—	0.38	>0.045	—
KNaNb ₂ O ₆	TB	420	495	127	-51	306	0.60	-0.27	-0.46
Ba _{0.4} Pb _{0.6} Nb ₂ O ₆	TB	260	1500	~220	-90	—	~0.55	~0.22	—
LiNbO ₃	C	1150	25	6	—	69	0.23	—	0.60
Na _{0.5} Bi _{0.5} Ti ₂ O ₅	B	320	300	~70	~15	—	~0.40	~0.10	—

#P: Perovskite, TB: Tungsten Bronze, C: Corundum, B: Bismuth.

2.4 Πιεζοηλεκτρικά υλικά



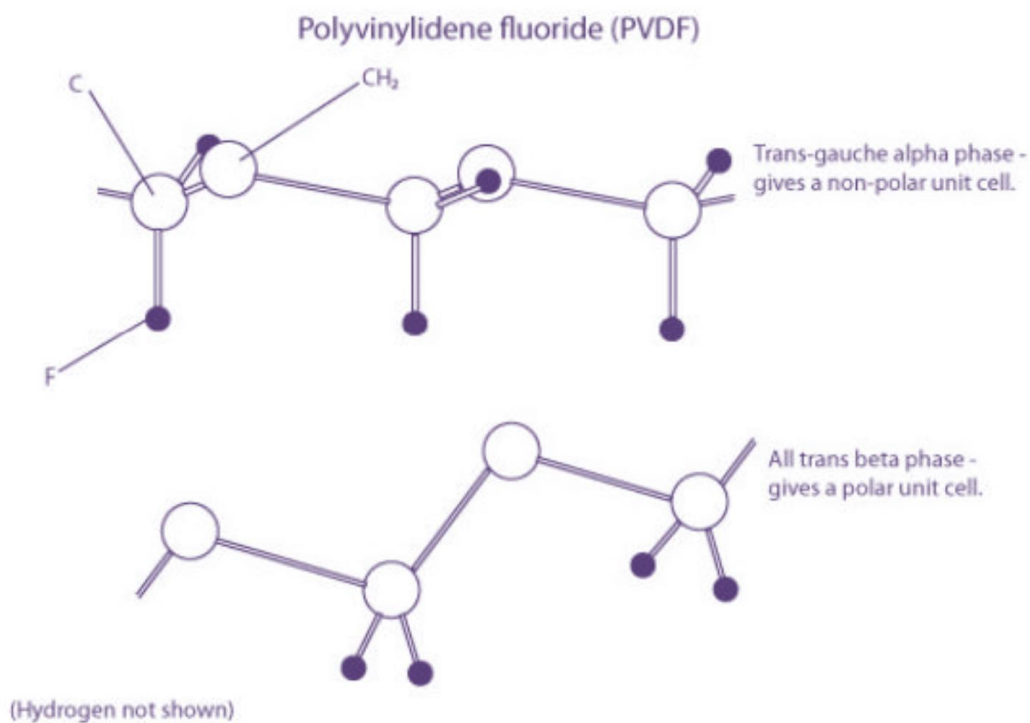
Σχήμα 2.8 Κρυσταλλική δομή ατόμου PZT

Το ευρύτερα χρησιμοποιούμενο πιεζοηλεκτρικό υλικό σήμερα είναι το PZT (lead - zirconate - titanate) λόγω της υψηλής απόδοσης ηλεκτρομηχανικής μετατροπής, των μικρών εγγενών απωλειών και των καλών ηλεκτρικών χαρακτηριστικών του, που

προέρχονται από την υψηλή διηλεκτρική σταθερά του. Το PZT έχει μεγάλη μηχανική αντοχή, μπορεί να λάβει διάφορα σχήματα και μεγέθη, μπορεί να λειτουργήσει σε θερμοκρασίες υψηλότερες των 100°C και είναι σταθερό για μεγάλα χρονικά διαστήματα. Οι ιδιότητες του μπορούν να ρυθμιστούν με την τροποποίηση της αναλογίας zirconium / titanium και την προσθήκη μικρής ποσότητας άλλων ουσιών π.χ. lanthanum. Τα μειονεκτήματα του είναι η μεγάλη ακουστική εμπέδηση (30 MRayls) σε σύγκριση με εκείνη του αέρα (415 Rayls) και η ύπαρξη δευτερογενών λοβών. Η χρήση στρωμάτων ακουστικής σύζευξης (acoustic matching layers) μπορούν να μειώσουν την επίδραση των παραπάνω φαινομένων. Άλλα υλικά που χρησιμοποιούνται είναι το BPT (barium lead titanate), το BPZ (barium lead zirconate), το PVDF (polyvinylidene difluoride) και το PMN (lead magnesium niobate).

Αισθητήρες PVDF

Το PVDF είναι ένα πολυμερές που αποτελείται από μακριές αλυσίδες του επαναλαμβανόμενου μονομερούς (-CH₂-CF₂-). Τα άτομα υδρογόνου είναι θετικά φορτισμένα και τα άτομα fluorine αρνητικά σε αντιστοιχία με τα άτομα carbon και αυτό αφήνει κάθε στοιχειώδες μονομερές με μια κληρονομημένη διπολική ροπή. Το φιλμ παράγεται με στερεοποίησή του από τηγμένη κατάσταση, το οποίο τότε διαμορφώνεται σε μια συγκεκριμένη κατεύθυνση και τελικά πολώνεται. Στην υγρή φάση, οι μεμονωμένες πολυμερείς αλυσίδες είναι ελεύθερες να πάρουν οποιονδήποτε προσανατολισμό και έτσι ένας δεδομένος όγκος υγρού δεν έχει συνολική ροπή. Μετά την στερεοποίηση και προσανατολισμό του φιλμ οι πολυμερείς αλυσίδες είναι κατά βάση ευθυγραμμισμένες στη φορά που τους δίνεται. Αυτό σε συνδυασμό με την πόλωση προσδίδει στο φιλμ μόνιμη διπολική ροπή και πλέον συμπεριφέρεται σαν πιεζοηλεκτρικό υλικό. **(Σχήμα 2.8)** Η διαδικασία που προσανατολίζει τις πολυμερείς αλυσίδες σε συγκεκριμένη κατεύθυνση καθιστά το υλικό πιεζοηλεκτρικά ορθοτροπικό το οποίο σημαίνει $d_{31}=d_{32}$. Η κατεύθυνση της επιμήκυνσης θεωρείται η 1. Για μικρές καταπονήσεις u_{964} το υλικό θεωρείται μηχανικά ιστροπικό.



Σχήμα 2.9: Άτομο PVDF πριν και μετά την πόλωση.

Το Young module των PZT υλικών είναι συγκρίσιμο με αυτό του αλουμινίου ενώ του PVDF είναι το 1/12 του αλουμινίου. Έτσι είναι πιο κατάλληλο για εφαρμογές αισθητήρων αφού είναι λιγότερο πιθανό να επηρεαστεί η δυναμική της δομής. Είναι επίσης πολύ εύκολο να σχηματιστεί το PVDF φιλμ σε όποια επιθυμητή κατεύθυνση. Αυτά τα χαρακτηριστικά το κάνουν πιο ελκυστικό για εφαρμογές αισθητήρων σε σύγκριση με τα PZT, παρά τους χαμηλότερους συντελεστές (1/10 των PZT). Επίσης το PVDF είναι πυροηλεκτρικό και αυτό σημαίνει λειτουργία υψηλά εξαρτώμενη από την θερμοκρασία σε σχέση με τους αισθητήρες PZT.

Τα προαναφερθέντα υλικά παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά ανάλογα με την συχνότητα και την εφαρμοζόμενη σε αυτά πίεση. Για την ακρίβεια υπάρχει περιοχή συχνοτήτων όπου η απόκριση στην πίεση είναι σχεδόν γραμμική. Όταν πλησιάζουμε τις συχνότητες μηχανικού συντονισμού υπάρχει πολύ οξύς συντονισμός του κρυστάλλου και η απόκριση είναι μία πολύ οξεία καμπύλη. Στην γραμμική περιοχή χρησιμοποιούνται ως αισθητήρες πίεσης και σπανίως για μετατόπιση. Στην περιοχή συντονισμού χρησιμοποιούνται ως ταλαντωτές σε ηλεκτρονικά κυκλώματα και ως αισθητήρες (δέκτες ή πομποί) για υπερήχους. [10],[14].

Παραδείγματα υλικών με πιεζοηλεκτρικές ιδιότητες είναι ο χαλαζίας (SiO_2) (Εικόνα 2.8), το αλάτι Rochelle ή Seignette (τρυγικό καλιονάτριο, $\text{NaKC}_4\text{H}_4\text{O}_6 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), το ADP (δισόξινο φωσφορικό αμμώνιο, $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$), το ένυδρο θειικό λίθιο, ($\text{LiSO}_4 \cdot \text{H}_2\text{O}$), ο τουρμαλίνης, (Εικόνα 2.9) το συνθετικό πολυμερές PVDF (polyvinylidene difluoride), κτλ.



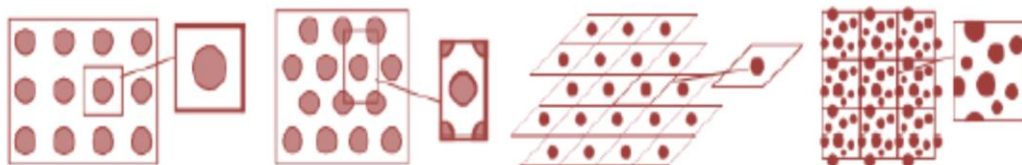
Εικόνα 2.2. Χαλαζίας (SiO_2) [17]



Εικόνα 2.3 Τουρμαλίνης, [18]

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ



Σχ.3.1 Μοναδιαία κελιά για τετράγωνη, εξάγωνη και τυχαία διάταξη ινών.

Ομογενοποίηση είναι η μετατροπή ενός ετερογενούς υλικού σε ισοδύναμο «φαινομενικά» ομοιογενές.

3.0 Εισαγωγή

Όπως αναφέρθηκε και στα προηγούμενα κεφάλαια, η τεχνολογική ανάπτυξη έχει επιτευχθεί παράλληλα με την αυξημένη χρήση των σύνθετων υλικών στη βιομηχανία. Εφόσον τα υλικά έχουν διαφορετικές ιδιότητες, είναι λογικό να χρησιμοποιούνται οι «καλές» ιδιότητες για κάθε συστατικό, χρησιμοποιώντας τον κατάλληλο συνδυασμό αυτών. Η περαιτέρω ανάπτυξη των μη μεταλλικών σύνθετων, έχει προσελκύσει την προσοχή επιστημόνων και μηχανικών σε διάφορα πεδία. Εκτός από την σημαντική χαμηλή αναλογία αντοχής-βάρους, μερικά σύνθετα επωφελούνται και από άλλες επιθυμητές ιδιότητες όπως διάβρωση και θερμική αντίσταση, ανθεκτικότητα, χαμηλότερο κόστος κ.α.

Η μαθηματική θεωρία της ομογενοποίησης που αναπτύχθηκε από τη δεκαετία του 40, χρησιμοποιείται ως εναλλακτική προσέγγιση εύρεσης των φαινομένων ιδιοτήτων, των ισοδύναμων ομογενοποιημένων υλικών. Αυτή η θεωρία μπορεί να εφαρμοστεί σε αρκετά πεδία της φυσικής και της μηχανικής, που έχουν ετερογενή συνεχή υλικά όπως μεταφορά θερμότητας, ροή υγρών σε πορώδη υλικά ή για παράδειγμα ο ηλεκτρομαγνητισμός στα σύνθετα. Στην πραγματικότητα η υπόθεση του συνεχούς μέσου στη μηχανική και τη φυσική, μπορεί να θεωρηθεί ως ένα είδος ομογενοποίησης, καθώς τα υλικά αποτελούνται από άτομα και μόρια.

Από την πλευρά των μαθηματικών η θεωρία της ομογενοποίησης είναι μια οριακή θεωρία που χρησιμοποιεί την ασυμπτωτική επέκταση, και την υπόθεση της περιοδικότητας για να αντικαταστήσει τις διαφορικές εξισώσεις με ταχέως

ταλαντούμενους συντελεστές, με διαφορετικές εξισώσεις που οι συντελεστές είναι συνεχείς, ή αργά διαφοροποιούμενοι με τέτοιο τρόπο που οι λύσεις να είναι κοντά στις αρχικές εξισώσεις. Με αυτή τη μέθοδο μπορούν πιθανώς να προβλεφθούν οι τοπικές και οι συνολικές ιδιότητες των συνθέτων.[19]

Η θεωρία της ομογενοποίησης είναι το θεμέλιο της μηχανικής των σύνθετων υλικών. Αυτό το κεφάλαιο παρουσιάζει μια σύντομη ανασκόπηση της θεωρίας, εστιάζοντας στις βασικές παραδοχές των **ενισχυμένων με ίνες σύνθετα**. Αν και η θεωρία της ομογενοποίησης έχει επίσης εφαρμοστεί σε συστήματα που έχουν χρονοεξαρτώμενα ή και μη γραμμικά χαρακτηριστικά η παρούσα περιορίζεται στα γραμμικά ελαστικά συστήματα.[20]

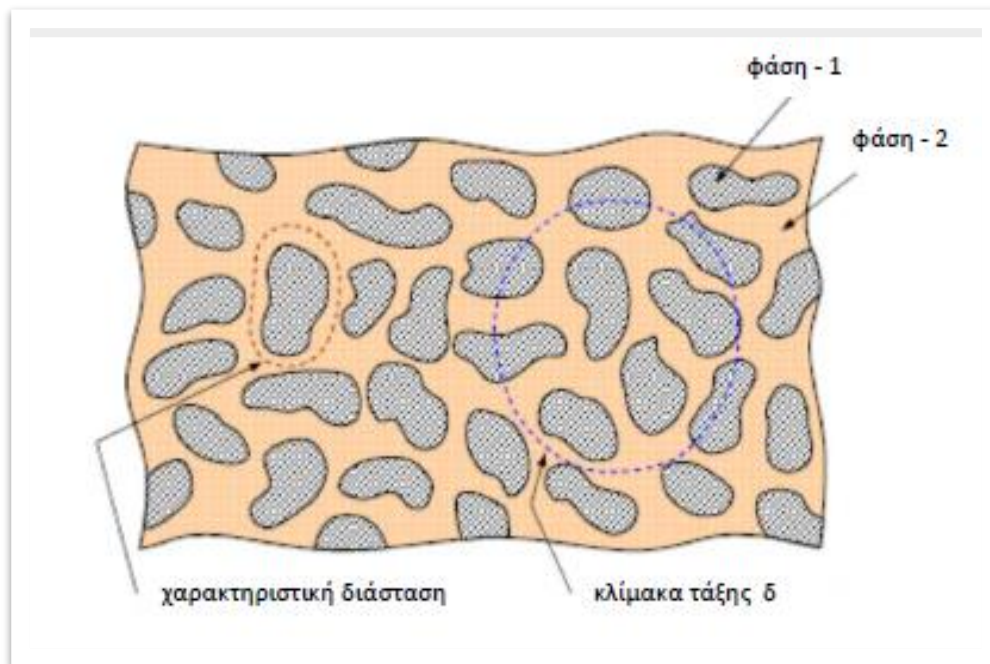
3.1 Η Έννοια της Ομογενοποίησης

Σε μικροσκοπική κλίμακα, όλα τα υλικά είναι ετερογενή, ακόμη και τα υλικά που ονομάζουμε ομοιογενή. Σε αυτό το επίπεδο παρατήρησης, η περιγραφή της μηχανικής συμπεριφοράς συνηθισμένων υλικών δεν μπορεί να επιτευχθεί. Για να ξεπεραστεί η δυσκολία αυτή, εισάγεται η υπόθεση της συνέχειας ενός υλικού. Η υπόθεση αυτή βασίζεται στην έννοια των στατιστικών μέσων όρων και αποτελεί μια εξιδανίκευση της πραγματικής σύστασης του υλικού που εξετάζεται. Συνέπεια της υπόθεσης της συνέχειας είναι η έννοια της ομοιογένειας. Ένα ομοιογενές υλικό χαρακτηρίζεται από ιδιότητες οι οποίες είναι ίδιες σε κάθε σημείο του υλικού.

Στο μακροσκοπικό επίπεδο, ο χαρακτήρας της ετερογένειας εμφανίζεται κάθε φορά που οι φυσικές ή μηχανικές ιδιότητες ενός υλικού είναι ασυνεχείς συναρτήσεις της θέσης μέσα στο υλικό. Στην περίπτωση των σύνθετων υλικών, οι ιδιότητες του υλικού μεταβάλλονται με ασυνεχή τρόπο στη διεπιφάνεια μεταξύ των διαφόρων φάσεων του υλικού, ενώ το υλικό της κάθε φάσης θεωρείται ομοιογενές.

Στην περίπτωση που μια φάση-1 διασκορπίζεται στη φάση-2, υπάρχει γενικά μια χαρακτηριστική διάσταση ετερογένειας. Για παράδειγμα, στα σύνθετα υλικά που ενισχύονται με παράλληλες δέσμες ινών, η διάσταση αυτή είναι ο μέσος όρος της απόστασης μεταξύ των παράλληλων ινών.(Σχ.3.2)

Επιπλέον, υπάρχει και μια κλίμακα τάξης στην οποία οι ιδιότητες του υλικού μπορούν να προσεγγισθούν ικανοποιητικά, με την έννοια του μέσου όρου. Αυτό σημαίνει, ότι στην περίπτωση που οι ιδιότητες του υλικού μελετώνται σε τμήματα του υλικού μεγέθους δ , οι μετρούμενες τιμές τους θα πρέπει να είναι ανεξάρτητες από την θέση του τμήματος μέσα στο υλικό.



Σχ.3.2 Ομογενοποίηση ενός ετερογενούς υλικού [21]

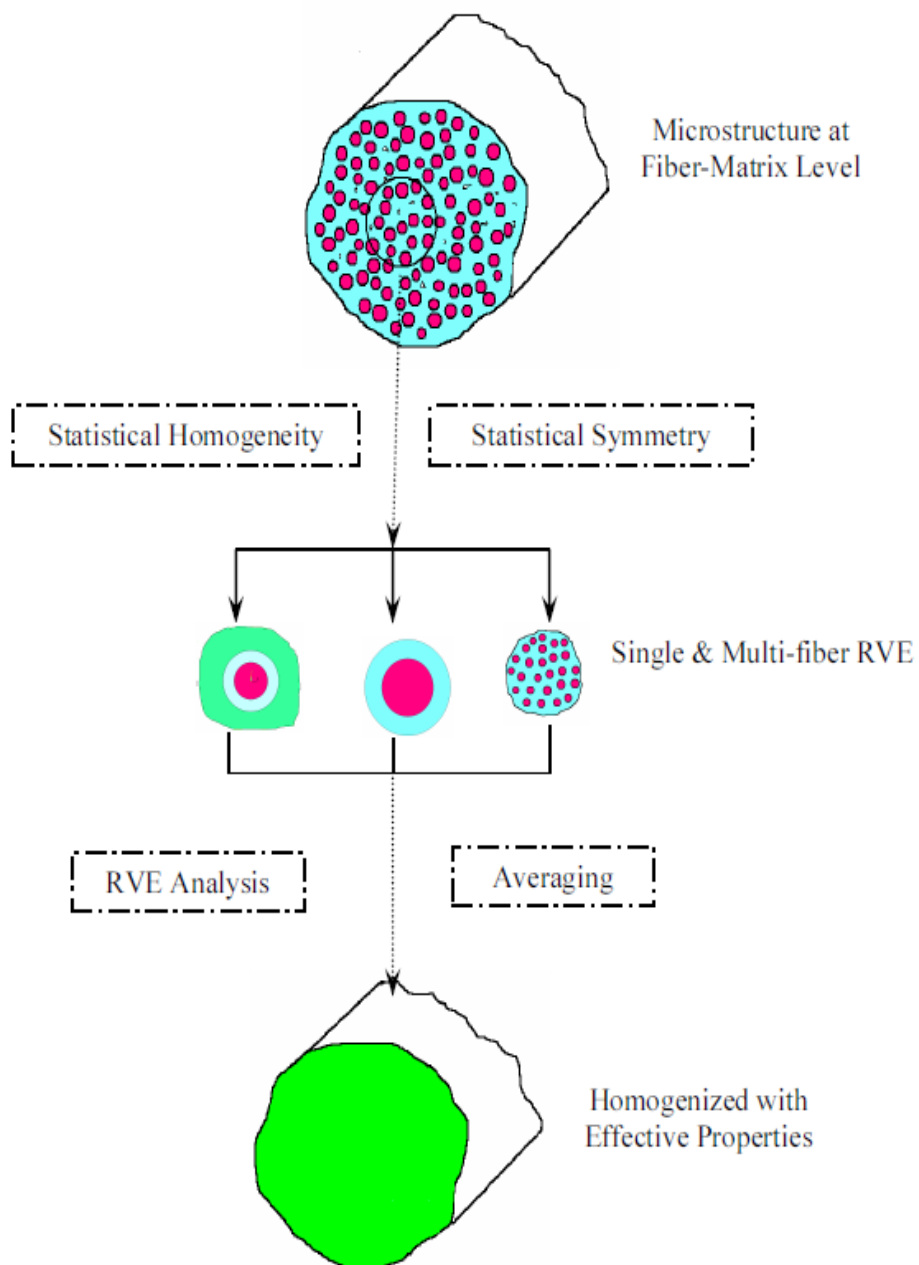
Με την έννοια αυτή το υλικό μπορεί να θεωρείται «φαινομενικά» ομοιογενές με ιδιότητες που θα έχουν προσδιορισθεί στο επίπεδο της κλίμακας δ . Στην περίπτωση που μια τέτοια κλίμακα μπορεί να υπάρξει, (μια κλίμακα δηλαδή μεταξύ της κλίμακας των συστατικών και της κλίμακας του σύνθετου υλικού) λέμε ότι το **υλικό μπορεί να ομογενοποιηθεί**. Η ιδέα της μετατροπής ενός ετερογενούς υλικού σε ισοδύναμο (κατά κάποιο τρόπο) «φαινομενικά» ομοιογενές λέγεται ομογενοποίηση.

Ένας άλλος εναλλακτικός τρόπος μελέτης ετερογενών υλικών είναι η μελέτη των τμημάτων που το υλικό είναι ομοιογενές και η ανάλυση της συνέχειας των μηχανικών τάσεων και μετατοπίσεων σε κάθε διεπιφάνεια. Αν και ο τρόπος αυτός φαίνεται λογικός, είναι πρακτικά αδύνατος μέχρι σήμερα, αν πάρουμε υπόψη τον μεγάλο αριθμό των διεπιφανειών που πρέπει να μελετηθούν (μερικές χιλιάδες ή και εκατομμύρια). Παρόλα αυτά, η αύξηση της υπολογιστικής ικανότητας των μηχανών σήμερα κάνει δυνατή μια τέτοια προσέγγιση σε όλο και μικρότερη κλίμακα.[21]

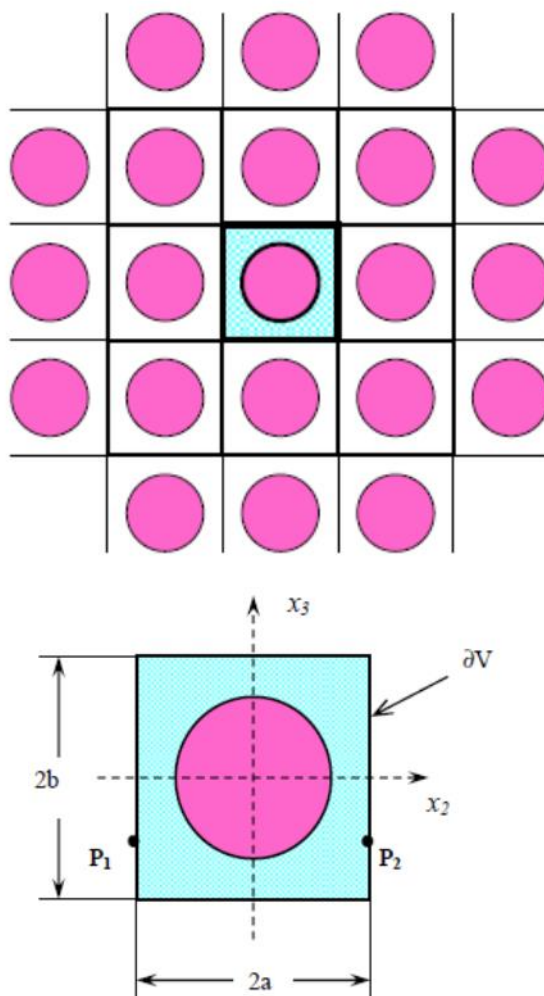
3.2 Θεμελιώδη στοιχεία ομογενοποίησης

Θεωρούμε ένα στοιχειώδες μονής κατεύθυνσης ενισχυμένο με ίνες (UD) σύνθετο (σχήμα 3.4). Αυτό αποτελείται από ένα υλικό μήτρας στο οποίο έχουν ενσωματωθεί συνεχείς ευθυγραμμισμένες ίνες. Έτσι στην κλίμακα ίνας-μήτρας μπορεί

να περιγραφεί μια ξεχωριστή υλική και γεωμετρική δομή. Στις περισσότερες εφαρμογές της μηχανικής, το σύνθετο θεωρείται ότι είναι στατιστικά ομογενές υλικό με μία κεντρική υλική συμμετρία.



Σχ. 3.3 Διαδικασία ομογενοποίησης σύνθετου [20]



Σχ. 3.4 UD σύνθετο με περιοδική διάταξη και μοναδιαίο κελί [20]

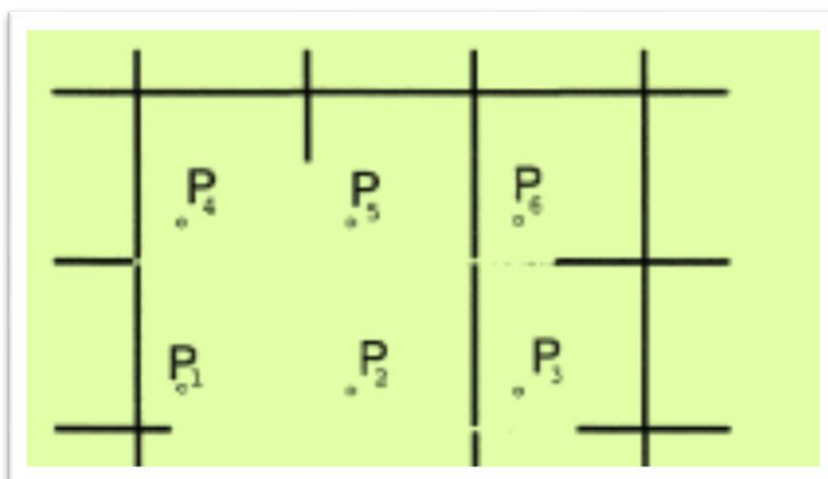
3.3 Περιοδικότητα και συμμετρία των υλικών

Οι ιδιότητες ενός συνθέτου είναι διαφορετικές από αυτές των συστατικών του. Ένα κυψελοειδές σώμα μπορεί να θεωρηθεί ως μια απλή περίπτωση συνθέτου, συγκροτούμενη από στερεά και κενά. Το σύνθετο αυτό παρουσιάζει κανονική ή σχεδόν κανονική δομή και έχει ετερογένειες, οι οποίες εμφανίζουν μία περιοδικότητα στη δομή τους. Συγκρινόμενο με τις διαστάσεις του σώματος, το μέγεθος των ετερογενειών πρέπει να είναι πολύ μικρό. Αυτοί οι τύποι των υλικών ονομάζονται σύνθετα με περιοδικές μικροδομές. Ένα ετερογενές μέσο θεωρείται ότι έχει μια κανονική περιοδικότητα, εάν οι συναρτήσεις, που υποδηλώνουν κάποιες φυσικές ποσότητες του μέσου –είτε γεωμετρικά είτε κάποια άλλα χαρακτηριστικά- έχουν την ακόλουθη ιδιότητα: $F(x+NY)=F(x)$, όπου $x=[x_1, x_2, x_3]^T$ είναι το διάνυσμα θέσης του σημείου, N είναι πίνακας 3×3 της μορφής:

$$N = \begin{bmatrix} n_1 & 0 & 0 \\ 0 & n_2 & 0 \\ 0 & 0 & n_3 \end{bmatrix}$$

Όπου n_1, n_2, n_3 είναι αυθαίρετοι ακέραιοι αριθμοί και $Y=[Y_1, Y_2, Y_3]^T$ είναι ένα σταθερό διάνυσμα που προσδιορίζει την περίοδο της κατασκευής και F μπορεί να είναι μια συνάρτηση θέσης του διανύσματος x . Για παράδειγμα σε ένα σύνθετο αποτελούμενο από ένα περιοδικά επαναλαμβανόμενο κελί Y , η μηχανική του συμπεριφορά περιγράφεται από καταστατικές σχέσεις της μορφής: $\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$ και ο τανυστής C_{ijkl} είναι μια περιοδική συνάρτηση των χωρικών συντεταγμένων x , οπότε ισχύει: $C_{ijkl}(x+NY) = C_{ijkl}(x)$ ή

$C_{ijkl}(x_1+n_1Y_1, x_2+n_2Y_2, x_3+n_3Y_3) = C_{ijkl}(x_1, x_2, x_3)$ ονομάζεται Y περιοδικό (Σχ.3.5)



Σχήμα 3.5 Η περιοδικότητα προϋποθέτει ότι οι λειτουργίες έχουν ίσες τιμές στα σημεία P_1, P_2, \dots, P_n .[19]

Η συμμετρία των υλικών είναι μια ακόμη υπόθεση, που πρέπει να γίνει. Για ινώδη σύνθετα η συμμετρία συχνά συμπεραίνεται από τα υλικά και γεωμετρικά χαρακτηριστικά στην κλίμακα ίνας – μήτρας. Για σύστημα UD τρεις τύποι συμμετρίας υπολογίζονται συνήθως ανάλογα με τα σχήματα της ίνας ή τα μητρώα των ινών. Ονομαστικά η ορθοτροπία συμπεραίνεται για ένα ορθογώνιο μητρώο ίνας. Τετραγωνική συμμετρία υποτίθεται για τετραγωνικό πίνακα. Εγκάρσια ισοτροπία υποτίθεται για εξαγωνικό μητρώο ή για ένα εντελώς τυχαίο μητρώο.

Η υπόθεση της συμμετρίας, έχει αποτέλεσμα να ελαχιστοποιήσουν τον αριθμό των απευθείας εξαρτημένων ιδιοτήτων για τα ομογενοποιημένα σύνθετα. Για γραμμικά

ελαστικά στερεά, πλήρης ανισοτροπία απαιτεί 21 ανεξάρτητες σταθερές, η ορθοτροπική απαιτεί 9 ανεξάρτητες σταθερές, η τετραγωνική συμμετρία απαιτεί 6 ανεξάρτητες σταθερές και η εγκάρσια ισοτροπική συμμετρία, απαιτεί 5 ανεξάρτητες σταθερές.[19]

3.4 Αντιπροσωπευτικός όγκος στοιχείου (Representative Volume Element)

Με βάση την ιδέα της ομογενοποίησης, είναι δυνατό να περιγραφούν οι ομογενοποιημένες μηχανικές ιδιότητες ενός ετερογενούς υλικού. Οι ιδιότητες αυτές προσδιορίζονται πρώτα για ένα στοιχείο όγκου V του υλικού με μέγεθος δ , που ονομάζεται αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου (Representative Volume Element).

Η εγκυρότητα των υποθέσεων της ομογενοποίησης και της συμμετρίας, εξαρτάται από τη λεπτομερή μικροδομή στην κλίμακα ίνας – μήτρας, δηλαδή την επιλογή του RVE. Η **Εικόνα 3.6.α** δείχνει μια μεγεθυμένη τομή από ένα UD σύνθετο γραφίτη-εποξειδικού. Πάνω από την τομή, το μέσο περιεχόμενο όγκου μήτρας V_f είναι 0,71. Σε αυτήν την κλίμακα οι ίνες δεν είναι κατανεμημένες ομοιόμορφα. Η τοπική τιμή των V_f , μπορεί να ποικίλει από το μέγεθος και την τοποθεσία του όγκου του δείγματος επί του οποίου το V_f υπολογίζεται.

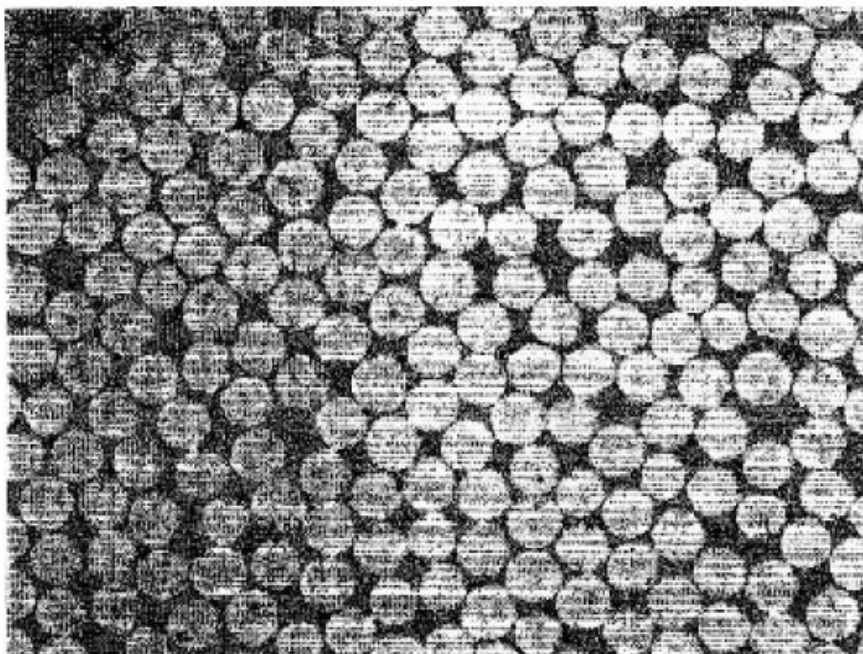
Το **σχ.3.6(b)** δείχνει την εξάρτηση του V_f από το μέγεθος του όγκου δείγματος. Οι τιμές του V_f ποικίλλουν αρκετά όταν το στοιχείο είναι μικρό. Η διασπορά μειώνεται όσο αυξάνεται ο όγκος δείγματος. Σε αυτή την περίπτωση το V_f συγκλίνει προς το 0,71, όταν ο όγκος του δείγματος προσεγγίζει το μέγεθος που περιέχει 25 ή περισσότερες ίνες.

Στη θεωρία της ομογενοποίησης το V_f είναι η κομβική παράμετρος στην οποία βασίζονται οι άλλες παράμετροι. Καταρχήν λείπουν, ο ελάχιστος όγκος δείγματος πάνω από τον οποίο είναι ανεξάρτητο από τη θέση του δείγματος πρέπει να θεωρείται ως ο RVE. Η ύπαρξη συμμετρίας του υλικού, στον επιλεγμένο RVE εξαρτάται από τις λεπτομέρειες της τοποθέτησης της ίνας όπως και το μέγεθος του δείγματος.

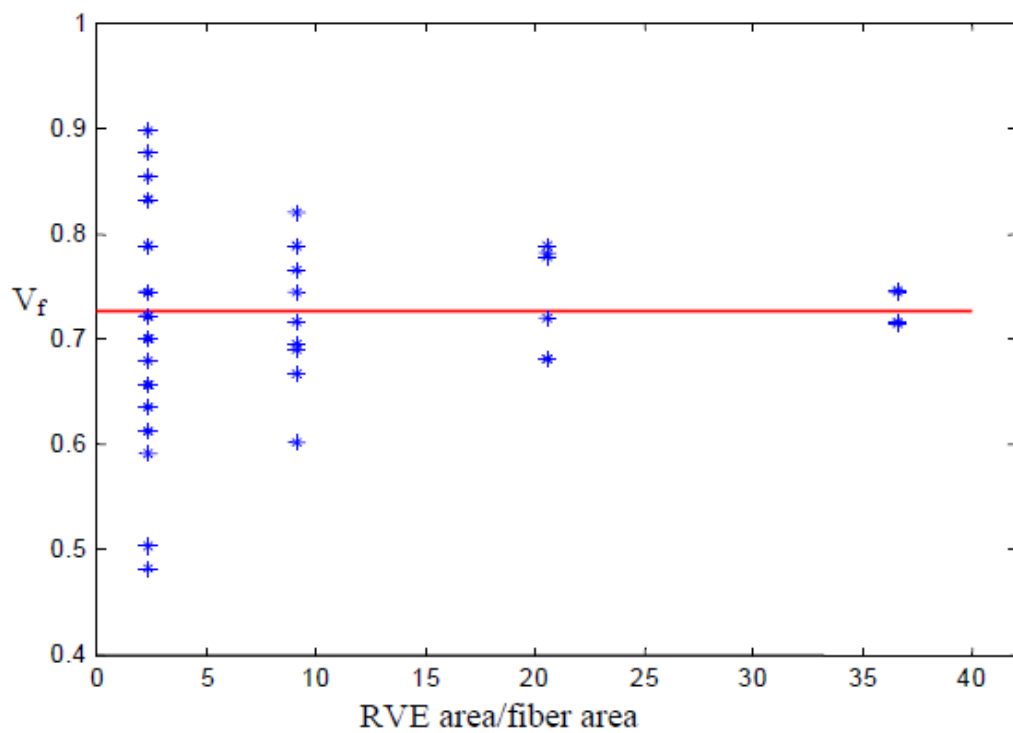
Για το σύνθετο που φαίνεται στο **σχ.3.6α**, η τοποθέτηση της ίνας είναι τυχαία, εδώ μια εγκάρσια ισοτροπία μπορεί να υποθεθεί για παράδειγμα, μια ισοτροπία υλικών στην τομή του σύνθετου, μπορεί να υπάρξει, μιλώντας στατιστικά. Για να επιβεβαιώσουμε αυτήν την υπόθεση, θα πάρουμε τυχαία ένα κυκλικό δείγμα από την τομή των συνθέτων ακτίνας $3d_f$ (d_f είναι η διάμετρος της ίνας). Το δείγμα θα περιέχει 20 ίνες. Ένα τοπικό x-y σύστημα συντεταγμένων, τοποθετείται στο κέντρο του κύκλου. Το πρώτο και δεύτερο σημείο περιοχής, από τις τομές της ίνας υπολογίζονται. Για

ισοτροπική συμμετρία, όλα τα πρώτα σημεία πρέπει να εξαφανιστούν και τα δεύτερα σημεία (σημεία αδράνειας), επιπλέον αυτές οι συνθήκες πρέπει να ισχύουν για κάθε τυχαία περιστροφή του x-y πλαισίου στο επίπεδο της τομής. Το σχ. 3.6c δείχνει υπολογισμένα τα δεύτερα σημεία I_{xx} , I_{yy} και I_{xy} κατά την περιστροφή του x-y για γωνία 0 έως 2π .

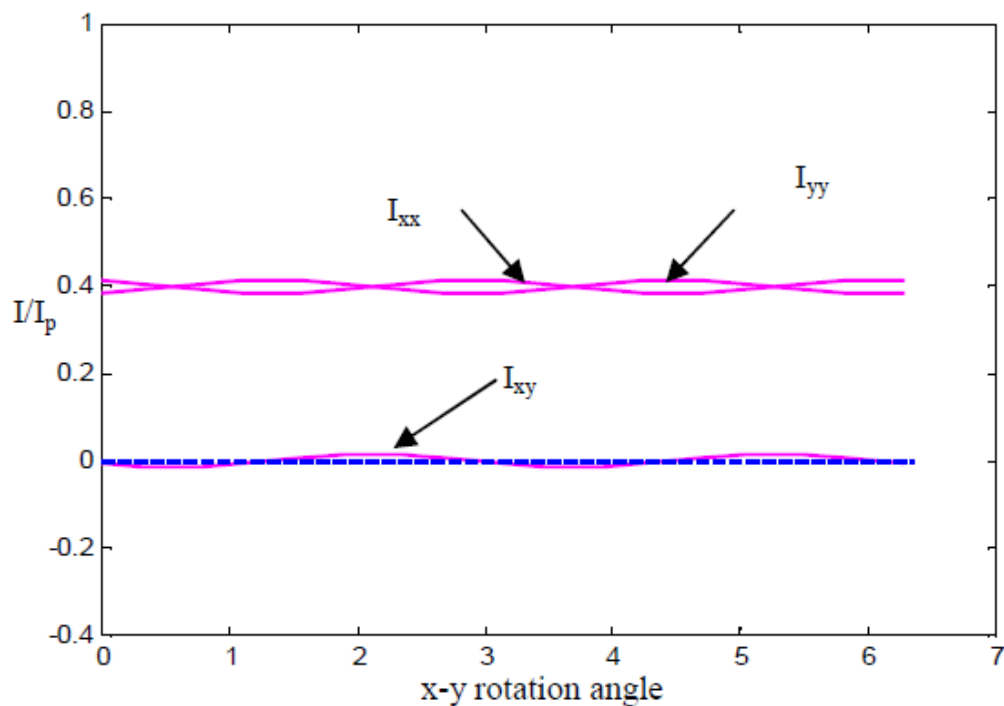
Σε αυτήν την περίπτωση, για επίπεδη ισοτροπία οι συνθήκες επιτυγχάνονται, για δείγμα που περιέχει 20 ή περισσότερες ίνες / ανταποκρίνεται βασισμένο στα παραπάνω, ένα κανονικό RVE περιέχει 25 ίνες ή περισσότερες στη στατιστική ομογενοποίηση και στις απαιτήσεις για εγκάρσια ισοτροπία. Κάθε RVE μεγέθους μικρότερου από αυτό, δεν ανταποκρίνεται στις απαιτήσεις.



(a)



(b)



(c)

Σχ.3.6 UD σύνθετο γραφίτη-εποξειδικού (α) εγκάρσια τομή (b) εξάρτηση του V_f από το μέγεθος του όγκου δείγματος (c) I_{xx} , I_{yy} και I_{xy} κατά την περιστροφή του x-y για γωνία 0 έως 2π .

3.5 Υλικές Σταθερές Ομογενοποιημένου Υλικού

Οι μέσες τιμές των μηχανικών τάσεων και τροπών που αναπτύσσονται σ' αυτό το αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου (RVE), υπολογίζονται από τις σχέσεις

$$\bar{\sigma}_i = \frac{1}{V} \int_V \sigma_i(x_k) dV, \quad i=1,2,\dots,6$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_i(x_k) dV, \quad i=1,2,\dots,6$$

όπου σ_i και ε_i είναι τα στοιχεία του τανυστή των τάσεων και των τροπών στο σημείο x_k . Τα στοιχεία του «ενεργού» πίνακα ακαμψίας C και του «ενεργού» πίνακα ευκαμψίας S υπολογίζονται από τις σχέσεις

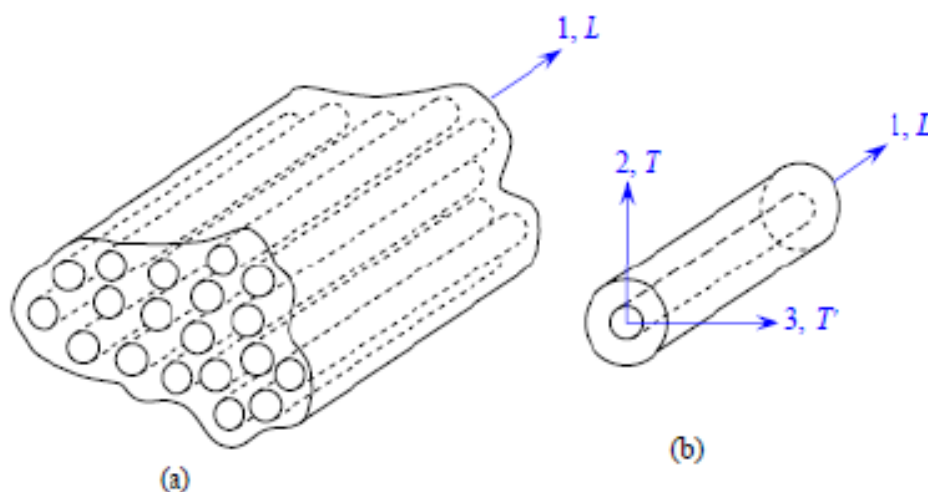
$$\bar{\sigma}_i = C_{ij} \bar{\varepsilon}_j, \quad i, j=1,2,\dots,6,$$

$$\bar{\varepsilon}_i = S_{ij} \bar{\sigma}_j, \quad i, j=1,2,\dots,6.$$

Επομένως, για τον προσδιορισμό των υλικών σταθερών ενός ομογενοποιημένου ετερογενούς υλικού, είναι αναγκαίος πρώτα ο υπολογισμός των μέσων τάσεων και τροπών σε ένα αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου του υλικού (με τη βοήθεια και των επιβαλλόμενων συνοριακών συνθηκών για τις μηχανικές τάσεις και τροπές στο σύνορο του αντιπροσωπευτικού όγκου) και στη συνέχεια ο υπολογισμός των στοιχείων του «ενεργού» πίνακα ακαμψίας και του «ενεργού» πίνακα ευκαμψίας. Αν και η διαδικασία αυτή φαίνεται απλή, στη πράξη το πρόβλημα είναι αρκετά σύνθετο αφού απαιτείται πρώτα ο ακριβής προσδιορισμός του πεδίου των τάσεων $\sigma_i(x_k)$ και των τροπών $\varepsilon_i(x_k)$ σε κάθε σημείο του ετερογενούς υλικού. Ακριβής λύση στο πρόβλημα αυτό μπορεί να προκύψει μόνο στην περίπτωση απλών και ιδανικών γεωμετρικών μοντέλων για τη δομή του ετερογενούς υλικού, τα οποία όμως τις περισσότερες φορές δεν περιγράφουν ικανοποιητικά την πραγματικότητα.

3.6 Ο νόμος του Hooke για σύνθετα υλικά με ίνες ενιαίας κατεύθυνσης

Ένα σύνθετο υλικό με ίνες ενιαίας κατεύθυνσης αποτελείται από μια δέσμη παράλληλων ινών ενίσχυσης τοποθετημένων σε μήτρα συνδετικού υλικού (Σχήμα3.7a). Αυτή η βασική δομή περιγράφει τη μορφή των περισσότερων ινοπλισμένων σύνθετων υλικών. Σε μια πρώτη προσέγγιση, ως αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου ενός τέτοιου υλικού θα μπορούσε να θεωρηθεί ένας κύλινδρος κυκλικής ή εξαγωνικής βάσης με συνδετικό υλικό και μια ίνα ενίσχυσης παράλληλη με το άξονα του κυλίνδρου (Σχήμα3.7.b).



Σχήμα 3.7 Σύνθετο υλικό με ίνες ενιαίας κατεύθυνσης

Ο άξονας του κυλίνδρου ταυτίζεται με τον άξονα-1. Η διεύθυνση των ινών λέγεται διαμήκης διεύθυνση (Longitudinal direction). Επειδή η διεύθυνση των ινών ταυτίζεται με τον άξονα του κυλίνδρου, ο άξονας-1 λέγεται και άξονας-L. Κάθε διεύθυνση κάθετη στη διεύθυνση των ινών λέγεται εγκάρσια διεύθυνση (Transverse direction). Το σύνθετο υλικό θεωρείται υλικό εγκαρσίως ισότροπο, με επίπεδο ισοτροπίας κάθετο στον άξονα-1. Το επίπεδο αυτό συμβολίζεται ως (1-2) - επίπεδο ή (T-T')- επίπεδο.

Συνεπώς, ο νόμος του Hooke για τα υλικά αυτά θα πρέπει να έχει τη (ευθεία)

μορφή με 5 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές $C_{11}, C_{12}, C_{22}, C_{23}, C_{66}$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2(C_{22} - C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix}$$

ή την αντίστροφη μορφή

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \epsilon_4 \\ \epsilon_5 \\ \epsilon_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix}$$

με 5 ανεξάρτητες ελαστικές σταθερές.[21]

$S_{11}, S_{12}, S_{22}, S_{23}, S_{66}$

3.7 Νόμος της σύνθεσης (Rule –of- Mixture)

Ο «νόμος τη σύνθεσης» (rule of mixtures) εκφράζει τα ποσοστά συμμετοχής του συνδετικού υλικού (μήτρα) και των ινών ενίσχυσης στη δημιουργία του σύνθετου υλικού και είναι χρήσιμος στον προσδιορισμό των μηχανικών ιδιοτήτων του υλικού.

- **Λόγοι όγκου**

Σε ένα αντιπροσωπευτικό στοιχείο όγκου του σύνθετου υλικού, ορίζονται:

v_c : Ο συνολικός όγκος του δοκίμιου

v_m : Ο όγκος της μήτρας στο δοκίμιο

v_f : Ο όγκος των ινών στο δοκίμιο

Προφανώς, ισχύει: $v_m + v_f = v_c$

Ορίζονται ακόμα οι αδιάστατες ποσότητες:

V_f : λόγος όγκου των ινών (fiber volume fraction) v_f/v_c

V_m : λόγος όγκου της μήτρας (matrix volume fraction) v_m/v_c

Εύκολα αποδεικνύεται ότι για τα μεγέθη αυτά ισχύει:

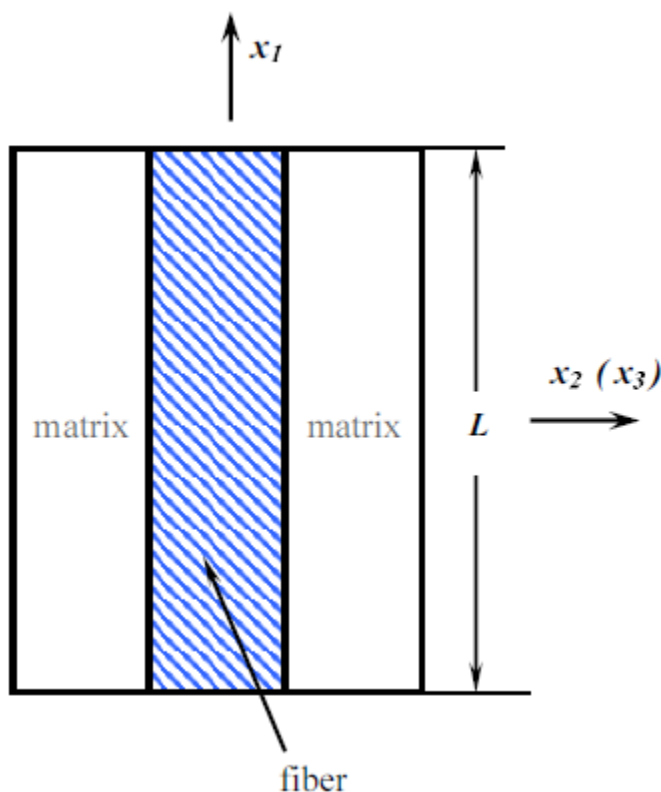
$$V_m + V_f = 1$$

Η παραπάνω σχέση εκφράζει το νόμο της σύνθεσης ενός σύνθετου υλικού, με όρους όγκων των συστατικών του.

Ο νόμος της σύνθεσης μίγματος είναι ένα μοντέλο προερχόμενο από μηχανισμούς προσέγγισης, ενσωματώνοντας διάφορες απλουστευτικές υποθέσεις, σχετικά με τη μηχανική συμπεριφορά των συνθέτων. Ένα τυπικό RVE αποτελείται μόνο από την ίνα και την μήτρα. Η αναπαράσταση στο Σχ.3.8 είναι εφαρμόσιμη για τα επίπεδα X_1-X_2 και X_1-X_3 και ισχύει για εγκάρσια ισότροπη συμμετρία. Η μόνη γεωμετρική παράμετρος που ορίζει την μικροδομή του RVE, είναι το κλάσμα όγκου των ινών V_f .

Η ακριβής τοποθέτηση των ινών στο εγκάρσιο επίπεδο X_2-X_3 είναι αμελητέα. Με βάση αυτό το RVE, μπορούν να προβλεφθούν τέσσερις ελαστικές σταθερές E_{11} , E_{22} , ν_{12} και G_{12} . Οι σχετικές οριακές συνθήκες στο RVE είναι (α) μια αξονική επιμήκυνση στη διεύθυνση της ίνας (β) μια εγκάρσια τάση σ_2 στον άξονα της ίνας και (γ) μια διατμητική τάση τ_{12} . Από την περίπτωση (α) προκύπτουν το διαμήκες μέτρο ελαστικότητας του Young E_{11} και τον αξονικό λόγο Poisson ν_{12} .

$E_{11} = E_f V_f + E_m V_m = E_f V_f + E_m (1 - V_f)$, $\nu_{11} = \nu_f V_f + \nu_m V_m = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f)$
όπου E_f και E_m τα μέτρα ελαστικότητας της ίνας και της μήτρας αντίστοιχα, ν_f , ν_m ο λόγος Poisson της ίνας και της μήτρας αντίστοιχα. [20],[21]



Σχ. 3.8 RVE στο μοντέλο του νόμου της σύνθεσης [20]

Τα μοντέλα ομογενοποίησης βρίσκουν εφαρμογή σε μια σειρά προβλημάτων με σημαντικό τεχνολογικό ενδιαφέρον όπως είναι η μελέτη και βελτιστοποίηση των ιδιοτήτων σύνθετων υλικών, η περιγραφή της ομογενοποιημένης συμπεριφοράς τους στα πλαίσια αναλύσεων προβλημάτων δομικών εφαρμογών και ο προσδιορισμός των κρίσιμων συνθηκών υπό τις οποίες τα υλικά αυτά εμφανίζουν ασταθή συμπεριφορά και αστοχούν. Το φαινόμενο της αστάθειας ενός υλικού εκδηλώνεται σε μακροσκοπικό επίπεδο ως συνέπεια του ανταγωνισμού ή της συνέργειας φαινομένων σκλήρυνσης ή εξασθένησης τα οποία αναπτύσσονται σταδιακά σε μικροσκοπικό επίπεδο λόγω της εξέλιξης της μικροδομής.

Τα περισσότερα μοντέλα ομογενοποίησης χρησιμοποιούν ένα RVE με μια ίνα. Οι ποικιλίες της μονής ίνας, δεν πληρούν πάντα την απαίτηση των υποκείμενων παραδοχών της στατιστικής ομοιογένειας και της υλικής συμμετρίας. Επιπλέον η αλληλεπίδραση ίνας σε ίνα, συχνά παραλείπονται. Τα περιοδικά μοντέλα επιτρέπουν την ακριβή περιγραφή των οριακών συνθηκών στο RVE και στις αλληλεπιδράσεις ίνας σε ίνα. Αν και στο μικροπεδίο οι συντελεστές μπορούν να προσδιοριστούν με ακρίβεια, τα περιοδικά μοντέλα είναι περιορισμένα στο λεγόμενο «μοντέλο» με περιοδικές συστοιχίες. Στα πραγματικά σύνθετα η κατανομή των ινών παρουσιάζει σχεδόν πάντα ένα ορισμένο βαθμό τυχαιότητας, η περιοδικότητα δεν υπάρχει. Τα μικροπεδία σε σύνθετες δομές είναι επιθυμητά γιατί οι αστοχίες στα σύνθετα προέρχονται από τη μικροδομή.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο

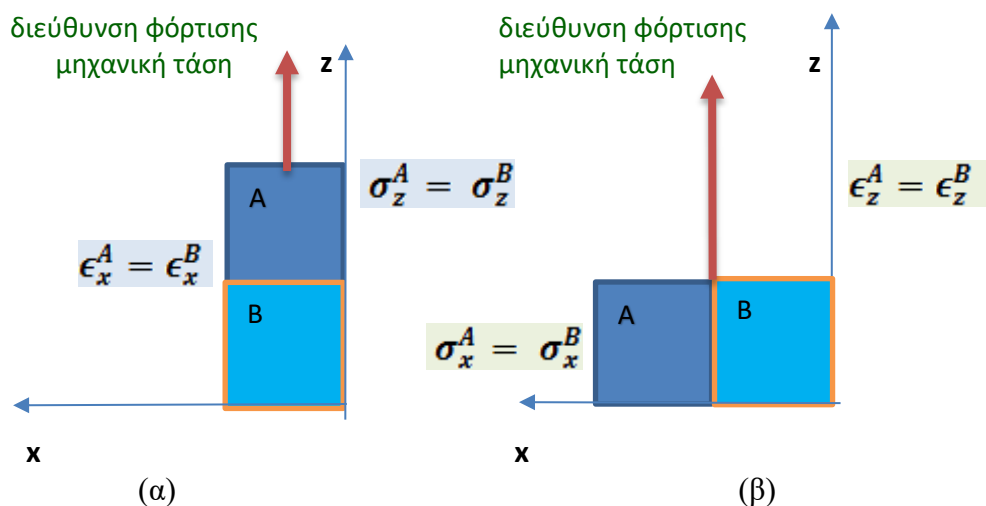
ΟΜΟΓΕΝΟΠΟΙΗΣΗ ΣΥΝΘΕΤΟΥ ΥΛΙΚΟΥ ΕΝΙΣΧΥΜΕΝΟΥ ΜΕ ΠΙΕΖΟΗΛΕΚΤΡΙΚΕΣ ΙΝΕΣ

Στην παρούσα εργασία μελετάται ένα σύνθετο υλικό που αποτελείται από μια πολυμερική μήτρα, ενισχυμένο με μια δέσμη παράλληλων πιεζοηλεκτρικών ινών υπό την επίδραση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, με κατεύθυνση εγκάρσια της κατεύθυνσης των ινών. Με μια αναλυτική διαδικασία ομογενοποίησης, υπολογίζονται οι συντελεστές, ελαστικοί και πιεζοηλεκτρικοί του συνθέτου υλικού, συναρτήσει των υλικών σταθερών της μήτρας και της ίνας και των σχετικών κλασμάτων όγκου.

4.1 Περιγραφή της μεθόδου

Προκειμένου να γίνει κατανοητή η διαδικασία επίλυσης του προβλήματος, είναι σημαντική η αναφορά στις παρακάτω βασικές προσεγγίσεις της μεθόδου ομογενοποίησης:

A) Υλικά συνδεδεμένα "σε σειρά" ή "παράλληλα" με επιβαλλόμενο φορτίο μηχανικής τάσης (Σχήμα 4.1)



Σχήμα 4.1. (α) Υλικά A,B, συνδεδεμένα "σε σειρά" σε σχέση με τη διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου

(β) Υλικά A,B, συνδεδεμένα "παράλληλα" σε σχέση με τη διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου

Δύο υλικά A,B, είναι συνδεδεμένα "σε σειρά", σε σχέση με την διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου, δηλ. κατά μήκος του άξονα Z (Σχήμα 4.1α). Στην περίπτωση αυτή η μηχανική τάση που αναπτύσσεται κατά μήκος της διεύθυνσης του άξονα Z, είναι η ίδια και για τα δύο υλικά, δηλ.: $\sigma_z^A = \sigma_z^B$

Ενώ για την τροπή στα δύο υλικά ισχύει: $\epsilon_x^A = \epsilon_x^B$ Δηλαδή στη διεύθυνση την κάθετη του επιβαλλόμενου φορτίου, τα υλικά έχουν ίσες τροπές.

Αν τα δύο υλικά A,B, είναι συνδεδεμένα "παράλληλα", σε σχέση με την διεύθυνση του επιβαλλόμενου φορτίου, δηλαδή κατά μήκος του άξονα Z (Σχήμα 4.1β), η μηχανική τάση που αναπτύσσεται κατά μήκος της διεύθυνσης του άξονα X, είναι η ίδια και για τα δύο υλικά, δηλ.: $\sigma_x^A = \sigma_x^B$

Για την τροπή ισχύει: $\epsilon_z^A = \epsilon_z^B$ Δηλαδή στη παράλληλη διεύθυνση με αυτή του επιβαλλόμενου φορτίου, τα υλικά έχουν ίσες τροπές.[22]

Αν V_A και V_B είναι τα κλάσματα όγκου των συστατικών υλικών A και B του συνθέτου αντίστοιχα, τότε για το σύνθετο υλικό AB (ισχυρός δεσμός διεπιφάνειας των A,B) σύμφωνα με τα παραπάνω, και εφαρμόζοντας τον νόμο των μιγμάτων, ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:[21]

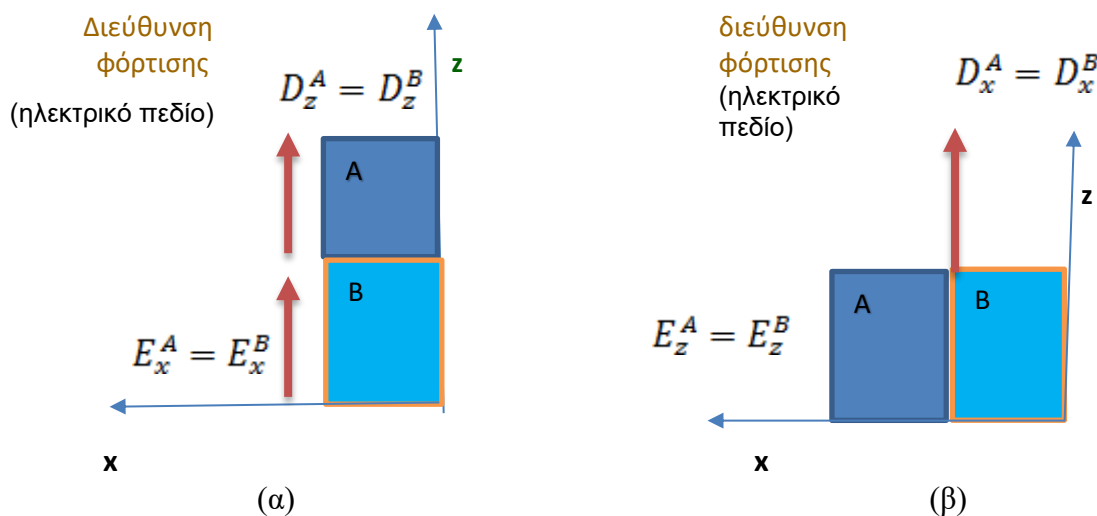
Υλικά συνδεδεμένα "σε σειρά" κατά μήκος του άξονα z (διεύθυνση φόρτισης) :

$$\begin{aligned} \sigma_z^{AB} = \sigma_z^A = \sigma_z^B & \quad \text{και} & \quad \epsilon_z^{AB} = V_A \epsilon_z^A + V_B \epsilon_z^B \\ \sigma_x^{AB} = V_A \sigma_x^A + V_B \sigma_x^B & \quad \text{και} & \quad \epsilon_x^{AB} = \epsilon_x^A = \epsilon_x^B \end{aligned}$$

Υλικά συνδεδεμένα "παράλληλα" κατά μήκος του άξονα z (διεύθυνση φόρτισης) :

$$\begin{aligned} \sigma_z^{AB} = V_A \sigma_z^A + V_B \sigma_z^B & \quad \text{και} & \quad \epsilon_z^{AB} = \epsilon_z^A = \epsilon_z^B \\ \sigma_x^{AB} = \sigma_x^A = \sigma_x^B & \quad \text{και} & \quad \epsilon_x^{AB} = V_A \epsilon_x^A + V_B \epsilon_x^B \end{aligned}$$

B) Υλικά συνδεδεμένα "σε σειρά" ή "παράλληλα" με επιβαλλόμενο "φορτίο" ηλεκτρικής τάσης (Σχήμα 4.2)



Σχήμα 4.2(α). Υλικά συνδεδεμένα σε σειρά σε σχέση με τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου (β) Υλικά A,B, συνδεδεμένα παράλληλα με τη διεύθυνση του ηλεκτρικού πεδίου

Στην περίπτωση που το επιβαλλόμενο "φορτίο" είναι ένα εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, τότε για το ηλεκτρικό πεδίο και την ηλεκτρική μετατόπιση που αναπτύσσονται στα μέρη του συνθέτου υλικού AB, ισχύουν:

- **Υλικά A,B συνδεδεμένα "σε σειρά":**

$$E_x^A = E_x^B \quad \text{και} \quad D_z^A = D_z^B$$

- **Υλικά A,B συνδεδεμένα σε "παράλληλη" διάταξη:**

$$E_z^A = E_z^B \quad \text{και} \quad D_x^A = D_x^B$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω στο υλικό AB θα ισχύουν οι παρακάτω σχέσεις:[21],[22]

Υλικά συνδεδεμένα "σε σειρά" κατά μήκος του άξονα z (διεύθυνση φόρτισης):

$$D_z^{AB} = D_z^A = D_z^B \quad \text{και} \quad E_z^{AB} = V_A E_z^A + V_B E_z^B$$

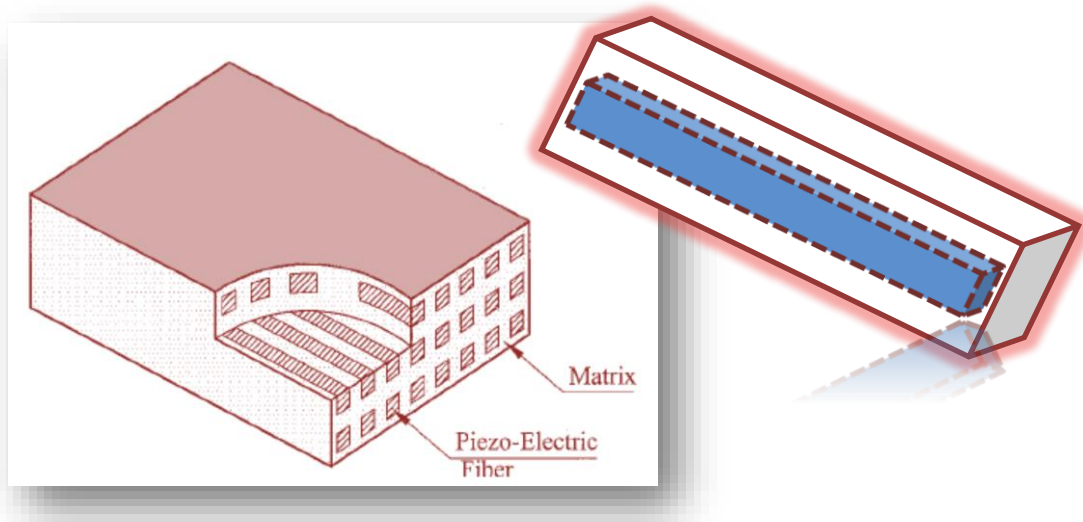
$$D_x^{AB} = V_A D_x^A + V_x D_x^B \quad \text{και} \quad E_x^{AB} = E_x^A = E_x^B$$

Υλικά συνδεδεμένα "παράλληλα" κατά μήκος του άξονα z (διεύθυνση φόρτισης):

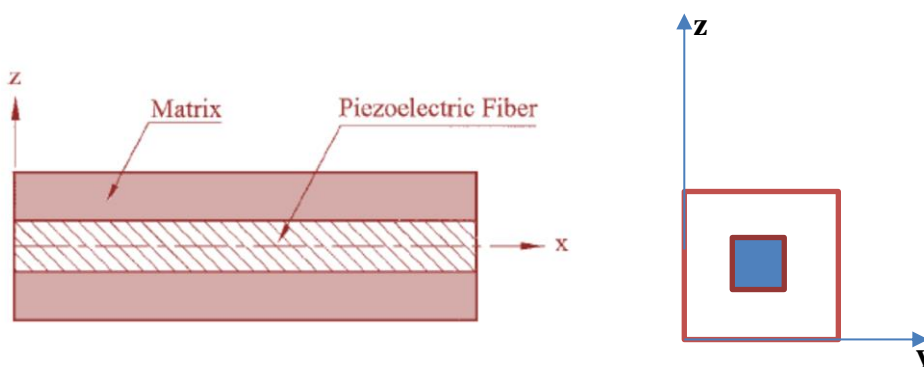
$$D_z^{AB} = V_A D_z^A + V_x D_z^B \quad \text{και} \quad E_z^{AB} = E_z^A = E_z^B$$

$$D_x^{AB} = D_x^A = D_x^B \quad \text{και} \quad E_x^{AB} = V_A E_x^A + V_B E_x^B$$

4.2 Περιγραφή μοντέλου



Σχήμα 4.3α Σχηματικό διάγραμμα συνθέτου



Σχήμα 4.4β Κατά μήκος και εγκάρσια τομή αντιπροσωπευτικού δείγματος συνθέτου

Το πρόβλημα που μελετάται είναι η ομογενοποίηση ενός συνθέτου υλικού που αποτελείται από μια πολυμερική μήτρα, ενισχυμένο με μια δέσμη παράλληλων πιεζοηλεκτρικών ινών υπό την επίδραση ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου, με κατεύθυνση εγκάρσια της κατεύθυνσης των ινών. Η μήτρα θεωρείται πιεζοηλεκτρικά ανενεργή. Η μικρομηχανική ανάλυση γίνεται με τη βοήθεια ενός αντιπροσωπευτικού όγκου RVE ο οποίος περιλαμβάνει ίνα και τη περιβάλλουσα μήτρα (**Σχήμα 4.3α**). Στο **Σχήμα 4.2β** περιγράφεται η διαμήκης διατομή και μια εγκάρσια διατομή του RVE. Το πραγματικό σχήμα της διατομής των ινών (κυκλικό, τετραγωνικό, εξαγωνικό κλπ.), δεν επηρεάζει τον τελικό υπολογισμό των ιδιοτήτων του συνθέτου. Η μόνη γεωμετρική παράμετρος που ορίζει την μικροδομή του RVE, είναι το κλάσμα όγκου ινών V_f .

Παραδοχές που έγιναν κατά την ανάλυση

- Το υλικό είναι γραμμικά ελαστικό.
- Το σύνθετο έχει περιοδικότητα στη μικροδομή του.
- Οι ίνες είναι συνεχείς, παράλληλες, ισαπέχουσες και ευθυγραμμισμένες.
- Οι ίνες είναι πιεζοηλεκτρικά ενεργές, ενώ η μήτρα θεωρείται μηχανικά ελαστική και πιεζοηλεκτρικά ανενεργή.
- Τέλεια επαφή ινών - μήτρας.

Οι καταστατικές εξισώσεις για την πιεζοηλεκτρική ίνα είναι:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^p \\ \sigma_y^p \\ \sigma_z^p \\ \sigma_{yz}^p \\ \sigma_{xz}^p \\ \sigma_{xy}^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^p & C_{12}^p & C_{13}^p & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^p & C_{22}^p & C_{23}^p & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^p & C_{23}^p & C_{33}^p & C_{44}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^p \\ \epsilon_y^p \\ \epsilon_z^p \\ \epsilon_{yz}^p \\ \epsilon_{xz}^p \\ \epsilon_{xy}^p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31}^p \\ 0 & 0 & e_{32}^p \\ 0 & 0 & e_{33}^p \\ 0 & e_{24}^p & 0 \\ e_{15}^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^p \\ E_y^p \\ E_z^p \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\sigma_x^p = C_{11}^p \epsilon_x^p + C_{12}^p \epsilon_y^p + C_{13}^p \epsilon_z^p - e_{31}^p E_x^p \quad (1)$$

$$\sigma_y^p = C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_y^p \quad (2)$$

$$\sigma_z^p = C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p \quad (3)$$

$$\sigma_{yz}^p = C_{44}^p \epsilon_{yz}^p - e_{24}^p E_y^p \quad (4)$$

$$\sigma_{xz}^p = C_{55}^p \epsilon_{xz}^p - e_{15}^p E_x^p \quad (5)$$

$$\sigma_{xy}^p = C_{66}^p \epsilon_{xy}^p \quad (6)$$

Και:

$$\begin{bmatrix} D_x^p \\ D_y^p \\ D_z^p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15}^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24}^p & 0 & 0 \\ e_{31}^p & e_{32}^p & e_{33}^p & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^p \\ \epsilon_y^p \\ \epsilon_z^p \\ \epsilon_{yz}^p \\ \epsilon_{xz}^p \\ \epsilon_{xy}^p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^p & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^p & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^p \\ E_y^p \\ E_z^p \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$D_x^p = e_{15}^p \epsilon_{xz}^p + \epsilon_{11}^p E_x^p \quad (7a)$$

$$D_y^p = e_{24}^p \epsilon_{yz}^p + \epsilon_{22}^p E_y^p \quad (7b)$$

$$D_z^p = e_{31}^p \epsilon_x^p + e_{32}^p \epsilon_y^p + e_{33}^p \epsilon_z^p + \epsilon_{33}^p E_z^p \quad (7c)$$

Για την ελαστική μήτρα η οποία όπως αναφέρθηκε θεωρείται πιεζοηλεκτρικά ανενεργή, οι καταστατικές εξισώσεις είναι:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^m \\ \sigma_y^m \\ \sigma_z^m \\ \sigma_{yz}^m \\ \sigma_{xz}^m \\ \sigma_{xy}^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^m & C_{12}^m & C_{13}^m & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^m & C_{22}^m & C_{23}^m & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^m & C_{23}^m & C_{33}^m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^m \\ \epsilon_y^m \\ \epsilon_z^m \\ \epsilon_{yz}^m \\ \epsilon_{xz}^m \\ \epsilon_{xy}^m \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\sigma_x^m = C_{11}^m \epsilon_x^m + C_{12}^m \epsilon_y^m + C_{13}^m \epsilon_z^m \quad (8)$$

$$\sigma_y^m = C_{12}^m \epsilon_x^m + C_{22}^m \epsilon_y^m + C_{23}^m \epsilon_z^m \quad (9)$$

$$\sigma_z^m = C_{13}^m \epsilon_x^m + C_{23}^m \epsilon_y^m + C_{33}^m \epsilon_z^m \quad (10)$$

$$\sigma_{yz}^m = C_{44}^m \epsilon_{yz}^m \quad (11)$$

$$\sigma_{xz}^m = C_{55}^m \epsilon_{xz}^m \quad (12)$$

$$\sigma_{xy}^m = C_{66}^m \epsilon_{xy}^m \quad (13)$$

Και:

$$\begin{bmatrix} D_x^m \\ D_y^m \\ D_z^m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^m & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{22}^m & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33}^m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^m \\ E_y^m \\ E_z^m \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$D_x^m = \varepsilon_{11}^m E_x^m \quad (14a)$$

$$D_y^m = \varepsilon_{22}^m E_y^m \quad (14b)$$

$$D_z^m = \varepsilon_{33}^m E_z^m \quad (14c)$$

Θεωρούμε ότι η μορφή των καταστατικών εξισώσεων του συνθέτου υβριδικού, πιεζοηλεκτρικού υλικού, έχουν την μορφή των καταστατικών εξισώσεων της πιεζοηλεκτρικής ίνας:[23],[24]

$$\begin{bmatrix} \sigma_x^c \\ \sigma_y^c \\ \sigma_z^c \\ \sigma_{yz}^c \\ \sigma_{xz}^c \\ \sigma_{xy}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^c & C_{12}^c & C_{13}^c & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^c & C_{22}^c & C_{23}^c & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^c & C_{23}^c & C_{33}^c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^c \\ \epsilon_y^c \\ \epsilon_z^c \\ \epsilon_{yz}^c \\ \epsilon_{xz}^c \\ \epsilon_{xy}^c \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31}^c \\ 0 & 0 & e_{32}^c \\ 0 & 0 & e_{33}^c \\ 0 & e_{24}^c & 0 \\ e_{15}^c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^c \\ E_y^c \\ E_z^c \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\sigma_x^c = C_{11}^c \epsilon_x^c + C_{12}^c \epsilon_y^c + C_{13}^c \epsilon_z^c - e_{31}^c E_x^c$$

$$\sigma_y^c = C_{12}^c \epsilon_x^c + C_{22}^c \epsilon_y^c + C_{23}^c \epsilon_z^c - e_{32}^c E_y^c$$

$$\sigma_z^c = C_{13}^c \epsilon_x^c + C_{23}^c \epsilon_y^c + C_{33}^c \epsilon_z^c - e_{33}^c E_z^c$$

$$\sigma_{yz}^c = C_{44}^c \epsilon_{yz}^c - e_{24}^c E_y^c$$

$$\sigma_{xz}^c = C_{55}^c \epsilon_{xz}^c - e_{15}^c E_x^c$$

$$\sigma_{xy}^c = C_{66}^c \epsilon_{xy}^c$$

$$\begin{bmatrix} D_x^c \\ D_y^c \\ D_z^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15}^c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{24}^c & 0 & 0 \\ e_{31}^c & e_{32}^c & e_{33}^c & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^c \\ \epsilon_y^c \\ \epsilon_z^c \\ \epsilon_{yz}^c \\ \epsilon_{xz}^c \\ \epsilon_{xy}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^c & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^c & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x^c \\ E_y^c \\ E_z^c \end{bmatrix}$$

$$D_x^c = e_{15}^c \epsilon_{xz}^c + \epsilon_{11}^c E_x^c$$

$$D_y^c = e_{24}^c \epsilon_{yz}^c + \epsilon_{22}^c E_y^c$$

$$D_z^c = e_{31}^c \epsilon_x^c + e_{32}^c \epsilon_y^c + e_{33}^c \epsilon_z^c + \epsilon_{33}^c E_z^c$$

Αν V_f και V_m τα κλάσματα όγκου ίνων και μήτρας αντίστοιχα, τότε:

$$V_f + V_m = 1 \rightarrow V_m = 1 - V_f$$

Εφαρμόζοντας την διαδικασία ομογενοποίησης, όπως περιεγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο (4.1), στον αντιπροσωπευτικό όγκο RVE του προβλήματος, προκύπτουν τα παρακάτω: [21], [25], [26], [27]

Τάσεις συνθέτου	Τροπές συνθέτου
$\sigma_x^c = V_f \sigma_x^p + V_m \sigma_x^m$ (24)	$\epsilon_x^c = \epsilon_x^p = \epsilon_x^m$ (15)
$\sigma_y^c = \sigma_y^p = \sigma_y^m$ (16)	$\epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + V_m \epsilon_y^m$ (18)
$\sigma_z^c = \sigma_z^p = \sigma_z^m$ (17)	$\epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + V_m \epsilon_z^m$ (19)
$\sigma_{yz}^c = V_f \sigma_{yz}^p + V_m \sigma_{yz}^m$ (25)	$\epsilon_{yz}^c = \epsilon_{yz}^p = \epsilon_{yz}^m$ (28)
$\sigma_{xz}^c = V_f \sigma_{xz}^p + V_m \sigma_{xz}^m$ (26)	$\epsilon_{xz}^c = \epsilon_{xz}^p = \epsilon_{xz}^m$ (29)
$\sigma_{xy}^c = \sigma_{xy}^p = \sigma_{xy}^m$ (27)	$\epsilon_{xy}^c = V_f \epsilon_{xy}^p + V_m \epsilon_{xy}^m$ (30)
Ηλεκτρική μετατόπιση συνθέτου	Ηλεκτρικό πεδίο συνθέτου
$D_x^c = V_f D_x^p + V_m D_x^m$ (24a)	$E_x^c = E_x^p = E_x^m$ (15a)
$D_y^c = D_y^p = D_y^m$ (16a)	$E_y^c = V_f E_y^p + V_m E_y^m$ (18a)
$D_z^c = V_f D_z^p + V_m D_z^m$ (20a)	$E_z^c = E_z^p = E_z^m$ (21a)

Χρησιμοποιώντας κατάλληλα τις παραπάνω σχέσεις και με αναλυτικούς υπολογισμούς που παρατίθενται αναλυτικά στο Παράρτημα 1, προκύπτουν οι ελαστικές, πιεζοηλεκτρικές, διηλεκτρικές σταθερές του σύνθετου υβριδικού υλικού.

Αρχικά υπολογίζονται οι παρακάτω βοηθητικές σχέσεις (20) και (21). [26]

• **Διαδικασία υπολογισμού των $\epsilon_y^p, \epsilon_z^p$ συναρτήσεων των: $\epsilon_x^c, \epsilon_y^c, \epsilon_z^c$**

Από την σχέση (16) έχουμε $\sigma_y^p = \sigma_y^m$, η οποία με τις (2) και (9) γίνεται:

$$C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p = C_{12}^m \epsilon_x^m + C_{22}^m \epsilon_y^m + C_{23}^m \epsilon_z^m \quad (a)$$

$$\text{από (18)} \quad \epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + (1 - V_f) \epsilon_y^m \rightarrow \epsilon_y^m = \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} \quad (22) \text{ και από}$$

$$(19) \quad \epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + (1 - V_f) \epsilon_z^m \rightarrow \epsilon_z^m = \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \quad (23)$$

Από την σχέση (17) έχουμε $\sigma_z^p = \sigma_z^m$ η οποία με (3) και (10) γίνεται:

$$C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p = C_{13}^m \epsilon_x^m + C_{23}^m \epsilon_y^m + C_{33}^m \epsilon_z^m \rightarrow (c)$$

Αντικαθιστώντας στις (α) και (c) τις (15), (22), (23), προκύπτει:

$$\epsilon_y^p = (1/L)(c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) \quad (20)$$

$$\epsilon_z^p = (1/L)(-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) \quad (21)$$

όπου:

$$L = (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m)(V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m) - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)^2$$

$$c_1 = V_m [(C_{13}^p - C_{13}^m)(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - (C_{12}^p - C_{12}^m)(V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]$$

$$c_2 = C_{23}^m (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - C_{22}^m (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)$$

$$c_3 = C_{33}^m (C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f) - C_{23}^m (C_{33}^p V_m + C_{33}^m V_f)$$

$$c_4 = V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]$$

$$c_5 = V_m [(C_{13}^p - C_{13}^m)(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - (C_{12}^p - C_{12}^m)(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]$$

$$c_6 = C_{23}^m (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - C_{22}^m (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)$$

$$c_7 = C_{33}^m (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - C_{23}^m (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)$$

$$c_8 = V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]$$

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: $C_{11}^c, C_{12}^c, C_{13}^c, e_{31}^c$

Η σχέση (24) $\sigma_x^c = V_f \sigma_x^p + (1 - V_f) \sigma_x^m$ με αντικατάσταση των (1) και (8) γίνεται:

$$\sigma_x^c = V_f (C_{11}^p \epsilon_x^p + C_{12}^p \epsilon_y^p + C_{13}^p \epsilon_z^p - e_{31}^p E_z^p) + V_m (C_{11}^m \epsilon_x^m + C_{12}^m \epsilon_y^m + C_{13}^m \epsilon_z^m)$$

Στην παραπάνω αντικαθιστώντας τις (15), (20), (21), (22) και (23), προκύπτει:

$$\begin{aligned} \sigma_x^c &= (V_f C_{11}^p + V_m C_{11}^m + (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_1 - (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) c_5) \epsilon_x^c \\ &+ (c_6 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_2 + C_{12}^m) \epsilon_y^c + (C_{13}^m + c_7 (V_f C_{13}^p - \\ &C_{13}^m V_f) (1/L) - c_3 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L)) \epsilon_z^c + (c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - \\ &c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) - V_f e_{31}^p) E_z^p \end{aligned}$$

Η καταστατική εξίσωση της σ_x^c όπως έχουμε αναφέρει, θα πρέπει να είναι της μορφής:

$$\sigma_x^c = C_{11}^c \epsilon_x^c + C_{12}^c \epsilon_y^c + C_{13}^c \epsilon_z^c - e_{31}^c E_z^c$$

Οι συντελεστές $C_{11}^c, C_{12}^c, C_{13}^c, e_{31}^c$ του συνθέτου, σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$C_{11}^c = V_f C_{11}^p + V_m C_{11}^m + (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_1 - (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) c_5$$

$$C_{12}^c = c_6 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_2 + C_{12}^m$$

$$C_{13}^c = C_{13}^m + c_7 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_3 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L)$$

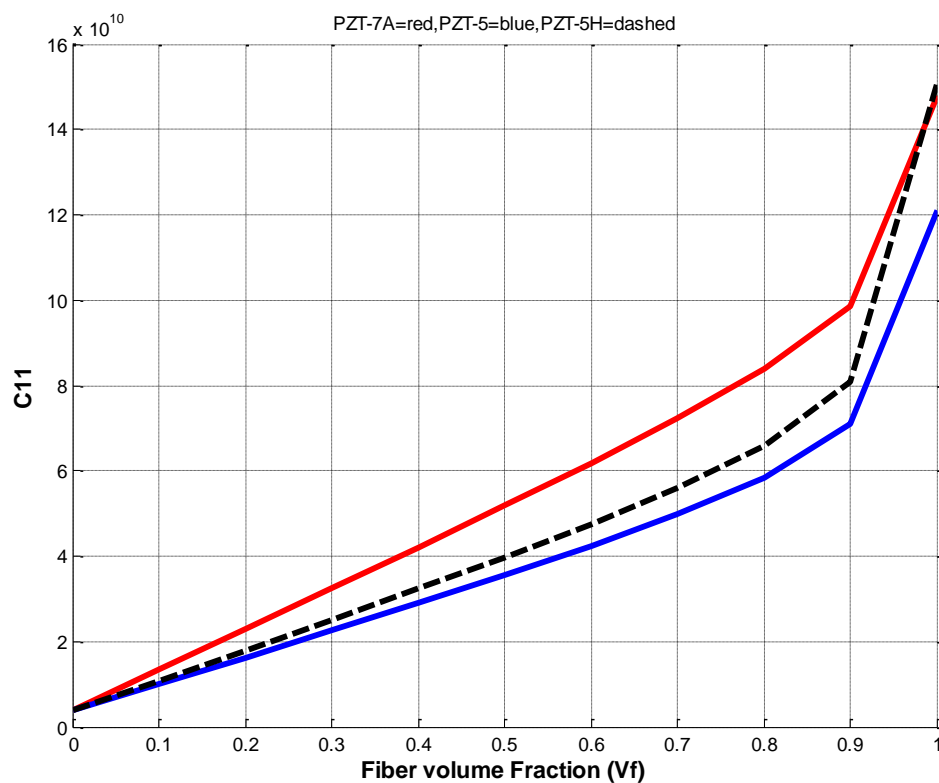
$$e_{31}^c = -(c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) - V_f e_{31}^p)$$

Με αντικατάσταση των c_4 και c_8 στην εξίσωση της e_{31}^c , προκύπτει:

$$e_{31}^c = V_f e_{31}^p - \frac{V_m V_f}{L} \{ (C_{13}^p - C_{13}^m) [(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{32}^p] + (C_{12}^p - C_{12}^m) [(V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m) e_{32}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{33}^p] \}$$

Για την κατανόηση των αποτελεσμάτων που παράγονται για τις σταθερές του υβριδικού πιεζοηλεκτρικού υλικού, κατασκευάζονται παράλληλα και τα διαγράμματα μεταβολής των τιμών των σταθερών αυτών, συναρτήσει του κλάσματος όγκου των ινών V_f . Μελετάται η μεταβολή των σταθερών χρησιμοποιώντας τρία διαφορετικά πιεζοηλεκτρικά υλικά, από τα οποία θα μπορούσε να αποτελείται πιθανά η πιεζοηλεκτρική ίνα. Πίνακες με τις ελαστικές, πιεζοηλεκτρικές και διηλεκτρικές σταθερές των υλικών αυτών, περιλαμβάνονται στο Παράρτημα 2.

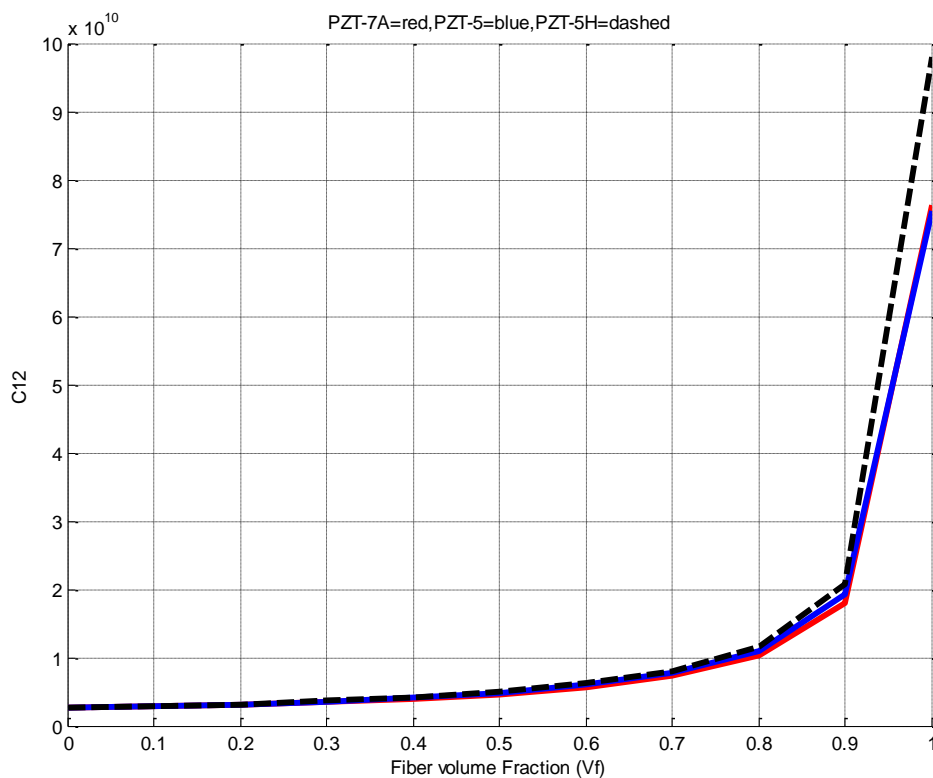
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{11}^c



Πίνακας 4.1 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{11}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{11}^c (*10^{11})$											
PZT-7A	0,0386	0.1334	0,2286	0.3245	0,4212	0.5192	0,6195	0.7241	0,8386	0.9858	1,4800
PZT-5	0,0386	0.1005	0.1682	0.2259	0.2901	0.3559	0.4246	0.4986	0.5847	0.7099	1.2100
PZT-5H	0,0386	0.1086	0.1792	0.2508	0.3235	0.3982	0.4763	0.5608	0.6599	0.8081	1.5100

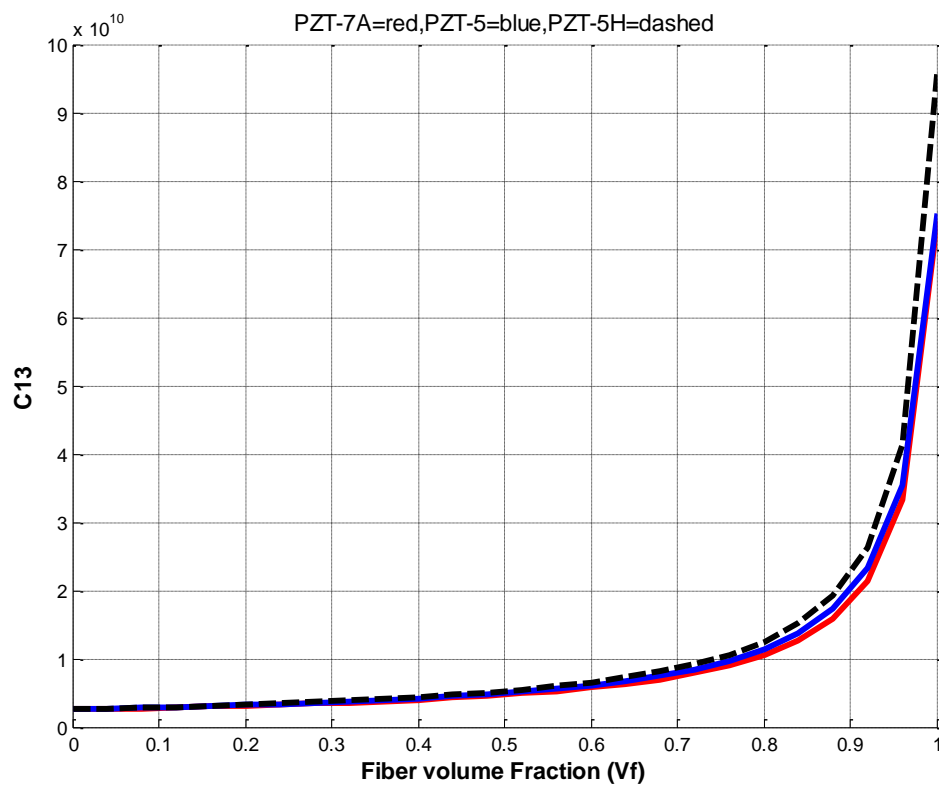
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{12}^c



Πίνακας 4.2 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{12}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{12}(*10^{10})$											
PZT-7A	0,2570	0,2809	0,3105	0,3482	0,3979	0,4663	0,5665	0,7273	1,0277	1,7884	7,6200
PZT-5	0,2570	0,2835	0,3164	0,3583	0,4133	0,4889	0,5995	0,7761	1,1036	1,9197	7,5400
PZT-5H	0,2570	0,2847	0,3191	0,3629	0,4208	0,5005	0,6177	0,8064	1,1614	2,0751	9,8000

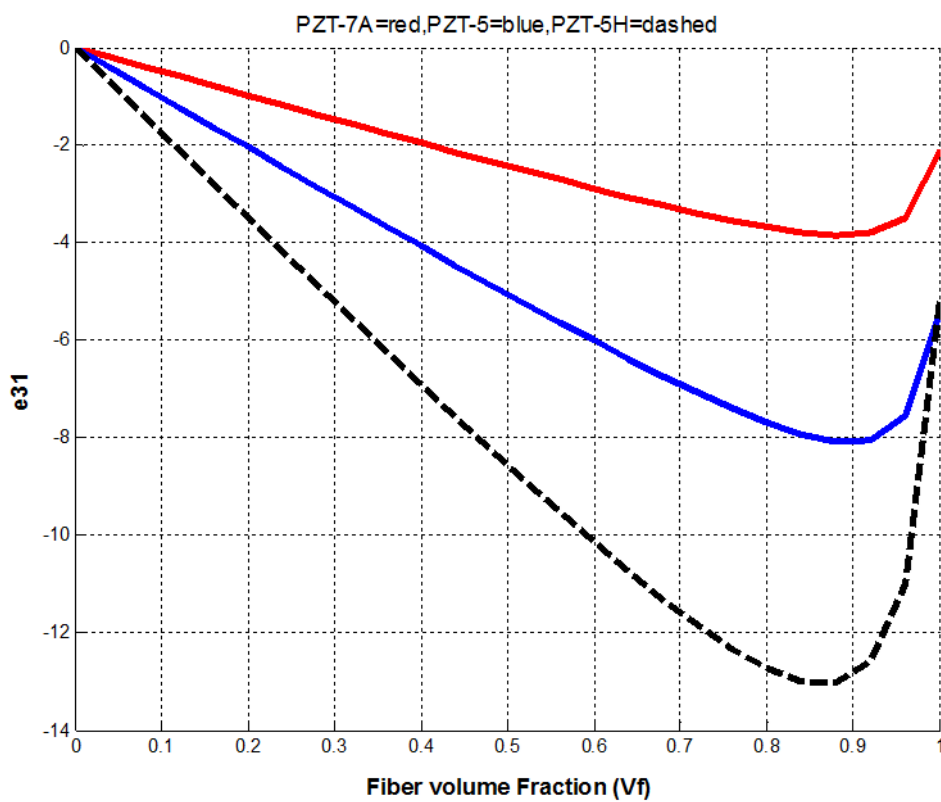
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{13}^c



Πίνακας 4.3 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{13}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{13}(*10^{10})$											
PZT-7A	0.2570	0.2817	0.3123	0.3513	0.4027	0.4733	0.5767	0.7424	1.0509	1.8270	7.4200
PZT-5	0.2570	0.2848	0.3192	0.3630	0.4206	0.4997	0.6150	0.7990	1.1391	1.980	7.5200
PZT-5H	0.2570	0.2878	0.3260	0.3747	0.4388	0.5270	0.6561	0.8632	1.2493	2.2244	9.6000

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{31}^c



Πίνακας 4.4 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{31}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{31}^c											
PZT-7A	0.0000	-0.4950	-0.9873	-1.4757	-1.9586	-2.4326	-2.8918	-3.3228	-3.6894	-3.8481	-2.1000
PZT-5	0.0000	-1.0286	-2.0517	-3.0672	-4.0716	-5.0586	-6.0165	-6.9195	-7.6993	-8.0941	-5.4000
PZT-5H	0.0000	-1.7557	-3.4979	-5.2214	-6.9172	-8.5699	-10.1502	-11.5937	-12.7293	-12.8944	-5.1000

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: $C_{12}^c, C_{22}^c, C_{23}^c, e_{32}^c$

Ομοίως με τα παραπάνω από τις (2), (3) και τις (16 έως 21) υπολογίζουμε:

$$\sigma_y^c = \sigma_y^p = \sigma_y^m \Rightarrow \sigma_y^c = \sigma_y^p = C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_y^c = C_{12}^p \epsilon_x^c + C_{22}^p (1/L)(c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) + C_{23}^p (1/L)(-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) - e_{32}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_y^c = (C_{12}^p + C_{22}^p 1/L c_1 - C_{23}^p 1/L c_5) \epsilon_x^c + (C_{23}^p 1/L c_6 - C_{22}^p 1/L c_2) \epsilon_y^c + (C_{23}^p 1/L c_7 - C_{22}^p 1/L c_3) \epsilon_z^c - (C_{22}^p 1/L c_4 + C_{23}^p 1/L c_8 + e_{32}^p) E_z^p$$

Η καταστατική εξίσωση της σ_y^c όπως έχουμε αναφέρει, θα πρέπει να είναι της μορφής:

$$\sigma_y^c = C_{12}^c \epsilon_x^c + C_{22}^c \epsilon_y^c + C_{23}^c \epsilon_z^c - e_{32}^c E_y^c$$

Οι συντελεστές $C_{12}^c, C_{22}^c, C_{23}^c, e_{32}^c$ του συνθέτου, σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$C_{12}^c = C_{12}^p + C_{22}^p 1/L c_1 - C_{23}^p 1/L c_5$$

$$C_{22}^c = C_{23}^p 1/L c_6 - C_{22}^p 1/L c_2$$

$$C_{23}^c = C_{23}^p 1/L c_7 - C_{22}^p 1/L c_3$$

$$e_{32}^c = C_{22}^p 1/L c_4 + C_{23}^p 1/L c_8 + e_{32}^p$$

Αντικαθιστώντας τους c_4 και c_8 έχουμε:

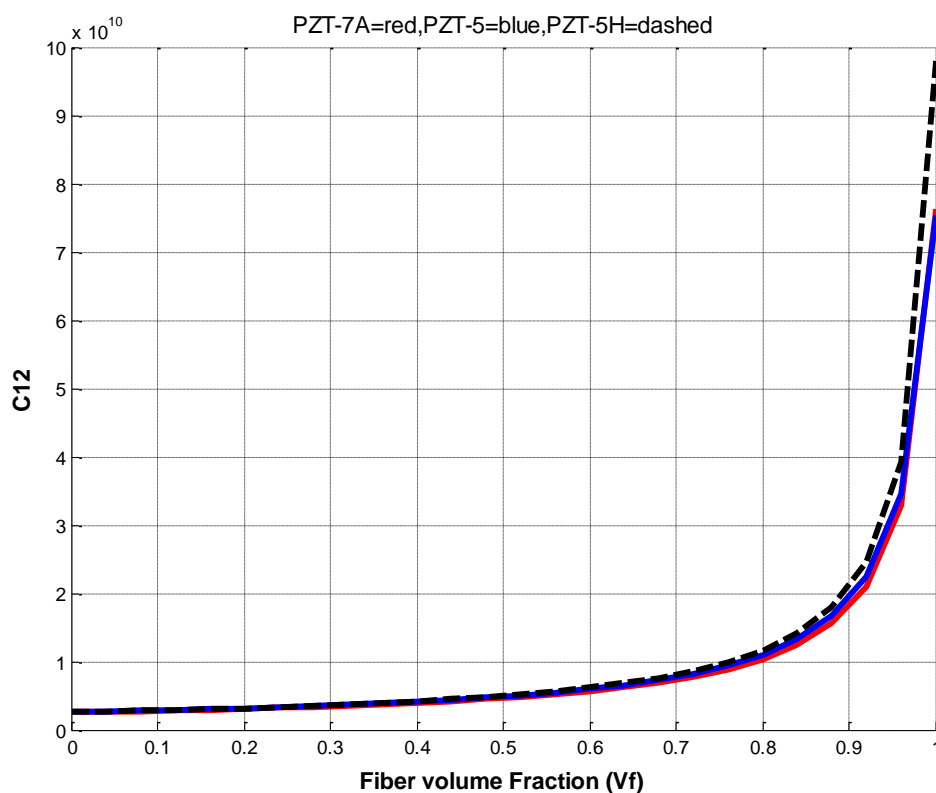
$$e_{32}^c = C_{22}^p 1/L (V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)])$$

$$+ C_{23}^p 1/L (V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]) + e_{32}^p \Rightarrow$$

$$e_{32}^c = e_{32}^p + V_m/L \{ C_{22}^p [(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{33}^p - (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m) e_{32}^p] - C_{23}^p [(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{32}^p] \}$$

Ακολουθούν τα διαγράμματα των παραπάνω συντελεστών του ομογενοποιημένου υλικού συναρτήσει του V_f για τα τρία διαφορετικά πιεζοηλεκτρικά υλικά των ινών.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{12}^c

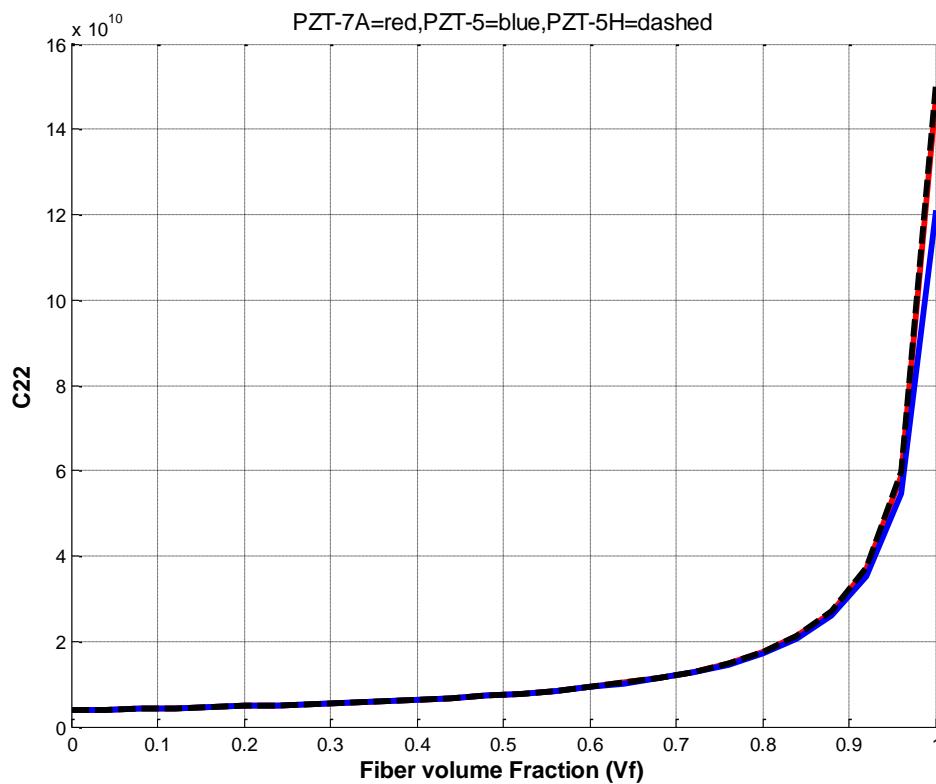


Πίνακας 4.5 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{12}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{12}(*10^{10})$											
PZT-7A	0,2570	0.2809	0,3105	0.3482	0,3979	0.4663	0,5665	0.7273	1,0277	1.7884	7,6200
PZT-5	0,2570	0.2835	0,3164	0.3583	0,4133	0.4889	0,5995	0.7761	1,1036	1.9197	7,5400
PZT-5H	0,2570	0.2847	0,3191	0.3629	0,4208	0.5005	0,6177	0.8064	1,1614	2.0751	9,8000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή C_{12}^c είναι το ίδιο με αυτό του C_{12}^c που υπολογίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο με διαφορετικό τρόπο.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{22}^c

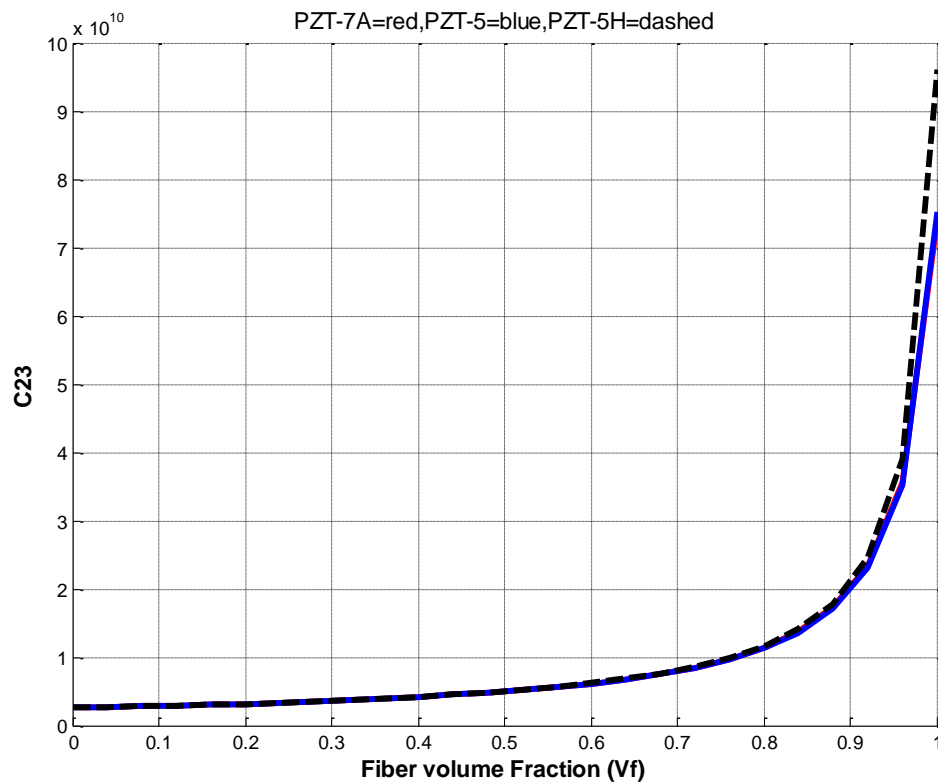


Πίνακας 4.6 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{22}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{22}(*10^{11})$											
PZT-7A	0.0386	0.0428	0.0479	0.0545	0.0632	0.0752	0.0927	0.1210	0.1741	0.3105	1.4800
PZT-5	0.0386	0.0427	0.0479	0.0544	0.0630	0.0748	0.0921	0.1197	0.1711	0.2997	1.2100
PZT-5H	0.0386	0.0428	0.0479	0.0545	0.0633	0.0753	0.0929	0.1214	0.1751	0.3137	1.5100

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή C_{22}^c δεν είναι το ίδιο με αυτό του C_{11}^c όπως συμβαίνει με τους αντίστοιχους συντελεστές των πιεζοηλεκτρικών υλικών της ίνας.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{23}^C

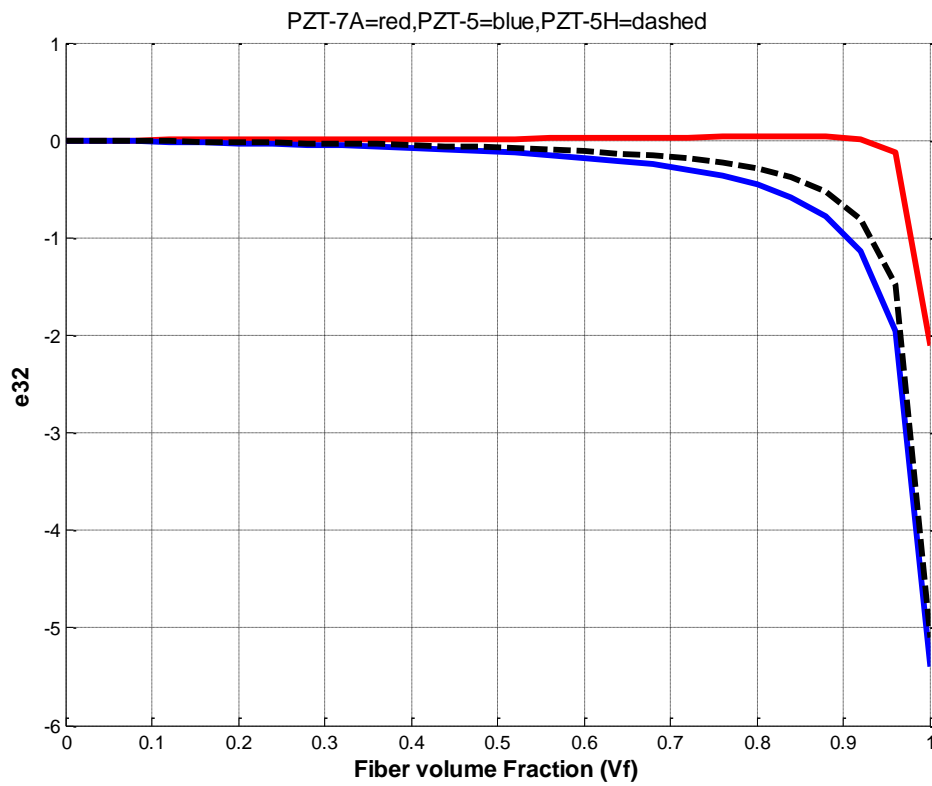


Πίνακας 4.7 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{23}^C

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{13}(*10^{10})$											
PZT-7A	0.2570	0.2845	0.3186	0.3620	0.4191	0.4976	0.6123	0.7956	1.1353	1.9802	7.4200
PZT-5	0.2570	0.2845	0.3185	0.3618	0.4188	0.4970	0.6111	0.7933	1.1302	1.9647	7.5200
PZT-5H	0.2570	0.2847	0.3191	0.3630	0.4207	0.5004	0.6174	0.8057	1.1593	2.0665	9.6000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή C_{23}^C δεν είναι το ίδιο με αυτό του C_{13}^C όπως συμβαίνει με τους αντίστοιχους συντελεστές των πιεζοηλεκτρικών υλικών της ίνας.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{32}^c



Πίνακας 4.8 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{32}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{32}^c											
PZT-7A	0,0000	0,0018	0,0040	0,0068	0,0102	0,0146	0,0206	0,0286	0,0384	0,0321	-2,1000
PZT-5	0,0000	-0,0134	-0,0302	-0,0516	-0,0799	-0,1191	-0,1771	-0,2713	-0,4514	-0,9299	-5,4000
PZT-5H	0,0000	-0,0083	-0,0187	-0,0320	-0,0498	-0,0746	-0,1118	-0,1735	-0,2952	-0,6419	-5,1000

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: $C_{13}^c, C_{23}^c, C_{33}^c, e_{33}^c$

Από τις (24a), (3) και τις (16 έως 21) υπολογίζουμε:

$$\sigma_z^c = \sigma_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_z^c = C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_z^c = C_{13}^p \epsilon_x^c + C_{23}^p (1/L) (c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) + C_{33}^p (1/L) (-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) - e_{33}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_z^c = (C_{13}^p + C_{23}^p 1/L c_1 - C_{33}^p 1/L c_5) \epsilon_x^c + (C_{33}^p 1/L c_6 - C_{23}^p 1/L c_2) \epsilon_y^c + (C_{33}^p 1/L c_7 - C_{23}^p 1/L c_3) \epsilon_z^c - (C_{23}^p 1/L c_4 + C_{33}^p 1/L c_8 + e_{33}^p) E_z^p$$

Η καταστατική εξίσωση της σ_z^c όπως έχουμε αναφέρει, θα πρέπει να είναι της μορφής: $\sigma_z^c = C_{13}^c \epsilon_x^c + C_{23}^c \epsilon_y^c + C_{33}^c \epsilon_z^c - e_{33}^c E_z^c$

Οι συντελεστές $C_{13}^c, C_{23}^c, C_{33}^c, e_{33}^c$ του συνθέτου, σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$C_{13}^c = C_{13}^p + C_{23}^p 1/L c_1 - C_{33}^p 1/L c_5$$

$$C_{23}^c = C_{33}^p 1/L c_6 - C_{23}^p 1/L c_2$$

$$C_{33}^c = C_{33}^p 1/L c_7 - C_{23}^p 1/L c_3$$

$$e_{33}^c = C_{23}^p 1/L c_4 + C_{33}^p 1/L c_8 + e_{33}^p$$

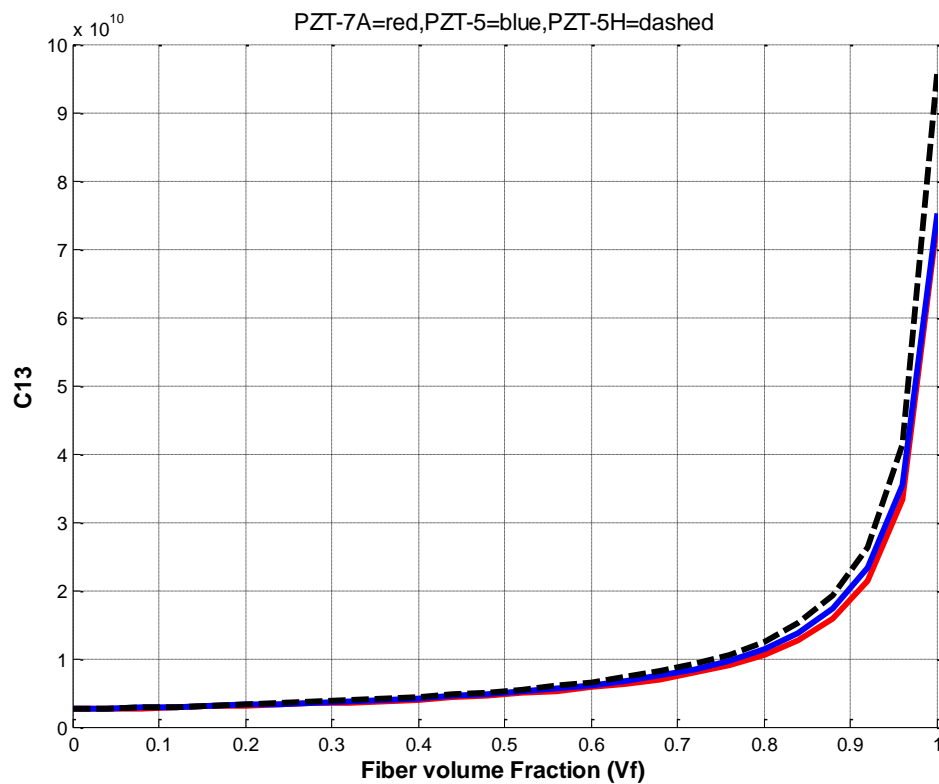
Αντικαθιστώντας τους c_4 και c_8 έχουμε:

$$e_{33}^c = C_{23}^p 1/L (V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]) + C_{33}^p 1/L V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)] + e_{33}^p \Rightarrow$$

$$e_{33}^c = e_{33}^p + \frac{V_m}{L} \{ (C_{23}^p) [(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{33}^m) e_{32}^p] - (C_{33}^p) [(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{32}^p] \}$$

Ακολουθούν τα διαγράμματα των παραπάνω συντελεστών του ομογενοποιημένου υλικού συναρτήσει του V_f για τα τρία υλικά.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{13}^c

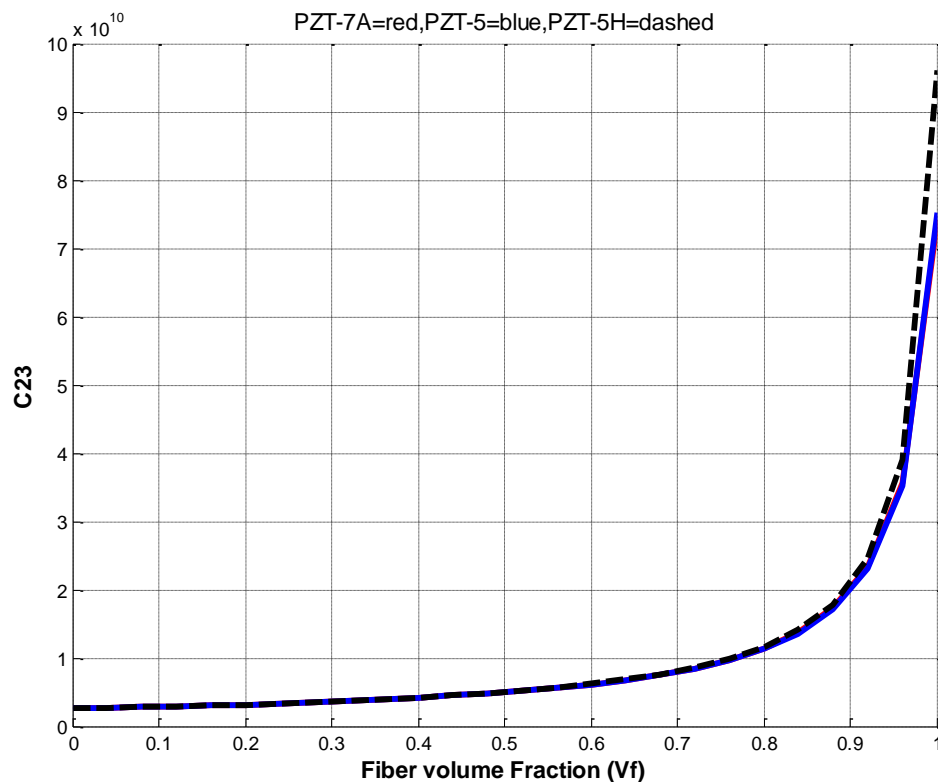


Πίνακας 4.9 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{13}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{13}(*10^{10})$											
PZT-7A	0.2570	0.2817	0.3123	0.3513	0.4027	0.4733	0.5767	0.7424	1.0509	1.8270	7.4200
PZT-5	0.2570	0.2848	0.3192	0.3630	0.4206	0.4997	0.6150	0.7990	1.1391 3	1.980	7.5200
PZT-5H	0.2570	0.2878	0.3260	0.3747	0.4388	0.5270	0.6561	0.8632	1.2493	2.2244	9.6000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή C_{13}^c είναι το ίδιο με το C_{13}^c που υπολογίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο με διαφορετικό τρόπο.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{23}^c

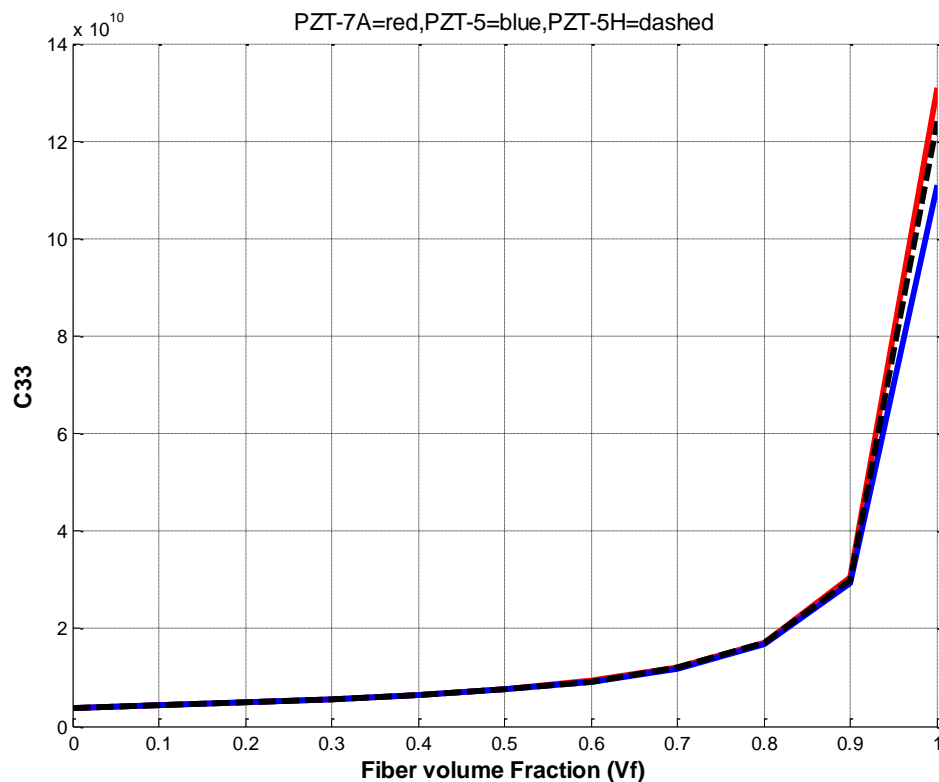


Πίνακας 4.10 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{23}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{13}(*10^{10})$											
PZT-7A	0.2570	0.2845	0.3186	0.3620	0.4191	0.4976	0.6123	0.7956	1.1353	1.9802	7.4200
PZT-5	0.2570	0.2845	0.3185	0.3618	0.4188	0.4970	0.6111	0.7933	1.1302	1.9647	7.5200
PZT-5H	0.2570	0.2847	0.3191	0.3630	0.4207	0.5004	0.6174	0.8057	1.1593	2.0665	9.6000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή C_{23}^c είναι το ίδιο με αυτό που υπολογίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο με διαφορετικό τρόπο.

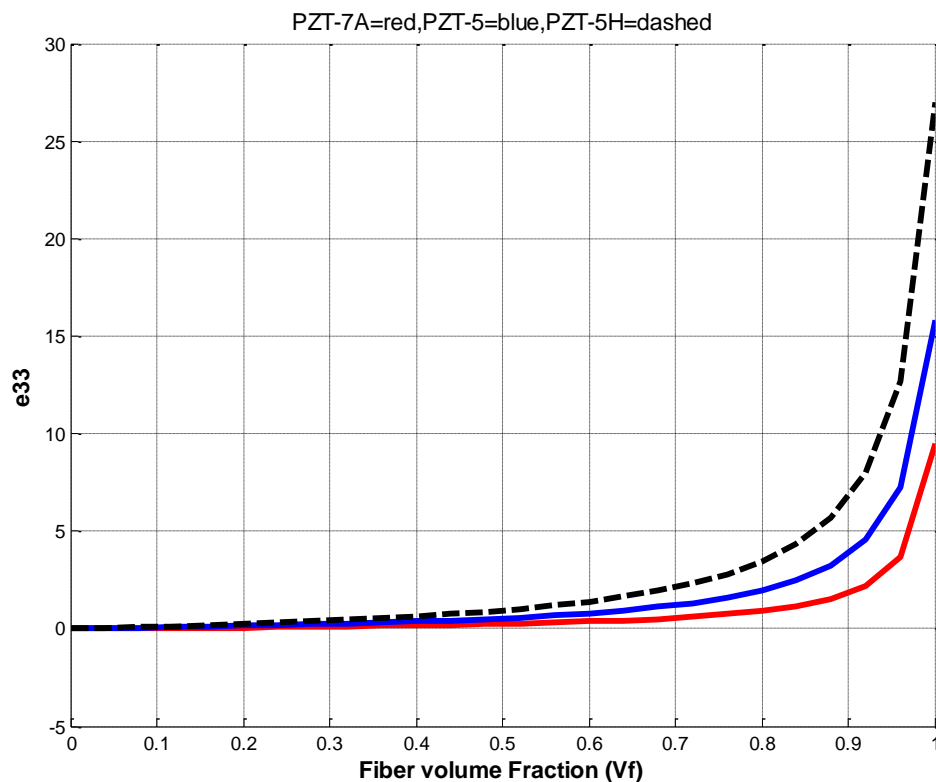
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{33}^c



Πίνακας 4.11 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{33}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{33}(*10^{11})$											
PZT-7A	0,0386	0,0427	0,0479	0,0544	0,0631	0,0749	0,0924	0,1203	0,1724	0,3044	1,3100
PZT-5	0,0386	0,0427	0,0478	0,0543	0,0629	0,0746	0,0917	0,1190	0,1694	0,2939	1,1100
PZT-5H	0,0386	0,0427	0,0479	0,0544	0,0630	0,0748	0,0921	0,1198	0,1713	0,3005	1,2400

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{33}^c



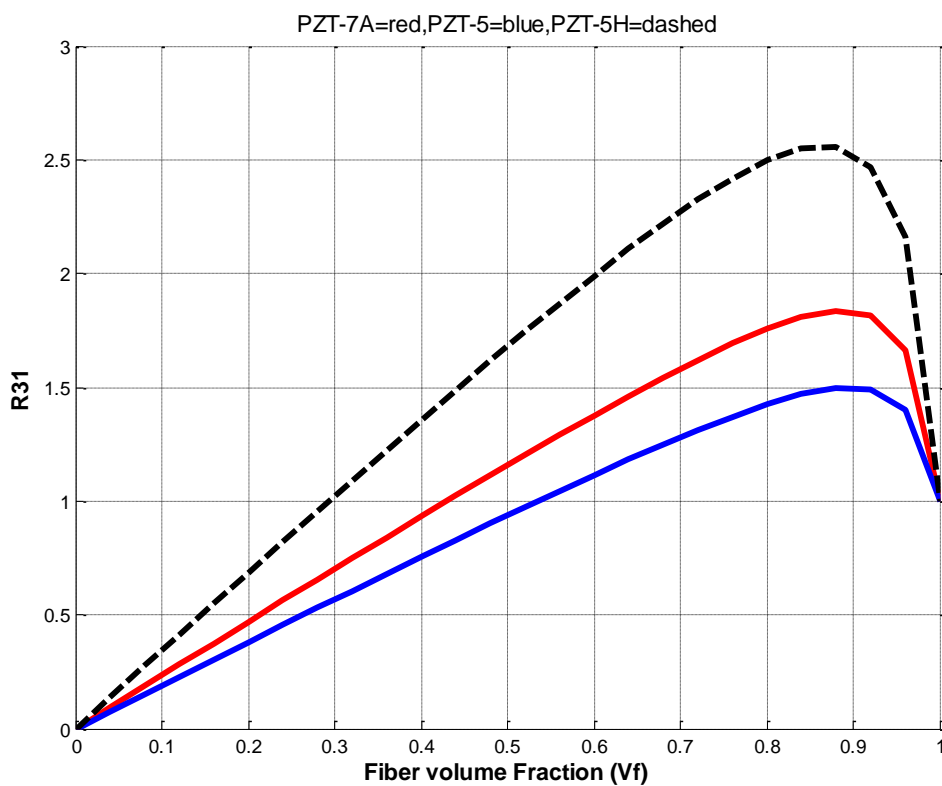
Πίνακας 4.12 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{33}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{33}^c											
PZT-7A	0.0000	0.0280	0.0628	0.1071	0.1655	0.2460	0.3642	0.5543	0.9109	1.8244	9.5000
PZT-5	0.0000	0.0619	0.1387	0.2363	0.3646	0.5407	0.7974	1.2067	1.9617	3.8217	15.800
PZT-5H	0.0000	0.1087	0.2434	0.4146	0.6396	0.9484	1.3985	2.1155	3.4369	6.6833	27.000

Για ευκολότερη σύγκριση μεταξύ των πιεζοηλεκτρικών σταθερών της ίνας και των πιεζοηλεκτρικών σταθερών του υβριδικού υλικού, κατασκευάζονται και τα διαγράμματα των παρακάτω ποσοτήτων:

$$R_{31} = e_{31}^c / e_{31}^p \quad R_{32} = e_{32}^c / e_{32}^p \quad R_{33} = e_{33}^c / e_{33}^p$$

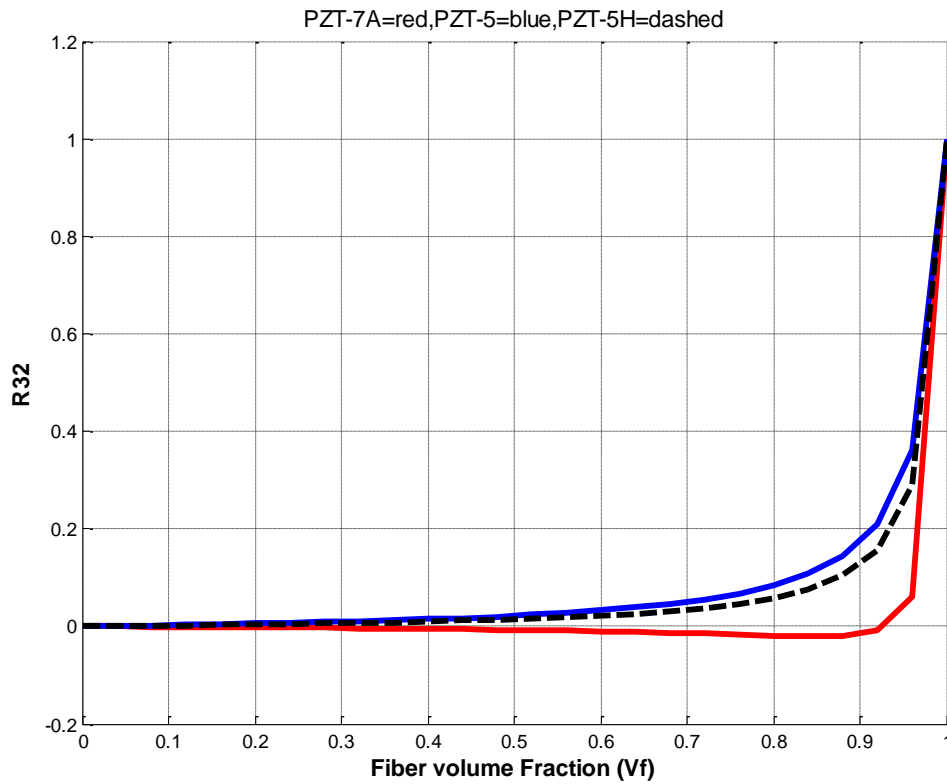
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ $R_{31} = e_{31}^c / e_{31}^p$



Πίνακας 4.13 Αποτελέσματα τιμών δείκτη R_{31}

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
R_{31}											
PZT-7A	0,0000	0,2357	0,4701	0,7027	0,9326	1,1584	1,3771	1,1584	1,7569	1,8324	1,0000
PZT-5	0,0000	0,1905	0,3799	0,5680	0,7540	0,9368	1,1142	1,2814	1,4258	1,4989	1,0000
PZT-5H	0,0000	0,3442	0,6859	1,0238	1,3563	1,6804	1,990	2,2733	2,4959	2,5283	1,0000

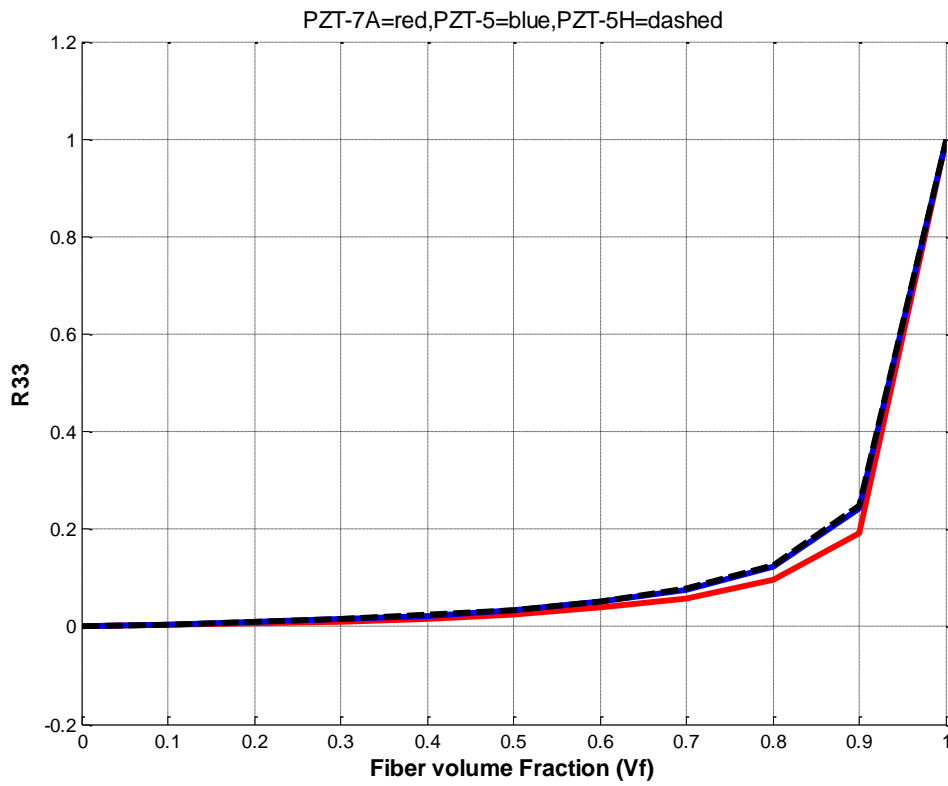
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ $R_{32} = e_{32}^c / e_{32}^p$



Πίνακας 4.14 Αποτελέσματα τιμών δείκτη R_{32}

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
R_{32}											
PZT-7A	0,0000	-0,0008	-0,0019	-0,0032	-0,0048	-0,0019	-0,0069	-0,0097	-0,0183	-0,0153	1,0000
PZT-5	0,0000	0,0024	0,0056	0,0095	0,0148	0,0220	0,0328	0,0502	0,0836	0,1722	1,0000
PZT-5H	0,0000	0,0016	0,0037	0,0062	0,0098	0,0146	0,0219	0,0340	0,0579	0,1258	1,0000

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ $R_{33}=e_{33}^c/e_{33}^p$



Πίνακας 4.15 Αποτελέσματα τιμών δείκτη R_{33}

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
R_{33}											
PZT-7A	0,0000	0,0029	0,0066	0,0112	0,0174	0,0258	0,0383	0,0583	0,0959	0,1920	1,0000
PZT-5	0,0000	0,0039	0,0088	0,0149	0,0231	0,0342	0,0505	0,0763	0,1242	0,2419	1,0000
PZT-5H	0,0000	0,0040	0,0090	0,0153	0,0237	0,0351	0,0518	0,0783	0,1273	0,2475	1,0000

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: C_{44}^c, e_{24}^c

Από την (25) και (28) έχουμε:

$$\sigma_{yz}^c = V_f \sigma_{yz}^p + V_m \sigma_{yz}^m \quad \text{και} \quad \epsilon_{yz}^c = \epsilon_{yz}^p = \epsilon_{yz}^m$$

οι οποίες με την (4) και (11) γίνονται:

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}^c &= V_f \sigma_{yz}^p + V_m \sigma_{yz}^m \Rightarrow \\ \sigma_{yz}^c &= V_f (C_{44}^p \epsilon_{yz}^p - e_{24}^p E_y^p) + V_m C_{44}^m \epsilon_{yz}^m \Rightarrow \\ \sigma_{yz}^c &= V_f (C_{44}^p \epsilon_{yz}^c - e_{24}^p E_y^p) + V_m C_{44}^m \epsilon_{yz}^c \end{aligned}$$

$$\text{Η (18a), γίνεται: } E_y^c = V_f E_y^p + V_m E_y^m \Rightarrow E_y^p = (E_y^c - V_m E_y^m) / V_f \quad (\text{e})$$

Από (16a), (7b), (14b) παίρνουμε:

$$\begin{aligned} D_y^p &= D_y^m \Rightarrow e_{24}^p \epsilon_{yz}^p + \epsilon_{22}^p E_y^p = \epsilon_{22}^m E_y^m \Rightarrow \\ E_y^m &= (e_{24}^p \epsilon_{yz}^p + \epsilon_{22}^p E_y^p) / \epsilon_{22}^m \end{aligned}$$

Με αντικατάσταση στην (e) βρίσκουμε:

$$E_y^p = E_y^c / V_f - V_m (e_{24}^p \epsilon_{yz}^p + \epsilon_{22}^p E_y^p) / \epsilon_{22}^m V_f \Rightarrow$$

$$E_y^p = \frac{E_y^c}{V_f} - \frac{V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^p}{\epsilon_{22}^m V_f} - V_m \epsilon_{22}^p E_y^p / \epsilon_{22}^m V_f \Rightarrow$$

$$E_y^p + V_m \epsilon_{22}^p E_y^p / \epsilon_{22}^m V_f = \frac{E_y^c}{V_f} - \frac{V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^p}{\epsilon_{22}^m V_f} \Rightarrow$$

$$\epsilon_{22}^m V_f E_y^p + V_m \epsilon_{22}^p E_y^p = \epsilon_{22}^m V_f \frac{E_y^c}{V_f} - V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^p \Rightarrow$$

$$(\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p) E_y^p = \epsilon_{22}^m V_f \frac{E_y^c}{V_f} - V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^c \Rightarrow$$

$$E_y^p = \frac{\epsilon_{22}^m V_f E_y^c}{V_f (\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} - \frac{V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^c}{(\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)}$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω έκφραση του σ_{yz}^c

$$\begin{aligned} \sigma_{yz}^c &= V_f (C_{44}^p \epsilon_{yz}^c - e_{24}^p \left(\frac{\epsilon_{22}^m V_f E_y^c}{V_f (\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} - \frac{V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^c}{(\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} \right)) + V_m C_{44}^m \epsilon_{yz}^c \\ \Rightarrow \sigma_{yz}^c &= V_f C_{44}^p \epsilon_{yz}^c - V_f e_{24}^p \left(\frac{\epsilon_{22}^m V_f E_y^c}{V_f (\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} - \frac{V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^c}{(\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} \right) + \\ &V_m C_{44}^m \epsilon_{yz}^c \\ \Rightarrow \sigma_{yz}^c &= V_f C_{44}^p \epsilon_{yz}^c - \left(\frac{V_f e_{24}^p \epsilon_{22}^m V_f E_y^c}{V_f (\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} - \frac{V_f e_{24}^p V_m e_{24}^p \epsilon_{yz}^c}{(\epsilon_{22}^m V_f + V_m \epsilon_{22}^p)} \right) + V_m C_{44}^m \epsilon_{yz}^c \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_{yz}^c = (V_f C_{44}^p + V_m C_{44}^m + \frac{V_f e_{24}^p V_m e_{24}^p}{(\varepsilon_{22}^m V_f + V_m \varepsilon_{22}^p)}) \epsilon_{yz}^c - \left(\frac{e_{24}^p \varepsilon_{22}^m V_f}{(\varepsilon_{22}^m V_f + V_m \varepsilon_{22}^p)} \right) E_y^c$$

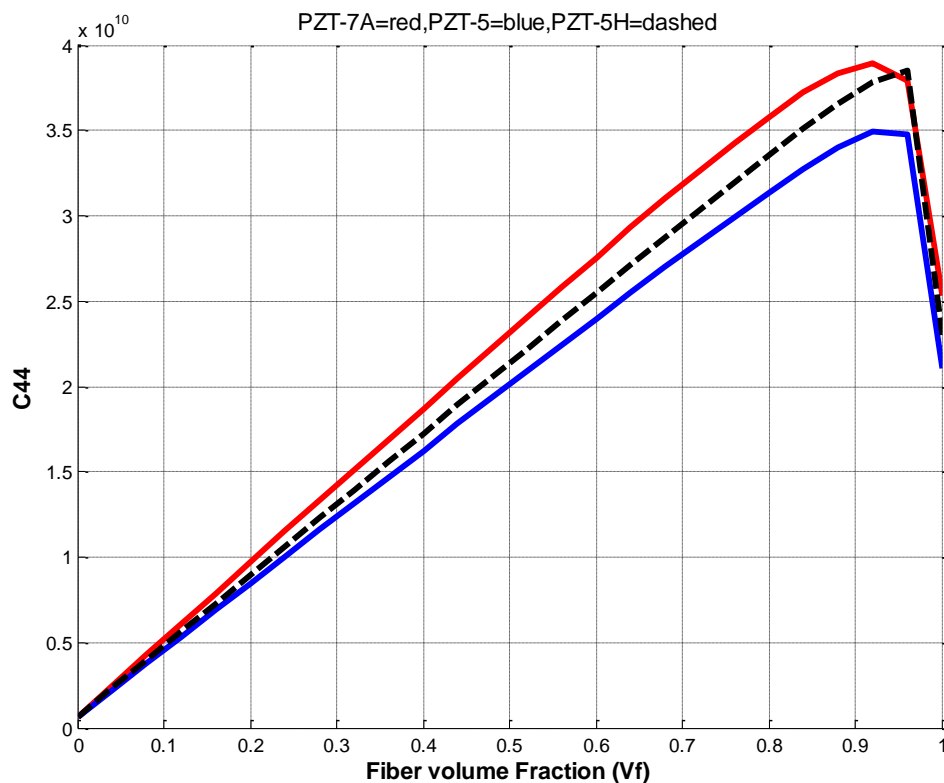
Όπως αναφέρθηκε παραπάνω η εξίσωση της τάσης σ_{yz}^c του συνθέτου είναι της μορφής: $\sigma_{yz}^c = C_{44}^c \epsilon_{yz}^c - e_{24}^c E_y^c$ Οι συντελεστές C_{44}^c, e_{24}^c είναι:

$$C_{44}^c = V_f C_{44}^p + V_m C_{44}^m + \frac{V_f e_{24}^p V_m e_{24}^p}{\varepsilon_{22}^m V_f + V_m \varepsilon_{22}^p}$$

$$e_{24}^c = \frac{e_{24}^p \varepsilon_{22}^m V_f}{(\varepsilon_{22}^m V_f + V_m \varepsilon_{22}^p)}$$

Ακολουθούν τα διαγράμματα των παραπάνω συντελεστών του ομογενοποιημένου υλικού συναρτήσει του V_f για τα τρία υλικά.

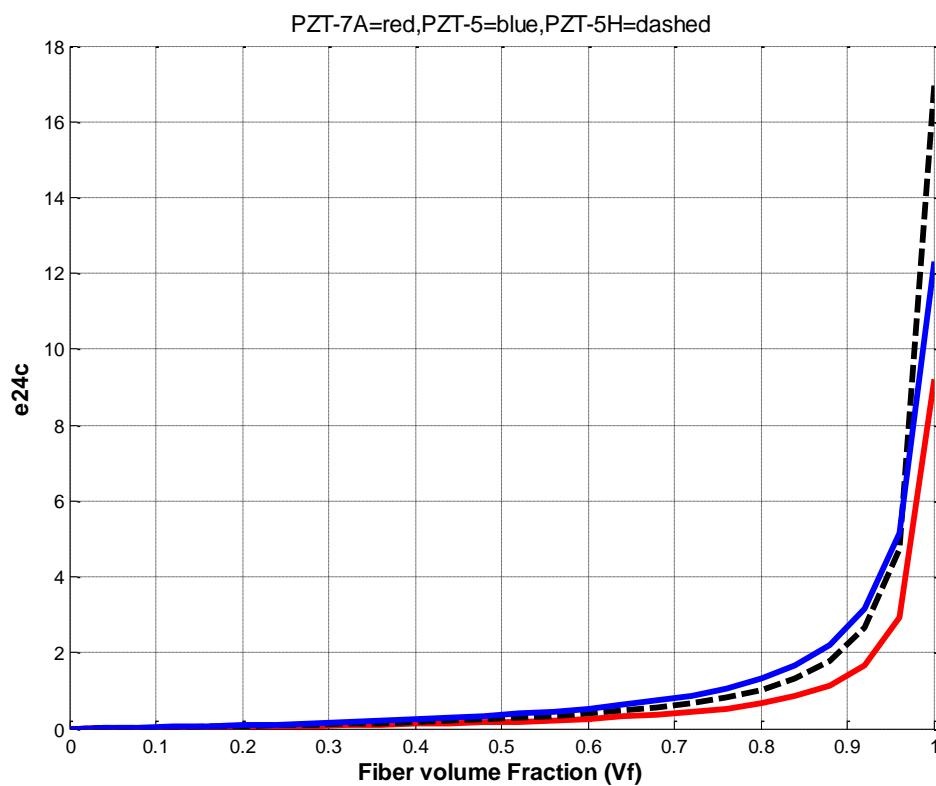
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{44}



Πίνακας 4.16 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{44}

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{44} (*10^{10})$											
PZT-7A	0.0645	0.5186	0.9715	1.4229	1.8719	2.3173	2.7563	3.1830	3.5807	3.8768	2.5300
PZT-5	0.0645	0.4554	0.8458	1.2355	1.6241	2.0110	2.3950	2.7732	3.1373	3.4491	2.1100
PZT-5H	0.0645	0.4710	0.8951	1.3099	1.7241	2.1374	2.5490	2.9572	3.3575	3.7267	2.3000

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{24}^c



Πίνακας 4.17 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{24}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{24}^c											
PZT-7A	0.0000	0.0198	0.0444	0.0759	0.1175	0.1752	0.2603	0.3986 21	0.6628	1.3682	9.2000
PZT-5	0.0000	0.0303	0.0681	0.1164	0.1803	0.2690	0.4004	0.6148	1.0273	2.1492	17.000
PZT-5H	0.0000	0.0406	0.0911	0.1553	0.2399	0.3564	0.5270	0.8007	1.3116	2.6039	12.300

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: C_{55}^c , e_{15}^c

Από την (26) και (29) έχουμε:

$$\sigma_{xz}^c = V_f \sigma_{xz}^p + V_m \sigma_{xz}^m \quad \text{και} \quad \epsilon_{xz}^c = \epsilon_{xz}^p = \epsilon_{xz}^m$$

οι οποίες με τις (5), (12) και (15a), γίνονται:

$$\begin{aligned} \sigma_{xz}^c &= V_f \sigma_{xz}^p + V_m \sigma_{xz}^m \Rightarrow \\ \sigma_{xz}^c &= V_f (C_{55}^p \epsilon_{xz}^p - e_{15}^p E_x^p) + V_m C_{55}^m \epsilon_{xz}^m \Rightarrow \\ \sigma_{xz}^c &= V_f (C_{55}^p \epsilon_{xz}^c - e_{15}^p E_x^c) + V_m C_{55}^m \epsilon_{xz}^c \Rightarrow \\ \sigma_{xz}^c &= V_f C_{55}^p \epsilon_{xz}^c + V_m C_{55}^m \epsilon_{xz}^c - V_f e_{15}^p E_x^c \Rightarrow \\ \sigma_{xz}^c &= (V_f C_{55}^p + V_m C_{55}^m) \epsilon_{xz}^c - V_f e_{15}^p E_x^c \end{aligned}$$

Όπως αναφέρθηκε η εξίσωση της τάσης σ_{xz}^c του συνθέτου είναι της μορφής:

$$\sigma_{xz}^c = C_{55}^c \epsilon_{xz}^c - e_{15}^c E_x^c$$

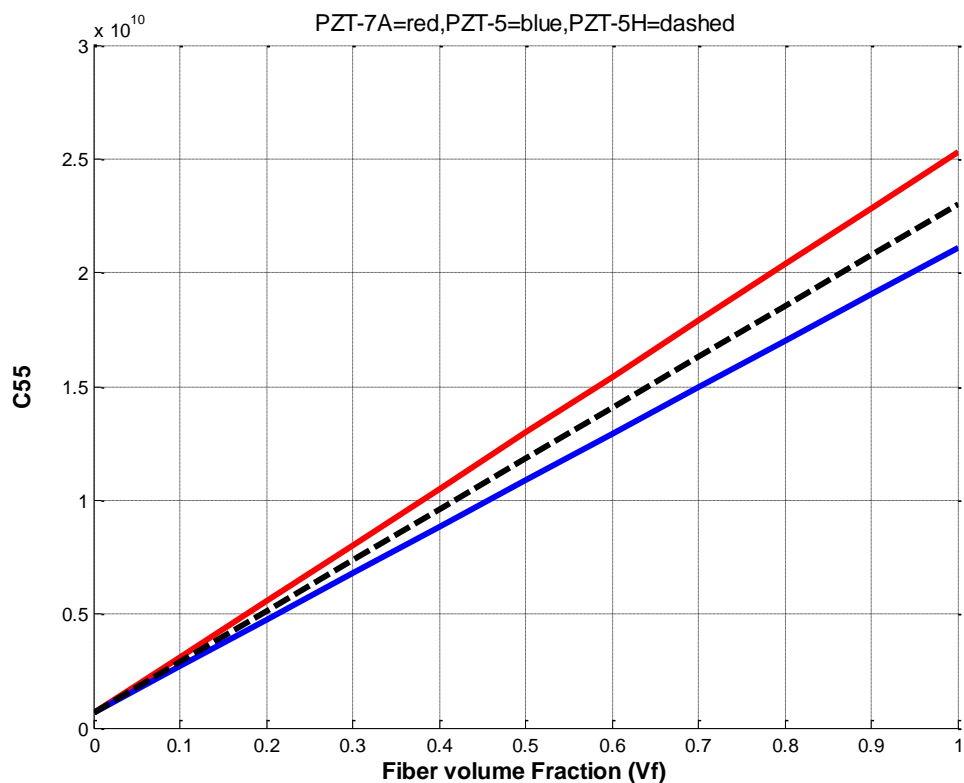
Οι συντελεστές C_{55}^c , e_{15}^c είναι:

$$C_{55}^c = V_f C_{55}^p + V_m C_{55}^m$$

$$e_{15}^c = V_f e_{15}^p$$

Ακολουθούν τα διαγράμματα των παραπάνω συντελεστών του ομογενοποιημένου υλικού συναρτήσει του V_f για τα τρία υλικά.

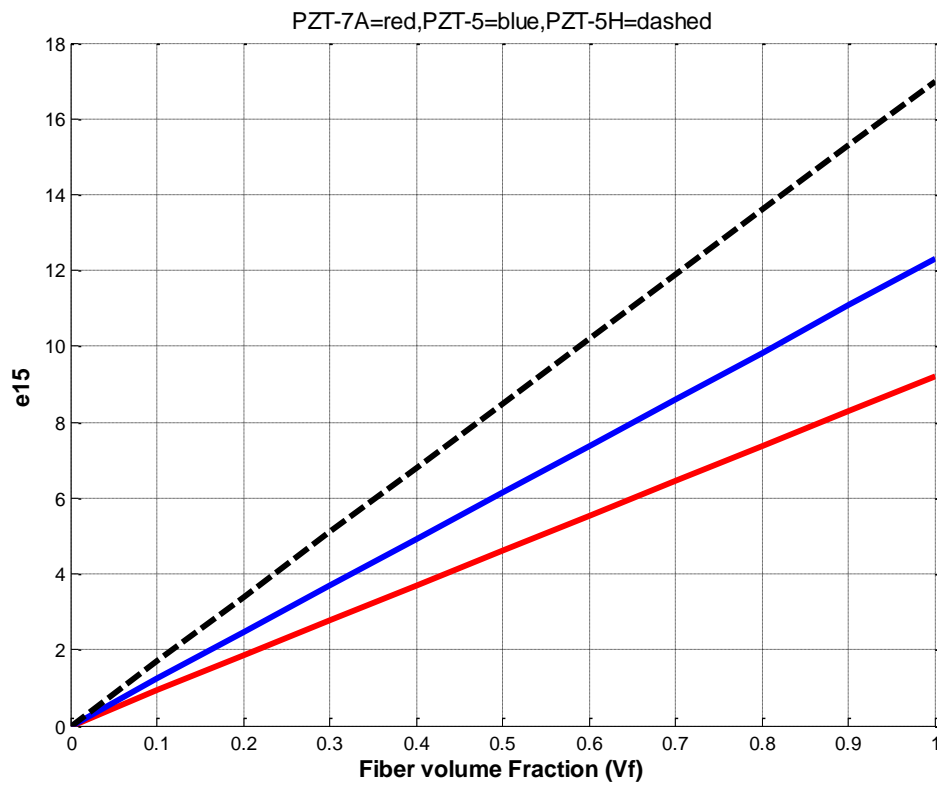
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{55}



Πίνακας 4.18 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{55}

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{55} (*10^{10})$											
PZT-7A	0.0645	0.3111	0.5576	0.8042	1.0507	1.2973	1.5438	1.7904	2.0369	2.2835	2.5300
PZT-5	0.0645	0.2691	0.4736	0.6782	0.8827	1.0873	1.2918	1.4964	1.7009	1.9055	2.1100
PZT-5H	0.0645	0.2881	0.5116	0.7352	0.9587	1.1823	1.4058	1.6294	1.8529	2.0765	2.3000

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{15}^c



Πίνακας 4.19 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{15}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{15}^c											
PZT-7A	0.0000	0.9200	1.8400	2.7600	3.6800	4.6000	5.5200	6.4400	7.36	8.28	9.2000
PZT-5	0.0000	1.2300	2.4600	3.6900	4.9200	6.1500	7.3800	8.6100	9.8400	11.0700	12.3000
PZT-5H	0.0000	1.7000	3.4000	5.1000	6.8000	8.5000	10.2000	11.9000	13.6000	15.300	17.000

• Διαδικασία υπολογισμού του συντελεστή: C_{66}^c

Από τις (27) και (30) έχουμε:

$$\sigma_{xy}^c = \sigma_{xy}^p = \sigma_{xy}^m \quad \text{και}$$

$$\epsilon_{xy}^c = V_f \epsilon_{xy}^p + V_m \epsilon_{xy}^m \Rightarrow \epsilon_{xy}^m = (\epsilon_{xy}^c - V_f \epsilon_{xy}^p) / V_m$$

οι οποίες με την (6) και (13) γίνονται:

$$\sigma_{xy}^c = \sigma_{xy}^p = \sigma_{xy}^m \Rightarrow$$

$$\sigma_{xy}^c = \sigma_{xy}^p = C_{66}^p \epsilon_{xy}^p \Rightarrow \sigma_{xy}^c = C_{66}^p \epsilon_{xy}^p$$

$$\sigma_{xy}^p = \sigma_{xy}^m \Rightarrow C_{66}^p \epsilon_{xy}^p = C_{66}^m \epsilon_{xy}^m \Rightarrow \epsilon_{xy}^p = \frac{C_{66}^m \epsilon_{xy}^m}{C_{66}^p} \Rightarrow$$

$$\epsilon_{xy}^p = \frac{C_{66}^m (\epsilon_{xy}^c - V_f \epsilon_{xy}^p)}{C_{66}^p V_m} \Rightarrow V_m C_{66}^p \epsilon_{xy}^p = C_{66}^m \epsilon_{xy}^c - C_{66}^m V_f \epsilon_{xy}^p \Rightarrow$$

$$V_m C_{66}^p \epsilon_{xy}^p + C_{66}^m V_f \epsilon_{xy}^p = C_{66}^m \epsilon_{xy}^c \Rightarrow$$

$$(V_m C_{66}^p + C_{66}^m V_f) \epsilon_{xy}^p = C_{66}^m \epsilon_{xy}^c \Rightarrow$$

$$\epsilon_{xy}^p = C_{66}^m \epsilon_{xy}^c / (V_m C_{66}^p + C_{66}^m V_f)$$

Αντικαθιστώντας στην παραπάνω έκφραση του σ_{xy}^c

$$\sigma_{xy}^c = \frac{C_{66}^p C_{66}^m}{(V_m C_{66}^p + C_{66}^m V_f)} \epsilon_{xy}^c$$

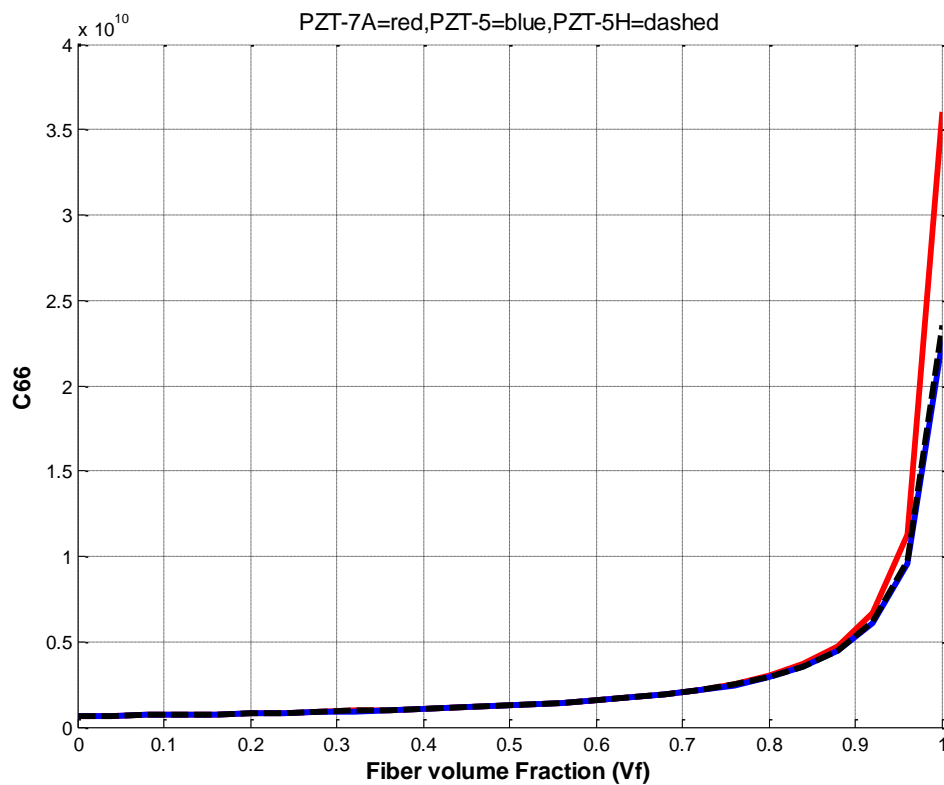
Η εξίσωση της σ_{xy}^c είναι της μορφής $\sigma_{xy}^c = C_{66}^c \epsilon_{xy}^c$ οπότε ο συντελεστής

C_{66}^c είναι:

$$C_{66}^c = \frac{C_{66}^p C_{66}^m}{(V_m C_{66}^p + C_{66}^m V_f)}$$

Ακολουθεί το διάγραμμα του C_{66}^c συναρτήσει του V_f για τα τρία υλικά.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ C_{66}^c



Πίνακας 4.20 Αποτελέσματα τιμών δείκτη C_{66}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$C_{66}^c (*10^{10})$											
PZT-7A	0,0645	0,0715	0,0803	0,0914	0,1062	0,1267	0,1570	0,2064	0,3009	0,5554	3,6000
PZT-5	0,0645	0,0714	0,0801	0,0910	0,1055	0,1254	0,1546	0,2016	0,2895	0,51318	2,2600
PZT-5H	0,0645	0,0714	0,0801	0,0911	0,1056	0,1256	0,15487	0,20205	0,29059	0,5172	2,3500

- **Λιαδικασία υπολογισμού των συντελεστών:** $e_{15}^c, \varepsilon_{11}^c$
Από τις (27) και (30) έχουμε:

$$D_x^c = V_f D_x^p + V_m D_x^m \quad \text{και} \quad E_x^c = E_x^p = E_x^m$$

Και από τις (26) και (29):

$$\varepsilon_{xz}^c = \varepsilon_{xz}^p = \varepsilon_{xz}^m \quad \text{και} \quad \sigma_{xz}^c = V_f \sigma_{xz}^p + V_m \sigma_{xz}^m$$

Όπως έχουμε αναφέρει, οι εξισώσεις των D_x^p, D_x^m είναι:

$$D_x^p = e_{15}^p \varepsilon_{xz}^p + \varepsilon_{11}^p E_x^p$$

$$D_x^m = \varepsilon_{11}^m E_x^m$$

$$\Rightarrow D_x^c = V_f (e_{15}^p \varepsilon_{xz}^p + \varepsilon_{11}^p E_x^p) + V_m \varepsilon_{11}^m E_x^m$$

Με αντικατάσταση των (26) και (29), βρίσκουμε:

$$D_x^c = V_f (e_{15}^p \varepsilon_{xz}^p + \varepsilon_{11}^p E_x^p) + V_m \varepsilon_{11}^m E_x^m \Rightarrow$$

$$D_x^c = V_f (e_{15}^p \varepsilon_{xz}^c + \varepsilon_{11}^p E_x^c) + V_m \varepsilon_{11}^m E_x^c \Rightarrow$$

$$D_x^c = V_f e_{15}^p \varepsilon_{xz}^c + (V_f \varepsilon_{11}^p + V_m \varepsilon_{11}^m) E_x^c$$

Η καταστατική εξίσωση της D_x^c όπως έχουμε αναφέρει, θα πρέπει να είναι της μορφής:

$$D_x^c = e_{15}^c \varepsilon_{xz}^c + \varepsilon_{11}^c E_x^c$$

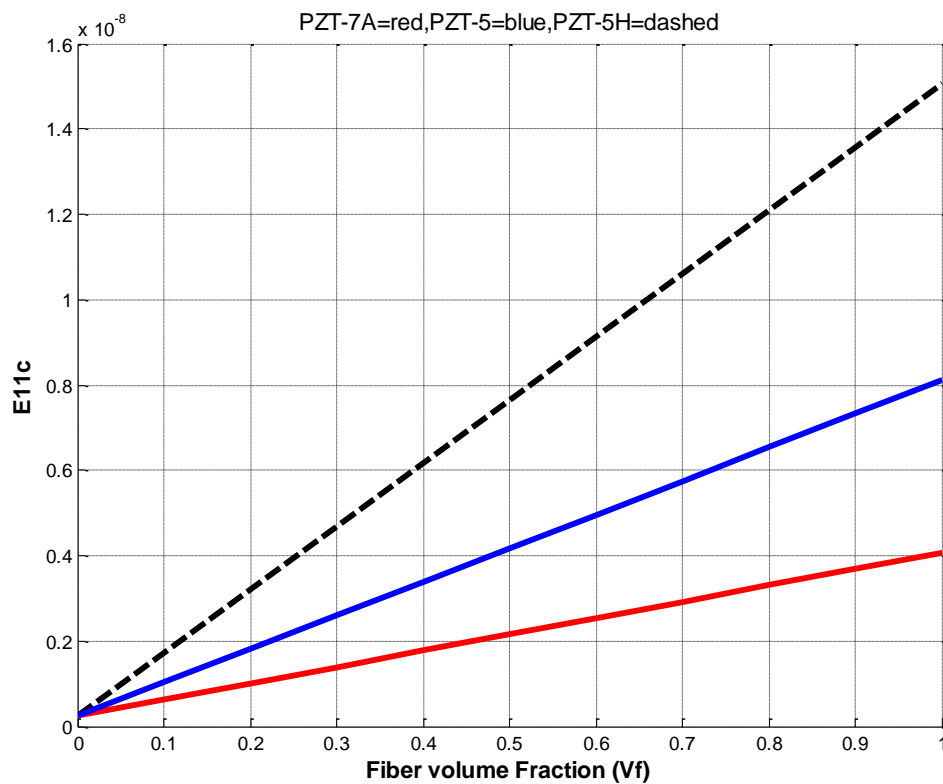
Οπότε οι συντελεστές: $e_{15}^c, \varepsilon_{11}^c$ του συνθέτου είναι:

$$e_{15}^c = V_f e_{15}^p$$

$$\varepsilon_{11}^c = V_f \varepsilon_{11}^p + V_m \varepsilon_{11}^m$$

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση που εκφράζει τον e_{15}^c , είναι ίδια με αυτή που υπολογίστηκε σε παραπάνω παράγραφο, Ακολουθεί το διάγραμμα του συντελεστή ε_{11}^c του ομογενοποιημένου υλικού συναρτήσει του V_f για τα τρία υλικά.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ε_{11}^c



Πίνακας 4.21 Αποτελέσματα τιμών δείκτη ε_{11}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\varepsilon_{11}^c (*10^{-8})$											
PZT-7A	0.0242	0.0625	0.1008	0.1390	0.1773	0.2156	0.2539	0.2922	0.3304	0.3687	0.407
PZT-5	0.0242	0.1029	0.1816	0.2602	0.3389	0.4176	0.4963	0.5749	0.6536	0.7323	0.8110
PZT-5H	0.0242	0.1723	0.3204	0.4684	0.6165	0.7646	0.9127	1.0608	1.2088	1.3569	1.505

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: $e_{24}^c, \varepsilon_{22}^c$

Από τις (14b) και (16a) έχουμε:

$$D_y^m = \varepsilon_{22}^m E_y^m, D_y^c = D_y^m = D_y^p \Rightarrow$$

$$D_y^c = \varepsilon_{22}^m E_y^m \Rightarrow E_y^m = \frac{D_y^c}{\varepsilon_{22}^m}$$

Αντικαθιστώντας τις παραπάνω σχέσεις στην (18a), βρίσκουμε:

$$E_y^c = V_f E_y^p + V_m E_y^m \Rightarrow E_y^p = (E_y^c - V_m E_y^m) / V_f$$

$$\Rightarrow E_y^p = \frac{E_y^c}{V_f} - \frac{V_m D_y^c}{V_f \varepsilon_{22}^m}$$

Με αντικατάσταση των παραπάνω στην (7β), έχουμε:

$$D_y^p = e_{24}^p \varepsilon_{yz}^p + \varepsilon_{22}^p E_y^p \Rightarrow$$

$$D_y^p = e_{24}^p \varepsilon_{yz}^p + \varepsilon_{22}^p \left(\frac{E_y^c}{V_f} - \frac{V_m D_y^c}{V_f \varepsilon_{22}^m} \right)$$

$$D_y^c = e_{24}^p \varepsilon_{yz}^p + \frac{\varepsilon_{22}^p E_y^c}{V_f} - \frac{\varepsilon_{22}^p V_m D_y^c}{V_f \varepsilon_{22}^m} \Rightarrow$$

$$V_f \varepsilon_{22}^m D_y^c / V_f \varepsilon_{22}^m + \frac{\varepsilon_{22}^p V_m D_y^c}{V_f \varepsilon_{22}^m} = V_f \varepsilon_{22}^m e_{24}^p \varepsilon_{yz}^p / V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^m \frac{\varepsilon_{22}^p E_y^c}{V_f \varepsilon_{22}^m} \Rightarrow$$

$$(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m) D_y^c = V_f \varepsilon_{22}^m e_{24}^p \varepsilon_{yz}^p + \varepsilon_{22}^m \varepsilon_{22}^p E_y^c \Rightarrow$$

$$D_y^c = \frac{V_f \varepsilon_{22}^m e_{24}^p}{(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m)} \varepsilon_{yz}^p + \frac{\varepsilon_{22}^m \varepsilon_{22}^p}{(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m)} E_y^c$$

Από την (28) έχουμε: $\varepsilon_{yz}^c = \varepsilon_{yz}^p = \varepsilon_{yz}^m$, αντικαθιστώντας στην παραπάνω

$$D_y^c = \frac{V_f \varepsilon_{22}^m e_{24}^p}{(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m)} \varepsilon_{yz}^c + \frac{\varepsilon_{22}^m \varepsilon_{22}^p}{(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m)} E_y^c$$

Η έκφραση της D_y^c , όπως έχουμε αναφέρει είναι της μορφής $D_y^c = e_{24}^c \varepsilon_{yz}^c + \varepsilon_{22}^c E_y^c$

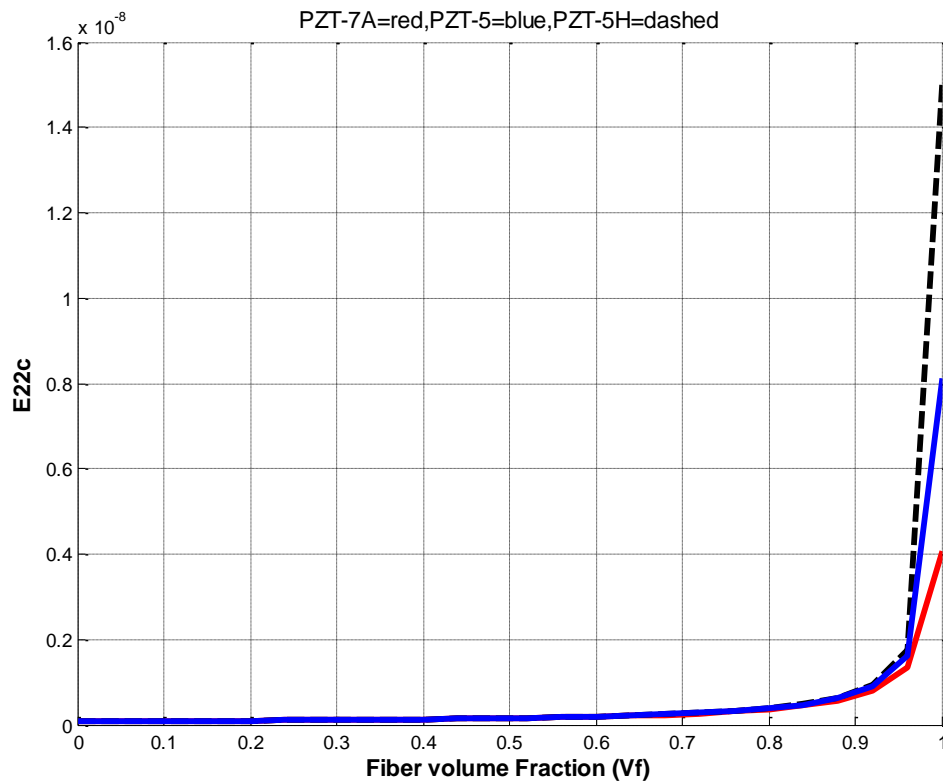
οπότε οι συντελεστές: e_{24}^c ε_{22}^c του συνθέτου είναι:

$$e_{24}^c = \frac{V_f \varepsilon_{22}^m e_{24}^p}{(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m)}$$

$$\varepsilon_{22}^c = \frac{\varepsilon_{22}^m \varepsilon_{22}^p}{(V_f \varepsilon_{22}^m + \varepsilon_{22}^p V_m)}$$

Παρατηρούμε ότι η εξίσωση που περιγράφει τον e_{24}^c είναι ίδια με αυτή του e_{24}^c που υπολογίστηκε παραπάνω με διαφορετικό τρόπο. Ακολουθεί του διάγραμμα του συντελεστή ϵ_{22}^c του ομογενοποιημένου υλικού, συναρτήσει του V_f για τα τρία υλικά.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ϵ_{22}^c



Πίνακας 4.22 Αποτελέσματα τιμών δείκτη ϵ_{22}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ϵ_{22}^c											
PZT-7A *10 ⁻⁸	0.0079	0.0088	0.0098	0.0120	0.0130	0.0160	0.0192	0.0252	0.0367	0.0673	0.407
PZT-5H *10 ⁻⁸	0.0079	0.0088	0.0099	0.0113	0.0131	0.0157	0.0196	0.0260	0.0387	0.0754	1.5050
PZT-5 *10 ⁻⁸	0.0079	0.0088	0.0099	0.0112	0.0131	0.0156	0.0195	0.0257	0.0380	0.0726	0.8110

- Διαδικασία υπολογισμού των συντελεστών: $e_{31}^c, e_{32}^c, e_{33}^c, \varepsilon_{33}^c$

Όπως αναφέρθηκε, ισχύουν οι σχέσεις:

$$D_z^c = V_f D_z^p + V_m D_z^m \quad (20a) \quad \text{και} \quad E_z^c = E_z^p = E_z^m \quad (21a)$$

$$D_z^c = V_f D_z^p + V_m D_z^m \rightarrow (7c), (14c) \rightarrow$$

$$D_z^c = V_f (e_{31}^p \varepsilon_x^p + e_{32}^p \varepsilon_y^p + e_{33}^p \varepsilon_z^p + \varepsilon_{33}^p E_z^c) + V_m \varepsilon_{33}^m E_z^c \rightarrow$$

με αντικατάσταση των (15), (20), (21) \rightarrow

$$D_z^c = V_f [e_{31}^p \varepsilon_x^c + e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) (c_1 \varepsilon_x^c - c_2 \varepsilon_y^c - c_3 \varepsilon_z^c - c_4 E_z^c) + e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) (-c_5 \varepsilon_x^c + c_6 \varepsilon_y^c + c_7 \varepsilon_z^c + c_8 E_z^c) + \varepsilon_{33}^p E_z^c] + V_m \varepsilon_{33}^m E_z^c \rightarrow$$

$$D_z^c = V_f e_{31}^p \varepsilon_x^c + V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_1 \varepsilon_x^c - V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_2 \varepsilon_y^c - V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_3 \varepsilon_z^c - V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_4 E_z^c - V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_5 \varepsilon_x^c + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_6 \varepsilon_y^c + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_7 \varepsilon_z^c + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_8 E_z^c + V_f \varepsilon_{33}^p E_z^c + V_m \varepsilon_{33}^m E_z^c \rightarrow$$

$$D_z^c = [V_f e_{31}^p + V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_1 - V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_5] \varepsilon_x^c + [V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_6 - V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_2] \varepsilon_y^c + [-V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_3 + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_7] \varepsilon_z^c + [-V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_4 + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_8 + V_f \varepsilon_{33}^p + V_m \varepsilon_{33}^m] E_z^c$$

Η καταστατική εξίσωση του ομογενοποιημένου συνθέτου είναι της μορφής:

$$D_z^c = e_{31}^c \varepsilon_x^c + e_{32}^c \varepsilon_y^c + e_{33}^c \varepsilon_z^c + \varepsilon_{33}^c E_z^c$$

Οπότε οι συντελεστές $e_{31}^c, e_{32}^c, e_{33}^c, \varepsilon_{33}^c$ του συνθέτου, περιγράφονται από τις σχέσεις:

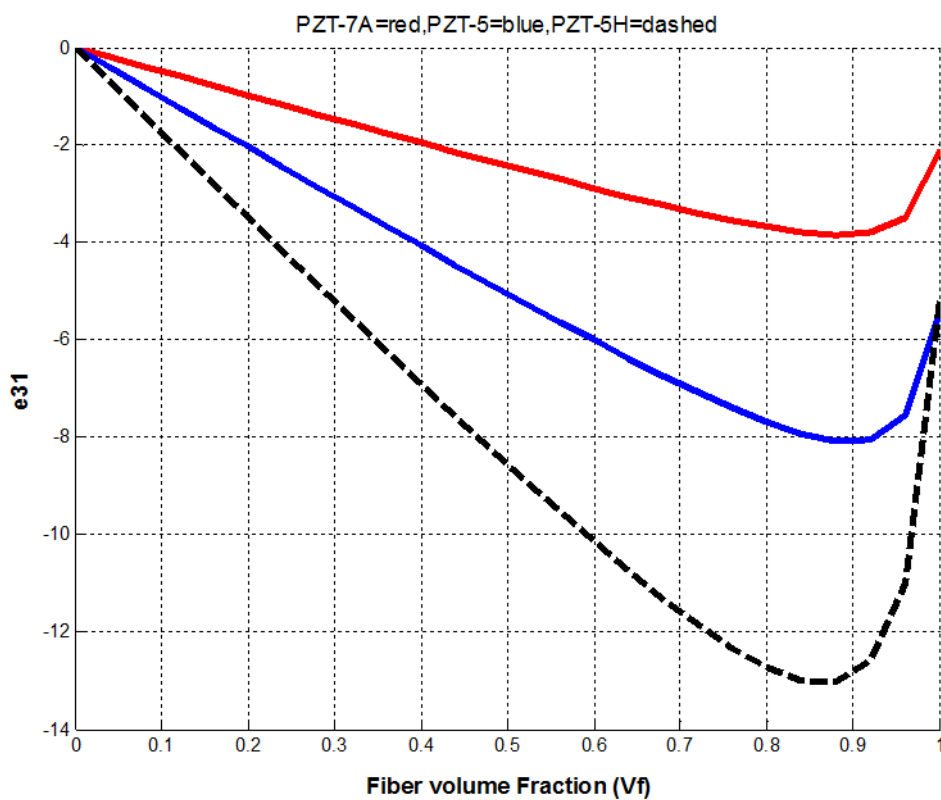
$$e_{31}^c = V_f e_{31}^p + V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_1 - V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_5$$

$$e_{32}^c = V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_6 - V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_2$$

$$e_{33}^c = -V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_3 + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_7$$

$$\varepsilon_{33}^c = -V_f e_{32}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_4 + V_f e_{33}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_8 + V_f \varepsilon_{33}^p + V_m \varepsilon_{33}^m$$

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{31}^c

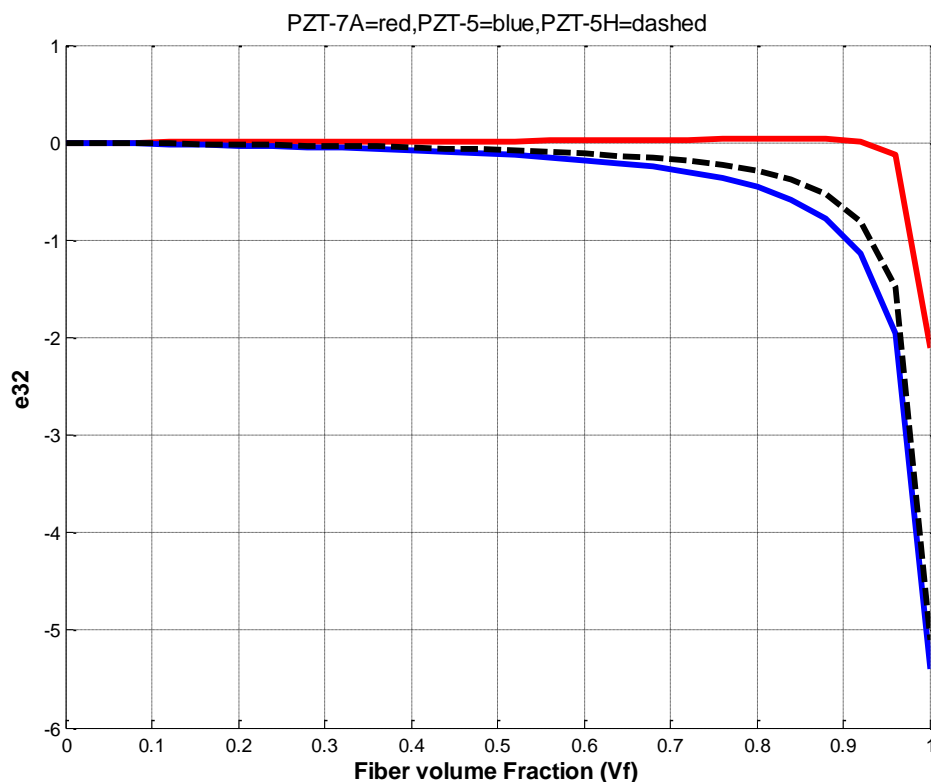


Πίνακας 4.23 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{31}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{31}^c											
PZT-7A	0.0000	-0.4950	-0.9873	-1.4757	-1.9586	-2.4326	-2.8918	-3.3228	-3.6894	-3.8481	-2.1000
PZT-5	0.0000	-1.0286	-2.0517	-3.0672	-4.0716	-5.0586	-6.0165	-6.9195	-7.6993	-8.0941	-5.4000
PZT-5H	0.0000	-1.7557	-3.4979	-5.2214	-6.9172	-8.5699	-10.1502	-11.5937	-12.7293	-12.8944	-5.1000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή e_{31}^c είναι το ίδιο με αυτό του e_{31}^c που υπολογίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο, με διαφορετικό τρόπο.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{32}^c

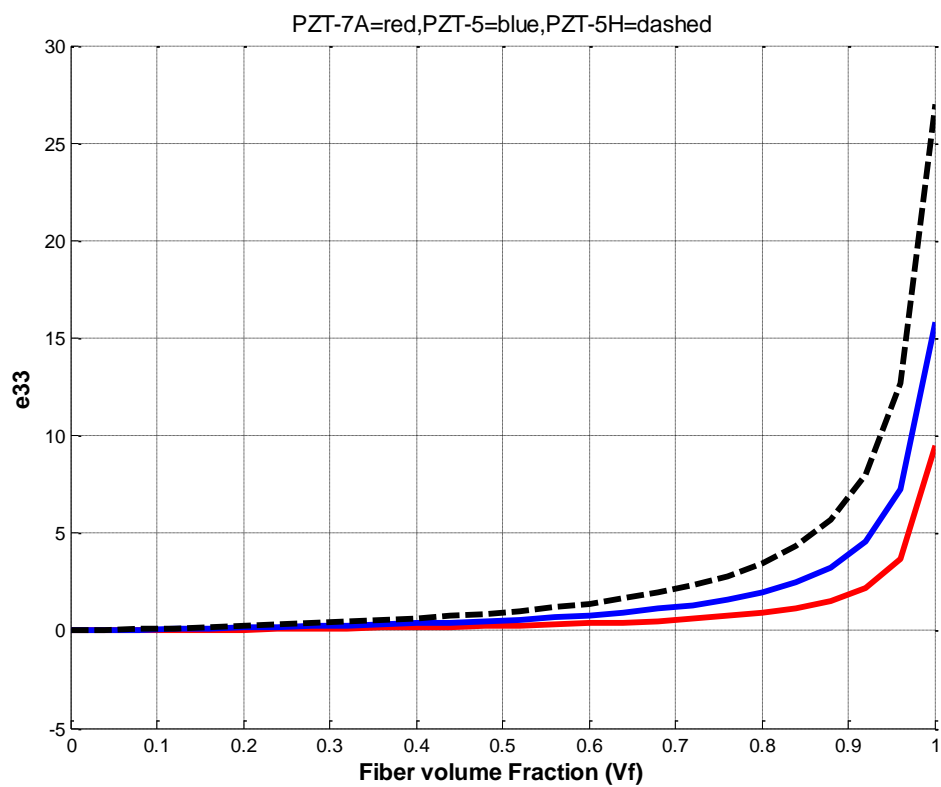


Πίνακας 4.24 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{32}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
PZT-7A	0,0000	0,0018	0,0040	0,0068	0,0102	0,0146	0,0206	0,0286	0,0384	0,0321	-2,1000
PZT-5	0,0000	-0,0134	-0,0302	-0,0516	-0,0799	-0,1191	-0,1771	-0,2713	-0,4514	-0,9299	-5,4000
PZT-5H	0,0000	-0,0083	-0,0187	-0,0320	-0,0498	-0,0746	-0,1118	-0,1735	-0,2952	-0,6419	-5,1000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή e_{32}^c είναι το ίδιο με αυτό που υπολογίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο, με διαφορετικό τρόπο.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ e_{33}^c

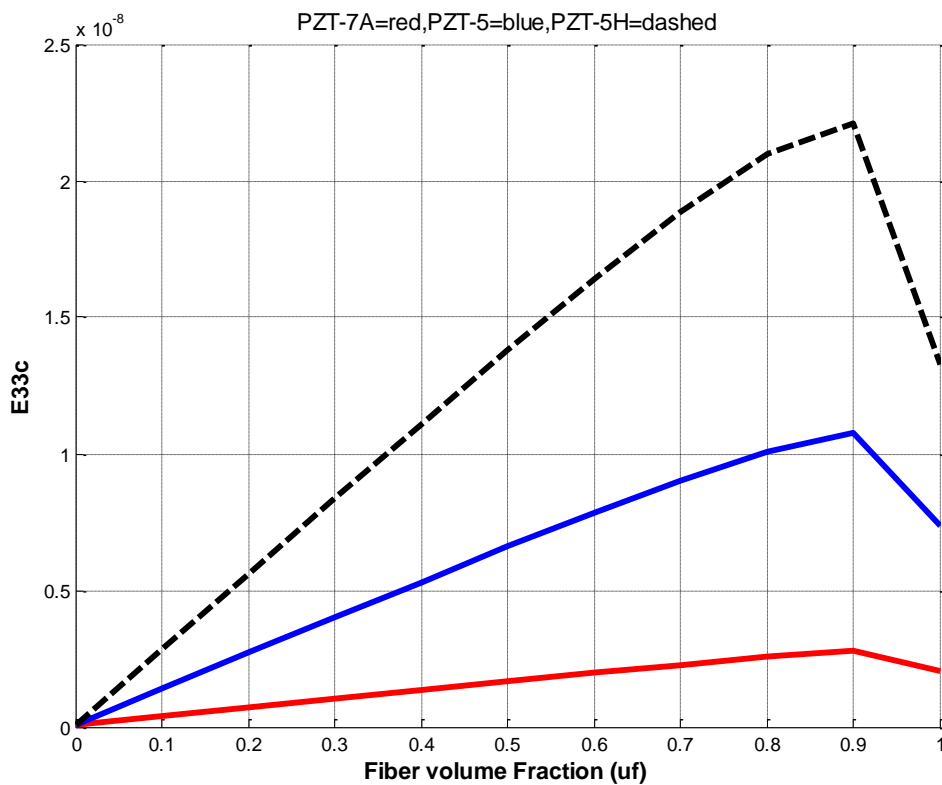


Πίνακας 4.25 Αποτελέσματα τιμών δείκτη e_{33}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
e_{33}^c											
PZT-7A	0.0000	0.0280	0.0628	0.1071	0.1655	0.2460	0.3642	0.5543	0.9109	1.8244	9.5000
PZT-5	0.0000	0.0619	0.1387	0.2363	0.3646	0.5407	0.7974	1.2067	1.9617	3.8217	15.800
PZT-5H	0.0000	0.1087	0.2434	0.4146	0.6396	0.9484	1.3985	2.1155	3.4369	6.6833	27.000

Παρατηρούμε ότι το διαγράμμα του συντελεστή e_{33}^c είναι το ίδιο με αυτό που υπολογίστηκε σε προηγούμενη παράγραφο, με διαφορετικό τρόπο.

ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗ ϵ_{33}^c



Πίνακας 4.26 Αποτελέσματα τιμών δείκτη ϵ_{33}^c

V_f	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ϵ_{33}^c											
PZT-7A (*10 ⁻⁸)	0.0079	0.0310	0.0719	0.1038	0.1355	0.1670	0.1980	0.2282	0.2566	0.2784	0.2070
PZT-5 (*10 ⁻⁸)	0.0079	0.1399	0.2714	0.4021	0.5317	0.6595	0.785	0.904	1.011	1.1076	0.7350
PZT-5H (*10 ⁸)	0.0079	0.2862	0.5632	0.8383	1.1105	1.3783	1.6386	1.8848	2.0989	2.2094	1.3270

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Ακολουθώντας τη διαδικασία ομογενοποίησης που περιγράψαμε στα προηγούμενα κεφάλαια, διαπιστώνουμε ότι προκύπτει ένα σύνθετο - υβριδικό υλικό που ανήκει στην γενική κατηγορία των ορθότροπων υλικών, του οποίου όλοι οι συντελεστές, ελαστικοί, πιεζοηλεκτρικοί και διηλεκτρικοί, έχουν υπολογιστεί με αναλυτικό τρόπο.

- Παρατηρούμε ότι τα διαγράμματα των $C_{12}^c, C_{13}^c, C_{23}^c$, ταυτίζονται με τα αντίστοιχα διαγράμματα $C_{12}^c, C_{13}^c, C_{23}^c$, καθώς και τα διαγράμματα των $e_{31}^c, e_{32}^c, e_{33}^c$ ταυτίζονται με τα αντίστοιχα διαγράμματα $e_{31}^c, e_{32}^c, e_{33}^c$, των συντελεστών που έχουν προκύψει με διαφορετικό τρόπο κατά τη διαδικασία επίλυσης του προβλήματος. Συνεπώς, οι ποσότητες αυτές αν και δίνονται με διαφορετικές εκφράσεις, στην ουσία ταυτίζονται.
- Παρατηρούμε επίσης ότι το διάγραμμα του συντελεστή C_{22}^c δεν είναι το ίδιο με αυτό του C_{11}^c καθώς και το διαγράμμα του συντελεστή C_{23}^c δεν είναι το ίδιο με αυτό του C_{13}^c όπως συμβαίνει με τους αντίστοιχους συντελεστές των πιεζοηλεκτρικών υλικών της ίνας. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι οι συμμετρίες του πίνακα των ελαστικών σταθερών των πιεζοηλεκτρικών ινών δεν μεταφέρονται αυτούσιες στον πίνακα των ελαστικών σταθερών του σύνθετου υλικού.
- Σημειώνουμε ακόμη ότι οι αναλυτικές εκφράσεις των πιεζοηλεκτρικών συντελεστών e_{15}^c, e_{24}^c , είναι ίδιες με αυτές που υπολογίστηκαν για τους ίδιους συντελεστές κατά τη διαδικασία της επίλυσης, αλλά με διαφορετικό τρόπο.
- Σύμφωνα με τα παραπάνω, διαπιστώνουμε ότι τα αποτελέσματα που προκύπτουν από την συγκεκριμένη μέθοδο ομογενοποίησης, είναι συμβατά και με τη φυσική πλευρά του προβλήματος, με τη έννοια ότι ο προσδιορισμός των υλικών σταθερών του σύνθετου θα πρέπει να είναι κάθε φορά μοναδικός.

Τέλος τα αποτελέσματα που προέκυψαν στη παρούσα εργασία, συμφωνούν με τα δημοσιευμένα αποτελέσματα στη διεθνή βιβλιογραφία των Nilanjian Mallik and M.C.Ray [23] και Anil Kumar and D. Chakraborty [25]. Είναι πληρέστερα από αυτά, αφού εδώ έχουν υπολογιστεί όλες οι υλικές σταθερές του σύνθετου υλικού και μάλιστα με χαλαρότερες υποθέσεις από αυτές που περιγράφονται στις παραπάνω εργασίες.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 1°

ΑΝΑΛΥΤΙΚΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΙ

Παραθέτουμε τις εξισώσεις που χρησιμοποιήθηκαν στο τέταρτο κεφάλαιο με την αντίστοιχη αρίθμηση.

$$\sigma_x^p = C_{11}^p \epsilon_x^p + C_{12}^p \epsilon_y^p + C_{13}^p \epsilon_z^p - e_{31}^p E_z^p \quad (1)$$

$$\sigma_y^p = C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p \quad (2)$$

$$\sigma_z^p = C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p \quad (3)$$

$$\sigma_{yz}^p = C_{44}^p \epsilon_{yz}^p \quad (4)$$

$$\sigma_{xz}^p = C_{55}^p \epsilon_{xz}^p \quad (5)$$

$$\sigma_{xy}^p = C_{66}^p \epsilon_{xy}^p \quad (6)$$

$$D_x^p = e_{15}^p \epsilon_{xz}^p + \epsilon_{11}^p E_x^p \quad (7a)$$

$$D_y^p = e_{24}^p \epsilon_{yz}^p + \epsilon_{22}^p E_y^p \quad (7b)$$

$$D_z^p = e_{31}^p \epsilon_x^p + e_{31}^p \epsilon_y^p + e_{33}^p \epsilon_z^p + \epsilon_{33}^p E_z^p \quad (7c)$$

$$\sigma_x^m = C_{11}^m \epsilon_x^m + C_{12}^m \epsilon_y^m + C_{13}^m \epsilon_z^m \quad (8)$$

$$\sigma_y^m = C_{12}^m \epsilon_x^m + C_{22}^m \epsilon_y^m + C_{23}^m \epsilon_z^m \quad (9)$$

$$\sigma_z^m = C_{13}^m \epsilon_x^m + C_{23}^m \epsilon_y^m + C_{33}^m \epsilon_z^m \quad (10)$$

$$\sigma_{yz}^m = C_{44}^m \epsilon_{yz}^m \quad (11)$$

$$\sigma_{xz}^m = C_{55}^m \epsilon_{xz}^m \quad (12)$$

$$\sigma_{xy}^m = C_{66}^m \epsilon_{xy}^m \quad (13)$$

$$D_x^m = \epsilon_{11}^m E_x^m \quad (14a)$$

$$D_y^m = \epsilon_{22}^m E_y^m \quad (14b)$$

$$D_z^m = \epsilon_{33}^m E_z^m \quad (14c)$$

$$\epsilon_x^p = \epsilon_x^m = \epsilon_x^c \quad (15)$$

$$\sigma_y^p = \sigma_y^m = \sigma_y^c \quad (16)$$

$$\sigma_z^p = \sigma_z^m = \sigma_z^c \quad (17)$$

$$\epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + (1 - V_f) \epsilon_y^m \quad (18)$$

$$\epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + (1 - V_f) \epsilon_z^m \quad (19)$$

$$D_z^c = D_z^p = D_z^m \quad (20a)$$

$$E_z^c = V_f E_z^p + V_m E_z^m \quad (21a)$$

$$\epsilon_y^p = (1/L)(c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) \quad (20)$$

$$\epsilon_z^p = (1/L)(-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) \quad (21)$$

$$D_z^m = \epsilon_{33}^m E_z^m = D_z^c \rightarrow E_z^m = \frac{D_z^c}{\epsilon_{33}^m} \quad (h)$$

$$E_z^c = V_f E_z^p + V_m E_z^m \rightarrow E_z^p = (E_z^c - V_m E_z^m) / V_f \quad (w)$$

$$\epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + (1 - V_f) \epsilon_y^m \rightarrow \epsilon_y^m = \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} \quad (22)$$

$$\epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + (1 - V_f) \epsilon_z^m \rightarrow \epsilon_z^m = \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \quad (23)$$

Χρησιμοποιείται: $V_f + V_m = 1 \rightarrow V_m = 1 - V_f$

- **Παραγωγή των βοηθητικών σχέσεων (20),(21) των $\epsilon_y^p, \epsilon_z^p$ συναρτήσεων :** $\epsilon_x^c, \epsilon_y^c, \epsilon_z^c$

Από την σχέση (16) έχουμε $\sigma_y^p = \sigma_y^m$, η οποία με (2) και (9) γίνεται:

$$C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p = C_{12}^m \epsilon_x^m + C_{22}^m \epsilon_y^m + C_{23}^m \epsilon_z^m \quad (a)$$

από (18) $\epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + (1 - V_f) \epsilon_y^m \Rightarrow \epsilon_y^m = \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)}$ (22) και από

(19) $\epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + (1 - V_f) \epsilon_z^m \Rightarrow \epsilon_z^m = \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)}$ (23)

Αντικαθιστώντας στην (α) τις (15),(22),(23) έχουμε:

$$C_{12}^p \epsilon_x^c + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p = C_{12}^m \epsilon_x^c + C_{22}^m \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} + C_{23}^m \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \Rightarrow$$

$$C_{22}^p \epsilon_y^p + \frac{C_{22}^m V_f \epsilon_y^p}{V_m} = C_{12}^m \epsilon_x^c + \frac{C_{22}^m \epsilon_y^c}{V_m} + \frac{C_{23}^m \epsilon_z^c}{V_m} - \frac{C_{23}^m V_f \epsilon_z^p}{V_m} - C_{23}^p \epsilon_z^p + e_{32}^p E_z^p - C_{12}^p \epsilon_x^c \Rightarrow$$

$$C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + C_{22}^m V_f \epsilon_y^p = C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{23}^m V_f \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m \epsilon_z^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c \Rightarrow$$

$$\epsilon_y^p = \frac{C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{23}^m V_f \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m \epsilon_z^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c}{C_{22}^p V_m + C_{22}^m V_f} \quad (b)$$

από (17) $\rightarrow \sigma_z^p = \sigma_z^m$ η οποία με (3) και (10) γίνεται:

$$C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p = C_{13}^m \epsilon_x^m + C_{23}^m \epsilon_y^m + C_{33}^m \epsilon_z^m \quad (c)$$

με (15),(22),(23) η (c) γίνεται:

$$C_{13}^p \epsilon_x^c + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p = C_{13}^m \epsilon_x^c + C_{23}^m \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} + C_{33}^m \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \Rightarrow$$

$$C_{13}^p \epsilon_x^c + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p = C_{13}^m \epsilon_x^c + \frac{C_{23}^m \epsilon_y^c}{V_m} - \frac{C_{23}^m V_f \epsilon_y^p}{V_m} + \frac{C_{33}^m \epsilon_z^c}{V_m} - \frac{C_{33}^m V_f \epsilon_z^p}{V_m} \Rightarrow$$

$$C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + C_{23}^m V_f \epsilon_y^p = C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{33}^m V_f \epsilon_z^p - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - V_m C_{33}^p \epsilon_z^p + e_{33}^p V_m E_z^p \Rightarrow$$

$$\epsilon_y^p = \frac{C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{33}^m V_f \epsilon_z^p - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - V_m C_{33}^p \epsilon_z^p + e_{33}^p V_m E_z^p}{C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f} \quad (d)$$

$$\text{Ισχύει } (\mathbf{b}) = (\mathbf{d}) \rightarrow \frac{C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{23}^m V_f \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m \epsilon_z^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c}{C_{22}^p V_m + C_{22}^m V_f} = \frac{C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{33}^m V_f \epsilon_z^p - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - V_m C_{33}^p \epsilon_z^p + e_{33}^p V_m E_z^p}{C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f} \Rightarrow$$

$$(C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{23}^m V_f \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m \epsilon_z^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c)(C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f) = (C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{33}^m V_f \epsilon_z^p - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - V_m C_{33}^p \epsilon_z^p + e_{33}^p V_m E_z^p)(C_{22}^p V_m + C_{22}^m V_f) \Rightarrow$$

$$C_{12}^m V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m C_{23}^p V_m \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{23}^p V_m \epsilon_z^c - C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_z^p + e_{32}^p V_m C_{23}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c + C_{12}^m V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c + C_{22}^m C_{23}^m V_f \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{23}^m V_f \epsilon_z^c - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_z^p + e_{32}^p V_m C_{23}^m V_f E_z^p - C_{12}^p V_m C_{23}^p V_f \epsilon_x^c = C_{13}^m V_m C_{22}^p V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m C_{22}^p V_m \epsilon_y^c + C_{33}^m C_{22}^p V_m \epsilon_z^c - C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m \epsilon_z^p - C_{13}^p V_m C_{22}^p V_m \epsilon_x^c - V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m \epsilon_z^p + e_{33}^p V_m C_{22}^p V_m E_z^p + C_{13}^m V_m C_{22}^m V_f \epsilon_x^c + C_{23}^m C_{22}^m V_f \epsilon_y^c + C_{33}^m C_{22}^m V_f \epsilon_z^c - C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f \epsilon_z^p - C_{13}^p V_m C_{22}^m V_f \epsilon_x^p - V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f \epsilon_z^p + e_{33}^p V_m C_{22}^m V_f E_z^p \Rightarrow$$

$$-C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_z^p - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f \epsilon_z^p - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_z^p + C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m \epsilon_z^p + V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m \epsilon_z^p + C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f \epsilon_z^p + V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f \epsilon_z^p = C_{13}^m V_m C_{22}^p V_m \epsilon_x^c - C_{13}^p V_m C_{22}^p V_m \epsilon_x^c + C_{13}^m V_m C_{22}^m V_f \epsilon_x^c - C_{13}^p V_m C_{22}^m V_f \epsilon_x^c - C_{12}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c + C_{12}^m V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c - C_{12}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c + C_{12}^m V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c + C_{23}^m C_{22}^p V_m \epsilon_y^c - C_{22}^m C_{23}^p V_m \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{22}^m V_f \epsilon_y^c - C_{22}^m C_{23}^m V_f \epsilon_y^c + C_{22}^m V_f \epsilon_z^c + C_{23}^m C_{22}^p V_m \epsilon_z^c - C_{23}^m C_{23}^p V_m \epsilon_z^c - C_{23}^m C_{23}^m V_f \epsilon_z^c - e_{32}^p V_m C_{23}^p V_m E_z^p - e_{32}^p V_m C_{23}^m V_f E_z^p + e_{33}^p V_m C_{22}^p V_m E_z^p + e_{33}^p V_m C_{22}^m V_f E_z^p \Rightarrow$$

$$(-C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f + C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m + V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f + V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f) \epsilon_z^p = (C_{13}^m V_m C_{22}^p V_m - C_{13}^p V_m C_{22}^p V_m + C_{13}^m V_m C_{22}^m V_f - C_{13}^p V_m C_{22}^m V_f - C_{12}^p V_m C_{23}^p V_m + C_{12}^m V_m C_{23}^p V_m - C_{12}^p V_m C_{23}^m V_f + C_{12}^m V_m C_{23}^m V_f) \epsilon_x^c + (C_{23}^m C_{22}^p V_m - C_{22}^m C_{23}^p V_m + C_{23}^m C_{22}^m V_f - C_{22}^m C_{23}^m V_f) \epsilon_y^c + (C_{33}^m C_{22}^p V_m + C_{33}^m C_{22}^m V_f - C_{23}^m C_{23}^p V_m - C_{23}^m C_{23}^m V_f) \epsilon_z^c + (-e_{32}^p V_m C_{23}^p V_m - e_{32}^p V_m C_{23}^m V_f + e_{33}^p V_m C_{22}^p V_m + e_{33}^p V_m C_{22}^m V_f) E_z^p \quad (21a)$$

Θέτουμε L τον δείκτη του ϵ_z^p :

$$L = -C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f + C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m + V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f + V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f =$$

$$-2C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - (V_m C_{23}^p)^2 - (V_f C_{23}^m)^2 + V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f + V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f \rightarrow$$

$$L = (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m)(V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m) - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)^2$$

Θέτουμε c_5 τον δείκτη του ϵ_x^c :

$$c_5 = C_{13}^m V_m C_{22}^p V_m - C_{13}^p V_m C_{22}^p V_m + C_{13}^m V_m C_{22}^m V_f - C_{13}^p V_m C_{22}^m V_f - C_{12}^m V_m C_{23}^p V_m + C_{12}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{12}^m V_m C_{23}^m V_f + C_{12}^p V_m C_{23}^m V_f = -\{V_m [-C_{13}^m C_{22}^p V_m + C_{13}^p C_{22}^p V_m - C_{13}^m C_{22}^m V_f + C_{13}^p C_{22}^m V_f + C_{12}^m C_{23}^p V_m - C_{12}^p C_{23}^p V_m + C_{12}^m C_{23}^m V_f - C_{12}^p C_{23}^m V_f]\} \rightarrow$$

$$c_5 = V_m [(C_{13}^p - C_{13}^m)(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - (C_{12}^p - C_{12}^m)(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]$$

Θέτουμε c_6 τον δείκτη του ϵ_y^c :

$$c_6 = C_{23}^m C_{22}^p V_m - C_{22}^m C_{23}^p V_m + C_{23}^m C_{22}^m V_f - C_{22}^m C_{23}^m V_f \rightarrow$$

$$c_6 = C_{23}^m (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - C_{22}^m (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)$$

Θέτουμε c_7 τον δείκτη του ϵ_z^c :

$$c_7 = C_{33}^m C_{22}^m V_f + C_{33}^m C_{22}^p V_m - C_{23}^m C_{23}^p V_m - C_{23}^m C_{23}^m V_f \rightarrow$$

$$c_7 = C_{33}^m (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - C_{23}^m (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)$$

Θέτουμε c_8 τον δείκτη του E_z^p :

$$c_8 = -e_{32}^p V_m C_{23}^p V_m - e_{32}^p V_m C_{23}^m V_f + e_{33}^p V_m C_{22}^p V_m + e_{33}^p V_m C_{22}^m V_f = V_m [-e_{32}^p V_m C_{23}^p - e_{32}^p C_{23}^m V_f + e_{33}^p C_{22}^p V_m + e_{33}^p C_{22}^m V_f] \rightarrow$$

$$c_8 = V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]$$

Οπότε η (21α) γίνεται:

$$\epsilon_z^p = (1/L)(-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) \quad (21)$$

Υπολογίζουμε αντίστοιχα το ϵ_z^p συναρτήσει των : $\epsilon_x^c, \epsilon_y^c, \epsilon_z^c$

από (17) $\sigma_z^p = \sigma_z^m$ με (3) και (10)

$$C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p = C_{13}^m \epsilon_x^m + C_{23}^m \epsilon_y^m + C_{33}^m \epsilon_z^m \quad (a1)$$

$$\text{από (18)} \quad \epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + (1 - V_f) \epsilon_y^m \rightarrow \epsilon_y^m = \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} \quad (22)$$

$$\text{και από (19)} \quad \epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + (1 - V_f) \epsilon_z^m \rightarrow \epsilon_z^m = \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \quad (23)$$

με (15),(22),(23) η (a1) γίνεται

$$C_{13}^p \epsilon_x^c + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p = C_{13}^m \epsilon_x^c + C_{23}^m \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} + C_{33}^m \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \Rightarrow$$

$$C_{33}^p \epsilon_z^p + \frac{C_{33}^m V_f \epsilon_z^p}{V_m} = C_{13}^m \epsilon_x^c + \frac{C_{23}^m \epsilon_y^c}{V_m} - \frac{C_{23}^m V_f \epsilon_y^p}{V_m} + \frac{C_{33}^m \epsilon_z^c}{V_m} - C_{13}^p \epsilon_x^c - C_{23}^p \epsilon_y^p + e_{33}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$C_{33}^p V_m \epsilon_z^p + C_{33}^m V_f \epsilon_z^p = C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m E_z^p \Rightarrow$$

$$\epsilon_z^p = \frac{C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m E_z^p}{C_{33}^p V_m + C_{33}^m V_f} \quad (b1)$$

από (16) $\sigma_y^p = \sigma_y^m$ η οποία με (2) και (9) γίνεται:

$$C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p = C_{12}^m \epsilon_x^m + C_{22}^m \epsilon_y^m + C_{23}^m \epsilon_z^m \quad (a1)$$

$$\text{με (18)} \quad \epsilon_y^c = V_f \epsilon_y^p + (1 - V_f) \epsilon_y^m \rightarrow \epsilon_y^m = \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} \quad (22)$$

$$\text{με (19)} \quad \epsilon_z^c = V_f \epsilon_z^p + (1 - V_f) \epsilon_z^m \rightarrow \epsilon_z^m = \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \quad (23)$$

με (15),(22),(23) η (α1) γίνεται

$$C_{12}^p \epsilon_x^c + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p = C_{12}^m \epsilon_x^c + C_{22}^m \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} + C_{23}^m \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)} \Rightarrow$$

$$C_{23}^p \epsilon_z^p + \frac{C_{23}^m V_f \epsilon_z^p}{V_m} = C_{12}^m \epsilon_x^c + \frac{C_{22}^m \epsilon_y^c}{V_m} + \frac{C_{23}^m \epsilon_z^c}{V_m} - \frac{C_{22}^m V_f \epsilon_y^p}{V_m} - C_{22}^p \epsilon_y^p + e_{32}^p E_z^p - C_{12}^p \epsilon_x^c \Rightarrow$$

$$C_{23}^p V_m \epsilon_z^p + C_{23}^m V_f \epsilon_z^p = C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c$$

$$\Rightarrow \epsilon_z^p = \frac{C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c}{C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f} \quad (d1)$$

Ισχύει (b1) = (d1) \rightarrow

$$\frac{C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m E_z^p}{C_{33}^p V_m + C_{33}^m V_f} =$$

$$\frac{C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c}{C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f}$$

\Rightarrow

$$(C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m E_z^p)(C_{23}^p V_m + C_{23}^m V_f) =$$

$$(C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c)(C_{33}^p V_m + C_{33}^m V_f) \Rightarrow$$

$$(C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m E_z^p) C_{23}^p V_m +$$

$$\begin{aligned} & (C_{13}^m V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m E_z^p) C_{23}^m V_f = \\ & (C_{12}^m V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c) C_{33}^p V_m + \\ & C_{22}^m \epsilon_y^c + C_{23}^m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m \epsilon_x^c) C_{33}^m V_f \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (C_{13}^m V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c + C_{23}^m C_{23}^p V_m \epsilon_y^c - C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + C_{33}^m C_{23}^p V_m \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c - \\ & C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_y^p + e_{33}^p V_m C_{23}^p V_m E_z^p) + (C_{13}^m V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c + C_{23}^m C_{23}^m V_f \epsilon_y^c - \\ & C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + C_{33}^m C_{23}^m V_f \epsilon_z^c - C_{13}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + \\ & e_{33}^p V_m C_{23}^m V_f E_z^p) = \\ & (C_{12}^m V_m C_{33}^p V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m C_{33}^p V_m \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{33}^p V_m \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f C_{33}^p V_m \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m C_{33}^p V_m \epsilon_y^p + \\ & e_{32}^p V_m C_{33}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m C_{33}^p V_m \epsilon_x^c) + (C_{12}^m V_m C_{33}^m V_f \epsilon_x^c + \\ & C_{22}^m C_{33}^m V_f \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{33}^m V_f \epsilon_z^c - C_{22}^m V_f C_{33}^m V_f \epsilon_y^p - C_{22}^p V_m C_{33}^m V_f \epsilon_y^p + e_{32}^p V_m C_{33}^m V_f E_z^p - \\ & C_{12}^p V_m C_{33}^m V_f \epsilon_x^c) \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & -C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m \epsilon_y^p - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_y^p - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f \epsilon_y^p - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_y^p + \\ & C_{22}^m V_f C_{33}^p V_m \epsilon_y^p + C_{22}^p V_m C_{33}^p V_m \epsilon_y^p + C_{22}^m V_f C_{33}^m V_f \epsilon_y^p + C_{22}^p V_m C_{33}^m V_f \epsilon_y^p = \\ & C_{12}^m V_m C_{33}^p V_m \epsilon_x^c + C_{22}^m C_{33}^p V_m \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{33}^p V_m \epsilon_z^c + e_{32}^p V_m C_{33}^p V_m E_z^p - C_{12}^p V_m C_{33}^p V_m \epsilon_x^c \\ & + C_{12}^m V_m C_{33}^m V_f \epsilon_x^c + C_{22}^m C_{33}^m V_f \epsilon_y^c + C_{23}^m C_{33}^m V_f \epsilon_z^c + e_{32}^p V_m C_{33}^m V_f E_z^p - C_{12}^p V_m C_{33}^m V_f \epsilon_x^c \\ & - C_{13}^m V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c - C_{23}^m C_{23}^p V_m \epsilon_y^c - C_{33}^m C_{23}^p V_m \epsilon_z^c + C_{13}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c - e_{33}^p V_m C_{23}^p V_m E_z^p - \\ & C_{13}^m V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c - C_{23}^m C_{23}^m V_f \epsilon_y^c - C_{33}^m C_{23}^m V_f \epsilon_z^c + C_{13}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c - e_{33}^p V_m C_{23}^m V_f E_z^p \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (-C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f + C_{22}^m V_f C_{33}^p V_m + \\ & C_{22}^p V_m C_{33}^p V_m + C_{22}^m V_f C_{33}^m V_f + C_{22}^p V_m C_{33}^m V_f) \epsilon_y^p = \\ & C_{12}^m V_m C_{33}^p V_m \epsilon_x^c - C_{12}^p V_m C_{33}^p V_m \epsilon_x^c + C_{12}^m V_m C_{33}^m V_f \epsilon_x^c - C_{12}^p V_m C_{33}^m V_f \epsilon_x^c - C_{13}^m V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c + \\ & C_{13}^p V_m C_{23}^p V_m \epsilon_x^c - C_{13}^m V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c + C_{13}^p V_m C_{23}^m V_f \epsilon_x^c \\ & + C_{22}^m C_{33}^p V_m \epsilon_y^c + C_{22}^m C_{33}^m V_f \epsilon_y^c - C_{23}^m C_{23}^p V_m \epsilon_y^c - C_{23}^m C_{23}^m V_f \epsilon_y^c \\ & + C_{23}^m C_{33}^m V_f \epsilon_z^c + C_{23}^m C_{33}^p V_m \epsilon_z^c - C_{33}^m C_{23}^p V_m \epsilon_z^c - C_{33}^m C_{23}^m V_f \epsilon_z^c \\ & - e_{33}^p V_m C_{23}^p V_m E_z^p - e_{33}^p V_m C_{23}^m V_f E_z^p + e_{32}^p V_m C_{33}^p V_m E_z^p + e_{32}^p V_m C_{33}^m V_f E_z^p \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (-C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f + C_{22}^m V_f C_{33}^p V_m + \\ & C_{22}^p V_m C_{33}^p V_m + C_{22}^m V_f C_{33}^m V_f + C_{22}^p V_m C_{33}^m V_f) \epsilon_y^p = \\ & (C_{12}^m V_m C_{33}^p V_m - C_{12}^p V_m C_{33}^p V_m + C_{12}^m V_m C_{33}^m V_f - C_{12}^p V_m C_{33}^m V_f - C_{13}^m V_m C_{23}^p V_m + \\ & C_{13}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{13}^m V_m C_{23}^m V_f + C_{13}^p V_m C_{23}^m V_f) \epsilon_x^c \\ & + (C_{22}^m C_{33}^p V_m + C_{22}^m C_{33}^m V_f - C_{23}^m C_{23}^p V_m - C_{23}^m C_{23}^m V_f) \epsilon_y^c \\ & + (C_{23}^m C_{33}^m V_f + C_{23}^m C_{33}^p V_m - C_{33}^m C_{23}^p V_m - C_{33}^m C_{23}^m V_f) \epsilon_z^c \\ & (-e_{33}^p V_m C_{23}^p V_m - e_{33}^p V_m C_{23}^m V_f + e_{32}^p V_m C_{33}^p V_m + e_{32}^p V_m C_{33}^m V_f) E_z^p \quad (21\alpha') \end{aligned}$$

Θέτουμε:

$$\begin{aligned} L = & -C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - C_{23}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{23}^m V_f C_{23}^m V_f - C_{23}^p V_m C_{23}^m V_f + \\ & C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m + V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f + V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f = \end{aligned}$$

$$-2C_{23}^m V_f C_{23}^p V_m - (V_m C_{23}^p)^2 - (V_f C_{23}^m)^2 + V_m C_{33}^p C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^p V_m + C_{33}^m V_f C_{22}^m V_f + V_m C_{33}^p C_{22}^m V_f \rightarrow$$

$$L = (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m)(V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m) - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)^2$$

$$c_1 = C_{12}^m V_m C_{33}^p V_m - C_{12}^p V_m C_{33}^p V_m + C_{12}^m V_m C_{33}^m V_f - C_{12}^p V_m C_{33}^m V_f - C_{13}^m V_m C_{23}^p V_m + C_{13}^p V_m C_{23}^p V_m - C_{13}^m V_m C_{23}^m V_f + C_{13}^p V_m C_{23}^m V_f =$$

$$= V_m [C_{12}^m V_m C_{33}^p - C_{12}^p V_m C_{33}^p + C_{12}^m C_{33}^m V_f - C_{12}^p C_{33}^m V_f - C_{13}^m C_{23}^p V_m + C_{13}^p C_{23}^p V_m - C_{13}^m C_{23}^m V_f + C_{13}^p C_{23}^m V_f] \rightarrow$$

$$c_1 = V_m [(C_{13}^p - C_{13}^m)(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - (C_{12}^p - C_{12}^m)(V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]$$

$$c_2 = C_{23}^m (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - C_{22}^m (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)$$

$$c_4 = -[-e_{33}^p V_m C_{23}^p V_m - e_{33}^p V_m C_{23}^m V_f + e_{31}^p V_m C_{33}^p V_m + e_{31}^p V_m C_{33}^m V_f] \rightarrow$$

$$c_4 = V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]$$

Οπότε η (21α') γίνεται:

$$\epsilon_y^p = (1/L)(c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) \quad (20)$$

- Παραγωγή των συντελεστών: $C_{11}^c, C_{12}^c, C_{13}^c, e_{31}^c$

Από την (22) έχουμε $\sigma_x^c = V_f \sigma_x^p + (1 - V_f) \sigma_x^m$ με την (1) και (8) γίνεται

$$\sigma_x^c = V_f (C_{11}^p \epsilon_x^p + C_{12}^p \epsilon_y^p + C_{13}^p \epsilon_z^p - e_{31}^p E_z^p) + V_m (C_{11}^m \epsilon_x^m + C_{12}^m \epsilon_y^m + C_{13}^m \epsilon_z^m) \rightarrow$$

$$\sigma_x^c = V_f (C_{11}^p \epsilon_x^c + C_{12}^p \epsilon_y^p + C_{13}^p \epsilon_z^p - e_{31}^p E_z^p) + V_m (C_{11}^m \epsilon_x^c + C_{12}^m \frac{\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p}{(1 - V_f)} + C_{13}^m \frac{\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p}{(1 - V_f)}) \rightarrow$$

$$\sigma_x^c = V_f C_{11}^p \epsilon_x^c + V_f C_{12}^p \epsilon_y^p + V_f C_{13}^p \epsilon_z^p - V_f e_{31}^p E_z^p + V_m C_{11}^m \epsilon_x^c + C_{12}^m (\epsilon_y^c - V_f \epsilon_y^p) + C_{13}^m (\epsilon_z^c - V_f \epsilon_z^p) \rightarrow$$

$$\sigma_x^c = V_f C_{11}^p \epsilon_x^c + V_f C_{12}^p \epsilon_y^p + V_f C_{13}^p \epsilon_z^p - V_f e_{31}^p E_z^p + V_m C_{11}^m \epsilon_x^c + C_{12}^m \epsilon_y^c - C_{12}^m V_f \epsilon_y^p + C_{13}^m \epsilon_z^c - C_{13}^m V_f \epsilon_z^p \rightarrow$$

$$\sigma_x^c = V_f C_{11}^p \epsilon_x^c + V_m C_{11}^m \epsilon_x^c + V_f C_{12}^p \epsilon_y^p - C_{12}^m V_f \epsilon_y^p + V_f C_{13}^p \epsilon_z^p - C_{13}^m V_f \epsilon_z^p - V_f e_{31}^p E_z^p + C_{12}^m \epsilon_y^c + C_{13}^m \epsilon_z^c \rightarrow$$

$$\sigma_x^c = V_f C_{11}^p \epsilon_x^c + V_m C_{11}^m \epsilon_x^c + (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) \epsilon_y^p + (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) \epsilon_z^p - V_f e_{31}^p E_z^p + C_{12}^m \epsilon_y^c + C_{13}^m \epsilon_z^c$$

Αντικαθιστούμε τα $\epsilon_y^p, \epsilon_z^p$ από τις (20) και (21)

$$\sigma_x^c = V_f C_{11}^p \epsilon_x^c + V_m C_{11}^m \epsilon_x^c + (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) (c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) + (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) (-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) - V_f e_{31}^p E_z^p + C_{12}^m \epsilon_y^c + C_{13}^m \epsilon_z^c \rightarrow$$

$$\sigma_x^c = (V_f C_{11}^p + V_m C_{11}^m + (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_1 - (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) c_5) \epsilon_x^c + (c_6 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_2 + C_{12}^m) \epsilon_y^c + (C_{13}^m + c_7 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_3 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L)) \epsilon_z^c + (c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) - V_f e_{31}^p) E_z^p$$

Η εξίσωση της σ_x^c είναι της μορφής: $\sigma_x^c = C_{11}^c \epsilon_x^c + C_{12}^c \epsilon_y^c + C_{13}^c \epsilon_z^c - e_{31}^c E_z^c$

Οι συντελεστές $C_{11}^c, C_{12}^c, C_{13}^c, e_{31}^c$ του συνθέτου, σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$C_{11}^c = V_f C_{11}^p + V_m C_{11}^m + (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_1 - (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) c_5$$

$$C_{12}^c = c_6 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) c_2 + C_{12}^m$$

$$C_{13}^c = C_{13}^m + c_7 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_3 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L)$$

$$e_{31}^c = -(c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) - V_f e_{31}^p)$$

Με αντικατάσταση των c_4 και c_8 στην εξίσωση της e_{31}^c , προκύπτει:

$$\begin{aligned} e_{31}^c &= -[c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) - c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) - V_f e_{31}^p] \\ &= V_f e_{31}^p - c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L) + c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) \\ &= V_f e_{31}^p + [c_4 (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) (1/L) - c_8 (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) (1/L)] \\ &= V_f e_{31}^p + (1/L) [c_4 V_f (C_{12}^p - C_{12}^m) - c_8 V_f (C_{13}^p - C_{13}^m)] \\ &= V_f e_{31}^p + \frac{V_f}{L} [c_4 (C_{12}^p - C_{12}^m) - c_8 (C_{13}^p - C_{13}^m)] \end{aligned}$$

$$= V_f e_{31}^p + \frac{V_f}{L} \left[\{-V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]\} (C_{12}^p - C_{12}^m) \right. \\ \left. - \{V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]\} (C_{13}^p - C_{13}^m) \right]$$

$$= V_f e_{31}^p - \frac{V_m V_f}{L} \left[\{[e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]\} (C_{12}^p - C_{12}^m) \right. \\ \left. + \{[e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]\} (C_{13}^p - C_{13}^m) \right] \rightarrow$$

$$e_{31}^c = V_f e_{31}^p - \left(\frac{1}{L}\right) \left[\{-V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{32}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)]\} (V_f C_{12}^p - C_{12}^m V_f) \right. \\ \left. - \{V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{32}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]\} (V_f C_{13}^p - C_{13}^m V_f) \right]$$

- Παραγωγή των συντελεστών: $C_{12}^c, C_{22}^c, C_{23}^c, e_{32}^c$

Ομοίως με τα παραπάνω από τις (2) , (3) και τις (16 έως 21) υπολογίζουμε:

$$\sigma_y^c = \sigma_y^p = \sigma_y^m \Rightarrow \sigma_y^c = \sigma_y^p = C_{12}^p \epsilon_x^p + C_{22}^p \epsilon_y^p + C_{23}^p \epsilon_z^p - e_{32}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_y^c = C_{12}^p \epsilon_x^c + C_{22}^p \left(\frac{1}{L}\right) (c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) + C_{23}^p \left(\frac{1}{L}\right) (-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) - e_{31}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_y^c = C_{12}^p \epsilon_x^c + C_{22}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_1 \epsilon_x^c - C_{22}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_2 \epsilon_y^c - C_{22}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_3 \epsilon_z^c - C_{22}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_4 E_z^p - C_{23}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_5 \epsilon_x^c + C_{23}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_6 \epsilon_y^c \\ + C_{23}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_7 \epsilon_z^c + C_{23}^p \left(\frac{1}{L}\right) c_8 E_z^p - e_{31}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_y^c = (C_{12}^p + C_{22}^p \frac{1}{L} c_1 - C_{23}^p \frac{1}{L} c_5) \epsilon_x^c + (C_{23}^p \frac{1}{L} c_6 - C_{22}^p \frac{1}{L} c_2) \epsilon_y^c + (C_{23}^p \frac{1}{L} c_7 - C_{22}^p \frac{1}{L} c_3) \epsilon_z^c - (C_{22}^p \frac{1}{L} c_4 - C_{23}^p \frac{1}{L} c_8 + e_{31}^p) E_z^p$$

Η καταστατική εξίσωση της σ_y^c όπως έχουμε αναφέρει, θα πρέπει να είναι της μορφής:

$$\sigma_y^c = C_{12}^c \epsilon_x^c + C_{22}^c \epsilon_y^c + C_{23}^c \epsilon_z^c - e_{32}^c E_z^c$$

Οι συντελεστές $C_{12}^c, C_{22}^c, C_{23}^c, e_{32}^c$ του συνθέτου, σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$C_{12}^c = C_{12}^p + C_{22}^p \frac{1}{L} c_1 - C_{23}^p \frac{1}{L} c_5$$

$$C_{22}^c = C_{23}^p \frac{1}{L} c_6 - C_{22}^p \frac{1}{L} c_2$$

$$C_{23}^c = C_{23}^p \frac{1}{L} c_7 - C_{22}^p \frac{1}{L} c_3$$

$$e_{32}^c = C_{22}^p \frac{1}{L} c_4 + C_{23}^p \frac{1}{L} c_8 + e_{31}^p$$

Αντικαθιστώντας τους c_4 και c_8 έχουμε:

$$e_{32}^c = C_{22}^p \frac{1}{L} (V_m [e_{33}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) - e_{31}^p (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m)] - \\ + C_{23}^p \frac{1}{L} (V_m [e_{33}^p (V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) - e_{31}^p (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m)]) + e_{31}^p \Rightarrow$$

$$e_{32}^c = e_{31}^p + \frac{V_m}{L} \{ C_{22}^p [(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{33}^p - (V_m C_{33}^p + V_f C_{33}^m) e_{31}^p] - \\ C_{23}^p [(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{31}^p] \}$$

• **Παραγωγή των συντελεστών:** $C_{13}^c, C_{23}^c, C_{33}^c, e_{33}^c$

Από τις (24a), (3) και τις (16 έως 21) υπολογίζουμε:

$$\sigma_z^c = \sigma_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_z^c = C_{13}^p \epsilon_x^p + C_{23}^p \epsilon_y^p + C_{33}^p \epsilon_z^p - e_{33}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_z^c = C_{13}^p \epsilon_x^c + C_{23}^p \left(\frac{1}{L} \right) (c_1 \epsilon_x^c - c_2 \epsilon_y^c - c_3 \epsilon_z^c - c_4 E_z^p) + C_{33}^p \left(\frac{1}{L} \right) (-c_5 \epsilon_x^c + c_6 \epsilon_y^c \\ + c_7 \epsilon_z^c + c_8 E_z^p) - e_{33}^p E_z^p \Rightarrow$$

$$\sigma_z^c = (C_{13}^p + C_{23}^p \frac{1}{L} c_1 - C_{33}^p \frac{1}{L} c_5) \epsilon_x^c + (C_{33}^p \frac{1}{L} c_6 - C_{23}^p \frac{1}{L} c_2) \epsilon_y^c + (C_{33}^p \frac{1}{L} c_7 - \\ C_{23}^p \frac{1}{L} c_3) \epsilon_z^c - (C_{23}^p \frac{1}{L} c_4 + C_{33}^p \frac{1}{L} c_8 + e_{33}^p) E_z^p$$

Οι συντελεστές $C_{13}^c, C_{23}^c, C_{33}^c, e_{33}^c$ του συνθέτου, σύμφωνα με τα παραπάνω είναι:

$$C_{13}^c = C_{13}^p + C_{23}^p \frac{1}{L} c_1 - C_{33}^p \frac{1}{L} c_5$$

$$C_{23}^c = C_{33}^p \frac{1}{L} c_6 - C_{23}^p \frac{1}{L} c_2$$

$$C_{33}^c = C_{33}^p \frac{1}{L} c_7 - C_{23}^p \frac{1}{L} c_3$$

$$e_{33}^c = C_{23}^p \frac{1}{L} c_4 + C_{33}^p \frac{1}{L} c_8 + e_{33}^p$$

Αντικαθιστώντας τους c_4 και c_8 έχουμε:

$$e_{33}^c = e_{33}^p + \frac{V_m}{L} \{ (C_{23}^p) [(V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{33}^m) e_{31}^p] - \\ (C_{33}^p) [(V_m C_{22}^p + V_f C_{22}^m) e_{33}^p - (V_m C_{23}^p + V_f C_{23}^m) e_{31}^p] \}$$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 2

ΠΙΝΑΚΑΣ 1. Ελαστικοί συντελεστές των υλικών PZT-5, PZT-5H, PZT-7A και Epoxy:

ΥΛΙΚΟ	$C_{11}=C_{22}$	C_{12}	$C_{13}=C_{23}$	C_{33}	$C_{44}=C_{55}$	C_{66}
PZT-5	121	75,4	75,2	111	21,1	22,6
PZT-5H	151	98	96	124	23,00	23,5
PZT-7A	148	76,2	74,2	131	25,3	36,0
Epoxy	3,86	2,57	2,57	3,86	0,645	0,645
	$\times 10^9 \text{N/m}^2$					

ΠΙΝΑΚΑΣ 2. Πιεζοηλεκτρικοί και διηλεκτρικοί συντελεστές των υλικών PZT-5, PZT-5H, PZT-7A και Epoxy:

ΥΛΙΚΟ	$e_{31} = e_{32}$ C/m^2	e_{33} C/m^2	$e_{15} = e_{24}$ C/m^2	$\epsilon_{11} = \epsilon_{22}$ C/Vm	ϵ_{33} C/Vm
PZT-5	-5,4	15,8	12,3	0.081×10^{-9}	$7,35 \times 10^{-9}$
PZT-5H	-5,1	23,3	17,00	0.151×10^{-9}	$13,27 \times 10^{-9}$
PZT-7A	-2,1	9,5	9,2	0.041×10^{-9}	$2,07 \times 10^{-9}$
Epoxy	0.00	0.00	0.00	0.079×10^{-9}	$0,079 \times 10^{-9}$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ 3^ο

Κώδικες matlab για κατασκευή διαγραμμάτων μεταβολής των τιμών των συντελεστών του σύνθετου υλικού σε συνάρτηση με το κλάσμα όγκου των ινών

1)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{11}^c (όνομα αρχείου matlab C11)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή  $C_{11}$  του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C11c=uf.*c11p+um.*c11m+uf.*c12p.*c1./L-uf.*c12m.*c1./L-
uf.*c13p.*c5./L+uf.*c13m.*c5./L
hold on
plot(uf,C11c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C11')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c11p=121e9;
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;

```

```

c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8e9;
e31p=-5.4e9;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C11c=uf.*c11p+um.*c11m+uf.*c12p.*c1./L-uf.*c12m.*c1./L-
uf.*c13p.*c5./L+uf.*c13m.*c5./L
plot(uf,C11c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C11')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5H
c11p=151e9;
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27e9;
e31p=-5.1e9;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C11c=uf.*c11p+um.*c11m+uf.*c12p.*c1./L-uf.*c12m.*c1./L-
uf.*c13p.*c5./L+uf.*c13m.*c5./L
hold on
plot(uf,C11c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C11')

```

2)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{12}^c (όνομα αρχείου matlab C12)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή  $C_{12}$  του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
% πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5e9;
e31p=-2.1e9;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c12c=-uf.*c12p.*c2./L+c12m+c12m*uf.*c2./L+c13p*uf.*c6./L-c13m*uf.*c6./L
hold on
plot(uf,c12c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C12')
%uf=0:0.04:1
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
% πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4e9;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;

```

```

L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c12c=-uf.*c12p.*c2./L+c12m+c12m*uf.*c2./L+c13p*uf.*c6./L-c13m*uf.*c6./L
hold on
plot(uf,c12c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C12')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
% πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27e9;
e31p=-5.1;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c12c=-uf.*c12p.*c2./L+c12m+c12m*uf.*c2./L+c13p*uf.*c6./L-c13m*uf.*c6./L
plot(uf,c12c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C12')

```

3)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{13}^c (όνομα αρχείου matlab C13)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή  $C_{13}$  του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;

```

```

c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c13c=c13m+c7.*(uf.*c13p-uf.*c13m)./L-c3.*(uf.*c12p-
c12m.*uf)./L
hold on
plot(uf,c13c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C13')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c13c=c13m+c7.*(uf.*c13p-uf.*c13m)./L-c3.*(uf.*c12p-
c12m.*uf)./L
plot(uf,c13c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C13')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;

```

```

c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e31p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c13c=c13m+c7.*(uf.*c13p-uf.*c13m)./L-c3.*(uf.*c12p-
c12m.*uf)./L
hold on
plot(uf,c13c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C13')

```

4)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{31}^c ((όνομα αρχείου matlab ec31)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e31c του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e31c=uf.*e32p-um.*uf./L.*((c13p-
c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)+(c12p-

```

```

c12m) .* ((um.*c33p+uf.*c33m) .*e32p-
(um.*c23p+uf.*c23m) .*e33p)
hold on
plot(uf,e31c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m) .* (um.*c33p+uf.*c33m) -
(um.*c23p+uf.*c23m) .^2;
e31c=uf.*e32p-um.*uf./L.*((c13p-
c13m) .* ((um.*c22p+uf.*c22m) .*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m) .*e32p)+(c12p-
c12m) .* ((um.*c33p+uf.*c33m) .*e32p-
(um.*c23p+uf.*c23m) .*e33p))
plot(uf,e31c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;

```

```

uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e31c=uf.*e32p-um.*uf./L.*((c13p-
c13m).*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)+(c12p-
c12m).*((um.*c33p+uf.*c33m).*e32p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e33p))
hold on
plot(uf,e31c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')

```

5)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{12}^c (όνομα αρχείου matlab C12c)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C12 του συνθέτου δεύτερος τύπος
%υπολογίζεται για λόγους επαλήθευσης
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C12=c12p+c22p.*c1./L-c5.*c23p./L
hold on
plot(uf,C12,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C12')

```



```
%συντελεστές μήτρας
```

```
c13m=2.57e9;
```

```
c22m=3.86e9;
```

```
c23m=2.57e9;
```

```
c12m=2.57e9;
```

```
c33m=3.86e9;
```

```
%συντελεστές PZT-5
```

```
c11p=121e9;
```

```
c13p=75.2e9;
```

```
c22p=121e9;
```

```
c23p=75.2e9;
```

```
c12p=75.4e9;
```

```
c33p=111e9;
```

```
e33p=15.8e9;
```

```
e31p=-5.4e9;
```

```
uf=0:0.1:1;
```

```
um=1-uf;
```

```
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
```

```
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
```

```
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
```

```
C12=c12p+c22p.*c1./L-c5.*c23p./L
```

```
plot(uf,C12)
```

```
grid on
```

```
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
```

```
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
```

```
ylabel('C12')
```

```
%συντελεστές μήτρας
```

```
c13m=2.57e9;
```

```
c22m=3.86e9;
```

```
c23m=2.57e9;
```

```
c12m=2.57e9;
```

```
c33m=3.86e9;
```

```
%συντελεστές PZT-5H
```

```
c11p=151e9;
```

```
c13p=96e9;
```

```
c22p=151e9;
```

```
c23p=96e9;
```

```
c12p=98e9;
```

```
c33p=124e9;
```

```
e33p=27e9;
```

```
e31p=-5.1e9;
```

```
uf=0:0.1:1;
```

```
um=1-uf;
```

```
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
```

```
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
```

```
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
```

```
C12=c12p+c22p.*c1./L-c5.*c23p./L
```

```
hold on
```

```
plot(uf,C12,'k--')
```

```

grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C12')

```

6)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{22}^c (όνομα αρχείου matlab C22)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C22 του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5e9;
e31p=-2.1e9;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c22=c23p.*c6./L-c22p.*c2./L;
hold on
plot(uf,c22,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C22')
%uf=0:0.04:1
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;

```

```

c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4e9;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c22=c23p.*c6./L-c22p.*c2./L;
hold on
plot(uf,c22)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C22')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27e9;
e31p=-5.1;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c22=c23p.*c6./L-c22p.*c2./L;
plot(uf,c22,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C22')

```

7)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{23}^c (όνομα αρχείου matlab C23)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C23 του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;

```

```

c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c23=c23p.*c7./L-c22p.*c3./L
hold on
plot(uf,c23,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C23')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c23=c23p.*c7./L-c22p.*c3./L
plot(uf,c23)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')

```

```

xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C23')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e31p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c23=c23p.*c7./L-c22p.*c3./L
hold on
plot(uf,c23,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C23')

```

8)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{32}^c ((όνομα αρχείου matlab ec32)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e32c του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;

```

```

L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e32c=e32p+um./L.*(c22p.*((c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c23p.*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p))
hold on
plot(uf,e32c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e32')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e32c=e32p+um./L.*(c22p.*((c23p.*um+c23m*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c23p.*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p))
plot(uf,e32c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e32')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;

```

```

e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e32c=e32p+um./L.*(c22p.*(c23p.*um+c23m*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c23p.*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)
hold on
plot(uf,e32c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e32')

```

9)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{13}^c (όνομα αρχείου matlab C13c)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C13 του συνθέτου ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-
c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-
c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C13=c13p+c23p.*c1./L-c33p.*c5./L
hold on
plot(uf,C13,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')

```

```

xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C13')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c11p=121e9;
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8e9;
e31p=-5.4e9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-
c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-
c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C13=c13p+c23p.*c1./L-c33p.*c5./L
plot(uf,C13)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C13')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5H
c11p=151e9;
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27e9;
e31p=-5.1e9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;

```



```

c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-
c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-
c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
C13=c13p+c23p.*c1./L-c33p.*c5./L
hold on
plot(uf,C13,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C13')

```

10)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{23}^c (όνομα αρχείου matlab C23c)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C23 του συνθέτου ΕΠΑΛΗΘΕΥΣΗ
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5e9;
e31p=-2.1e9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c23c=c33p.*c6./L-c23p.*c2./L
hold on
plot(uf,c23c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C23')
%uf=0:0.04:1
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;

```

```

c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4e9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c23c=c33p.*c6./L-c23p.*c2./L
hold on
plot(uf,c23c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C23')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27e9;
e31p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c23c=c33p.*c6./L-c23p.*c2./L
plot(uf,c23c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C23')

```

11)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{33}^c (όνομα αρχείου matlab C33c)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C33 του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c33c=c33p.*c7./L-c23p*c3./L
hold on
plot(uf,c33c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C33')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4;
uf=0:0.1:1;

```

```

um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c33c=c33p.*c7./L-c23p*c3./L
plot(uf,c33c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C33')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e31p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
c33c=c33p.*c7./L-c23p*c3./L
hold on
plot(uf,c33c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C33')

```

12)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{33}^c ((όνομα αρχείου matlab ec33)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e33c του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές ίνας RZT-7A

```

```

c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e33c=e33p+um./L.*(c23p.*(c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c33p.*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)
hold on
plot(uf,e33c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e33')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές ίνας RZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e33c=e33p+um./L.*(c23p.*(c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c33p.*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)
hold on
plot(uf,e33c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;

```

```

c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές ίνας RZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e33c=e33p+um./L.*(c23p.*(c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c33p.*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)
hold on
plot(uf,e33c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e33')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e33')

```

13)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή $R_{31} = e_{31}^c / e_{31}^p$ (όνομα αρχείου matlab syntelestisR31)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή R31=e31c/e31p συναρτήσει του Vf
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
e32p=-2.1;

```

```

uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e31c=uf.*e31p-um.*uf./L.*((c13p-
c13m).*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)+(c12p-
c12m).*((um.*c33p+uf.*c33m).*e32p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e33p));
Rp31=e31c./e31p
hold on
plot(uf,Rp31,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R31')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e31c=uf.*e31p-um.*uf./L.*((c13p-
c13m).*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)+(c12p-
c12m).*((um.*c33p+uf.*c33m).*e32p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e33p));
Rp31=e31c./e31p
plot(uf,Rp31)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R31')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;

```

```

c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e31p=-5.1;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e31c=uf.*e31p-um.*uf./L.*((c13p-
c13m).*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p)+(c12p-
c12m).*((um.*c33p+uf.*c33m).*e32p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e33p));
Rp31=e31c./e31p
hold on
plot(uf,Rp31,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R31')

```

14)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή $R_{32} = e_{32}^c / e_{32}^p$ (όνομα αρχείου matlab syntelestisR32)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή R32=e32c/e32p συναρτήσει του Vf
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;

```



```

L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e32c=e32p+um./L.*(c22p.*((c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c23p.*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p));
Rp32=e32c./e32p
hold on
plot(uf,Rp32,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R32')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e32c=e32p+um./L.*(c22p.*((c23p.*um+c23m*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c23p.*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p));
Rp32=e32c./e32p
plot(uf,Rp32)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R32')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;

```

```

c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e32c=e32p+um./L.*(c22p.*((c23p.*um+c23m*uf)).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c23p.*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p));
Rp32=e32c./e32p
hold on
plot(uf,Rp32,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R32')

```

15)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή $R_{33} = e_{33}^c / e_{33}^p$ (όνομα αρχείου matlab syntelestisR33)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή R33=e33c/e33p συναρτήσει του Vf
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e33c=e33p+um./L.*(c23p.*((c23p.*um+c23m.*uf)).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c33p.*((um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p));
Rp33=e33c./e33p
hold on

```

```

plot(uf,Rp33,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R33')
%uf=0:0.04:1
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
e33c=e33p+um./L.*(c23p.*(c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c33p.*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p);
Rp33=e33c./e33p
plot(uf,Rp33)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R33')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%πιεζοηλεκτρική ίνα PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;

```

```

e33c=e33p+um./L.*(c23p.*(c23p.*um+c23m.*uf).*e33p-
(um.*c33p+uf.*c33m).*e32p)-
c33p.*(um.*c22p+uf.*c22m).*e33p-
(um.*c23p+uf.*c23m).*e32p);
Rp33=e33c./e33p
hold on
plot(uf,Rp33,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('R33')

```

16)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{44} (όνομα αρχείου

matlab C44)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C44 του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c44m=0.645e9;
E22m=0.079e-9;
%συντελεστές PZT-7A
c44p=2.53e10;
e24p=9.2;
E22p=0.407e-8;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
c44c=uf.*c44p+um.*c44m+(uf.*e24p.*um.*e24p)/(E22m.*uf+um.*E22p)
hold on
plot(uf,c44c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C44')
%συντελεστές μήτρας
c44m=0.645e9;
E22m=0.079e-9;
%συντελεστές PZT-5
c44p=2.11e10;
e24p=12.3;
E22p=0.811e-8;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
c44c=uf.*c44p+um.*c44m+(uf.*e24p.*um.*e24p)/(E22m.*uf+um.*E22p)
plot(uf,c44c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')

```

```

xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C44')
%συντελεστές μήτρας
c44m=0.645e9;
E22m=0.079e-9;
%συντελεστέςPZT-5H
c44p=2.3e10;
e24p=17;
E22p=1.505e-8;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
c44c=uf.*c44p+um.*c44m+(uf.*e24p.*um.*e24p)/(E22m.*uf+um.*E22p)
hold on
plot(uf,c44c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C44')

```

17)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{24} (όνομα αρχείου matlab e24)

```

%υπολογισμός e24c
%συντελεστές μήτρας
E22m=0.079e-9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-7A
E22p=0.407e-8;
e24p=9.2;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
e24c=(E22m.*e24p.*uf)/(E22m.*uf+um.*E22p)
hold on
plot(uf,e24c,'red')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e24c')
%συντελεστές μήτρας
E22m=0.242e-9;
c44m=1.31e9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-5H
E22p=1.505e-8;
e24p=17;
c44p=2.3e10;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
e24c=(E22m.*e24p.*uf)/(E22m.*uf+um.*E22p)
hold on
plot(uf,e24c,'k--')

```

```

title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e24c')
%συντελεστές μήτρας
E22m=0.242e-9;
c44m=1.31e9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-5
E22p=0.811e-8;
e24p=12.3;
c44p=2.11e10;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
e24c=(E22m.*e24p.*uf)./(E22m.*uf+um.*E22p)
hold on
plot(uf,e24c,'blue')
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e24c')

```

18)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{55}^c (όνομα αρχείου

matlab e24)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή C55c του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c55m=0.645e9;
%συντελεστές PZT-7A
c55p=2.53e10;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
c55c=uf.*c55p+um.*c55m
hold on
plot(uf,c55c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C55')
%συντελεστές μήτρας
c55m=0.645e9;
%συντελεστές PZT-5
c55p=2.11e10;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
c55c=uf.*c55p+um.*c55m
hold on
plot(uf,c55c,'blue')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')

```

```

ylabel('C55')
%συντελεστές μήτρας
c55m=0.645e9;
%συντελεστές PZT-5H
c55p=2.3e10;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
c55c=uf.*c55p+um.*c55m
hold on
plot(uf,c55c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C55')

```

19)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{15}^c (όνομα αρχείου

matlab e15)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e15c του συνθέτου
%συντελεστές PZT-7A
e15p=9.2;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
e15c=uf.*e15p
hold on
plot(uf,e15c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e15')
%συντελεστές PZT-5
e15p=12.3;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
e15c=uf.*e15p
plot(uf,e15c,'blue')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e15')
%συντελεστές PZT-5H
e15p=17;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
e15c=uf.*e15p
hold on
plot(uf,e15c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')

```

```
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e15')
```

20)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή C_{66}^c (όνομα αρχείου matlab C66)

```
%υπολογίζει τον συντελεστή  $C_{66c}$  του συνθέτου
%συντελεστές μήτρας
c66m=0.645e9;
%συντελεστές PZT-7A
c66p=3.6e10;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
c66c=(c66m.*c66p)./(um.*c66p+uf.*c66m)
hold on
plot(uf,c66c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C66')
%συντελεστές μήτρας
c66m=0.645e9;
%συντελεστές PZT-5
c66p=2.26e10;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
c66c=(c66m.*c66p)./(um.*c66p+uf.*c66m)
hold on
plot(uf,c66c,'blue')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C66')
%συντελεστές μήτρας
c66m=0.645e9;
%συντελεστές PZT-5H
c66p=2.35e10;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
c66c=(c66m.*c66p)./(um.*c66p+uf.*c66m)
hold on
plot(uf,c66c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('C66')
```


21)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή ϵ_{11}^c (όνομα αρχείου matlab Ec11)

```

%υπολογισμός συντελεστή  $\epsilon_{11c}$ 
%συντελεστές μήτρας
E11m=0.242e-9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-7A
E11p=0.407e-8;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
E11c=uf.*E11p+um.*E11m
hold on
plot(uf,E11c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('E11c')
%συντελεστές μήτρας
E11m=0.242e-9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-5H
E11p=1.505e-8;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
E11c=uf.*E11p+um.*E11m
hold on
plot(uf,E11c,'k--')
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('E11c')
%συντελεστές μήτρας
E11m=0.242e-9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-5
E11p=0.811e-8;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
E11c=uf.*E11p+um.*E11m
hold on
plot(uf,E11c,'blue')
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('E11c')

```

22)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή ϵ_{22}^c (όνομα αρχείου matlab E22)

```

%υπολογισμός  $\epsilon_{22c}$ 
%συντελεστές μήτρας
E22m=0.079e-9;

```

```

%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-7A
E22p=0.407e-8;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
E22c=(E22m.*E22p)./(uf.*E22m+um.*E22p)
hold on
plot(uf,E22c,'red')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('E22c')
%συντελεστές μήτρας
E22m=0.079e-9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-5H
E22p=1.505e-8;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
E22c=(E22m.*E22p)./(uf.*E22m+um.*E22p)
hold on
plot(uf,E22c,'k--')
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('E22c')
%συντελεστές μήτρας
E22m=0.079e-9;
%συντελεστές πιεζοηλεκτρικής ίνας PZT-5
E22p=0.811e-8;
uf=0:0.04:1;
um=1-uf;
E22c=(E22m.*E22p)./(uf.*E22m+um.*E22p)
hold on
plot(uf,E22c,'blue')
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('E22c')

```

23)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{31}^c (όνομα αρχείου

matlab e31cd)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e31c του συνθέτου για
dxc=ufDxp+umDxm ΕΛΕΓΧΟΣ

```

```

%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;

```

```

c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e31p=-2.1;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-
c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-
c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
e31d=uf.*e31p+uf.*e32p.*c1./L-uf.*e33p.*c5./L
hold on
plot(uf,e31d,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5
c11p=121e9;
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e31p=-5.4;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-
c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-
c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));

```

```

e31d=uf.*e31p+uf.*e32p.*c1./L-uf.*e33p.*c5./L
hold on
plot(uf,e31d,'blue')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές PZT-5H
c11p=151e9;
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e31p=-5.1;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c1=um.*((c13p-c13m).*(um.*c23p+uf.*c23m)-(c12p-
c12m).*(um.*c33p+uf.*c33m));
c5=um.*((c13p-c13m).*(um.*c22p+uf.*c22m)-(c12p-
c12m).*(um.*c23p+uf.*c23m));
e31d=uf.*e31p+uf.*e32p.*c1./L-uf.*e33p.*c5./L
hold on
plot(uf,e31d,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e31')

```

24)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{32}^c (όνομα αρχείου

matlab e32cd)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e32 του συνθέτου με
Dzc=ufDzp+umDzm, ΕΛΕΓΧΟΣ
%συντελεστές μήτρας
c11m=3.86e9;
c13m=2.57e9;

```

```

c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c11p=148e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
e32c=uf.*e33p.*c6./L-uf.*e32p.*c2./L
hold on
plot(uf,e32c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e32c')
%uf=0:0.04:1
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
e32c=uf.*e33p.*c6./L-uf.*e32p.*c2./L
hold on
plot(uf,e32c)
grid on

```

```

title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e32c')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c2=c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c22m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c6=c23m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c22m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
e32c=uf.*e33p.*c6./L-uf.*e32p.*c2./L
plot(uf,e32c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e32c')

```

25)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή e_{33}^c (όνομα αρχείου

matlab ec33cd)

```

%υπολογίζει τον συντελεστή e33c του συνθέτου με
Dzc=ufDzp+.ΕΛΕΓΧΟΣ
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές ίνας PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;

```

```

c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
e33c=-uf.*e32p.*c3./L+uf.*e33p.*c7./L
hold on
plot(uf,e33c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e33')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές ίνας PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
e33c=-uf.*e32p.*c3./L+uf.*e33p.*c7./L
hold on
plot(uf,e33c)
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
%συντελεστές μήτρας
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%συντελεστές ίνας PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;

```

```

c23p=96e9;
c12p=98e9;
c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).* (um.*c33p+uf.*c33m) -
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c3=c33m.*(um.*c23p+uf.*c23m)-c23m.*(um.*c33p+uf.*c33m);
c7=c33m.*(um.*c22p+uf.*c22m)-c23m.*(um.*c23p+uf.*c23m);
e33c=-uf.*e32p.*c3./L+uf.*e33p.*c7./L
hold on
plot(uf,e33c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (Vf)')
ylabel('e33')

```

26)Κώδικας matlab για γραφική παράσταση συντελεστή ϵ_{33}^c (όνομα αρχείου matlab E33cc)

```

%υπολογίζει τη διηλεκτρικής σταθερά συνθέτου ε33c
% ε33 συναρτήσει του uf
%μεDzc=ufDzp+umDzm και Ezc=Ezp=Ezm
%εδω το συμβολιζω E33c
% το diagramma E33,uf ginetai gia uf=0:0.04:1
% um=(1-uf)
%synteletes mhtras
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
E33m=0.079e-9;
%piezohlektriko PZT-7A
c13p=74.2e9;
c22p=148e9;
c23p=74.2e9;
c12p=76.2e9;
c33p=131e9;
e33p=9.5;
e32p=-2.1;
E33p=2.07e-9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).* (um.*c33p+uf.*c33m) -
(um.*c23p+uf.*c23m).*(um.*c23p+uf.*c23m);
c4=um.*(e33p.*(um.*c23p+uf.*c23m)-
e32p.*(um.*c33p+uf.*c33m));

```



```

c8=um.*(e33p.*(um.*c22p+uf.*c22m)-
e32p.*(um.*c23p+uf.*c23m));
E33c=-
uf.*e32p.*c4./(L)+uf.*e33p.*c8./(L)+E33p.*uf+um.*E33m
hold on
plot(uf,E33c,'r-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (uf)')
ylabel('E33c')
%uf=0:0.04:1
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5
c13p=75.2e9;
c22p=121e9;
c23p=75.2e9;
c12p=75.4e9;
c33p=111e9;
e33p=15.8;
e32p=-5.4;
E33p=7.35e-9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c4=um.*(e33p.*(um.*c23p+uf.*c23m)-
e32p.*(um.*c33p+uf.*c33m));
c8=um.*(e33p.*(um.*c22p+uf.*c22m)-
e32p.*(um.*c23p+uf.*c23m));
E33c=-
uf.*e32p.*c4./(L)+uf.*e33p.*c8./(L)+E33p.*uf+um.*E33m
plot(uf,E33c,'b-')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (uf)')
ylabel('E33c')
c13m=2.57e9;
c22m=3.86e9;
c23m=2.57e9;
c12m=2.57e9;
c33m=3.86e9;
%piezohlektriko PZT-5H
c13p=96e9;
c22p=151e9;
c23p=96e9;
c12p=98e9;

```

```

c33p=124e9;
e33p=27;
e32p=-5.1;
E33p=13.27e-9;
uf=0:0.1:1;
um=1-uf;
L=(um.*c22p+uf.*c22m).*(um.*c33p+uf.*c33m)-
(um.*c23p+uf.*c23m).^2;
c4=um.*(e33p.*(um.*c23p+uf.*c23m)-
e32p.*(um.*c33p+uf.*c33m));
c8=um.*(e33p.*(um.*c22p+uf.*c22m)-
e32p.*(um.*c23p+uf.*c23m));
E33c=-
uf.*e32p.*c4./(L)+uf.*e33p.*c8./(L)+E33p.*uf+um.*E33m
hold on
plot(uf,E33c,'k--')
grid on
title('PZT-7A=red,PZT-5=blue,PZT-5H=dashed')
xlabel('Fiber volume Fraction (uf)')
ylabel('E33c')

```

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- [1] Callister W, *Επιστήμη και τεχνολογία των υλικών*, Εκδόσεις Τζίοια, (2008), σελ. 638-640.
- [2] <https://el.wikipedia.org/wiki>
- [3] Κωνσταντίνος Γ. Μπέλτσιος 2010, *Επιστήμη και Τεχνολογία των Σύνθετων Υλικών*
- [4] Γ. Παπανικολάου ,Δ. Μουζάκης 2007, *Σύνθετα Υλικά*
- [5]. Θ. Αθ. Καλογερόπουλος 2010, *Εφαρμογές Έξυπνων υλικών*, Διπλωματική Εργασία, Επιβλέπων Καθηγητής: Δημήτριος Μανωλάκος, Τμήμα Μηχ. Μηχανικών, ΕΜΠ
- [6] Ε. Φέτσης, *Χαρακτηρισμός Σύνθετων Υλικών με συνεχή ενίσχυση ινών άνθρακα με διηλεκτρική φασματοσκοπία σάρωσης και με μελέτη της συμπεριφοράς τους σε περιβάλλον υψηλής τάσης*, Διπλωματική Εργασία, Επιβλέπων Καθηγητής: Βασίλειος Κωστόπουλος Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών, Πανεπιστήμιο Πατρών
- [7] Παϊπέτης Α, Μπάρκουλα Ν, *Εργαστήριο Σύνθετων Υλικών*, Τμήμα Μηχανικών Επιστήμης Υλικών, Πανεπιστήμιο Ιωαννίνων, (2013).
- [8] Ε. Σένης, *σύνθετα υλικά πολυμερικής μήτρας καρβιδίου του Βορίου: ανάπτυξη, διηλεκτρική απόκριση και λειτουργική συμπεριφορά*, Διπλωματική Εργασία, Επιβλέπων Καθηγητής: Γ.Χ Ψαρράς, Τμήμα Επιστήμης Υλικών, Πανεπιστήμιο Πατρών
- [9] D. Hall, & Clyne, T.W. 2003 , *An Introduction to Composite Materials Cambridge University Press.*
- [10] Μαρία Γρυσμπολάκη- Αγγελική Μαρία Ζαγουράκη, *Θέματα Περιβάλλοντος: Εφαρμογές του βιοκλιματικού σχεδιασμού στην πόλη: Η συμβολή της βιοκλιματικής αρχιτεκτονικής στην προστασία του περιβάλλοντος. Οι δυνατότητες βιοκλιματικού ανασχεδιασμού στον αστικό χώρο. Η αξιοποίηση των ανανεώσιμων εναλλακτικών μορφών ενέργειας στις αστικές αναπλάσεις.*
- [12] <https://en.wikipedia.org/wiki/Piezoelectricity>
- [13] Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών Μάθημα Ε13: «*Τεχνολογικά Υλικά /Σύνθετα Πολύ-Λειτουργικά*» Ε. Π. Χατζηγεωργίου
- [14] Moheimani and Fleming 2006,*Piezoelectric Transducers for Vibration Control & Damping –*
- [15] IEEE Standard on Piezoelectricity, ANSI/IEEE 176, 1987.
- [16] Ιωάννης Π. Πάππος, *Εντοπισμός θέσης ακούστικής εκπομπής με συστοιχία πιεζοηλεκτρικών αισθητήρων*, Διπλωματική Εργασία, Επιβλέπων Καθηγητής: Ευάγγελος Δερματάς, Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Τεχνολογίας Υπολογιστών Πανεπιστήμιο Πατρών

- [17] <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=4243396>
- [18] <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=9065051>
- [19] Behrooz Hassani and Ernest Hinton. *Homogenization and Structural Topology Optimization Theory, Practice and Software*
- [20] Chang (Karen) Yan, 2003, *On Homogenization and De- Homogenization of Composite Materials*, Drexel University
- [21] Μεταπτυχιακό Πρόγραμμα Σπουδών Μάθημα Υ1: «Μηχανική Υλικών» Ε. Π. Χατζηγεωργίου
- [22] Jakob Aboudi & Steven M. Arnold & Brett A. Bednarczyk, *Micromechanics of Composite Materials*
- [23] Nilanjian Mallik and M.C. Ray, Effective coefficients of Piezoelectric Fiber – Reinforced Composites, AIAA Journal, Vol. 41, No.4, April 2003, p 704-709.
- [24] A. Dermaeker, H. Nasser, A. Benjeddou and Preumont, *Mixing Rules for the Piezoelectric Properties of Macro Fiber Composites*, Journal of intelligent material system and structures, Vol.20-August 2009, p 1475-1482.
- [25] Anil Kumar, D. Chakraborty, *Effective properties of thermos-electro-mechanically coupled piezoelectric fiber reinforced composites*, *Materials and Design* 30 (2009) p.1216-1222
- [26] Dennis Backer, *Simplified homogenization technique for engineering applications*, ZAMM Z. Angew. Math. Mech. 95, No. 121566-1573 (2015)
- [27] Ping Tan, Liyong Tong, *Micro-electromechanics models for piezoelectric-fiber-reinforced composite materials*, *Composites Science and Technology* 61 (2001), p.759-769